ESTUDIANTES: **LIZ ARANGO, FERNANDO GUIRAUD,**

**MANUEL MORENO, MARIEN MUÑOZ**

PROFESORA; **MARÍA HIM**

CAPITULO 9 Y 10: ANÁLISIS DIFERENCIAL DE FLUJO DE FLUIDOS, SOLUCIONES APROXIMADAS DE LA ECUACION DE NAVIER-STOKES

Investigación de Mecánica de Fluidos

2021

**Capítulo 9**

**9–7** Transforma la posición x = (2, 4, -1) de cartesiano coordenadas (x, y, z) a coordenadas cilíndricas (r, u, z), incluyendo unidades. Los valores de x están en unidades de metros.

**9–8** Transforme la posición x = (5 m, π / 3 radianes, 1,27 m) de coordenadas cilíndricas (r, Ѳ, z) a cartesianas (x, y, z) coordenadas, incluidas las unidades. Escribe los tres componentes de x en unidades de metros.

**Solución**

La posición en coordenadas cilíndricas

La distancia del plano y z

La distancia del plano x z

La coordenada z es la misma para las coordenadas cilíndricas y cartesianas

Las coordenadas cartesianas están dada por (x, y, z), por lo tanto, podemos escribir las coordenadas cartesianas de la posición como

**9.9** Una expansión en serie de Taylor de la función f (x) sobre algunos x-ubicación x0 se da como torno a cierta posición x0 sobre x esta dada como Considere la función f(x) =exp(x) ex suponga que se conoce el valor de f(x) en x igual es decir se conoce el valor dey se quiere estimar el valor de esta función en cierta posición x cerca de generen los primeros 4 términos de la serie de Taylor para la función dada hasta un orden de como en la ecuación anterior para = 0 y dx = - 0.1 use una serie de Taylor truncada para estimar compare su resultado con el valor exacto de e- 0.1 cuántos dígitos de presión se logran con la serie de Taylor truncada?

**Solución:**

Debemos calcular una expansión de la serie de Taylor truncada para una función dada y comparar nuestro resultado con el valor exacto

El álgebra aquí es simple ya que d (ex) / dx = ex.

La expansión de la serie Taylor:

Reemplazamos x0 = 0 y dx = –0,1 en la ecuación 1.

Expansión de la serie Taylor truncada:

Comparamos la ecuación. 2 con el valor exacto,

Valor exacto:

Comparando las Ecs. 2 y 3 vemos que nuestra aproximación es buena a cuatro o cinco dígitos significativos.

Cuanto menor sea el valor de dx, mejor será la aproximación. Puede convencerse fácilmente de esto intentando dx = 0.01 en su lugar.

**9-10** Sea el valor del vector dado por . Calcule la divergencia de y simplifique tanto como sea posible. ¿Hay algo especial acerca de su resultado?

**Solución**

La divergencia de es el producto punto del operador con

Lo especial en el resultado es que la divergencia es cero.

**9-14** El producto externo de dos vectores es un tensor de segundo orden con nueve componentes. En coordenadas cartesianas es:

la regla del producto que se aplica a la divergencia del producto de 2 vectores se puede escribir como. expanda ambos lados de esta ecuación en coordenadas cartesiana y verifique que es correcta.

