
中国科学技术大学

摘要

中国科学技术大学。

关键词：USTC, MMC

1 问题重述

通信系统在当今社会中扮演了十分重要的角色。其中，信息的传递是传输信息串实现的，而每一个信息串由若干个比特（0 或 1）组成。显然，由于实际环境中的噪音，信息传递不可能完全准确。在本题中，我们只考虑一种较为简单的噪音：比特是通过二元对称信道传输的。在二元对称信道中，发送一个比特，接收到的比特有概率 p 与原来不同。假定 $p \in (0, 1)$ 是一个常数，且每一个比特的发送和接收是独立的。

设 $V = \{0, 1\}^n$ 是含 n 个比特的信息全体。给定 $k < n$ ，划分 V 为 $m = 2^k$ 个集合 V_1, V_2, \dots, V_m ，即 V_i 两两不交，且 $\bigcup_{i=1}^m V_i = V$ 。对每个 V_i ，选取一个 x_i 作为其代表。以后，我们仅发送这些选定的代表。若发送 x_i ，接收到的信息为 y ，则解码为 y 所在集合 V_j 的代表 x_j 。记 e_i 为“错误解码”的概率，即 $e_i = \text{Prob}(x_j \neq x_i)$ 。

定义 $\text{BER} = \max_{1 \leq i \leq m} e_i$ 。我们需解决以下两个问题：

1. 对给定的 $r = k/n$ ，设计 V_1, \dots, V_m 及代表 x_1, \dots, x_m ，使得 BER 尽可能小。
2. 设计一套算法，对输入的 n 和 k 能够给出相应的 V_1, \dots, V_m 和 x_1, \dots, x_m ，使得 BER 尽可能小。以 $k = 24$ ， $n = 32$ ， $p = 0.1$ 为例进行分析。

2 问题分析

本题中两个问题的主要目标都是使 BER 的值尽可能小，因此我们先做整体上的分析。

首先我们假设已经设计好 V_1, \dots, V_m ，并设 $V_i = \{v_{i1}, \dots, v_{ia_i}\}$ ，这里 $a_i = \#V_i$ 是 V_i 的元素个数，满足 $\sum_{i=1}^m a_i = 2^n$ 。我们的目的是选择合适的 $x_i \in V_i$ ，这也即要求发送 x_i ，接收到的信号仍在 V_i 内的概率最大。为此，我们可以计算发送出 v_{ij} 而接收到 v_{ik} 的概率 p_{jk}^i ，这里上标 i 表示考虑的集合是 V_i 。显然， $p_{jk}^i = p_{kj}^i$ 。这样，发送 v_{ij} 后接收到的信号仍在 V_i 的概率为 $P_{ij} = \sum_{k=1}^{a_i} p_{jk}^i$ 。取 x_i 为使得 P_{ij} 最大的 v_{ij} 即可。于是 $\text{Prob}(x_j \neq x_i) = e_i = 1 - \max_{1 \leq j \leq a_i} P_{ij}$ ，则 $\text{BER} = \max_{1 \leq i \leq m} e_i$ 。

3 条件假设

4 符号说明

5 模型的建立与求解

6 模型的评价与改进

7 模型优缺点分析

测试[1, 2, 3]。

参考文献

- [1] Stefan Kaiser, “OFDM code-division multiplexing in fading channels”, *IEEE Transactions on communications*, vol. 50, no. 8: 1266–1273, 2002.
- [2] Lisa A. Urry et al., *Campbell Biology*, New York, NY: Pearson, 187–221, 2016.
- [3] MultiMedia LLC, *MS Windows NT Kernel Description*, URL: <http://web.archive.org/web/20080207010024/http://www.808multimedia.com/winnt/kernel.htm> (2010/9/30).