Universidad Tecnológica de Panamá

Facultad de Ingeniería Mecánica

MECANISMOS
I-5051

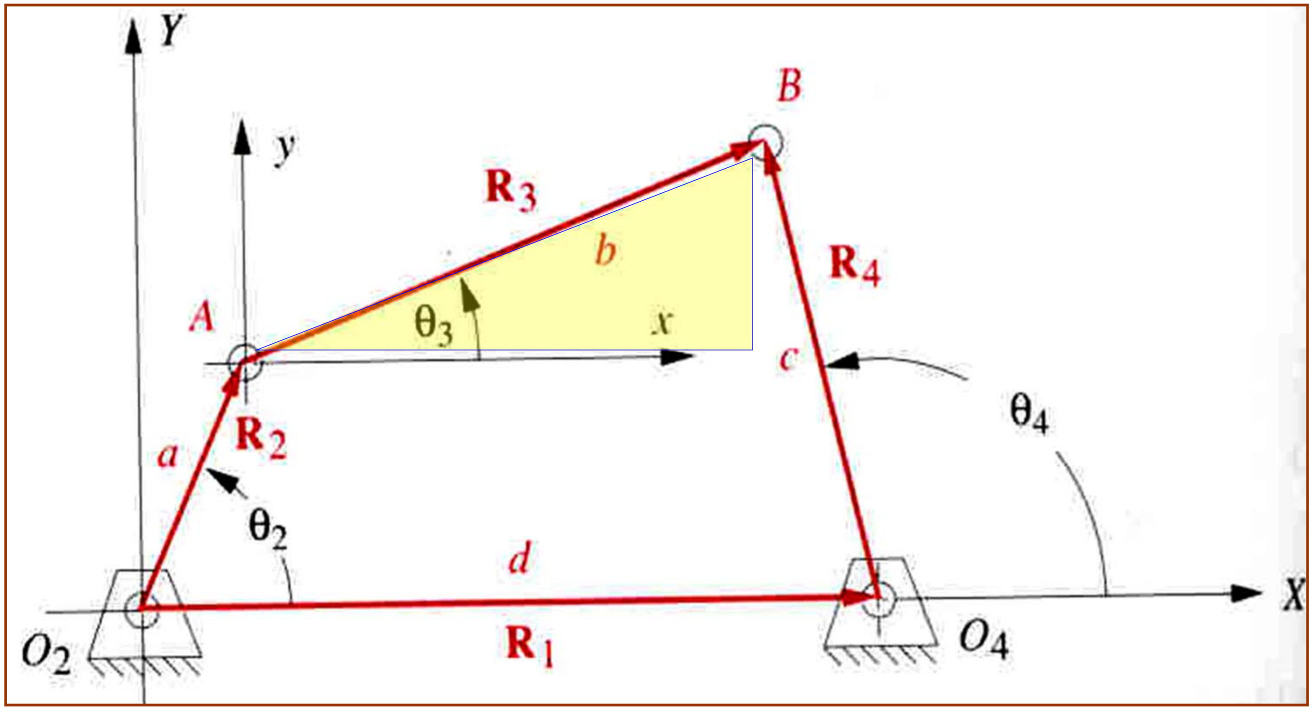
Prof.: Deyka I. García B.

I Semestre 2021

Capítulo 4
ANÁLISIS DE POSICIÓN

Todas las figuras fueron tomadas del libro Diseño de Maquinaria, 3rd ed. Robert Norton 2003

SISTEMA DE COORDENADAS:

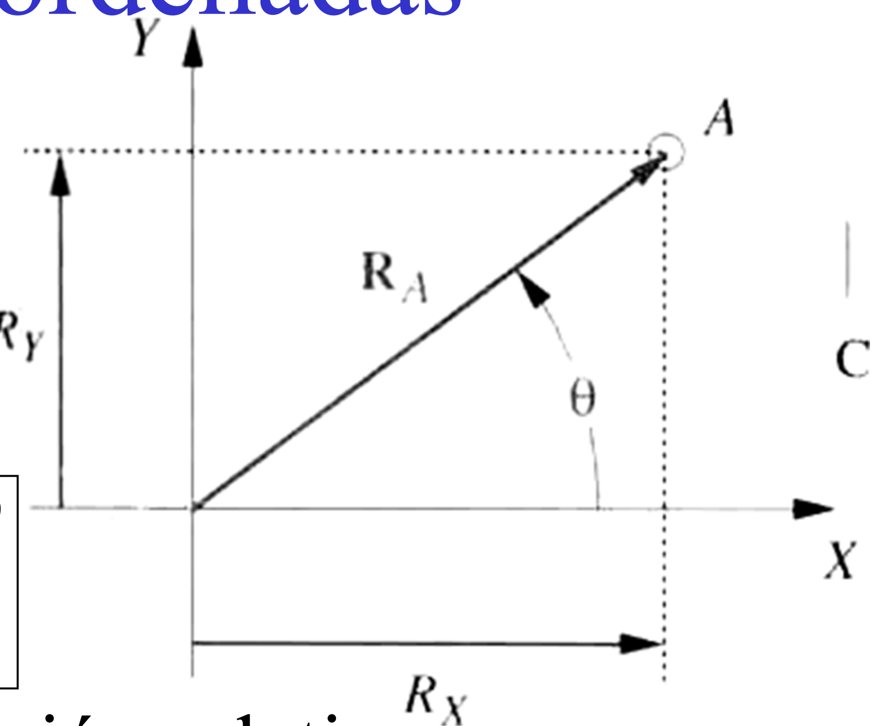


- GLOBAL, se refiere a la orientación sobre un eje fijo (eslabón tierra)
- LOCAL, se refiere a la orientación sobre un eje fijo (junta, CG, etc.)