**solución**

El producto externo de dos vectores

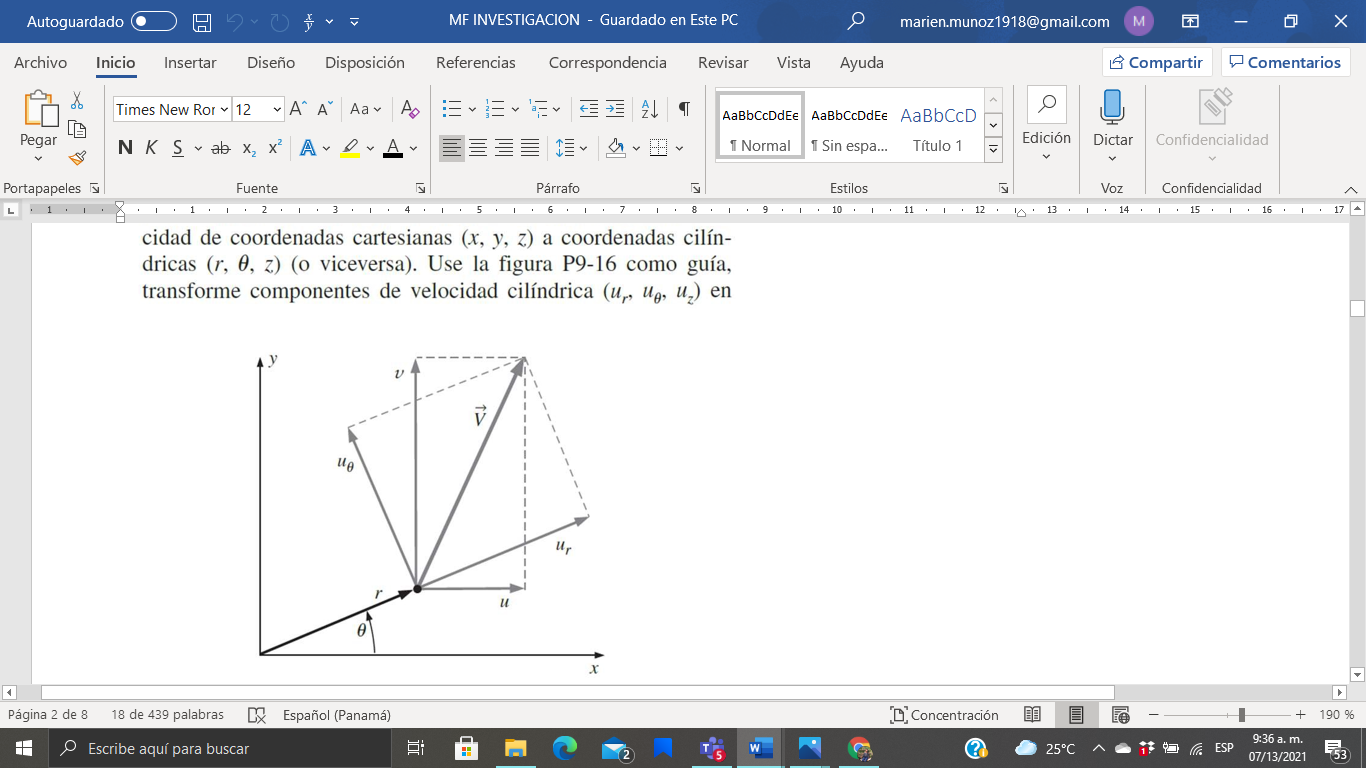
Sabemos

La representación de la matriz es

Ahora

Simplificado y reorganizamos

**9-16** En muchas ocasiones es necesario transformar una velocidad de coordenadas cartesianas(x,y,z) a coordenadas cilíndrica(r, s o viceversa usa la figura P9 - 16 como guía transforme componente de velocidad cilíndrica(Ur, U en componentes de velocidad cartesiana



**Solución**

Debemos transformar componentes de velocidad cilíndricos en componentes de velocidad cartesianos.

**Análisis**

Aplicamos trigonometría, reconociendo que el ángulo entre u y ur es θ, y el ángulo entre v y uθ también es θ.

Componente x de la velocidad:

Similar,

Componente y de la velocidad:

La transformación del componente z es trivial,

Componente z de la velocidad:

**9-17** Use la figura 9 - 16 como guía y transforme componentes de velocidad cartesiana ( u, v, w ) en componente de velocidad cilíndricas (Ur, Usugerencia dado que las componentes de la velocidad permanecen igual en esta transformación solo es necesario considerar el plano xy).

**Solución**

componente de la velocidad

componente de la velocidad:

La transformación del componente z es trivial,

componente z de la velocidad:

Componentes de la velocidad cilíndrica:

(

**9-18** Beth estudia un flujo rotacional en un túnel de viento. Ella mide las componentes y de velocidad con un anemómetro de alambre caliente. En . Por desgracia, el programa de análisis de datos exige entrada en coordenadas cilíndricas y . Ayúdela a transformar sus datos a coordenadas cilíndricas. Específicamente, calcule en el punto de datos dado.

