Un técnico recibe 20 teléfonos celulares para reparación. De estos 20 teléfonos, 10 no necesitan reparación. El técnico tiene la oportunidad de revisar 5 teléfonos el mismo día que los recibe. ¿Cuál es probabilidad que de los teléfonos que logre revisar el mismo día que los recibe, revise exactamente 2 teléfonos dañados?

Teléfonos en total:	20
Teléfonos que necesitan reparación:	10
Teléfonos que revisará:	5
Teléfonos revisados dañados:	2

$$P(X = 2) = \frac{C_{10}^{2} \cdot C_{10}^{3}}{C_{20}^{5}} = 0.348$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X = 2) = 0.348}}$$

Se lanza una mano de "póker" (5 cartas) de una baraja de 52 cartas. Hay 13 niveles de valores y 4 tipos de cartas diferentes. ¿Cuál es la probabilidad de sacar dos pares en una mano?

$$\frac{C_{13}^{2} \cdot C_{4}^{2} \cdot C_{4}^{2} \cdot C_{11}^{1} \cdot C_{4}^{1}}{C_{52}^{5}} = \frac{C_{13}^{2} \cdot C_{4}^{2} \cdot C_{4}^{2} \cdot 11 \cdot 4}{C_{52}^{5}} = \frac{198}{4165} = 0.0475$$

$$\boxed{\mathbf{0.0475}}$$

Se lanza una mano de “póker” (5 cartas) de una baraja de 52 cartas. Hay 13 niveles de valores y 4 tipos de cartas diferentes. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un full (un trío y un par) en una mano?

$$\frac{13 \cdot C_4^3 \cdot 12 \cdot C_4^2}{C_{52}^5} = \frac{3744}{2598960} = \mathbf{0.0014}$$

$$\boxed{\mathbf{0.0014}}$$

Se lanza un dado 5 veces de manera sucesiva. ¿Cuál es la probabilidad de que salga "1" en los 3 primeros lanzamientos y que no salga en los últimos 2 lanzamientos?

A	salga	1
$\bar{A}$	no salga	1

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{5}{6}$$

$$P(x) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A})$$

$$P(x) = \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)$$

$$P(x) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(x) = 0.0032}}$$

Se lanza una moneda 4 veces de manera sucesiva ¿Cuál es la probabilidad de que salga "cara" en los 2 primeros lanzamientos y que no salga en los últimos 2 lanzamientos?

A	salga	1
$\bar{A}$	no salga	1

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$$

$$P(X) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A})$$

$$P(X) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$P(X) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16} = 0.0625$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X) = 0.0625}}$$

Se lanza una moneda 4 veces de manera sucesiva. ¿Cuál es la probabilidad de que salga “cara” al menos 3 veces?

$$P(k=3)=C_n^k\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$n=4$

$$P(k=3)=C_4^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-3}$$

$$P(k=3)=C_4^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$P(k=3)=(4)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\boldsymbol{P(k=3)=\frac{1}{4}}$$

$$P(k=4)=\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\boldsymbol{P(k=4)=\frac{1}{16}}$$

$$P(X)=\frac{1}{4}+\frac{1}{16}$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X)=0.3125}}$$

En un juego de tiro al blanco la probabilidad de "dar en el blanco" es 0.1. Si un jugador tiene 3 oportunidades ¿Cuál es la probabilidad de "dar en el blanco" al menos 2 veces?

$$P(k=2) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$n = 3$

$$P(k=2) = C_3^2 \cdot (0.1)^2 \cdot (1-0.1)^{3-2}$$

$$P(k=2) = C_3^2 \cdot (0.1)^2 \cdot (0.9)$$

$$P(k=2) = (3) \cdot (0.01) \cdot (0.9) = 0.027$$

$$\boldsymbol{P(k=2) = 0.027}$$

$$P(k=3) = C_3^3 \cdot (0.1)^3 \cdot (1-0.1)^{3-3}$$

$$P(k=3) = (1) \cdot (0.1)^3 \cdot (1)$$

$$P(k=3) = (0.1)^3$$

$$\boldsymbol{P(k=3) = 0.001}$$

$$P(X) = 0.027 + 0.001$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X) = 0.028}}$$

Un mesero en un restaurante atiende 2 mesas al mismo tiempo. En la mesa A hay 5 personas, 1 santeño, 2 coclesanos y 2 colonenses. En la mesa B hay 3 personas, 1 santeño, 1 coclesano y 1 colonense. El mesero olvida la orden de 1 santeño. ¿Cuál es la probabilidad que sea la del santeño de la mesa A?