Sistemas de coordenadas

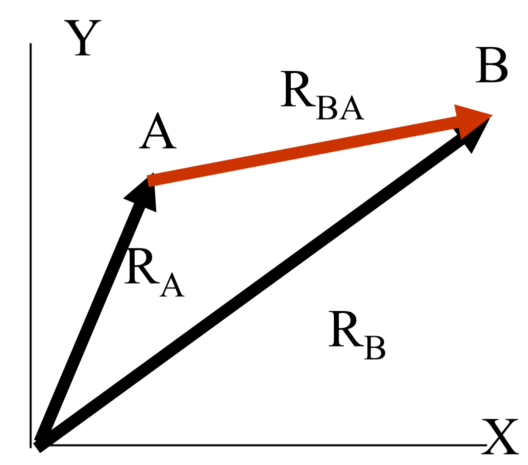
- Cartesiano (R_x, R_y)
- Polar (R_A, θ)
- Convertir entre los dos

$$\boxed{\begin{aligned} R_A &= \sqrt{R_x{}^2 + R_y{}^2} \\ \theta &= \arctan\left(R_y / R_x\right) \end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned} R_x &= R_A \cos\theta \\ R_y &= R_A \sin\theta \end{aligned}}$$



- Diferencia de posición, posición relativa
- Diferencia (un punto, dos veces)
  – relative (two points, same time)

$$\mathbf{R}_{BA}=\mathbf{R}_B-\mathbf{R}_A$$



- Posición: La posición de un punto en el plano puede definirse por medio de un vector de posición.
- Desplazamiento: El desplazamiento de un punto es el cambio en su posición y se define como la distancia en línea recta entre la posición inicial y final de un punto que se ha movido en el marco de referencia. Difiere de la trayectoria.

4.3 Traslación, rotación y movimiento complejo

- Translación: mantiene el mismo ángulo
- Rotación: un punto no se mueve
- Movimiento complejo: una combinación de rotación y traslación

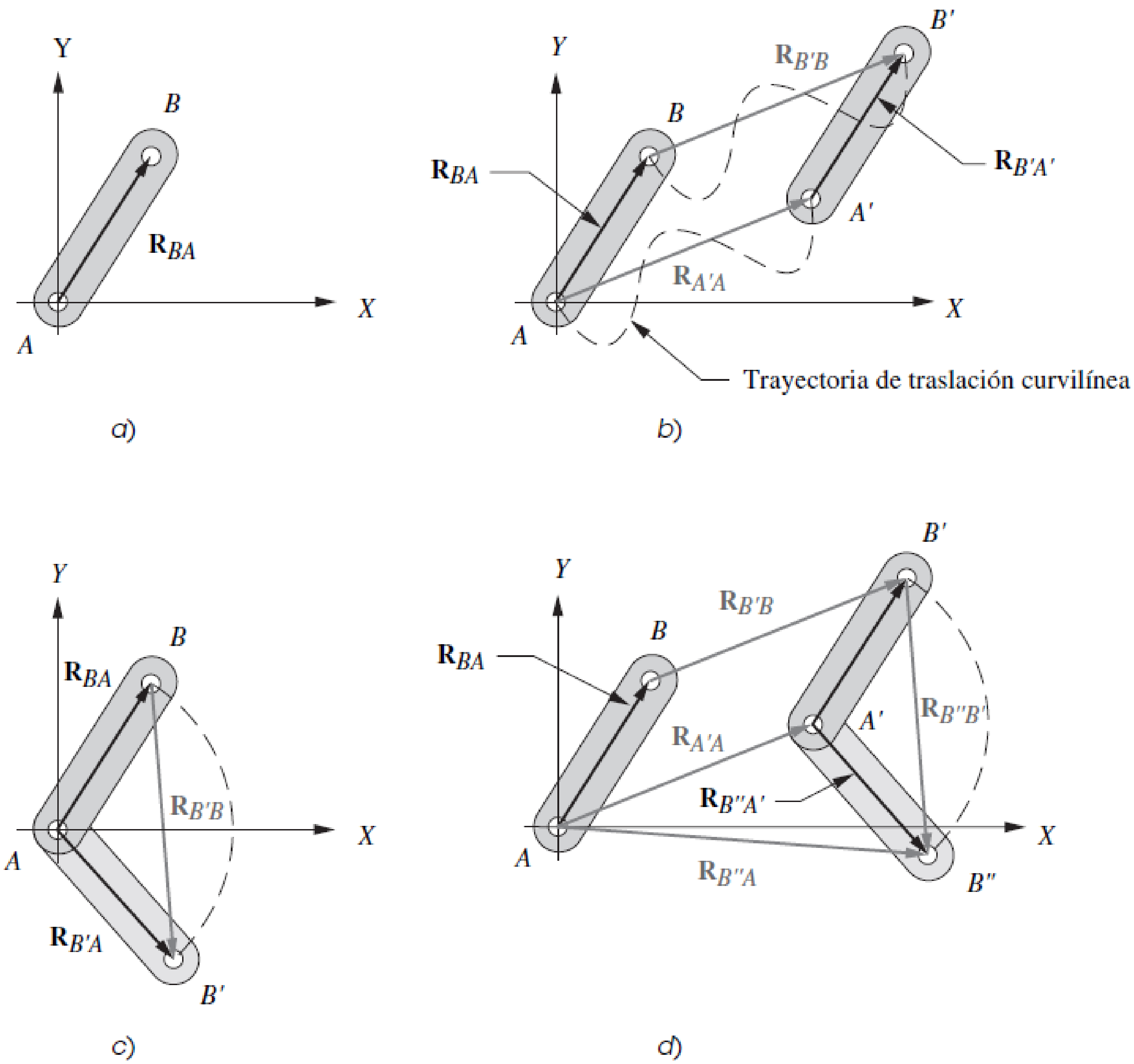
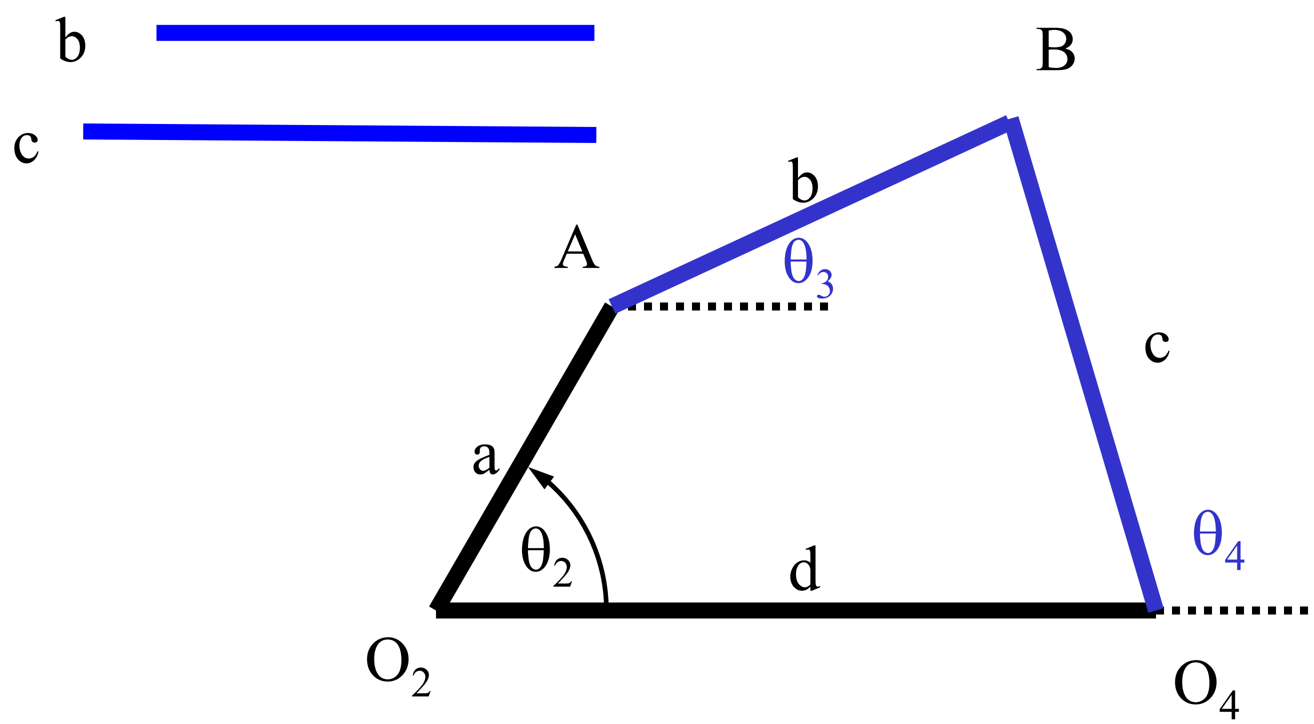