**Solución:**

Primero aplicamos las transformaciones de coordenadas:

Luego aplicamos los resultados del problema 9-13:

**Resultados:**

Verificamos resultado calculando el cuadrado de la velocidad en ambos sistemas de coordenadas.

Cartesianas:

Cilíndricas:

**9-21I** Alex mide las componentes de velocidad promediadas en el tiempo en una bomba con un velocímetro laser a base de efecto Doppler (LDV, por sus siglas en ingles). Puesto que los haces de laser están alineados con las direcciones radial y tangencial de la bomba. Mide las componentes de velocidad u, y

Por desgracia, el programa de análisis de datos exige entrada en coordenadas cartesianas (x, y) en pies y (u, v) en ft/s. ayúdelo a transformar sus datos a coordenadas. Específicamente, calcule x, y, u y v en el punto dado.

**Solución:**

Según el diagrama, podemos obtener la ecuación de transformación de coordenadas cilíndricas a coordenadas cartesianas.

Las transformaciones de coordenadas son

Sustituyendo r= 5.20 in y

=

Las coordenadas cartesianas son 0.375 ft, 0216 ft

La velocidad es

La velocidad radial es

=1.37cos30-3.82sin30

=3.99 ft/s

La velocidad es -0.73ft/s, 3.99ft/s

**9-19** Sea el vector y sea V el volumen de un cubo de longitud unitaria con su esquina en el origen, acotado por x = 0 a 1, y = 0 a 1, y z = 0 a 1 (Fig. P9-19). El área A es el área de la superficie del cubo. Realice ambas integrales del teorema de divergencia y verifique que sean iguales. Muestra todo tu trabajo.

**Solución:**

Debemos realizar ambas integrales del teorema de divergencia para un vector y volumen dados, y verificar que sean iguales.

Análisis: hacemos el volumen integral primero:

El término entre paréntesis en la ecuación. 1 se reduce a (4z - y), y primero integramos esto sobre z

Luego integramos sobre y y luego sobre x

A continuación, calculamos la integral de superficie del teorema de divergencia. Hay seis caras del cubo y el vector unitario apunta hacia afuera de cada cara. Entonces, dividimos la integral de área en seis partes y las sumamos. Por ejemplo, la cara más a la derecha tiene

= (1,0,0), entonces = 4xz en esta cara. La cara inferior tiene = (0, –1,0), entonces en esta cara. La integral de superficie es entonces:

Integral de superficie:

Las tres integrales en el extremo derecho de la ecuación 3. Obviamente, son cero. Las otras tres integrales se pueden obtener con cuidado,

Las últimas tres integrales de la Ec. 4 son triviales. El resultado final es

Integral de superficie:

Dado que Eq. 2 y Eq. 5 son iguales, el teorema de divergencia funciona para este caso.

Cara derecha

Cara izquierda

Cara superior

Cara posterior

Cara inferior

Cara frontal

**9-30** Considere el campo de velocidad bidimensional estacionario dado por . Verifique que este campo de flujo es incompresible.

**Solución:**

Para comprobar si el flujo es incompresible, vemos si se cumple la ecuación de continuidad incompresible:

Entonces vemos que la ecuación de continuidad incompresible está efectivamente satisfecha. Por tanto, el campo de flujo es incompresible.

**9-32** Considere el siguiente campo de velocidad tridimensional estacionario en coordenadas cartesianas: donde a, b, c y d son constantes. ¿En qué condiciones es incomprensible este flujo?

**Solución:**

Así:

Entonces:

**9-33** Considere el siguiente campo de velocidad uniforme tridimensional en coordenadas cartesianas: donde a, b, c y d son constantes. ¿En qué condiciones es incomprensible este campo de flujo?

**Solución:**

Podemos asumir que el flujo es estable, es incompresible bajo ciertas restricciones que deben ser determinadas.

Condición de incompresibilidad:

0

Para garantizar la incompresibilidad tanto la constante a y c deben satisfacer la siguiente relación:

Condición de incompresibilidad:

**9-36** La componente de velocidad u de un campo uniforme tridimensional estacionario incompresible es u = ax + by, donde a y b son constantes. Se desconoce la componente de velocidad v. Genere una expresión para v como función de x y y.

