



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

UN MODELO DE PROGRAMACIÓN ENTERA PARA EL PROBLEMA DE DESPACHO DE CAMIONES EN MINAS A CIELO ABIERTO

FRANCISCO JOSÉ ZENTENO SMITH

Tesis para optar al grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:

JUAN CARLOS MUÑOZ ABOGABIR

RICARDO GIESEN ENCINA

Santiago de Chile, Septiembre, 2014

© 2014, Francisco Zenteno S.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

ESCUELA DE INGENIERÍA

UN MODELO DE PROGRAMACIÓN ENTERA PARA EL PROBLEMA DE DESPACHO DE CAMIONES EN MINAS A CIELO ABIERTO

FRANCISCO JOSÉ ZENTENO SMITH

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

JUAN CARLOS MUÑOZ ABOGABIR

RICARDO GIESEN ENCINA

FELIPE DELGADO BREINBAUER

ÁLVARO LAY MARTÍNEZ

GUSTAVO LAGOS CRUZ-COKE

Para completar las exigencias del grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Septiembre, 2014

A mi familia.

AGRADECIMIENTOS

Primero quiero agradecer a mi familia (Mamá, Papá, Nini, Tere y Blanca) por su apoyo constante durante este proceso.

También agradezco a mis compañeros de Magíster. Especial reconocimiento a los integrantes del pasillo izquierdo; Max, Pablo, Niko, Natan y Pancho por la buena onda cada día. Tampoco puedo dejar pasar a Armin quien me ayudó mucho.

Agradezco a la empresa SHIFT, donde perfeccioné el manejo de AMPL y obtuve el programa que comunica CPLEX con Visual Studio.

Agradezco a Álvaro Lay por su disposición en todo momento. Él siempre estuvo disponible para responder mis preguntas sobre esta investigación. Del mismo modo agradezco a Cristian Villarroel, quien facilitó la entrega de datos.

Finalmente agradezco a mis profesores por su apoyo y enseñanza constante durante este proceso.

ÍNDICE GENERAL

Pág.

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS	v
ÍNDICE DE TABLAS	ix
ÍNDICE DE FIGURAS.....	x
RESUMEN.....	xiii
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Motivación	1
1.2 Definición del problema.....	4
1.3 Alcances	8
1.4 Objetivos	9
1.5 Estructura de la tesis.....	10
2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	11
2.1 Estrategia 1-Camión-N-Palas	14
2.2 Estrategia M-Camiones-1-Pala	19
2.3 Estrategia M-Camiones-N-Palas	24
2.4 Falencias detectadas	27
3 METODOLOGÍA	31
3.1 Características de la formulación	31
3.2 Aplicación del horizonte rodante	33
3.3 Formulación	36

3.3.1	Conjuntos y parámetros estáticos	38
3.3.2	Conjuntos y parámetros de estado.....	42
3.3.3	Variables de decisión	46
3.3.4	Restricciones	48
3.3.5	Función objetivo.....	59
3.4	Algoritmo de solución.....	61
4	EXPERIMENTOS	62
4.1	Escenarios de análisis.....	62
4.2	Métodos de comparación	62
4.3	Resultados	63
4.3.1	Instancia A_1	63
4.3.2	Instancia A_2	73
4.3.3	Instancia B.....	75
5	CONCLUSIONES	79
5.1	Respecto a la metodología.....	79
5.2	Respecto al cumplimiento del plan de turno	81
5.3	Respecto a la complejidad del sistema.....	82
5.4	Extensiones de la investigación	82
5.4.1	Incorporar la aleatoriedad en el análisis.....	83
5.4.2	Incorporar otros eventos de la operación	83
5.4.3	Desarrollar otro algoritmo para abordar instancias más complejas	83
	BIBLIOGRAFIA.....	85
	ANEXOS.....	88

ANEXO A: Cumplimiento de ley en la instancia A_1	89
ANEXO B: Conjuntos y parámetros del modelo	93
ANEXO C: Cortes del modelo	96

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 2-1: Resultados del ejemplo	17
Tabla 2-2: Resultados al considerar ambos camiones.....	17
Tabla 2-3: Aumento de productividad reportada por la implementación de DISPATCH ..	23
Tabla 2-4: Resumen de trabajos sobre el PDCMCA.....	30
Tabla 3-1: Arcos por tipo	37
Tabla 3-2: Requerimientos del plan del turno	38
Tabla 3-3: Rutas del ejemplo	39
Tabla 3-4: Instantes de término de descarga de cada camión	43
Tabla 3-5: Ejemplo del cumplimiento del plan de turno.....	46
Tabla 3-6: Instantes de inicio de los despachos y cálculo del ponderador de ciclo	61
Tabla 4-1: Escenarios de análisis	62
Tabla 4-2: Plan del turno (instancia A_1).....	64
Tabla 4-3: Ley de palas y ley requerida por punto de vaciado (instancia A_1)	65
Tabla 4-4: Ejemplo del cálculo del indicador agregado de cumplimiento de la ley	69
Tabla 4-5: Plan del turno (instancia B)	76
Tabla 4-6: Ley de palas y ley requerida por punto de vaciado (instancia B)	76

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1-1: Participación de la minería chilena en el PIB.....	1
Figura 1-2: Evolución de la ley de cobre extraída en Chile desde 1971	2
Figura 1-3: Porcentaje de producción mundial de cobre con mejor ley que Chile	2
Figura 1-4: Costos de producción en Chile y promedio del resto del mundo en la minería del cobre	3
Figura 1-5: Ejemplo de un plan de turno.....	6
Figura 1-6: Actividades del ciclo de un camión.....	7
Figura 2-1: Estrategia 1-Camión-N-Palas	14
Figura 2-2: Ejemplo de una visión local del sistema	16
Figura 2-3: Estrategia M-Camiones-1-Pala.....	19
Figura 2-4: Estrategia M-Camiones-N-Palas	24
Figura 2-5: Trayectorias de camiones en Jaoua et al (2012a)	27
Figura 3-1: Paso #1: Aplicación del horizonte rodante.....	33
Figura 3-2: Paso #2: Resolución del problema	34
Figura 3-3: Paso #3: Ejecución de la solución	34
Figura 3-4: Paso #4: Resolución del siguiente despacho	35
Figura 3-5: Ejemplo de una red de transporte	37
Figura 3-6: Tipos de nodos utilizados para la descarga en un punto de vaciado	40
Figura 3-7: Modelación de la atención.....	45
Figura 3-8: Penalización por la desviación del cumplimiento del plan del turno	58
Figura 4-1: Red de transporte (instancia A ₁).....	64

Figura 4-2: Productividad respecto a White y Olson (1986) según horizonte de planificación	66
Figura 4-3: Tiempo de solución promedio por despacho según extensión del horizonte de planificación	66
Figura 4-4: Retraso total de la flota según el horizonte de planificación.....	67
Figura 4-5: Tiempo de ciclo promedio según el horizonte de planificación.....	68
Figura 4-6: Cumplimiento agregado de la concentración de mineral (instancia A_1)	69
Figura 4-7: Toneladas transportadas según tamaño de flota (instancia A_1).....	70
Figura 4-8: Productividad respecto a White y Olson (1986) según tamaño de flota (instancia A_1).....	71
Figura 4-9: Máximo horizonte resuelto según tamaño de flota (instancia A_1)	71
Figura 4-10: Cumplimiento agregado de la ley según tamaño de flota (instancia A_1)	72
Figura 4-11: Costo por tonelada transportada respecto a White y Olson (1986) (instancia A_1)	73
Figura 4-12: Productividad respecto a White y Olson según tamaño de flota (instancia A_2)	74
Figura 4-13: Cumplimiento agregado de la ley según tamaño de flota (instancia A_2)	74
Figura 4-14: Costo por tonelada transportada respecto a White y Olson (1986) (instancia A_2)	75
Figura 4-15: Red de transporte de la instancia B	76
Figura 4-16: Productividad respecto a White y Olson (1986) según tamaño de flota (instancia B)	77
Figura 4-17: Cumplimiento agregado de la ley según tamaño de flota (instancia B).....	77
Figura 4-18: Costo por tonelada transportada respecto a White y Olson (1986) (instancia B).....	78

RESUMEN

En operaciones mineras a cielo abierto se debe decidir constantemente dónde enviar un camión luego de que este descarga el material transportado. Este problema se resuelve muchas veces durante la operación y tiene por objetivo cumplir el plan del turno al término de este al menor costo posible. La complicación del problema radica en gestionar las interacciones de tráfico que se generan entre los camiones para no producir colas innecesarias ni demoras excesivas en la red de transporte.

Cada día los depósitos de minerales se hacen más profundos y difíciles de extraer, por lo que el transporte de mineral se hace cada vez más lento y costoso. Dado que la minería es una industria intensiva en capital y considerando que los procesos de carguío y transporte pueden representar hasta el 65% de los costos operacionales, un pequeño aumento en la productividad puede significar enormes ahorros económicos, tanto para el privado como para el país. Esto último aplica especialmente en Chile, donde el precio del cobre ha descendido a niveles cercanos al costo promedio de producción de la industria nacional.

En esta tesis se desarrolló un modelo de optimización entero mixto que permite gestionar los camiones de una mina a cielo abierto en tiempo real. Cada vez que un camión solicita despacho se resuelve un problema de optimización que indica dónde se debe asignar dicho camión. El modelo reproduce las interacciones de tráfico y considera los futuros despachos dentro de un horizonte fijo de tiempo, por lo que las soluciones se obtienen desde el punto de vista global del sistema.

Se realizaron experimentos basados en datos de una mina a cielo abierto chilena. El modelo propuesto fue comparado con la metodología de White y Olson (1986) (del que deriva el sistema DISPATCH, ampliamente usado en la industria minera) y una heurística conservadora bajo un contexto determinístico. Los resultados indicaron que el modelo propuesto obtiene mayor productividad que los otros métodos, especialmente en escenarios congestionados y en presencia de heterogeneidad de flota, sin ir en desmedro

de la concentración de mineral requerida. Se alcanzó una productividad hasta un 14% mayor que White y Olson (1986) con un costo por tonelada alrededor de 1% menor.

Palabras Clave: Despacho de camiones, minería a cielo abierto, asignación de vehículos, optimización en tiempo real, horizonte rodante.

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

Desde finales del siglo XIX hasta hoy en día la minería ha sido el principal motor de la economía chilena, contribuyendo al desarrollo del país mediante la generación de divisas por exportaciones, la inversión atraída y el aporte a las arcas fiscales a través de impuestos (COCHILCO, 2013).

En los últimos 10 años la participación promedio de la minería sobre el PIB nacional correspondió a un 15%, mientras que el 20% de la recaudación fiscal provino de este rubro (COCHILCO, 2013). En la Figura 1-1 se muestra la participación anual de la minería chilena en el PIB desde el año 2003 hasta el 2013. Cabe mencionar que en este período el 91% del aporte minero derivó de la minería del cobre (Consejo Minero, 2014a).

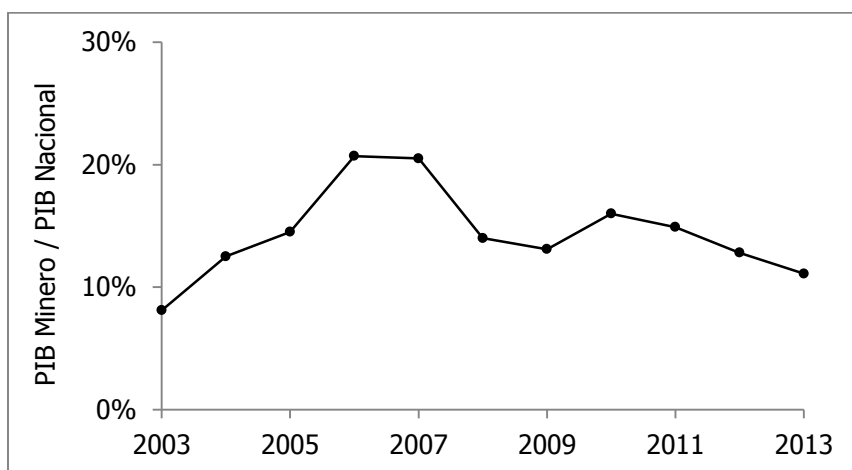


Figura 1-1: Participación de la minería chilena en el PIB

Fuente: Consejo Minero (2014a)

A mediados de la década del 2000 el precio del cobre se posicionó relativamente alto lo que aumentó significativamente la recaudación privada y fiscal. En ese entonces la productividad no era un tema importante de abordar. Hoy, sin

embargo, los costos de los recursos hídricos, energéticos y humanos han aumentado, los yacimientos continúan profundizándose (aumenta el costo de transporte y la dureza de la roca extraída, por lo que el costo de procesamiento del mineral aumenta), el precio del metal ha disminuido abruptamente y la ley de mineral está a la baja. La Figura 1-2 muestra la evolución que ha experimentado la ley de cobre extraída en Chile desde 1971 hasta el 2013. Si bien la tendencia a la baja de la ley es un proceso natural e inevitable en el rubro minero (por ser este un recurso no renovable), la preocupación es que dicha tendencia está más acelerada que la tendencia mundial. En la Figura 1-3 se muestra un estudio del Consejo Minero (2013) donde se ilustra esta situación.

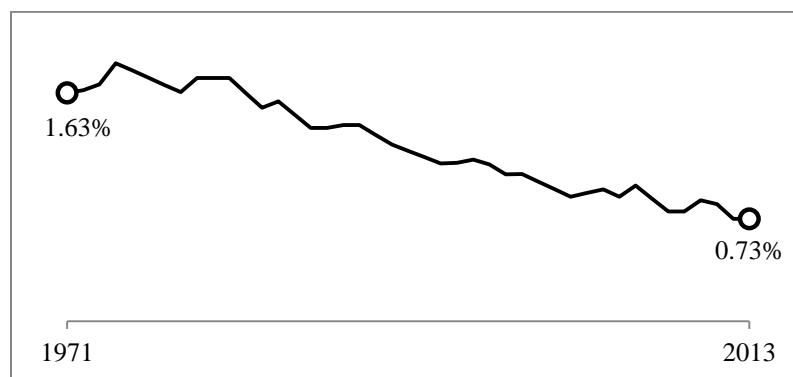


Figura 1-2: Evolución de la ley de cobre extraída en Chile desde 1971

Fuente: Pizarro y Rodríguez (2014)

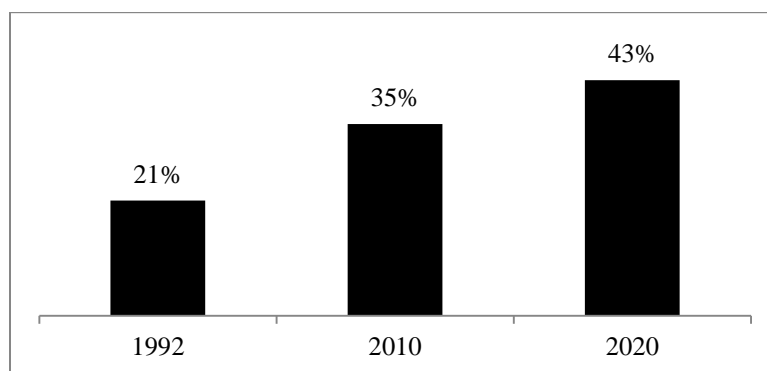


Figura 1-3: Porcentaje de producción mundial de cobre con mejor ley que Chile

Fuente: Consejo Minero (2013)

Como consecuencia los costos de producción aumentaron, disminuyendo la productividad y competitividad del país. Así lo señala un estudio del Consejo Minero (2014a) donde se indica que en la última década de la minería del cobre Chile ha disminuido su competitividad mundial: entre el año 2003 y 2008 nuestro país presentó costos de producción en la minería del cobre un 10.7% más baratos que el promedio del resto del mundo, mientras que desde el 2008 hasta el 2013 obtuvimos costos de producción 11.1% más caros (ver). Por estas razones, hoy en día la productividad es un tema esencial para aumentar los ingresos y la competitividad (COCHILCO, 2013; Consejo Minero, 2014b).

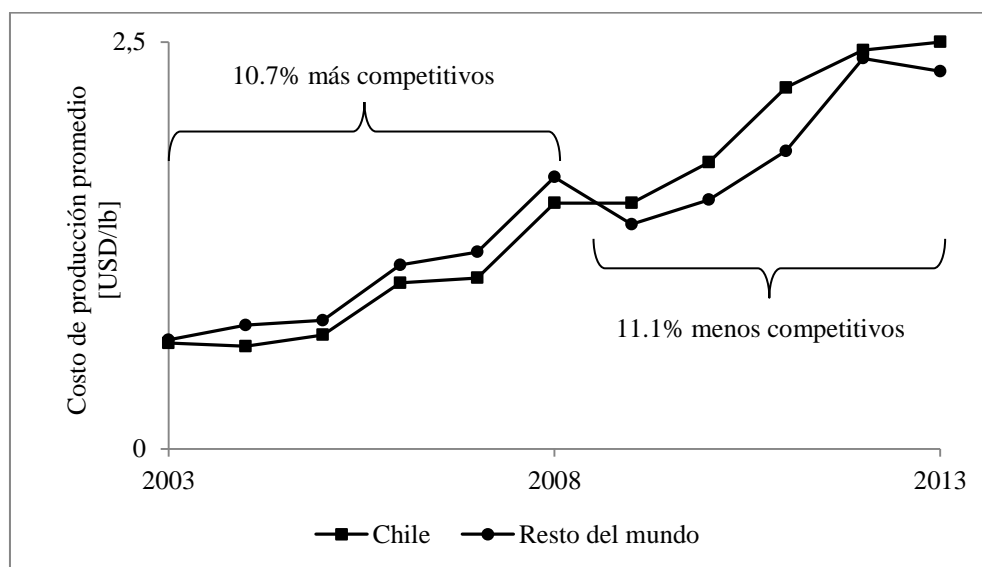


Figura 1-4: Costos de producción en Chile y promedio del resto del mundo en la minería del cobre

Fuente: Consejo Minero (2014a)

Ante este escenario se han propuesto diferentes medidas para aumentar la competitividad de la minería chilena, tales como: promover incentivos laborales ligados a resultados, polifuncionalidad de los trabajadores, flexibilidad de turnos y jornadas de trabajo que se adecúen a la operación, capacitaciones alineadas a los requerimientos de la industria, promover la exploración, invertir en investigación y

desarrollo como palanca para impulsar la competitividad y aumentar la optimización de operaciones, etc (Consejo Minero, 2013; Consejo Minero, 2014b).

A partir de la optimización de operaciones surge el tema de esta tesis. Dado que la minería es una industria intensiva en capital y considerando que el proceso de carguío y transporte puede representar hasta el 65% de los costos operacionales (Alarie y Gamache, 2002; Ercelebi y Bascetin, 2009; Czaplicki, 2009), un pequeño aumento en la productividad de la flota de carguío y transporte puede significar enormes ahorros económicos, tanto para el privado como para el país.

1.2 Definición del problema

La minería corresponde al proceso de extracción de minerales de la superficie terrestre para obtener beneficio económico. Este proceso se lleva a cabo en cinco grandes etapas: Prospección, exploración, desarrollo, explotación y reclamación. Newman et al. (2010) describen dichas etapas.

1. Prospección:

Corresponde a la búsqueda del yacimiento. Geólogos utilizan herramientas de inspección visual y mediciones en terreno para lograr este objetivo.

2. Exploración:

Una vez descubierto el yacimiento es necesario determinar la forma, cantidad y calidad del mineral. Para esto se extraen muestras del macizo rocoso y utilizando técnicas estadísticas se estiman estas características. A partir de esta información se puede definir la factibilidad económica de explotar el yacimiento.

3. Desarrollo:

Se obtienen los derechos del terreno y se prepara la zona para la explotación. A partir de los recursos minerales estimados y un modelo de negocio se genera el plan minero. El plan minero define qué se extraerá, cómo y cuándo se realizará la remoción del mineral de modo de maximizar la utilidad del negocio.

4. Explotación:

Consiste en ejecutar el plan minero. En esta etapa se extrae el mineral, se transporta y se procesa para su venta.

5. Reclamación:

Consiste en restaurar el área intervenida a su estado natural inicial en la medida de lo posible.

El plan minero tiene tres dimensiones de planificación: Estratégica, táctica y operacional (Muñoz, 2012):

- Dimensión estratégica:

Se define qué sectores de la mina se extraerán. Para esto se generan planes de producción trianuales donde se establece el ritmo de producción junto con la secuencia de explotación del terreno.

- Dimensión táctica:

Se generan planes de producción anuales orientados a cumplir las metas propuestas en el plan trianual. Estos planes buscan asegurar el presupuesto de las operaciones y retroalimentar la planificación estratégica.

- Dimensión operacional:

Se generan planes de producción trimestrales, mensuales, semanales y diarios. Al igual que en la dimensión táctica estos planes buscan cumplir las metas propuestas por niveles superiores de programación junto con retroalimentar la planificación táctica y estratégica.

La operación del día se compone típicamente de dos o tres turnos. Cada uno de estos turnos también tiene indicado un plan, el que será llamado “plan del turno”. Los planes de cada turno buscan asegurar las metas propuestas por el plan diario. El plan del turno indica:

1. Las ubicaciones de los equipos de carguío (desde ahora en adelante palas) y el frente de excavación asociado.
2. Los puntos de vaciado posibles a los que puede ser transportado el material excavado por cada pala y las rutas posibles asociadas.
3. El total de toneladas que debiera transportarse desde cada pala a cada punto de vaciado. Se denominará “requerimiento” a cada una de estas combinaciones, luego, el plan de turno se compone de un conjunto de requerimientos.

Cada frente de excavación tiene una concentración de mineral asociada. Como consecuencia, los puntos 2 y 3 definen implícitamente en cada punto de vaciado una mezcla de distintas concentraciones de mineral proveniente de cada pala. La proporción de roca obtenida en cada punto de vaciado no es casual, sino que está planificada para entregar a cada chancador una mezcla de mineral predeterminada por el proceso productivo aguas abajo con la que se maximiza la recuperación del recurso minero. Puntos de vaciado como botaderos que no reciben roca con suficiente mineral no tienen especificado una mezcla.

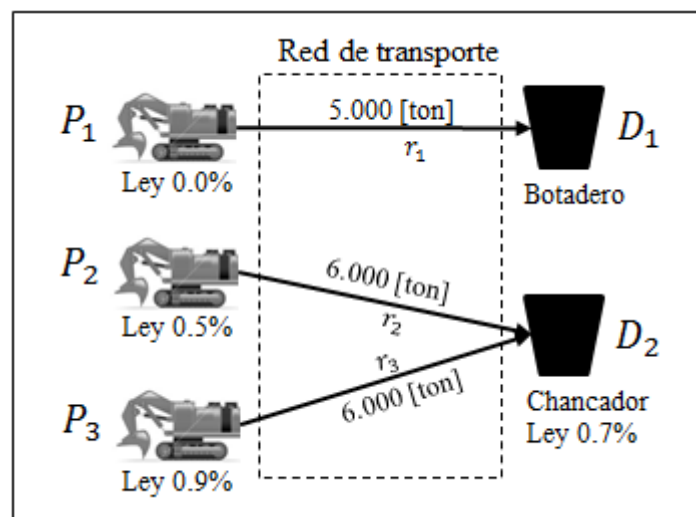


Figura 1-5: Ejemplo de un plan de turno

Fuente: Elaboración propia

La

Figura 1-5 presenta un ejemplo de plan para un turno, donde hay tres palas y dos puntos de vaciado. El punto de vaciado D_2 corresponde a un chancador y el D_1 a un botadero. La pala P_1 no tiene mineral por lo que traslada el material excavado hacia D_1 . Las otras dos palas sí tienen una ley de mineral y se especifica una mezcla equitativa para cumplir la mezcla que requiere el chancador D_2 , el que requiere una ley de entrada de 0.7%. Existen tres requerimientos, el requerimiento r_1 indica transportar 5.000 toneladas desde la pala P_1 al punto de vaciado D_1 , el requerimiento r_2 indica transportar 6.000 toneladas desde la pala P_2 al punto de vaciado D_2 y el requerimiento r_3 indica transportar 6.000 toneladas desde la pala P_3 al punto de vaciado D_2 . La operación se realizará dentro de una red de transporte fija denotada por el rectángulo punteado.

El proceso continuo de carga y descarga de los camiones se denomina ciclo. Las actividades que realiza el camión en un ciclo se muestran en la Figura 1-6.

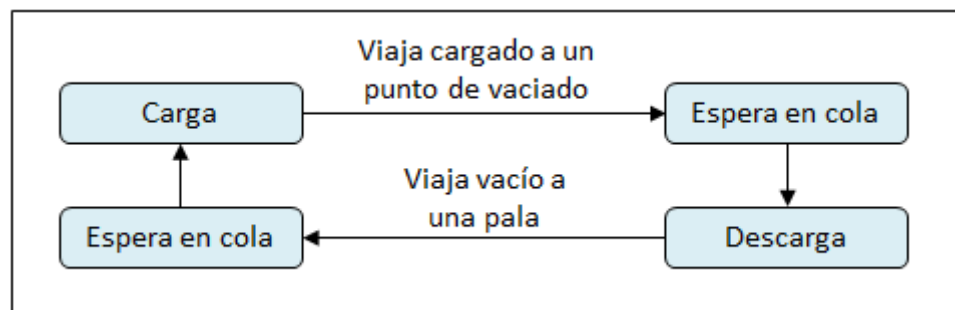


Figura 1-6: Actividades del ciclo de un camión

Fuente: Elaboración propia

El Problema de Despacho de Camiones en Minas de Cielo Abierto (PDCMCA desde ahora en adelante) consiste en decidir a qué pala y punto de vaciado enviar un camión luego de que este ha descargado el material transportado (Alarie y Gamache, 2002). Este problema se resuelve muchas veces durante la operación y

tiene como objetivo cumplir los requerimientos del plan de turno al término de este al menor costo posible.

Una característica fundamental de este problema es que se resuelve en un sistema cerrado donde el tamaño del camión no es despreciable (Alarie y Gamache, 2002). Como consecuencia surge la complicación de gestionar las interacciones de tráfico que se generan entre los camiones para no producir colas innecesarias ni demoras excesivas en la red de transporte. Cabe mencionar que por medidas de seguridad no se permite el adelantamiento de los camiones en la red de transporte.

1.3 Alcances

Esta investigación estudia el proceso de carguío y transporte de un turno el que se supone ininterrumpido. Es decir, se descartan eventos de tronadura, mantención, fallas imprevistas, recarga de combustible, etc.

Si bien el transporte de la roca se puede realizar en diferentes modos como trenes, correas transportadoras y diversos tipos de camiones, esta investigación se limitará a considerar una flota de camiones y palas para el movimiento de la tierra desde los frentes de excavación a los puntos de vaciado. Dicha flota puede ser heterogénea, en palas y/o camiones. Se excluye cualquier otro tipo de vehículo. Además, el análisis se limitará a minas de cielo abierto.

