

- 9.2. Un filamento de corriente de 5.0 A en dirección  $\mathbf{a}_y$ , es paralelo al eje  $y$  en  $x = 2$  m,  $z = -2$  m. Halle  $\mathbf{H}$  en el origen.

La expresión para  $\mathbf{H}$  producido por un filamento recto de corriente se aplica,

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi$$

donde  $r = 2\sqrt{2}$  y (utilizando la regla de la mano derecha)

$$\mathbf{a}_\phi = \frac{\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_z}{\sqrt{2}}$$

Así pues

$$\mathbf{H} = \frac{5.0}{2\pi(2\sqrt{2})} \left( \frac{\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_z}{\sqrt{2}} \right) = (0.281) \left( \frac{\mathbf{a}_x + \mathbf{a}_z}{\sqrt{2}} \right) \text{ A/m}$$

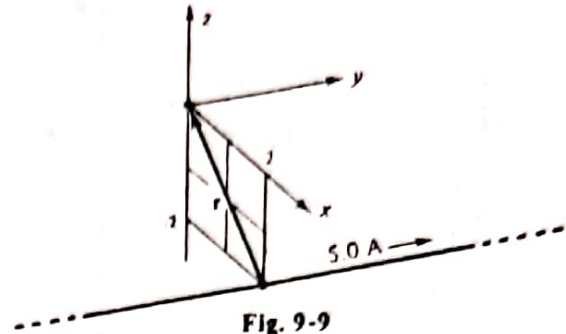


Fig. 9-9

- 9.3. Determine una expresión para  $\mathbf{H}$  producido por una lámina de corriente plana e infinita de densidad uniforme  $\mathbf{K}$ .

La ley de Biot-Savart y las consideraciones debidas a la simetría muestran que  $\mathbf{H}$  sólo tiene una componente  $x$ , que es independiente de  $x$  y  $y$ , si  $\mathbf{K} = K\mathbf{a}_y$  (ver figura 9-10). Aplicando la ley de Ampère al contorno cuadrado 12341, y aprovechando el hecho de que  $\mathbf{H}$  debe ser antisimétrico en  $z$ ,

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = (H)(2a) + 0 + (H)(2a) + 0 = (K)(2a) \quad \text{ó} \quad H = \frac{K}{2}$$

Entonces, para todo  $z > 0$ ,  $\mathbf{H} = (K/2)\mathbf{a}_x$ . Más generalmente, para una orientación arbitraria de la lámina de corriente,

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \mathbf{K} \times \mathbf{a}_n$$

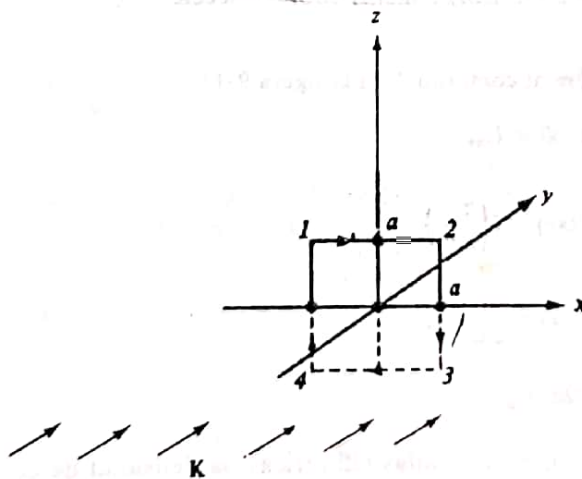


Fig. 9-10

- 9.4. Una lámina de corriente,  $\mathbf{K} = 10\mathbf{a}_y$  A/m, yace en el plano  $x = 5$  m y una segunda lámina,  $\mathbf{K} = -10\mathbf{a}_y$  A/m, está en  $x = -5$  m. Halle  $\mathbf{H}$  en todos los puntos.

En la figura 9-11 se hace patente que para los puntos entre las láminas,  $\mathbf{K} \times \mathbf{a}_n$  produce  $-K\mathbf{a}_x$  para cada lámina. Entonces, para  $-5 < x < 5$ ,  $\mathbf{H} = 10(-\mathbf{a}_x)$  A/m. En toda otra parte  $\mathbf{H} = 0$ .

