Capítulo 7
ANÁLISIS DE ACELERACIÓN

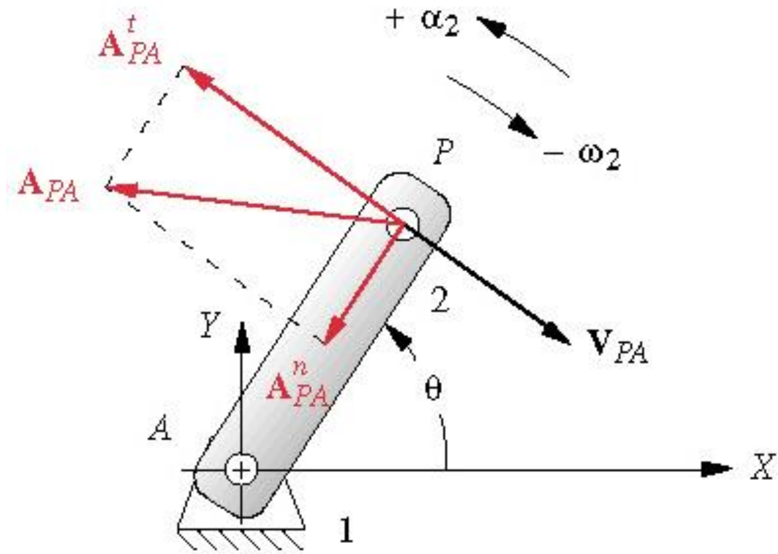
Capítulo 7

ANÁLISIS DE LA ACELERACIÓN

La **aceleración** se define como *la tasa de cambio de velocidad con respecto al* tiempo. La velocidad (**V**, ω) es una cantidad vectorial y también la aceleración. Las aceleraciones pueden ser **angulares** o lineales. La **aceleración angular** será denotada como α y la **aceleración lineal** como **A**.

$$\alpha = \frac{d\,\omega}{dt}; \qquad\qquad \mathbf{A} = \frac{d\,\mathbf{V}}{dt}$$

DEFINICIÓN DE ACELERACIÓN



Aceleración Lineal $\vec{A} = \ddot{\vec{R}} = \dot{\vec{V}}$

Aceleración Angular $\alpha = \ddot{\theta} = \dot{\omega}$

Aceleración de un punto

$$\vec{R}_P = pe^{i\theta}$$

$$\vec{V}_{PA} = pe^{i\theta}\left(i\dot{\theta}\right) = pe^{i\theta}\left(i\omega\right)$$

$$\vec{A}_{PA} = \dot{\vec{V}}_{PA} = pe^{i\theta}(i\dot{\theta})^2 + pe^{i\theta}\left(i\alpha\right)$$

$$= \underbrace{-\omega^2 pe^{i\theta}}_{A^n_{PA}} + \underbrace{i\alpha\, pe^{i\theta}}_{A^t_{PA}}$$

Aceleración tiene 2 componentes: normal & tangencial

DEFINICIÓN DE ACELERACIÓN

$$\mathbf{R}_{PA} = pe^{j\theta}$$

$$\mathbf{V}_{PA} = \frac{d\mathbf{R}_{PA}}{dt} = p\,je^{j\theta}\frac{d\theta}{dt} = p\omega\, je^{j\theta}$$

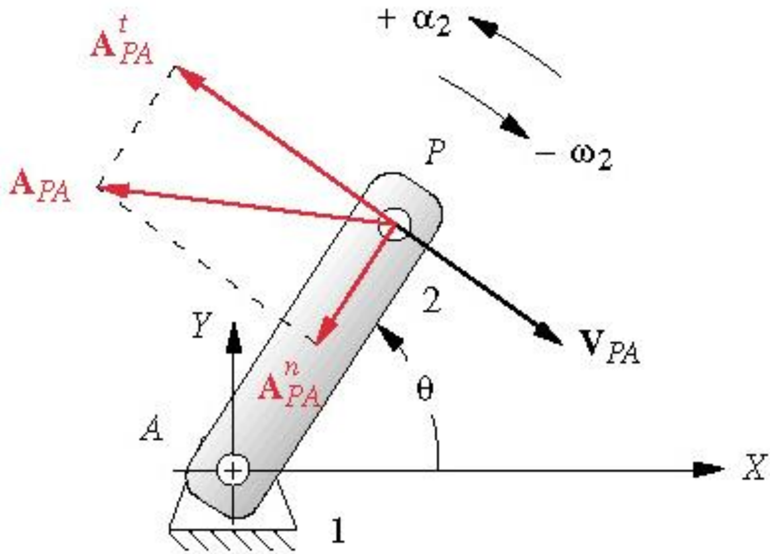
$$\mathbf{A}_{PA} = \frac{d\mathbf{V}_{PA}}{dt} = \frac{d\left(p\omega\, je^{j\theta}\right)}{dt}$$

$$\mathbf{A}_{PA} = j\,p\left(e^{j\theta}\frac{d\omega}{dt} + \omega\, je^{j\theta}\frac{d\theta}{dt}\right)$$

$$\mathbf{A}_{PA} = p\alpha\, je^{j\theta} - p\omega^2 e^{j\theta}$$

$$\mathbf{A}_{PA} = \mathbf{A}_{PA}^{t} + \mathbf{A}_{PA}^{n}$$

$$\mathbf{A}_{PA} = p\alpha\left(-\operatorname{sen}\theta + j\cos\theta\right) - p\omega^2\left(\cos\theta + j\operatorname{sen}\theta\right)$$



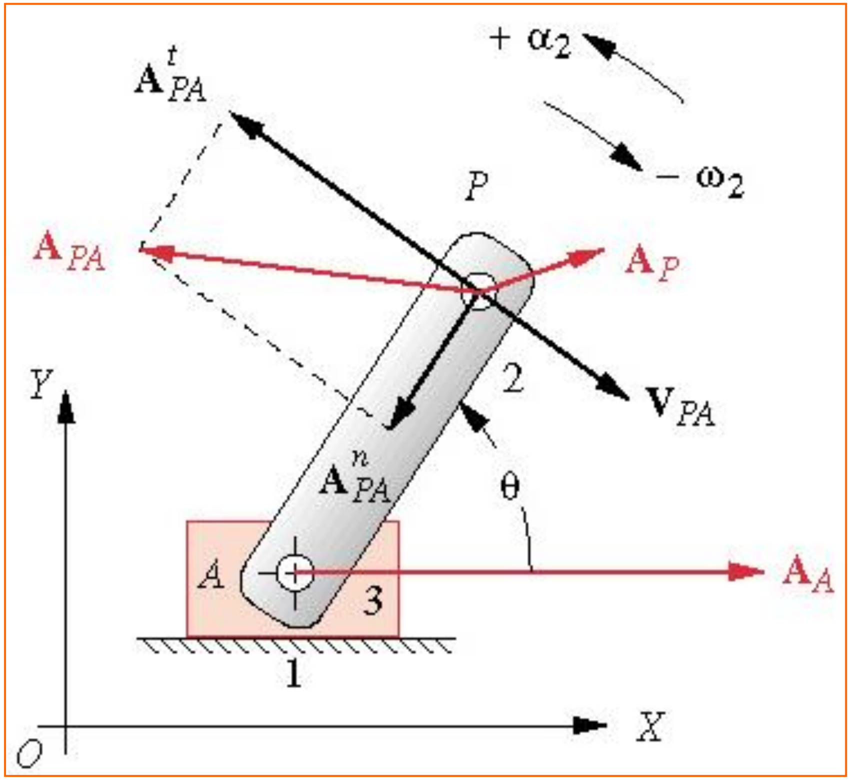
ACELERACIÓN ABSOLUTA

Si el punto A se mueve

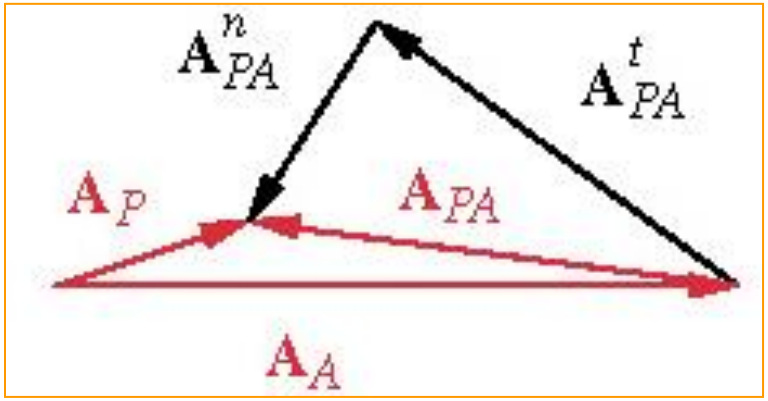
$$\vec{A}_P = \vec{A}_A + \vec{A}_{PA}$$