FIGURA 4-3

Traslación, rotación y movimiento complejo

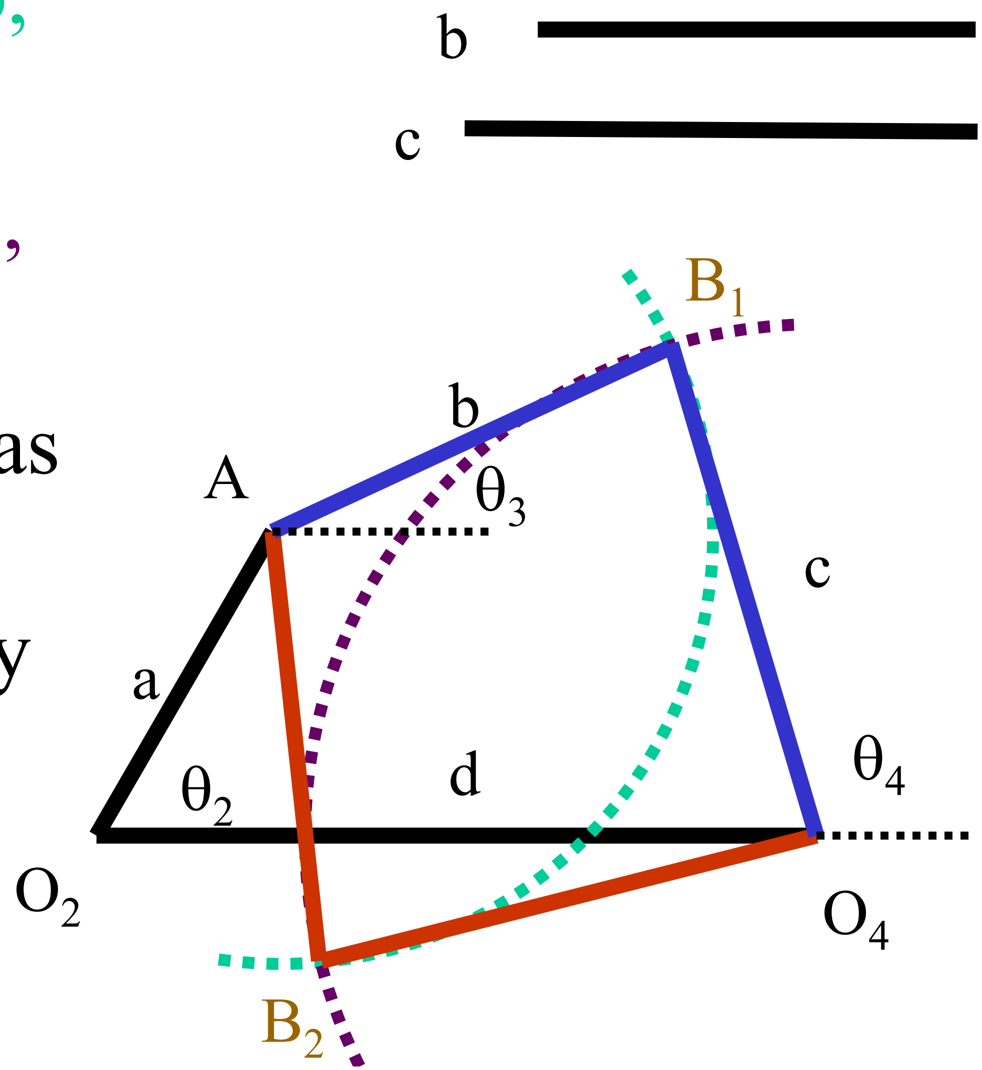
4.4 Análisis gráfico de la posición de mecanismos articulados

Dada la longitud de los enlaces (a, b, c, d), la posición del eslabón tierra y θ_2. Encontrar θ_3 y θ_4



4.4 Análisis gráfico de la posición de mecanismos articulados

- Trace un arco de radio b, centrado en A
- Trace un arco de radio c, centrado en O_4
- Las intersecciones son las dos posibles posiciones para el eslabón, abierto y cruzado.