Dado que esta tesis estudia el proceso de carguío y transporte a nivel operacional, las componentes tácticas y estratégicas del sistema de transporte como el número de camiones y palas, las características de cada uno de estos equipos, los puntos de excavación y de vaciado se encuentran dados.

En este trabajo se considera una formulación determinística del problema. Cada camión tiene asociado un tiempo de carga en cada pala y un tiempo de descarga en cada punto de vaciado. Estos tiempos permanecen invariantes durante la operación y tienen considerado el tiempo de acuatamiento. Se asume que cuando un camión

es cargado se llena completamente hasta su capacidad y que los operadores de los camiones siguen estrictamente las asignaciones del modelo de despacho.

Las esperas en cola por cargar en una pala o descargar en un punto de vaciado así como las interacciones de tráfico sí están modeladas. El proceso de atención en palas y puntos de vaciado sigue una disciplina FIFO y no se permite adelantamiento entre los camiones mientras estos se trasladan. Cada camión tiene asociado una velocidad a flujo libre en cada arco de la red la que depende de si el camión se desplaza vacío o cargado, las características físicas del arco y del tipo de camión. El tiempo de viaje total entre una pala y un punto de vaciado es desconocido y depende del estado del sistema por lo que no está asociado al camión. No se considera aceleración.

No se considera ninguna señal estática de tránsito en la red de transporte. Será el modelo el que asignará el orden con que distintos camiones harán uso de los arcos de la red de transporte.

1.4 Objetivos

El objetivo principal de esta tesis es desarrollar un modelo matemático que permita asignar camiones a palas y puntos de vaciado de una mina a cielo abierto en tiempo real, de modo de aumentar la eficiencia actual del proceso de carguío y transporte.

Los objetivos específicos son:

1. Desarrollar un modelo que permita asignar camiones en tiempo real en un escenario simplificado de la realidad.
2. Desarrollar un algoritmo que resuelva el modelo propuesto y que permita obtener soluciones eficientes y relativamente rápidas.
3. Analizar el *trade-off* entre la complejidad del modelo y la calidad de las asignaciones obtenidas.

4. Analizar cuánta productividad se podría llegar a ganar respecto al método de White y Olson (1986), del que deriva el sistema DISPATCH que es ampliamente usado en la industria. Este método será utilizado como punto de referencia respecto a la metodología desarrollada. Esta comparación se realizará bajo los supuestos del modelo desarrollado.

5. Analizar bajo qué condiciones se generan ganancias en productividad.

1.5 Estructura de la tesis

Esta tesis se organiza en cinco capítulos. En el capítulo siguiente se presenta la revisión bibliográfica. En el tercer capítulo se explica la metodología utilizada para resolver el problema. En el cuarto capítulo se presentan los experimentos diseñados para comparar el modelo propuesto. En el quinto capítulo se desarrollan las conclusiones de la tesis así como posibilidades de extensiones de la investigación.

2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

El PDCMCA consiste en decidir a qué pala y punto de vaciado enviar un camión luego de que este ha descargado el material transportado. Consecuentemente, el controlador de la flota debe encontrar la mejor pala y punto de vaciado para enviar al camión de modo de satisfacer los requerimientos productivos al menor costo posible (Alarie y Gamache, 2002).

Inicialmente este problema se resolvía manualmente mediante la experticia de un encargado denominado “despachador”. Él gestionaba la flota de camiones a través de una estrategia de asignación fija, es decir, al comienzo de cada turno a cada camión se le fijaba un circuito dado por una pala y punto de vaciado particular, el que se repetía constantemente a través del transcurso del turno. De esta forma desaparecía el problema de reasignar un camión cada vez que este terminara de descargar. El despachador se situaba en una ubicación estratégica en la mina donde realizaba el seguimiento de la flota de transporte visualmente y/o por radio. Durante el transcurso del turno el circuito de un camión podía cambiar si así lo estimaba el despachador, quien tenía en cuenta los requerimientos productivos, las ubicaciones de las palas, la disponibilidad de la flota, etc. La efectividad de esta metodología dependía altamente de la comunicación por radio entre el despachador y la flota de transporte (Munirathinam y Yingling, 1994; Çetin, 2004).

Czaplicki (2009) hace referencia a la década de 1960 al periodo en que se empezó a estudiar el proceso de carguío y transporte en minas de cielo abierto. Al parecer el trabajo de Madge (1964) fue la primera investigación dedicada al transporte de mineral mediante camiones en este contexto, mientras que Cross y Williamson (1969) fueron los primeros en proponer una estrategia de despacho para el PDCMCA. Una estrategia de despacho decide la futura pala y punto de vaciado de cada camión cada vez que termina de descargar el material transportado, a diferencia de la estrategia de asignación fija que solo resuelve esta interrogante al comienzo del turno. Ellos generaron un modelo de simulación determinístico para contrastar la estrategia de asignación fija con una que

minimizaba el tiempo de ocio de las palas. En todos los casos estudiados por los autores aumentaron la productividad, alcanzando el mismo nivel de productividad original con un camión menos. El estudio también indicó que la estrategia de despacho propuesta tendía a aumentar la productividad al tomar ventaja de las irregularidades dentro del sistema y que el aumento de productividad disminuía a medida que aumentaban los camiones en operación (Çetin, 2004).

A principios de la década de 1970 los sistemas de despacho evolucionaron de su aplicación manual a una semiautomática. En este nuevo sistema se tenía un computador dedicado a mantener actualizado el estatus de los camiones y las palas. Mediante una estrategia de despacho predefinida el computador sugería asignación de camiones al despachador. No obstante, el despachador aún estaba a cargo y tenía la autoridad para realizar asignaciones distintas a las sugeridas por el computador (Munirathinam y Yingling, 1994).

El problema principal de los sistemas de despacho manuales y semiautomáticos se debe a la capacidad limitada del despachador para analizar grandes cantidades de información rápidamente. Esta fue la razón principal para que a fines de la década de 1970 se desarrollaran sistemas automáticos de despacho, los que pueden asignar los camiones sin necesidad de un despachador (Munirathinam y Yingling, 1994; Çetin, 2004).

Los sistemas automáticos de despacho han reportado aumentos significativos de productividad (Lizotte y Bonates, 1987; Munirathinam y Yingling, 1994) y se han vuelto de uso común en la operación de muchas minas a cielo abierto (Çetin, 2004). Inicialmente dichos sistemas tenían un alto costo económico de implementación, por lo que no se justificaban para minas relativamente chicas o medianas. Afortunadamente, a partir de la década de 1980 se realizaron tremendos avances en hardware (lo que implicó una baja de costos) y se acrecentó la necesidad de aumentar la productividad, por lo que estos sistemas se volvieron más atractivos (Çetin, 2004). Es así como a partir de la década de 1990 ya no se reportan investigaciones en la literatura relacionados con sistemas de despacho manuales ni semiautomáticos.

A continuación se presenta una revisión sobre los modelos que podrían ser utilizados para resolver el PDCMCA en un contexto de un sistema automático de despacho.

La literatura reporta dos metodologías para resolver el PDCMCA: De doble etapa o de una etapa.

- Metodología de doble etapa:

Weintraub et al (1988) describen esta metodología:

“We consider two aspects for decision making: a) What we could define as the ‘ideal’ operation, e.g. what would be the best decisions if no uncertainty was present. This we could call the ‘steady-state’ based on expected values of times and costs. b) Given that in reality there are deviations from expected values due to randomness in travel and loading times, errors, failures, etc., online decisions must obviously adjust to these deviations, and assign trucks according to reality at each moment.”

En la primera etapa típicamente se resuelve un modelo de programación lineal para establecer un plan de operación estacionario. En la segunda etapa se asignan los camiones en tiempo real de modo de satisfacer las condiciones establecidas por este plan. Cómo se toma esta última decisión se verá a continuación.

- Metodología de una etapa:

En este método no se define un plan de operación estacionario. La decisión de asignación del camión en tiempo real se realiza solo en función del estado del sistema.

En ambas metodologías es necesario asignar los camiones en tiempo real. Alarie y Gamache (2002) identificaron tres estrategias para decidir la siguiente asignación del camión:

1. 1-Camión-N-Palas
2. M-Camiones-1-Pala
3. M-Camiones-N-Palas

Cada una de estas estrategias le indica al camión que solicitó despacho la pala a la que debe dirigirse. Luego se debe definir en qué punto de vaciado descargar. Si esto no se especifica se asume que en estos casos la pala solo tiene un punto de vaciado posible de descarga, por lo que al definir la pala se define automáticamente el punto de vaciado.

A continuación se revisa cada una de estas estrategias junto con los trabajos más relevantes en cada una de ellas.

2.1 Estrategia 1-Camión-N-Palas

Cuando un camión se desocupa y solicita asignación esta estrategia evalúa las N palas a las que puede ser enviado según algún criterio o heurística. El camión simplemente es enviado a la pala que reporte el mayor (menor) beneficio (costo) (ver Figura 2-1).

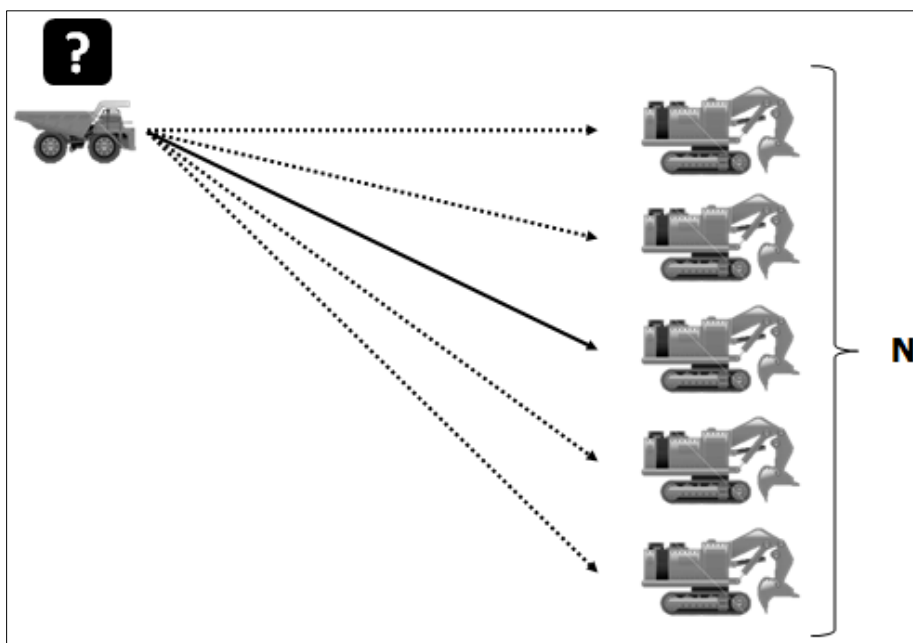


Figura 2-1: Estrategia 1-Camión-N-Palas

Fuente: Elaboración propia

Según Alarie y Gamache (2002) este método es el más antiguo y sugerido en la literatura. Algunos autores que han utilizado esta estrategia son Cross y

Williamson (1969), Chatterjee y Brake (1981), Tu y Hucka (1985), Lizotte y Bonates (1987), Sadler (1988), Bonates (1992), Forsman et al. (1993) y Ataepour y Baafi (1999).

Se han utilizado diversos criterios de despacho. La mayoría intenta aumentar la productividad de la flota aunque también hay algunos que intentan aumentar la calidad del material entregado. Munirathinam y Yingling (1994) describen algunos de estos criterios, tales como:

- Minimizar el tiempo de espera del camión
- Minimizar el tiempo de inicio de carga
- Minimizar el tiempo de espera de la pala
- Maximizar la productividad inmediata del camión
- Minimizar la saturación de la pala
- Minimizar el atraso de las pala

Tan y Ramani (1992) indican que muchos de estos criterios tienen potencial para aumentar la productividad de la flota, pero no hay ninguno que domine a todos los otros. A su vez, existe consenso en que la efectividad de un criterio de despacho dependerá de cuán congestionada esté la red de transporte (Munirathinam y Yingling, 1994). Alarie y Gamache (2002) comentan que:

“Hence, the truck waiting time minimization criterion must not be used when the mine is under-trucked. According to this criterion, the dispatching method will send the current truck to dispatch to the shovel offering the least waiting time. Since the probability of having a queue at shovels is low in an under-trucked mine, the present criterion will be as valuable as choosing randomly any shovel among the set of eligible shovels. In the same manner, the shovel idle time minimization criterion must not be used when the mine is over-trucked. With such a criterion, the corresponding dispatching method will always assign a truck to the shovel that has been waiting the longest. This situation will not produce efficient results since the probability that a shovel will wait is low.”

La gran desventaja de esta estrategia proviene de la falta de visión global al realizar el análisis. Al considerar solo un camión a la vez se ignora el impacto que tendrá esta asignación en los despachos de los siguientes camiones, ya que solo se

maximiza la productividad inmediata del camión (Alarie y Gamache, 2002). Otra desventaja de estos criterios es que realizan la elección de la pala según una sola variable (productividad o tiempo de espera por ejemplo) con lo que las restricciones de la operación (como la calidad del material entregado) tienden a ser ignoradas. Ante esto surgieron heurísticas multiobjetivo (Weintraub et al, 1988), pero que aún así realizan el análisis de un camión a la vez y por lo tanto no generan soluciones que consideren una visión global de la flota de transporte (Alarie y Gamache, 2002; Munirathinam y Yingling, 1995).

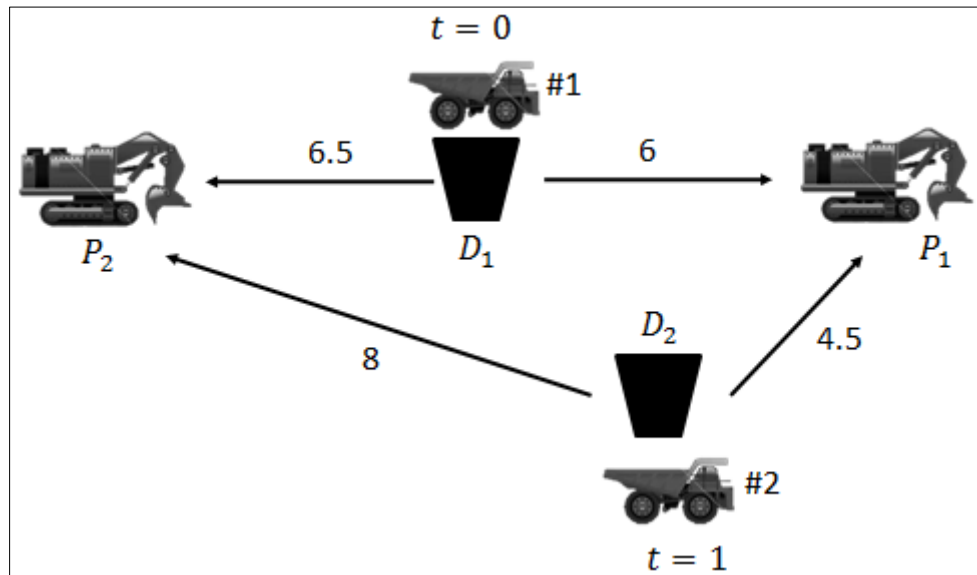


Figura 2-2: Ejemplo de una visión local del sistema

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 2-2 se presenta un ejemplo donde se visualiza una posible consecuencia de no considerar el impacto que tiene una asignación sobre los futuros despachos. En este ejemplo se tiene una red donde hay dos palas (P_1 y P_2), dos puntos de vaciado (D_1 y D_2) y dos camiones (#1 y #2). En los arcos se indica el tiempo de viaje en minutos desde cada punto de vaciado a cada pala. Sobre cada

camión se encuentra el instante en que este estará disponible y necesitará nueva asignación. El tiempo de carga en cada pala es de dos minutos.

Inicialmente el camión #1 solicita despacho en el instante $t = 0$. Si se escogiera el camión que minimiza el tiempo de inicio carga el análisis sería el siguiente: El inicio de carga en P_1 será en $t = 6$, mientras que en P_2 será en $t = 6.5$. Luego, el camión se debe asignar a la pala P_1 . Un minuto después el camión #2 queda disponible y solicita despacho. Aplicando la misma heurística se tendrá que los inicios de carga en la pala P_1 y P_2 serán en $t = 5.5$ y $t = 9$ respectivamente, por lo que el camión #2 también se asignará a la P_1 . El resultado de estas asignaciones se muestra en la Tabla 2-1.

Tabla 2-1: Resultados del ejemplo

# Camión	Pala Asignada	Instante Llegada [min]	Inicio Carga [min]	Salida [min]	Espera [min]
1	1	6	7.5	9.5	1.5
2	1	5.5	5.5	7.5	0

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2-2: Resultados al considerar ambos camiones

# Camión	Pala Asignada	Instante Llegada [min]	Inicio Carga [min]	Salida [min]	Espera [min]
1	2	6.5	6.5	8.5	0
2	1	5.5	5.5	7.5	0

Fuente: Elaboración propia

En este caso el tiempo de inicio de carga se pronostica precisamente lo que resulta en tiempos de inicio menores.

Al no considerar simultáneamente el despacho del camión #1 y el #2 se subestimó el inicio del carguío del primer camión lo que resultó en una espera en pala. Si se hubiesen considerados ambos camiones al momento de despachar el camión #1 se habría previsto que el camión #2 era el más adecuado para enviar a P_1 . Con este

análisis se podría haber eliminado la espera sufrida por el primer camión. La Tabla 2-2 muestra los resultados de dicha propuesta.

Como se vio en este ejemplo al no considerar los siguientes camiones que se despacharán se realiza un análisis sobre un sistema de transporte incompleto y las estimaciones de demoras y esperas están sesgadas. Por este motivo este enfoque ha sido catalogado de “miope” (Alarie y Gamache, 2002).

Weintraub et al. (1988) fue uno de los primeros en aplicar esta estrategia bajo la metodología de doble etapa. Los autores utilizan un modelo de programación lineal en la etapa superior donde se minimiza el costo de operación. Como resultado se obtiene el flujo de camiones por hora entre cada pala y punto de vaciado de la red. Se consideran las capacidades de los equipos, una flota heterogénea de camiones y la concentración de mineral deseada. Al momento de asignar un camión se evalúa cada pala según una función multiobjetivo que incluye el tiempo en cola que tomaría ser asignado a dicha pala, el costo de transporte y las desviaciones con respecto a la fase superior que implicaría ser asignado a dicha pala. Cada término tiene asociado un peso que se debe calibrar.

Li (1990) utiliza un modelo de programación lineal en la etapa superior para identificar el número óptimo de camiones entre cada pala y punto de vaciado minimizando una función de costo. Se determina para cada combinación pala/punto de vaciado un intervalo óptimo de llegada de camiones. Este resultado alimenta la etapa de despacho donde se procura mantener dicho indicador al momento de asignar un camión. Una debilidad de la metodología es la consideración de una flota homogénea. Si se contara con una flota heterogénea al intentar cumplir el intervalo de llegada calculado no se minimizará necesariamente la función de costo original.

2.2 Estrategia M-Camiones-1-Pala

En esta estrategia las asignaciones se realizarán tomando en consideración los siguientes M camiones que requerirán despacho, pero considerando de una pala a la vez. Primero se ordenan descendentemente las palas según algún indicador de costo. Luego, considerando las palas desde la más costosa, se asigna el camión a aquella pala que minimizará dicho indicador. El proceso continúa hasta que el camión que solicitó el despacho queda asignado. Se ejecuta esta asignación y las otras se descartan (Alarie y Gamache, 2002) (ver Figura 2-3).

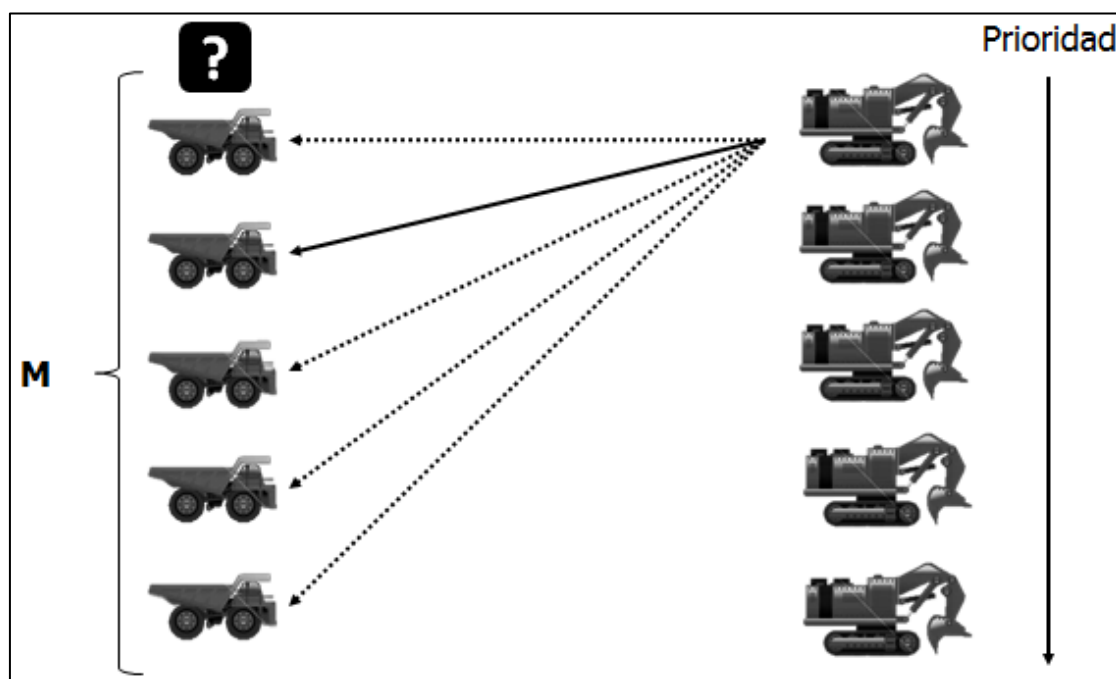


Figura 2-3: Estrategia M-Camiones-1-Pala

Fuente: Elaboración propia.

En la literatura solo se presenta un caso que implemente esta estrategia, el desarrollado por DISPATCH (Modular Mining) descrito en White y Olson (1986), y en Munirathinam y Yingling (1994).

Este método corresponde a uno de doble etapa. En la primera etapa se utiliza programación lineal para determinar los flujos óptimos de toneladas por hora entre cada pala y punto de vaciado. Se minimiza una función multiobjetivo con coeficientes a calibrar. Se prefija una única ruta entre cada pala y punto de vaciado que corresponde a la ruta más corta entre ambos puntos. Se consideran las capacidades de las palas, de los puntos de vaciado, concentración del mineral deseada y una flota homogénea (Alarie y Gamache, 2002).

Cuando un camión solicita despacho se generan dos listas. Una lista con las rutas pala-punto de vaciado que trasladan material y otra con los camiones en operación. La lista de las rutas se ordena ascendentemente según el “*need time*”, indicador que mide el retraso de cada ruta con respecto al plan estacionario y que se detalla en (1):

$$need\ time_r = L_j + \frac{F_{rj}(A_j - R_j)}{P_r} \quad (1)$$

Donde:

L_j : Último instante en que un camión se asignó a la pala j [min] .

F_{rj} : Proporción de flujo de la ruta r sobre el total de flujo que emana de la pala j , según lo especificado por el plan de producción estacionario.

A_j : Total de toneladas removidas desde la pala j hasta el instante L_j [ton].

R_j : Total de toneladas que debe remover la pala j al término del turno [ton].

P_r : Flujo de toneladas que debe tener la ruta r durante el turno según lo especificado por el plan de producción estacionario $\left[\frac{ton}{min}\right]$.

De esta definición, se desprende que las rutas asignadas a un flujo alto (es decir, P_r grande) con palas subalimentadas (es decir, $A_j - R_j$ chico o negativo) tendrán *need times* tempranos (Munirathinam y Yingling, 1994).

Luego de calcular este indicador para cada ruta se selecciona la ruta más atrasada, es decir, la que tenga el *need time* menor. La pala asociada a esta ruta se denomina la pala más atrasada. A esta ruta se le asignará el “mejor” camión dentro de la lista de camiones. El mejor camión será aquel que minimice las “*lost tons*”, indicador que estima la pérdida de productividad asociada a asignar un camión a dicha pala. El cálculo de este indicador se detalla en (2):

$$lost\ tons = TC \cdot \frac{TR}{RT} (TI + ET) + (SR \cdot SI) \quad (2)$$

Donde:

TC: Cociente entre la capacidad del camión y la capacidad promedio de los camiones operativos.

TR: Tasa total de excavación de las palas operativas en el turno $\left[\frac{ton}{min}\right]$.

RT: Número de camiones operativos.

TI: Tiempo esperado de ocio del camión si se asigna a la ruta más atrasada.

ET: Tiempo de viaje vacío adicional requerido para llegar a la pala más atrasada.

SR: Flujo de toneladas que debe emanar de la pala más atrasada según lo especificado por el plan de producción estacionario.

SI: Tiempo de ocio esperado de la pala más atrasada si este camión se asigna a la ruta más atrasada.

El primer factor de la fórmula estima las toneladas perdidas del camión y el segundo las de la pala más atrasada. Luego de obtener el camión que minimiza las toneladas perdidas, este se asigna temporalmente a la ruta más atrasada. La ruta más atrasada se traslada al final de la lista de rutas. La ruta al tope de la lista ahora se convierte en la ruta más atrasada y se busca nuevamente el mejor camión. Este camión se busca sobre los que no han sido asignados hasta ahora. Este proceso se

repite hasta que el camión que solicitó despacho queda asignado, dicha asignación se ejecuta y todas las otras se descartan.

Munirathinam y Yingling (1994) comentan acerca de la complejidad de este procedimiento:

“This assignment procedure results in consideration of the trucks collectively when making an assignment for a particular truck and, as such, should help to prevent short-sighted decisions that can occur in the one-truck-at-a-time approaches based on heuristic decision rules, as discussed earlier. The procedure does not consider all possible assignments of trucks to shovel; indeed this would be impractical given that the basis of the search is enumeration. The path ordering that results from application of the “neediest path” criterion is a means for limiting the amount of enumeration required while focusing the search on paths where the current status deviates most from that prescribed by the haulage allocation plans. These paths get first choice of the trucks to be assigned in the near future.”

Es importante notar que cuando se está realizando este proceso, el cálculo de las “lost tons” considera las asignaciones previas, sin embargo, el efecto que esta asignación tiene por sobre las siguientes no se considera (Alarie y Gamache, 2002).

