

COMPUTAÇÃO GRÁFICA E REALIDADE VIRTUAL

Transformações Geométricas

Prof. Dr. Fernando Kakugawa

fernando.kakugawa@animaeducacao.com.br

Transformações Geométricas

- São operações aplicadas à descrição geométrica de um objeto para mudar sua:
 - Posição
 - Orientação
 - Tamanho
- Afetam todas as coordenadas do objeto no plano
- Transformações:
 - Básicas: Translação (posição), Escala (tamanho), Rotação (orientação)
 - Complementares: Reflexão, Cisalhamento

Translação

- Transladar: movimentar o objeto
 - Adição do fator de translação em cada ponto
 - Cada ponto (x, y) pode ser movido:
 - T_x unidades em relação ao eixo x
 - T_y unidades em relação ao eixo y
- A nova posição do ponto (x, y) passa a ser (x', y')

$$\begin{aligned}x' &= x + T_x \\ y' &= y + T_y\end{aligned}$$

ou

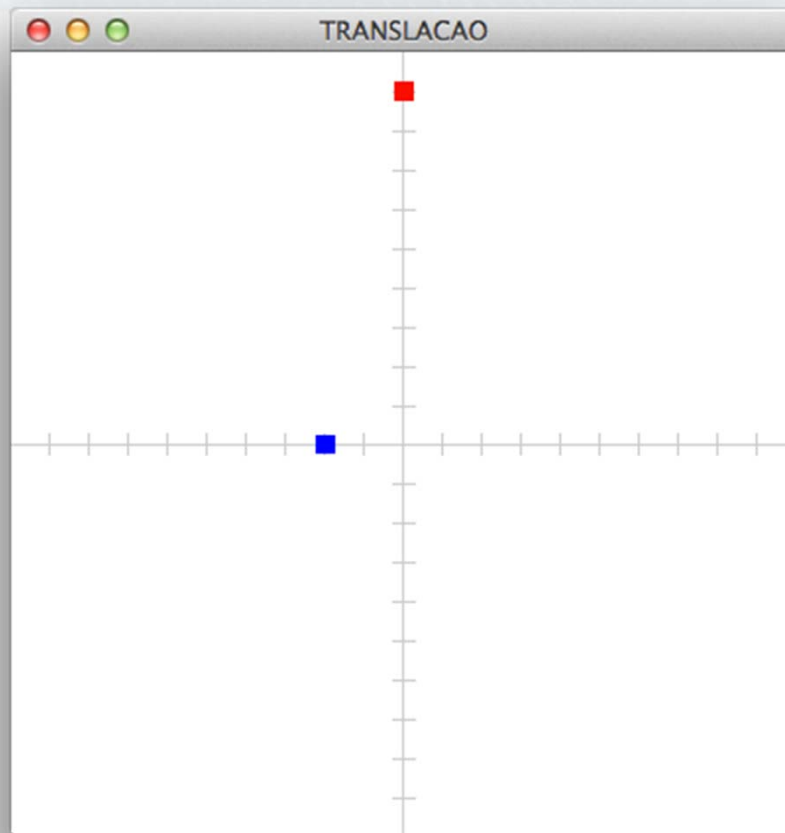
Em forma vetorial $P' = P + T$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix}$$

Translação

- Exemplo:
 - Considerando o ponto P1 (-0.2, 0.0), realizar a translação para os seguintes fatores $T_x = 0.2$ e $T_y = 0.9$
 - $x' = -0.2 + 0.2 = 0.0$
 - $y' = 0.0 + 0.9 = 0.9$
 - Portanto, o novo ponto será P1' (0.0, 0.9)

Translação



Objeto inicial

Objeto após transformação

Escala

- Escalar: alterar o tamanho de um objeto
 - Multiplicação do fator de escala por cada ponto
 - O fator de escala pode ser diferente para cada dimensão

$$x' = x * S_x$$

$$y' = y * S_y$$

ou

Em forma vetorial $P' = S \cdot P$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_x & 0 \\ 0 & S_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Escala

- Propriedades
 - S_x e S_y devem ser maiores que zero
 - Se $S_x > 1$ e $S_y > 1$: o objeto aumenta
 - Se $S_x < 1$ e $S_y < 1$: o objeto diminui
 - Se $S_x = S_y$ a escala é uniforme
 - $S_x \neq S_y$ a escala é diferencial
- Se o objeto não estiver definido em relação à origem, essa operação de multiplicação de suas coordenadas por uma matriz também fará com que o objeto sofra uma translação!