Campo bidimensional

Incompresible

**Solución:**

u = ax + by donde a y b son constantes



Se integra respecto a y. Dado que la integración es una integración

parcial con respecto a una variable, se agrega alguna función arbitraria de x en vez de una sola constante de integración.

**9-37** La componente de velocidad u de un campo uniforme tridimensional estacionario incompresible es u = 3ax^2 - 2bxy, donde a y b son constantes. Se desconoce la componente de velocidad v. Genere una expresión para v como función de x y y.

Campo bidimensional

Incompresible

**Solución:**

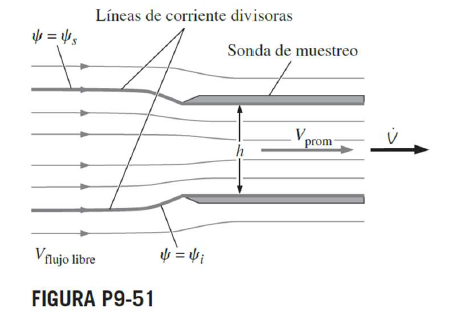
u = 3ax^2 - 2bxy donde a y b son constantes



Se integra respecto a y. Dado que la integración es una integración

parcial con respecto a una variable, se agrega alguna función arbitraria de x en vez de una sola constante de integración.

**9-51** En un campo de control de la contaminación del aire, con frecuencia se necesitan muestras de la calidad de un flujo de aire en movimiento. En estas mediciones, una sonda de muestreo se alinea con el flujo como se bosqueja en la figura P9-51. Una bomba de succión extrae aire a través de la sonda a una razón de flujo volumétrico del aire a través de la sonda debe ser la misma que la de la corriente de aire (muestreo isocinético). Sin embargo, si la succión aplicada es muy grande como se ilustra en la figura P9-51, la velocidad del aire a través de la sonda es mayor que la de la corriente de aire (muestreo super isocinético). Por simplicidad, considere un caso bidimensional en el que la altura de la sonda de muestreo h = 4.58 mm y su ancho (normal al plano de la página de la figura P9-51) es W = 52.3 mm. Los valores de la función de corriente que corresponden a las líneas de corriente divisoras inferior y superior son ψi = 0.105 m^2/s y ψs = 0.150 m^2/s, respectivamente. Calcule la razón de flujo volumétrico a través de la sonda (unidades m^3/s) y la velocidad promedio del aire succionado a través de la sonda.



Campo bidimensional

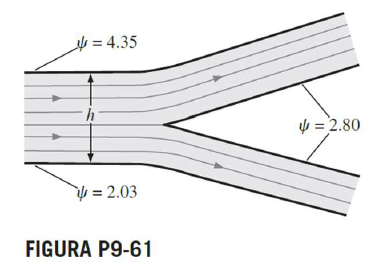


**Solución:**

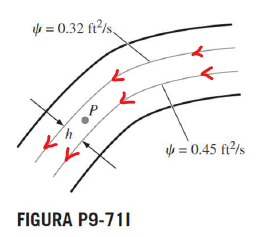


**9-61** Un calculo CFD bidimensional estacionario incompresible del flujo a través de un ducto ramificado bidimensional asimétrico revela un patrón de línea de corriente que se ilustra en la figura P9-61, donde los valores de ψ están en unidades de m^2/s y W es el ancho del ducto normal al plano de la página. Se muestran los valores de la función de corriente ψ en las paredes del ducto. ¿Qué porcentaje del flujo pasa a través de la rama superior del ducto?

**Solución:**



**9-71I** En la figura P9-71I se muestra un bosquejo de líneas de corriente de flujo (contornos de función de corriente constante) para flujo de aire bidimensional estacionario incompresible en un ducto curvo. a) Dibuje las flechas sobre las líneas de corriente para indicar la dirección del flujo. b) Si h = 1.58 in, ¿Cuál es la velocidad aproximada del aire en el punto P? c) Repita la parte b si el fuildo fuera agua en vez de aire. Explíquelo.