Si bien este método no explora todas las combinaciones posibles entre los camiones y las palas, permite resolver rápidamente el problema de despacho sin caer totalmente en el “problema de miopía” de la estrategia 1-Camión-N-Palas. Como consecuencia esta metodología tiende a obtener mejores soluciones, en términos de productividad y calidad, que las heurísticas clásicas de la estrategia anterior (Munirathinam y Yingling, 1994).

Es así como a partir de la década de 1980 el software de despacho DISPATCH se posicionó fuertemente en la industria, logrando aumentos significativos de productividad en diferentes minas del mundo. La Tabla 2-3 resume los aumentos de productividad reportados en la literatura debido a la implementación de DISPATCH.

Tabla 2-3: Aumento de productividad reportada por la implementación de DISPATCH

Mina	País	Mineral	Aumento de productividad
Barrick Goldstrike	Estados Unidos	Oro	15%
Bong Mine	Liberia	Hierro	10%
Bougainville	Papúa Nueva Guinea	Cobre	13%
Chinoe	Estados Unidos	Cobre	13% *
Coal & Allied	Australia	Carbón	APS **
El Cerrejón	Colombia	Carbón	13%
Empire	Estados Unidos	Hierro	10%
Newfoundland	Canadá	Hierro	23%
LTV Steel Mining	Estados Unidos	Hierro	10%
Morenci Mining	Estados Unidos	Cobre	10%
PD Tyronne	Estados Unidos	Cobre	11%
Palabora	Sudáfrica	Cobre	7% *
Quintette Coal	Canadá	Carbón	10%

* Sobre el sistema de despacho anterior

** "Aumento de productividad significativo"

Fuente: Munirathinam y Yingling (1994)

Hoy en día DISPATCH es ampliamente utilizado en la industria, por lo que la metodología descrita en White y Olson (1986) será usada como punto de referencia para esta investigación.

Los modelos actuales de despacho intentan analizar al camión que requiere asignación junto a los siguientes que lo harán en el futuro cercano. De este modo se obtienen soluciones eficientes desde el punto de vista global de la flota de carguío y transporte y no solo del camión que solicita la asignación. Gracias a los avances en optimización es posible utilizar técnicas combinatoriales para explorar las posibilidades de asignación entre las distintas palas y camiones en un tiempo razonable (Alarie y Gamache, 2002). A continuación se presenta la estrategia M-Camiones-N-Palas, que utiliza este tipo de técnicas para explorar las posibilidades de asignación.

2.3 Estrategia M-Camiones-N-Palas

En esta estrategia se considera simultáneamente los siguientes M camiones que necesitarán despacho junto a N palas, donde M y N son parámetros del algoritmo (ver Figura 2-4).

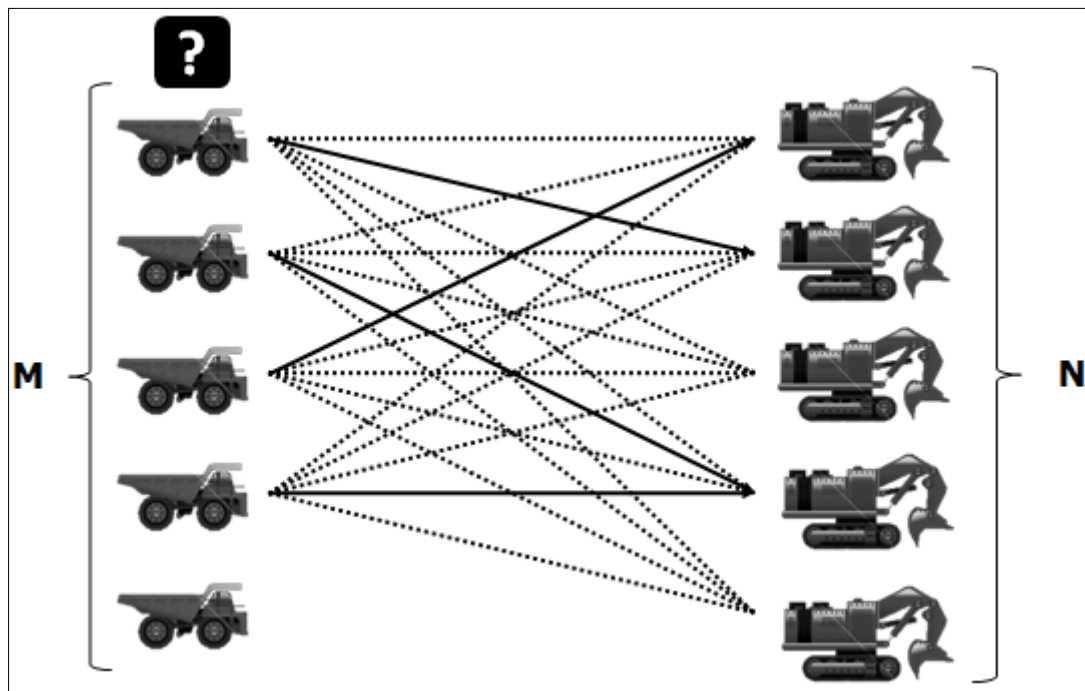


Figura 2-4: Estrategia M-Camiones-N-Palas

Fuente: Elaboración propia

La aplicación de esta estrategia se ha logrado mediante la utilización de técnicas combinatoriales. Alarie y Gamache (2002) indican que en teoría esta estrategia debiera dar soluciones al menos tan buenas como las otras dos ya que las soluciones de estas últimas están contenidas dentro de las posibilidades de esta estrategia, sin embargo los valores de M y N no pueden ser muy grandes para que el problema se pueda resolver en un tiempo razonable.

Hauck (1979) fue uno de los primeros en plantear este tipo de estrategia. Utiliza un modelo de una etapa que determina los siguientes despachos resolviendo

problemas de asignación secuenciales. Estos problemas intentan maximizar la productividad de la mina al minimizar las toneladas perdidas debido al tiempo ocioso de las palas. Detalles de su formulación también se encuentran en Alarie y Gamache (2002) y en Munirathinam y Yingling (1994).

Elbrond y Soumis (1987) fueron los primeros en plantear esta estrategia mediante la metodología de doble etapa. En la etapa superior resuelven un modelo de programación cuadrático para obtener el flujo de camiones óptimo entre cada pala y punto de vaciado de modo de maximizar la productividad. Esta solución considera el tiempo de espera de los camiones el que se deriva de teoría de colas así como la concentración de mineral deseada. Implícitamente se considera una flota homogénea de camiones. Los autores argumentan que es mejor usar un modelo no lineal en la primera etapa debido a dos razones: (1) Los tiempos de espera no son lineales y (2) el costo de desviarse con respecto a la concentración de mineral también sigue un patrón no lineal. De este modo se obtienen soluciones más balanceadas que las que otorgaría un modelo lineal. La segunda etapa resuelve el despacho mediante un problema de asignación donde se consideran 10 a 15 camiones adicionales al que requiere despacho. La función objetivo minimiza el cuadrado de las diferencias entre los tiempos de espera promedio de las palas y camiones respecto del plan estacionario. Finalmente se implementa la asignación del camión que requería el despacho y las otras asignaciones se descartan. Una debilidad de este enfoque es la aplicación de un problema de asignación para resolver el despacho, ya que no se permite asignar más de un camión a cada pala.

Temeng et al. (1997) utilizan un modelo de doble etapa. En la primera plantea un modelo de programación lineal donde maximiza la producción y penaliza la desviación de la concentración de mineral. Con esto se obtiene la cantidad de toneladas a transportar entre cada pala y punto de vaciado. La etapa inferior resuelve un problema de Hitchcock: Este tiene un nodo de oferta por cada camión próximo a despachar y un nodo de demanda por cada pala. La demanda se expresa como el número de camiones requeridos que se calcula a partir del déficit respecto

a lo indicado por el plan estacionario. El costo de enviar un camión a una pala está dado por el tiempo de espera promedio que experimentará dicho camión.

Jaoua et al (2012a, 2012b) proponen un modelo de simulación para el PDCMCA mediante un modelo de una etapa. Las tasas de producción de las palas son un input para la modelación. Los autores consideran un horizonte de control (por ejemplo, 20 minutos) para el que simulan la operación. Este entrega como resultado una política de asignación de palas para los camiones dependiendo del orden en que terminen la descarga. “El primer camión que termine de descargar en el chancador debe dirigirse a la pala uno a través de la ruta uno, el segundo a la pala tres a través de la ruta 2 y el tercero a la dos a través de la ruta 8” sería un ejemplo de la política que se genera para el intervalo. Dicha política se genera utilizando una metaheurística (*simulated annealing*). Este trabajo no considera la mezcla en los puntos de vaciado, tan solo cumplir las tasas de producción de las palas. El gran aporte de los autores corresponde a la modelación microscópica de las interacciones de tráfico que surgen en la red de transporte, ellos comentan que:

“In the classical models, trucks travelling in the haulage network between pick-up/delivery stations used to be modelled as an activity processing with a specified time. This time is computed off-line and is based on stationary assumption. This classical modelling approach may be sufficient at an earlier design stage of the transportation system, but it is inadequate for real-time fleet management as it fails to reproduce the inherent complex behaviour of traffic flows.”

En su modelo el camión es una entidad autónoma que no tiene asociado un tiempo de viaje, sino que una velocidad y aceleración dada. En consecuencia el tiempo de viaje entre una pala y un punto de vaciado dependerá del estado de tráfico presente en la red. A través de modelos de tráfico logran reproducir la generación de pelotones en los arcos, las detenciones en las intersecciones y la generación de colas en las palas y puntos de vaciado lo que permite tener una estimación más precisa que los modelos anteriores sobre los tiempos de viaje. En la Figura 2-5 se muestra un ejemplo de trayectorias de camiones en un diagrama espacio tiempo bajo el enfoque de este trabajo versus la modelación clásica que asigna al camión

un tiempo de viaje. El enfoque de los autores permite reproducir las interacciones de tráfico mientras el camión se traslada. En el gráfico de la izquierda se aprecia la formación de un pelotón de camiones debido al encuentro con uno más lento. En el gráfico de la derecha se aprecia cómo serían las trayectorias mediante la modelación clásica, donde se asumen adelantamientos que no son factibles en la red.

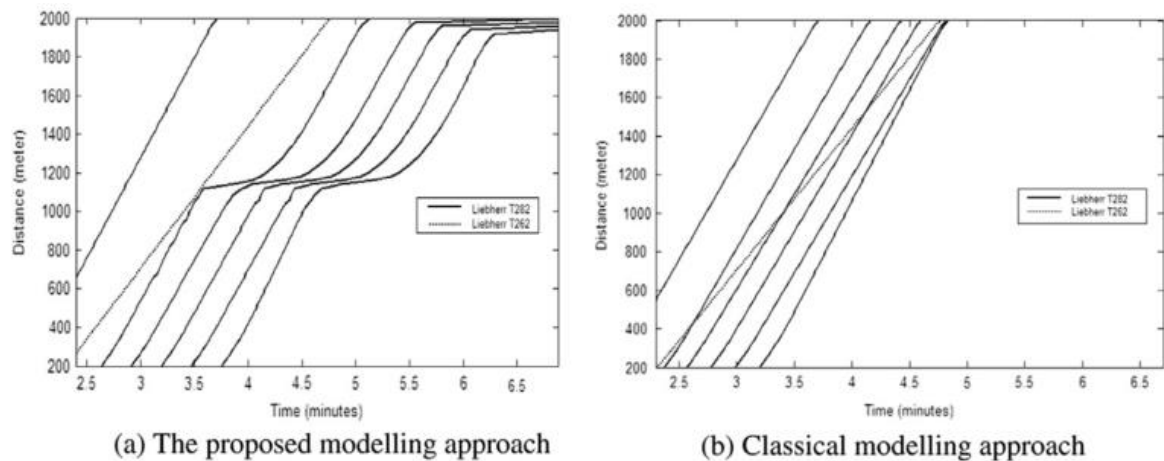


Figura 2-5: Trayectorias de camiones en Jaoua et al (2012a)

Fuente: Jaoua et al (2012a)

La sección a continuación resume las principales falencias detectadas dentro de los trabajos analizados en la revisión bibliográfica. A partir de estas falencias se derivará la metodología de esta tesis.

2.4 Falencias detectadas

En cada uno de los trabajos revisados al menos se presenta una de las siguientes falencias:

- No se modela adecuadamente la congestión en la red (espera en colas y demoras mientras el camión se traslada), por lo que las asignaciones que se realizan pueden sobreestimar los beneficios o subestimar los costos modelados.

- No se modela adecuadamente el impacto que una asignación tiene sobre las futuras asignaciones.
- Los tiempos de viaje entre una pala y un punto de vaciado (o viceversa) se suponen como un dato exógeno al problema. Estos se modelan bajo un supuesto estado de régimen el cual se calcula offline. Esta aproximación puede ser suficiente para una etapa táctica del problema (al diseñar la red por ejemplo), pero no es adecuada para gestionar en tiempo real la flota ya que no permite reproducir las interacciones de tráfico que en ella se producen (Jaoua et al, 2012a).
- No se considera la aleatoriedad del sistema.

Weintraub et al (1988) utiliza un simulador determinístico para evaluar la espera que tendrá el camión en cada pala, pero al no ser esta una estrategia M-N, no se asegura que dicha espera esté bien estimada. Lo mismo aplica para Li (1990) y White y Olson (1992). Temeng et al (1997) propuso resolver un problema de Hitchcock. Una limitación de esta formulación es que requiere que el costo unitario de transporte sea constante e independiente del número de unidades enviadas (camiones) a un nodo de demanda (pala), sin embargo, el tiempo de espera de un camión sí depende de cuántos se hayan enviado, por lo que se subestimarán las esperas (Alarie y Gamache, 2002). El enfoque de Elbrond y Soumis (1987) permite modelar las esperas en colas, pero en un espacio factible mucho menor, ya que el problema de asignación impide que se pueda asignar más de un camión a una pala. A su vez, ninguno de estos autores ha considerado las interacciones de tráfico que se producen mientras el camión se traslada, lo que resulta muy importante teniendo en cuenta que no se permiten adelantamiento en las rutas. Jaoua et al (2012b) son los únicos que han considerado las interacciones de tráfico, pero no toman en cuenta la concentración de mineral al momento de tomar la decisión de despacho.

Un resumen de los trabajos presentados en la literatura se encuentran en la Tabla 2-4. En esta tabla se muestra el número de etapas (una o dos) que utilizó cada autor para resolver el PDCMCA, la estrategia utilizada (1-N, M-1 o M-N), el

método matemático para decidir la asignación del camión (“método de solución”) y una evaluación simple sobre si se abordaron ciertas características del problema. Dichas características son:

- Mezcla:
Corresponde al análisis de la concentración de mineral requerida en cada punto de vaciado
- Aleatoriedad:
Corresponde al análisis estocástico de los tiempos de viaje, carga y descarga.
- Flota heterogénea:
Corresponde al análisis de una flota heterogénea de camiones.
- Interacciones de tráfico:
Corresponde a la modelación de interacciones entre los camiones mientras se trasladan. Se debe considerar que no pueden existir adelantamientos en la red y que coexisten camiones con distintas velocidades, ya sea por una composición heterogénea de la flota y/o por viajar cargado o vacío.
- Colas:
Corresponde a la modelación del tiempo de espera en cola por carga en las palas y por descarga en los puntos de vaciado.

La evaluación con “*ticket*” indica que el autor considera dicha característica en su investigación, una equis indica que no la consideró y el símbolo “ $\frac{1}{2}$ ” que la consideró de forma incompleta. Esto último solo se cumple para la consideración de las colas en los trabajos de Weintraub et al (1987) y White y Olson (1986), donde se modelaron los tiempos en cola bajo estrategias 1-N y M-1 respectivamente. Como se mencionó antes, esta estrategia no genera estimaciones precisas de dichas esperas.

Tabla 2-4: Resumen de trabajos sobre el PDCMCA

Autor	Etapas	Estrategia	Método de solución	Características consideradas del PDCMCA				
				Mezcla	Aleatoriedad	Flota Heterogénea	Interacciones de tráfico	Colas
Soumis et al (1987)	2	M-N	P. Asignación	✓	✗	✗	✗	✓
Weintraub et al (1988)	2	1-N	Heurística	✓	✗	✓	✗	½
Li (1990)	2	1-N	Heurística	✗	✗	✗	✗	✗
White y Olson (1986)	2	M-1	Heurística	✓	✗	✓	✗	½
Temeng et al (1997)	2	M-N	P. Hitchcock	✓	✗	✓	✗	✗
Jaoua et al (2012)	1	M-N	Simulated Annealing	✗	✓	✓	✓	✓

Fuente: Elaboración propia

3 METODOLOGÍA

En este capítulo se presentará la metodología propuesta para resolver el problema. En la sección 3.1 se introducen las características generales de la formulación, en la sección 3.2 se ejemplifica la aplicación del modelo mediante un esquema de horizonte rodante, en la sección 3.3 se detalla la formulación del modelo y en sección 3.4 se explica el algoritmo de solución del modelo.

3.1 Características de la formulación

A partir de las falencias detectadas en la literatura se propone generar una metodología que permita:

- Cumplir la concentración de mineral requerida en cada punto de vaciado a través del transcurso del turno.
- Resolver el problema suponiendo una flota heterogénea de camiones.
- Evaluar la congestión que genera una posible asignación sobre el sistema completo, tanto para el camión que solicita el despacho como para los futuros camiones que lo solicitarán en un horizonte próximo.

Para lograr estos objetivos se propone un modelo que conste de las siguientes características:

- Etapas:

Constará de una sola etapa. A partir del plan de turno se puede obtener el flujo teórico de toneladas que debiera existir entre cada pala y punto de vaciado, por lo que no se necesita ejecutar un modelo previo para obtener más información.

- Estrategia:

Corresponderá a una estrategia M-Camiones-N-Palas, ya que permite un mayor espacio factible de búsqueda. También permite pronosticar la congestión de forma más precisa.

- Tipo de modelo:

Se utilizará un modelo de programación entera para poder abordar la naturaleza combinatorial del problema.

- Aleatoriedad en tiempos de viaje, carga y descarga:

No estará considerada en esta investigación, sin embargo puede ser muy relevante en este contexto.

- Interacciones de tráfico:

Sí estarán consideradas. El camión tendrá asociado una velocidad de flujo libre que dependerá de si va cargado o no y de las características físicas arco por donde transita. El modelo permitirá reproducir apilamiento de camiones e impedirá el adelantamiento en las rutas.

- Espera en colas:

Sí estarán consideradas. Además se podrá evaluar la espera tanto del camión que es despachado como la que genera sobre los otros camiones.

Al formular un modelo que aborde estos puntos se espera que esta metodología sea un aporte real a la resolución del PDCMCA.

La resolución del problema se realiza dentro de una simulación determinística. Cuando se asigna un camión a una cierta pala y punto de vaciado, las trayectorias que realiza dicho camión con los instantes en que carga y descarga se ejecutan tal como indicó el modelo de optimización, a pesar de que en la realidad dichas

actividades sean estocásticas. Estas decisiones son estáticas y se utilizan como parámetro para los despachos posteriores.

Para resolver el problema en tiempo real se propone resolver el modelo bajo un esquema de horizonte rodante, el que se detalla en la sección siguiente.

3.2 Aplicación del horizonte rodante

Cada vez que un camión termina de descargar el material transportado se debe decidir a qué pala y punto de vaciado se dirigirá. Como se ha explicado hasta ahora, es importante no caer en el “problema de miopía”, lo que se soluciona considerando el impacto que tiene una asignación por sobre los futuros despachos. Para lograr esto último es necesario considerar, adicionalmente al camión que solicita despacho, las asignaciones de los siguientes camiones que estarán disponibles dentro de un horizonte próximo. Por esta razón se implementó un esquema de horizonte rodante, el que se ilustra desde la Figura 3-1 a Figura 3-4. Este procedimiento aborda el “problema de miopía” lo que permite obtener soluciones que tienen una mirada global del sistema.

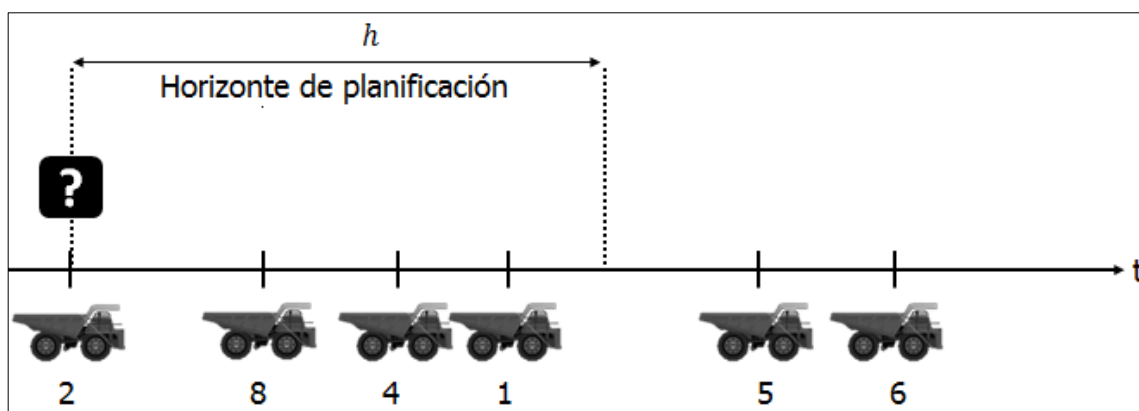


Figura 3-1: Paso #1: Aplicación del horizonte rodante

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 3-1 se introduce el ejemplo. Dentro de una flota de camiones, se tiene que en un cierto instante el camión #2 solicita despacho. En el eje horizontal se encuentran los camiones ordenados de izquierda a derecha según el instante en que terminarán de descargar, es decir, según el instante en que solicitarán despacho. Se define el parámetro h , correspondiente al horizonte de planificación para el que se resuelve el problema. Junto con decidir la asignación del camión #2, también se consideran los camiones que solicitarán despacho dentro del horizonte h . (#8, #4 y #1).

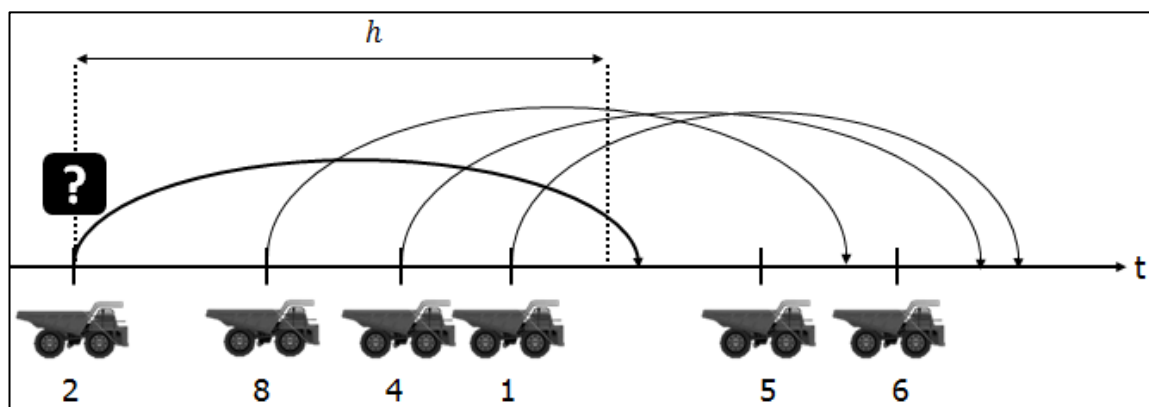


Figura 3-2: Paso #2: Resolución del problema

Fuente: Elaboración propia

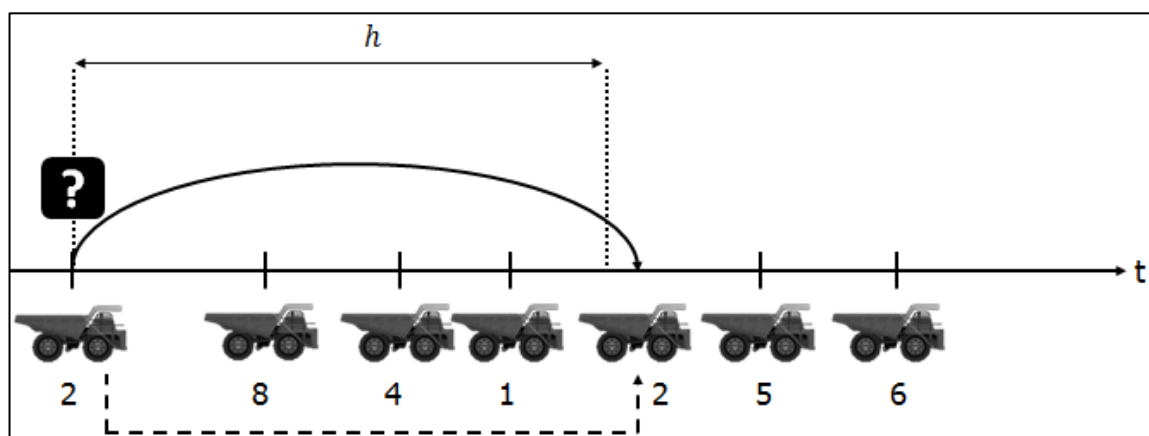


Figura 3-3: Paso #3: Ejecución de la solución

Fuente: Elaboración propia

Cuando se resuelve el problema se asignan todos los camiones considerados. De esta manera el modelo tiene en cuenta la demora que experimenta el camión a despachar (#2) así como la congestión que esta asignación generará sobre los otros (#8, #4 y #1) (ver Figura 3-2).

Cuando se soluciona el problema se ejecuta solo la solución del camión que había solicitado el despacho y las otras se descartan (ver Figura 3-3). Se almacena la trayectoria realizada así como los instantes en que fue atendido en la pala y en el punto de vaciado asignado. Estas variables quedan estáticas para el resto del turno y serán utilizadas como datos en la resolución del siguiente despacho. Finalmente el camión #2 se inserta a la cola de disponibilidad en el instante en que terminó su despacho.

La Figura 3-4 ilustra la repetición del proceso. Cuando el siguiente camión solicita despacho (#8) se realiza el mismo procedimiento: Se traslada el horizonte y se consideran todos los camiones que soliciten asignación dentro de este (#4, #1, #2 y #5) así como las trayectorias y atenciones pasadas que afectan para esta planificación. El proceso se repite hasta terminar el turno.