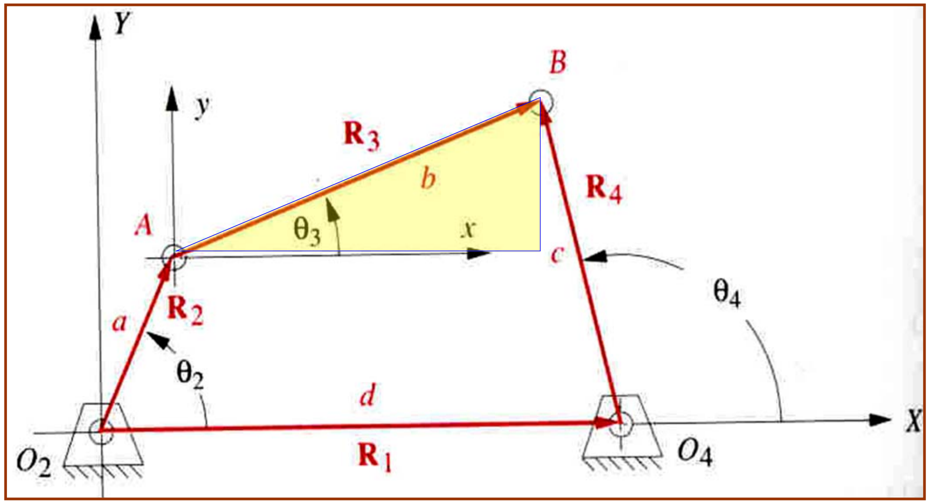


4.5 Análisis algebraico de posición de mecanismos

Obtener coordenadas del punto A:

$$A_x = a\cos\theta_2$$
$$A_y = a\sin\theta_2$$

Obtener coordenadas del punto B:



$$b^2 = (B_x - A_x)^2 + (B_y - A_y)^2$$
$$c^2 = (B_x - d)^2 + {B_y}^2$$

Estas son 2 ecuaciones en 2 incógnitas: B_x y B_y

Ver solución en páginas de libros de texto162, 163.

4.5 Análisis algebraico de posición de mecanismos

$$B_x = \frac{a^2 - b^2 + c^2 - d^2}{2(A_x - d)} - \frac{2A_y B_y}{2(A_x - d)} = S - \frac{2A_y B_y}{2(A_x - d)} \tag{4.2d}$$

$$B_y^2 + \left(S - \frac{A_y B_y}{A_x - d} - d\right)^2 - c^2 = 0 \tag{4.2e}$$

$$B_y = \frac{-Q \pm \sqrt{Q^2 - 4PR}}{2P} \tag{4.2f}$$

donde:

$$P = \frac{A_y^2}{(A_x - d)^2} + 1 \qquad Q = \frac{2A_y(d - S)}{A_x - d}$$

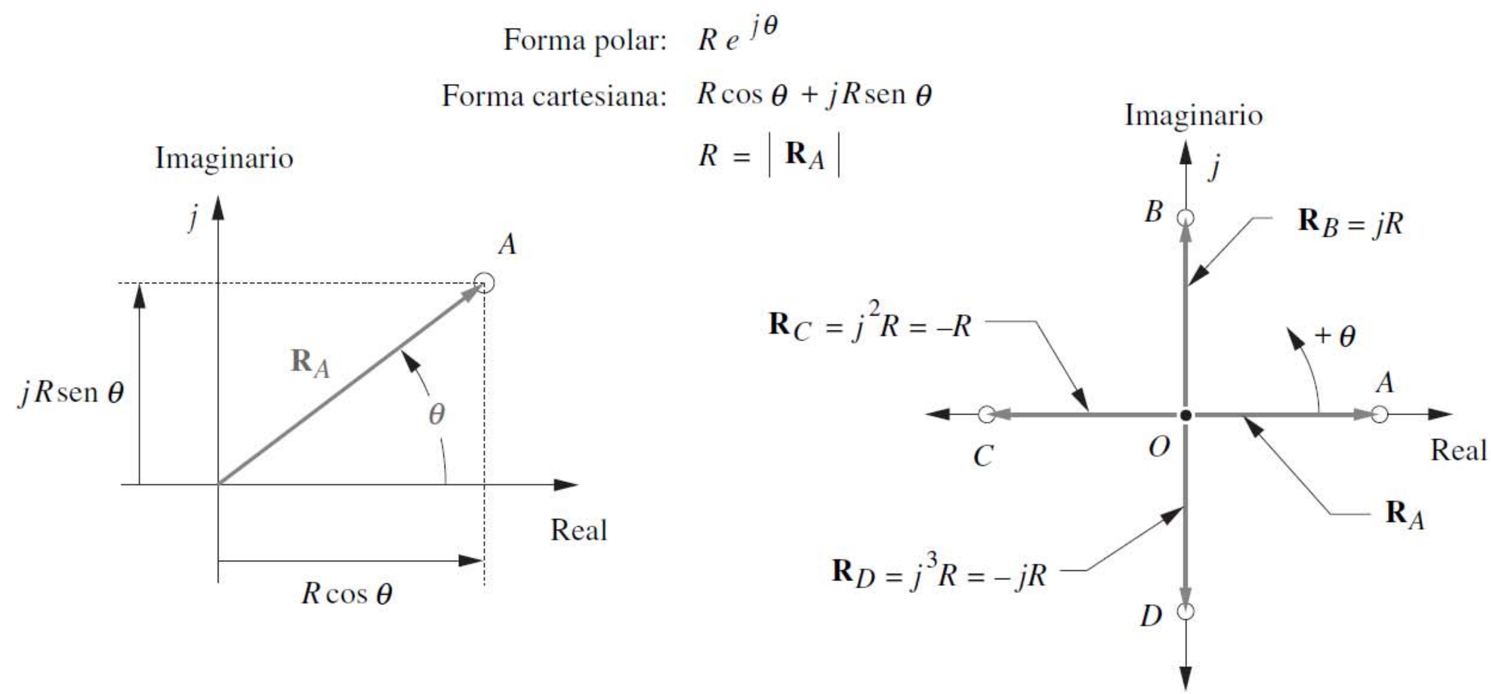
$$R = (d - S)^2 - c^2 \qquad S = \frac{a^2 - b^2 + c^2 - d^2}{2(A_x - d)}$$