- 9.5. Un conductor cilíndrico delgado de radio  $a$ , longitud infinita, porta una corriente  $I$ . Halle  $\mathbf{H}$  en todos los puntos utilizando la ley de Ampère.

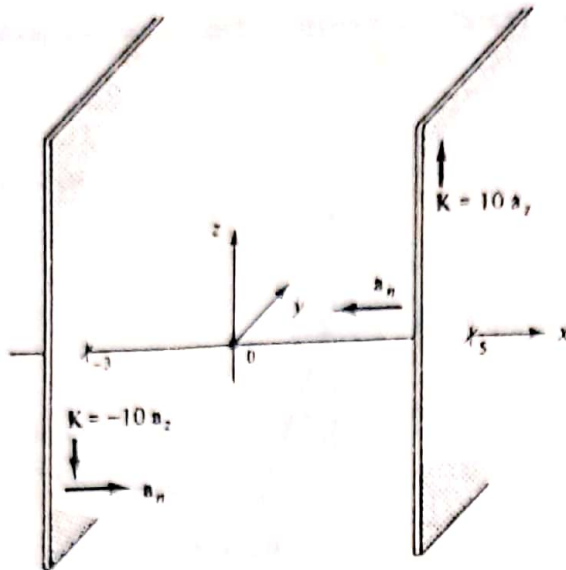


Fig. 9-11

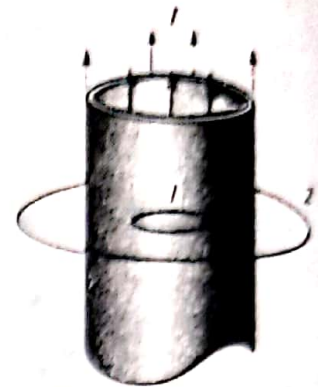


Fig. 9-12

La ley de Biot-Savart establece que  $\mathbf{H}$  sólo tiene una componente  $\phi$ . Más aún,  $H_\phi$  es una función de  $r$  solamente. Las trayectorias apropiadas para la ley de Ampère son los círculos concéntricos. Para la trayectoria 1 que se muestra en la figura 9-12.

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r H_\phi = I_{enc} = 0$$

y para la trayectoria 2,

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r H_\phi = I$$

Entonces, para los puntos dentro de la concha cilíndrica de conducción,  $\mathbf{H} = 0$ , y para los puntos externos,  $\mathbf{H} = (I/2\pi r)\mathbf{a}_\phi$ , resultaría el mismo campo de una corriente de filamento  $I$  a lo largo de los ejes.

- 9.6. Determine  $\mathbf{H}$  para un conductor cilíndrico sólido de radio  $a$ , estando la corriente distribuida uniformemente sobre la sección transversal.

Aplicando la ley de Ampère al contorno 1 en la figura 9-13,

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{enc}$$

$$H(2\pi r) = I \left( \frac{\pi r^2}{\pi a^2} \right)$$

$$\mathbf{H} = \frac{Ir}{2\pi a^2} \mathbf{a}_\phi$$

Para puntos externos,  $\mathbf{H} = (I/2\pi r)\mathbf{a}_\phi$ .



Fig. 9-13

- 9.7. En la región  $0 < r < 0.5$  m, en coordenadas cilíndricas, la densidad de corriente es

$$\mathbf{J} = 4.5 e^{-2r} \mathbf{a}_z \quad (\text{A/m}^2)$$

y  $\mathbf{J} = 0$  en cualquier otra parte. Utilice la ley de Ampère para hallar  $\mathbf{H}$ .

Como la densidad de corriente es simétrica respecto del origen, puede usarse una trayectoria circular en la ley de Ampère, con la corriente encerrada dada por  $\oint \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$ . Así, para  $r < 0.5$  m,

$$H_\phi(2\pi r) = \int_0^{2\pi} \int_0^r 4.5 e^{-2r} r dr d\phi$$

$$\mathbf{H} = \frac{1.125}{r} (1 - e^{-2r} - 2re^{-2r}) \mathbf{a}_\phi \quad (\text{A/m})$$

Para cualquier  $r \geq 0.5$  m la corriente encerrada es la misma,  $0.594 \pi$  A. Entonces

$$H_\phi(2\pi r) = 0.594 \pi \quad \text{ó} \quad H = \frac{0.297}{r} \mathbf{a}_\phi \quad (\text{A/m})$$

- 9.8. Halle  $\mathbf{H}$  sobre el eje de una varilla circular de corriente de radio  $a$ . Particularice el resultado en el centro de la varilla.