$$= \vec{A}_A - \omega^2 p e^{i\theta} + i\alpha p e^{i\theta}$$

$$\mathbf{A}_{PA} = \mathbf{A}_P - \mathbf{A}_A$$

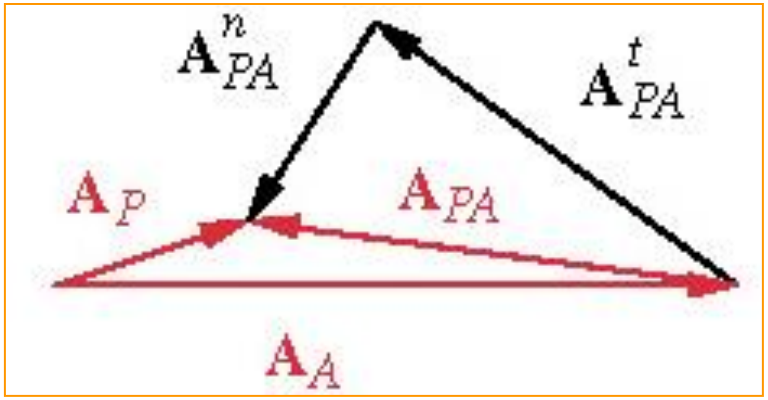


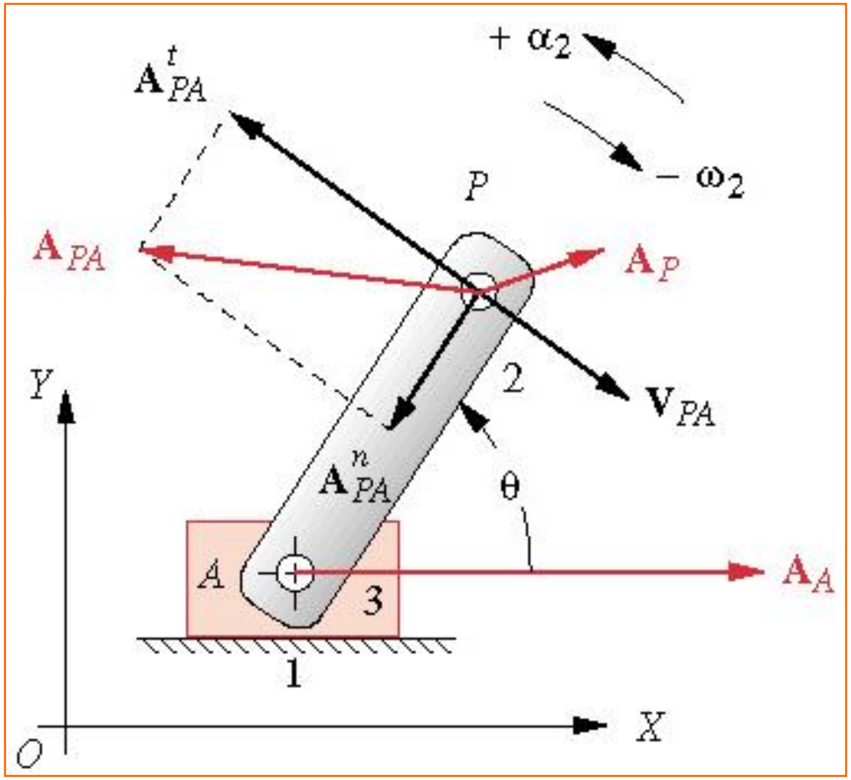
Gráficamente:



ACELERACIÓN ABSOLUTA

Si el punto A se mueve





$$\mathbf{A}_{PA} = \mathbf{A}_{P} - \mathbf{A}_{A}$$

$$\left(\mathbf{A}_{P}^{t} + \mathbf{A}_{P}^{n}\right) = \left(\mathbf{A}_{A}^{t} + \mathbf{A}_{A}^{n}\right) + \left(\mathbf{A}_{PA}^{t} + \mathbf{A}_{PA}^{n}\right)$$

ANÁLISIS DE ACELERACIÓN

Magnitudes de las components de Aceleración

$$\vec{A}_{PA} = \underbrace{-\omega^2 p e^{i\theta}}_{A^n_{PA}} + \underbrace{i\alpha p e^{i\theta}}_{A^t_{PA}}$$

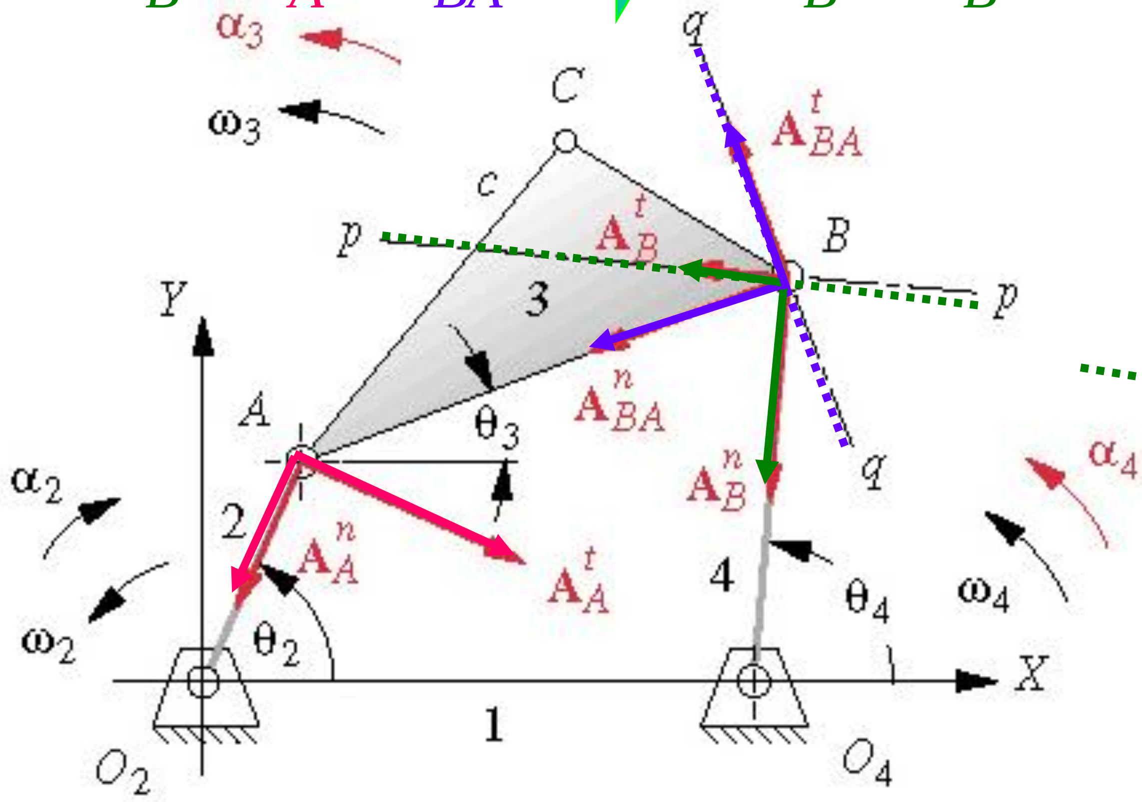
$$\boxed{\left|\vec{A}^n\right| = \omega^2 r\,, \quad \left|\vec{A}^t\right| = \alpha r}$$

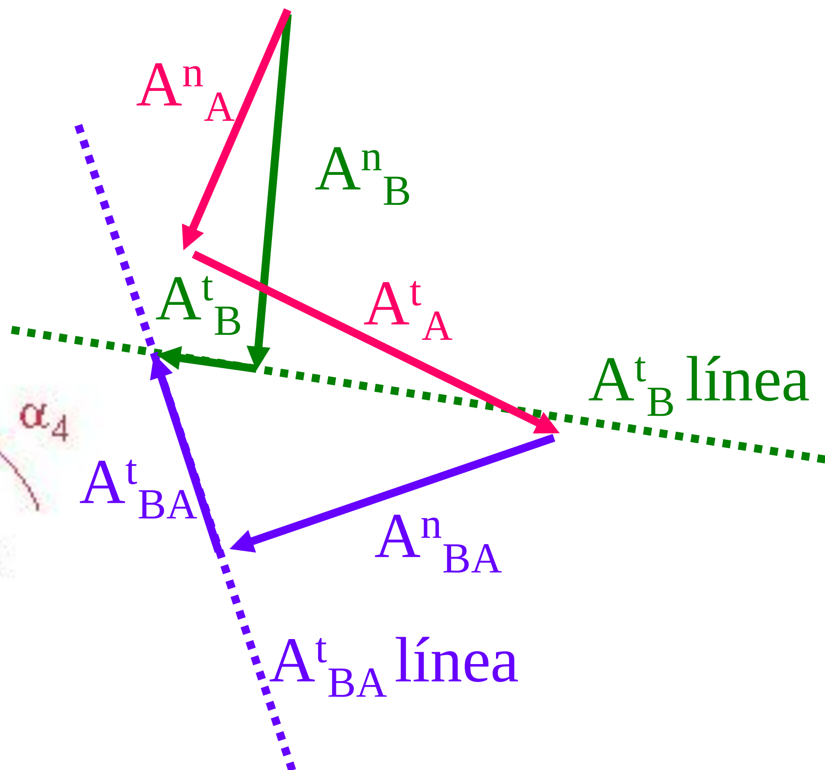
Magnitud de Aceleración normal

Magnitud de Aceleración tangential

Análisis de Aceleración Gráfica (α_3&α_4)