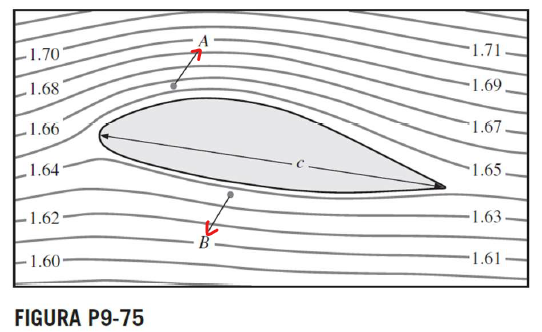
**Solución:**



Resolviendo para el caso que el fluido sea agua en vez de aire se obtiene el mismo resultado, ya que el agua se considera incompresible al igual que el aire en este caso y la formula no depende de la densidad o el peso del fluido en este, caso por lo que:



**9-75** El flujo bidimensional estacionario incompresible sobre la pequeña ala recientemente diseñada con longitud de cuerda c = 9.0 mm, se modela con un paquete comercial de dinámica de fluidos computacional (CFD). En la figura P9-75 se muestra una vista de acercamiento de las líneas de corriente de flujo (contornos de función de corriente constantes). Los valores de la función de corriente están en unidades de m^2/s. El fluido es agua a temperatura ambiente a) Dibuje una flecha sobre la gráfica para indicar la dirección y magnitud relativa de la velocidad en el punto A. Repita para el punto B. Explique como pueden usarse sus resultados para explicar como tal cuerpo crea sustentación. b) ¿Cuál es la velocidad aproximada del aire en el Punto A? (El punto A esta entre las líneas de corriente 1.65 y 1.66 en la Fig. P9-75.)



1. La magnitud y la dirección de las fuerzas en los puntos A y B son contrarias de igual magnitud por lo que se contrarrestan produciendo un equilibro de fuerzas en el eje y que permiten que se sustente el ala.
2. Velocidad aproximada



**Capítulo 10**

**Interfaz de usuario gráfica, Texto, Word

Descripción generada automáticamente con confianza media10-10** Considere flujo de Poiseuille planar estacionario incomprensible laminar totalmente desarrollado entre 2 placas, paralelas horizontales. En alguna posición horizontal x = x1, la presión varía linealmente con la distancia vertical Z, cómo se bosqueja. Escoja un plano de referencia adecuado(z=0), muestre el perfil de presión modificada a todo lo largo de la sección vertical y sobre la región que representa la componente de presión hidrostática y explíquelo

**Diagrama

Descripción generada automáticamenteSolución**

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Se muestran dos soluciones en la Fig. (a) Plano de referencia z = 0 ubicado en la pared inferior, y (b) plano de referencia z = 0 ubicado en la pared superior. La región sombreada en la Fig. 1b representa el componente de presión hidrostática.

P ′ es constante a lo largo del corte x = x1 para cualquier caso, y el plano de referencia se puede dibujar en cualquier elevación arbitraria.

Presión real P y presión modificada P ′ para desarrollar un flujo de Poiseuille planar.

Es ventajoso utilizar presión modificada; es decir, el término de gravedad se elimina de la Ecuación de Navier-Stokes, y P ′ es en general más simple que P.

**Texto

Descripción generada automáticamente con confianza baja10-16C** escribe una descripción en una sola palabra de cada 1 de los 5 términos en la ecuación de Navier Stokes incomprensible

**Solución**

así identificamos los elementos de la ecuación:

* I - termino inseguro
* II – termino inercial
* III- termino de presión
* IV- termino gravitacional
* V – termino de viscosidad

**10-20** Tabla

Descripción generada automáticamenteLa viscosidad de la miel de trébol se enumera en función de temperatura en la Tabla P10-20. La gravedad específica de la la miel tiene aproximadamente 1,42 y no es una función importante de la temperatura. La miel se exprime a través de un pequeño orificio de diámetro. D = 6.0 mm en la tapa de un tarro de miel invertido. El cuarto y la miel está a T = 20 C. Estime la velocidad máxima de la miel a través del agujero, tal que el flujo se pueda aproximar como flujo de Stokes (suponga que Re debe ser menor que 0.1 para que la aproximación de flujo de Stokes sea apropiada). Repita su cálculo si la temperatura es de 50°C. Explíquelo. Respuestas: 0.33 m/s,