Para el punto mostrado en la figura 9-14,

$$\mathbf{R} = -a\mathbf{a}_r + h\mathbf{a}_z$$

$$d\mathbf{H} = \frac{(Ia d\phi \mathbf{a}_\phi) \times (-a\mathbf{a}_r + h\mathbf{a}_z)}{4\pi(a^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{(Ia d\phi)(a\mathbf{a}_z + h\mathbf{a}_r)}{4\pi(a^2 + h^2)^{3/2}}$$

La inspección muestra que los elementos de corriente diametralmente opuestos producen componentes  $r$  que se cancelan. Entonces,

$$\mathbf{H} = \int_0^{2\pi} \frac{Ia^2 d\phi}{4\pi(a^2 + h^2)^{3/2}} \mathbf{a}_z = \frac{Ia^2}{2(a^2 + h^2)^{3/2}} \mathbf{a}_z$$

$$\text{En } h = 0, \quad \mathbf{H} = (I/2a)\mathbf{a}_z.$$

- 9.9. Una lámina de corriente,  $\mathbf{K} = 6.0 \mathbf{a}_x$  A/m, yace en el plano  $z=0$  y un filamento de corriente está localizado en  $y=0$ ,  $z=4$  m, como se muestra en la figura 9-15. Determine  $I$  y sus direcciones si  $\mathbf{H} = 0$  en  $(0, 0, 1.5)$  m.

Producido por la hoja de corriente,

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} \mathbf{K} \times \mathbf{a}_n = \frac{6.0}{2} (-\mathbf{a}_y) \text{ A/m}$$

Para que el campo se anule en  $(0, 0, 1.5)$  m,  $|\mathbf{H}|$  debido al filamento debe ser 3.0 A/m.

$$|\mathbf{H}| = \frac{I}{2\pi r}$$

$$3.0 = \frac{I}{2\pi(2.5)}$$

$$I = 47.1 \text{ A}$$

Para cancelar  $\mathbf{H}$  de la lámina, esta corriente debe estar en la dirección  $\mathbf{a}_x$ , como se muestra en la figura 9-15.

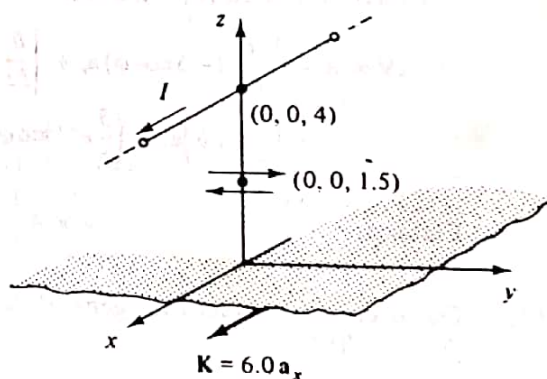


Fig. 9-15.

- 9.10. Dado el campo vectorial general  $\mathbf{A} = (y \cos ax)\mathbf{a}_x + (y + e^x)\mathbf{a}_z$ , halle  $\nabla \times \mathbf{A}$  en el origen.

$$\nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y \cos ax & 0 & y + e^x \end{vmatrix} = \mathbf{a}_x - e^x \mathbf{a}_y - \cos ax \mathbf{a}_z$$

$$\text{en } (0, 0, 0), \quad \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{a}_x - \mathbf{a}_y - \mathbf{a}_z.$$

- 9.11. Calcule el rotacional de  $\mathbf{H}$  en coordenadas cartesianas producido por un filamento de corriente a lo largo del eje  $z$  con corriente  $I$  en la dirección  $\mathbf{a}_z$ .

A partir del ejemplo 1,

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi = \frac{I}{2\pi} \left( \frac{-y\mathbf{a}_x + x\mathbf{a}_y}{x^2 + y^2} \right)$$



y así

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H} &= \begin{vmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{a}_y & \mathbf{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{-y}{x^2+y^2} & \frac{x}{x^2+y^2} & 0 \end{vmatrix} \\ &= \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x}{x^2+y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{-y}{x^2+y^2} \right) \right] \mathbf{a}_z \\ &= 0\end{aligned}$$

excepto en  $x = y = 0$ . Esto es consistente con  $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$ .