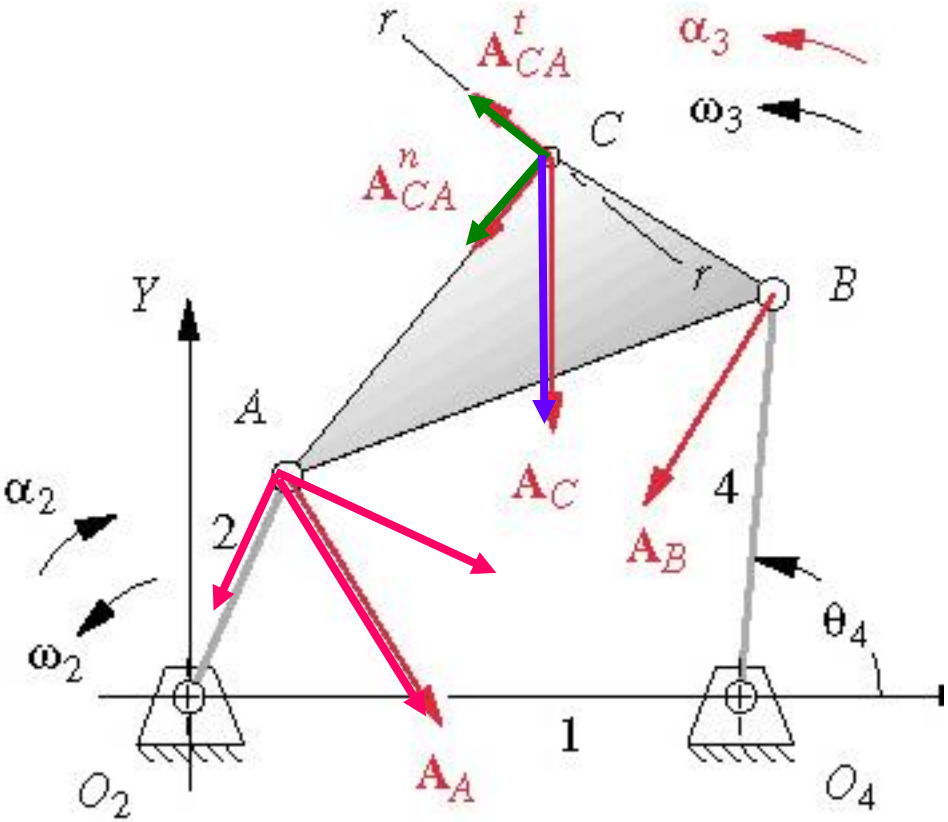
- Dada la configuración de mecanismo, α_2. Encontrar α_3 y α_4, conocidos
- A^n_A,A^t_A,A^n_{BA},A^n_B, y la dirección de A^t_{BA},A^t_B
- $A_B = A_A + A_{BA}$ ⇨ $A^n_B + A^t_B = A^n_A + A^t_A + A^n_{BA} + A^t_{BA}$



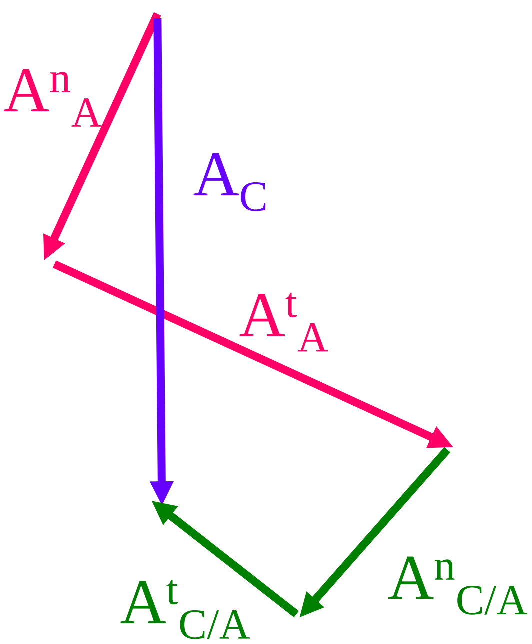


Aceleración del Punto C

- Ahora conocido α_3 del paso anterior
- $A_C = A_A + A_{C/A} = A^n_A + A^t_A + A^n_{C/A} + A^t_{C/A}$

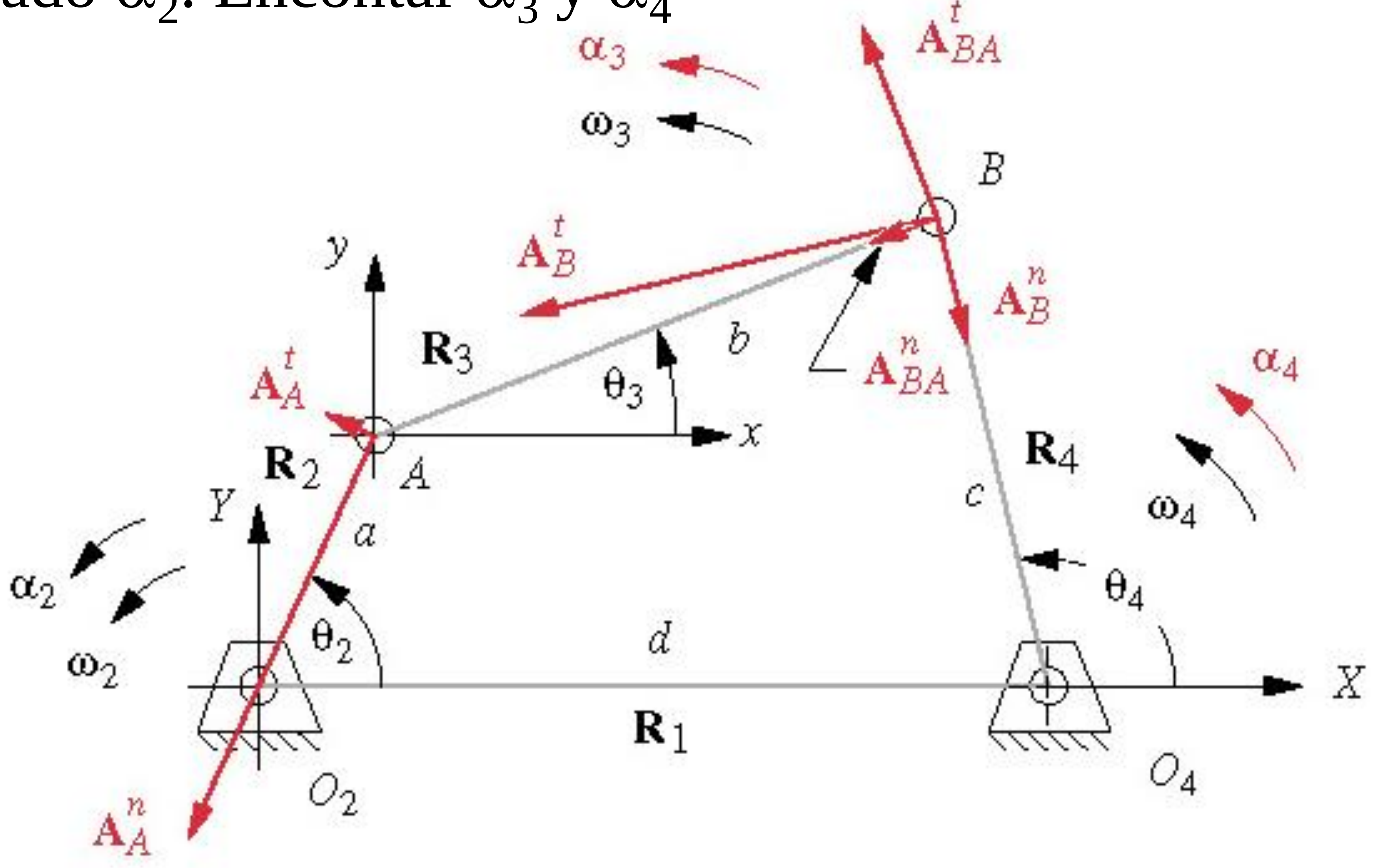


Escala maximizada

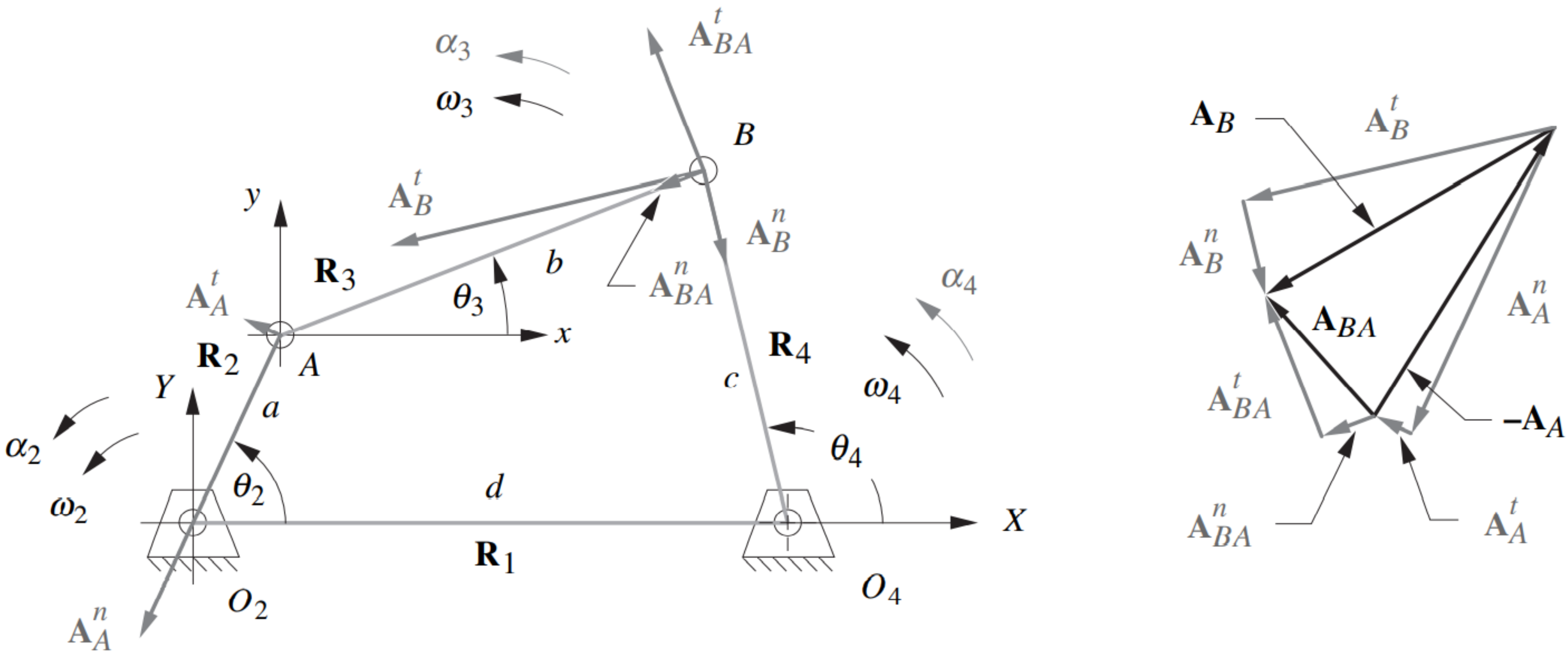


Análisis de Aceleración Análitica (4bar)