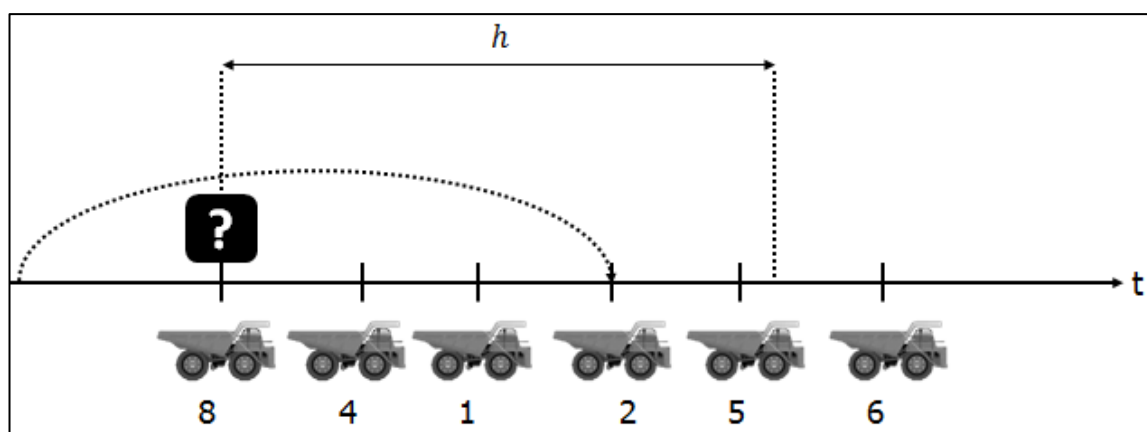


Figura 3-4: Paso #4: Resolución del siguiente despacho

Fuente: Elaboración propia

3.3 Formulación

La formulación corresponde a un problema de optimización entero mixto. Este decide sobre dos situaciones: (1) a qué pala y punto de vaciado se asigna cada camión y (2) cómo se coordina la flota de camiones. La coordinación de la flota implica decidir qué camión hace uso primero de un arco y el orden en que los camiones se atienden en las palas y en los puntos de vaciado. Para esto se modela el tiempo de forma continua.

Los procesos de carguío y transporte se representan a través de una red dirigida de nodos y arcos. Los nodos de esta red pueden representar intersecciones de caminos, la zona de llegada a una pala o a un punto de vaciado. Existen tres tipos de arcos:

1. Arcos de tránsito: Representan caminos físicos que unen distintos nodos. Tienen asociado un tiempo de viaje mínimo que depende del camión que lo transita y si este se encuentra vacío o cargado.
2. Arcos de espera en cola: Representan zonas de espera en cola donde el camión aguarda hasta comenzar su atención, tanto para cargar en pala como para descargar en un punto de vaciado. Esta cola se supone vertical. El tiempo de espera es una variable y depende del estado del sistema.
3. Arcos de atención: Representan el proceso de carga o descarga del camión. Tienen asociado el tiempo de atención respectivo que depende de cada camión y de cada pala o punto de vaciado.

Cada uno de estos arcos tiene una disciplina FIFO lo que permite respetar el orden de atención e imposibilitar el adelantamiento mientras los camiones se trasladan.

En la Figura 3-5 se muestra una red de transporte de ejemplo y en la Tabla 3-2 se presenta el plan del turno asociado. Se tienen dos palas (P_1 y P_2) y dos puntos de vaciado (D_1 y D_2). En la Tabla 3-1 se indican los arcos de cada tipo.

Tabla 3-1: Arcos por tipo

	Para cargar en		Para descargar en	
	P_1	P_2	D_1	D_2
Arcos de espera	(3,2)	(12,13)	(9,10)	(5,6)
Arcos de atención	(2,1)	(13,14)	(10,11)	(6,7)
Arcos de tránsito	(1,4), (4,3), (4,5), (4,8), (7,4), (8,4), (8,9), (8,12), (11,8) y (14,8)			

Fuente: Elaboración propia

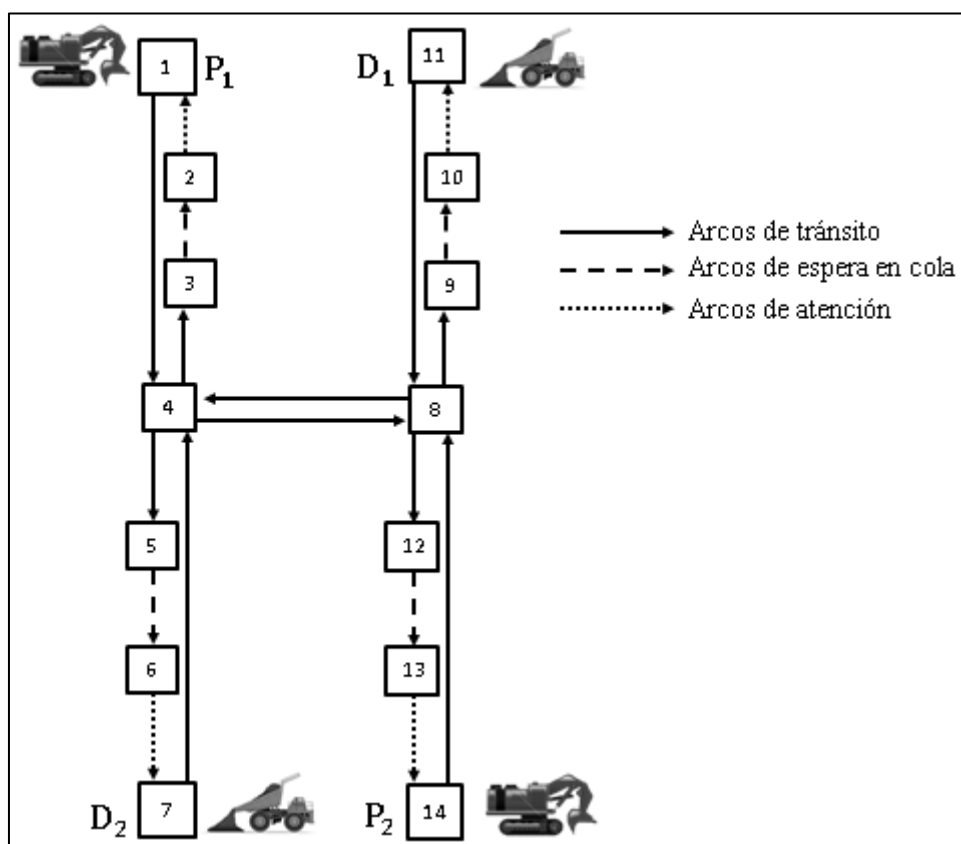


Figura 3-5: Ejemplo de una red de transporte

Fuente: Elaboración propia

Tabla 3-2: Requerimientos del plan del turno

Requerimiento	Pala	Punto de vaciado	Toneladas
1	1	2	15.000
2	2	1	10.000
3	2	2	10.000

Fuente: Elaboración propia

Esta metodología resuelve el PDCMCA para un turno de 12 horas. Sea t' un instante en el tiempo en que uno de los camiones acaba de descargar el material transportado en algún punto de vaciado y solicita un nuevo despacho: En este momento se debe responder la pregunta: ¿A qué pala y punto de vaciado se asigna el camión?

Para resolver esta interrogante considérense dados los siguientes parámetros y conjuntos:

3.3.1 Conjuntos y parámetros estáticos

Los siguientes datos son fijos en la operación y no dependen del instante t' en que se solicita despacho ni del camión que lo realiza.

Sea M el conjunto de camiones, N el conjunto de palas, D el conjunto de puntos de vaciado, V el conjunto de nodos, V^T el conjunto de nodos de tránsito, E el conjunto de arcos, E^T el conjunto de arcos de tránsito, S el estatus de los camiones (1 si vacío, 2 si cargado), P el conjunto de requerimientos del plan del turno que se deben cumplir al término de este (Tabla 3-2) y R el conjunto de rutas. Una ruta se define como la secuencia de nodos que unen una pala y un punto de vaciado o viceversa. Para el ejemplo de la Figura 3-5 los nodos de tránsito son el 3, 4, 5, 9, 8 y 12.

Existen dos tipos de rutas, las que son usadas por camiones cargados y las que son usadas por camiones vacíos. Las rutas que son usadas por camiones cargados conectan las palas con los puntos de vaciado, mientras que las que son usadas por

camiones vacíos conectan los puntos de vaciado con las palas. Sea R_{jd}^L el conjunto de rutas que conectan la pala j con el punto de vaciado d . El superíndice “ L ” hace referencia al tipo de ruta y proviene de la palabra en inglés “*loaded*”, ya que estas rutas las utilizan los camiones cargados. Del mismo modo se define R_{dj}^U como el conjunto de rutas que conectan el punto de vaciado d con la pala j . El superíndice “ U ” hace referencia a la palabra en inglés “*unloaded*”. Sea E_r el conjunto de arcos de la ruta r . Se define t^* como la duración del turno.

A modo de ejemplo, la Tabla 3-3 indica las rutas asociadas al ejemplo de la Figura 3-5 junto a los arcos de cada ruta (E_r).

Tabla 3-3: Rutas del ejemplo

Ruta	Tipo	Origen	Destino	E_r
1	Cargada	P_1	D_2	(1,4), (4,5), (5,6) y (6,7)
2	Cargada	P_2	D_1	(14,8), (8,9), (9,10) y (10,11)
3	Descargada	D_1	P_1	(11,8), (8,4), (4,3), (3,2) y (2,1)
4	Descargada	D_1	P_2	(11,8), (8,12), (12,13) y (13,14)
5	Descargada	D_2	P_1	(7,4), (4,3), (3,2), (2,1)
6	Descargada	D_2	P_2	(7,4), (4,8), (8,12), (12,13) y (13,14)

Fuente: Elaboración propia

La descarga en un punto de vaciado d se modela a través de dos procesos secuenciales: esperar en cola y descargar. Para modelar estos procesos se utilizan tres nodos: vq_d^D , vp_d^D y vf_d^D . El nombre de estos parámetros fue escogido para facilitar su identificación en el modelo: la letra v hace referencia a la palabra nodo en inglés (*vertex*), le sigue una letra asociada al proceso en que se utiliza: “ q ” (de cola en inglés), “ p ” (por comenzar el proceso de atención) o “ f ” (por finalizar el proceso), el superíndice D indica que el nodo se utiliza para la descarga en un punto de vaciado y el índice d lo especifica. La Figura 3-6 muestra el uso de estos nodos en el destino D_1 del ejemplo de la Figura 3-5.

El nodo vq_1^D representa la llegada a la cola del punto de vaciado D_1 y el arco (vq_1^D, vp_1^D) representa la espera en dicha cola. El nodo vp_1^D representa el comienzo del proceso de atención y el arco (vp_1^D, vf_1^D) representa la descarga en dicho punto de vaciado. El tiempo de descarga del camión i en el punto de vaciado d es tu_{id} el que excluye la espera en cola. Análogamente para el proceso de carga se define para cada pala j los parámetros vq_j^S, vp_j^S, vf_j^S y tl_{ij} .

Cuando un camión inicia su ciclo desde un cierto punto de vaciado lo hace con estatus “vacío”. Al momento de terminar la carga en una pala su estatus cambia a “cargado”. Asimismo, cuando dicho camión finalice su descarga en un punto de vaciado cambiará su estatus a “vacío”.

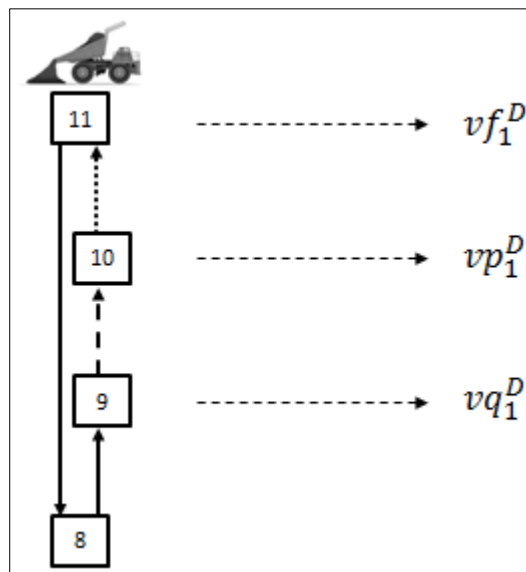


Figura 3-6: Tipos de nodos utilizados para la descarga en un punto de vaciado

Fuente: Elaboración propia

La capacidad de carga del camión i está dada por k_i . Se define el tiempo de viaje a flujo libre que le toma al camión i recorrer el arco (u, v) bajo estatus s como t_{uv}^{is} . El costo de realizar la ruta r por el camión i bajo estatus s está dado por c_r^{is} el que

se asume independiente del tiempo que tome realizar la ruta. Este parámetro se construye a partir del costo promedio por tonelada-kilómetro transportada de cada camión.

El parámetro δ_{jd}^p define los requerimientos del plan del turno: toma el valor 1 si transportar material desde la pala j al punto de vaciado d corresponde al requerimiento p , 0 si no. El parámetro θ_{jd} toma el valor 1 si se puede descargar e material excavado por la pala j en el punto de vaciado d , 0 si no. Para el plan de turno ejemplo de la Tabla 3-2 se tiene que $\delta_{12}^1 = \delta_{21}^2 = \delta_{22}^3 = 1$ y $\theta_{12} = \theta_{21} = \theta_{22} = 1$.

El total de toneladas que debiera asignarse al requerimiento p al término del turno corresponde a T_p^* . En consecuencia el flujo mínimo de toneladas f_p que debieran asignarse a este requerimiento está dado por T_p^*/t^* . Luego, la productividad mínima γ que debiera presentar la operación para cumplir con el plan de turno está dado por la ecuación (3).

$$\gamma = \sum_{p \in P} f_p = \frac{1}{t^*} \sum_{p \in P} T_p^* \quad (3)$$

El ingreso promedio percibido por una tonelada de material excavado se denota por g^T . Este valor se calcula a partir del precio promedio de los minerales excavados y de la concentración promedio de cada mineral en la mina. A modo de ejemplo consideremos una mina de cobre con una ley promedio de 1%. En una tonelada de material excavado se encontrarían 10 kg de cobre. Suponiendo un precio del cobre de 3[USD/lb] y dado que $1 \text{ lb} \approx 0,4536 \text{ kg}$, se tiene que:

$$g^T = 10[\text{kg Cobre}] \cdot \frac{3}{0,4536} \left[\frac{\text{USD}}{\text{kg Cobre}} \right] \approx 66,1 \left[\frac{\text{USD}}{\text{ton}} \right]$$

En el cálculo de este parámetro se pueden considerar varios tipos de minerales realizando una suma ponderada según la concentración de cada uno. No se considera la recuperación del recurso minero ni la desviación con respecto a la

concentración de mineral requerida. A partir del producto entre $\gamma \left[\frac{\text{ton}}{\text{min}} \right]$ y $g^T \left[\frac{\text{USD}}{\text{ton}} \right]$ se obtiene el valor de una unidad de tiempo en la mina, denotado por g^M .

El largo del horizonte rodante se denota por h , el que se utiliza para saber qué camiones se considerarán dentro de la optimización de cada despacho.

3.3.2 Conjuntos y parámetros de estado

Los siguientes datos definen el estado del sistema en el instante t' en que se solicita un despacho.

El conjunto de camiones considerados en el despacho corresponde a M^* . Lo componen todos los camiones del sistema que solicitarán asignación dentro del intervalo de tiempo $[t', t' + h]$. Para cada camión $i \in M^*$ se define el número de ciclos que se programarán dentro del horizonte móvil como nc_i . Un ciclo comienza en un cierto punto de vaciado, continúa con la elección de la pala con la que se cargará el camión y finaliza con la decisión del punto de vaciado donde se descargará el material cargado. El parámetro nc_i se calcula a partir de la duración del tiempo de ciclo mínimo que puede realizar el camión. A modo de ejemplo considérese la Tabla 3-4. Se presenta una flota de 10 camiones y se indica el instante en que cada camión solicitará despacho. Si se asume que $t' = 100$ y suponiendo un horizonte de planificación de 10 minutos, los camiones considerados serán el #4, #3, #7, #5 y #2. Si el tiempo de ciclo mínimo es de nueve minutos, el camión #4 podría alcanzar a comenzar un segundo ciclo, por lo que se modelan dos ciclos. Los otros camiones considerados finalizarán después de $t=110$, por lo que no se les modelará un segundo ciclo.

El instante en que el camión i solicitará despacho por primera vez dentro del horizonte es ts_i . El punto de vaciado desde donde ocurrirá esta solicitud es d_i^0 . Para simplificar se denotará v_i^T al nodo del punto de vaciado d_i^0 .

Tabla 3-4: Instantes de término de descarga de cada camión

Camión	Instante término descarga [min]
4	100
3	102
7	105
5	106
2	108
1	111
6	113
8	114
9	115
10	116

Fuente: Elaboración propia

En cada despacho se debe resolver cada uno de los ciclos de cada camión perteneciente a M^* . Un camión puede ser asignado a cualquier pala independiente del punto de vaciado desde donde inicie el ciclo. Luego de seleccionar la pala, el camión solo podrá ser asignado a los puntos de vaciado permitidos por el plan del turno. A modo de ejemplo consideremos la red de la Figura 3-5. Supongamos que un camión solicita despacho desde el punto de vaciado D_2 . Desde ahí puede ser asignado a cualquier pala. Si se escoge P_1 entonces solo podrá descargar en D_2 (indicado en el plan del turno en la Tabla 3-2), en cambio si se escoge P_2 podrá descargar en cualquier punto de vaciado.

En cada despacho hay trayectorias y atenciones programadas que pueden restringir las asignaciones de los camiones que pertenecen a M^* . Estas trayectorias son estáticas y corresponden a despachos previamente resueltos por camiones que solicitaron asignación en un instante anterior a t' (ver Figura 3-4). Se define I_{uv} como el número de trayectorias que están activas sobre el arco (u, v) en este despacho. El instante de inicio y término de la trayectoria g -ésima del arco (u, v) corresponde a I_{uv}^- y I_{uv}^+ respectivamente.

La atención en las palas y puntos de vaciado se modela mediante ventanas de tiempo. En la Figura 3-7 se ejemplifica la atención de una pala a dos camiones (#5

y #8). Supongamos que el camión #8 llegó antes a la pala por lo que se atiende antes que el #5. En cada pala se identifican los intervalos de atención ya asignados a camiones anteriores a este despacho. Estos periodos de tiempo están reservados para el presente despacho y no pueden ser modificados. Como consecuencia cada pala presenta un conjunto de ventanas de tiempo donde se encuentra disponible para realizar la carga de un camión. En este ejemplo las ventanas de tiempo están demarcadas por la línea punteada y corresponden a $[t_1, t_2]$ y al intervalo que se genera desde t_3 en adelante. Hasta el instante t_1 y en el intervalo $[t_2, t_3]$ la pala tiene atenciones programadas por despachos previos, por lo que no podrá atender a ningún camión del presente despacho. Un camión podrá atenderse en una ventana de tiempo si su intervalo de atención respeta los límites de dicha ventana. No hay límite para la cantidad de atenciones dentro de una ventana siempre y cuando las atenciones se realicen en intervalos disjuntos de tiempo y respeten los límites de dicha ventana. El modelo intenta minimizar las esperas en colas de los camiones de modo de satisfacer dichas restricciones.

En el ejemplo de la Figura 3-7, el camión #8 se atiende primero y escoge el intervalo de atención que minimiza su espera en cola, dado por $[t_1, t_1 + tl_8]$. El camión #5 no puede atenderse en la misma ventana ya que su atención violaría los límites de esta (es decir, $t_1 + tl_8 + tl_5 > t_2$), por lo que debe que ser atendido en la ventana que sigue.

Dicho esto, el número de ventanas de tiempo de la pala j es w_j^S . El superíndice s hace referencia a la palabra en inglés “shovel” para pala. El instante de inicio y término de la ventana de tiempo g -ésima de una pala j corresponde a w_{jg}^{S-} y w_{jg}^{S+} respectivamente. Análogamente se define para cada punto de vaciado d los parámetros w_d^D , w_{dg}^{D-} y w_{dg}^{D+} asociados a las ventanas de tiempo para descargar.

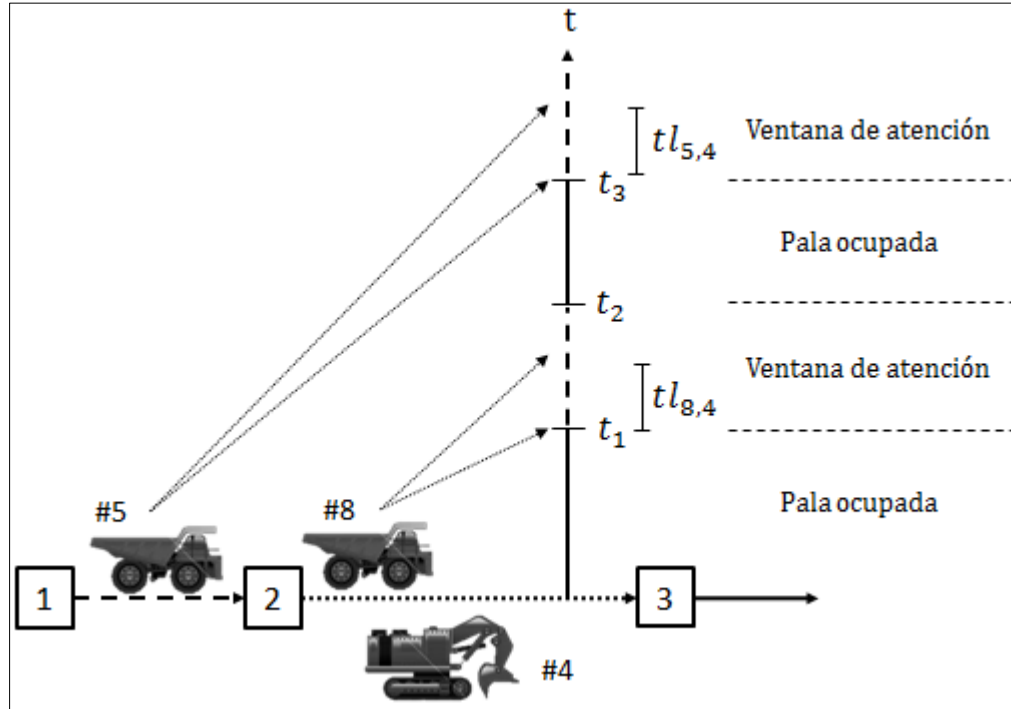


Figura 3-7: Modelación de la atención

Fuente: Elaboración propia

Las toneladas asignadas al requerimiento p hasta el instante t' corresponden a \hat{T}_p . Se debe decidir cuántas toneladas debieran asignarse a cada requerimiento de modo de cumplir el plan del turno a medida que transcurre el tiempo. Para esto se calcula el instante \tilde{t} mediante la ecuación (4).

$$\tilde{t} = \max_{p \in P} \left\{ \frac{\hat{T}_p}{f_p} \right\} \quad (4)$$

El parámetro \tilde{t} indica el estado de avance del requerimiento más adelantado en unidades de tiempo. Luego se calculan las toneladas \bar{T}_p que debieran asignarse a cada requerimiento p para que todos los requerimientos vayan al ritmo del más rápido (5). Este valor es mayor o igual a cero por definición. Nótese que este cálculo no depende de t' .

$$\bar{T}_p = \tilde{t} \cdot f_p - \hat{T}_p \quad (5)$$

Considérese la Tabla 3-5, donde se presenta un ejemplo para entender el cálculo de estos parámetros. En esta tabla se utiliza el plan de turno mostrado en la Tabla 3-2. Se supone un turno de 12 horas y la solicitud de despacho ocurre transcurridas seis horas de operación ($t' = 6$).

Tabla 3-5: Ejemplo del cumplimiento del plan de turno

Requerimiento	Pala	Punto de vaciado	$T_p^*[ton]$	$f_p \left[\frac{ton}{h} \right]$	\hat{T}_p	$\hat{T}_p/f_p [h]$	$\bar{T}_p[ton]$
1	1	2	15,000	1,250	7,900	6.3	500
2	2	1	10,000	833	5,600	6.7	0
3	2	2	10,000	833	5,350	6.4	250

Fuente: Elaboración propia

Se puede apreciar que el requerimiento #2 es el más adelantado. Los requerimientos #1 y #3 están retrasados en 0.4 y 0.3 horas respecto al requerimiento #1. En este caso se tiene que $\tilde{t} = 6.7$. Al calcular \bar{T}_p mediante este método se priorizará asignar camiones a los requerimientos atrasados (#1 y #3).

El cumplimiento de \bar{T}_p se penaliza en la función objetivo de modo que la tasa de penalización aumenta a medida que aumenta la desviación absoluta del cumplimiento. En la sección 3.3.4.e se presentan las restricciones relacionadas con el cumplimiento de este parámetro, donde se ahondará en el cálculo de esta penalidad.

Para la comodidad del lector, en el Anexo B se presenta un resumen de todos los parámetros del modelo.

3.3.3 Variables de decisión

Se necesitan cuatro tipos de variables para formular el problema. Se requieren variables de asignación, variables que gestionen el tráfico, variables que gestionen

la atención en palas y puntos de vaciado y variables que controlen el cumplimiento del plan del turno.

a. Variables de asignación

- a_{ijc} : 1 si el camión i se asigna a la pala j en su ciclo c , 0 si no.
 b_{ijdc} : 1 si el camión i se asigna al punto de vaciado d desde la pala j en su ciclo c , 0 si no.
 z_{isr}^c : 1 si el camión i bajo estatus s utiliza la ruta r en su ciclo c , 0 si no.

b. Variables de gestión de tráfico

- x_{uvc}^{is} : 1 si el camión i utiliza el arco (u, v) bajo estatus s en el ciclo c , 0 si no.
 l_{ijgc} : 1 si el camión i carga en la pala j utilizando la ventana de atención g -ésima en el ciclo c , 0 si no.
 u_{idgc} : 1 si el camión i descarga en el punto de vaciado d utilizando la ventana de atención g -ésima en el ciclo c , 0 si no.
 y_{uc}^{is} : Instante de llegada del camión i bajo estatus s al nodo u en el ciclo c .
 $\pi_{i_1s_1i_2s_2}^{uvc_1c_2}$: 1 si el camión i_1 bajo estatus s_1 en su ciclo c_1 entra antes al arco (u, v) que el camión i_2 bajo estatus s_2 en su ciclo c_2 , 0 si no.
 ρ_{uvgc}^{is-} : 1 si el camión i bajo estatus s en su ciclo c utiliza el arco (u, v) antes que la g -ésima trayectoria programada en dicho arco, 0 si no.
 ρ_{uvgc}^{is+} : 1 si el camión i bajo estatus s en su ciclo c utiliza el arco (u, v) después que la g -ésima trayectoria programada en dicho arco, 0 si no.
 w_{uvc}^{is} : Demora experimentada por el camión i bajo estatus s en su ciclo c en el arco (u, v) .
 τ_{ic} : Tiempo de ciclo del camión i en su ciclo c .
 μ_{idc} : Instante de término de descarga del camión i en el punto de vaciado d en su ciclo c .

c. Variables de atención

- q_{ijc}^S : Espera en cola del camión i en la pala j en su ciclo c .
 q_{idc}^D : Espera en cola del camión i en el punto de vaciado d en su ciclo c .

