

TEORIA DA COMPUTAÇÃO E COMPILADORES

Autômato Finito

Prof. Dr. Fernando Kakugawa

fernando.kakugawa@animaeducacao.com.br

Autômato Finito

- Modelo matemático de um sistema com entradas e saídas discretas
- Possui um conjunto finito de configurações ou estados, sendo que o sistema pode estar em qualquer um destes estados
- O propósito de um estado é memorizar a porção relevante da história de um sistema
 - Devido ao número finito de estados que limita as informações que podem ser “lembradas”

Autômato Finito

- Estados são utilizados para memorizar o que é importante e esquecer o que não é
- Possui uma quantidade fixa de estados possibilita que um autômato seja implementado com um número limitado de recursos (Ex: memória)
- São úteis para modelar sistemas para dispositivos com uma quantidade limitada de memória
 - Mecanismos de controle de dispositivos eletrônicos;
 - Dispositivos de Hardware;
 - Computador móvel;

Autômato Finito

- Também são aplicáveis na modelagem de aplicações mais complexas:
 - Protocolos
 - Compiladores
- Baseado em uma determinada entrada o autômato pode trocar de estado para “lembrar” uma determinada informação
- A seguir veremos exemplos de modelagem de sistemas através de autômatos

Exemplo 1

- Interruptor de Luz

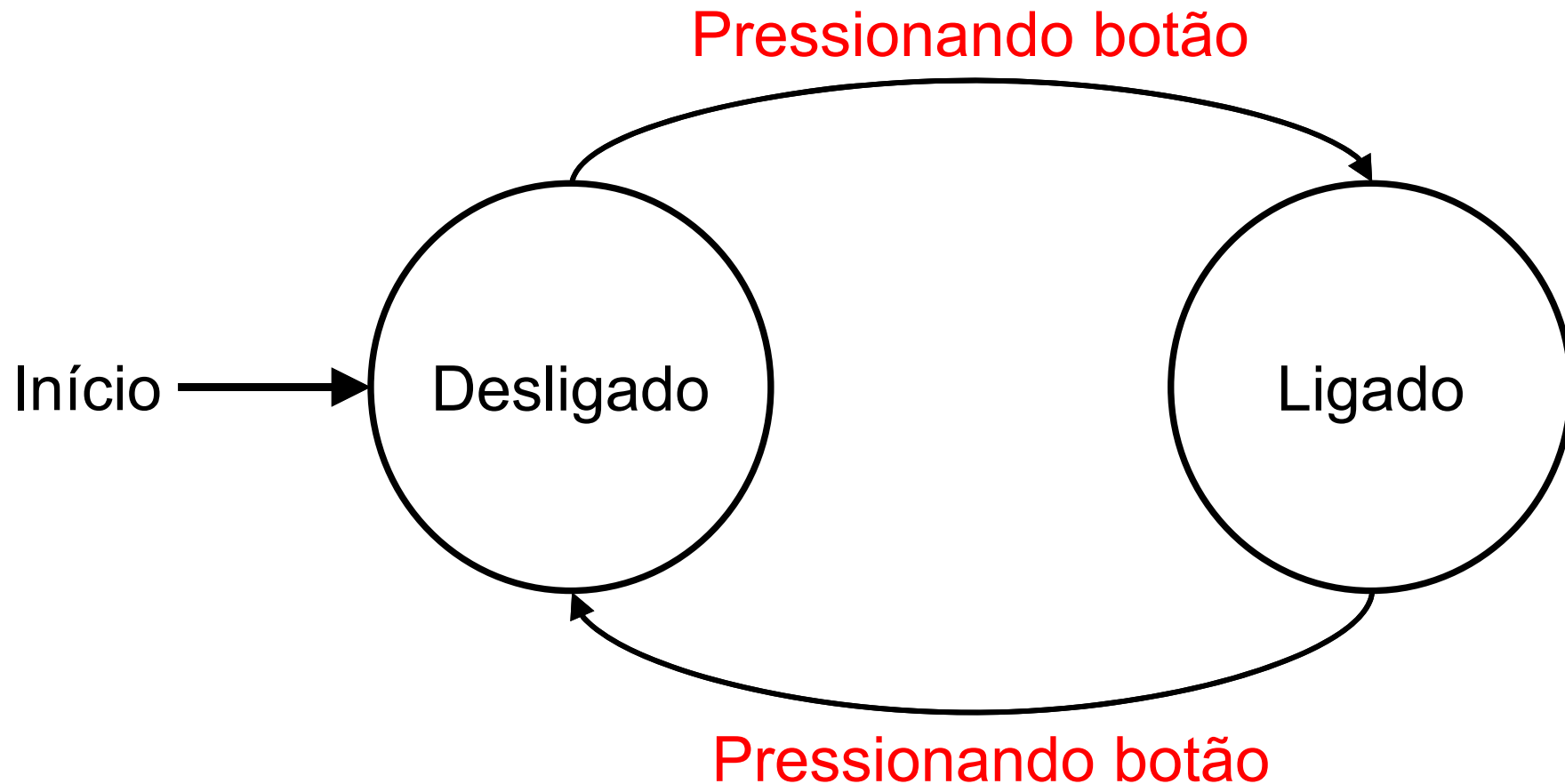
- Memoriza se o interruptor está no estado ligado ou desligado.
- O pressionamento do interruptor funciona como entrada deste sistema.
- O sistema tem um efeito diferente dependendo do estado do interruptor
 - Estado ligado → pressiona interruptor → Estado desligado
 - Estado desligado → pressiona interruptor → Estado ligado