Dado α_2. Encontar α_3 y α_4



Análisis de Aceleración Análitica (4bar)



Análisis de Aceleración Análitica (4bar)

$$\mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_3 - \mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_1 = 0$$

$$a\,e^{j\theta_2} + b\,e^{j\theta_3} - c\,e^{j\theta_4} - d\,e^{j\theta_1} = 0$$

$$ja\omega_2 e^{j\theta_2} + jb\omega_3 e^{j\theta_3} - jc\omega_4 e^{j\theta_4} = 0$$

$$\left(j^2 a\omega_2^2\, e^{j\theta_2} + ja\alpha_2\, e^{j\theta_2}\right) + \left(j^2 b\,\omega_3^2\, e^{j\theta_3} + jb\,\alpha_3\, e^{j\theta_3}\right) - \left(j^2 c\,\omega_4^2\, e^{j\theta_4} + jc\,\alpha_4\, e^{j\theta_4}\right) = 0$$

Al simplificar y agrupar los términos:

$$\boxed{\left(a\alpha_2\, je^{j\theta_2} - a\omega_2^2\, e^{j\theta_2}\right) + \left(b\,\alpha_3\, je^{j\theta_3} - b\,\omega_3^2\, e^{j\theta_3}\right) - \left(c\,\alpha_4\, je^{j\theta_4} - c\,\omega_4^2\, e^{j\theta_4}\right) = 0}$$

Análisis de Aceleración Análitica (4bar)

$$\boxed{\boxed{\left(a\alpha_2\, je^{j\theta_2} - a\omega_2^2\, e^{j\theta_2}\right)} + \boxed{\left(b\alpha_3\, je^{j\theta_3} - b\omega_3^2\, e^{j\theta_3}\right)} - \boxed{\left(c\alpha_4\, je^{j\theta_4} - c\omega_4^2\, e^{j\theta_4}\right)} = 0}$$

$$\mathbf{A}_A + \mathbf{A}_{BA} - \mathbf{A}_B = 0$$

$$\mathbf{A}_A = \left(\mathbf{A}_A^t + \mathbf{A}_A^n\right) = \boxed{\left(a\alpha_2\, je^{j\theta_2} - a\omega_2^2\, e^{j\theta_2}\right)}$$

$$\mathbf{A}_{BA} = \left(\mathbf{A}_{BA}^t + \mathbf{A}_{BA}^n\right) = \boxed{\left(b\alpha_3\, je^{j\theta_3} - b\omega_3^2\, e^{j\theta_3}\right)}$$

$$\mathbf{A}_B = \left(\mathbf{A}_B^t + \mathbf{A}_B^n\right) = \boxed{\left(c\alpha_4\, je^{j\theta_4} - c\omega_4^2\, e^{j\theta_4}\right)}$$

Análisis de Aceleración Análitica (4bar)

La estrategia de solución será la misma que en el análisis de la posición y velocidad. Primero se sustituye la identidad de Euler de la ecuación 4.4*a* (p. 165) en cada término de la ecuación 7.7:

$$\begin{aligned}&\left[a\alpha_2\, j\left(\cos\theta_2 + j\operatorname{sen}\theta_2\right) - a\omega_2^2\left(\cos\theta_2 + j\operatorname{sen}\theta_2\right)\right]\\&\quad+\left[b\alpha_3\, j\left(\cos\theta_3 + j\operatorname{sen}\theta_3\right) - b\omega_3^2\left(\cos\theta_3 + j\operatorname{sen}\theta_3\right)\right]\\&\quad\quad-\left[c\alpha_4\, j\left(\cos\theta_4 + j\operatorname{sen}\theta_4\right) - c\omega_4^2\left(\cos\theta_4 + j\operatorname{sen}\theta_4\right)\right] = 0\end{aligned} \tag{7.10a}$$

Multiplique por el operador j y reacomode:

$$\begin{aligned}&\left[a\alpha_2\left(-\operatorname{sen}\theta_2 + j\cos\theta_2\right) - a\omega_2^2\left(\cos\theta_2 + j\operatorname{sen}\theta_2\right)\right]\\&\quad+\left[b\alpha_3\left(-\operatorname{sen}\theta_3 + j\cos\theta_3\right) - b\omega_3^2\left(\cos\theta_3 + j\operatorname{sen}\theta_3\right)\right]\\&\quad\quad-\left[c\alpha_4\left(-\operatorname{sen}\theta_4 + j\cos\theta_4\right) - c\omega_4^2\left(\cos\theta_4 + j\operatorname{sen}\theta_4\right)\right] = 0\end{aligned} \tag{7.10b}$$

Análisis de Aceleración Análitica (4bar)

Ahora es posible separar esta ecuación vectorial en sus dos componentes al reunir todos los términos reales e imaginarios por separado:

parte real (componente x):

$$-a\alpha_2 \operatorname{sen}\theta_2 - a\omega_2^2 \cos\theta_2 - b\alpha_3 \operatorname{sen}\theta_3 - b\omega_3^2 \cos\theta_3 + c\alpha_4 \operatorname{sen}\theta_4 + c\omega_4^2 \cos\theta_4 = 0 \tag{7.11a}$$

parte imaginaria (componente y):

$$a\alpha_2 \cos\theta_2 - a\omega_2^2 \operatorname{sen}\theta_2 + b\alpha_3 \cos\theta_3 - b\omega_3^2 \operatorname{sen}\theta_3 - c\alpha_4 \cos\theta_4 + c\omega_4^2 \operatorname{sen}\theta_4 = 0 \tag{7.11b}$$

Observe que en la ecuación 7.11b se eliminaron todas las j. Las ecuaciones 7.11a y 7.11b se resuelven simultáneamente para obtener:

$$\alpha_3 = \frac{CD - AF}{AE - BD} \tag{7.12a}$$

$$\alpha_4 = \frac{CE - BF}{AE - BD} \tag{7.12b}$$

Análisis de Aceleración Análitica (4bar)

$$\alpha_3 = \frac{CD - AF}{AE - BD}$$

$$\alpha_4 = \frac{CE - BF}{AE - BD}$$

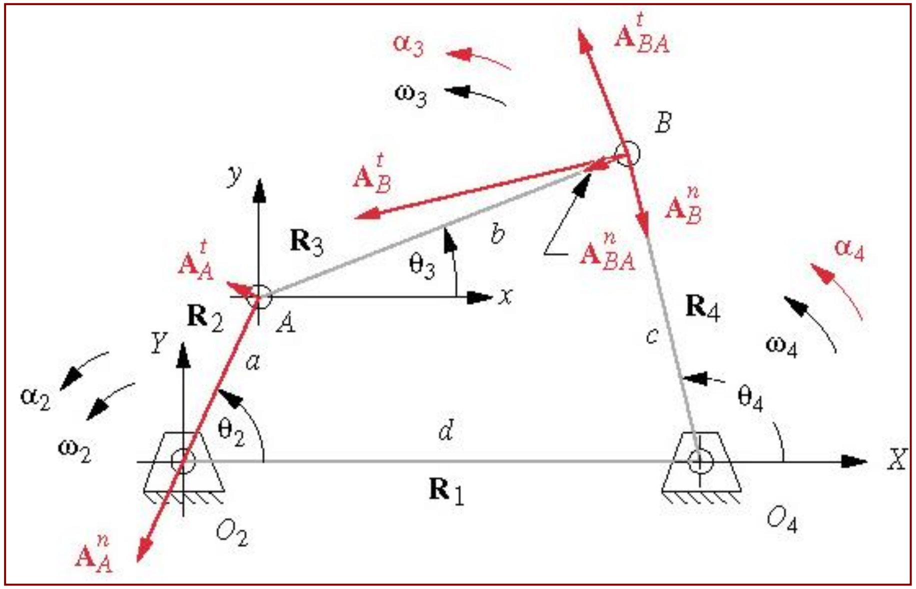
donde:

$$A = c \operatorname{sen} \theta_4$$
$$B = b \operatorname{sen} \theta_3$$
$$C = a\alpha_2 \operatorname{sen} \theta_2 + a\omega_2^2 \cos\theta_2 + b\omega_3^2 \cos\theta_3 - c\omega_4^2 \cos\theta_4$$
$$D = c \cos\theta_4$$
$$E = b \cos\theta_3$$
$$F = a\alpha_2 \cos\theta_2 - a\omega_2^2 \operatorname{sen}\theta_2 - b\omega_3^2 \operatorname{sen}\theta_3 + c\omega_4^2 \operatorname{sen}\theta_4$$

Análisis de Aceleración Análitica (4bar)

