

令和 4 年度 第 5 学年 確率・統計

## 課題 1 ベイズの定理について

E1832 藤村勇仁

2022 年 6 月 6 日

## 1 ベイズの定理

### 定理 1.1 ベイズの定理

$$P(A | B) = \frac{P(A)P(B | A)}{P(B)} \quad (1)$$

**証明** 確率の乗法定理 [1] より、

$$P(A \cap B) = P(B)P(A | B) = P(A)P(B | A) \quad (2)$$

辺々を  $P(B)$  で割ると、

$$P(A | B) = \frac{P(A)P(B | A)}{P(B)} \quad (3)$$

□

## 2 ベイズの定理を用いる例題

### 例題

ある工場では機械 I, II, III が製品を生産している。機械 I, II, III はそれぞれ 1%, 2%, 5% の確率で不良品を生産する。工場全体の製品のうち、機械 I は 20%, 機械 II は 30%, 機械 III は 50% を生産している。生産されたばねから一つ選んだ時にそれが不良品であったとき、不良品が機械 I が生産したものである確率を求めよ。

### 解答

不良品が出る事象を  $A$ 、選んだ製品が機械 I によって生産された事象を  $B_1$ 、機械 I によって生産された事象を  $B_2$ 、機械 I によって生産された事象を  $B_3$  とする。問の確率は  $P(B_1 | A)$  であるので、

$$\begin{aligned} P(B_1 | A) &= \frac{P(A)P(B_1 | A)}{P(B_1)} \\ &= \frac{0.01 \times 0.2}{0.01 \times 0.2 + 0.02 \times 0.3 + 0.05 \times 0.5} \\ &= \frac{2}{33} \approx 0.06 \end{aligned} \quad (4)$$

## 参考文献

[1] 高専の数学教材研究会 (編), 上野健爾 (監修). “確率統計”. 高専テキストシリーズ. 森北出版, 2013.