

Theory of Automata and Formal languages

Fernando Javier López Cerezo
Taller 4

December 13, 2022

Ejercicio

Sea $p \in \mathbb{N}$ y $Q_p = (1, s_p)$ donde:

$$s_p : \\ X_{2p+1} := X_{2p+1} + 1$$

Calcular la codificación del CÓDIGO de este programa, obteniendo la expresión más simplificada posible.

Resolución

Utilicemos la función $\text{code2N}(c)$ para codificar este código. Dado $c = s_1; \dots; s_m \in \text{CODE}$, $\text{code2N}(c) = \Gamma(\text{sent2N}(s_1), \dots, \text{sent2N}(s_m)) - 1$. En este caso el código dado tiene una única línea, s_p . Luego $\text{code2N}(s_p) = \Gamma(\text{sent2N}(s_p)) - 1$. Al ser $c = s_p = X_{2p+1} := X_{2p+1} + 1$ siguiendo la definición de $\text{sent2N}(c)$:

$$\Gamma(\text{sent2N}(s_p)) - 1 = \Gamma(5\sigma_1^2(2p+1-1, 2p+1-1)+2) - 1 = \Gamma(5\sigma_1^2(2p, 2p)+2) - 1 = \Gamma(5(\frac{(2p+2p)(2p+2p+1)}{2} + 2p) + 2) - 1 = \Gamma(5(8p^2 + 4p) + 2) - 1 = \Gamma(40p^2 + 20p + 2) - 1.$$

Véase que en este caso la función godelización de \mathbb{N}^* esta tomando como argumento un vector de tamaño 1, luego $\Gamma(40p^2 + 20p + 2) - 1 = \sigma_1^2(1 - 1, \sigma_1^1(40p^2 + 20p + 2) + 1 - 1) = \sigma_1^2(0, 40p^2 + 20p + 2) = \frac{(40p^2 + 20p + 2)(40p^2 + 20p + 3)}{2} + 40p^2 + 20p + 2 = 800p^4 + 800p^3 + 340p^2 + 70p + 5$