Escriba la ecuacion del lazo vectorial:

$$ae^{i\theta_2} + be^{i\theta_3} - ce^{i\theta_4} - de^{i\theta_1} = 0$$



Derive 2 veces crt:

$$i\omega_2 ae^{i\theta_2} + i\omega_3 be^{i\theta_3} - i\omega_4 ce^{i\theta_4} = 0$$

$$-\omega_2{}^2 ae^{i\theta_2} + i\alpha_2 ae^{i\theta_2} - \omega_3{}^2 be^{i\theta_3} + i\alpha_3 be^{i\theta_3} + \omega_4{}^2 ce^{i\theta_4} - i\alpha_4 ce^{i\theta_4} = 0$$

Análisis de Aceleración Análitica (4bar)

$$-\omega_2{}^2 a e^{i\theta_2} + i\alpha_2 a e^{i\theta_2} - \omega_3{}^2 b e^{i\theta_3} + i\alpha_3 b e^{i\theta_3} + \omega_4{}^2 c e^{i\theta_4} - i\alpha_4 c e^{i\theta_4} = 0$$

Separar en conocidos e incógnitas

$$\alpha_3 b e^{i\theta_3} - \alpha_4 c e^{i\theta_4} = \frac{\left(\omega_2{}^2 a e^{i\theta_2} - i\alpha_2 a e^{i\theta_2} + \omega_3{}^2 b e^{i\theta_3} - \omega_4{}^2 c e^{i\theta_4}\right)}{i} = Z$$

Tomar el conjugado

$$\alpha_3 b e^{-i\theta_3} - \alpha_4 c e^{-i\theta_4} = \bar{Z}$$

Coloque en forma matricial

$$\begin{bmatrix} be^{i\theta_3} & -ce^{i\theta_4} \\ be^{-i\theta_3} & -ce^{-i\theta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \\ \bar{Z} \end{bmatrix}$$

Resolver

$$\begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} be^{i\theta_3} & -ce^{i\theta_4} \\ be^{-i\theta_3} & -ce^{-i\theta_4} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z \\ \bar{Z} \end{bmatrix}$$

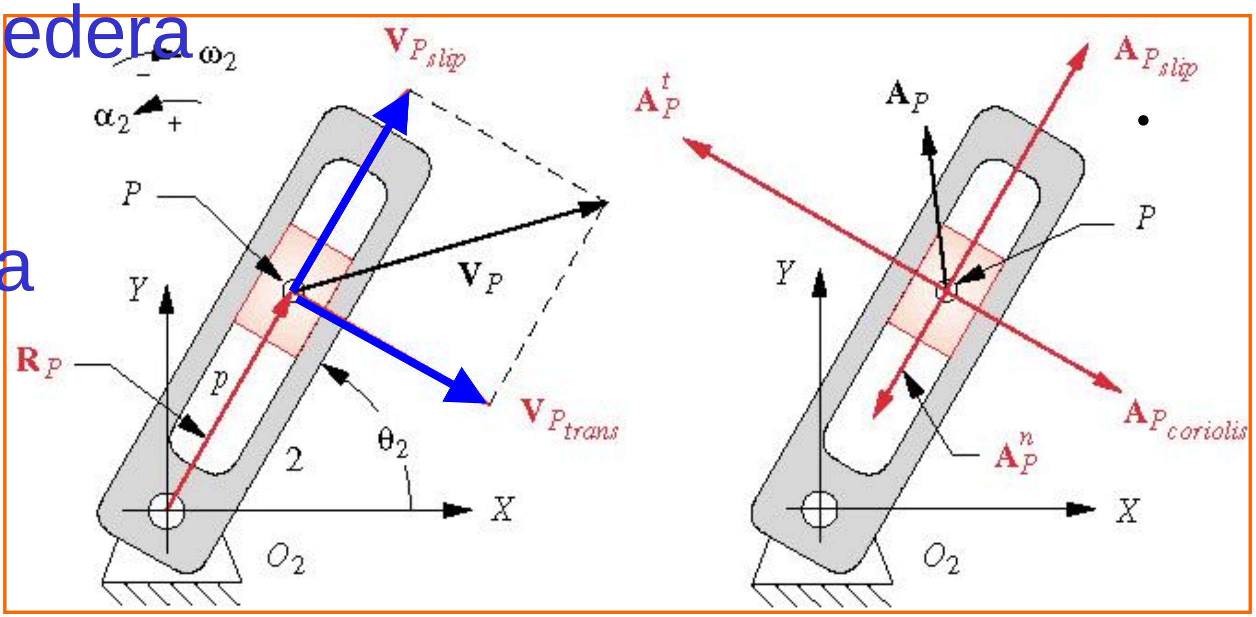
Aceleración de Coriolis

Posición de la corredera

$$\vec{R}_p = pe^{i\theta}$$

Veloc. de corredera

$$\vec{V}_p = \underbrace{pe^{i\theta}i\omega}_{\text{Velocidad de Transmission}} + \underbrace{\dot{p}e^{i\theta}}_{\text{Veloc. de desl.}}$$



Acceleración: Use la regla del product

$$\vec{A}_p = \underbrace{\dot{p}e^{i\theta}i\omega + pe^{i\theta}(i\omega)^2 + pe^{i\theta}i\alpha}_{} + \underbrace{\ddot{p}e^{i\theta} + \dot{p}e^{i\theta}i\omega}_{}$$

Combinando términos:

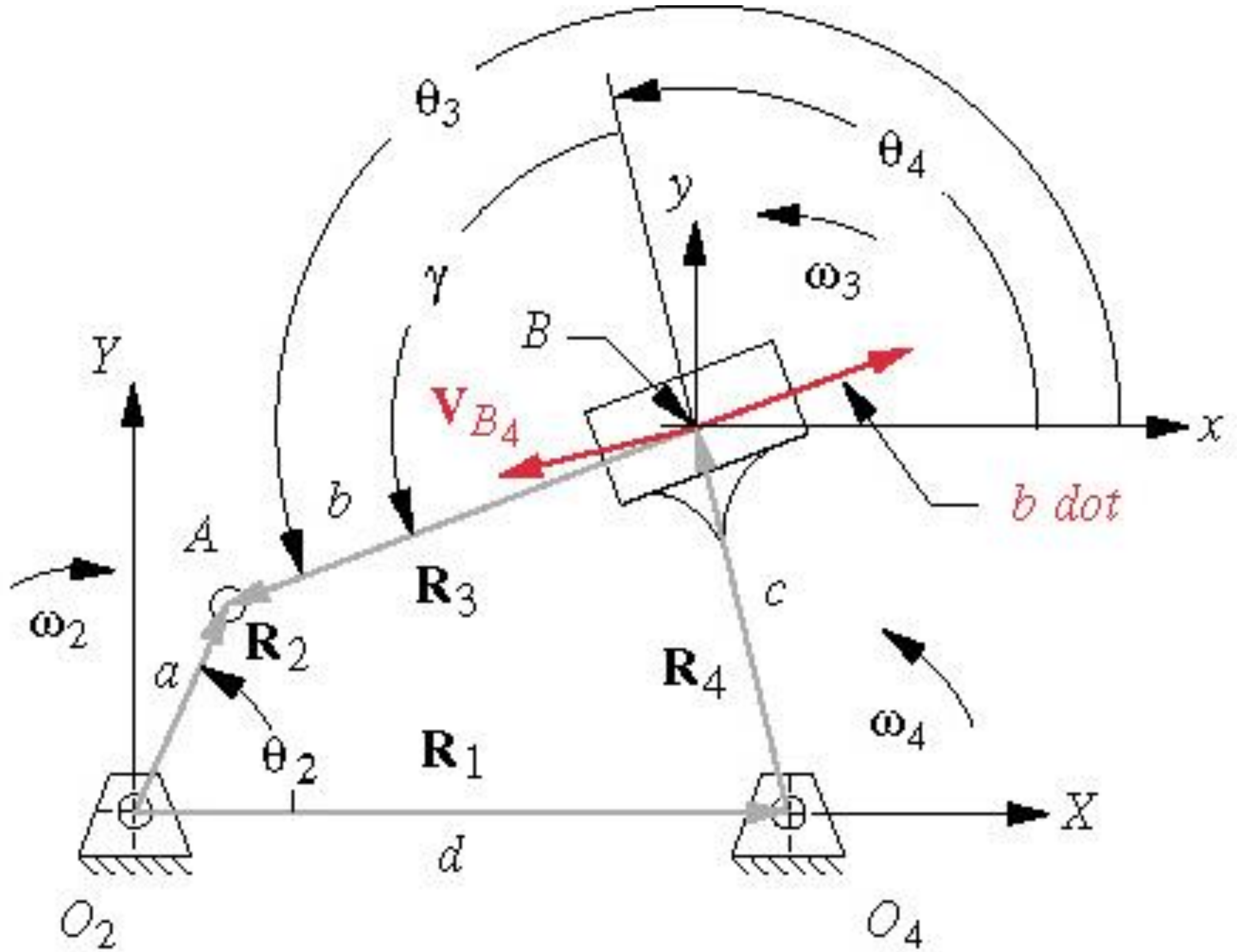
$$\vec{A}_p = \left[\left(\ddot{p} - p\omega^2\right) + i\left(p\alpha + 2\dot{p}\omega\right)\right]e^{i\theta}$$