Exemplo 1

- Estados
 - Ligado
 - Desligado
- Entrada
 - Pressionamento do botão
- Transição de estados (Efeito)
 - estado desligado e pressionando o botão (entrada) vá para o estado ligado;
 - estado ligado e pressionando o botão (entrada) vá para o estado desligado;

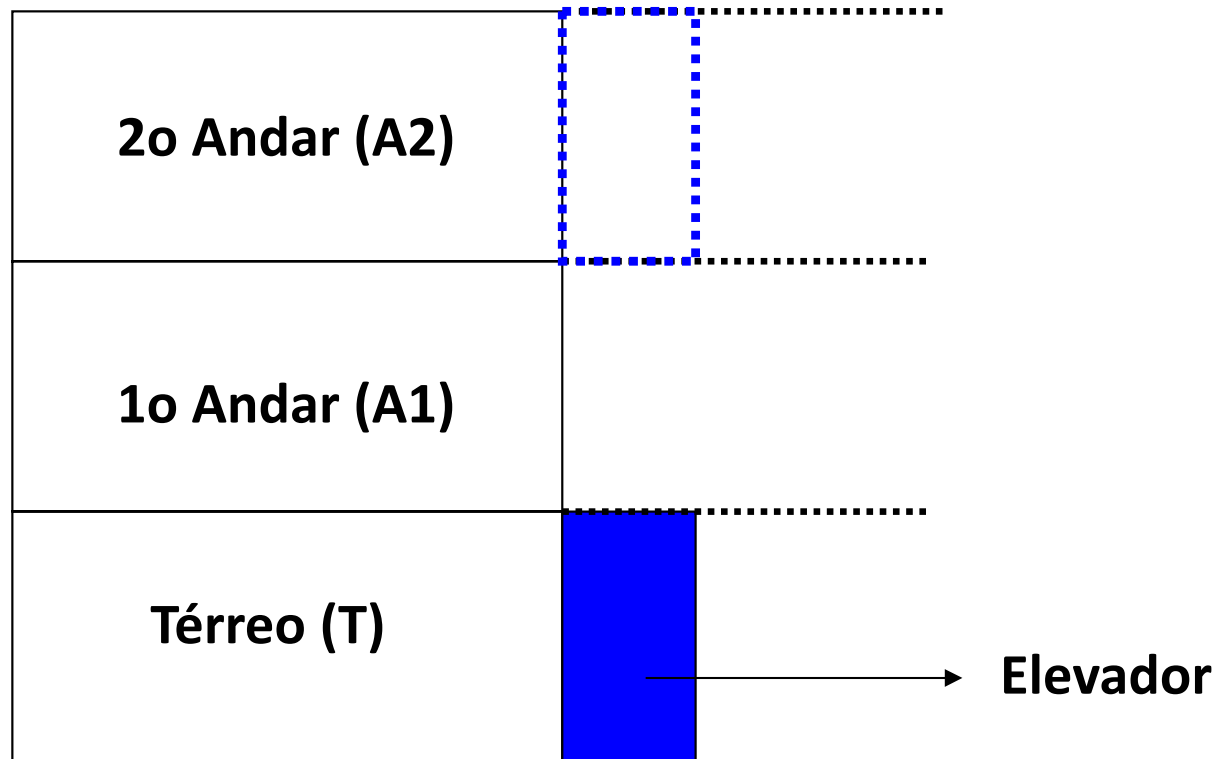
Exemplo 1

- Diagrama de Funcionamento



Exemplo 2

- Elevador de um prédio de 2 andares



Exemplo 2

- Funcionamento:
 - Ele se encontra inicialmente no térreo;
 - Quando uma pessoa faz uma chamada do elevador em um andar, este se desloca para o andar em que foi feita a chamada;