4.5 Análisis algebraico de posición de mecanismos

$$\theta_3 = \tan^{-1}\left(\frac{B_y - A_y}{B_x - A_x}\right)$$

$$\theta_4 = \tan^{-1}\left(\frac{B_y}{B_x - d}\right) \qquad (4.2g)$$

Números complejos como vectores



a) Representación de un número complejo de un vector de posición

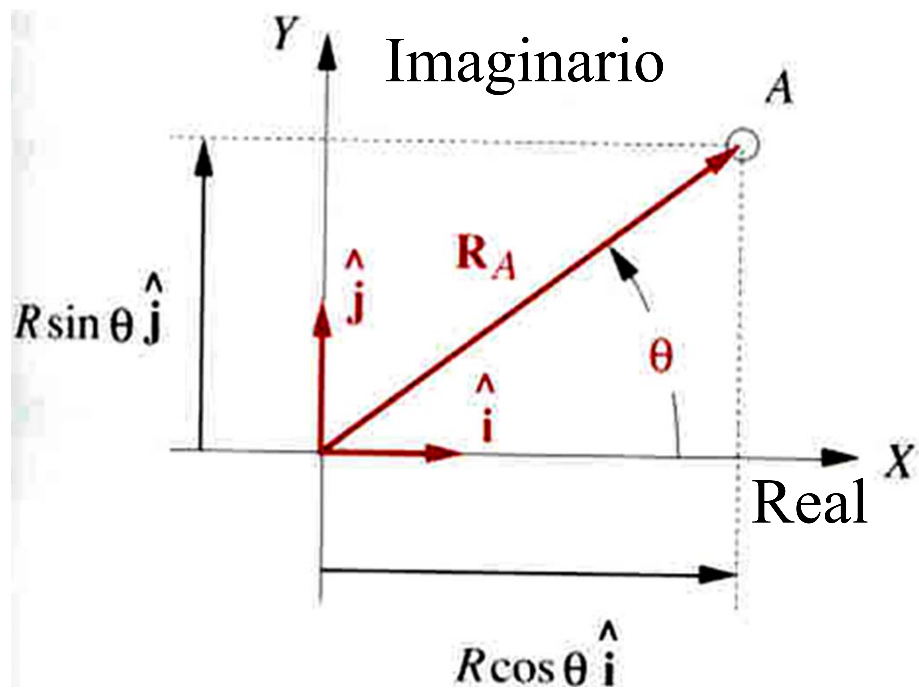
b) Rotaciones vectoriales en el plano complejo

FIGURA 4-8

Representación de un número complejo de vectores en el plano

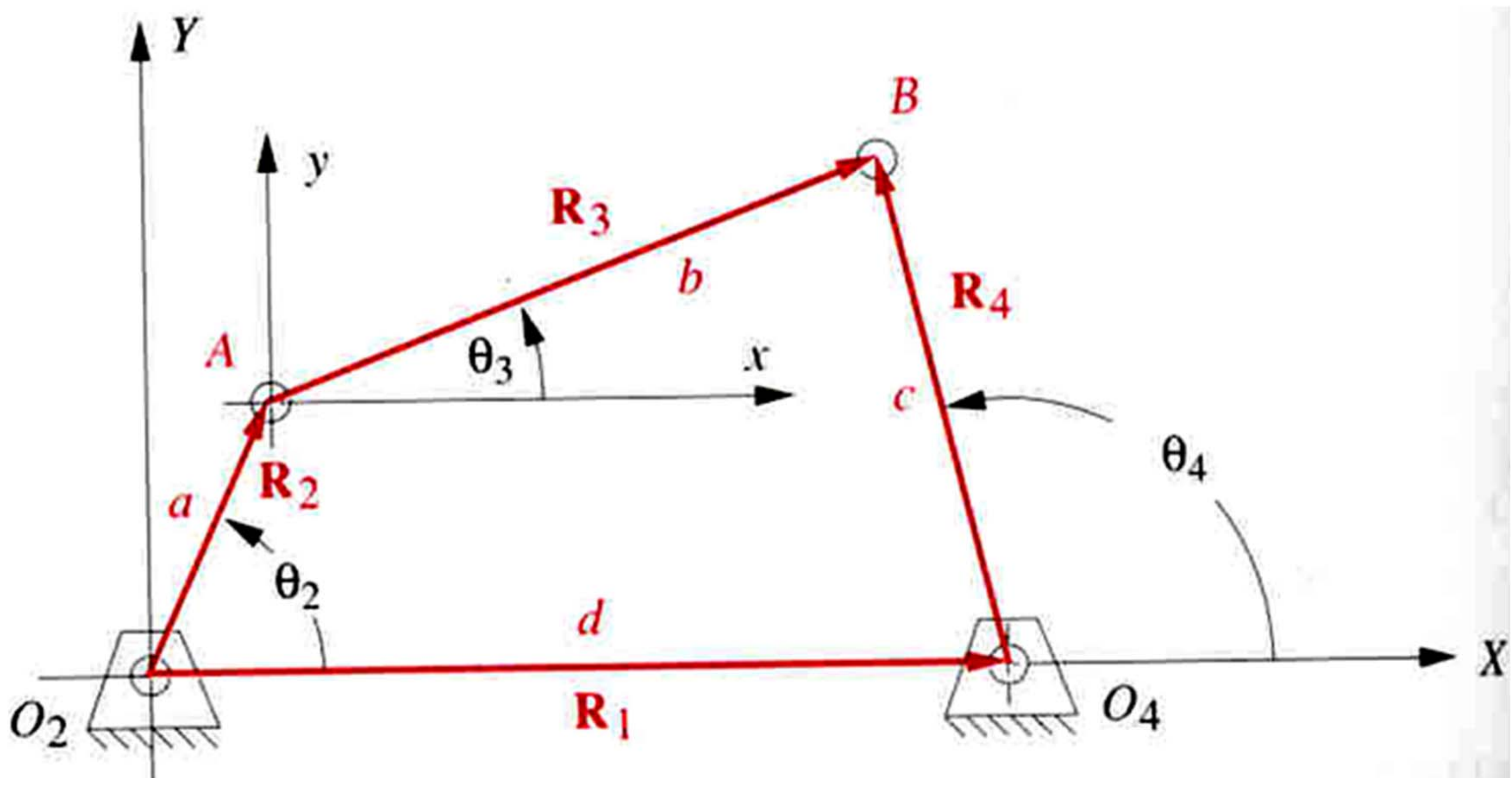
Números complejos como vectores

- Podemos trazar números complejos en el plano imaginario real
- Identidad de Euler $e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i \sin\theta$
- Forma Cartesiana: $R_A \cos\theta + i R_A \sin\theta$
- Forma Polar: $R_A e^{i\theta}$
- Multiplicando por $e^{i\theta}$ corresponde a rotar por θ



Análisis analítico de posición

- Dado: long. de eslabones a,b,c y d, θ_1, θ_2 (la posición del motor)
- Encontrar: los ángulos desconocidos θ_3 and θ_4



