4 輪メカナムホイールの逆運動学

fjnkt98

2020 年 3 月 20 日

1　目的

4 輪メカナムホイールロボットの制御を行うために逆運動学を求める．

2　逆運動学及び順運動学の導出

ここでは図 1 に示すメカナムホイールロボットの運動学を導出する．

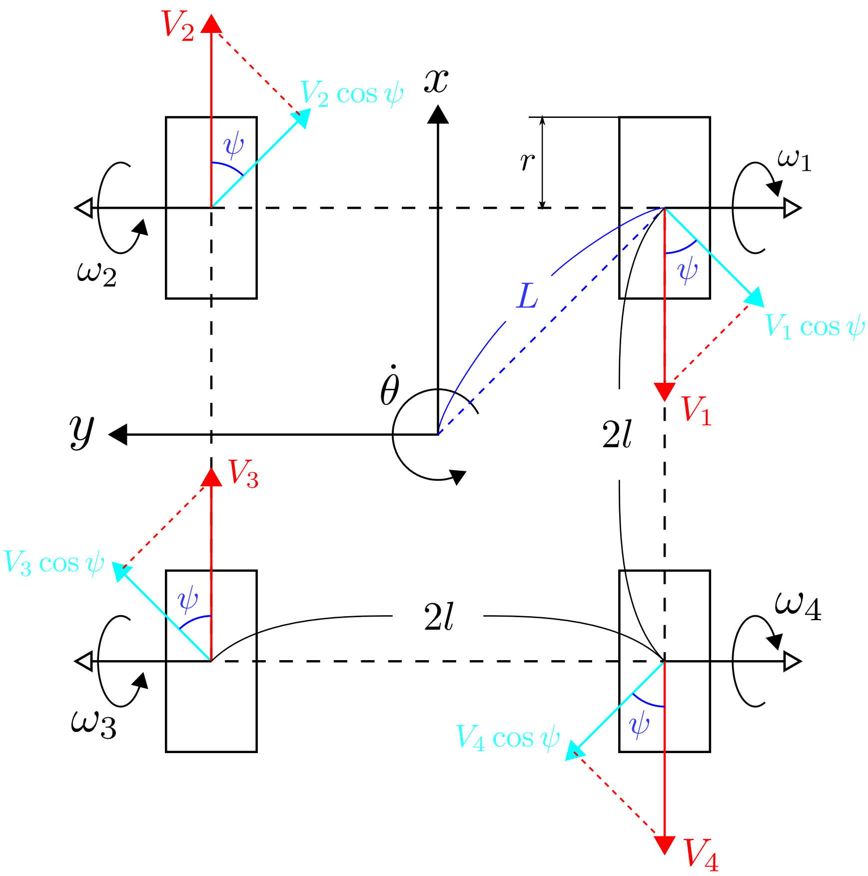

Fig.1　4WD Mecanum Wheel

2.1　ロボットの各種パラメータ

ロボット座標系は右手系座標系であり，原点はロボットの中心に固定されている．x 軸はロボットの前進方向に，z 軸は鉛直上方向に設定されている．
ロボットは次のパラメータを持つ．

- メカナムホイールの半径 r
- ホイールのローラ角度 ψ =45°
- ホイール間距離 $2l$
- ロボット中心からホイールまでの距離 $L = \sqrt{2}l$
- ホイール角速度 ω_i
- ホイールの周速度 $V_i = r\omega_i$
- ロボットの速度の x 軸方向成分 $\dot{x}$
- ロボットの速度の y 軸方向成分 $\dot{y}$
- ロボットの角速度 $\dot{\theta}$

メカナムホイールロボットはホイールが正方形の頂点上に配置されているタイプのものを考える．また，ホイールのローラ角度は 45° とする．

2.2　逆運動学の導出

メカナムホイールが回転すると，接地しているローラの軸方向に速度を発生させる．その大きさはメカナムホイールの周速度 V_i に $\cos\psi$ を乗じたものになる．ロボットの速度はホイールによってのみ発生することを考えると，式 1 が成り立つ．

$$\begin{cases} V_1 \cos\psi = -\dot{x}\cos\psi - \dot{y}\sin\psi - L\dot{\theta} & \text{(1a)} \\ V_2 \cos\psi = \dot{x}\cos\psi - \dot{y}\sin\psi - L\dot{\theta} & \text{(1b)} \\ V_3 \cos\psi = \dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi - L\dot{\theta} & \text{(1c)} \\ V_4 \cos\psi = -\dot{x}\cos\psi + \dot{y}\sin\psi - L\dot{\theta} & \text{(1d)} \end{cases}$$

式 1 に ψ =45° を代入すると，式 2 が得られる．

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}V_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\dot{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{y} - L\dot{\theta} & \text{(2a)} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}V_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{x} - \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{y} - L\dot{\theta} & \text{(2b)} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}V_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{y} - L\dot{\theta} & \text{(2c)} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}V_4 = -\frac{\sqrt{2}}{2}\dot{x} + \frac{\sqrt{2}}{2}\dot{y} - L\dot{\theta} & \text{(2d)} \end{cases}$$

$\sqrt{2}L = \sqrt{2} \times \sqrt{l^2 + l^2} = 2l$ であることを考慮して式 2 を変形すると，式 3 が得られる．

$$
\begin{cases}
V_1 = -\dot{x} - \dot{y} - 2l\dot{\theta} & \text{(3a)} \\
V_2 = \dot{x} - \dot{y} - 2l\dot{\theta} & \text{(3b)} \\
V_3 = \dot{x} + \dot{y} - 2l\dot{\theta} & \text{(3c)} \\
V_4 = -\dot{x} + \dot{y} - 2l\dot{\theta} & \text{(3d)}
\end{cases}
$$

式 3 を行列表示すると式 2.3 が得られる．

$$
\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2l \\ 1 & -1 & -2l \\ 1 & 1 & -2l \\ -1 & 1 & -2l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \tag{4}
$$

2.3 順運動学の導出

順運動学は，逆運動学の式を変形することで得られる．今，式 2.3 の係数行列を A と置く．

$$
\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}
$$

順運動学を求めるには，A の逆行列 A^{-1} を求めればよい．しかし，A は正方行列ではないため，逆行列を持たない．従って，疑似逆行列を用いる．A の疑似逆行列 A^{+} は $A^{+} = (A^T A)^{-1} A^T$ で求められる．これにより A^{+} が次のように求まる．

$$
A^{+} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2l} & -\frac{1}{2l} & -\frac{1}{2l} & -\frac{1}{2l} \end{pmatrix} \tag{5}
$$

従って，式 6 に示す順運動学が求まる．

$$
\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2l} & -\frac{1}{2l} & -\frac{1}{2l} & -\frac{1}{2l} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{pmatrix} \tag{6}
$$