Escala

- Exemplo:
 - Considerando um triângulo com os seguintes pontos P1(0.0, 0.0), P2(0.0, 0.3) e P3(0.3, 0.0), realizar a escala para os fatores $S_x = 0.5$ e $S_y = 0.5$
 - Para P1
 - $x' = 0.0 * 0.5 = 0.0$
 - $y' = 0.0 * 0.5 = 0.0$
 - Para P2
 - $x' = 0.0 * 0.5 = 0.0$
 - $y' = 0.3 * 0.5 = 0.15$
 - Para P3
 - $x' = 0.3 * 0.5 = 0.15$
 - $y' = 0.0 * 0.5 = 0.0$

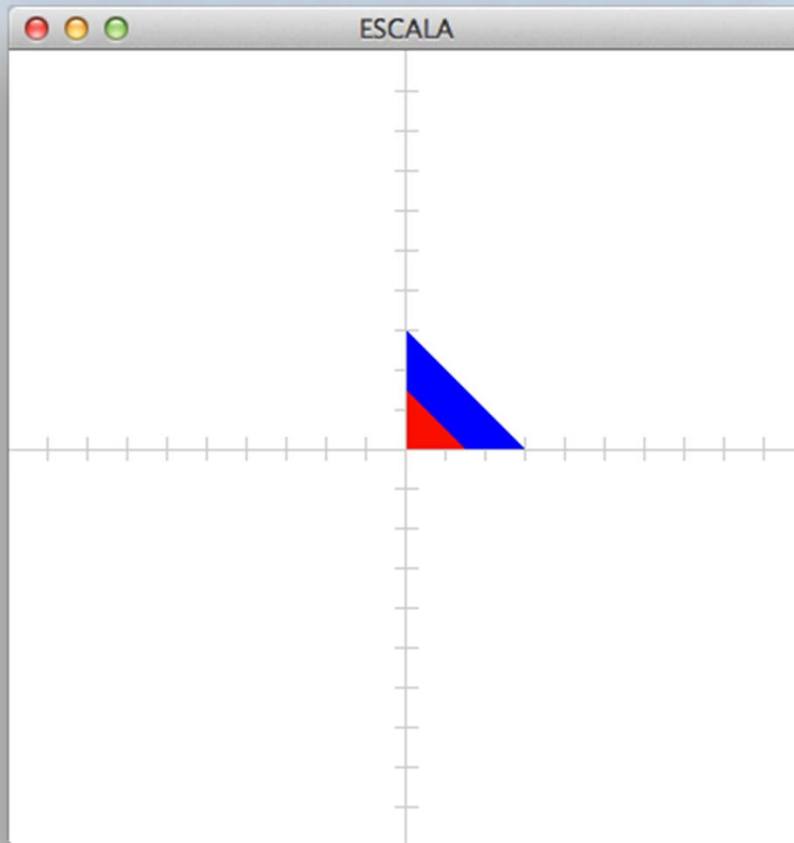
Portanto, os novos pontos para o triângulo após a escala serão:

P1' (0.0, 0.0)

P2' (0.0, 0.15)

P3' (0.15, 0.0)

Escala



Objeto inicial

Objeto após transformação

Rotação

- Rotacionar
 - girar um objeto em torno de um eixo

$$\begin{aligned}x' &= x \cdot \cos(\theta) - y \cdot \sin(\theta) \\y' &= y \cdot \cos(\theta) + x \cdot \sin(\theta)\end{aligned}$$

ou

Em forma vetorial $P' = R \cdot P$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Rotação

- Exemplo:

- Considerando um triângulo com os seguintes pontos P1(0.0, 0.0), P2(0.0, 0.3) e P3(0.3, 0.0), realizar uma rotação de 45° em relação ao eixo Z ($\cos 0.70$ e $\sin 0.70$)