Análisis analítico de posición

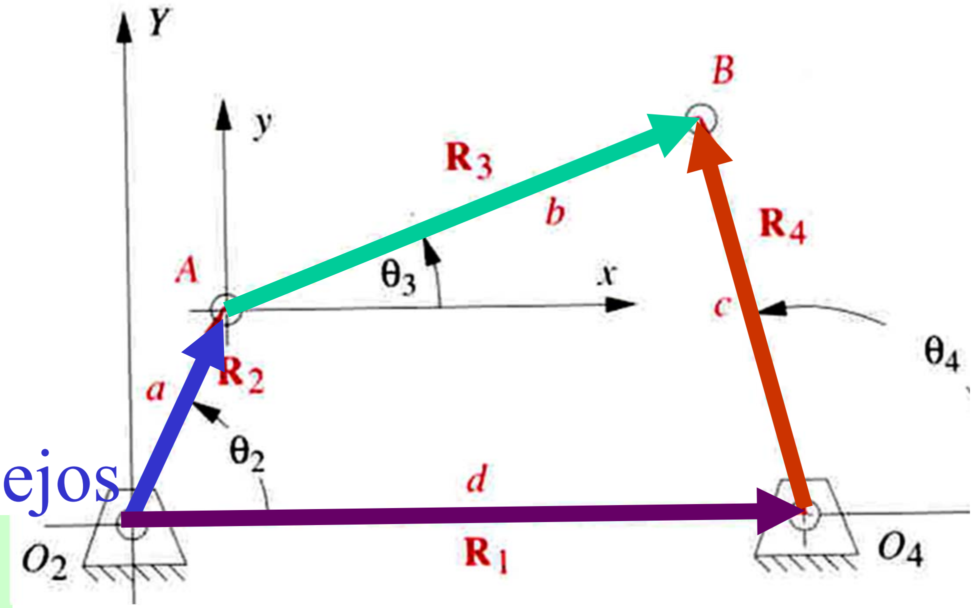
Escribe la ecuación del lazo vectorial:

$$\vec{R}_2 + \vec{R}_3 - \vec{R}_4 - \vec{R}_1 = 0$$

(Positivo de raiz a punta)

Substituir con vectores complejos

$$ae^{i\theta_2} + be^{i\theta_3} - ce^{i\theta_4} - de^{i\theta_1} = 0$$



Tome las incógnitas de un lado, las conocidas del otro.

Llama a las conocidas Z

$$\boxed{\underbrace{be^{i\theta_3} - ce^{i\theta_4}}_{\text{Incógnitas}} = \underbrace{-ae^{i\theta_2} + de^{i\theta_1}}_{\text{Conocidas}} = Z}$$

Análisis de mecanismo de cuatro barras

$$be^{i\theta_3} - ce^{i\theta_4} = -ae^{i\theta_2} + de^{i\theta_1} = Z$$

Define: $s = e^{i\theta_3},\ t = e^{i\theta_4}$ $\Rightarrow$ $\boxed{bs - ct = Z}$

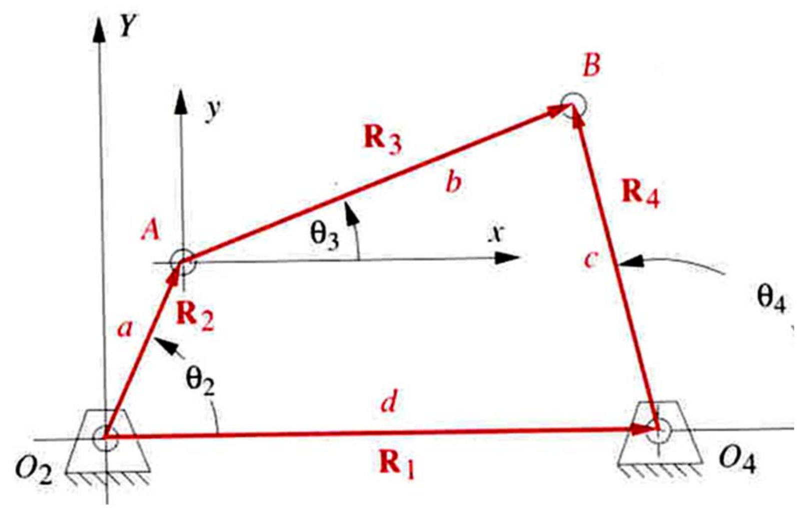
Toma conjugado para obtener una segunda ecuación: $b\bar{s} - c\bar{t} = \bar{Z}$

Para el conjugado de s tenemos (cierto solo para $e^{i\theta}$) $\bar{s} = e^{-i\theta_3} = \dfrac{1}{e^{i\theta_3}} = \dfrac{1}{s}$

Entonces la segunda ec. es

$$\boxed{\frac{b}{s} - \frac{c}{t} = \bar{Z}}$$

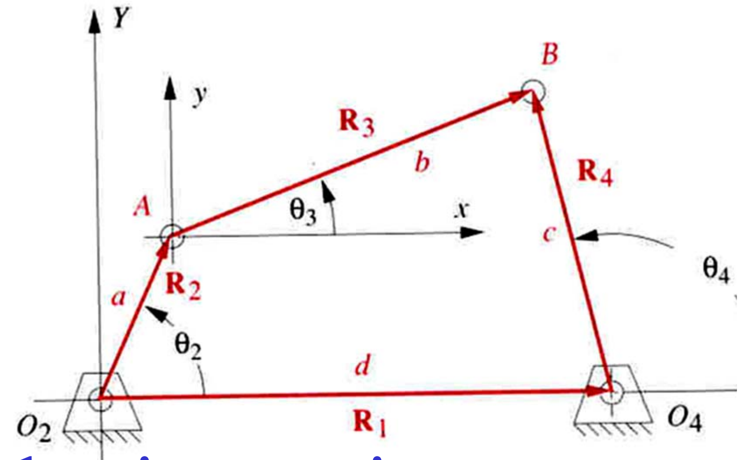
Note que: $\bar{Z} \neq \dfrac{1}{Z}$



Análisis de mecanismo de cuatro barras

$$\boxed{bs - ct = Z}$$

$$\boxed{\frac{b}{s} - \frac{c}{t} = \bar{Z}}$$



Use <u>algebra</u> para eliminar una de las incognitas

$$bs = Z + ct$$

$$\frac{b}{s} = \bar{Z} + \frac{c}{t}$$

Multiplicando los dos da:

$$b^2 = Z\bar{Z} + Z\frac{c}{t} + \bar{Z}ct + c^2$$

Multiplicando por *t* y agrupando terminos da:

$$0 = \bar{Z}ct^2 + \left(Z\bar{Z} + c^2 - b^2\right)t + Zc$$

Ecuac. Quadratica en *t*

De la forma cuadrática

$$t = \frac{-\left(Z\bar{Z} + c^2 - b^2\right) \pm \sqrt{\left(Z\bar{Z} + c^2 - b^2\right)^2 - 4c^2\bar{Z}Z}}{2\bar{Z}c}$$

$$s = \frac{Z + ct}{b}$$

Análisis de mecanismo de cuatro barras

$$t = \frac{-\left(Z\bar{Z} + c^2 - b^2\right) \pm \sqrt{\left(Z\bar{Z} + c^2 - b^2\right)^2 - 4c^2\bar{Z}Z}}{2\bar{Z}c}$$