Para facilitar la notación se utiliza en estas variables el superíndice “S” y “D” haciendo referencia a la palabra en inglés “*Shovel*” (pala) y “*Dump*” (punto de descarga o de vaciado).

- μ_{idc} : Instante de salida del camión i del punto de vaciado d en su ciclo c .
 $\phi_{i_1 i_2}^{j c_1 c_2}$: 1 si el camión i_1 en su ciclo c_1 carga antes en la pala j que el camión i_2 en su ciclo c_2 , 0 si no.
 $\psi_{i_1 i_2}^{d c_1 c_2}$: 1 si el camión i_1 en su ciclo c_1 descarga antes en el punto de vaciado d que el camión i_2 en su ciclo c_2 , 0 si no.

d. Variables de cumplimiento del plan del turno

- T_p^D : Toneladas asignadas al requerimiento p .
 T_p^E : Toneladas sobrantes en el requerimiento p .
 T_p^M : Toneladas faltantes en el requerimiento p .
 $T_p^{E'}$: Penalización asociada a las toneladas sobrantes en el requerimiento p .
 $T_p^{M'}$: Penalización asociada a las toneladas faltantes en el requerimiento p .

3.3.4 Restricciones

Se necesitan los mismos tipos de restricciones que tipos de variables: de asignación, de gestión de tráfico, de gestión de atención y de cumplimiento del plan del turno.

a. Restricciones de asignación

- Cada camión debe ser asignado a alguna pala en cada ciclo

$$\sum_{j \in N} a_{ijc} = 1$$

$$i \in M^*, c = 1 \dots nc_i$$

- Desde la pala asignada se debe asignar el punto de vaciado al que se descargará el material en cada ciclo:

$$a_{ijc} = \sum_{d \in D: \theta_{jd}=1} b_{ijdc}$$

$$j \in N, i \in M^*, c = 1 \dots nc_i$$

- Si se asigna un camión a la pala j en el ciclo c entonces se debe escoger una de las rutas que llegan a j :

En el primer ciclo se sabe que un camión comienza desde d_i^0 :

$$a_{ij_1} = \sum_{r \in R_{dj_1}^U} z_{i1r}^1$$

$$i \in M^*, j \in N, d \in D: d = d_i^0$$

Para los segundos ciclos en adelante: Supongamos que en el ciclo $(c - 1)$ de un camión i este se asigna a la pala j_1 para que descargue en el punto de vaciado d . Si al comenzar el ciclo c este camión se asigna a la pala j_2 , entonces se debe escoger una de las rutas que lo trasladen desde d a j_2 :

$$a_{ij_2c} \leq \sum_{r \in R_{dj_2}^U} z_{i1r}^c - M_B(1 - b_{ij_1d(c-1)})$$

* M_B es una constante lo suficientemente grande

$$i \in M^*, c = 2 \dots nc_i, j_1, j_2 \in N, d \in D: \theta_{j_1d} = 1$$

b. Restricciones de gestión de tráfico

- Continuidad de flujo en cada nodo en que el camión no cambia de estatus:

$$\sum_{v \in V: (u,v) \in E^T} x_{uvc}^{is} = \sum_{w \in V: (w,u) \in E^T} x_{wuc}^{is}$$

$$i \in M^*, s \in S, u \in V^T, c = 1 \dots nc_i$$

- Continuidad de flujo en cada pala (cambio de estatus vacío a cargado):

$$x_{uvc}^{i1} = x_{vwc}^{i2}$$

$$i \in M^*, j \in N, u, v, w \in V, c = 1 \dots nc_i : u = vp_j^S, v = vf_j^S, (v, w) \in E$$

- Continuidad de flujo en el punto de vaciado y entre ciclos (cambio de estatus cargado a vacío):

$$x_{uvc}^{i2} = x_{vw(c+1)}^{i1}$$

$$i \in M^*, d \in D, u, v, w \in V, c = 1 \dots nc_i - 1 : u = vp_d^D, v = vf_d^D, (v, w) \in E$$

- Si dos camiones inician su primer ciclo del mismo punto de vaciado, el que esté disponible antes debe empezar antes la ruta:

$$\pi_{i_1 i_2}^{uv11} = 1$$

$$i_1, i_2 \in M^*, u, v \in V: d_{i_1}^0 = d_{i_2}^0, ts_{i_1} \leq ts_{i_2}$$

- Si se escoge descargar en un punto de vaciado desde una cierta pala entonces se debe escoger una de las rutas que llega a ese punto de vaciado desde esa pala:

$$b_{ijdc} = \sum_{r \in R_{jd}^L} z_{i2r}^c$$

$$i \in M^*, j \in N, d \in D, c = 1 \dots nc_i: \theta_{jd} = 1$$

- El uso de una ruta implica usar cada uno de los arcos de ella:

$$x_{uvc}^{is} \geq z_{isr}^c$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, r \in R, u, v \in V: (u, v) \in E_r$$

- Instantes de llegada a palas. El instante en que un camión vacío i finaliza su carga en una pala j equivale al instante en que dicho camión comienza su viaje cargado.

$$y_{uc}^{i1} = y_{uc}^{i2}$$

$$i \in M^*, j \in N, c = 1 \dots nc_i, u \in V: u = vf_j^S$$

- Instantes de salida de puntos de vaciado. El instante en que un camión cargado i finaliza su descarga en un punto de vaciado d equivale al instante en que dicho camión comienza vacío su siguiente ciclo.

$$y_{uc}^{i2} = y_{u(c+1)}^{i1}$$

$$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i - 1, u \in V: u = vf_d^D$$

- Equivalencia entre el instante de salida.

$$\mu_{idc} = y_{uc}^{i2}$$

$$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i, u \in V: u = vf_d^D$$

- Si se usa un arco, el tiempo de llegada al nodo final v corresponde al tiempo de llegada al nodo inicial u más el tiempo de viaje a flujo libre más la demora experimentada. Esto aplica para arcos de tránsito solamente:

$$y_{uc}^{is} + t_{uv}^{is} + w_{uvc}^{is} \leq y_{vc}^{is} + M_I(1 - x_{uvc}^{is})$$

$$i \in M^*, s \in S, u \in V, v \in V, c = 1 \dots nc_i: (u, v) \in E^T$$

* M_I es una constante lo suficientemente grande

- Cálculo de la demora en el arco de partida del primer ciclo:

$$w_{uv}^{i1} \geq y_{v1}^{i1} - ts_i - t_{uv}^{i1}$$

$$i \in M^*, u, v \in V: u = v_i^T, (u, v) \in E^T$$

- Cálculo de la demora en un arco de tránsito (u, v) :

$$w_{uv}^{is} \geq y_{vc}^{is} - y_{uc}^{is} - t_{uv}^{is} - M_W(1 - x_{uv}^{is})$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V: (u, v) \in E^T, \text{not}(u = v_i^T, c = 1)$$

* M_W es una constante suficientemente grande.

- Sólo puede haber demora si se utilizó el arco:

$$w_{uv}^{is} \leq M_W x_{uv}^{is}$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V: (u, v) \in E^T$$

- Si se usa un arco con trayectorias pasadas el camión debe posicionarse antes o después respecto a cada una de estas trayectorias.

$$x_{uv}^{is} \leq \rho_{uv}^{is-} + \rho_{uv}^{is+}$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V, g = 1 \dots I_{uv}: (u, v) \in E^T$$

- Con respecto a la restricción anterior: Solo se puede escoger una opción de las dos:

$$\rho_{uv}^{is-} + \rho_{uv}^{is+} \leq 1$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V, g = 1 \dots I_{uv}: (u, v) \in E^T$$

- Si se escoge transitar **antes** que la trayectoria g en el arco (u, v) , entonces el instante de entrada al arco debe realizarse antes que el inicio de la trayectoria:

$$y_{uc}^{is} \leq I_{uv}^- + M_I(1 - \rho_{uv}^{is-})$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V, g = 1 \dots I_{uv}: (u, v) \in E^T$$

- Si se escoge transitar **antes** que la trayectoria g en el arco (u, v) , entonces el instante de salida del arco debe realizarse antes que el término de la trayectoria:

$$y_{vc}^{is} \leq I_{uv}^+ + M_I(1 - \rho_{uv}^{is-})$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V, g = 1 \dots I_{uv}: (u, v) \in E^T$$

- Si se escoge transitar **después** que la trayectoria g en el arco (u, v) , entonces el instante de entrada al arco debe realizarse después que el inicio de la trayectoria

$$y_{uc}^{is} \geq I_{uv}^- + M_I(1 - \rho_{uvgc}^{is+})$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V, g = 1 \dots I_{uv}: (u, v) \in E^T$$

- Si se escoge transitar **después** que la trayectoria g en el arco (u, v) , entonces el instante de salida del arco debe realizarse después que el término de la trayectoria

$$y_{vc}^{is} \geq I_{uv}^+ + M_I(1 - \rho_{uvgc}^{is+})$$

$$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V, g = 1 \dots I_{uv}: (u, v) \in E^T$$

- Restricciones de uso secuencial de arcos por dos camiones:

1. Un camión i_1 puede usar un arco antes que otro camión i_2 solo si ambos usan el arco:

$$x_{uvc_1}^{i_1s_1} + x_{uvc_2}^{i_2s_2} \leq \pi_{i_1s_1i_2s_2}^{uvc_1c_2} + \pi_{i_2s_2i_1s_1}^{uvc_2c_1} + 1$$

$$i_1, i_2 \in M^*, s_1, s_2 \in S, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}, u, v \in V: i_1 \neq i_2, (u, v) \in E^T$$

2. Si dos camiones i_1 e i_2 usan un arco implica que solo uno de ellos lo usa antes:

$$\pi_{i_1s_1i_2s_2}^{uvc_1c_2} + \pi_{i_2s_2i_1s_1}^{uvc_2c_1} \leq 1$$

$$i_1, i_2 \in M^*, s_1, s_2 \in S, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}, u, v \in V: i_1 \neq i_2, (u, v) \in E^T$$

3. Si el camión i_1 utiliza un arco antes que otro camión i_2 , entonces debe entrar antes a dicho arco:

$$y_{uc_1}^{i_1s_1} \leq y_{uc_2}^{i_2s_2} + M_I(1 - \pi_{i_1s_1i_2s_2}^{uvc_1c_2})$$

$$i_1, i_2 \in M^*, s_1, s_2 \in S, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}, u, v \in V: i_1 \neq i_2, (u, v) \in E^T$$

4. Si el camión i_1 utiliza un arco antes que otro camión i_2 , entonces debe salir antes de dicho arco:

$$y_{vc_1}^{i_1s_1} \leq y_{vc_2}^{i_2s_2} + M_I(1 - \pi_{i_1s_1i_2s_2}^{uvc_1c_2})$$

$$i_1, i_2 \in M^*, s_1, s_2 \in S, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}, u, v \in V: i_1 \neq i_2, (u, v) \in E^T$$

c. Restricciones de atención en las palas

- La equivalencia entre coordinar quién usa el arco de carga primero y secuenciar los camiones en la pala:

$$\phi_{i_1 i_2}^{j c_1 c_2} = \pi_{i_1 1 i_2 1}^{u v c_1 c_2}$$

$$i_1, i_2 \in M^*, j \in N, u, v \in V, c_1 = 1 \dots n c_{i_1}, c_2 = 1 \dots n c_{i_2}: i_1 \neq i_2, u = v p_j^S, v = v f_j^S$$

- Cálculo de la espera en cola: Instante de salida de la pala - Instante de entrada a la cola - Tiempo de carga:

$$q_{ijc}^S \geq y_{vc}^{i1} - y_{uc}^{i1} - t l_{ij} - M_W(1 - a_{ijc})$$

$$i \in M^*, j \in N, c \in C, u, v \in V: u = v q_j^S, v = v f_j^S$$

- El instante de inicio de carga corresponde al instante de llegada a la cola más el tiempo de espera en dicha cola:

$$y_{vc}^{i1} \geq y_{uc}^{i1} + q_{ijc}^S - M_I(1 - a_{ijc})$$

$$i \in M^*, j \in N, u, v \in V, c = 1 \dots n c_i: u = v q_j^S, v = v p_j^S$$

- El instante de término de carga corresponde al menos al instante de inicio de carga más el tiempo de carga:

$$y_{vc}^{i2} \geq y_{uc}^{i1} + t l_{ij} - M_I(1 - a_{ijc})$$

$$i \in M^*, j \in N, c = 1 \dots n c_i, u, v \in V: u = v p_j^S, v = v f_j^S$$

- El camión que llega a la cola de la pala antes se atiende primero:

$$y_{uc_1}^{i_1 1} \leq y_{uc_2}^{i_2 1} + M_I(1 - \phi_{i_1 i_2}^{j c_1 c_2})$$

$$i_1, i_2 \in M^*, j \in N, u \in V, c_1 = 1 \dots n c_{i_1}, c_2 = 1 \dots n c_{i_2}: i_1 \neq i_2, u = v q_j^S$$

- Si un camión i_1 carga antes que otro i_2 , entonces i_2 empieza a atenderse al menos cuando i_1 haya terminado:

$$y_{uc_1}^{i_2 1} \geq y_{vc_2}^{i_1 2} - M_I(1 - \phi_{i_1 i_2}^{j c_1 c_2})$$

$$i_1, i_2 \in M^*, j \in N, u, v \in V, c_1 = 1 \dots n c_{i_1}, c_2 = 1 \dots n c_{i_2}: i_1 \neq i_2, u = v p_j^S, v = v f_j^S$$

- El camión debe escoger alguna de las ventanas de tiempo disponibles para atenderse:

$$\sum_{g=1}^{w_j^S} l_{ijgc} = a_{ijc}$$

$$i \in M^*, j \in N, c = 1 \dots nc_i$$

- La atención en la pala tiene que estar dentro de alguna de las ventanas de tiempo disponible:

1. Se respeta el instante de inicio de la ventana:

$$y_{uc}^{i1} + M_I(1 - l_{ijgc}) \geq w_{jg}^{S-}$$

$$u \in V, i \in M^*, j \in N, c = 1 \dots nc_i, g = 1 \dots w_j^S: u = vp_j^S$$

2. Se respeta el instante de término de la ventana:

$$y_{uc}^{i2} \leq w_{jg}^{S+} + M_I(1 - l_{ijgc})$$

$$u \in V, i \in M^*, j \in N, c = 1 \dots nc_i, g = 1 \dots w_j^S: u = vf_j^S$$

d. Restricciones de atención en los puntos de vaciado

Las restricciones que vienen a continuación son análogas a las restricciones de atención en las palas.

- La equivalencia entre coordinar quién usa el arco de descarga primero y secuenciar los camiones en el punto de vaciado:

$$\psi_{i_1 i_2}^{dc_1 c_2} = \pi_{i_1 i_2}^{uvc_1 c_2}$$

$$i_1, i_2 \in M^*, d \in D, u, v \in V, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}: i_1 \neq i_2, u = vp_j^D, v = vf_j^D$$

- Cálculo de la espera en el punto de vaciado: Instante de salida del punto de vaciado - Instante de entrada a la cola - Tiempo de descarga:

$$q_{idc}^D \geq \mu_{idc} - y_{uc}^{i2} - tu_{id} - M_W \left(1 - \sum_{j \in N: \theta_{jd}=1} b_{ijdc} \right)$$

$$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i, u \in V: u = vq_d^D$$

- El instante de inicio de descarga corresponde al instante de llegada a la cola más el tiempo de espera en dicha cola:

$$y_{vc}^{i2} \geq y_{uc}^{is} + q_{idc}^D - M_I \left(1 - \sum_{j \in N: \theta_{jd}=1} b_{ijdc} \right)$$

$$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V: u = vq_d^D, v = vp_d^D$$

- El instante de término de descarga corresponde al menos al instante de inicio de descarga más el tiempo de descarga:

$$\mu_{idc} \geq y_{uc}^{i2} + tu_{id} - M_I \left(1 - \sum_{j \in N: \theta_{jd}=1} b_{ijdc} \right)$$

$$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i, u \in V: u = vp_d^D$$

- El camión que llega antes a la cola del punto de vaciado se atiende antes:

$$y_{uc_1}^{i_1 2} \leq y_{uc_2}^{i_2 2} + M_I \left(1 - \psi_{i_1 i_2}^{dc_1 c_2} \right)$$

$$u \in V, i_1, i_2 \in M^*, d \in D, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}: i_1 \neq i_2, u = vq_d^D$$

- Si un camión i_1 descarga antes que otro i_2 , entonces i_2 empieza a atenderse al menos cuando i_1 haya terminado:

$$\mu_{i_1 dc_1} \leq y_{uc_2}^{i_2 2} + M_I \left(1 - \psi_{i_1 i_2}^{dc_1 c_2} \right)$$

$$u \in V, i_1, i_2 \in M^*, d \in D, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}: i_1 \neq i_2, u = vp_d^D$$

- El camión debe escoger alguna de las ventanas de tiempo disponibles para descargar:

$$\sum_{g=1}^{w_d^D} u_{idgc} = \sum_{j \in N: \theta_{jd}=1} b_{ijdc}$$

$$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i$$

- La atención en los puntos de vaciado tiene que estar dentro de alguna de las ventanas de tiempo disponibles:

1. Se respeta el instante de inicio de la ventana de tiempo:

$$y_{uc}^{i2} \geq w_{dg}^{D-} - M_I(1 - u_{idgc})$$

$$u \in V, i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i, g = 1 \dots w_d^D : u = vp_d^D$$

2. Se respeta el instante de término de la ventana de tiempo:

$$\mu_{idc} \leq w_{dg}^{D+} + M_I(1 - u_{idgc})$$

$$u \in V, i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i, g = 1 \dots w_d^D$$

- Asignación del tiempo de ciclo:

1. Para el primer ciclo:

$$\tau_{i1} \geq y_{id1}^D - ts_i - M_c \left(1 - \sum_{j \in N: \theta_{jd}=1} b_{ijd1} \right)$$

$$i \in M^*, d \in D$$

2. Para los ciclos siguientes:

$$\tau_{ic} \geq y_{id_2c}^D - y_{id_1(c-1)}^D - M_c \left(2 - \sum_{j \in N: \theta_{jd_2}=1} b_{ijd_2c} - \sum_{j \in N: \theta_{jd_1}=1} b_{ijd_1(c-1)} \right)$$

$$i \in M^*, d_1, d_2 \in D, c = 2 \dots nc_i$$

* M_c es una constante suficientemente grande.

e. Restricciones de cumplimiento del plan del turno

- Asignación de las toneladas transportadas a cada requerimiento:

$$T_p^D = \sum_{i \in M^*} \sum_{j \in N} \sum_{c=1 \dots nc_i} \sum_{d \in D: \delta_{jd}^p=1} b_{ijdc} k_i$$

$$p \in P$$

- Asignación de las toneladas sobrantes y faltantes:

$$T_p^D + T_p^M = \bar{T}_p + T_p^E$$

$$p \in P$$

Las variables $T_p^{M'}$ y $T_p^{E'}$ corresponden a la penalización por toneladas faltantes y sobrantes respecto a lo requerido (\bar{T}_p). Para calcular esta penalidad se aplica la idea propuesta por Elbrond y Soumis (1987): ellos plantean en la primera etapa una penalización cuadrática para la desviación de la concentración de mineral ya que el costo marginal de esta desviación es creciente. Como consecuencia se obtienen desviaciones similares entre los requerimientos. Alternativamente, en este trabajo se aplica una función lineal a tramos estrictamente creciente para representar esta situación. Dado que la desviación de toneladas en cada requerimiento representa implícitamente la desviación del cumplimiento de la ley, dicha función se aplica sobre las variables T_p^M y T_p^E .

La función lineal a tramos se construye a partir de un conjunto de rectas donde la pendiente de cada una indica la tasa de penalización. Sea L_p^M el número de rectas utilizadas para penalizar las toneladas faltantes del requerimiento p , α_{pi}^M la pendiente y β_{pi}^M el intercepto asociado a la recta i -ésima de penalización por toneladas faltantes de dicho requerimiento. Del mismo modo se definen los parámetros L_p^E , α_{pi}^E y β_{pi}^E para las toneladas sobrantes en el requerimiento p .

La Figura 3-8 ilustra el cálculo de esta penalización: Cuando se resuelve un despacho se define el parámetro \bar{T}_p . Este indica las toneladas que debiera recibir el requerimiento p en el problema de optimización. Esta necesidad se puede subcumplir ($T_p^M > 0$; $T_p^E = 0$), sobrecumplir ($T_p^E > 0$; $T_p^M = 0$) o satisfacer exactamente ($T_p^E = 0$; $T_p^M = 0$). Desde \bar{T}_p se definen rangos de toneladas (ω) en donde la tasa de penalización por unidad de tonelada faltante o sobrante es la misma. A medida que aumenta la desviación de \bar{T}_p , es decir, a medida que aumenta T_p^M o T_p^E , la tasa aumenta si la desviación sobrepasa un número entero de veces el rango de toneladas ω . De este modo se consiguen desviaciones similares

entre todos los requerimientos y como consecuencia el plan del turno se cumple homogéneamente a través del transcurso de este.

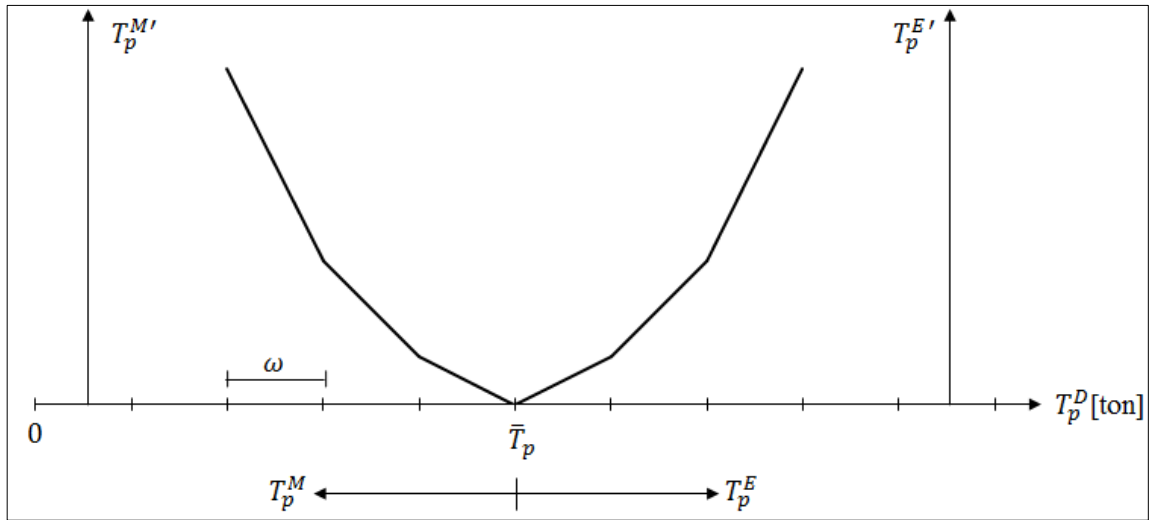


Figura 3-8: Penalización por la desviación del cumplimiento del plan del turno

Fuente: Elaboración propia

Las restricciones que permiten calcular $T_p^{M'}$ y $T_p^{E'}$ se detallan a continuación:

- Cálculo de la penalidad asociada a las toneladas faltantes:

$$T_p^{M'} \geq g^T(\alpha_{pi}^M T_p^M + \beta_{pi}^M)$$

$$p \in P, i = 1, \dots, L_p^M$$

- Cálculo de la penalidad asociada a las toneladas sobrantes:

$$T_p^{E'} \geq g^T(\alpha_{pi}^E T_p^E + \beta_{pi}^E)$$

$$p \in P, i = 1, \dots, L_p^E$$

f. Naturaleza de las variables

$a_{ijc} \in \{0,1\}$	$i \in M^*, j \in N, c = 1 \dots nc_i$
$b_{ijdc} \in \{0,1\}$	$i \in M^*, j \in N, d \in D, c = 1 \dots nc_i: \theta_{jd} = 1$
$z_{isr}^c \in \{0,1\}$	$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, r \in R$
$x_{uv}^{is} \in \{0,1\}$	$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, (u, v) \in E$
$l_{ijgc} \in \{0,1\}$	$i \in M^*, j \in N, c = 1 \dots nc_i, g = 1 \dots w_j^S$
$u_{idgc} \in \{0,1\}$	$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i, g = 1 \dots w_d^D$
$y_{uc}^{is} \geq ts_i$	$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u \in V$
$\pi_{i_1 s_1 i_2 s_2}^{uv c_1 c_2} \in \{0,1\}$	$i_1, i_2 \in M^*, s_1, s_2 \in S, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}, (u, v) \in E: i_1 \neq i_2$
$\rho_{uvgc}^{is-} \in \{0,1\}$	$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, (u, v) \in E^T, g = 1 \dots I_{uv}$
$\rho_{uvgc}^{is+} \in \{0,1\}$	$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, (u, v) \in E^T, g = 1 \dots I_{uv}$
$w_{isuv} \geq 0$	$i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, (u, v) \in E^T$
$\mu_{idc} \geq ts_i$	$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i$
$\tau_{ic} \geq 0$	$i \in M^*, c = 1 \dots nc_i$
$W_{ijc}^S \geq 0$	$i \in M^*, j \in N, c = 1 \dots nc_i$
$W_{idc}^D \geq 0$	$i \in M^*, d \in D, c = 1 \dots nc_i$
$\phi_{i_1 i_2}^{j c_1 c_2} \in \{0,1\}$	$i_1, i_2 \in M^*, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}, j \in N: i_1 \neq i_2$
$\psi_{i_1 i_2}^{d c_1 c_2} \in \{0,1\}$	$i_1, i_2 \in M^*, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}, d \in D: i_1 \neq i_2$
$T_p^D \geq 0$	$p \in P$
$T_p^E \geq 0$	$p \in P$
$T_p^M \geq 0$	$p \in P$
$T_p^{E'} \geq 0$	$p \in P$
$T_p^{M'} \geq 0$	$p \in P$

3.3.5 Función objetivo

Corresponde a una función multiobjetivo donde se busca minimizar el costo de transporte, la desviación del tonelaje transportado según lo especificado por el plan del turno y el tiempo de ciclo de los camiones. El objetivo subyacente de las últimas dos componentes corresponde a minimizar la desviación de la ley de entrada de la planta y maximizar la productividad de la flota respectivamente.