- Para P1

- $x' = 0.0 * 0.70 - (0.0 * 0.70) = 0.0$

- $y' = 0.0 * 0.70 + 0.0 * 0.70 = 0.0$

- Para P2

- $x' = 0.0 * 0.70 - (0.3 * 0.70) = -0.2$

- $y' = 0.3 * 0.70 + 0.0 * 0.70 = 0.2$

- Para P3

- $x' = 0.3 * 0.70 - (0.0 * 0.70) = 0.2$

- $y' = 0.0 * 0.70 + 0.3 * 0.70 = 0.2$

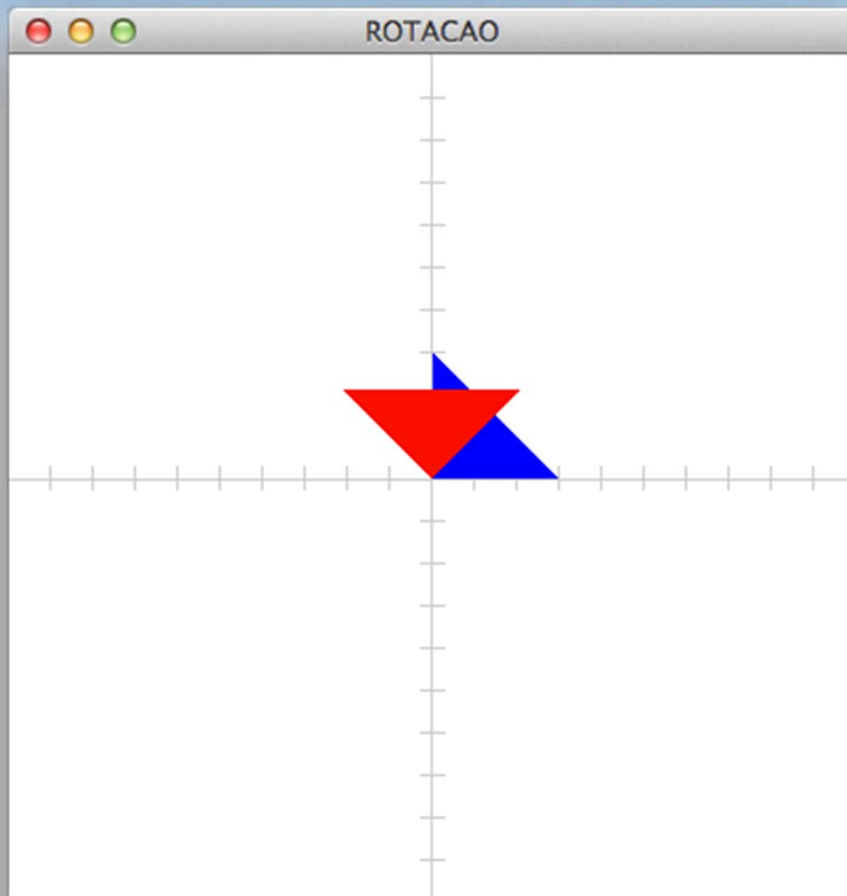
Portanto, os novos pontos para o triângulo após a rotação serão:

P1' (0.0, 0.0)

P2' (-0.2, 0.2)

P3' (0.2, 0.2)