- 9.12. Dado el campo vectorial general  $\mathbf{A} = 5r \sin \phi \mathbf{a}_z$  en coordenadas cilíndricas, halle el rotacional  $\nabla \times \mathbf{A}$  en  $(2, \pi, 0)$ .

Como  $\mathbf{A}$  tiene solo una componente  $z$ , apenas dos parciales en la expresión rotacional son diferentes de cero.

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (5r \sin \phi) \mathbf{a}_r - \frac{\partial}{\partial r} (5r \sin \phi) \mathbf{a}_\phi = 5 \cos \phi \mathbf{a}_r - 5 \sin \phi \mathbf{a}_\phi$$

Entonces  $\nabla \times \mathbf{A} \Big|_{(2, \pi, 0)} = -5 \mathbf{a}_r$

- 9.13. Dado el campo vectorial general  $\mathbf{A} = 5e^{-r} \cos \phi \mathbf{a}_r - 5 \cos \phi \mathbf{a}_z$  en coordenadas cilíndricas, halle el rotacional  $\nabla \times \mathbf{A}$  en  $(2, 3\pi/2, 0)$ .

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{A} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (-5 \cos \phi) \mathbf{a}_r + \left[ \frac{\partial}{\partial z} (5e^{-r} \cos \phi) - \frac{\partial}{\partial r} (-5 \cos \phi) \right] \mathbf{a}_\phi - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} (5e^{-r} \cos \phi) \mathbf{a}_z \\ &= \left( \frac{5}{r} \sin \phi \right) \mathbf{a}_r + \left( \frac{5}{r} e^{-r} \sin \phi \right) \mathbf{a}_z\end{aligned}$$

Entonces  $\nabla \times \mathbf{A} \Big|_{(2, 3\pi/2, 0)} = -2.50 \mathbf{a}_r - 0.34 \mathbf{a}_z$

- 9.14. Dado el campo vectorial general  $\mathbf{A} = 10 \sin \theta \mathbf{a}_\theta$  en coordenadas esféricas, halle el  $\nabla \times \mathbf{A}$  en  $(2, \pi/2, 0)$ .

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[ -\frac{\partial}{\partial \phi} (10 \sin \theta) \right] \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (10r \sin \theta) \mathbf{a}_\phi = \frac{10 \sin \theta}{r} \mathbf{a}_\phi$$

Entonces  $\nabla \times \mathbf{A} \Big|_{(2, \pi/2, 0)} = 5 \mathbf{a}_\phi$

- 9.15. En el problema 9.6 se halló la intensidad del campo magnético producido por un conductor circular con densidad de corriente uniforme. Ahora, por el contrario, halle,  $\mathbf{J}$  de  $\mathbf{H}$ .

Dado  $\mathbf{H} = (Ir/2\pi a^2) \mathbf{a}_\phi$  dentro del conductor,

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{Ir}{2\pi a^2} \right) \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{Ir^2}{2\pi a^2} \right) \mathbf{a}_z = \frac{I}{\pi a^2} \mathbf{a}_z$$

lo que en efecto corresponde a una sección transversal circular  $\pi a^2$  y una corriente  $I$  en la dirección  $z$ . Por fuera del conductor,  $\mathbf{H} = (I/2\pi r) \mathbf{a}_\phi$ , y así

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{I}{2\pi r} \right) \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{I}{2\pi} \right) \mathbf{a}_z = 0$$

como era de esperarse.

- 9.16. Un conductor circular de radio  $r_0 = 1$  cm tiene un campo interno

$$\mathbf{H} = \frac{10^4}{r} \left( \frac{1}{a^2} \sin ar - \frac{r}{a} \cos ar \right) \mathbf{a}_\phi \quad (\text{A/m})$$

donde  $a = \pi/2r_0$ . Halle la corriente total en el conductor.

