Examen Semestral

Teoría de Control 1

Universidad Tecnológica de Panamá

Facultad de ingeniería eléctrica

Nombre: Fernando Guiraud

Cédula: 8-945-692

Grupo: 1EE131

Indicaciones:

- Los cálculos deben presentarlos a mano. No se aceptará capturas de Matlab, ni ningún otro software de simulación, ni calculadora.
- Si la pregunta tiene una o más "rayas", debe colocar ahí sus respuestas finales.
- En los recuadros deberá colocar el procedimiento correspondiente a cada pregunta.
- Su entrega debe ser en formato pdf.
- El parcial empezará el lunes 27 de Julio a las 5:00pm y terminará el mismo día a las 9:00pm.
- Su letra debe ser clara y sus operaciones deben estar ordenadas. Si hay varias respuestas y en las líneas no se entiende cual corresponde a que pregunta, está mal. Puede utilizar un procesador de texto o editor de ecuaciones si lo desea.
- Todas sus respuestas deben estar en <u>*decimales (4)*</u>.
- Donde se requieran datos adicionales en los problemas, utilizará:
    - *Si su cédula tiene la estructura: XY-01234-4560*
      a_1 *es la suma de cada dígito del segundo segmento de la cédula, es decir* a_1*= 1+2+3+4 = 10;*
      a_2 *es la suma de cada dígito del tercer segmento de la cédula, es decir* a_2 *= 4+5+6=15;*
      a_3 *se escoge con el sexo marcado en su cédula, si dice M utilizará 4 y si dice F utilizará 2.*
      $a_4 = a_3 * \frac{a_2}{a_1}$

I. Introducción.

1. ***Coloque*** los valores de a_1, a_2, a_3 y a_4 de acuerdo con lo mostrado en <u>*el punto 5 de las indicaciones*</u>. Todos los procedimientos y resultados del semestral dependerán del correcto conocimiento de estos parámetros.

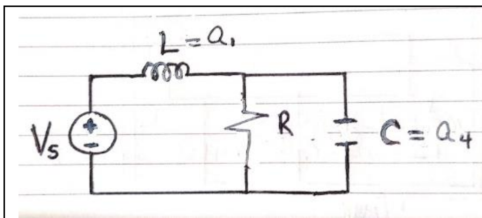
8-945-692

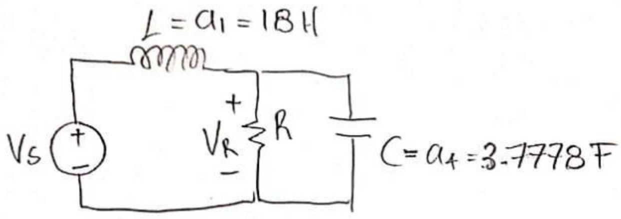
a1 = 9 + 4 + 5 = 18
a2 = 6 + 9 + 2 = 17
a3 = M = 4
a4 = a3*(a2/a1) = 4 * (17/18) = 3.7778

a1 = 18 ; a2 = 17 ; a3 = 4 ; a4 = 3.7778

II. Parte. Modelado.

1. Calcule la magnitud de la resistencia (R) del circuito mostrado en la figura, si el valor máximo del voltaje en ella no debe superar el límite de $V_{R,max} = 1.35 * V_s$. La entrada es $V_s = a_2\ Volts$.
$\frac{-0.264704 \cdot s}{s^2+0.014706} < r < \frac{-0.264704 \cdot s}{s^2+0.003813}$ o $\frac{-0.264704 \cdot s}{s^2+0.003813} < r < \frac{-0.264704 \cdot s}{s^2+0.014706}$ Ω





$$X_C = \frac{1}{Cs} = \frac{1}{3.7778 \cdot s}$$

$$X_L = L \cdot s = 18 \cdot s$$

$a_1 =$

$$V_S = (18s + R) I_1(s) - R I_2(s)$$

$$0 = \left(R + \frac{1}{3.7778 \cdot s}\right) I_2(s) - R I_1(s)$$

$$I_1(s) = \frac{\det\left(\begin{bmatrix} V_S & -R \\ 0 & R + \frac{1}{3.7778 \cdot s} \end{bmatrix}\right)}{\det\left(\begin{bmatrix} R + 18 \cdot s & -R \\ -R & R + \frac{1}{3.7778 \cdot s} \end{bmatrix}\right)} = \frac{V_S (R \cdot s + 0.264704)}{18\left(R(s^2 + 0.01471) + 0.2647 \cdot s\right)}$$

$$I_2(s) = \frac{\det\left(\begin{bmatrix} R + 18 \cdot s & V_S \\ -R & 0 \end{bmatrix}\right)}{\det\left(\begin{bmatrix} R + 18 \cdot s & -R \\ -R & R + \frac{1}{3.7778 \cdot s} \end{bmatrix}\right)} = \frac{V_S (R \cdot s)}{18\left(R(s^2 + 0.01471) + 0.2647 \cdot s\right)}$$

$$V_R = (I_1(s) - I_2(s))R$$

$$V_R = \frac{0.01471 \cdot V_s \cdot R}{R(s^2 + 0.01471) + 0.2647 \cdot s}$$

Si $V_{RMax} > 1.35 V_s$

$V_s = a_2 V$

$V_s = 17V$

$$1.35 V_s < \frac{0.01471 \cdot V_s \cdot R}{R(s^2 + 0.01471) + 0.2647 \cdot s}$$