Rotação

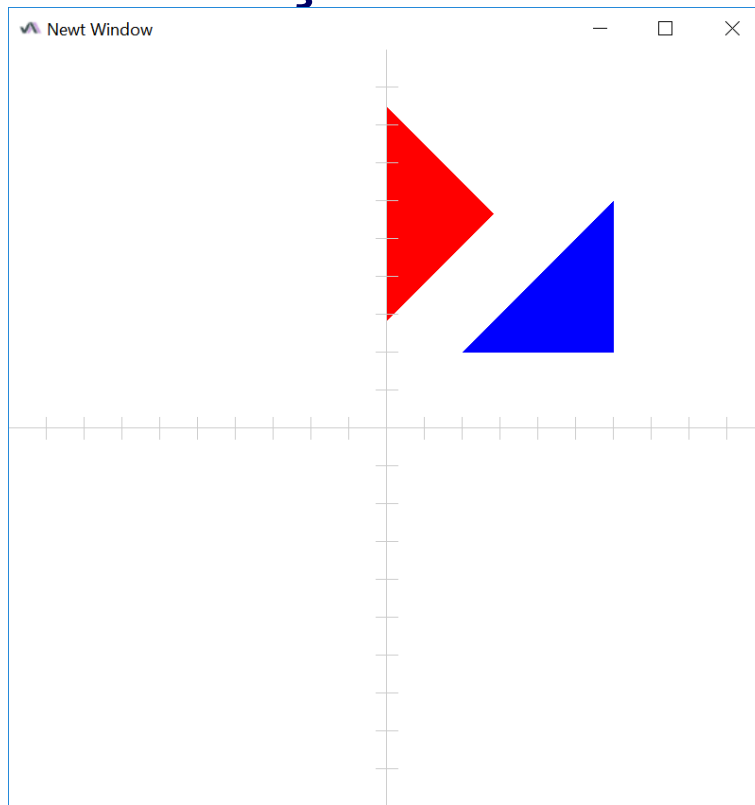


Objeto inicial

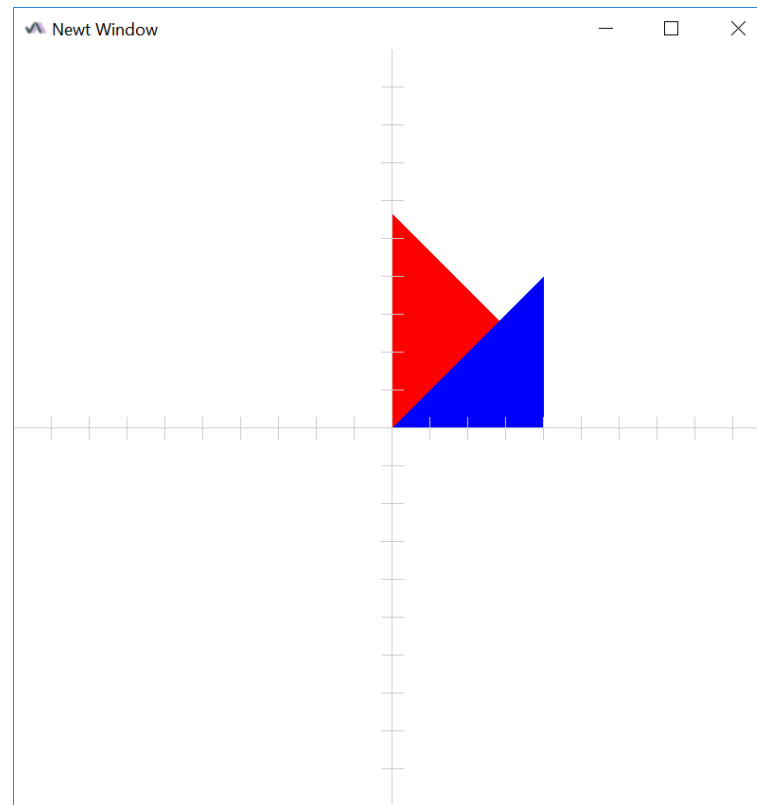
Objeto após transformação

Rotação: Exemplo 2

- Rotação de 45°



Objeto inicial

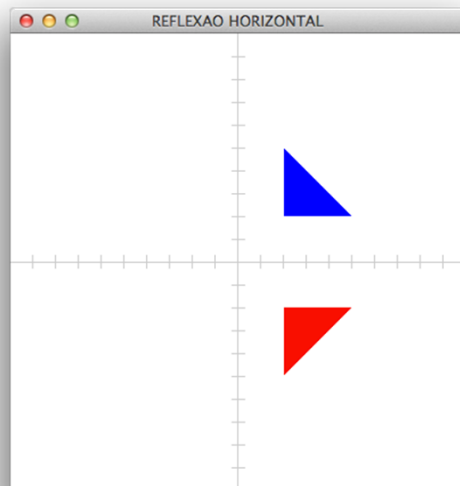


Objeto após transformação

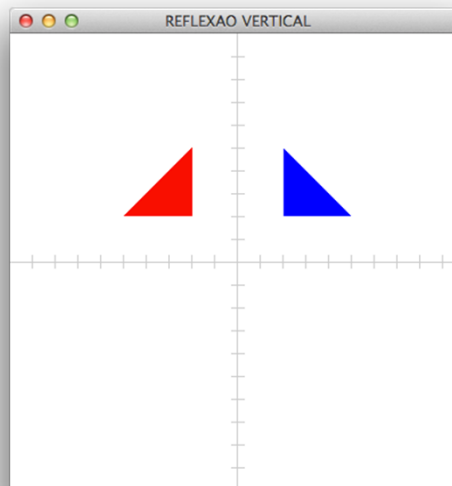
Reflexão

- Produz um novo objeto (como num espelho)
- Ocorre em torno de um ou mais eixos
- Eixo vertical, eixo horizontal ou em ambos