Mesa A	Mesa B
1 santeño	1 santeño
2 coclesanos	1 coclesano
2 colonenses	1 colonense

$$P(A|santeño) = \frac{P(santeño|A) \cdot P(A)}{P(santeño|A) \cdot P(A) + P(santeño|B) \cdot P(B)}$$

$$P(santeño|A) = {}^{1}/_{5} \qquad P(A) = {}^{1}/_{2}$$

$$P(santeño|B) = {}^{1}/_{3} \qquad P(B) = {}^{1}/_{2}$$

$$P(A|santeño) = \frac{{}^{1}/_{5} \,.\, {}^{1}/_{2}}{{}^{1}/_{5} \,.\, {}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{3} \,.\, {}^{1}/_{2}} = {}^{3}/_{8} = 0.375$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(A|santeño) = {}^{3}/_{8} = 0.375}}$$

Una aerolínea tiene un avión que dispone de 120 puestos de la misma clase. Por un trayecto regular de Panamá-Caracas se considera que 2% de los clientes no se presentarán en la partida. Si se considera que para este trayecto se emiten 123 boletos, ¿cuál es la probabilidad de no tener problemas en la partida? Considere X la VA que representa el número de pasajeros que no se presentan en la partida.

Cantidad de puestos:	120
Porcentaje que no se presentará:	2%
Boletos emitidos:	123

$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$

$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$

$P(X \leq 2) = C_{123}^{0} \cdot (0.02)^0 \cdot (0.98)^{123} + C_{123}^{1} \cdot (0.02)^1 \cdot (0.98)^{122} + C_{123}^{2} \cdot (0.02)^2 \cdot (0.98)^{121}$

$P(X \leq 2) = 0.5523$

$P(X > 2) = 1 - 0.5523$

$P(X > 2) = 0.447$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X > 2) = 0.447}}$$

Dada una función de distribución $F(x) = x/5$ para el intervalo [0,5].

a. Calcule la densidad de probabilidad $f(x)$

$$f(x) = \frac{d}{dx}F(x)$$

$$f(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{x}{5}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{5}}}$$

b. Calcule el promedio $E[X]$

$$E(X) = \int_0^5 \left(\frac{1}{5}\cdot x\right)dx = \left.\frac{x^2}{10}\right|_0^5 = \frac{5}{2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{E(X) = \frac{5}{2} = 2.5}}$$

c. Calcule la varianza $V[X]$

$$E(X^2) = \int_0^5 \left(\frac{1}{5}\cdot x^2\right)dx = \left.\frac{x^3}{15}\right|_0^5$$

$$\boldsymbol{E(X^2) = \frac{25}{3} = 8.33}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$V(X) = \frac{25}{3} - \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\boxed{\boldsymbol{V(X) = \frac{25}{12} = 2.08}}$$

Una variable aleatoria (VA) discreta toma los valores $X = \{-1, +1\}$, las probabilidades respectivas son $P(X) = \{0.1, 0.9\}$.

$X = \{-1, +1\}$

$P(X) = \{0.1, 0.9\}$

a. Calcule el promedio $E[X]$

$$E(X) = (-1 \cdot 0.1) + (1 \cdot 0.9) = \mathbf{0.8}$$

$$\boxed{\boldsymbol{E(X) = 0.8}}$$

b. Calcule su varianza $V[X]$

$$E(X^2) = ((-1)^2 \cdot 0.1) + (1^1 \cdot 0.9) = \mathbf{1}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$V(X) = (1) - (0.8)^2 = 0.36$$

$$\boxed{\boldsymbol{V(X) = 0.36}}$$

Una variable aleatoria (VA) discreta toma los valores $X = \{1,2,3\}$, las probabilides respectivas son $P(X) = \{0.1,0.2, 0.7\}$.

