

## 期中小测验

1.  $0 < \arg \frac{z-i}{z+i} < \frac{\pi}{4}$  在复平面上表示什么区域?

2. 求 (1)  $|e^{-z^2}|$ ; (2)  $(1-i)^{1+i}$ .

3. 若  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  在区域  $D$  内解析且  $au(x, y) + bv(x, y) = c$ , 其中  $a, b$  和  $c$  是不为 0 的实常数, 证明:  $f(z)$  必为常数.

若  $a, b$  和  $c$  是不为 0 的复常数, 这个结论还成立吗?

4. 求 (1)  $I_1 = \int_{|z|=4} \frac{3z-1}{(z+1)(z-3)} dz$ ; (2)  $I_2 = \int_{|z|=3} \frac{1}{z^3(z+1)(z-1)} dz$ .

5. 求解析函数  $f(z)$  使得其虚部为  $v(x, y) = \sqrt{-x + \sqrt{x^2 + y^2}}$  且  $f(0) = 0$ .

6. 附加题 (10分, 可不作) 推导极坐标下的柯西-黎曼方程.