 - Todas as chamadas realizadas na parte interna ou externa do elevador são tratadas como requisições, sendo que o elevador atende uma requisição por vez.

Exemplo 2

- O elevador permanece em um determinado andar:
 - Até que uma nova chamada ocorra;
 - Ou até que um pessoa no interior do elevador aperte um botão indicando qual andar o elevador deverá se deslocar.

Exemplo 2

- Estados

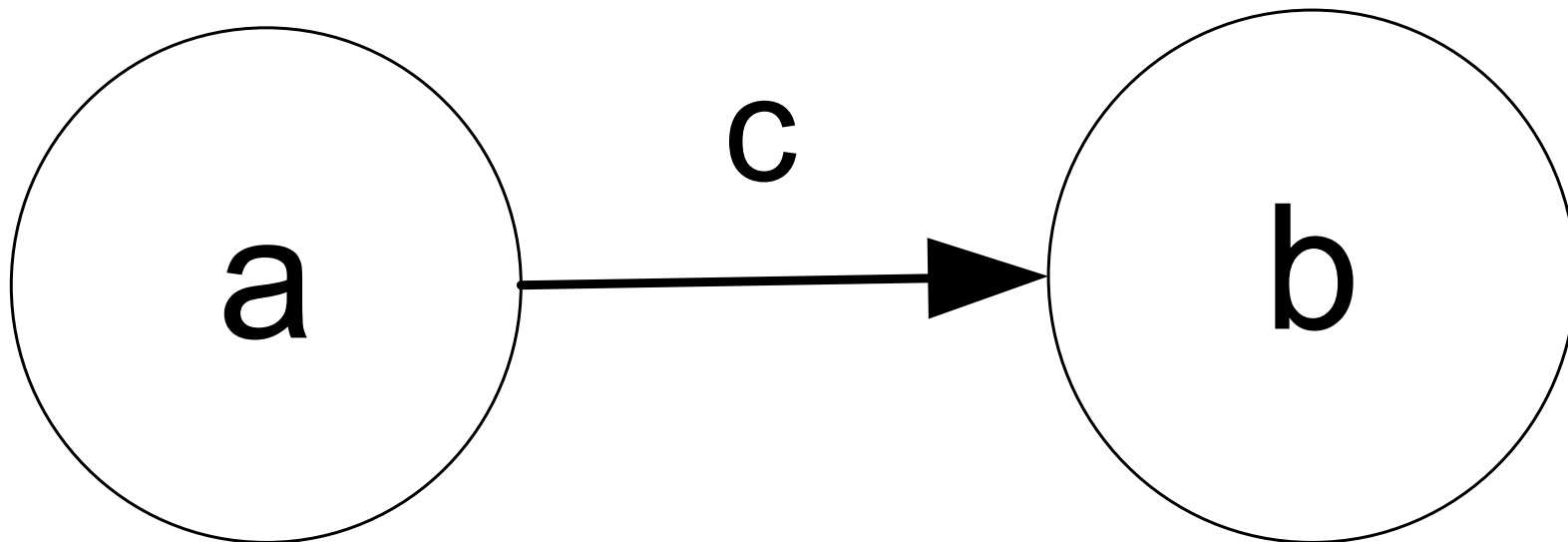
- T: indica que o elevador esta no andar térreo
- A1: indica que o elevador esta no 1º andar
- A2: indica que o elevador esta no 2º andar

- Entradas

- t: chamado do elevador para o andar térreo;
- 1: chamado do elevador para o 1º andar;
- 2: chamado do elevador para o 2º andar.

