

学籍番号 E1832

名前

藤村 勇仁

第12回課題

1. 微分方程式 $y'(t) = f(t, y)$ の初期値問題に対するオイラー法で用いる漸化式を導出したい。

(a) 関数 $y(t)$ を $t = t_i$ の周りでテーラー展開し、1次で打ち切った式をかけ。

(b) 上記で $t = t_{i+1}$ とし、時間幅を h としてオイラー法で用いる漸化式を導け。

2. 以下の境界値問題を差分法で解け ($y(t_1)$ と $y(t_2)$ を求めよ)。ただし、データの間隔 ($h = t_{i+1} - t_i$) は $\frac{1}{2}$ とする。

$$y''(t) - y(t) = 0, y(t_0) = 1, y(t_3) = 0$$

<解答>

$$1. (a) \quad y(t) = y(t_i) + y'(t_i) \cdot (t - t_i)$$

$$(b) \quad y(t_{i+1}) = y(t_i) + y'(t_i) \cdot (t_{i+1} - t_i)$$

$$y'(t_i) = f(t_i, y(t_i)), \quad t_{i+1} - t_i = h$$

$$y(t_{i+1}) = y(t_i) + h f(t_i, y(t_i))$$

$$2. \quad \frac{y(t_{i+1}) - 2y(t_i) + y(t_{i-1}))}{h^2} - y(t_i) = 0$$

$$y(t_{i+1}) - (2 + h^2) y(t_i) + y(t_{i-1}) = 0$$

$i=1$ のとき、

$$y(t_2) - (2 + h^2) y(t_1) + y(t_0) = 0 \Rightarrow y(t_2) - \frac{9}{4} y(t_1) = -1$$

$i=2$ のとき、

$$y(t_3) - (2 + h^2) y(t_2) + y(t_1) = 0 \Rightarrow -\frac{9}{4} y(t_2) + y(t_1) = 0$$

$$y(t_1) = \frac{36}{65}, \quad y(t_2) = \frac{16}{65}$$