Capítulo 6
ANÁLISIS DE VELOCIDAD

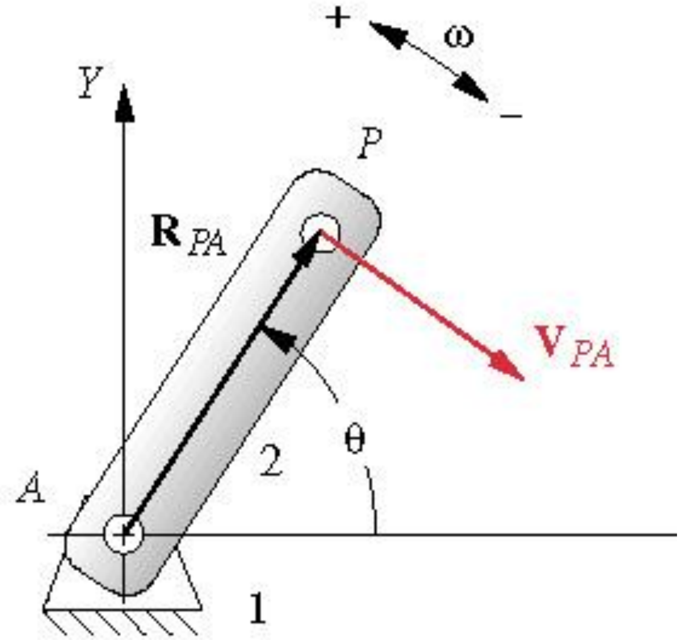
All figures taken from *Design of Machinery*, 3rd ed. Robert Norton 2003

ANÁLISIS DE VELOCIDAD

Definiciones

Velocidad Lineal $$\vec{V} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \dot{\vec{R}}$$

Velocidad Angular $$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$



Eslabon en rotación pura

Velocidad de un punto

$$\vec{R}_{PA} = pe^{i\theta}$$

$$\vec{V}_{PA} = \vec{V}_P = \dot{\vec{R}}_{PA}$$

$$= pe^{i\theta}\left(i\dot{\theta}\right) = pe^{i\theta}\left(i\omega\right)$$

Multiplicando por *i* rota un vector de 90°

Velocidad es perpendicular al radio de rotación y tangente a la trayectoria de movimiento

ANÁLISIS DE VELOCIDAD

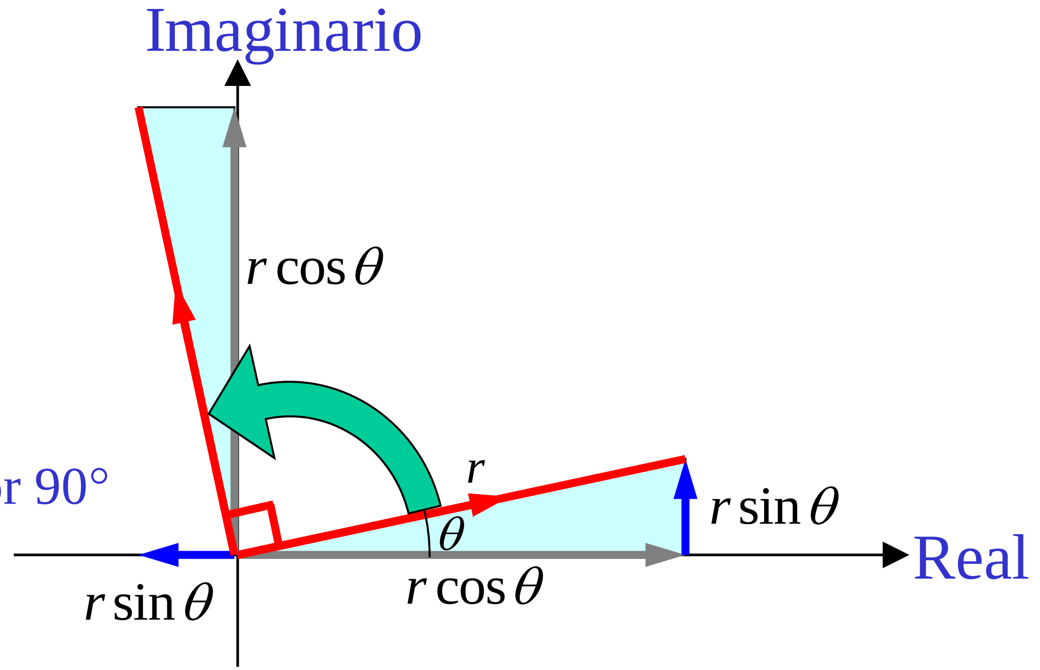
Vector *r* puede ser escrito como:

$$re^{i\theta} = r\left[\cos\theta + i\sin\theta\right]$$

Multiplicando por *i* se obtiene:

$$ire^{i\theta} = r\left[-\sin\theta + i\cos\theta\right]$$

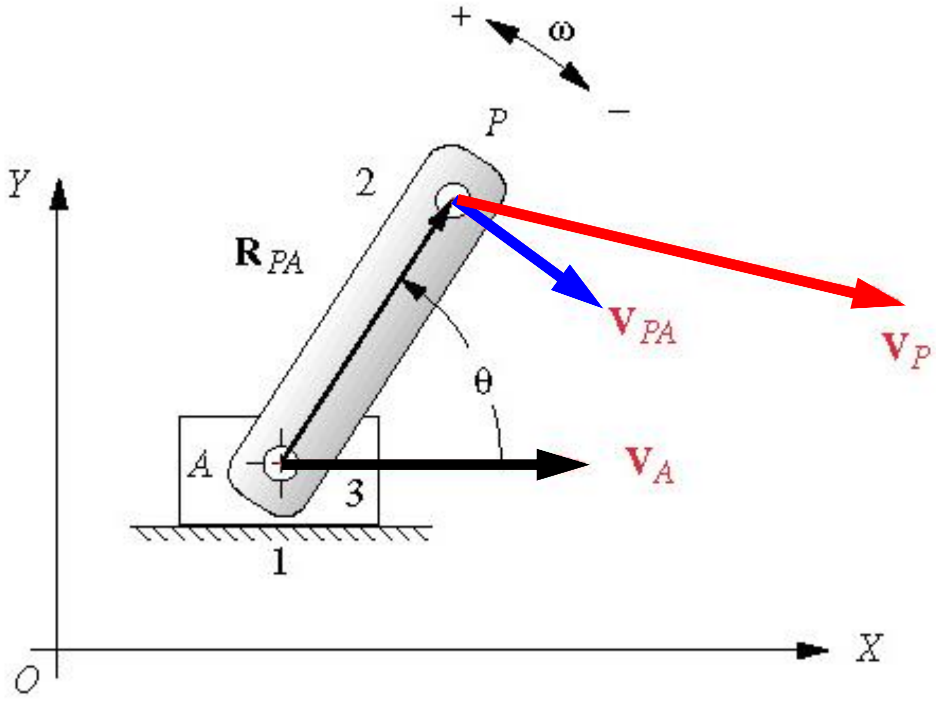
Multiplicando por *i* rotata un vector 90°