Desl. **Normal** **Tangencial** **Coriolis**

Ac. de Coriolis acc. ocurre cuando el cuerpo tiene $v_{desl.}$ y w

Manivela-Corredera Invertido

- Dados α_2. Encontar $\ddot{b}$, α_3 y α_4



Manivela-Corredera Invertido

- Escriba la ec. del lazo vectorial y derive dos veces

$$ae^{i\theta_2} - be^{i\theta_3} - ce^{i\theta_4} - de^{i\theta_1} = 0$$

$$i\omega_2 ae^{i\theta_2} - \dot{b}e^{i\theta_3} - i\omega_3 be^{i\theta_3} - i\omega_4 ce^{i\theta_4} = 0$$

b varia con el tiempo

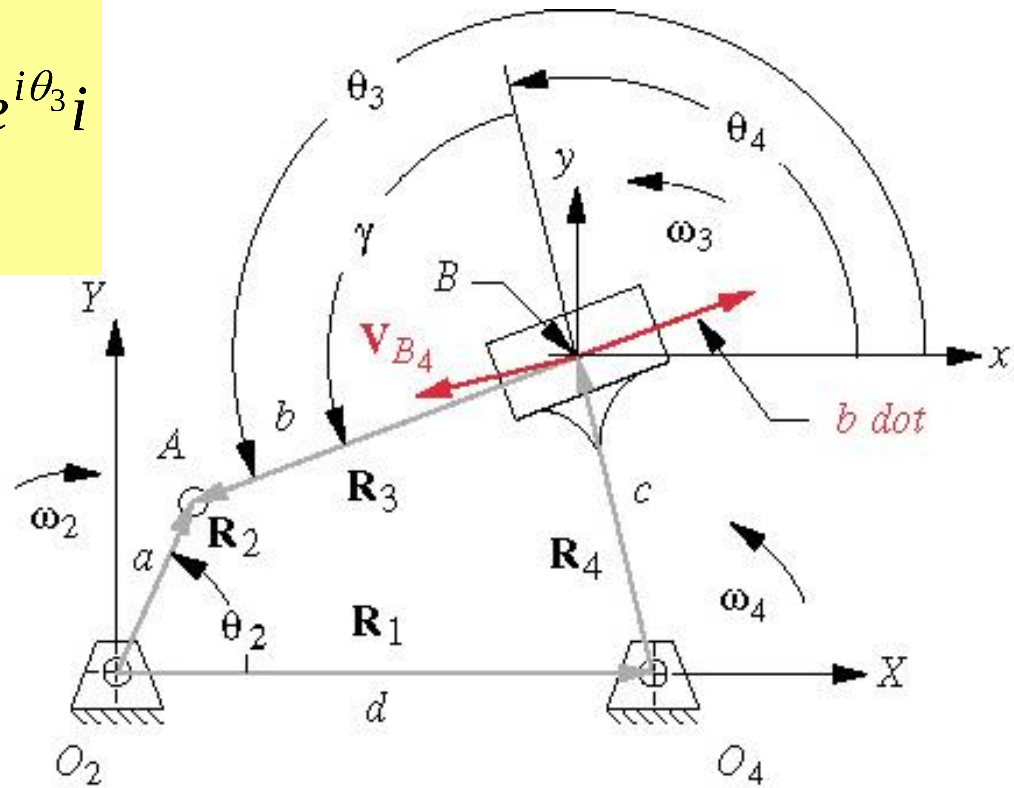
$$-\omega_2{}^2 ae^{i\theta_2} + \alpha_2 ae^{i\theta_2} i$$
$$-\ddot{b}e^{i\theta_3} - 2\omega\dot{b}e^{i\theta_3} i + \omega_3{}^2 be^{i\theta_3} - \alpha_3 be^{i\theta_3} i$$
$$+\omega_4{}^2 ce^{i\theta_4} - \alpha_4 ce^{i\theta_4} i = 0$$

- Recordando que

$$\theta_3 = \theta_4 + \gamma$$

- asi $\omega_3 = \omega_4$

$$\alpha_3 = \alpha_4$$



Manivela-Corredera Invertido

$$-\omega_2{}^2 a e^{i\theta_2} + \alpha_2 a e^{i\theta_2} i - \ddot{b} e^{i\theta_3} - 2\omega\dot{b} e^{i\theta_3} i + \omega_3{}^2 b e^{i\theta_3} - \alpha_3 b e^{i\theta_3} i + \omega_4{}^2 c e^{i\theta_4} - \alpha_4 c e^{i\theta_4} i = 0$$

- Agrupar conocidos e incógnitas, $\alpha_3=\alpha_4$

$$\ddot{b} e^{i\theta_3} + i\alpha_3\left(b e^{i\theta_3} + c e^{i\theta_4}\right) = -\omega_2{}^2 a e^{i\theta_2} + \alpha_2 a e^{i\theta_2} i - 2\omega\dot{b} e^{i\theta_3} i + \omega_3{}^2 b e^{i\theta_3} + \omega_4{}^2 c e^{i\theta_4}$$

$$= Z$$

- Tomar el conjugado

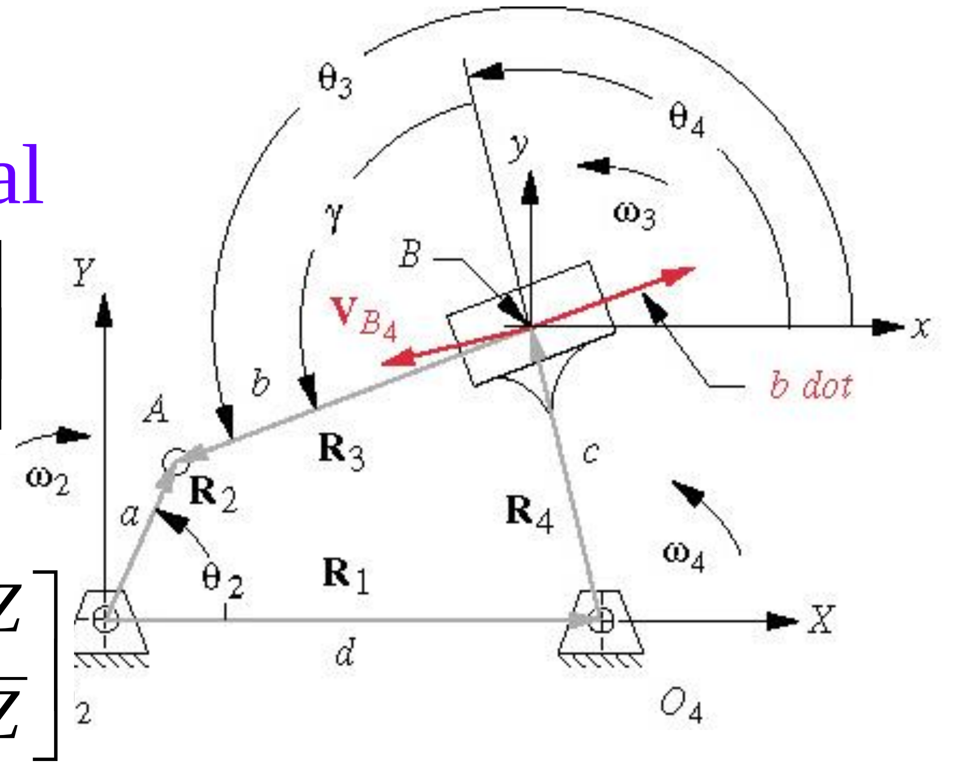
$$\ddot{b} e^{-i\theta_3} - i\alpha_3\left(b e^{-i\theta_3} + c e^{-i\theta_4}\right) = \bar{Z}$$

- Colocar en forma matricial

$$\begin{bmatrix} e^{i\theta_3} & b e^{i\theta_3} + c e^{i\theta_4} \\ e^{-i\theta_3} & b e^{-i\theta_3} + c e^{-i\theta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{b} \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \\ \bar{Z} \end{bmatrix}$$

- Resolver

$$\begin{bmatrix} \ddot{b} \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i\theta_3} & b e^{i\theta_3} + c e^{i\theta_4} \\ e^{-i\theta_3} & b e^{-i\theta_3} + c e^{-i\theta_4} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z \\ \bar{Z} \end{bmatrix}$$



Aceleración de cualquier punto en el mecanismo

- **Escriba el vector de R_P**

$$R_p = ae^{i\theta_2} + pe^{i(\theta_3+\delta_3)}$$

- Derive dos veces

$$V_p = i\omega_2 ae^{i\theta_2} + i\omega_3 pe^{i(\theta_3+\delta_3)}$$
$$A_p = -\omega_2{}^2 ae^{i\theta_2} + i\alpha ae^{i\theta_2} + ia_3 pe^{i(\theta_3+\delta_3)} - \omega_3{}^2 pe^{i(\theta_3+\delta_3)}$$