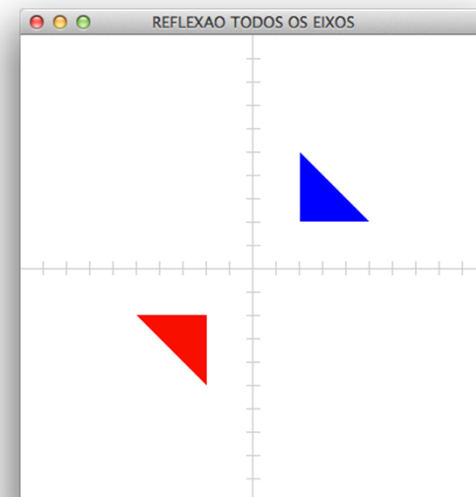
Eixo Horizontal



Eixo Vertical



Ambos



Objeto inicial

Objeto após transformação

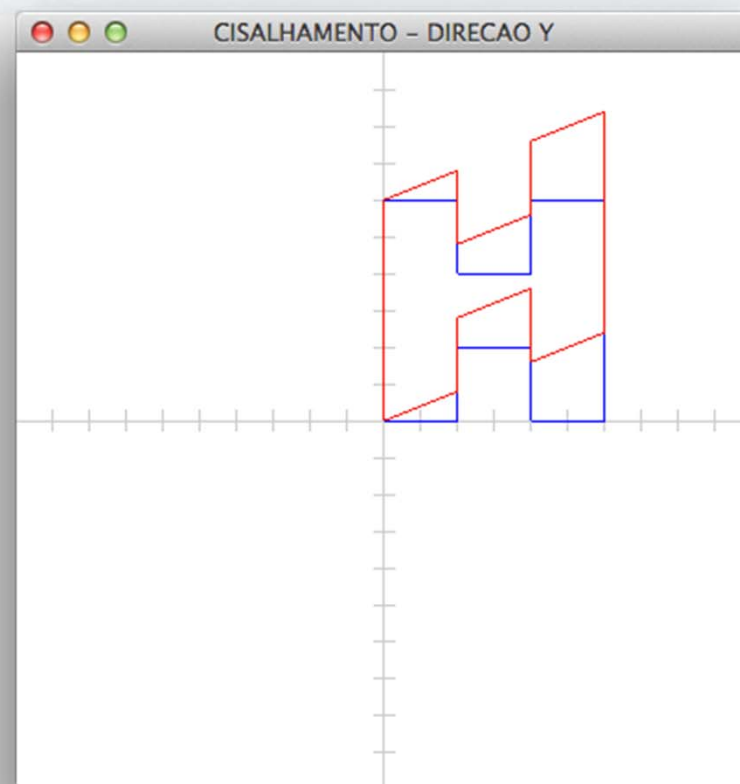
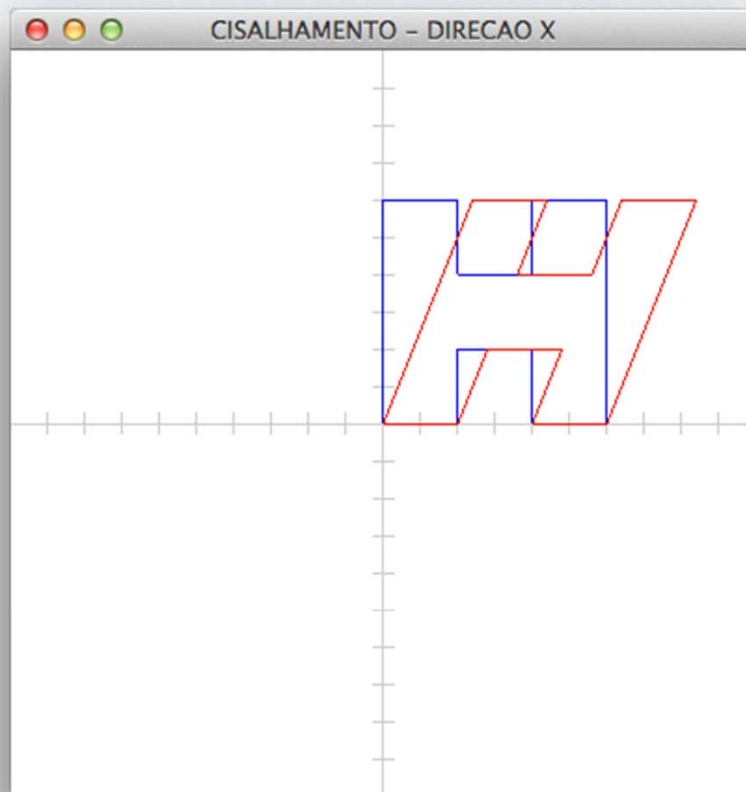
Reflexão

- Exemplo:
 - Considerando o triângulo dado por $P1(0.2, 0.2)$, $P2(0.2, 0.5)$ e $P3(0.5, 0.2)$
- Eixo horizontal
 - Negar valor de y
 - $P1'(0.2, -0.2)$, $P2'(0.2, -0.5)$ e $P3'(0.5, -0.2)$
- Eixo vertical
 - Negar valor de x
 - $P1'(-0.2, 0.2)$, $P2'(-0.2, 0.5)$ e $P3'(-0.5, 0.2)$
- Ambos os eixos
 - Negar valores de x e y
 - $P1'(-0.2, -0.2)$, $P2'(-0.2, -0.5)$ e $P3'(-0.5, -0.2)$

Shearing - Cisalhamento

- Resulta na inclinação do objeto em uma dada direção
- Aplicação:
 - Transformação de fontes de texto no estilo itálico
- Direção X
 - Coordenadas y → não são alteradas
 - Coordenadas x → sofrem uma escala em função de y
 - $x' = x + sh_x * y$
- Direção Y
 - Coordenadas x → não são alteradas
 - Coordenadas y → sofrem uma escala em função de x
 - $y' = y + sh_y * x$

