

学籍番号 E/A32

名前 藤村 勇仁.

## 第9回課題

3点  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  が与えられたとき,  $x$  と  $y$  の関係式を近似する1次式  $y = b + ax$  を最小2乗法から導出するための連立方程式を導出せよ.

&lt;解答&gt;

$x = x_1$  における理論値は  $b + ax_1$  であるから, この点における誤差  $e_1$  は,

$$e_1 := y_1 - b - ax_1 \text{ である. 同様に, } e_2 := y_2 - b - ax_2$$

全体の誤差の二乗和は,

$$e = \sum e_i^2 = (y_1 - b - ax_1)^2 + (y_2 - b - ax_2)^2 + (y_3 - b - ax_3)^2$$

$e$  が最小のとき,  $\frac{\partial e}{\partial b} = 0$ ,  $\frac{\partial e}{\partial a} = 0$ .

$$\frac{\partial e}{\partial b} = 2(x_1 + x_2 + x_3)a + 6b - 2(y_1 + y_2 + y_3) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial a} = 2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)a + 2(x_1 + x_2 + x_3)b - 2(x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3) = 0$$

ベクトルに表すと,

$$\begin{bmatrix} 3 & x_1 + x_2 + x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 & x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 + y_2 + y_3 \\ x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 \end{bmatrix}$$