- Similarmente

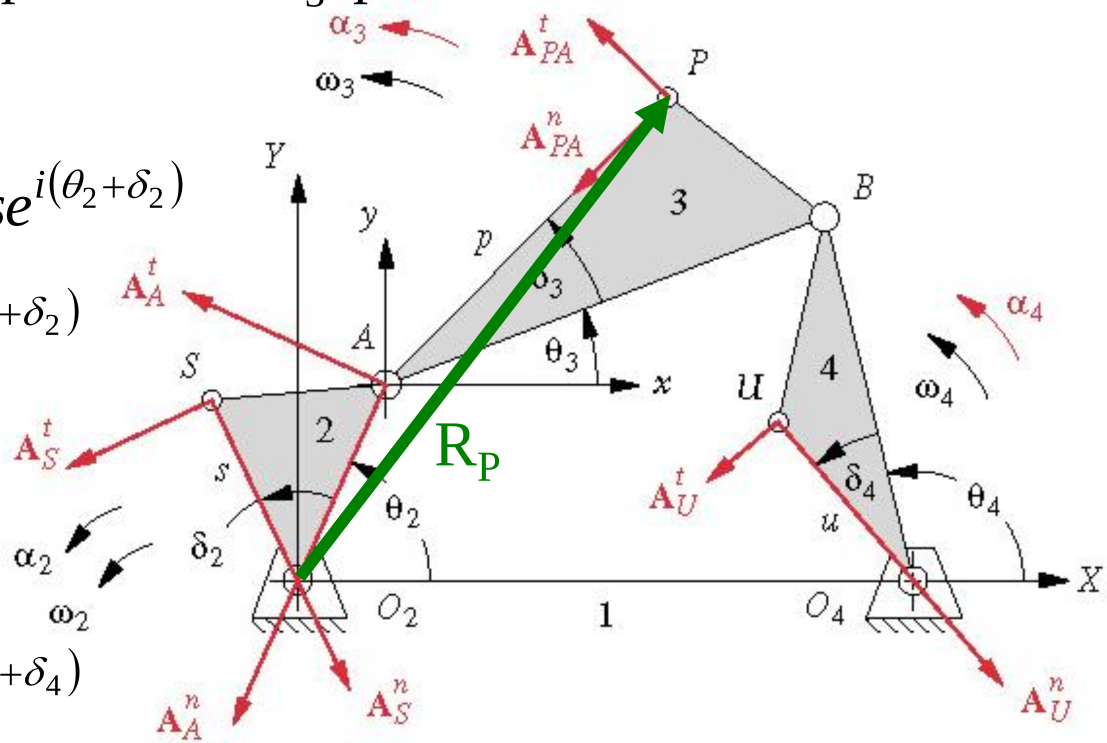
$$R_S = se^{i(\theta_2+\delta_2)} \qquad V_S = i\omega_2 se^{i(\theta_2+\delta_2)}$$

$$A_S = i\alpha_2 se^{i(\theta_2+\delta_2)} - \omega_2{}^2 se^{i(\theta_2+\delta_2)}$$

$$R_U = ue^{i(\theta_4+\delta_4)}$$

$$V_U = i\omega_4 ue^{i(\theta_4+\delta_4)}$$

$$A_U = i\alpha_4 ue^{i(\theta_4+\delta_4)} - \omega_4{}^2 ue^{i(\theta_4+\delta_4)}$$



Aceleración de cualquier punto en el mecanismo

$$\mathbf{R}_{SO_2} = \mathbf{R}_S = se^{j(\theta_2+\delta_2)} = s\left[\cos(\theta_2+\delta_2) + j\,\mathrm{sen}(\theta_2+\delta_2)\right] \tag{4.25}$$

En la sección 6.9 (p. 277) se diferencia este vector de posición para hallar la velocidad de ese punto. La ecuación se repite aquí por conveniencia.

$$\mathbf{V}_S = jse^{j(\theta_2+\delta_2)}\omega_2 = s\omega_2\left[-\mathrm{sen}(\theta_2+\delta_2) + j\cos(\theta_2+\delta_2)\right] \tag{6.34}$$

Se puede diferenciar otra vez con respecto al tiempo para encontrar la aceleración del punto S.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_S &= s\alpha_2\, je^{j(\theta_2+\delta_2)} - s\omega_2^2\, e^{j(\theta_2+\delta_2)} \\ &= s\alpha_2\left[-\mathrm{sen}(\theta_2+\delta_2) + j\cos(\theta_2+\delta_2)\right] \\ &\quad - s\omega_2^2\left[\cos(\theta_2+\delta_2) + j\,\mathrm{sen}(\theta_2+\delta_2)\right]\end{aligned} \tag{7.30}$$

Aceleración de cualquier punto en el mecanismo

La posición del punto U en el eslabón 4 se encuentra de la misma manera, con el ángulo δ_4, el cual es una inflexión angular constante dentro en el eslabón. La expresión es:

$$\mathbf{R}_{UO_4} = ue^{j(\theta_4+\delta_4)} = u\left[\cos(\theta_4+\delta_4) + j\,\mathrm{sen}(\theta_4+\delta_4)\right] \tag{4.26}$$

En la sección 6.9 (p. 277) se diferencia este vector de posición para encontrar la velocidad de ese punto. La ecuación se repite aquí por conveniencia.

$$\mathbf{V}_U = jue^{j(\theta_4+\delta_4)}\omega_4 = u\omega_4\left[-\mathrm{sen}(\theta_4+\delta_4) + j\cos(\theta_4+\delta_4)\right] \tag{6.35}$$

Es posible diferenciar otra vez con respecto al tiempo para hallar la aceleración del punto U.

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_U &= u\alpha_4\, je^{j(\theta_4+\delta_4)} - u\omega_4^2\, e^{j(\theta_4+\delta_4)} \\ &= u\alpha_4\left[-\mathrm{sen}(\theta_4+\delta_4) + j\cos(\theta_4+\delta_4)\right] \\ &\quad - u\omega_4^2\left[\cos(\theta_4+\delta_4) + j\,\mathrm{sen}(\theta_4+\delta_4)\right]\end{aligned} \tag{7.31}$$

Aceleración de cualquier punto en el mecanismo

$$\mathbf{R}_{PA} = pe^{j(\theta_3+\delta_3)} = p\left[\cos(\theta_3+\delta_3)+j\,\text{sen}(\theta_3+\right. \tag{4.27a}$$

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_A + \mathbf{R}_{PA} \tag{4.27b}$$

$$\mathbf{V}_{PA} = jpe^{j(\theta_3+\delta_3)}\omega_3 = p\omega_3\left[-\text{sen}(\theta_3+\delta_3)+j\cos(\theta_3+\delta_3)\right] \tag{6.36a}$$

$$\mathbf{V}_P = \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_{PA} \tag{6.36b}$$

Es posible diferenciar la ecuación 6.36 otra vez para hallar $\mathbf{A}_{PA}$, la aceleración del punto P con respecto a A. Este vector se suma entonces al vector $\mathbf{A}_A$ ya encontrado para definir la aceleración absoluta $\mathbf{A}_P$ del punto P.

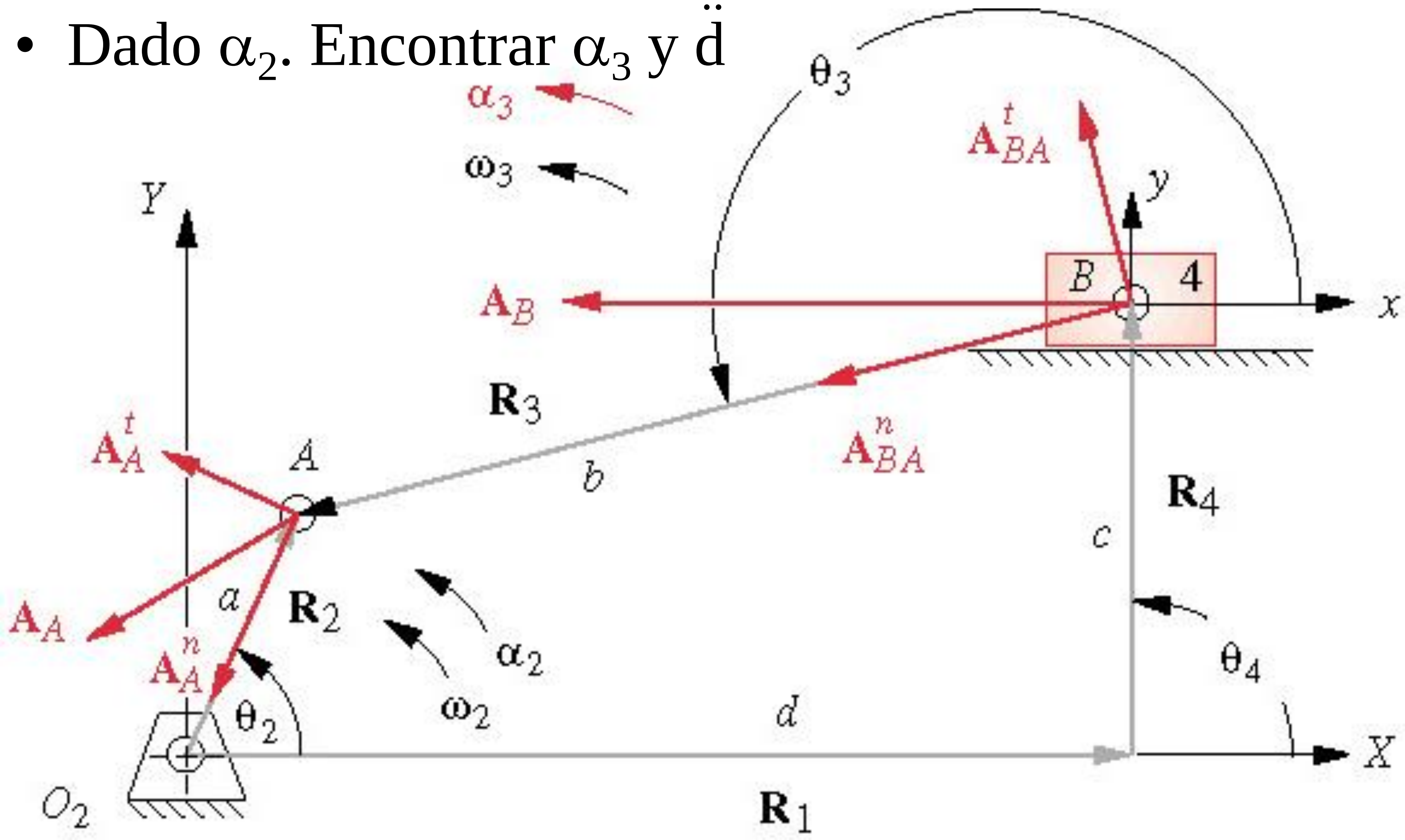
$$\mathbf{A}_P = \mathbf{A}_A + \mathbf{A}_{PA} \tag{7.32a}$$

donde:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_{PA} &= p\alpha_3\, je^{j(\theta_3+\delta_3)} - p\omega_3^2\, e^{j(\theta_3+\delta_3)}\\ &= p\alpha_3\left[-\text{sen}(\theta_3+\delta_3)+j\cos(\theta_3+\delta_3)\right]\\ &\quad - p\omega_3^2\left[\cos(\theta_3+\delta_3)+j\,\text{sen}(\theta_3+\delta_3)\right]\end{aligned} \tag{7.32b}$$