Shearing - Cisalhamento



Coordenadas Homogêneas

- Generalizar as operação sobre os objetos
- Para a CG um ponto (x,y) passa a ser representado por (x, y, h)
 - h – assumindo o valor de unidade
 - Representados por $(x, y, 1)$
- Assim, as equações de transformações geométricas ficam reduzidas a multiplicações de matrizes de 3×3
- As coordenadas do objeto
 - São representadas por colunas vetores de 3 elementos
- E as operações de transformação
 - são matrizes com 3×3 elementos

Coordenadas Homogêneas

- Translação

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_x \\ 0 & 1 & T_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P' = T(T_x, T_y) + P$$

- Escala

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P' = S(S_x, S_y) \cdot P$$

- Rotação

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$P' = R(\theta) \cdot P$$

Exercício 1

- Dado um triângulo contendo os pontos $P1(0.0,0.0)$, $P2(0.5,0.5)$ e $P3(1.0,0.0)$ aplicar as transformações a seguir:

- A – Translação → fator $T_x = -0.5$ fator $T_y = -1.0$
- B – Escala → fator S_x e $S_y = 0.5$
- C – Rotação → ângulo 90°

$$\begin{aligned}\cos(90) &= 0 \\ \sin(90) &= 1\end{aligned}$$

- Como resolver:
 - Construir o objeto inicial no plano de coordenadas
 - Construir o objeto final para cada uma das transformações aplicadas
 - Aplicar cada transformação aos pontos originais do objeto



TRANSFORMAÇÕES EM OPENGL

Transformações em OpenGL

- Translação

```
glTranslatef(float Tx, float Ty, float Tz);
```

```
➡ gl.glTranslatef(0.5f, 0.5f, 0);  
   gl.glColor3f(0,0,1);  
   //desenha um triangulo  
➡ gl.glBegin(GL2.GL_TRIANGLES);  
   gl.glVertex2f(0.0f, 0.0f);  
   gl.glVertex2f(0.4f, 0.0f);  
   gl.glVertex2f(0.4f, 0.4f);  
   gl.glEnd();
```

Transformações em OpenGL

- Escala

```
glScalef(float Sx, float Sy, float Sz);
```

```
→ gl.glScalef(0.5f, 0.5f, 1);  
gl.glColor3f(0,0,1);  
//desenha um triangulo  
→ gl.glBegin(GL2.GL_TRIANGLES);  
    gl.glVertex2f(0.0f, 0.0f);  
    gl.glVertex2f(0.4f, 0.0f);  
    gl.glVertex2f(0.4f, 0.4f);  
gl.glEnd();
```

Transformações em OpenGL

- Rotação

```
glRotatef(float angulo, int eixoX, int eixoY, int eixoZ);
```

- Eixos x, y e z → podem assumir os seguintes valores:

- 1 – Define o eixo da rotação
- 0 – Define que não haverá rotação no eixo

```
→ gl.glRotatef(45, 0, 0, 1);  
   gl.glColor3f(0,0,1);  
   //desenha um triangulo  
→ gl.glBegin(GL2.GL_TRIANGLES);  
   gl.glVertex2f(0.0f, 0.0f);  
   gl.glVertex2f(0.4f, 0.0f);  
   gl.glVertex2f(0.4f, 0.4f);  
   gl.glEnd();
```


Transformações em OpenGL

- As transformações são cumulativas
 - podem ser aplicadas umas sobre as outras
- Uma transformação geométrica de OpenGL é armazenada internamente em uma **matriz**
- A cada transformação esta **matriz** é alterada e usada para desenhar os objetos a partir daquele momento, até que seja novamente alterada

Transformações em OpenGL

Exemplo: Translação

`desenhaObjeto();`

Desenha o objeto na posição correspondente às suas coordenadas originais

`gl.glTranslatef(10,10,0);`
`desenhaObjeto();`

Desenha o objeto deslocado de 10 unidades em cada eixo

`gl.glTranslatef(10,10,0);`
`desenhaObjeto();`

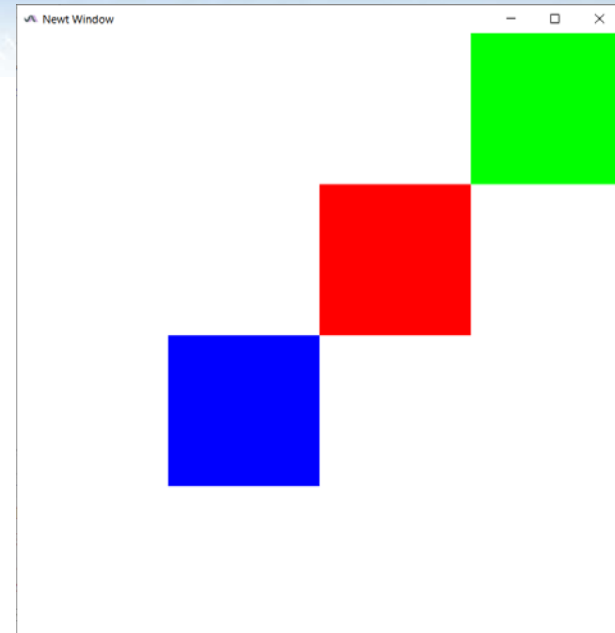
Desenha o objeto deslocado de 20 unidades em cada eixo
Lembre-se, as transformações são cumulativas