Hay dos métodos: (1) calcular  $\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H}$  y entonces integrar; (2) utilizar la ley de Ampère. El segundo es más simple, en este caso.

$$\begin{aligned} I_{\text{enc}} &= \int_{r=r_0} \mathbf{H} \cdot d\ell = \int_0^{2\pi} \frac{10^4}{r_0} \left( \frac{4r_0^2}{\pi^2} \sin \frac{\pi}{2} - \frac{2r_0^2}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} \right) r_0 d\phi \\ &= \frac{8 \times 10^4 r_0^2}{\pi} = \frac{8}{\pi} \text{ A} \end{aligned}$$

- 9.17. Un campo radial

$$\mathbf{H} = \frac{2.39 \times 10^6}{r} \cos \phi \mathbf{a}_r \quad \text{A/m}$$

sale al espacio vacío. Halle el flujo magnético  $\Phi$  que cruza la superficie definida por  $-\pi/4 \leq \phi \leq \pi/4$ ,  $0 \leq z \leq 1$  m. Ver figura 9-16.

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} = \frac{3.00}{r} \cos \phi \mathbf{a}_r \quad (\text{T})$$

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_0^1 \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left( \frac{3.00}{r} \cos \phi \right) \mathbf{a}_r \cdot r d\phi dz \mathbf{a}_r \\ &= 4.24 \text{ Wb} \end{aligned}$$

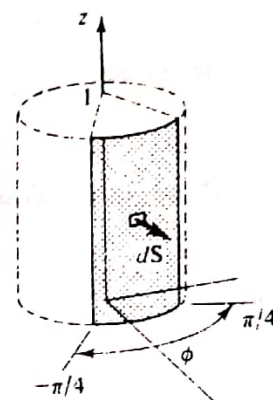


Fig. 9-16

Como  $\mathbf{B}$  es inversamente proporcional a  $r$  (como requiere  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ ), no causa ninguna diferencia la distancia radial que se escoja, pues el flujo total será el mismo.

- 9.18. En coordenadas cilíndricas,  $\mathbf{B} = (2.0/r) \mathbf{a}_\phi$  (T). Determine el flujo magnético  $\Phi$  que cruza la superficie plana definida por  $0.5 \leq r \leq 2.5$  m y  $0 \leq z \leq 2.0$  m. Ver figura 9-17.

$$\begin{aligned} \Phi &= \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \\ &= \int_0^{2.0} \int_{0.5}^{2.5} \frac{2.0}{r} \mathbf{a}_\phi \cdot dr dz \mathbf{a}_\phi \\ &= 4.0 \left( \ln \frac{2.5}{0.5} \right) = 6.44 \text{ Wb} \end{aligned}$$

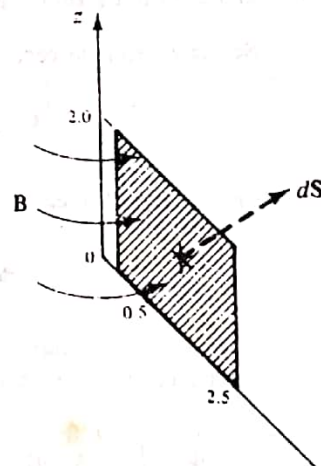


Fig. 9-17

- 9.19. Obtenga el potencial vectorial magnético  $\mathbf{A}$  en la región que rodea una corriente filamental, recta e infinitamente larga,  $I$ .

Como se muestra en el ejemplo 4, la expresión directa para  $\mathbf{A}$  como una integral no puede usarse. Sin embargo, la relación

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \mathbf{a}_\phi$$

puede tratarse como una ecuación diferencial vectorial para  $\mathbf{A}$ . Como  $\mathbf{B}$  sólo tiene una componente  $\phi$ , únicamente la componente  $\phi$  del rotor cilíndrico es necesaria.

$$\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Es evidente que  $A$  no puede ser función de  $z$ , ya que el filamento es uniforme con  $z$ . Entonces,

$$-\frac{dA_z}{dr} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \text{ó} \quad A_z = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln r + C$$

La constante de integración permite la localización de una referencia cero. Con  $A_z = 0$  en  $r = r_0$ , la expresión viene a ser

$$A = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left( \ln \frac{r_0}{r} \right) \mathbf{a}_z$$

9.20. Obtenga el potencial vectorial magnético  $A$  para la hoja de corriente del problema 9.3.

Para  $z > 0$ ,

$$\nabla \times A = B = \frac{\mu_0 K}{2} \mathbf{a}_x$$

de lo cual

$$\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = \frac{\mu_0 K}{2}$$

Como  $A$  debe ser independiente de  $x$  y  $y$ ,

$$-\frac{dA_y}{dz} = \frac{\mu_0 K}{2} \quad \text{ó} \quad A_y = -\frac{\mu_0 K}{2} (z - z_0)$$

Entonces, para  $z > 0$ ,

$$A = -\frac{\mu_0 K}{2} (z - z_0) \mathbf{a}_y = -\frac{\mu_0}{2} (z - z_0) K$$

Para  $z < 0$ , cámbiese el signo de la anterior expresión.