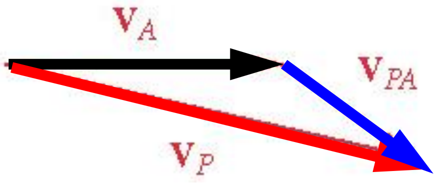
ANÁLISIS DE VELOCIDAD

Si se mueve el punto A

$$\vec{V}_P = \vec{V}_A + \vec{V}_{PA}$$
$$= \vec{V}_A + pe^{i\theta}(i\omega)$$

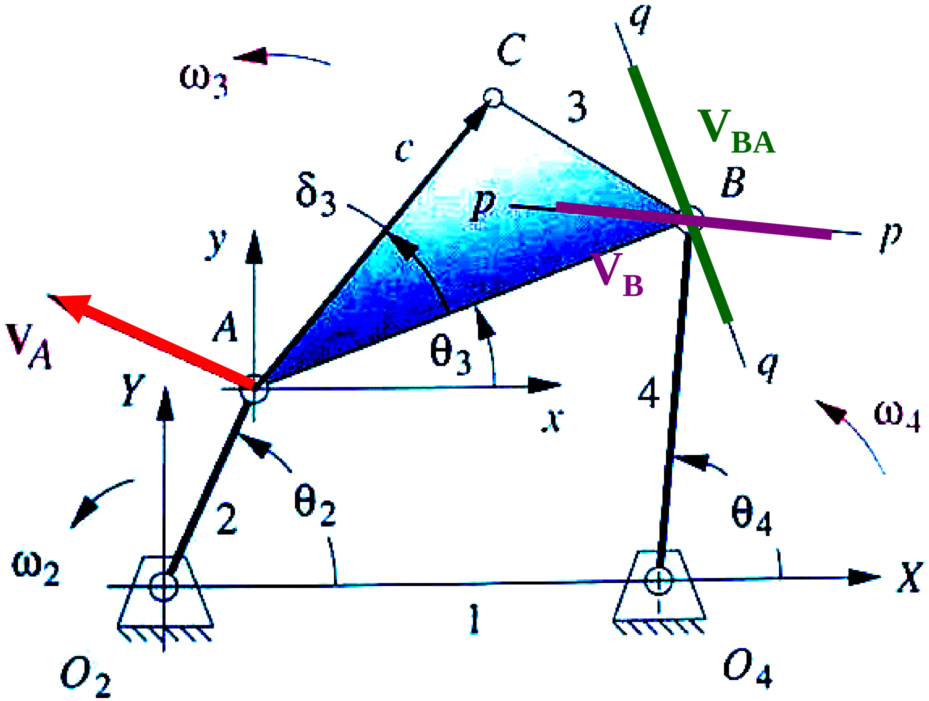


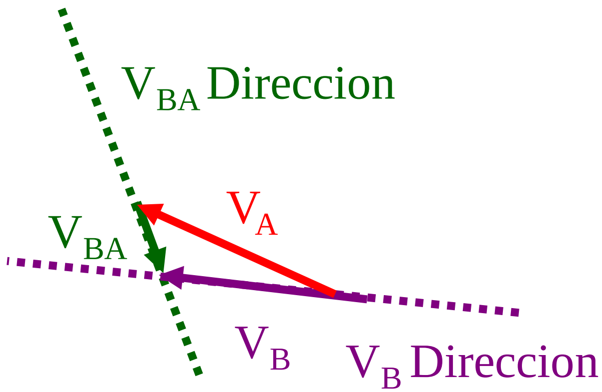
Solución Gráfica:



ANÁLISIS GRAFICA DE VELOCIDAD(ω_3 & ω_4)

- Dado el eslabonamiento & ω_2. Encontrar ω_3 y ω_4
- Se conoce **V_A** y la direccion de **V_B** y **V_{BA}** (perpendicular a AB)
- Dibujar el vector triangular. V=ωr.



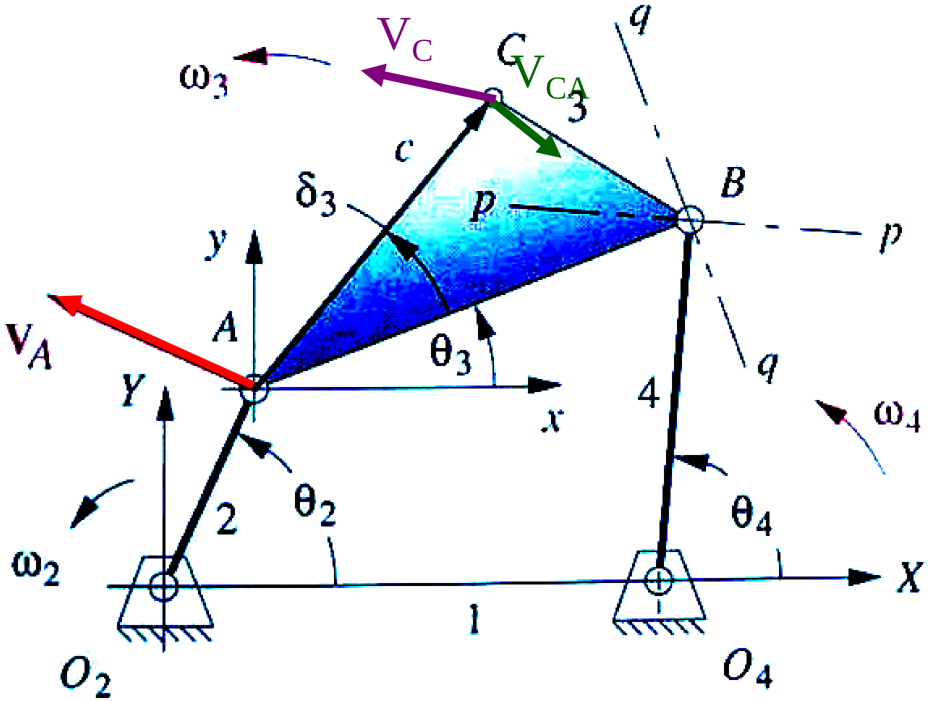


$$V_{BA} = \omega_3 \left(AB \right)$$

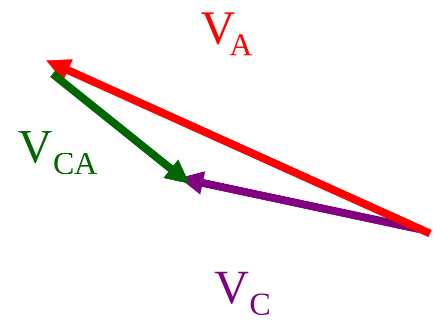
$$V_B = \omega_4 \left(O_4 B \right)$$

ANÁLISIS GRAFICA DE VELOCIDAD (V_C)

- Luego de encontrar ω_3 y ω_4, encontrar V_C
- $V_C = V_A + V_{CA}$
- Recordar que ω_3 estaba en la direccion opuesta como ω_2