Manivela-Corredera Invertido

- Dado α_2. Encontrar α_3 y $\ddot{d}$



Algunos niveles apropiados de aceleración, en g

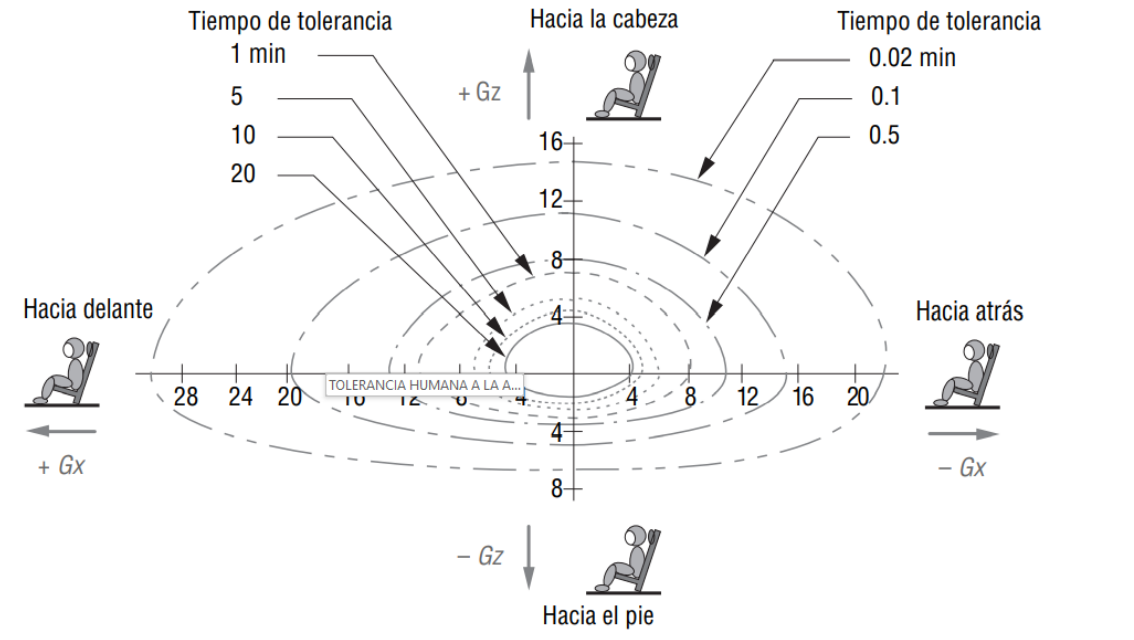
- A 'g' es la aceleración de la gravedad $=9.81 m/s^2$
- Valores comunes de aceleración:

TABLA 7-1 Valores comunes de aceleración encontrados en actividades humanas

Aceleración suave en un automóvil	$+0.1\,g$
Despegue en un avión de reacción comercial	$+0.3\,g$
Aceleración fuerte en un automóvil	$+0.5\,g$
Parada de pánico en un automóvil	$-0.7\,g$
Curvas a alta velocidad en un carro deportivo (p. ej. BMW, Porsche, Ferrari)	$+0.9\,g$
Auto de carreras fórmula 1	$+0.2\,g$, $-4.0\,g$
Montañas rusas (varias)	±3.5 a $\pm6.5\,g$*
Despegue de transbordador espacial de la NASA	$+4.0\,g$
Dragster con paracaídas de frenaje (> 300 mph en 1/4 milla)	$\pm4.5\,g$
Avión de combate militar (p. ej., F-15, F-16, F-22, nota: el piloto usa un traje G)	$\pm9.0\,g$

TOLERANCIA HUMANA A LA ACELERACIÓN

- Los humanos están limitados en el nivel de aceleración que pueden tolerar.
- Las máquinas están limitadas por las tensiones en las piezas, p. Ej. Pistón de automóvil 40 g en ralentí, 700 g en autopista 2000 g pico



Niveles promedio de aceleración lineal en diferentes direcciones que pueden tolerarse de manera voluntaria durante periodos específicos. Cada curva muestra la carga *G* promedio que puede ser tolerada durante el tiempo indicado. Los puntos de datos obtenidos en realidad estaban en los ejes; las líneas como tales se extrapolaron con los puntos de datos para formar figuras concéntricas.

(Adaptado de la referencia [1], figura 17-17, p. 505, reimpresa con permiso)

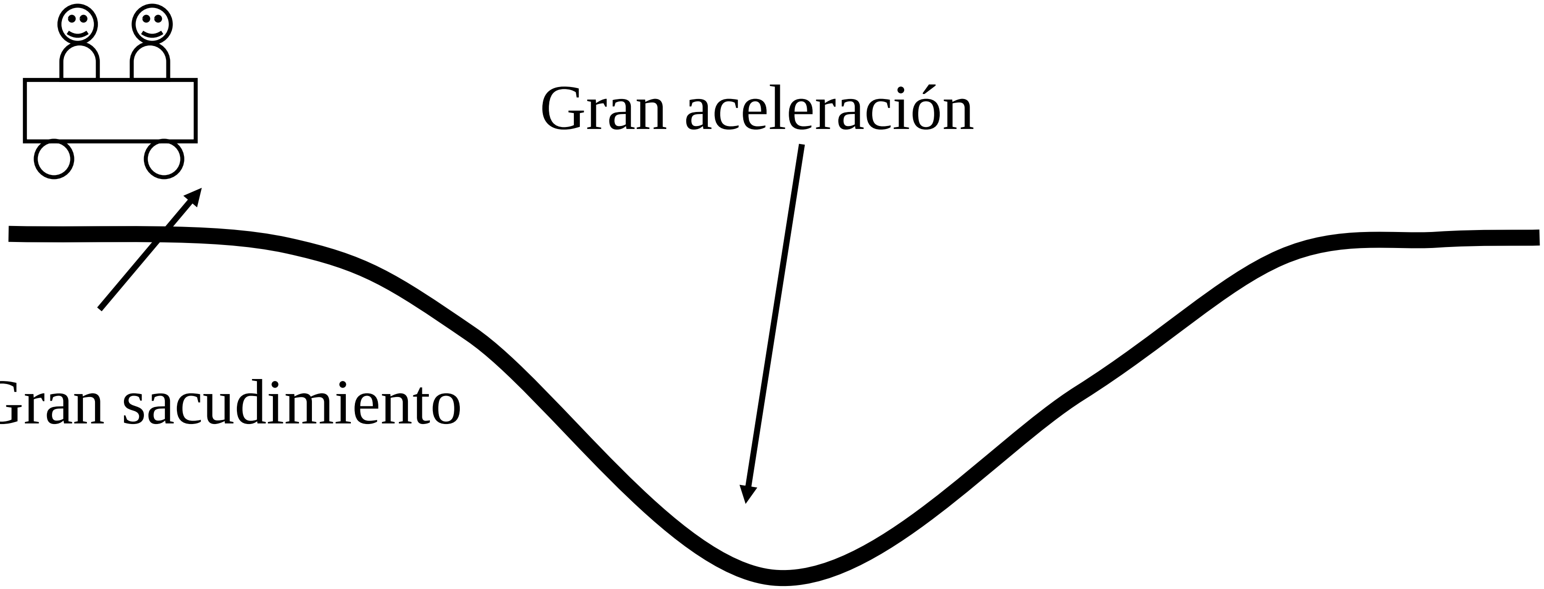
SACUDIMIENTO

- Sacudimiento es con respecto al tiempo de la aceleración

  Sacudimiento lineal $\vec{J} = \dddot{\vec{R}} = \ddot{\vec{V}} = \dot{\vec{A}}$

  Sacudimiento angular $\varphi = \dddot{\theta} = \ddot{\omega} = \dot{\alpha}$

- El alto valor de la sacudida hace que el estómago se ponga raro en una montaña rusa o en un ascensor que comienza a descender



Análisis de Sacudimiento (4bar)

- Recordando que

$$ae^{i\theta_2} + be^{i\theta_3} - ce^{i\theta_4} - de^{i\theta_1} = 0$$

$$i\omega_2 ae^{i\theta_2} + i\omega_3 be^{i\theta_3} - i\omega_4 ce^{i\theta_4} = 0$$

$$-\omega_2{}^2 ae^{i\theta_2} + i\alpha_2 ae^{i\theta_2} - \omega_3{}^2 be^{i\theta_3} + i\alpha_3 be^{i\theta_3} + \omega_4{}^2 ce^{i\theta_4} - i\alpha_4 ce^{i\theta_4} = 0$$

- Tomando otra derivada

$$i\varphi_2 ae^{i\theta_2} - 3\alpha_2\omega_2 ae^{i\theta_2} - i\omega_2{}^3 ae^{i\theta_2}$$

$$+ i\varphi_3 be^{i\theta_3} - 3i\alpha_3\omega_3 be^{i\theta_3} - i\omega_3{}^3 be^{i\theta_3}$$

$$- i\varphi_4 ce^{i\theta_4} + 3i\alpha_4\omega_4 ce^{i\theta_4} + \omega_4{}^2 ce^{i\theta_4} = 0$$