Limitando o escopo das Transformações

- `glPushMatrix()` e `glPopMatrix()` para circundar os objetos que irão receber as transformações
 - `glPushMatrix()` — armazena as transformações atuais em um pilha interna do OpenGL
 - `glPopMatrix()` — retira as transformações da pilha

Limitando o escopo das Transformações

```
gl.glColor3f(1f,0f,0f);  
desenho();  
  
gl.glColor3f(0f,1f,0f);  
gl.glPushMatrix();  
    gl.glTranslatef(0.5f,0.5f,0.0f);  
    desenho();  
gl.glPopMatrix();  
  
gl.glColor3f(0f,0f,1f);  
gl.glPushMatrix();  
    gl.glTranslatef(-0.5f,-0.5f,0.0f);  
    desenho();  
gl.glPopMatrix();
```



Sem o `glPushMatrix()` e `glPopMatrix()`, onde seria desenhado o quadrado azul?

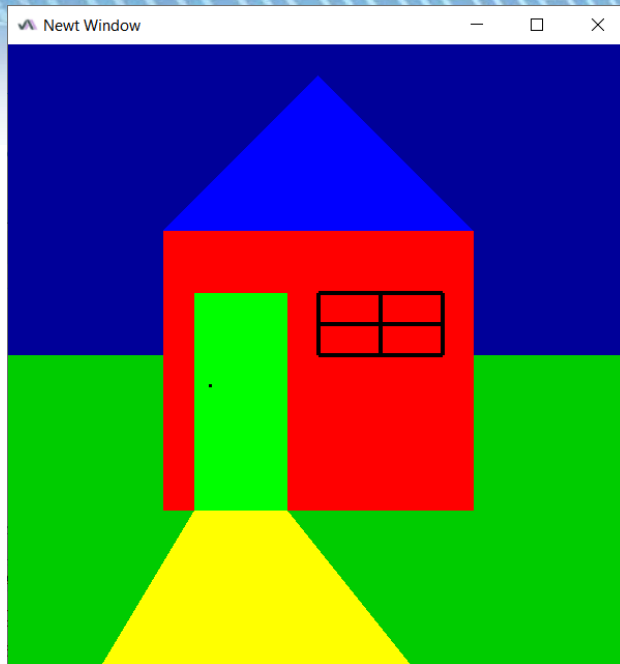


**KEEP
CALM
AND
VAMOS
PRATICAR**

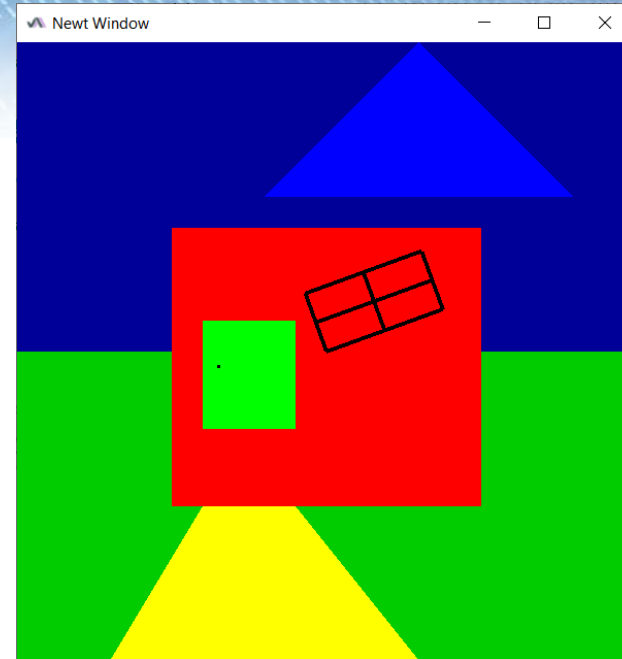
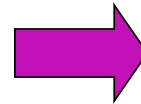
Exercício 1

- Construir um QUADRADO e realizar as seguintes interações:
 - T – transladar para o canto superior direito
 - t – transladar para o canto inferior esquerdo
 - r – rotacionar em 45° no eixo Z
 - E – aumentar a escala
 - e – diminuir a escala
- Para solucionar o problema utilize as funções:
 - `gl.glTranslatef(Tx , Ty , Tz);`
 - `gl.glScalef(Sx, Sy, Sz);`
 - `gl.glRotatef(ângulo , eixoX , eixoY , eixoZ);`