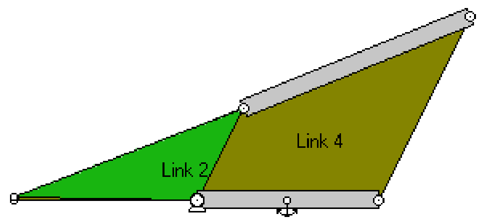


Doble escala



Centro Instantáneo

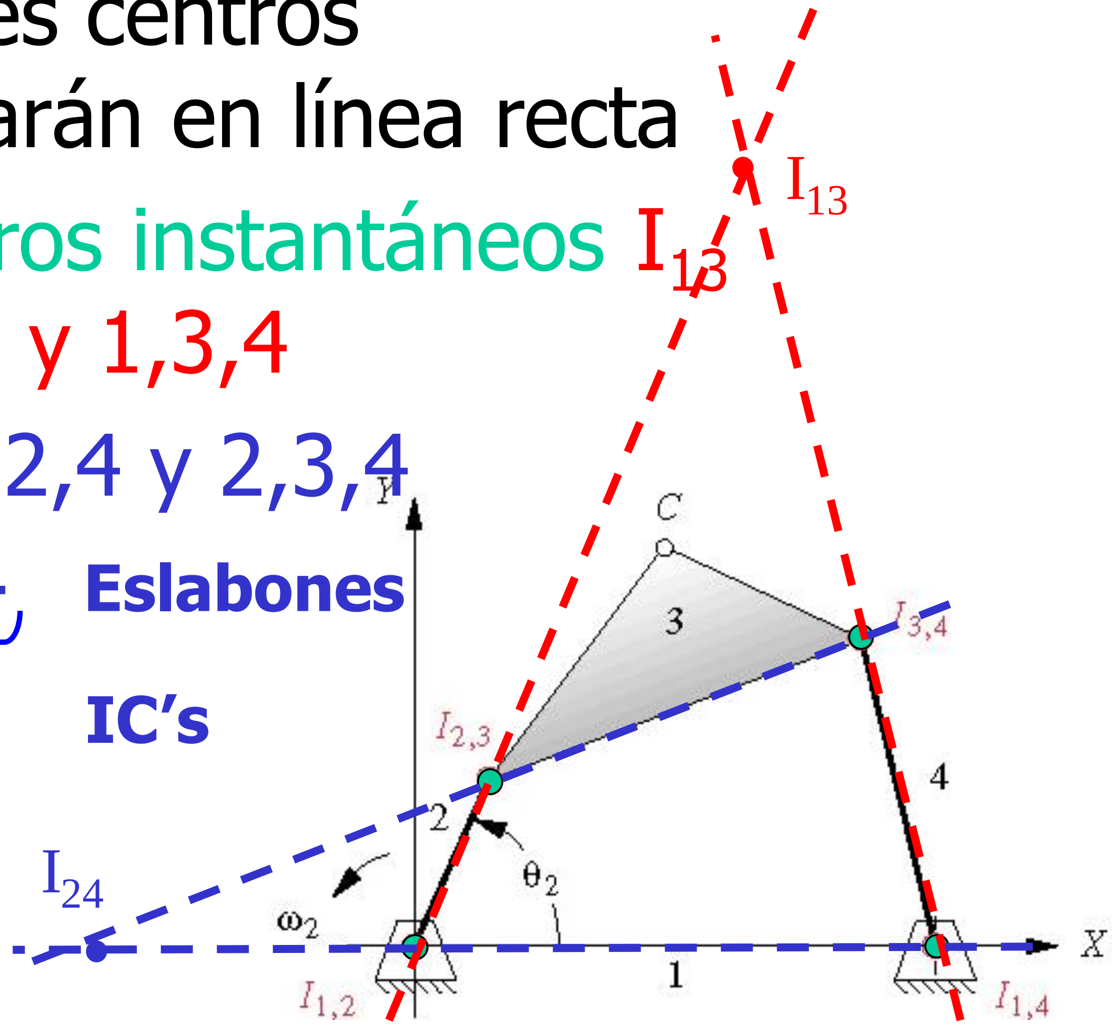
- Un punto común a dos cuerpos en movimiento plano, que tiene la misma velocidad instantánea en cada cuerpo.
- Encontramos el centro instantáneo entre los enlaces 1 y 3 (punto en el enlace 3 sin velocidad)
- Ahora también tenemos un centro instantáneo entre los enlaces 2 y 4



Centros Instantáneos

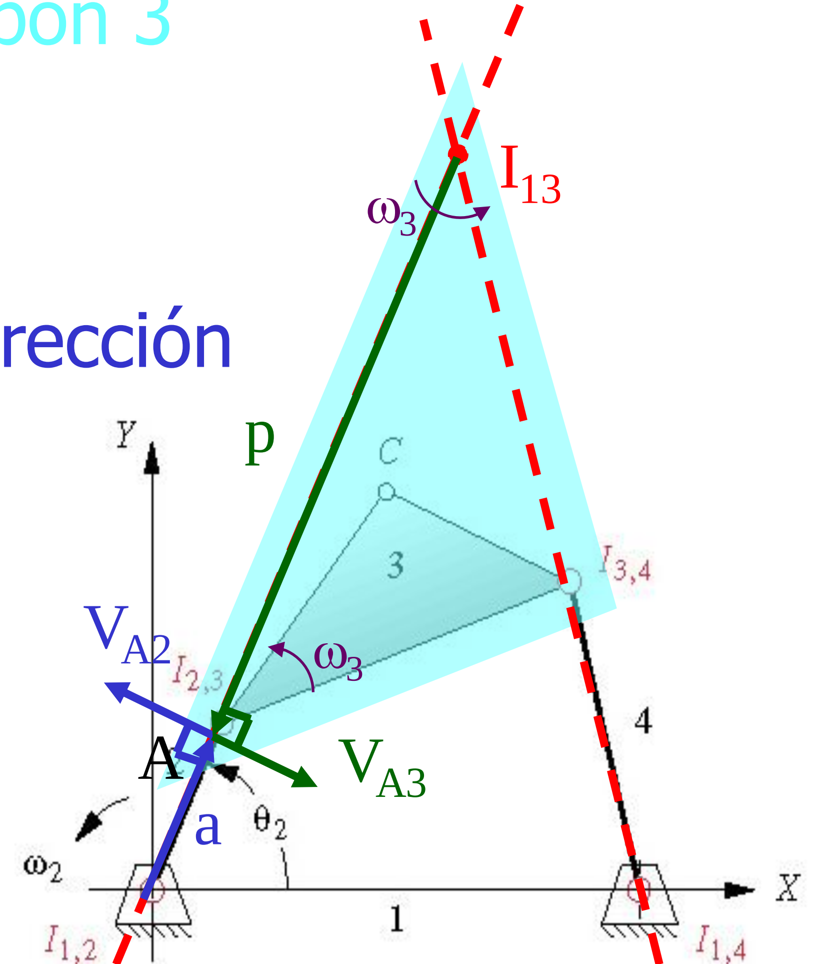
- Regla de Kennedy: cualesquiera tres enlaces tendrán tres centros instantáneos y estarán en línea recta
- Los pines son centros instantáneos I_{13} de eslabones 1,2,3 y 1,3,4
- I_{24} de eslabones 1,2,4 y 2,3,4