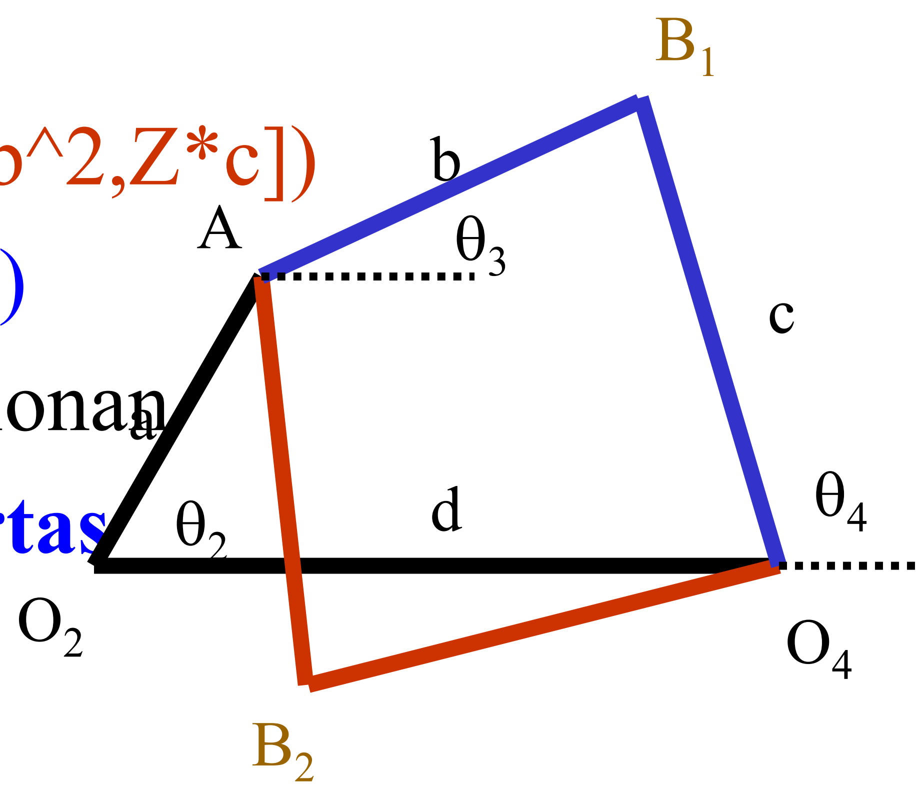
$$s = \frac{Z + ct}{b}$$

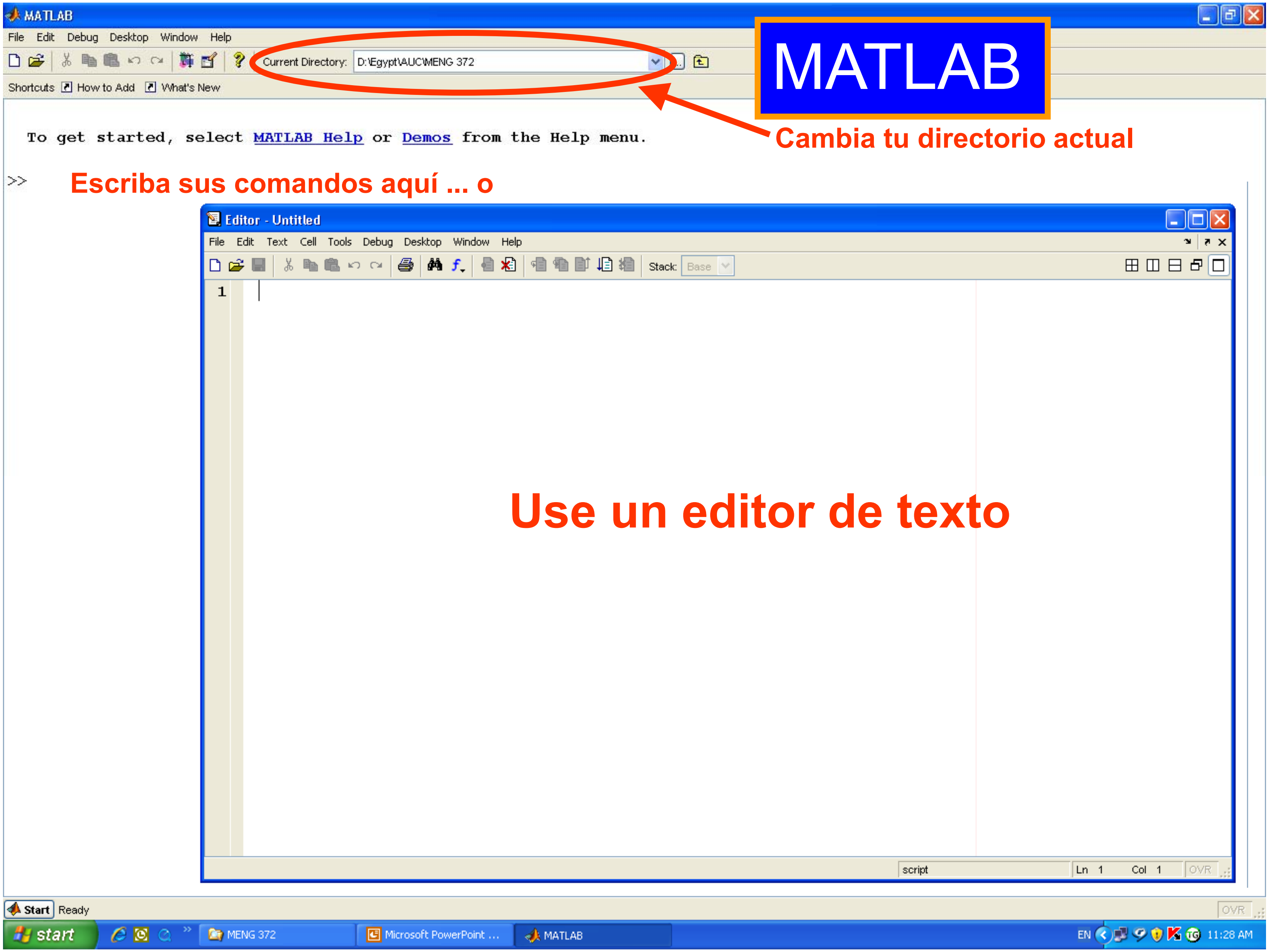
- En MATLAB, $0 = \bar{Z}ct^2 + \left(Z\bar{Z} + c^2 - b^2\right)t + Zc$