9.21. Utilizando el potencial vectorial magnético hallado en el problema 9.20, halle el flujo magnético que cruza el área rectangular que aparece en la figura 9-18.

Sea la referencia cero  $z_0 = 2$ , tal que

$$A = -\frac{\mu_0}{2} (z - 2) K$$

En la integral lineal

$$\Phi = \oint A \cdot d\mathbf{l}$$

$A$  es perpendicular al contorno en dos lados y desaparece en el tercero ( $z = 2$ ). Entonces,

$$\Phi = \int_{y=0}^{y=2} A \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\mu_0}{2} (1 - 2) \int_0^2 K dy = \mu_0 K$$

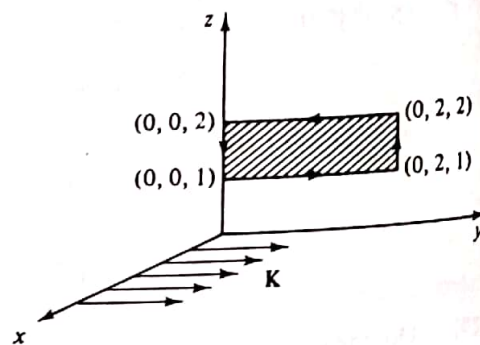


Fig. 9-18

Obsérvese como la elección de una referencia simplificó el cómputo. Por el teorema de Stokes es  $\nabla \times A$ , y no  $A$  lo que determina  $\Phi$ . Por consiguiente, la referencia cero puede escogerse a voluntad.

9.22. Demuestre que el rotacional de un gradiente es cero.

De la definición de la rotacional  $A$  dada en la sección 9.4, se ve que  $\nabla \times A$  es cero en una región si

$$\oint A \cdot d\mathbf{l} = 0$$



para cualquier trayectoria cerrada en la región. Pero, si  $\mathbf{A} = \nabla f$ , donde  $f$  es una función de valor simple,

$$\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \oint \nabla f \cdot d\mathbf{l} = \oint df = 0$$

(ver sección 5.5).

## Problemas suplementarios

- 9.23. Demuestre que el campo magnético producido por el elemento finito de corriente que aparece en la figura 9-19 está dado por

$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi r} (\sin \alpha_1 - \sin \alpha_2) \mathbf{a}_\phi$$

- 9.24. Obtenga  $d\mathbf{H}$  en un punto general  $(r, \theta, \phi)$  en coordenadas esféricas, producido por un elemento diferencial de corriente  $I d\mathbf{l}$  en el origen en dirección de  $z$  positivo.

Resp.  $\frac{I d\ell \sin \theta}{4\pi r^2} \mathbf{a}_\phi$

- 9.25. Las corrientes en los conductores interno y externo de la figura 9-20 están uniformemente distribuidas. Utilice la ley de Ampère para demostrar que para  $b \leq r \leq c$ ,

$$\mathbf{H} = \frac{I}{2\pi r} \left( \frac{c^2 - r^2}{c^2 - b^2} \right) \mathbf{a}_\phi$$

- 9.26. Dos lazos idénticos de corriente, circulares, de radio  $r = 3$  m e  $I = 20$  A están en planos paralelos, separados respecto de su eje común por 10 m. Halle  $\mathbf{H}$  en un punto medio entre los dos lazos.

Resp.  $0.908 \mathbf{a}_n$  A/m

- 9.27. Utilice la ley de Biot-Savart para demostrar que  $\mathbf{H} = \frac{1}{2} \mathbf{K} \times \mathbf{a}_n$  para una lámina plana de corriente de densidad constante  $\mathbf{K}$ .

- 9.28. Un filamento de corriente de 10 A en dirección  $+y$ , yace a lo largo del eje  $y$  y una lámina de corriente,  $\mathbf{K} = 2.0 \mathbf{a}_z$  A/m, está localizada en  $z = 4$  m. Determine  $\mathbf{H}$  en el punto  $(2, 2, 2)$  m.