1 2 3	**1 3 4**	**1 2 4**	**2 3 4**	**Eslabones**
I_{12}	$\mathbf{I_{13}}$	I_{12}	I_{23}	**IC's**
I_{23}	I_{34}	$\mathbf{I_{24}}$	I_{34}	
$\mathbf{I_{13}}$	I_{14}	I_{14}	$\mathbf{I_{24}}$	



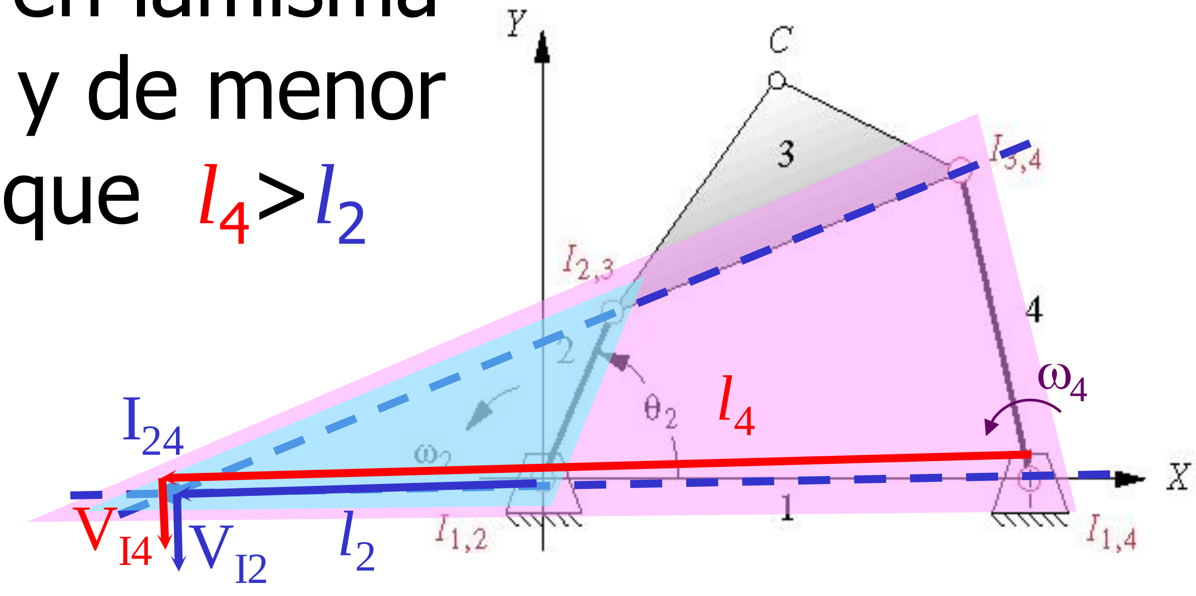
Centros Instantáneos

- I_{13} tiene velocidad cero ya que el eslabón 1 está conectado a tierra
- ω_3 es lamisma en todo el eslabón 3
- Velocidad relativa al suelo r
- $V_{A2}=a\omega_2=V_{A3}=p\omega_3$
- De esto, ω_3 debe estar en la dirección opuesta como ω_2, y de menor magnitud desde p>a

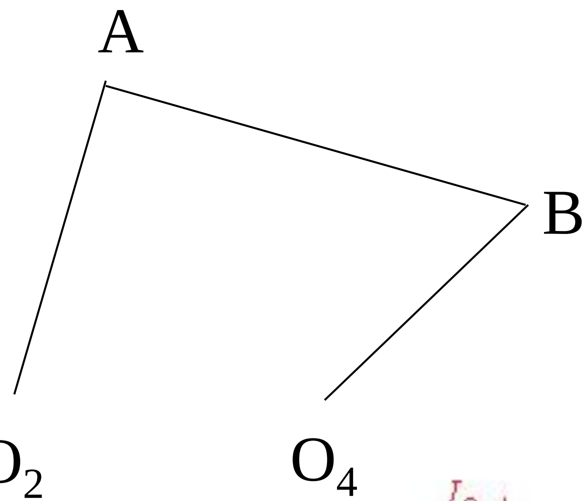


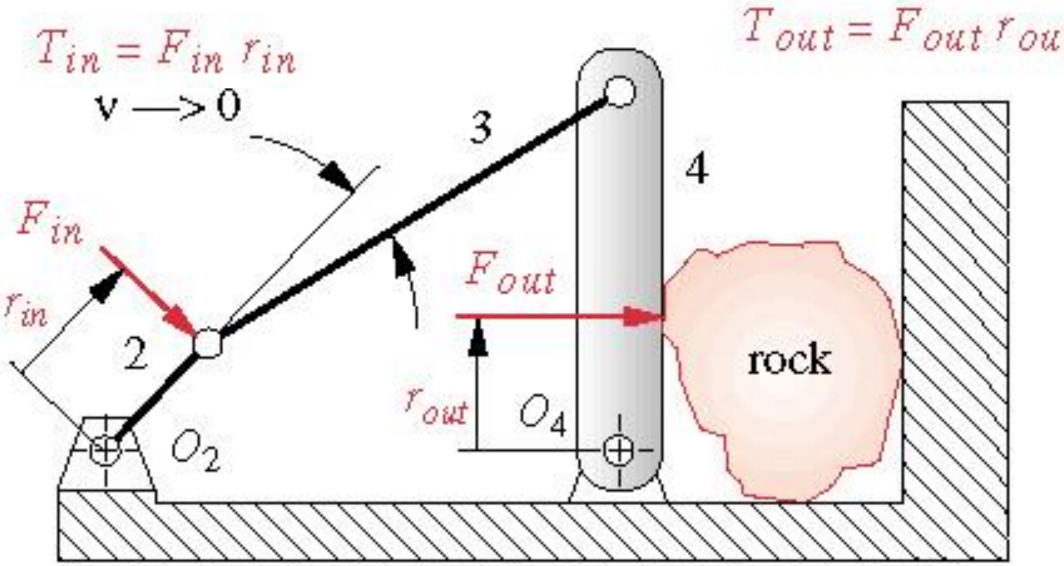
Centros Instantáneos

- I_{24} tiene la misma velocidad en el eslabón 2 y en el eslabón 4
- $V_{I2}=l_2w_2=V_{I4}=l_4w_4$
- De esto, w_4 esta en lamisma direccion que w_2 y de menor magnitud desde que $l_4>l_2$