$\boxed{V_s = 17\ V}$

Resolviendo la desigualdad y Remplazando $\boxed{V_s = 17V}$

$$\frac{-0.2647 \cdot s}{s^2 + 0.014706} < R < \frac{-0.2647}{s^2 + 0.003813}$$

o

$$\frac{-0.2647 \cdot s}{s^2 + 0.003813} < R < \frac{-0.2647}{s^2 + 0.014706}$$

II. Parte. Diseño de Controladores. No es necesario dibujar el LGR.

Los valores de p_1 son iguales a los de la sección V.

$$G(s) = \frac{K}{(s + p_1 + 15)(s^2 + 10s + 34)}$$

Para la función de transferencia en lazo abierto mostrado arriba, calcule:

1. Diseñe un controlador PID que regule el comportamiento de la salida del sistema mostrado en la figura. Los criterios de diseño son: 0.5 veces el tiempo de asentamiento del sistema no compensado, con un máximo sobrepaso de 15% y error en estado estable nulo. Suponga una entrada escalón unitario.
   a) Tiempo pico del sistema no compensado: Tp = 0.4442s.
   b) Ganancia del sistema no compensado: K = 1195.28.
   c) Ubicación del polo dominante en el sistema no compensado: s = -4.2998+ i * 7.0712.
   d) Ubicación del polo dominante en el sistema compensado (PD): s = -8.5397+ i * 14.1427.
   e) Error en estado estable en el sistema compensado (PD): ess = 0.16.
   f) Valores de las ganancias del controlador PD (K_p y K_d): Kp=5173.88, Kd=344.571.
   g) Valores de las ganancias del controlador PID (K_p, K_d y K_i):
      Kp=5618.75, Kd=336.803, Ki=558.507.
   h) Tiempo pico obtenido con el PID: Tp = 0.2254.

$$G(s) = \frac{K}{(s+P_1+15)(s^2+10s+31)}$$

$$\boxed{P_1 = a_2 = 17}$$

$$G(s) = \frac{K}{(s+32)(s^2+10\cdot s+31)}$$

$\%OS = 15\%$

$$15 = 100\,e^{\left(\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)}$$

$$\boxed{\xi = 0.5169}$$

$$W_d = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$W_d = 0.8560\cdot W_n$$

$$s = -\xi W_n + jW_d$$

$$s = -0.5169\,W_n + j\,0.8560\,W_n$$

Polinomio Caracteristico

$$s^3 + 42s^2 + 354\cdot s + K + 1088 = 0$$

Reemplazando s

$$K + 0.9983\,W_n^3 - 19.5537\,\omega^2 - 182.994\,W_n + 1088 + (0.05896\,W_n^3 - 37.1706\,\omega^2 \ldots$$

$$\ldots + 303.034\,\omega)i = 0$$

Parte real

① $K + 0.998261\,W_n^3 - 19.5537\,\omega^2 - 182.994\,W_n + 1088 = 0$

Parte imaginaria

② $0.05896\,W_n^3 - 37.1706\,W_n^2 + 303.034\,W_n = 0$

Resolviendo ① y ②

$K = -2.3281\times10^8$, $W_n = 622.234$ ✗

$K = -1088$, $W_n = 0$ ✗

$\boxed{K = 1195.28 \quad , W_n = 8.26075}$ ✓

Polo dominante No Compensado.

$s = -0.5169\,W_n + j\,0.8560\,W_n$

$\boxed{s = -4.26998 + j7.0712}$

$$T_s = \frac{4}{\xi W_n} = \frac{4}{(0.5169)(8.26075)} = 0.9368\,s$$

$$T_s' = (0.9368)(0.5) = 0.4684\,s.$$

$\underline{W_n = 8.26075}$, $\%OS = 15 \Rightarrow \underline{\xi = 0.5169}$

$$T_p = \frac{\pi}{W_n\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$T_p = \frac{\pi}{(8.26075)\sqrt{1-(0.5169)^2}}$$

$\boxed{T_p = 0.4442\ s}$ Tiempo pico del sistema no compensado

$$T_s = \frac{4}{W_n \xi} = \frac{4}{(8.26075)(0.5169)} = 0.9367\ s$$

$$T_s' = T_s \cdot 0.5 = (0.9367s)(0.5) = 0.4684\ s$$

Sistema Compensado

$$G(s) = \frac{K(s+K)}{(s+32)(s^2+10s+34)}$$

$T_s' = \frac{4}{\xi W_n}$ $\%OS = 15 \Rightarrow \underline{\xi = 0.5169}$

$$W_n = \frac{4}{(0.4684)(0.5169)} = \underline{16.5210}$$

$$s = -\xi W_n + j\, W_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$s = -(0.5169)(16.5210) + j(16.5210)\sqrt{1-(0.5169)^2}$$