Resp.  $0.398 \mathbf{a}_x + 1.0 \mathbf{a}_y - 0.398 \mathbf{a}_z$  A/m

- 9.29. Demuestre que el rotacional de  $(x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y + z\mathbf{a}_z)/(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$  es cero. (Sugerencia:  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ .)

- 9.30. Dado el vector general  $\mathbf{A} = (-\cos x)(\cos y)\mathbf{a}_z$ , halle el rotacional de  $\mathbf{A}$  en el origen. Resp.  $0$

- 9.31. Dado el vector general  $\mathbf{A} = (\cos x)(\sin y)\mathbf{a}_x + (\sin x)(\cos y)\mathbf{a}_y$ , halle el rotacional de  $\mathbf{A}$  para todos los puntos. Resp.  $0$

- 9.32. Dado el vector general  $\mathbf{A} = (\sin 2\phi)\mathbf{a}_\phi$  en coordenadas cilíndricas, halle el rotacional de  $\mathbf{A}$  en  $(2, \pi/4, 0)$ .

Resp.  $0.5 \mathbf{a}_z$

- 9.33. Dado el vector general  $\mathbf{A} = e^{-2z}(\sin \frac{1}{2}\phi)\mathbf{a}_\phi$  en coordenadas cilíndricas, halle el rotacional de  $\mathbf{A}$  en  $(0.800, \pi/3, 0.500)$ . Resp.  $0.368 \mathbf{a}_r + 0.230 \mathbf{a}_z$

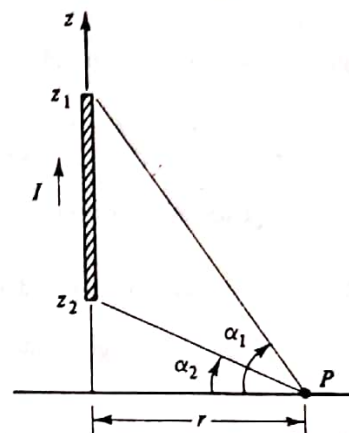


Fig. 9-19

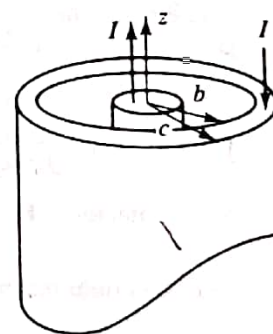


Fig. 9-20

- 9.34. Dado el vector general  $A = (\sin \phi) \mathbf{a}_r + (\sin \theta) \mathbf{a}_\phi$  en coordenadas esféricas, halle el rotacional de  $A$  en el punto  $(2, \pi/2, 0)$ . Resp. 0

- 9.35. Dado el vector  $A = 2.50 \mathbf{a}_r + 5.00 \mathbf{a}_\phi$  en coordenadas esféricas, halle el rotacional de  $A$  en  $(2, 0, \pi/6, 0)$ . Resp.  $4.33 \mathbf{a}_r - 2.50 \mathbf{a}_\theta + 1.25 \mathbf{a}_\phi$

- 9.36. Dado el vector general

$$A = \frac{2 \cos \theta}{r^3} \mathbf{a}_r + \frac{\sin \theta}{r^3} \mathbf{a}_\theta$$

demuestre que el rotacional de  $A$  es en todo punto cero.

- 9.37. Un conductor cilíndrico de radio  $10^{-2}$  m tiene un campo magnético interno

$$\mathbf{H} = (4.77 \times 10^4) \left( \frac{r}{2} - \frac{r^2}{3 \times 10^{-2}} \right) \mathbf{a}_\phi \quad (\text{A/m})$$

¿Cuál es la corriente total en el conductor? Resp. 5.0 A

- 9.38. En coordenadas cilíndricas,  $\mathbf{J} = 10^5 (\cos^2 2r) \mathbf{a}_z$  en una cierta región. Obtenga  $\mathbf{H}$  a partir de esta densidad de corriente y luego tome el rotacional de  $\mathbf{H}$  y compárelo con  $\mathbf{J}$ . Resp.  $\mathbf{H} = 10^5 \left( \frac{r}{4} + \frac{\sin 4r}{8} + \frac{\cos 4r}{32r} - \frac{1}{32r} \right) \mathbf{a}_\phi$