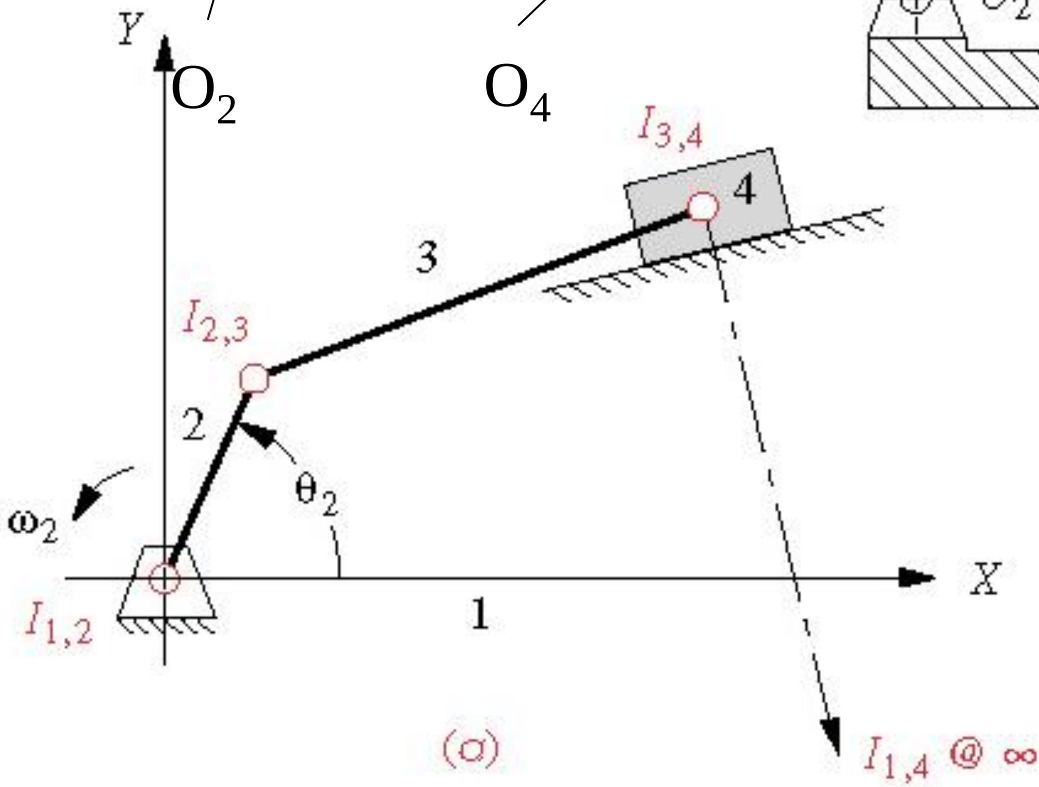


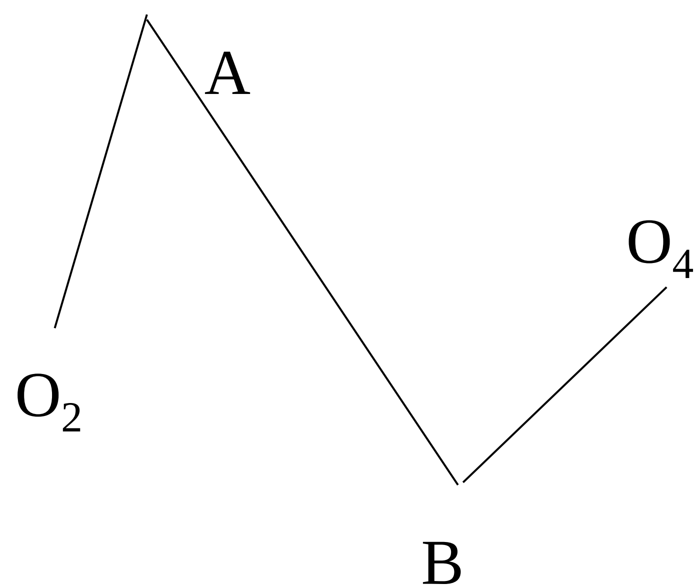
Practica de Problemas de Centros Instantáneos





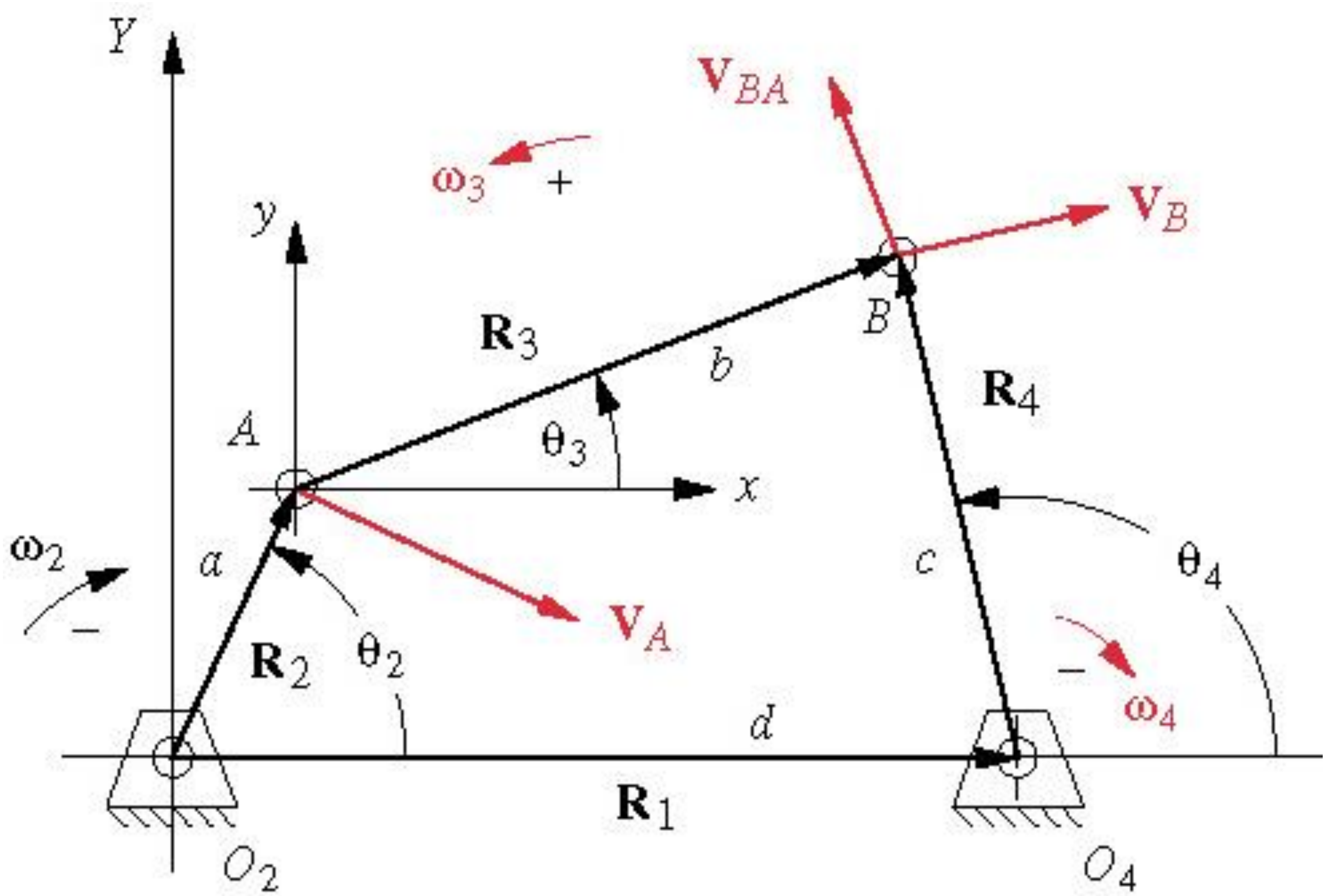
$$\text{Power} = T_{in}\omega_{in} = T_{out}\omega_{out}$$