Exercício 2



Casa1



Casa2

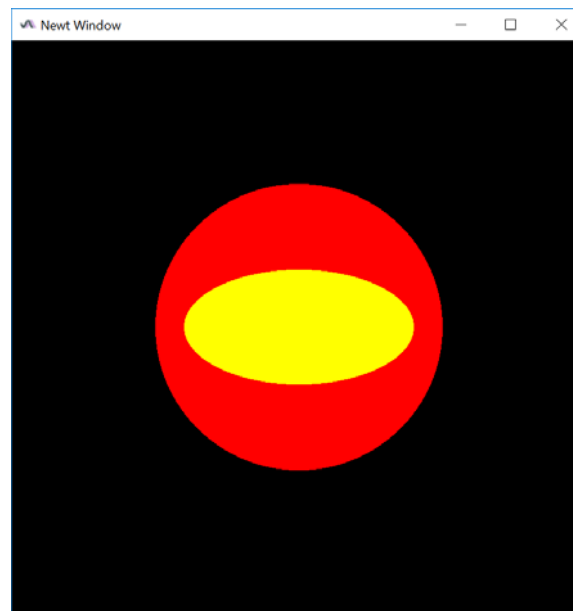
- Desenhar a casa 1 de acordo com as instruções do próximo slide!
- Altere o código da casa1 para obter a casa2. Para tanto, translate o telhado em 0.3 em x e 0.1 em y, escale a porta em 0.5 em y e rotacione a janela em 20 graus em z.

Exercício 2

- Criar um método para desenhar cada item da casa como segue:
 - `ceu()` – desenha o céu azul
 - `porta()` – desenha a porta e a fechadura
 - `telhado()` – desenha o telhado
 - `entrada()` – desenha a entrada da casa
 - `janela()` – desenha a janela
 - `parede()` – desenha a parede da casa
- Coordenadas iniciais para desenhar a parede da casa
 - Canto inferior esquerdo (-0.5, -0.5)
 - Canto superior direito (0.5, 0.4)

Exercício 3

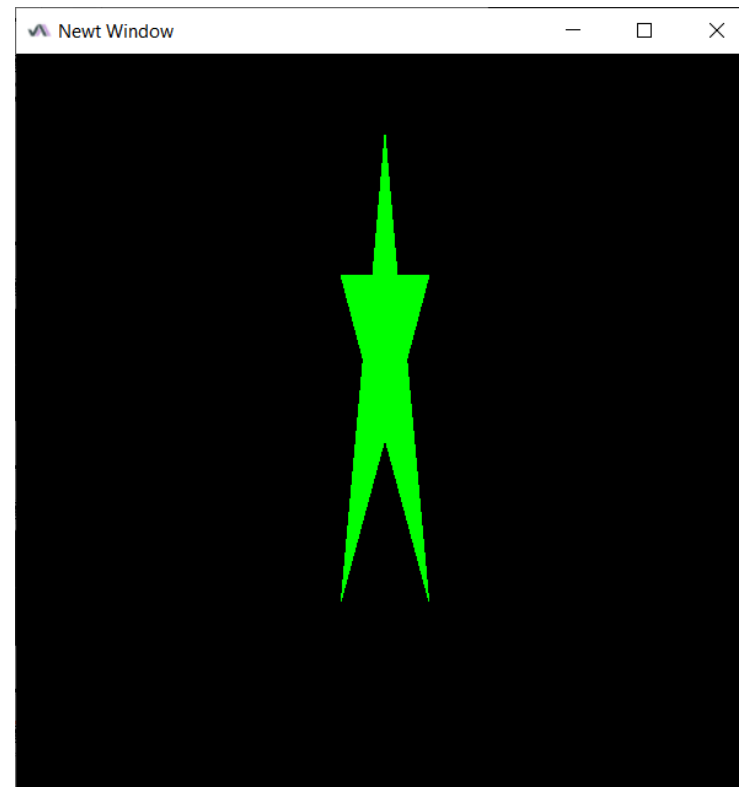
- Criar um círculo no centro da janela de visualização.
- Dentro dele, criar uma elipse pequena de outra cor.
- Aplicar duas transformações de rotação:
 - e – para rotacionar a elipse no eixo Z
 - c – para rotacionar o círculo no eixo X



(Para desenho do círculo veja o material da aula 2)

Exercício 4

- Desenhe a estrela a seguir e aplique uma rotação de 80° em relação ao eixo Y.



Material elaborado por:

Prof. Ms. Simone de Abreu

siabreu@gmail.com

Prof. Dr. Fernando Kakugawa

fernando.kakugawa@animaeducacao.com.br