$\underline{s = -8.5397 + j\,14.1427}$ Polo Dominante compensado

Polinomio Caracteristico

$$K(s+z) + (s+32)(s^2+10s+34) = 0$$

Remplazando s

$$K \cdot z - 8.5397 \cdot K - 2771.35 + (14.1427 \cdot K - 4873.17)i = 0$$

Parte real

$$K \cdot z - 8.5397K - 2771.35 = 0$$

Parte imaginaria

$$14.1427 \cdot K - 4873.17 = 0$$

Resolviendo el sistema

$\boxed{z = 16.5826\ ,\quad K = 344.571}$

PD

$$G(s) = \frac{344.571(s+16.5826)}{(s+32)(s^2+10s+34)}$$

Tipo 0

$$Kp = \lim_{s \to 0} \left(\frac{344.571\,(s+16.5826)}{(s+32)(s^2+10s+34)} \right)$$

$$Kp = 5.2517$$

Escalón Unitario $A = 1$

$\therefore$

$$ess = \frac{1}{1+Kp} = \frac{1}{1+5.2517} = 0.1600$$

$ess \neq 0$

Por lo que se requiere un compensador integral ideal para hacerlo 0.

$a = 0.1$

$$G(s) = \frac{K(s+16.5826)(s+0.1)}{s(s+32)(s^2+10s+34)}$$

$$\%OS = 15 \Rightarrow \xi = 0.5169$$

$$W_d = W_n \sqrt{1-\xi^2}$$

$$W_d = W_n \sqrt{1-(0.5169)^2}$$

$$W_d = 0.8560 \cdot W_n$$

$$s = -\xi W_n + j W_d$$

$S = -0.5169\,Wn + j(0.8560)\,Wn$

Polinomio Caracteristico

$K(s+16.5826)(s+0.1) + s(s+32)(s^2+10s+34) = 0$

Remplazando s

$K(-0.46555\,Wn^2 - 8.62324\,Wn + 1.65826) - 0.56639 \cdot Wn\,(Wn^3 - 74.0191\,W^2 \ldots$
$\ldots + 290.985 \cdot Wn + 992.97) - 0.8849(K(Wn - 16.1372) \ldots$
$\ldots - 0.9311(W_n^3 + 3.0029\,Wn^2 - 380.195\,Wn + 1130.31))\,Wn \cdot i = 0$

① Parte Real

$K(-0.46555\,Wn^2 - 8.62324\,Wn + 1.65826) - 0.56639\,Wn\,(W^3 - 74.0191\,W^2 \ldots$
$\ldots + 290.985\,Wn + 992.97) = 0$

② Parte Imaginaria

$-0.8849\,(K(Wn - 16.1372) - 0.9311(W_n^3 + 3.00287\,W_n^2 - 380.195\,Wn + 1130.31))\,W_n = 0$

Resolviendo el sistema ① y ②

$K = 197.215 \pm \cancel{4}58.476i$, $Wn = 12.6928 \pm 11.0203i$ ×

$K = -64.942 \pm 11.0454i$, $Wn = 0.03512 \pm 0.6150$ ×

$K = 0$, $Wn = 0$ ×

$\boxed{K = 336.803 \quad , \quad Wn = 16.2816}$ ✓

Escaneado con CamScanner

$$G(s) = \frac{336.803(s+16.5826)(s+0.1)}{(s+32)(s^2+10s+34)}$$

Ganancias del Compensador PD

$344.571(s+16.5826)$

$5713.88 + 344.571 \cdot s$

$KP = 5713.88$, $KD = 344.571$

Ganancias de Compensador PID

$$\frac{336.803(s+16.5826)(s+0.1)}{s}$$

$$5618.75 + 336.803 \cdot s + \frac{558.507}{s}$$

$KP = 5618.75$

$KD = 336.803$

$KI = 558.507$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$T_p = \frac{\pi}{(16.2816)\sqrt{1-(0.5169)^2}}$$

$$\boxed{T_p = 0.2254\ s}$$

2. Garantice la validez de su resultado, comprobando los criterios explicados en clase.

Comprobación

(1) $\%OS = 15 \Rightarrow \xi = 0.5169$ No se cambio ✓

$W_n = 16.2816 \rightarrow$ Dato final en el integrador

(2) $T_s = \dfrac{4}{\xi W_n} = \dfrac{4}{(0.5169)(16.2816)} = 0.4753\,s$ ✓

Error en estado estable

$$G(s) = \frac{336.803\,(s+16.5826)(s+0.1)}{s(s+32)(s^2+10s+34)}$$

$$K_p = \lim_{s \to 0}\left(\frac{336.803\,(s+16.5826)(s+0.1)}{s(s+32)(s^2+10\cdot s+34)}\right)$$

$K_p = \infty$

Entrada escalon unitario $\boxed{A=1}$

(3) $e_{ss} = \dfrac{1}{1+K_p} = \dfrac{1}{1+\infty} = 0$ //

No tiene error en estado estable ✓