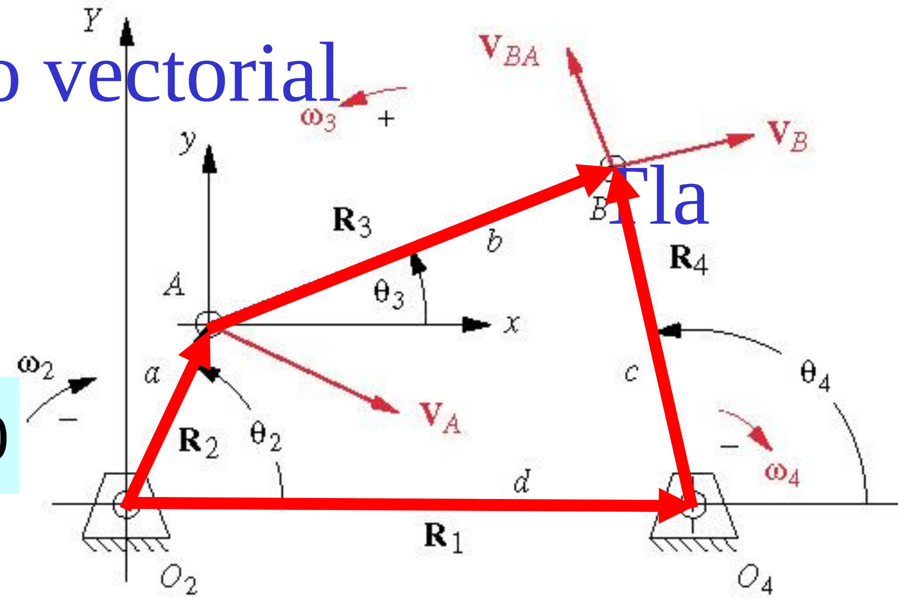
Análisis de velocidad de mecanismo de 4 barras

Dada ω_2. Encontrar ω_3 y ω_4



Análisis de velocidad de mecanismo de 4 barras

- Escriba la ecuación del lazo vectorial
- $ae^{i\theta_2}+be^{i\theta_3}-ce^{i\theta_4}-de^{i\theta_1}=0$ la derivadar



$$ae^{i\theta_2}\left(i\dot{\theta}_2\right)+be^{i\theta_3}\left(i\dot{\theta}_3\right)-ce^{i\theta_4}\left(i\dot{\theta}_4\right)=0$$

o

$$\boxed{i\omega_2 ae^{i\theta_2}+i\omega_3 be^{i\theta_3}-i\omega_4 ce^{i\theta_4}=0}$$

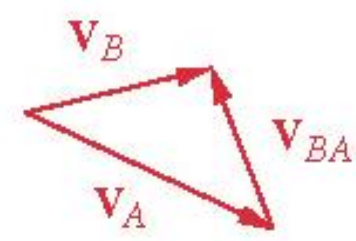
donde

$$\vec{V}_A=i\omega_2 ae^{i\theta_2}$$

$$\vec{V}_{BA}=i\omega_3 be^{i\theta_3}$$

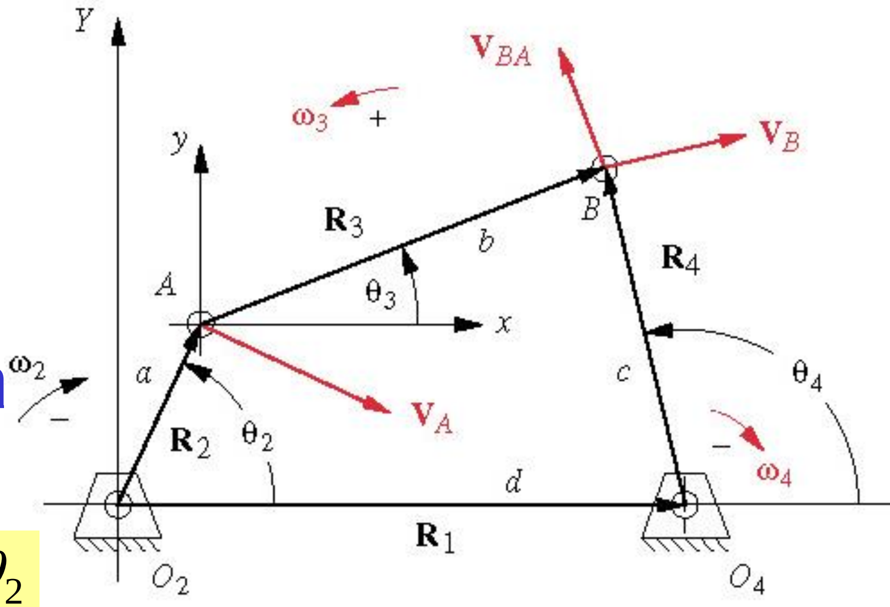
$$\vec{V}_B=i\omega_4 ce^{i\theta_4}$$

$$\vec{V}_A+\vec{V}_{BA}-\vec{V}_B=0$$



Análisis de velocidad de mecanismo de 4 barras

$$\boxed{i\omega_2 a e^{i\theta_2} + i\omega_3 b e^{i\theta_3} - i\omega_4 c e^{i\theta_4} = 0}$$



- Conocidas de un lado :

$$\omega_3 b e^{i\theta_3} - \omega_4 c e^{i\theta_4} = -\omega_2 a e^{i\theta_2}$$

- Tome conjugado para obtener la segunda ecuación :

$$\omega_3 b e^{-i\theta_3} - \omega_4 c e^{-i\theta_4} = -\omega_2 a e^{-i\theta_2}$$

- Poner en forma matricial :

$$\begin{bmatrix} b e^{i\theta_3} & -c e^{i\theta_4} \\ b e^{-i\theta_3} & -c e^{-i\theta_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_2 a e^{i\theta_2} \\ -\omega_2 a e^{-i\theta_2} \end{bmatrix}$$

- Invertir la matriz:

$$\begin{bmatrix} \omega_3 \\ \omega_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b e^{i\theta_3} & -c e^{i\theta_4} \\ b e^{-i\theta_3} & -c e^{-i\theta_4} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\omega_2 a e^{i\theta_2} \\ -\omega_2 a e^{-i\theta_2} \end{bmatrix}$$

Análisis de velocidad de mecanismo de 4 barras

Una vez que se resuelven para ω_3 y ω_4, entonces se puede resolver para la velocidad lineal al sustituir la identidad de Euler en las ecuaciones

$$\mathbf{V}_A = ja\omega_2\left(\cos\theta_2 + j\operatorname{sen}\theta_2\right) = a\omega_2\left(-\operatorname{sen}\theta_2 + j\cos\theta_2\right) \quad (6.19a)$$