- Costos de transporte:

$$\sum_{i \in M^*} \sum_{c=1}^{nc_i} \sum_{s \in S} \sum_{r \in R} z_{isr}^c c_r^{is}$$

- Penalización por toneladas desviadas del plan de turno:

$$\sum_{p \in P} (T_p^{E'} + T_p^{M'})$$

- Costos por tiempo de ciclo:

$$g^M \sum_{i \in M^*} \sum_{c=1 \dots nc_i} \tau_{ic} c_{ic}^T$$

El parámetro c_{ic}^T corresponde a una constante adimensional que multiplica cada ciclo modelado. Su objetivo consiste en priorizar los ciclos que comienzan antes lo que resulta en mayor productividad. Considérese el ejemplo mostrado en la Tabla 3-4. Al resolver el despacho del camión #4 se consideran adicionalmente los camiones #3, #7, #5, #2 y el segundo ciclo del camión #4. Para generar c_{ic}^T se deben ordenar los despachos desde el instante de inicio del ciclo más cercano al más lejano. El instante de inicio de cada ciclo es conocido para cada camión, salvo para el segundo ciclo del camión #4 el que es una variable del problema. Este se puede estimar a partir del tiempo de ciclo promedio de los camiones de ese mismo tipo. Suponiendo un tiempo de ciclo promedio de 10 minutos, el instante de inicio aproximado del segundo ciclo del camión #4 es en $t=110$.

Para calcular c_{ic}^T se generó el siguiente método: Al último ciclo se le asigna un peso de 1. Al penúltimo ciclo se le asigna el peso recién calculado más un pequeño aumento (en este caso el aumento es de 0.001) y así sucesivamente hasta calcular el peso de cada ciclo. La Tabla 3-6 muestra los valores de c_{ic}^T para este ejemplo.

El valor del aumento debe ser lo suficientemente pequeño para establecer el orden de los ciclos. Sin embargo, valores demasiados chicos pueden empeorar el desempeño del software de optimización.

Este parámetro permite diferenciar la importancia de los despachos, asignándole un peso mayor al ciclo mientras antes se deba ejecutar. De este modo se obtienen soluciones que presentan mayor productividad en relación a no utilizar este parámetro.

Tabla 3-6: Instantes de inicio de los despachos y cálculo del ponderador de ciclo

Camión	Ciclo	Instante de inicio [min]	c_{ic}^T
4	1	100	1.005
3	1	102	1.004
7	1	105	1.003
5	1	106	1.002
2	1	108	1.001
4	2	110	1.000

Fuente: Elaboración propia

3.4 Algoritmo de solución

La aplicación del horizonte rodante junto con la resolución del modelo de optimización se detalla a continuación:

- 1) Inicialización del problema.

Se define d como el número del despacho que se está resolviendo.

Hacer $d = 0$.

- 2) Avanzar el reloj de la simulación hasta que un camión solicite despacho.

Si terminó el turno continuar con el paso (6), si no, continuar con (3).

Hacer $d = d + 1$.

- 3) Preparar la instancia que se resolverá con el modelo de optimización.

- 4) Resolución del modelo de optimización.

- 4.1) Si $d > 1$:

Preasignar valores iniciales a las variables que asignan las rutas de los camiones, las variables que asignan el secuenciamiento de atención en palas y en puntos de vaciado. Estos valores se obtienen a partir del resultado del despacho $d - 1$.

- 4.2) Aplicar *branch and cut* hasta resolver el problema a optimalidad.

- 5) Ejecutar solo la solución del camión que solicitó el despacho. Guardar la trayectoria programada del camión así como sus instantes de atención en palas y puntos de vaciado. Ir al paso (2).

- 6) Fin.

4 EXPERIMENTOS

En este capítulo se presentan los escenarios en que se evaluará esta investigación, las instancias específicas y los resultados obtenidos.

4.1 Escenarios de análisis

Los escenarios están compuestos por la combinación de dos variables: cantidad de requerimientos del plan del turno y presencia o no de heterogeneidad de flota. La Tabla 4-1 muestra los escenarios que se evaluarán. En cada uno de estos escenarios se variará el tamaño de la flota para analizar distintos casos de congestión en la red de transporte. Los datos de la red se basan en una mina a cielo abierto de cobre chilena.

Tabla 4-1: Escenarios de análisis

Escenario	# Requerimientos	Flota heterogénea
A₁	4	No
A₂	4	Sí
B	3	Sí

Fuente: Elaboración propia

4.2 Métodos de comparación

En cada escenario se comparará el modelo propuesto con la metodología de White y Olson (1986) y una heurística del tipo 1-N. Esta heurística asigna al camión a la pala y punto de vaciado de modo que se descargue en el requerimiento más atrasado (DRMA desde ahora en adelante). Se basa en la heurística donde se envía el camión a la pala más atrasada propuesta en Tan y Ramani (1992) y Kolonja (1992) y funciona de la siguiente manera: Dado un instante t' en donde un camión solicita despacho, el requerimiento más atrasado se encuentra aplicando la siguiente fórmula:

$$p^* = \text{Argmín} \left\{ \frac{\hat{T}_p}{\bar{T}_p} \right\}, p \in P$$

Donde:

P : Conjunto de requerimientos del plan del turno.

p^* : El requerimiento más atrasado en el instante t' .

\hat{T}_p : Cantidad de toneladas asignadas al requerimiento p hasta el instante t' .

\bar{T}_p : Cantidad de toneladas totales que debieran trasladarse en el turno.

Cuando se obtiene p^* el camión se asigna a la pala y punto de vaciado que estén asociados a este requerimiento.

Las comparaciones de los métodos se realizarán bajo un contexto determinístico.

4.3 Resultados

A continuación se presenta cada instancia con sus resultados.

Para resolver el problema de optimización se utilizó un computador con procesador *Intel Core i7* con CPU de 2.20 GHz y 8 Gb de RAM. El programa utilizado fue CPLEX en su versión 12.1.

4.3.1 Instancia A₁

La red de transporte de esta instancia se muestra en la Figura 4-1. El plan del turno se muestra en la Tabla 4-2 y Tabla 4-3. En esta instancia se utiliza una flota homogénea de camiones cuya capacidad es de 85 toneladas.

En primer lugar se analizará el comportamiento de cada método para un tamaño de flota de **10 camiones**. Luego se realizará el análisis para distintos tamaños de flota.

Tabla 4-2: Plan del turno (instancia A₁)

Requerimiento	Pala	Punto de vaciado	Toneladas
1	1	1	15,430
2	2	2	12,000
3	3	1	6,170
4	3	2	9,600

Fuente: Elaboración propia

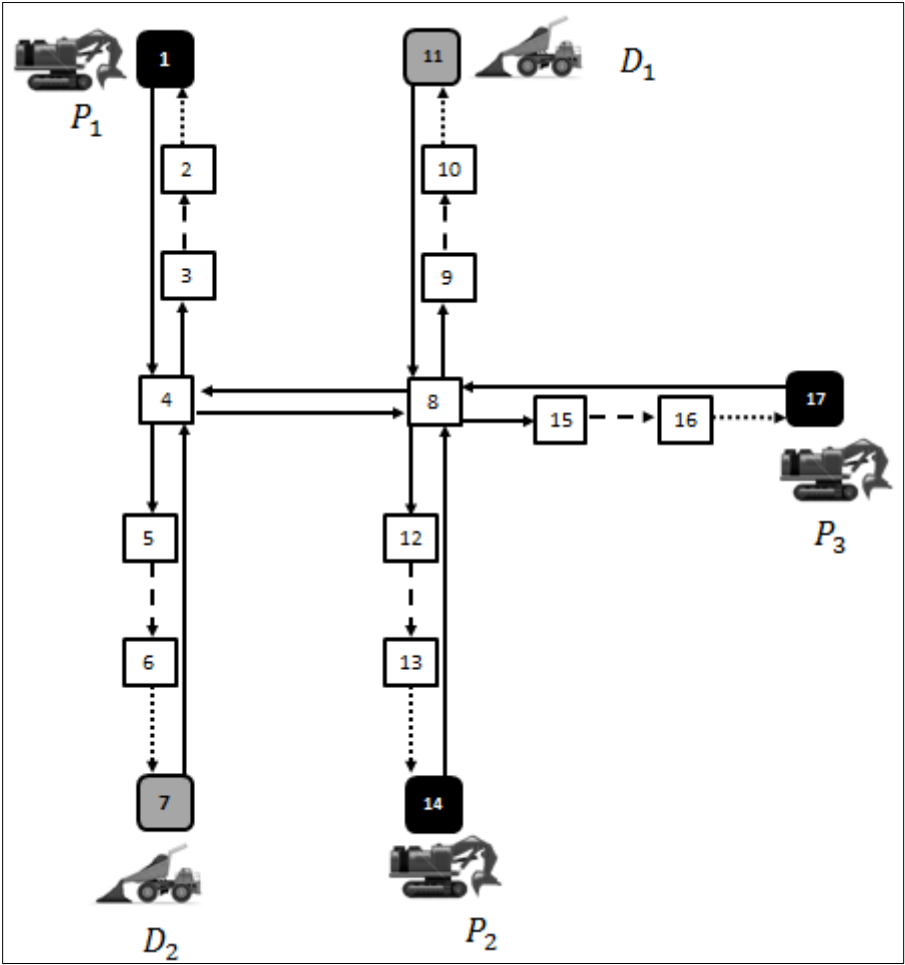


Figura 4-1: Red de transporte (instancia A₁)

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4-2 se muestra la productividad alcanzada por el modelo propuesto (MIP desde ahora en adelante) y la heurística DRMA con respecto a la alcanzada por White y Olson (1986). La productividad se calcula como el cociente entre las toneladas transportadas y la duración del turno (12 horas). Como se aprecia en dicha figura la heurística DRMA presenta una productividad 2% menor respecto a White y Olson (1986). Esto es consistente con la teoría, ya que White y Olson (1986) al aplicar una estrategia M-1 debiera obtener mayor productividad que una heurística simple que utilice una estrategia 1-N. El MIP en cambio, aumenta su productividad a medida que aumenta el horizonte de planificación. Este aumento se estabiliza alrededor de los cuatro minutos con un aumento de productividad cercano al 3%.

Tabla 4-3: Ley de palas y ley requerida por punto de vaciado (instancia A₁)

Pala	Ley	Punto de vaciado	Ley requerida
1	0.6	1	0.7 %
2	0.5	2	0.7 %
3	0.95		

Fuente: Elaboración propia

Probar instancias con horizontes relativamente altos aumenta el tiempo de resolución considerablemente (ver Figura 4-3), por lo que no se pueden analizar horizontes demasiado extensos. En este gráfico se aprecia cómo aumenta el tiempo de solución promedio de cada despacho (serie de círculos). A medida que aumenta el horizonte de planificación aumenta linealmente los camiones considerados en el análisis (serie de cuadrados) lo que repercute exponencialmente en el tiempo de solución del MIP.

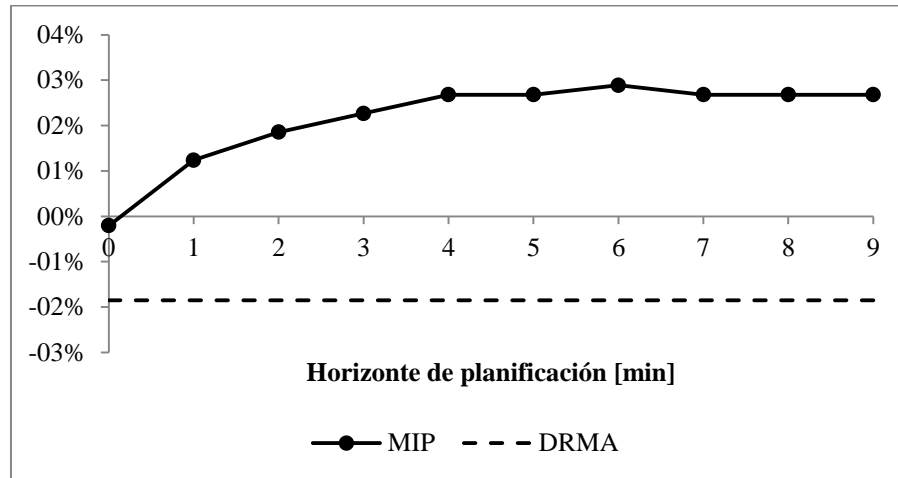


Figura 4-2: Productividad respecto a White y Olson (1986) según horizonte de planificación

Fuente: Elaboración propia

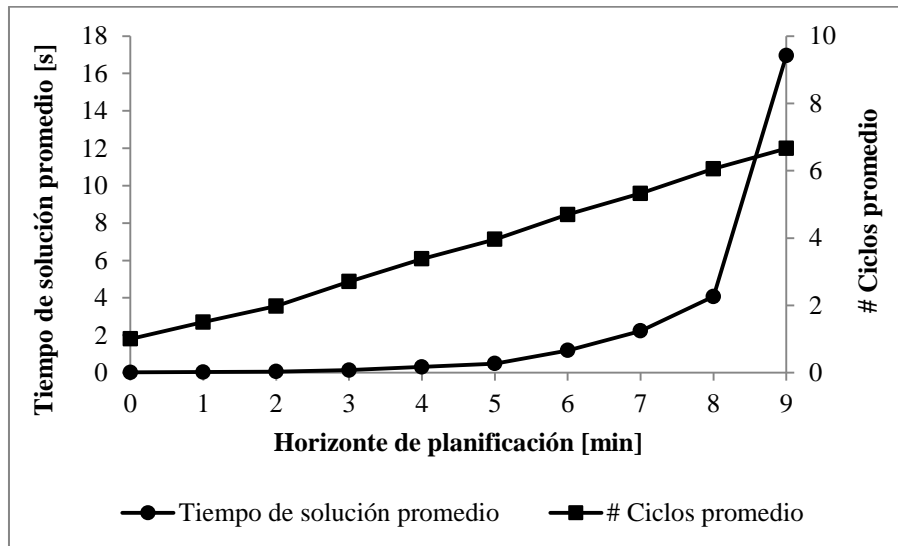


Figura 4-3: Tiempo de solución promedio por despacho según extensión del horizonte de planificación

Fuente: Elaboración propia

El aumento de productividad se explica por la coordinación que puede otorgar el MIP sobre la flota de camiones al analizar sucesivos despachos hacia el futuro. Una disminución en las demoras de la flota así como una disminución en los

tiempos de ciclo son las consecuencias de una mejor coordinación de la flota. La Figura 4-4 y Figura 4-5 muestran estas situaciones. El retraso total se refiere al total de demoras mientras los camiones se trasladan más el tiempo total en cola.

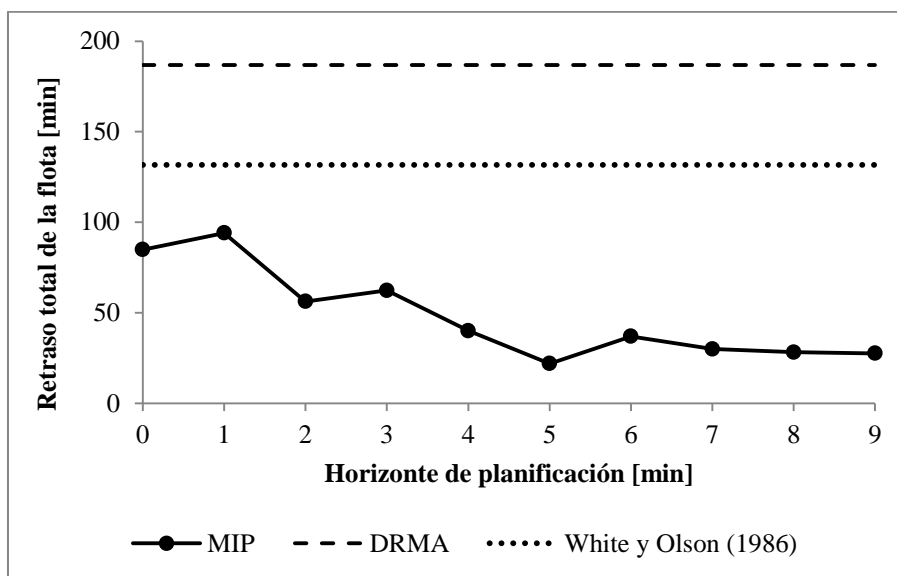


Figura 4-4: Retraso total de la flota según el horizonte de planificación

Fuente: Elaboración propia

La Figura 4-4 y Figura 4-5 no presentan una tendencia estrictamente decreciente. Esto podría explicarse a través del parámetro c_{ic}^T , el que asigna las prioridades de los ciclos modelados. Dada la forma en que se calcula este multiplicador, no existe ninguna garantía que siempre se obtenga mayor productividad al aumentar el horizonte. A su vez, es necesario recordar que esta no es la única componente de la función objetivo, por lo que si disminuye la productividad en ciertos casos no significa que la función objetivo empeore.

Si bien la productividad aumentó respecto a White y Olson (1986), también es necesario cumplir la concentración de mineral que requiere cada punto de vaciado. El cumplimiento que presenta cada método en cada punto de vaciado se muestra en el ANEXO A.

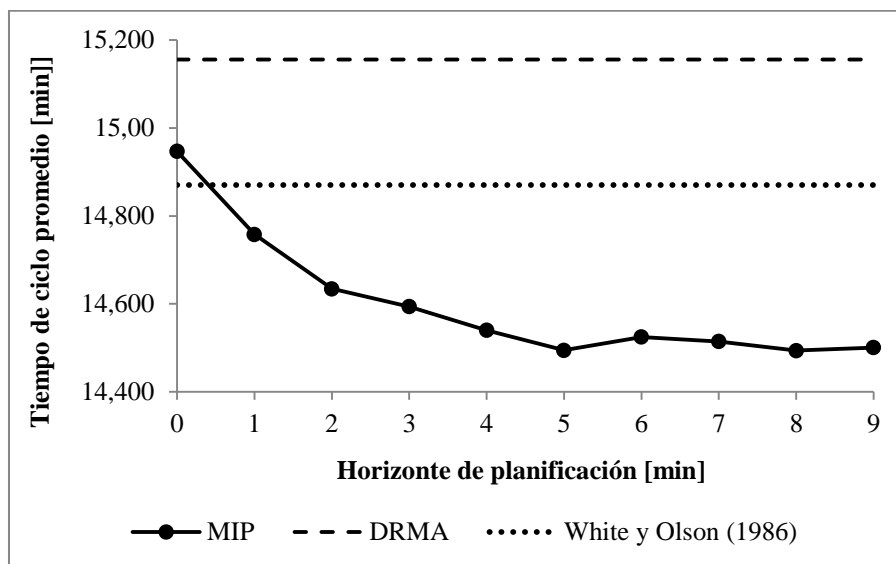


Figura 4-5: Tiempo de ciclo promedio según el horizonte de planificación

Fuente: Elaboración propia

Para analizar el cumplimiento de la concentración de mineral se calculó un indicador agregado para el turno. Este consiste en dividir el turno en periodos de 30 minutos y promediar el cumplimiento registrado en cada uno de estos intervalos. En la Tabla 4-4 se presenta un ejemplo donde se calcula este indicador para un turno de seis horas en un punto de vaciado que requiere una ley de entrada de 1%.

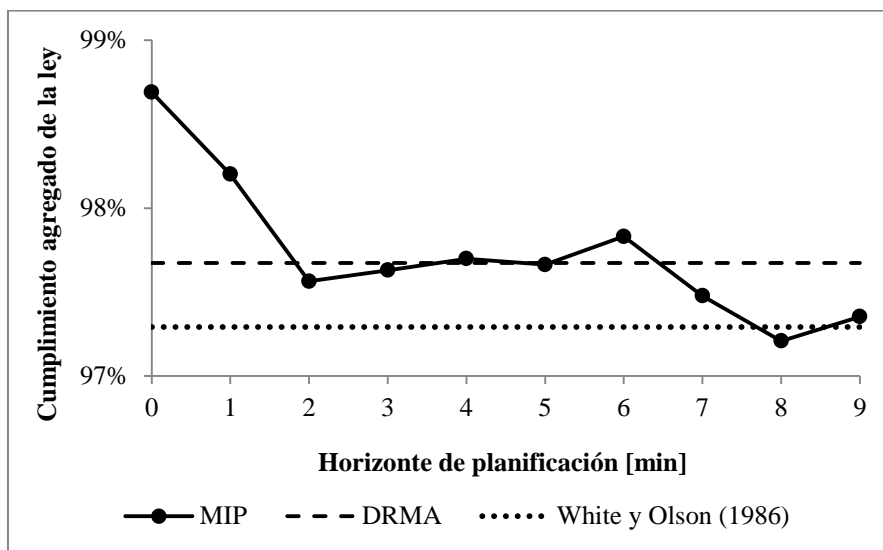
En caso de tener más puntos de vaciados el cumplimiento agregado se obtiene promediando el cumplimiento de todos los intervalos de todos los puntos de vaciado.

El cumplimiento agregado de la ley en función del horizonte de planificación se muestra en la Figura 4-6. A partir de este gráfico se aprecia que en esta instancia y para este tamaño de flota el MIP alcanza un mejor cumplimiento de ley que White y Olson (1986).

Tabla 4-4: Ejemplo del cálculo del indicador agregado de cumplimiento de la ley

Intervalo	Ley requerida	Ley entregada	Cumplimiento
00:00 - 00:30	1.00%	0.80%	80%
00:30 - 01:00	1.00%	0.90%	90%
01:00 - 01:30	1.00%	1.00%	100%
01:30 - 02:00	1.00%	1.10%	90%
02:00 - 02:30	1.00%	1.20%	80%
02:30 - 03:00	1.00%	1.10%	90%
03:00 - 03:30	1.00%	1.00%	100%
03:30 - 04:00	1.00%	0.90%	90%
04:00 - 04:30	1.00%	0.80%	80%
04:30 - 05:00	1.00%	0.70%	70%
05:00 - 05:30	1.00%	0.60%	60%
05:30 - 06:00	1.00%	0.50%	50%
Cumplimiento agregado			82%

Fuente: Elaboración propia

Figura 4-6: Cumplimiento agregado de la concentración de mineral (instancia A₁)

Fuente: Elaboración propia

En el reciente análisis se ha mostrado el comportamiento de los tres métodos para un tamaño de flota constante de 10 camiones. A continuación se realizará el

mismo análisis, pero variando el tamaño de la flota para visualizar el efecto que trae distintos niveles de congestión en el sistema.

La Figura 4-7 muestra el total de toneladas transportadas durante el turno de 12 horas según el tamaño de flota utilizado. A partir de 18 camiones el sistema está muy congestionado por lo que la productividad ganada es cercana a cero. Por esta razón no se analizó tamaños de flota superiores a 20 camiones.

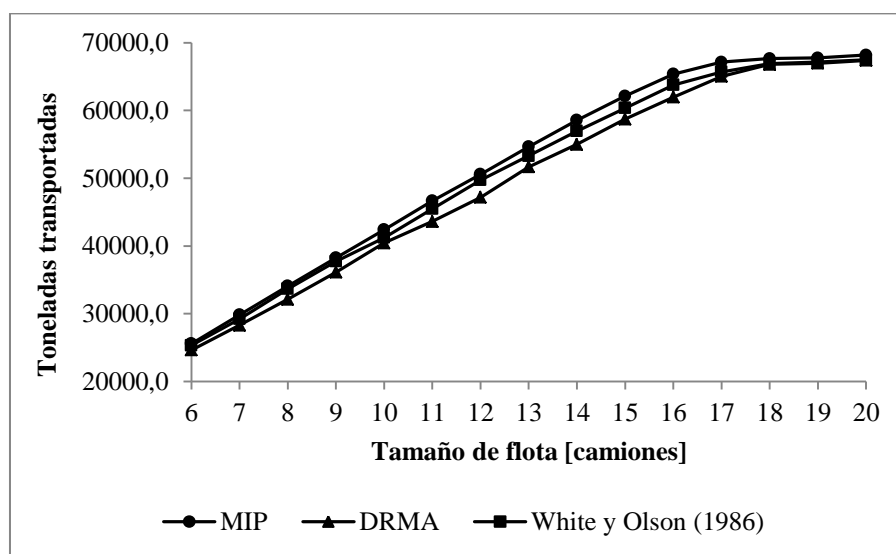


Figura 4-7: Toneladas transportadas según tamaño de flota (instancia A₁)

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4-8 se indica la productividad porcentual ganada respecto a White y Olson (1986) por parte del MIP y la heurística DRMA para distintos tamaños de flota. Se aprecia una ganancia máxima de 3% para una flota de 15 camiones, la que decae cuando el sistema está muy congestionado.

Esta disminución se puede explicar por la dificultad que representa para el MIP resolver sistemas más congestionados. En la Figura 4-9 se aprecia esta situación: A medida que aumenta el tamaño de flota el horizonte máximo en que se pueden resolver todos los despachos disminuye. Si se contara con un algoritmo más eficiente o con mayor capacidad computacional quizás se podría haber evaluado

horizontes de planificación mayores lo que podría haber resultado en mejores resultados.

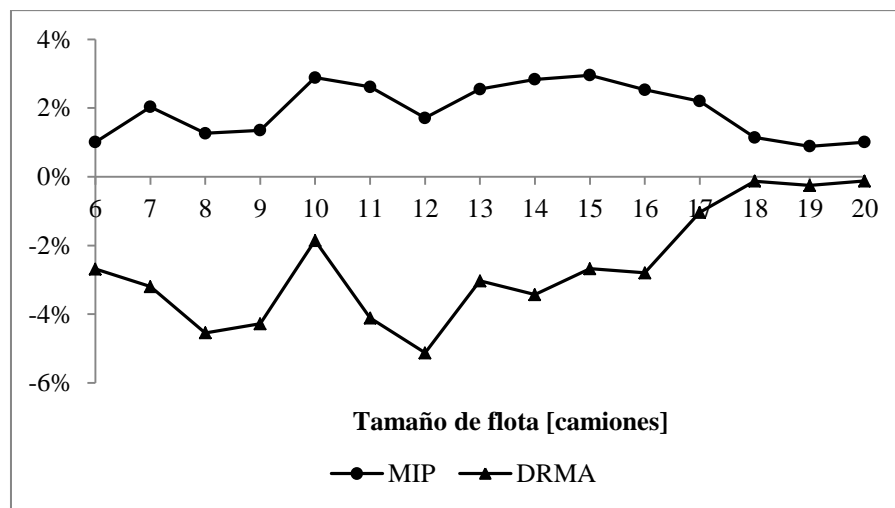


Figura 4-8: Productividad respecto a White y Olson (1986) según tamaño de flota (instancia A_1)

Fuente: Elaboración propia

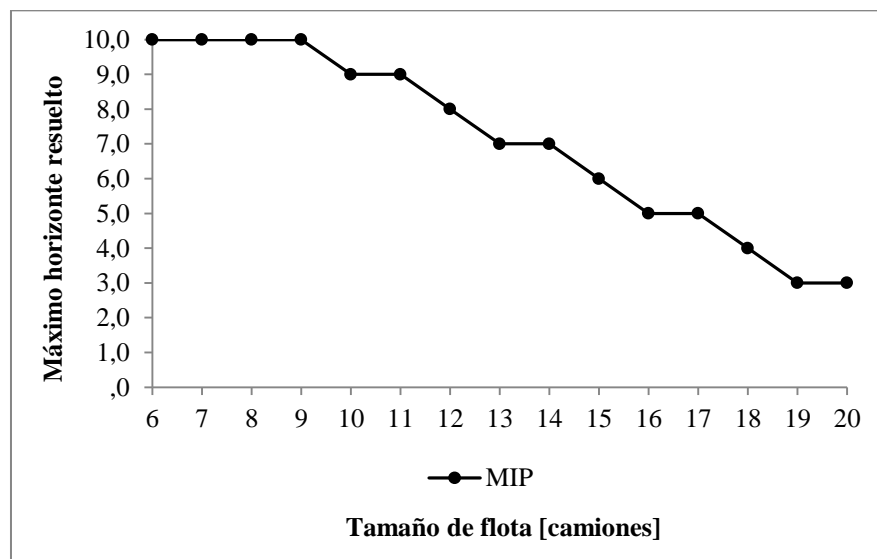


Figura 4-9: Máximo horizonte resuelto según tamaño de flota (instancia A_1)

Fuente: Elaboración propia

Cabe mencionar que los despachos se resuelven con un tiempo máximo de 30 minutos, los que se alcanzan en situaciones muy congestionadas. Si bien esto no es razonable para una situación real, se utilizó este límite de tiempo para obtener resultados en casos extremos y así obtener mayor profundidad en el análisis.