**Solución**

Densidad de la miel

Convertimos la viscosidad de la miel de poise a unidades SI estándar

Viscosidad de la miel a 20°

Finalmente, conectamos las Ecs. 1 y 2 en la definición del número de Reynolds, y establezca Re = 0.1 para resolver la velocidad máxima para garantizar un flujo lento,

Velocidad máxima para flujo lento a 20°

Si la temperatura es de 50° C

A la temperatura más alta de 50° C, los cálculos arrojan Vmax = 0.01174 = 0.012 m / s. Por lo tanto, es mucho más fácil lograr un flujo progresivo con la miel a temperaturas más bajas, ya que la viscosidad de la miel aumenta rápidamente a medida que desciende la temperatura.

**Imagen que contiene objeto, antena

Descripción generada automáticamente10-22** Una gota de agua en una nube de lluvia tiene un diámetro D=42.5 µm. La temperatura del aire es de 25º centígrados y supresión expresión atmosférica estándar. ¿qué tan rápido tiene que desplazarse verticalmente el aire de modo que la gota permanezca suspendida en el aire?

**Solución**

Vamos a calcular qué tan rápido debe moverse el aire verticalmente para mantener una gota de agua suspendida en el aire.

Por aire a T=25°C, y . La densidad del agua a T=25°C es 997.0 kg/m3

Dado que la gota está quieta, su fuerza hacia abajo debe equilibrar exactamente su fuerza hacia arriba cuando el aire vertical la velocidad V es "perfecta". La fuerza descendente es el peso de la partícula.

Fuerza hacia abajo sobre la partícula:

La fuerza ascendente es la fuerza de arrastre aerodinámica que actúa sobre la partícula más la fuerza de flotación sobre la partícula. La fuerza de resistencia aerodinámica se obtiene a partir de la resistencia del flujo progresivo en una esfera,

Fuerza ascendente sobre la partícula:

Igualamos las ecuaciones Farriba y Fabajo

Equilibrio:

y resolvemos para la velocidad del aire requerida V,

Finalmente, debemos verificar que el número de Reynolds sea lo suficientemente pequeño como para que la aproximación del flujo progresivo sea apropiada.

Comprobamos el número de Reynolds:

**10–36** Para cada caso, calcule un Reynolds apropiado número e indicar si el flujo se puede aproximar por las ecuaciones de flujo progresivo. (a) Un microorganismo de 5.0 mm de diámetro nada en agua a temperatura ambiente a una velocidad de 0,25 mm / s. (b) El aceite de motor a 140˚C fluye en el pequeño espacio de un cojinete de automóvil lubricado. El espacio es de 0,0012 mm de espesor, y la velocidad característica es de 15 m / s. (c) Una niebla Gota de 10 mm de diámetro cae a través de aire 30˚C a una velocidad de 2,5 mm / s.

**Solución**

1. Para el agua T = 20˚C, ρ = 998.0 kg/m3 y μ = 1.002 × 10-3 kg/m⋅s.

El número de Reynolds del microorganismo

Dado que Re > 1, la aproximación de flujo progresivo no es apropiada.

1. Para aceite de motor T = 140˚C, ρ = 816.8 kg/m3 y μ = 6.558 × 10-3 kg/m⋅s

El número de Reynolds del aceite

Dado que Re> 1, la aproximación del flujo progresivo no es apropiada.

1. Para el aire T = 30˚C, ρ = 1.164 kg/m3 y μ = 1.872 × 10-5 kg/m⋅s

El número de Reynolds de la gota de niebla es

Dado que Re> 1, la aproximación del flujo progresivo no es apropiada

**10-47** En cierta región de flujo de bidimensional estacionario incomprensible, el campo de velocidad está dado por. demuestre que esta región de flujo puede considerarse invisible

**Solución**

Los dos términos son iguales a 0 como es requerido, se concluye que en esta región el flujo se puede considerar no viscoso