- 9.39. En coordenadas cartesianas, una densidad constante de corriente,  $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{a}_x$ , existe en la región  $-a \leq z \leq a$ . Ver figura 9-21. Utilice la ley de Ampère para hallar  $\mathbf{H}$  en todas las regiones. Obtenga el rotacional de  $\mathbf{H}$  y compárelo con  $\mathbf{J}$ .

$$\text{Resp. } \mathbf{H} = \begin{cases} J_0 a \mathbf{a}_x & z > a \\ J_0 z \mathbf{a}_x & -a \leq z \leq a \\ -J_0 a \mathbf{a}_x & z < -a \end{cases}$$

rotacional  $\mathbf{H} = \mathbf{J}$

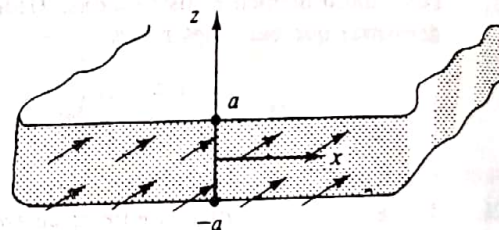


Fig. 9-21

- 9.40. Calcule el flujo magnético total  $\Phi$  que cruza el plano  $z = 0$  en coordenadas cilíndricas para  $r \leq 5 \times 10^{-2}$  m si

$$\mathbf{B} = \frac{0.2}{r} (\sin^2 \phi) \mathbf{a}_z \quad (\text{T})$$

Resp.  $3.14 \times 10^{-2}$  Wb

- 9.41. Sea

$$\mathbf{B} = 2.50 \left( \sin \frac{\pi x}{2} \right) e^{-2y} \mathbf{a}_z \quad (\text{T})$$

halle el flujo magnético total que cruza la franja  $z = 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $0 \leq x \leq 2$  m. Resp. 1.59 Wb

- 9.42. Un cable coaxial cuyo conductor interno tiene radio  $a$  y el externo tiene radios interno y externo  $b$  y  $c$  respectivamente, transporta una corriente  $I$  en el conductor interno. Halle el flujo magnético por unidad de longitud

que cruza un plano  $\phi = \text{constante}$  entre los conductores. Resp.  $\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$

- 9.43. Una hoja uniforme de corriente,  $\mathbf{K} = K_0 \mathbf{a}_y$ , está en  $z = b > 2$  y otra  $\mathbf{K} = K_0(-\mathbf{a}_y)$ , está en  $z = -b$ . Halle el flujo magnético que cruza el área definida por  $x = \text{constante}$ ,  $-2 \leq z \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq L$ . Suponga espacio vacío. Resp.  $4\mu_0 K_0 L$



- 9.44. Utilice el potencial vectorial magnético del problema 9.19 para obtener el flujo que cruza un plano  $\phi = \text{constante}$  para  $r_1 \leq r \leq r_0$  y  $0 \leq z \leq L$  producido por una corriente de filamento  $I$  sobre el eje  $z$ .

Resp.  $\frac{\mu_0 IL}{2\pi} \ln \frac{r_0}{r_1}$

- 9.45. Sea el potencial vectorial magnético dentro de un conductor cilíndrico de radio  $a$  igual a

$$\mathbf{A} = -\frac{\mu_0 I r^2}{4\pi a^2} \mathbf{a}_z$$

halle el correspondiente  $\mathbf{H}$ . Resp. Ver problema 9.6.

- 9.46. Una lámina uniforme de corriente,  $\mathbf{K} = K_0(-\mathbf{a}_y)$ , está localizada en  $x = 0$  y otra,  $\mathbf{K} = K_0\mathbf{a}_y$ , está en  $x = a$ . Halle el potencial vectorial magnético entre las láminas. Resp.  $(\mu_0 K_0 x + C)\mathbf{a}_z$

- 9.47. Entre las hojas de corriente del problema 9.46 una porción del plano  $z = \text{constante}$  está definida por  $0 \leq x \leq b$  y  $0 \leq y \leq a$ . Halle el flujo  $\Phi$  que cruza esta porción, desde  $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$  y desde  $\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$ . Resp.  $ab\mu_0 K_0$