El cumplimiento de la mezcla en los puntos de vaciado se aprecia en la Figura 4-10. En esta se aprecia que el MIP tiene un cumplimiento superior a White y Olson (1986) independientemente del tamaño de flota. También se observa que el cumplimiento de White y Olson (1986) decae en escenarios muy congestionados. La heurística DRMA tiende a tener mejores índices de cumplimiento, pero a una menor productividad.

Para finalizar el análisis se presenta el costo por tonelada transportada con respecto a White y Olson (1986) en la Figura 4-11. En este gráfico se aprecia que el MIP siempre tiene costos unitarios menores salvo para tamaños de flota inferiores a nueve camiones. Sin embargo en esos casos el MIP presenta cumplimientos de leyes superiores a White y Olson (1986) y mayor productividad.

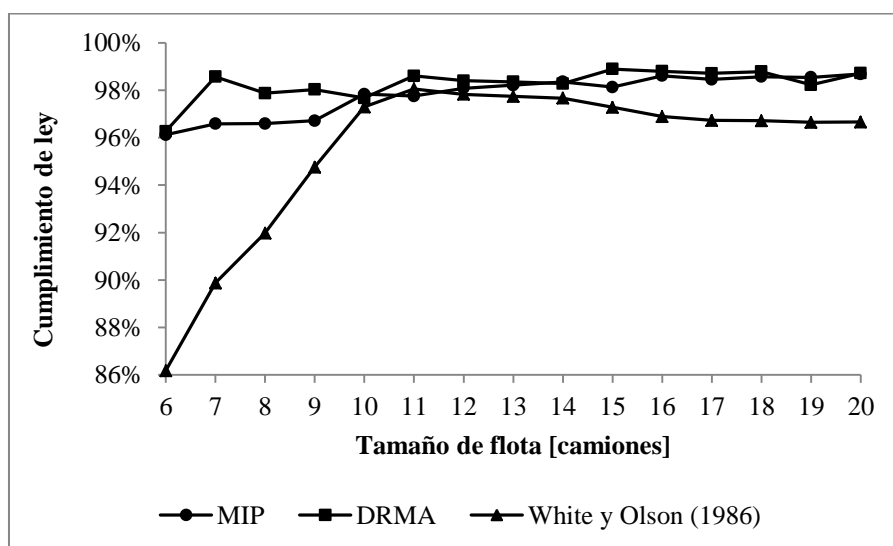


Figura 4-10: Cumplimiento agregado de la ley según tamaño de flota (instancia A₁)

Fuente: Elaboración propia

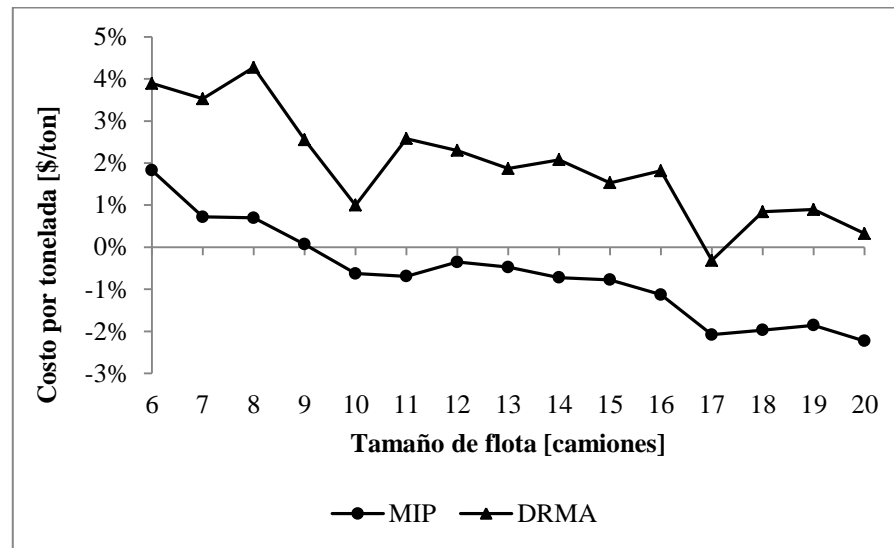


Figura 4-11: Costo por tonelada transportada respecto a White y Olson (1986) (instancia A_1)

Fuente: Elaboración propia

4.3.2 Instancia A_2

En este caso se utiliza una flota heterogénea de camiones de 85 y 130 toneladas de capacidad. La red de transporte así como el plan del turno son equivalentes a la instancia anterior.

En la Figura 4-12 se aprecia la productividad obtenida respecto a White y Olson (1986). En este caso se obtuvieron mayores productividades que en el caso homogéneo, llegando a un máximo de 11% para un tamaño de flota de 19 camiones. La heurística DRMA también logra sobrepasar a White y Olson (1986) para escenarios congestionados. En la Figura 4-13 se muestra el cumplimiento agregado de la ley. El MIP presenta un cumplimiento inicial de 96% el que finaliza por sobre el 98%. Se aprecia que este método tiende a superar a White y Olson (1986) en este aspecto. Dentro de los tres métodos, la heurística DRMA es la que presenta mejores cumplimientos.

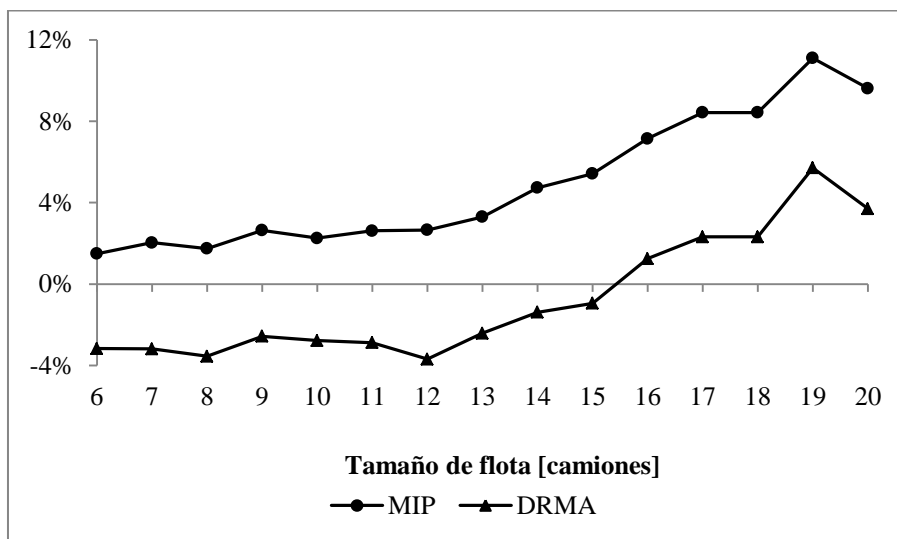


Figura 4-12: Productividad respecto a White y Olson según tamaño de flota (instancia A₂)

Fuente: Elaboración propia

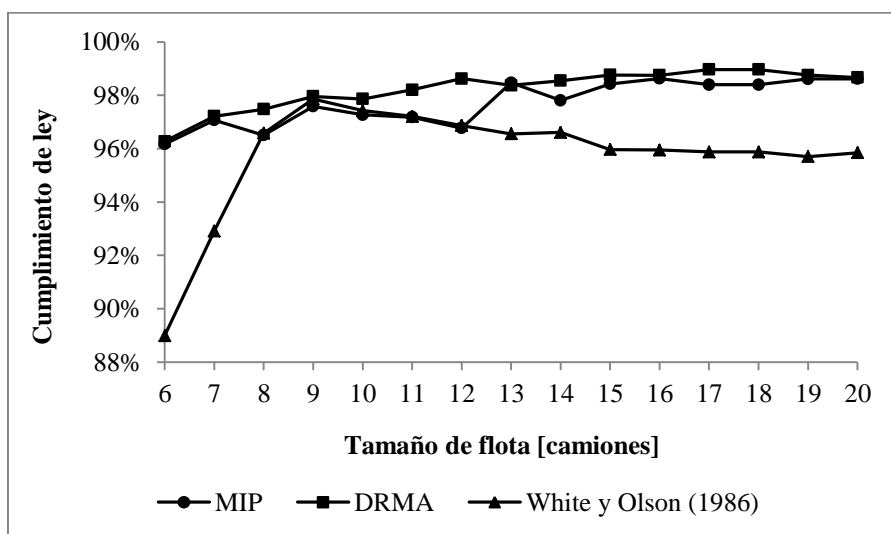


Figura 4-13: Cumplimiento agregado de la ley según tamaño de flota (instancia A₂)

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4-14 se muestra el costo por tonelada transportada respecto a White y Olson (1986). Se aprecia que el MIP presenta menores costos unitarios de transporte. Para tamaños de flota por sobre 19 camiones el MIP tiene mayores costos, pero a una productividad mayor que White y Olson (1986).

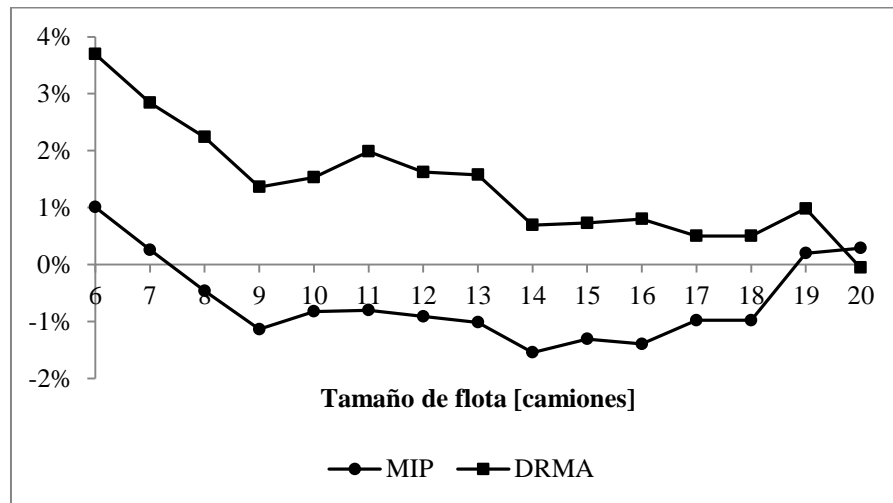


Figura 4-14: Costo por tonelada transportada respecto a White y Olson (1986) (instancia A_2)

Fuente: Elaboración propia

4.3.3 Instancia B

La red de transporte de esta instancia se muestra en la Figura 4-15. El plan del turno se muestra en la Tabla 4-5 y Tabla 4-6. En esta instancia se utiliza una flota heterogénea de camiones de 85 y 250 toneladas de capacidad. El punto de vaciado D_1 corresponde a un botadero y el D_2 a un chancador.

En la Figura 4-16 se aprecia la productividad obtenida respecto a White y Olson (1986). En este caso se obtuvieron mayores productividades que en el caso anterior, llegando a un máximo de 14% para un tamaño de flota de 24, 26 y 27 camiones.

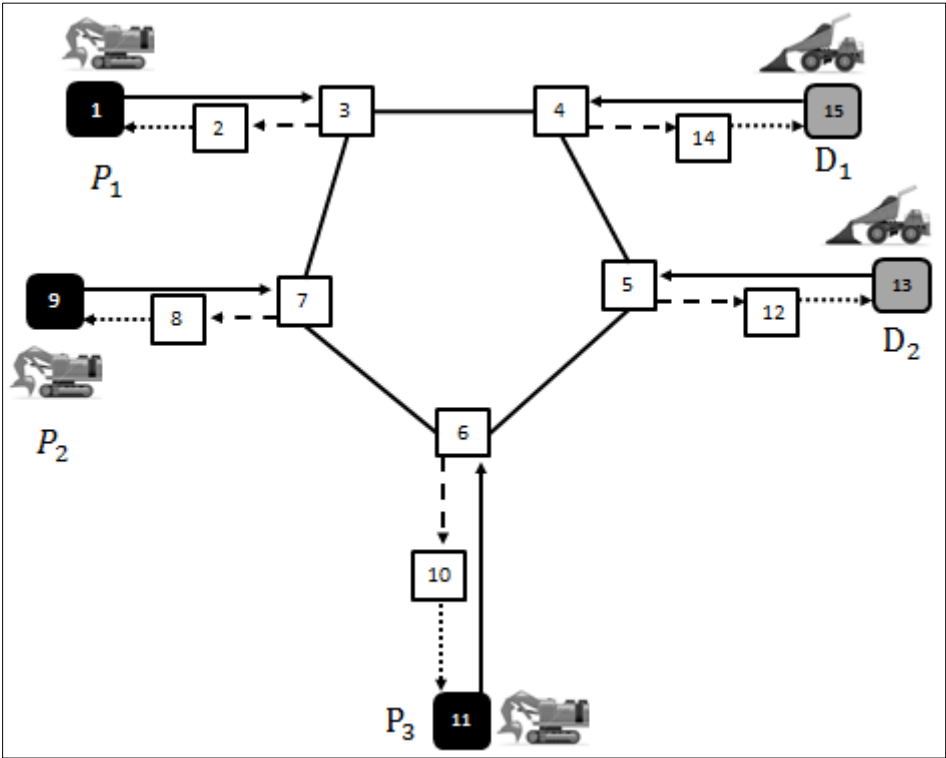


Figura 4-15: Red de transporte de la instancia B

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4-5: Plan del turno (instancia B)

Requerimiento	Pala	Punto de vaciado	Toneladas
1	1	2	16,450
2	2	2	13,550
3	3	1	15,000

Fuente: Elaboración propia

Tabla 4-6: Ley de palas y ley requerida por punto de vaciado (instancia B)

Pala	Ley	Punto de vaciado	Ley requerida
1	0.84	1	-
2	0.53	2	0.7 %
3	0.00		

Fuente: Elaboración propia

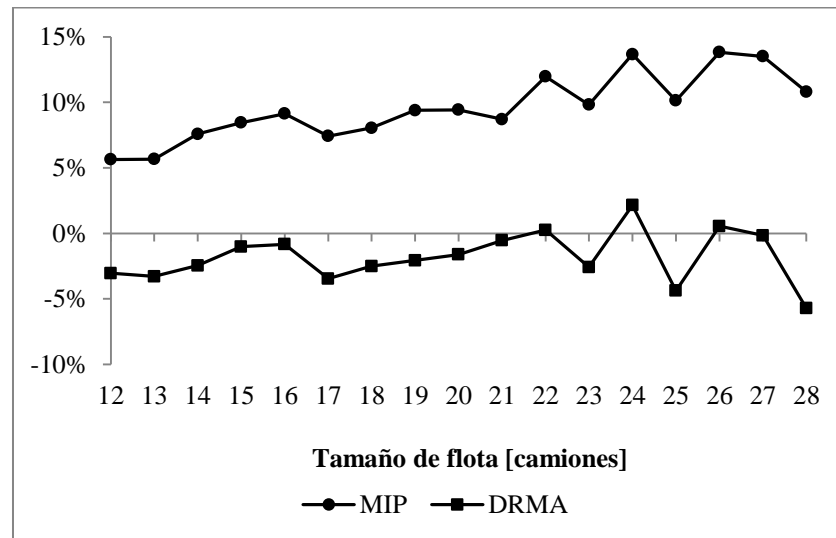


Figura 4-16: Productividad respecto a White y Olson (1986) según tamaño de flota (instancia B)

Fuente: Elaboración propia

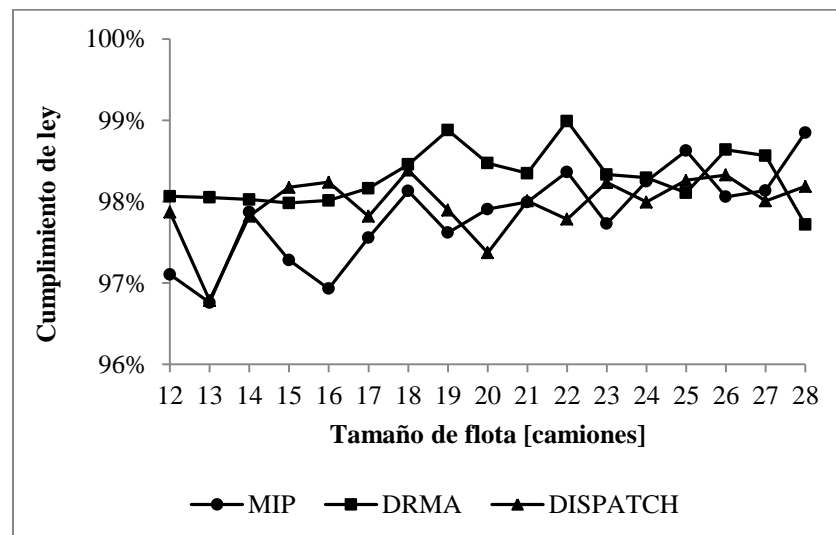


Figura 4-17: Cumplimiento agregado de la ley según tamaño de flota (instancia B)

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4-17 se muestra el cumplimiento agregado de la ley. En general la heurística DRMA presenta el mayor índice de cumplimiento variando entre un

98% y 99%. El MIP y White y Olson (1986) presentan cumplimientos similares alrededor del 98%.

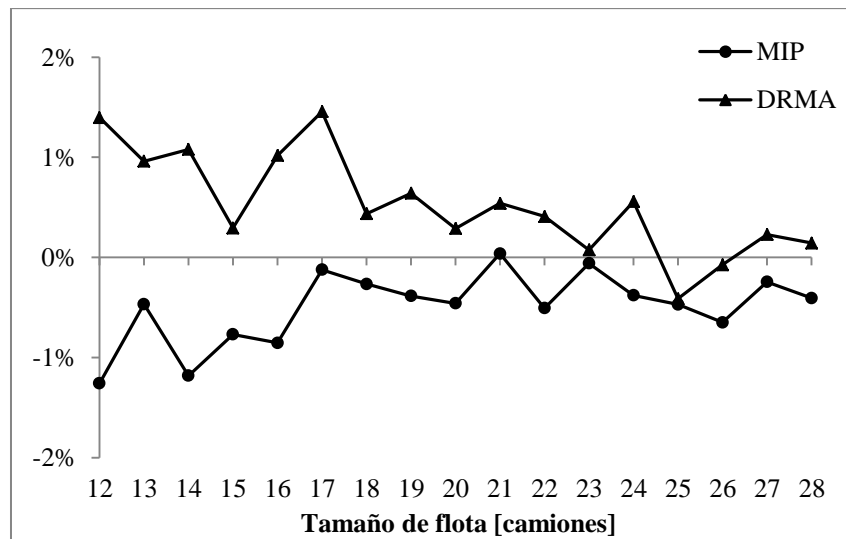


Figura 4-18: Costo por tonelada transportada respecto a White y Olson (1986) (instancia B)

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4-18 se aprecia el costo por tonelada respecto a White y Olson (1986). Se puede observar que el MIP presenta menores costos unitarios los que decaen a medida que aumenta la congestión del sistema. El costo por tonelada pareciera estabilizarse alrededor de un -0.5% en promedio.

En el siguiente capítulo se presentarán las conclusiones respecto a estos resultados.

5 CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las principales conclusiones de esta investigación así como las opciones de trabajo futuro.

5.1 Respecto a la metodología

Se desarrolló un modelo de optimización entero mixto (por simplicidad denominado MIP) que permite resolver el PDCMCA en un escenario simplificado de la realidad mediante una estrategia M-N. Para aplicar esta estrategia se aplicó un esquema de horizonte rodante bajo un contexto determinístico.

Se comparó el desempeño de este modelo con la metodología que aplica White y Olson (1986) (de la que deriva el sistema DISPATCH, estándar mundial en el rubro de despacho de camiones mineros) y una heurística conservadora denominada DRMA. Esta última heurística procura cumplir homogéneamente el plan del turno a medida que transcurre el tiempo considerando solo un camión a la vez.

La complejidad del modelo depende del tamaño de la flota, número de rutas posibles entre palas y puntos de vaciado (y viceversa), número de requerimientos del plan de turno, cantidad de intersecciones en la red de transporte y de la duración del horizonte de planificación.

Cada vez que un camión termina de descargar el material transportado y solicita despacho se resuelve un problema de optimización que indica a qué pala y punto de vaciado se debe asignar dicho camión. En este problema también se incorporan los despachos de los siguientes camiones que solicitarán despacho dentro del horizonte de planificación. Debido a que el modelo reproduce las interacciones de tráfico en la red de transporte y considera los futuros despachos que vendrán en un horizonte próximo, la solución obtenida para el camión que solicitó despacho permite obtener mejores soluciones en comparación a solo analizar el contexto del camión que solicitó el despacho.

Es importante señalar que la utilización de la estrategia M-N por sí sola no garantiza obtener buenas soluciones para el sistema, también es necesario modelar adecuadamente las interacciones de tráfico del sistema para disminuir el problema de miopía.

La función objetivo del modelo de optimización minimiza una función de costo que considera:

- Costos de transporte.
- Duración de los tiempos de ciclo.
- Penalización por desviación del cumplimiento del plan de turno.

Minimizar la duración de los tiempos de ciclo trae como consecuencia maximizar la productividad de la flota de camiones, mientras que la penalización del cumplimiento del plan de turno ayuda a cumplir la ley requerida en los puntos de vaciado homogéneamente a través del transcurso del turno. Esta última idea fue adaptada a partir del trabajo realizado por Elbrond y Soumis (1987).

En resumen, el modelo propuesto obtiene soluciones que maximizan la productividad de la flota, cumplen el plan de turno a medida que transcurre el tiempo y que en general presentan costos unitarios de transporte más baratos que las otras heurísticas estudiadas. Si se hubiese contado con parámetros que permitan calcular el *trade-off* entre el cumplimiento del plan del turno y la sobreproductividad se podría haber realizado un análisis más acabado sobre el desempeño de los tres métodos.

A su vez, se observó que mientras mayor es el horizonte de planificación el modelo tiende a entregar mejores resultados en términos de la productividad y cumplimiento de ley, pero a un tiempo de solución mayor.

Dentro de los alcances del modelo, cabe mencionar que se considera un proceso de carguío y transporte ininterrumpido, por lo que se descartan eventos de tronadura, fallas de los equipos, recarga de combustible, etc. Tampoco se consideran efectos

producto de las señaléticas estáticas de tránsito, la aleatoriedad del sistema ni la aceleración de los camiones.

5.2 Respecto al cumplimiento del plan de turno

A partir de los resultados de los experimentos realizados se puede concluir que el MIP presentó mayor productividad que White y Olson (1986) y la heurística DRMA.

Los resultados indicaron que el MIP obtuvo mejor desempeño que los otros enfoques a mayor heterogeneidad en la flota. En la instancia A_1 se alcanzó hasta un 3% mayor productividad, en la A_2 un 11% y en la B un 14% con respecto a White y Olson (1986). Esto se podría explicar por el análisis simplificado que realiza White y Olson (1986) en su primera etapa (donde no considera congestión ni heterogeneidad de flota), lo que sesga los despachos posteriormente. A su vez, como esta estrategia no es del tipo M-N sus despachos no consideran totalmente el impacto que un despacho tendrá por sobre los futuros camiones a despachar. Como consecuencia, mientras más heterogénea sea la flota mayores serán las diferencias de desempeño.

Según muestran los resultados de las instancias A_2 y B, el MIP alcanza la mayor productividad con respecto a White y Olson (1986) en escenarios congestionados. Pareciera ser que la coordinación de la flota es más importante en estas situaciones ya que en escenarios menos densos existe menor probabilidad de generar colas o demoras en la red. Los escenarios más congestionados de la instancia A_1 no se pudieron resolver para horizontes mayores a tres minutos. Así, para obtener soluciones con mayor productividad se debiera mejorar el algoritmo actual de resolución.

Respecto al cumplimiento de la concentración de mineral se aprecia que la heurística DRMA tiende a presentar los índices más altos, seguido del MIP y White y Olson (1986). En general todos los métodos tienen un cumplimiento

cercano al 98% el que se diferencia por unidades o decimales. Si se contara con un parámetro que indicara el costo de desviarse un 1% respecto de la ley predeterminada se podría realizar un análisis sobre el *trade-off* entre productividad y calidad del material entregado.

En relación al costo por tonelada transportada, los experimentos indicaron que el MIP alcanza costos unitarios hasta un 2% inferiores a White y Olson (1986). Dado que ambos métodos tenían las mismas rutas disponibles, esta superioridad se explica por la ganancia en productividad que generó el MIP.

5.3 Respecto a la complejidad del sistema

Para sistemas más grandes que los estudiados (decenas de palas y cientos de camiones, por ejemplo) la resolución del MIP mediante el algoritmo actual resulta inabordable. En estos casos White y Olson (1986) se mantiene como un buen método debido a su complejidad lineal y estrategia M-1. En sistemas menos complejos (de similares características a las instancias presentadas) el MIP resulta ser un método más competitivo que White y Olson (1986), ya que la complejidad del problema es totalmente abordable.

Sin embargo, el tiempo de solución del MIP debe ser relativamente rápido para responder en tiempo real las solicitudes de despachos de los camiones. Como se señaló anteriormente el largo del horizonte de planificación se correlaciona positivamente con la calidad de las soluciones obtenidas y el tiempo computacional. A continuación se presentan sugerencias para continuar esta investigación, donde se proponen algunas ideas para acelerar la resolución del MIP.