a. Calcule $F(3)$

$$F(X < 3) = 0.1 + 0.2 = 0.3$$

$$\boxed{\boldsymbol{F(X < 3) = 0.3}}$$

b. Calcule $F(+\infty)$

$$\boxed{\boldsymbol{F(+\infty) = 1}}$$

c. Calcule $F(-\infty)$

$$\boxed{\boldsymbol{F(-\infty) = 0}}$$

Sabiendo que la densidad de probabilidad de una VA es $f(x) = \frac{1}{4}$ para el intervalo $[3{,}5]$, $f(x) = \frac{1}{3} - \frac{x}{39}$ para el intervalo $[5{,}8]$ y $f(x) = 0$ para el resto.

a. Calcule $P(5 \leq X < 8)$

$$P(5 \leq X < 8) = \int_5^8 \left(\frac{1}{3} - \frac{x}{39}\right)\, dx = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(5 \leq X < 8) = \frac{1}{2} = 0.5}}$$

b. Calcule $P(3 \leq X < 6)$

$$P(3 \leq X < 6) = \int_3^5 \frac{1}{4}\, dx + \int_5^6 \left(\frac{1}{3} - \frac{x}{39}\right)\, dx = \frac{9}{13} = 0.6923$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(3 \leq X < 6) = \frac{9}{13} = 0.6923}}$$

c. Calcule $P(3 \leq X < 7 | X > 5)$

$$P(3 \leq X < 7 | X > 5) = \frac{P(5 \leq X < 7)}{P(X > 5)}$$

$$P(3 \leq X < 7 | X > 5) = \frac{\int_5^7 \left(\frac{1}{3} - \frac{x}{39}\right)\, dx}{\int_5^8 \left(\frac{1}{3} - \frac{x}{39}\right)\, dx} = \frac{28}{39} = 0.7179$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(3 \leq X < 7 | X > 5) = \frac{28}{39} = 0.7179}}$$

d. Calcule el valor de $P(X < 8)$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X < 8) = 1}}$$

e. Calcule el valor de $P(X < 3)$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X < 3) = 0}}$$

Dada la función de densidad $f(x) = \frac{2x}{3}$ para el intervalo $[3, b]$ y $f(x) = 0$ para el resto.

a. Calcule el valor de b

$$\int_3^b \frac{2x}{3}\, dx = 1$$

$$\left.\frac{x^2}{3}\right|_3^b = 1$$

$$\frac{b^2 - 3^2}{3} = 1$$

$$b^2 - 9 = 3$$

$$b^2 = 12$$

$$\boxed{\boldsymbol{b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} = 3.46}}$$

b. Calcule el promedio $E[X]$

$$E(X) = \int_3^{\sqrt{12}} \left(\frac{2x}{3} \cdot x\right) dx = 3.2376$$

$$\boxed{\boldsymbol{E(X) = 3.2376}}$$

a. Calcule la varianza $V[X]$

$$E(X) = \int_3^{\sqrt{12}} \left(\frac{2x}{3} \cdot x\right) dx = \mathbf{3.2376}$$

$$E(X^2) = \int_3^{\sqrt{12}} \left(\frac{2x}{3} \cdot x^2\right) dx = \frac{21}{2} = \mathbf{10.5}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$V(X) = 10.5 - (3.2376)^2$$

$$\boxed{\boldsymbol{V(X) = 0.018}}$$

Un fabricante de teléfonos celulares establece por medio de su laboratorio de investigación que el tiempo de vida (en años) de sus productos sigue una ley exponencial de promedio 4. Es decir $f(x) = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}$.

a. Cuál es la probabilidad que un teléfono funcione más de 4 años, $P(X > 4)$

$$P(X > 4) = 1 - P(X < 4)$$

$$P(X > 4) = 1 - \int_0^4 \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}}dx$$

$$P(X > 4) = 1 - 0.6321 = 0.3679$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X > 4) = 0.3679}}$$

b. Cuál es la probabilidad que funcione al menos 6 años sabiendo que ya funcionó 5 años $P(X > 6|X > 5)$

$$P(X > 6|X > 5) = \frac{1 - P(X < 6)}{1 - P(X < 5)}$$

$$P(X > 6|X > 5) = \frac{1 - \int_0^6 \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}}dx}{1 - \int_0^5 \frac{1}{4}e^{-\frac{x}{4}}dx}$$

$$P(X > 6|X > 5) = \frac{1 - 0.7767}{1 - 0.7135}$$

$$P(X > 6|X > 5) = \frac{0.2231}{0.2865} = 0.7788$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X > 6|X > 5) = 0.7788}}$$