Zc=conj(Z)

t=roots([Zc*c,Z*Zc+c^2-b^2,Z*c])

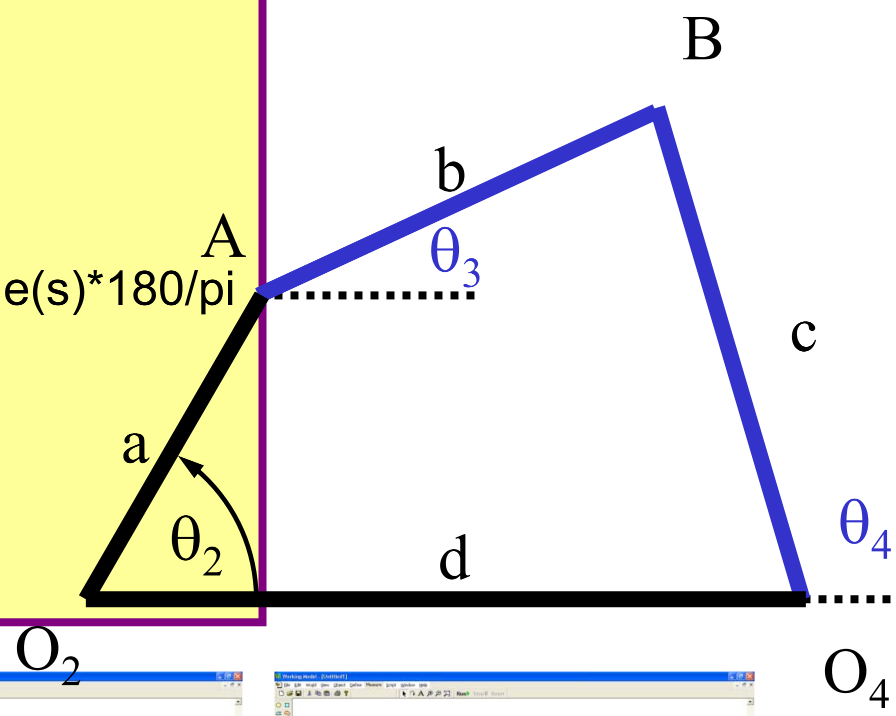
- θ_4=angle(t), θ_3=angle(s)
- Dos soluciones se relacionan con las posiciones **abiertas** y **cruzadas**

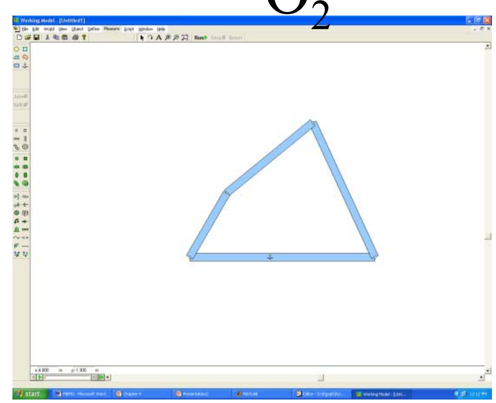


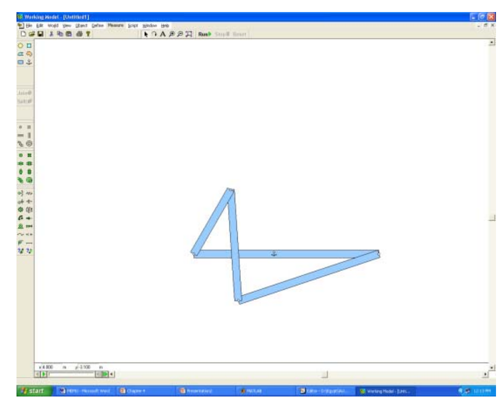

MATLAB
Cambia tu directorio actual
Escriba sus comandos aquí ... o
Use un editor de texto
File Edit Debug Desktop Window Help
Current Directory: D:\Egypt\AUC\MENG 372
Shortcuts How to Add What's New
To get started, select MATLAB Help or Demos from the Help menu.
>>
Editor - Untitled
File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
Stack: Base
script Ln 1 Col 1 OVR
Start Ready
start MENG 372 Microsoft PowerPoint ... MATLAB
EN 11:28 AM

```
>> a=2; b=3; c=4; d=5;
>> th1=0; th2=60*pi/180;
>> z=-a*exp(i*th2)+d*exp(i*th1)

z =
   4.0000 - 1.7321i

>> zc=conj(z)

zc =
   4.0000 + 1.7321i

>> t=roots([zc*c,z*zc+c^2-b^2,z*c])

t =
  -0.4194 + 0.9078i
  -0.9490 - 0.3153i

>> s=(z+c*t)/b

s =
   0.7741 + 0.6330i
   0.0680 - 0.9977i
```

```
>> th4=angle(t)*180/pi

th4 =

  114.7975
 -161.6240

>> th3=angle(s)*180/pi

th3 =

   39.2750
  -86.1015
```







```
%Identificacion de los eslabones y juntas

%posicion inicial (theta2);

%Punto A

%Punto B

%Grafica del mecanismo
```

```
%posicion inicial (theta2);
theta2 = deg2rad(30);

%Punto A
Ax = a*cos(theta2);
Ay = a*sin(theta2);
A = [ Ax, Ay];
```

```
%Punto B
Bx = S - (Ay * By) / (ax - d);
By = (-Q + sqrt(Q^2-4 * P * R)/ (2 * P);

B = [Bx, By];

%Grafica del mecanismo
```

```
%Punto B
P=(Ay^2) / ((Ax - d)^2 + 1;
Q=;
R=;
S=;
By = (-Q + sqrt(Q^2-4 * P * R)/ (2 * P);

Bx = S - (Ay * By) / (ax - d);

B = [Bx, By];

%Grafica del mecanismo
```

```
%Punto B

S =(a^2 - b^2 +c^2 -d^2) / (2*(Ax - d));
P = (Ay^2) / ((Ax - d)^2 + 1;
Q = 2 * Ay * (d - S) / (Ax - d);
R = (d - S)^2 -c^2;

By = (-Q + sqrt(Q^2-4 * P * R)/ (2 * P);

Bx = S - (Ay * By) / (ax - d);

B = [Bx, By];

%Grafica del mecanismo
```

```
%Grafica del mecanismo

plot([O2(1) A(1) B(1) O4(1)],[O2(2) A(2) B(2) O4(2)]);
axis([-20 40 -20 40]);
axis('square')
```