5.4 Extensiones de la investigación

Para abordar las limitaciones de la metodología propuesta se sugiere:

5.4.1 Incorporar la aleatoriedad en el análisis

En esta investigación se propuso un modelo determinístico que se evalúa en un contexto determinístico. Se propone desarrollar un modelo de simulación que permita evaluar las asignaciones del modelo desarrollado en esta tesis bajo un contexto estocástico. Los tiempos de viaje, tiempos de carga y descarga serían las principales variables aleatorias de input de la simulación. A partir de este estudio se podría concluir respecto de la utilización del modelo propuesto en la práctica. En caso de tratar con sistemas relativamente aleatorios se podrían incorporar técnicas optimización en simulación, de optimización robusta o programación estocástica.

5.4.2 Incorporar otros eventos de la operación

Se propone incluir otros eventos del proceso de carguío y transporte como la recarga de combustible, salida y entrada de camiones al sistema producto de mantenciones programadas, cambios de turno y tronadura. Estos eventos no limitan la metodología propuesta ya que pueden ser fácilmente agregados al modelo.

5.4.3 Desarrollar otro algoritmo para abordar instancias más complejas

Para resolver sistemas más complejos se podría (1) estudiar métodos de descomposición al problema de optimización propuesto o (2) resolverlo en varias fases.

Dado que las interacciones de tráfico entre los camiones producen la mayoría de las variables binarias del problema (lo que se correlaciona directamente con el tiempo de la resolución), sería ideal analizar los camiones por separado para luego unir las soluciones de cada uno. Decidir a qué pala y punto de vaciado se debe asignar un solo camión junto a las ventanas de tiempo en que debe atenderse es de

un orden de complejidad muchas veces menor que tomar las mismas decisiones simultáneamente para toda la flota de camiones.

El método de relajación lagrangeana (Geoffrion, 1974) podría ser el indicado para intentar la propuesta (1). El modelo de optimización planteado en esta tesis puede verse como un problema fácil (despachar varios camiones por separado) complicado por un conjunto de restricciones difíciles (gestionar las interacciones de tráfico). Fisher (2004) indica que al relajar las restricciones difíciles se han generado algoritmos que han resuelto con éxito instancias reales de problemas de secuenciamiento, ruteo, asignación, entre otros. Sin embargo el autor indica que la cantidad de restricciones “difíciles” con que se ha intentado este método es relativamente baja respecto de la cantidad de restricciones “fáciles”, lo que podría jugar en contra respecto al modelo propuesto.

La propuesta (2) es más fácil de implementar. En particular, se podría resolver el problema de despacho mediante dos problemas de optimización. El primer problema se podría encargar de asignar los camiones a los requerimientos y el segundo de gestionar las interacciones de tráfico. De esta manera la complejidad se vería significativamente reducida con lo que se podrían abordar horizontes de planificación más amplios y/o tamaños de flota mayores.

BIBLIOGRAFIA

Alarie, S. y Gamache, M. (2002). Overview of solution strategies used in truck dispatching systems for open pit mines. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 16(1), 59–76.

Ataee pour, N., y Baafi, E. Y. (1999). ARENA simulation model for truck-shovel operation in despatching and non-despatching modes. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 13(3), 125–129.

Bonates, E.J.L. (1992): The Development of Assignment Procedures for Semi-Automated Truck / Shovel System. Ph.D. Thesis, McGill University, Montreal, Canada.

Çetin, N. (2004). *Open-pit truck/shovel haulage system simulation*. Tesis doctoral. Middle East Technical University.

Chatterjee, P.K. y Brake, D.J. (1981). Truck Dispatching and Simulation Methods in Open-Pit Operations. *CIM Bull.* 74 (835), 102–107.

COCHILCO. (2013). *Una mirada a la productividad del sector minero en Chile*. Dirección de estudios.

Consejo Minero. (2013). *Gran Minería en Chile: Desafíos de productividad*.

Consejo Minero. (2014a). *Minería en cifras (Julio)*.

Consejo Minero. (2014b). *Minería 2020: Competitividad y Desarrollo*.

Cross, B.K. y Williamson, G.B. (1969). Digital Simulation of an Open Pit Truck Haulage System. *A Decade of Digital Computing in the Mineral Industry*, Weiss, A., (Ed), AIME, Nueva York, pp. 385-400.

Czaplicki, J. M. (2009). *Shovel-truck systems modelling, analysis and calculation*. London: Taylor & Francis Group.

Elbrond, J. y Soumis, F. (1987). Towards integrated production planning and truck dispatching in open pit mines. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 1(1), 1–6.

Ercelebi, S. G. y Bascetin, A. (2009). Optimization of shovel-truck system for surface mining. *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 109, 433–439.

Fisher, M. L. (2004). The Lagrangian Relaxation Method for Solving Integer Programming Problems. *Management Science*, 50(12-supplement), 1861–1871.

Forsman, B., Ronnkvist, E. y Vagenas, N. (1993). Truck Dispatch Computer Simulation in Aitik Open Pit Mine. *International Journal of Surface Mining and Reclamation*. 7, 117–120.

Geoffrion, A. M. (1974). Lagrangian relaxation and its uses in integer programming. *Math. Programming Stud.* 2 82–114.

Hauck, R.F. (1979). Computer-Controlled Truck Dispatching in Open-Pit Mines. Alfred Weiss (ed.): *Computer Methods for the 80's in the Mineral Industry*, Society of Mining Engineers, New York, NY, pp. 735–742.

Jaoua, A., Riopel, D., Gamache, M. (2012a). A simulation framework for real-time fleet management in internal transport systems. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 21(1), 78–90.

Jaoua, A., Gamache, M., Riopel, D. (2012b). Specification of an intelligent simulation-based real time control architecture: Application to truck control system. *Computers in Industry*, 63(9), 882–894.

Krause, A. y Musingwini, C. (2007). Modelling open pit shovel-truck systems using the Machine Repair Model. *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 107, 469–476.

Li, Z. (1990). A Methodology for the Optimum Control of Shovel and Truck Operations in Open-Pit Mining. *Mining Science and Technology*, 10, 337–340.

Lizotte, Y. y Bonates, E. (1987). Truck and Shovel Dispatching Rules Assessment Using Simulation. *Mining Science and Technology*. 5. 45–58.

Madge, D.N. (1964). Simulation of truck movement in an open pit mining operation. *Canadian Operational Research Society*. 32-41.

Munirathinam, M. y Yingling, J. (1994). A review of computer-based truck dispatching strategies for surface mining operations. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 8(1), 1–15.

Muñoz, G. (2012). Modelo de costos para la valorización de planes mineros. *Tesis para optar al grado de magíster en minería*. Universidad de Chile, facultad de ciencias físicas y matemáticas, departamento de ingeniería de minas.

Newman, A. M., Rubio, E., Caro, R., Weintraub, A. y Eurek, K. (2010). A Review of Operations Research in Mine Planning. *Interfaces*. 40, 585 – 591.

Pizarro, C. Rodríguez, M. (2014, 10 de Agosto). Codelco, capitalización con condiciones. *La Tercera*, p.21.

- Sadler, W.M. (1988). Practical Truck Dispatching – A Micro Computer Based Approach. *Computer Applications in the Mineral Industry*. Balkema, Rotterdam, 495–500.
- Tan, S. y Ramani, R. V., (1992). Evaluation of Computer Truck Dispatching Criteria, SME Preprint 92-215, SME Annual Meeting, Phoenix, AZ, Feb. 24-27, 10 pp.
- Temeng, V. A., Otuonye, F. O., Jr, J. O. F. y Frendewey, J. O. (1997). Real-time truck dispatching using a transportation algorithm. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 11(4), 203–207.
- Tu, J.H. y Hucka, V.J. (1985). Analysis of Open-Pit Truck Haulage System by Use of a Computer Model. *CIM Bull.* 78 (879). 53–59.
- Weintraub, A., Barros, L., Magendzo, A. y Ibarra, F. 1988. A truck dispatching system for a large open pit mine. In G. Rand (Ed.), *Proc. 11th International Conference on Operational Research* (pp. 650–662). North Holland, Amsterdam.
- White, J. W. y Olson, J. P. (1986). Computer based dispatching in mines with concurrent operating objectives. *Mining Engineering*, 38(11), 1045–1054.
- Xi, Y., Yegulalp, T.M. (1993). Optimum Dispatching Algorithms for Anshan Open-Pit Mine. *24th APCOM Proceedings*, 3, 426–433.

ANEXOS

ANEXO A: CUMPLIMIENTO DE LEY EN LA INSTANCIA A₁

En este anexo se muestra el cumplimiento de la concentración de mineral a través del transcurso del turno en los dos puntos de vaciado de la Instancia A₁. En ambos puntos de vaciado se requiere una concentración de 0.7%. La flota consta de 10 camiones homogéneos entre sí.

En primer lugar se presenta el cumplimiento para el primer punto de vaciado, luego para el segundo.

Cumplimiento de ley en el primer punto de vaciado:

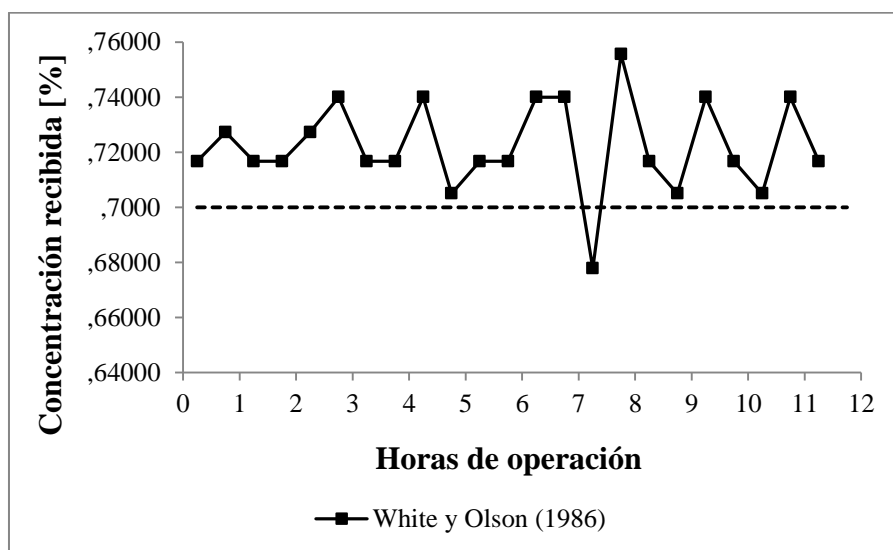


Figura A-1

Fuente: Elaboración propia

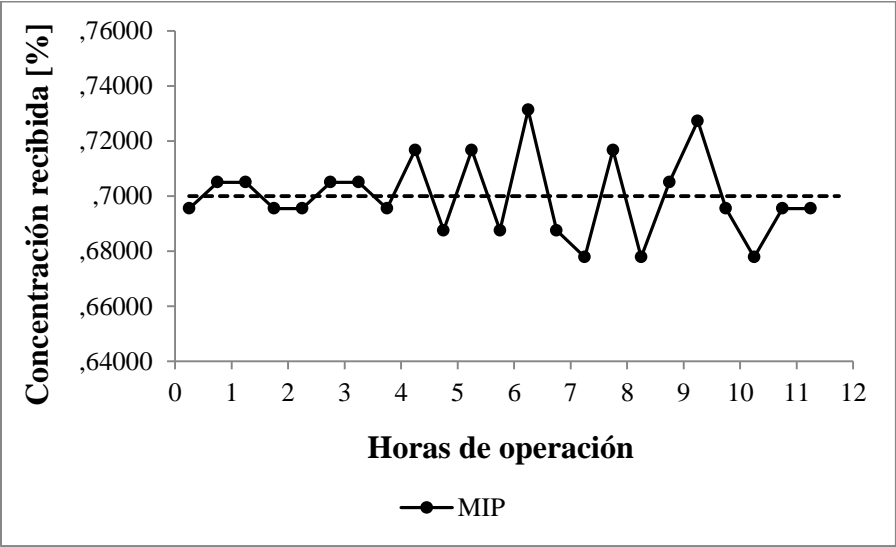


Figura A-2

Fuente: Elaboración propia

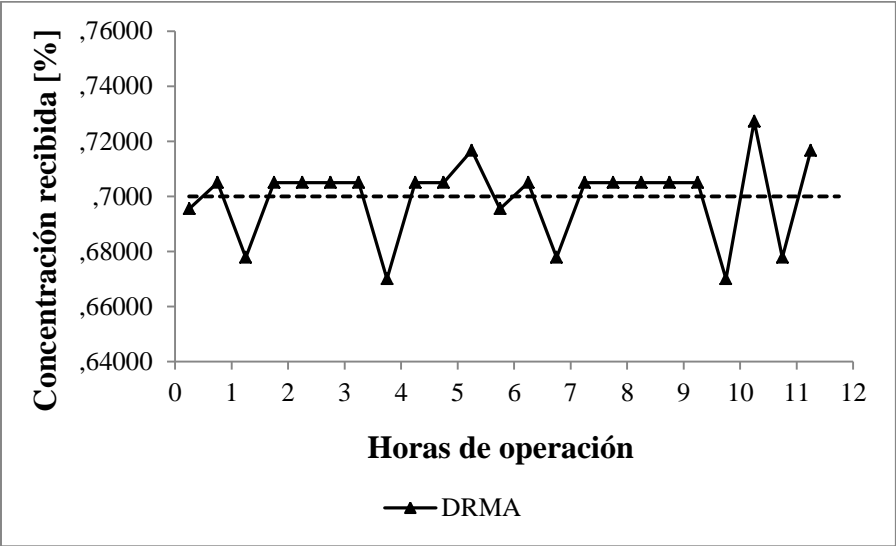


Figura A-3

Fuente: Elaboración propia

Cumplimiento de ley en el segundo punto de vaciado:

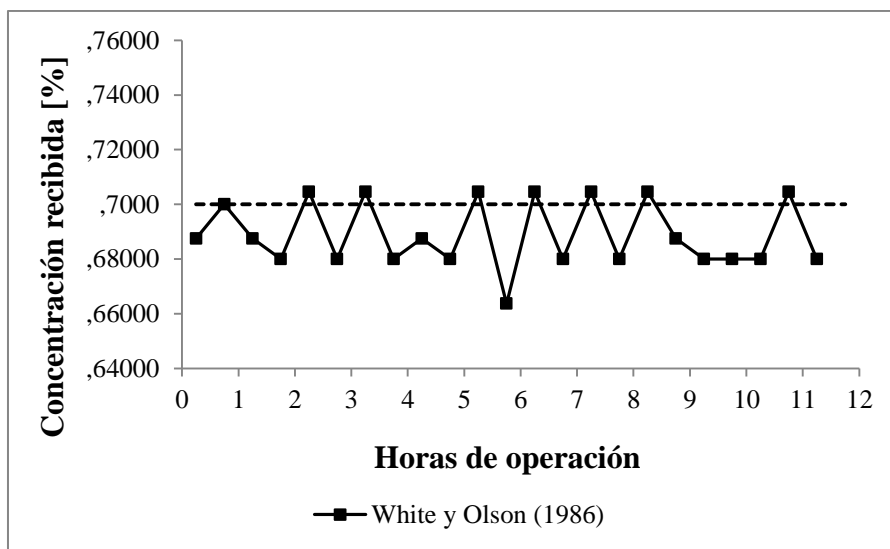


Figura A-4

Fuente: Elaboración propia

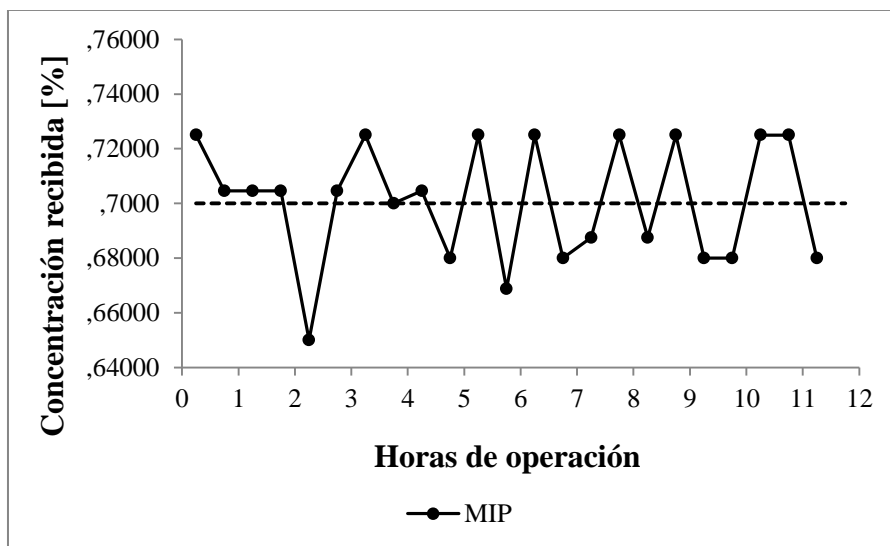


Figura A-5

Fuente: Elaboración propia

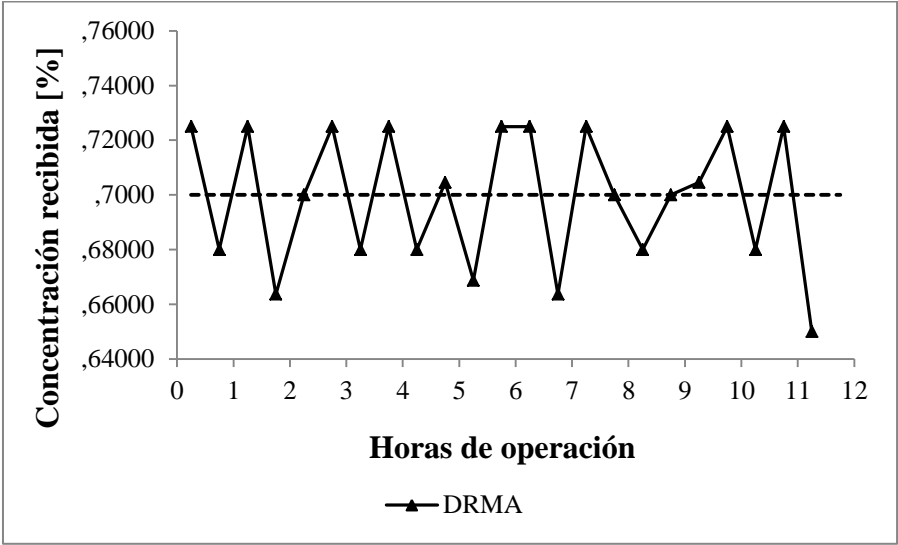


Figura A-6

Fuente: Elaboración propia

ANEXO B: CONJUNTOS Y PARÁMETROS DEL MODELO

Conjuntos y parámetros estáticos

- M : Conjunto de camiones.
- N : Conjunto de palas.
- D : Conjunto de puntos de vaciado.
- V : Conjunto de nodos de la red.
- V^T : Conjunto de nodos de tránsito de la red.
- E : Conjunto de arcos de la red.
- R : Conjunto de rutas en la operación.
- R_{jd}^L : Conjunto de rutas que conectan la pala j con el destino d .
- R_{dj}^U : Conjunto de rutas que conectan el punto de vaciado d con la pala j
- E_r : Conjunto de arcos de la ruta r .
- S : Status posibles de los camiones {1: *vacío*, 2: *cargado*}.
- P : Conjunto de requerimientos del plan día.
- t^* : Duración del turno.
- vq_d^D : Nodo asociado a la llegada a la cola del punto de vaciado d .
- vp_d^D : Nodo asociado al comienzo de descarga del punto de vaciado d .
- vf_d^D : Nodo asociado al término de descarga del punto de vaciado d .
- vq_j^S : Nodo asociado a la llegada a la cola del punto de vaciado d .
- vp_j^S : Nodo asociado al comienzo de descarga del punto de vaciado d .
- vf_j^S : Nodo asociado al término de descarga del punto de vaciado d .
- k_i : Capacidad del camión i .
- t_{uv}^{is} : Tiempo de viaje a flujo libre del camión i en status s en el arco (u,v) .
- c_r^{is} : Costo de viaje del camión i bajo status s en la ruta r .
- θ_{jd} : 1 si se puede descargar el material excavado por la pala j en el punto de vaciado d , 0 si no.
- δ_{jd}^p : 1 si el transporte de toneladas desde la pala j hacia el destino d corresponde al requerimiento p .
- tu_{id} : Tiempo de descarga del camión i en el destino d .
- tl_{ij} : Tiempo de carga del camión i en la pala j .

T_p^*	:	Toneladas totales que debiera recibir el requerimiento p al término del turno.
f_p	:	Flujo mínimo de toneladas que debieran asignarse al requerimiento p para cumplir con el plan del turno.
γ	:	Productividad mínima que debiera presentar la operación para cumplir con el plan del turno.
ω	:	Intervalo de tonelaje que define rangos de penalidad para el cumplimiento del plan de turno.
h	:	Extensión del horizonte rodante.
g^T	:	Ingreso promedio percibido por una tonelada de material excavado.
g^M	:	Valor de una unidad de tiempo de los camiones.

Conjuntos y parámetros de estado

t'	:	Instante en que un camión solicita despacho.
M^*	:	Conjunto de camiones considerados dentro del despacho.
nc_i	:	Número de ciclos modelados del camión $i \in M^*$.
ts_i	:	Instante de tiempo en que el camión i estará disponible.
d_i^0	:	Punto de vaciado desde donde el camión i solicita despacho.
v_i^T	:	Nodo de inicio del camión i en el instante ts_i .
I_{uv}	:	Número de trayectorias que están activas sobre el arco (u, v) en este despacho.
I_{uv}^-	:	Instante de inicio de la trayectoria g del arco (u, v) .
I_{uv}^+	:	Instante de término de la trayectoria g del arco (u, v) .
w_j^S	:	Número de ventanas de tiempo disponibles en la pala j .
w_{jg}^{S-}	:	Instante de inicio de la ventana de tiempo g de la pala j .
w_{jg}^{S+}	:	Instante de término de la ventana de tiempo g de la pala j .
w_d^D	:	Número de ventanas de tiempo disponibles en el destino d .
w_{dg}^{D-}	:	Instante de inicio de la ventana de tiempo g en el destino d .
w_{dg}^{D+}	:	Instante de término de la ventana de tiempo g en el destino d .
\hat{T}_p	:	Toneladas asignadas al requerimiento p hasta el instante t' .
\bar{T}_p	:	Toneladas que debiera recibir el requerimiento p en el horizonte $[t', t' + \Delta t]$ para cumplir con los flujos de toneladas del plan de turno.
L_p^M	:	Número de rectas utilizadas para penalizar las toneladas faltantes del requerimiento p .

α_{pi}^M	:	Pendiente de la recta i del requerimiento p respecto a la penalidad de las toneladas faltantes.
β_{pi}^M	:	Intercepto de la recta i del requerimiento p respecto a la penalidad de las toneladas faltantes.
L_p^E	:	Número de rectas utilizadas para penalizar las toneladas sobrantes del requerimiento p .
α_{pi}^E	:	Pendiente de la recta i del requerimiento p respecto a la penalidad de las toneladas sobrantes.
β_{pi}^E	:	Intercepto de la recta i del requerimiento p respecto a la penalidad de las toneladas sobrantes.
c_{ic}^T	:	Constante adimensional que pondera cada ciclo modelado con el objetivo de priorizar los ciclos que comienzan antes.

ANEXO C: CORTES DEL MODELO

En esta sección se muestran cortes al modelo de optimización, pero que solo sirvieron en algunos casos (para ciertos tamaños de flota y extensiones del horizonte de planificación, por ejemplo). Por simplicidad no se incluyeron al obtener resultados.

Cabe mencionar que los cortes propuestos se evaluaron simultáneamente con los cortes automáticos que CPLEX propone, por lo que pudo existir una relación de competencia al momento de resolver el problema de optimización. Dicho esto, sería conveniente analizar su real efectividad al comparar los cortes propuestos de forma separada a los propuestos automáticamente por CPLEX.

1. Si se escoge transitar **después** que la trayectoria g_2 en el arco (u, v) , entonces también se transita después que toda trayectoria g_1 anterior a g_2 .

$$\begin{aligned} \rho_{uv g_2 c}^{is+} &\leq \rho_{uv g_1 c}^{is+} \\ i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V, g_1 = 1 \dots I_{uv}, g_2 = 1, \dots, I_{uv}: \\ (u, v) \in E^T, g_1 < g_2 \end{aligned}$$

2. Si se escoge transitar **antes** que la trayectoria g_1 en el arco (u, v) , entonces también se transita antes que una trayectoria g_2 posterior a g_1 .

$$\begin{aligned} \rho_{uv g_1 c}^{is-} &\leq \rho_{uv g_2 c}^{is-} \\ i \in M^*, s \in S, c = 1 \dots nc_i, u, v \in V, g_1 = 1 \dots I_{uv}, g_2 = 1, \dots, I_{uv}: \\ (u, v) \in E^T, g_1 < t_2 \end{aligned}$$

3. Si dos camiones i_1 e i_2 usan una misma ruta para salir de un punto de vaciado hacia una pala, e i_1 parte antes que i_2 , entonces i_1 usará antes todos los arcos de la ruta antes que i_2 :

Para el primer ciclo de ambos camiones:

$$\begin{aligned}\pi_{i_1 i_2}^{uv11} &\geq 1 - M_B(2 - z_{i_1 s_1 r}^1 - z_{i_2 s_2 r}^1) \\ i_1, i_2 &\in M^*, s_1, s_2 \in S, u, v \in V, r \in R, d \in D, j \in N: \\ i_1 \neq i_2, d &= d_{i_1}^0 = d_{i_2}^0, r \in R_{dj}^U, (u, v) \in E_r^R, ts_{i_1} \leq ts_{i_2}\end{aligned}$$

4. Si dos camiones i_1 e i_2 utilizan una misma ruta r para llegar a un punto de vaciado d , y si ambos cargaron en la misma pala j e i_1 cargó antes que i_2 , entonces i_1 utilizará todos los arcos (u, v) de la ruta r antes que i_2 :

$$\begin{aligned}\pi_{i_1 i_2}^{uv c_1 c_2} &\geq 1 - M_I(3 - \phi_{i_1 i_2}^{j c_1 c_2} - z_{i_1 2r} - z_{i_2 2r}) \\ u, v &\in V, i_1, i_2 \in M^*, j \in N, d \in D, r \in R_{jd}^L, c_1 = 1 \dots nc_{i_1}, c_2 = 1 \dots nc_{i_2}: \\ i_1 &\neq i_2, (u, v) \in E_r^R\end{aligned}$$