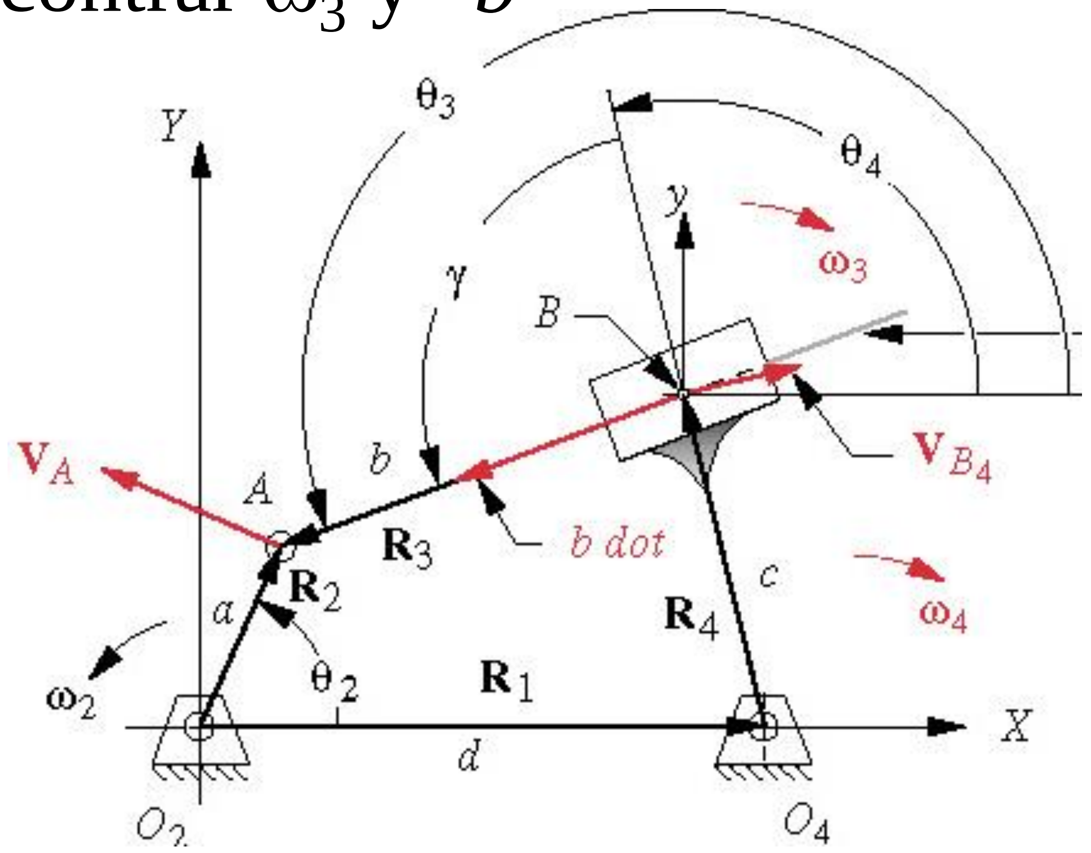
$$\mathbf{V}_{BA} = jb\omega_3\left(\cos\theta_3 + j\operatorname{sen}\theta_3\right) = b\omega_3\left(-\operatorname{sen}\theta_3 + j\cos\theta_3\right) \quad (6.19b)$$

$$\mathbf{V}_B = jc\omega_4\left(\cos\theta_4 + j\operatorname{sen}\theta_4\right) = c\omega_4\left(-\operatorname{sen}\theta_4 + j\cos\theta_4\right) \quad (6.19c)$$

Manivela-Corredera Invertida

Eslabon 3 es el eslabon corredera: longitude efectiva, b, cambia

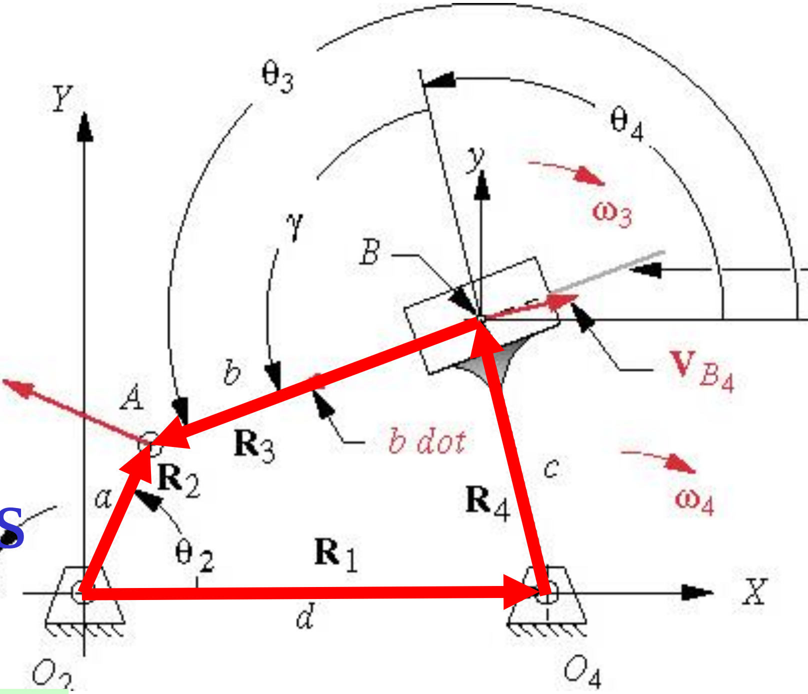
Dadan ω_2. Encontrar ω_3 y $\dot{b}$



Manivela-Corredera Invertida

- Dada ω_2. Encontrar ω_3 y $\dot{b}$
- Esc. la ec. del lazo vectorial:

$$ae^{i\theta_2} - be^{i\theta_3} - ce^{i\theta_4} - de^{i\theta_1} = 0$$



- Después de resolver el análisis de posición, tome la derivada:

$$i\omega_2 ae^{i\theta_2} - \dot{b}e^{i\theta_3} - i\omega_3 be^{i\theta_3} - i\omega_4 ce^{i\theta_4} = 0$$

- Para obtener otra ecuación:

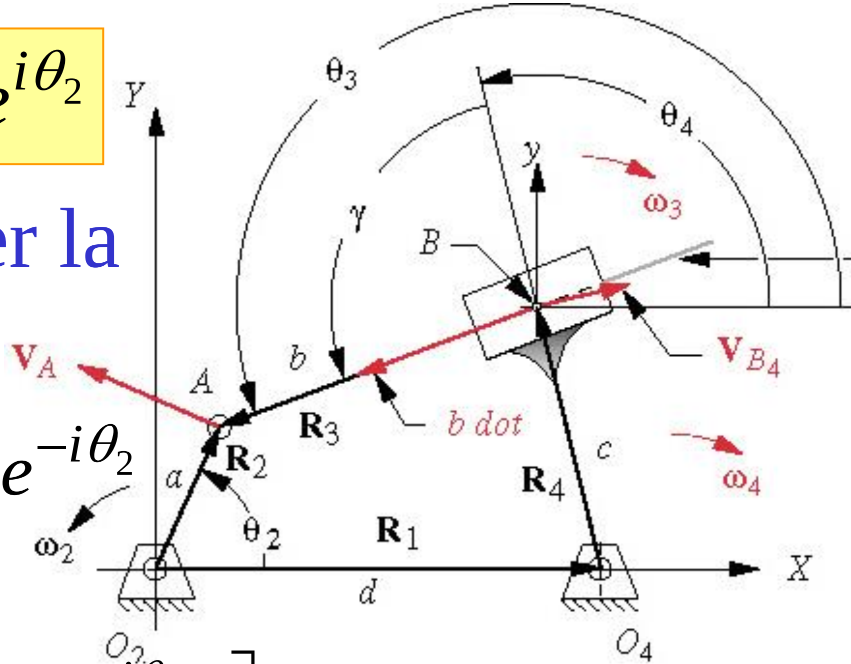
$$\theta_3 = \theta_4 + \gamma \quad \text{o} \quad \omega_3 = \omega_4$$

así

$$\dot{b}e^{i\theta_3} + i\omega_3\left(be^{i\theta_3} + ce^{i\theta_4}\right) = i\omega_2 ae^{i\theta_2}$$

Manivela-Corredera Invertida

$$\boxed{\dot{b}e^{i\theta_3} + i\omega_3\left(be^{i\theta_3} + ce^{i\theta_4}\right) = i\omega_2 a e^{i\theta_2}}$$



- Tome conjugado para obtener la segunda ecuación :

$$\dot{b}e^{-i\theta_3} - i\omega_3\left(be^{-i\theta_3} + ce^{-i\theta_4}\right) = -i\omega_2 a e^{-i\theta_2}$$

- Colocar en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} e^{i\theta_3} & i\left(be^{i\theta_3} + ce^{i\theta_4}\right) \\ e^{-i\theta_3} & -i\left(be^{-i\theta_3} + ce^{-i\theta_4}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{b} \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\omega_2 a e^{i\theta_2} \\ -i\omega_2 a e^{-i\theta_2} \end{bmatrix}$$

Invertir:

$$\begin{bmatrix} \dot{b} \\ \omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i\theta_3} & i\left(be^{i\theta_3} + ce^{i\theta_4}\right) \\ e^{-i\theta_3} & -i\left(be^{-i\theta_3} + ce^{-i\theta_4}\right) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i\omega_2 a e^{i\theta_2} \\ -i\omega_2 a e^{-i\theta_2} \end{bmatrix}$$

Velocidad de cualquier punto del mecanismo

- Escribir el vector para R_P

$$R_p = ae^{i\theta_2} + pe^{i(\theta_3+\delta_3)}$$

- Tomar la derivada

$$V_p = i\omega_2 ae^{i\theta_2} + i\omega_3 pe^{i(\theta_3+\delta_3)}$$

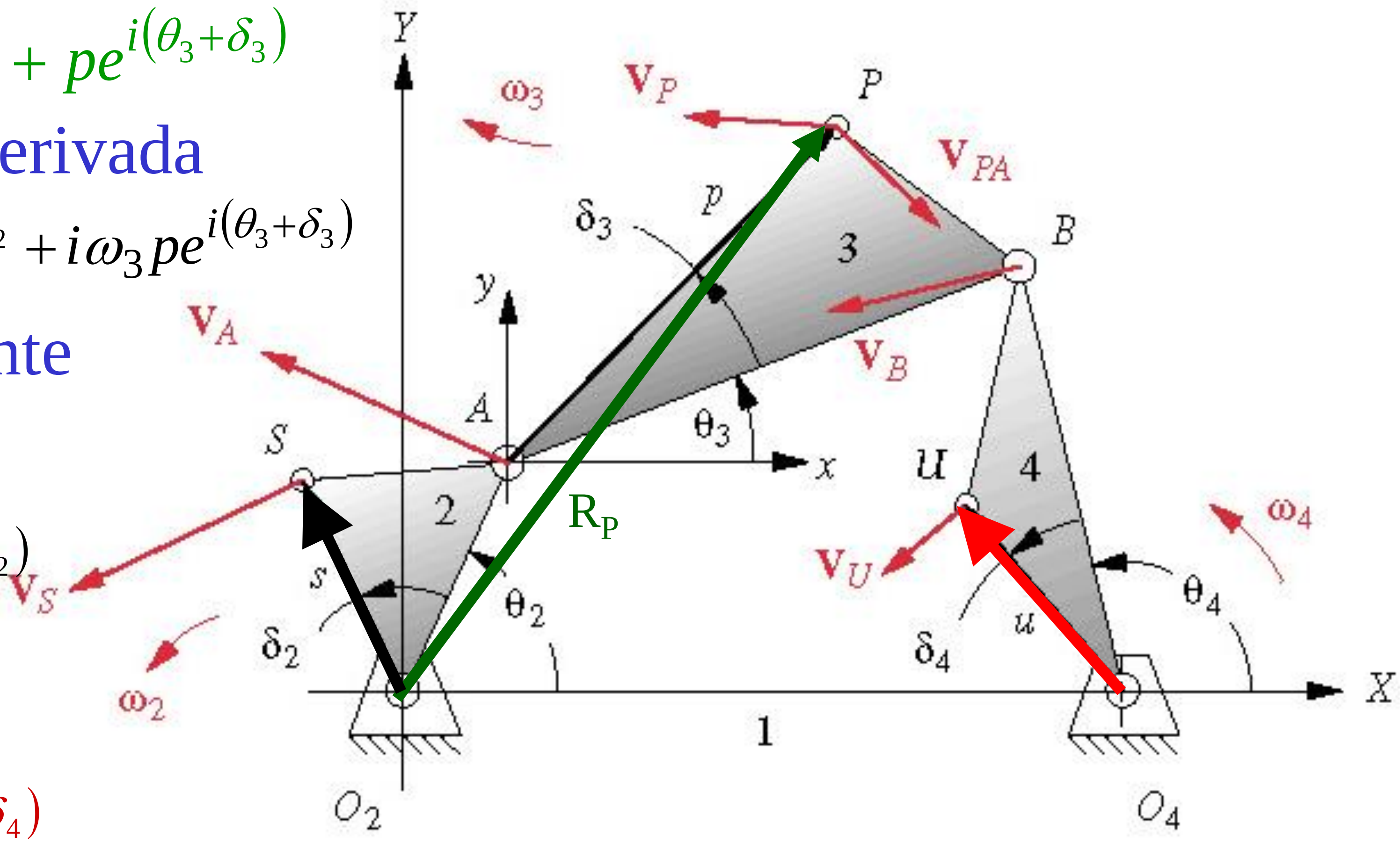
- Similarmente

$$R_S = se^{i(\theta_2+\delta_2)}$$

$$V_S = i\omega_2 se^{i(\theta_2+\delta_2)}$$

$$R_U = ue^{i(\theta_4+\delta_4)}$$

$$V_U = i\omega_4 ue^{i(\theta_4+\delta_4)}$$



Manivela-Corredera Descentrada

Dada ω_2. Encontrar ω_3 y $\dot{d}$