

PAM

fjy666

June 12th, 2022

介绍

PAM 是一种有限状态自动机，是处理回文子串问题的利器。
它和 manacher(另外一种回文串处理算法) 的本质是完全不同的
所以在学它之前不学 manacher 也是完全 OK 的！

Definition

首先，PAM 是建立在 单字符串 上的。

它的建立复杂度是 $\mathcal{O}(|S||\Sigma|)$ ，空间复杂度也是 $\mathcal{O}(|S||\Sigma|)$ 。

Definition

首先，PAM 是建立在 单字符串 上的。

它的建立复杂度是 $\mathcal{O}(|S| \sum |)|$ ，空间复杂度也是 $\mathcal{O}(|S| \sum |)|$ 。

由于回文串有两种形式：奇串和偶串，所以 PAM 有两个根，ODD 根和 EVEN 根。

每走一条边，代表两边同时加上该字符形成的回文串。

简单起见，ODD 下的第一条边代表长度为 1 的回文串。

Definition

首先，PAM 是建立在 单字符串 上的。

它的建立复杂度是 $\mathcal{O}(|S| \sum |\Sigma|)$ ，空间复杂度也是 $\mathcal{O}(|S| \sum |\Sigma|)$ 。

由于回文串有两种形式：奇串和偶串，所以 PAM 有两个根，ODD 根和 EVEN 根。

每走一条边，代表两边同时加上该字符形成的回文串。

简单起见，ODD 下的第一条边代表长度为 1 的回文串。

举个例子：如果原来回文串是 `cxycxc`，

Definition

首先，PAM 是建立在 单字符串 上的。

它的建立复杂度是 $\mathcal{O}(|S| \sum |)|$ ，空间复杂度也是 $\mathcal{O}(|S| \sum |)|$ 。

由于回文串有两种形式：奇串和偶串，所以 PAM 有两个根，ODD 根和 EVEN 根。

每走一条边，代表两边同时加上该字符形成的回文串。

简单起见，ODD 下的第一条边代表长度为 1 的回文串。

举个例子：如果原来回文串是 `cxycx`，

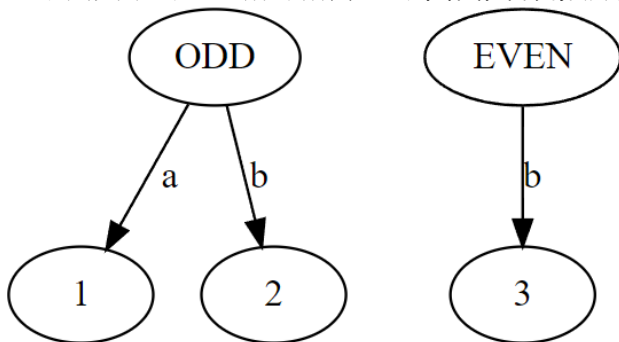
那么再走一条 `c` 边所代表的回文串就是 `ccxyxcc`。

Definition

然后就是喜闻乐见的 fail 指针。

相信大家都有一定的 AC 自动机基础，那么这里我就讲讲 PAM 上 fail 指针的定义。

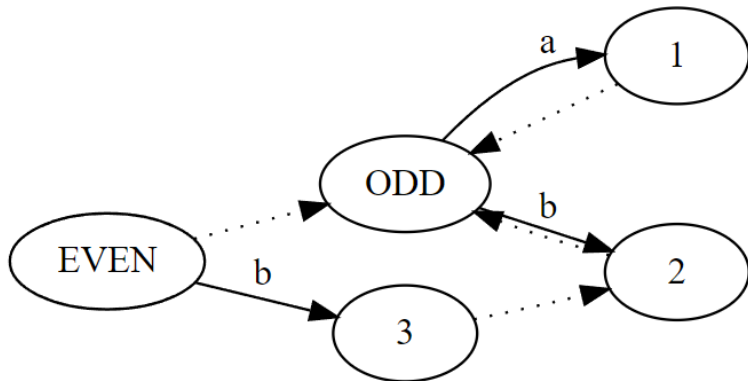
一个回文串的 fail 指针指向它的 **真回文后缀** 所代表的节点。



请问这个 PAM 里，节点 3 的 fail 指针应该指向哪一个节点？

Definition

没错，是点 2，因为 b 是 bb 的最长回文真后缀。
下面给出完整的图，请读者自行体会（虚线表示 fail 指针）。



Extra

请注意，ODD 节点实际上有没有 fail 边都没关系，
因为如果一个节点到了 ODD 上是一定能匹配上的（单成一串）
你甚至可以 $\text{fail}[\text{ODD}] = 114514$ （逃
每个节点还有一个值 len 代表从根走到它产生的回文串的长度。

Variables

PAM 的结构和 AC 自动机差不多，就多了个 `len` 数组。

这里同时给出定义和建造空 PAM 的代码。

由于我 **LaTeX** 出锅了，这里就直接去 **VSC** 看吧，很抱歉 /||

`len[1]` 一定要初始化为 -1 ！

因为根据单个字符串长度为 1 倒推回去那就是 $1 - 2 = -1$ ！

（每加一个字符串长度加 2）

GetFail

这玩意很简单，就是不断跳 fail，直到能匹配上为止。

Insert

(对着代码讲)

Provement

注意到这就是让我们求跳 fail 会跳多少次。很简单：每插入一个节点高度 +2，每跳一次 fail 高度 -2。
总共 n 个字符时间复杂度就是 $\mathcal{O}(n)$

P5496

板子题，不多说

P3469

先建出 PAM。

P3469

先建出 PAM。然后我们 倒序循环 每个节点（相当于自底向上遍历 PAM）

每到一个节点就统计贡献，然后把它 fail 指针指向的节点的 cnt 加上这个节点的 cnt

为什么呢？

设该节点为 x ，节点 x 所代表的字符串为 str_x ，则 str_x 包含 $\text{str}_{\text{fail}_x}$ 。

所以要同步更新 $\text{cnt}_{\text{fail}_x}$ 。

P1659

先建回文自动机，然后自底向上遍历这个 PAM。
利用一个优先队列来维护一段区间的长度和个数，然后统计贡献
时用快速幂即可。也可以直接按 $nc \rightarrow 1$ 的顺序跑，都一样。

HDU5785

我们先正着跑一遍，记录结果，再 reverse 一下跑一遍。
记录啥捏？

$$\begin{aligned} res &= \sum_{j=1}^{n-1} \sum_a \sum_b (j-a)(j+b) \\ &= \sum \sum \sum (j^2 - aj + bj - ab) \\ &= \sum j^2 c_a c_b - c_b s_a j + c_a s_b j - s_a s_b \end{aligned}$$

其中， c_a 代表 a 的个数， s_a 代表 $\sum a$ ， c_b, s_b 同理。

Others

P5555

CF17E

P4287

P4555

以上几道都是练习 PAM 的好题！

The End

Thank you for listening!