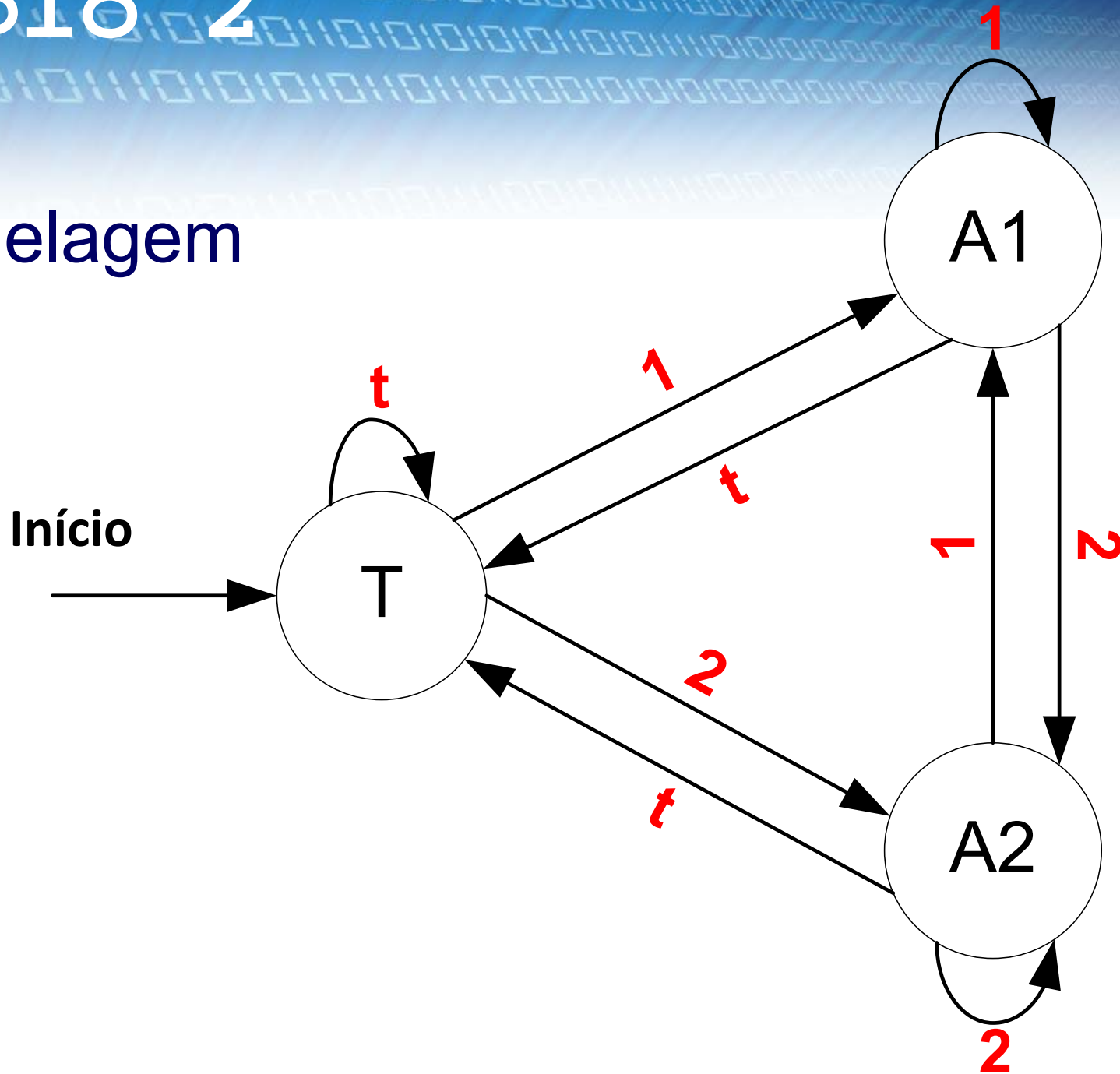
Exemplo 2

- O elevador vai do andar *a* para o andar *b* devido a uma chamada *c* através da seguinte notação gráfica:



Exemplo 2

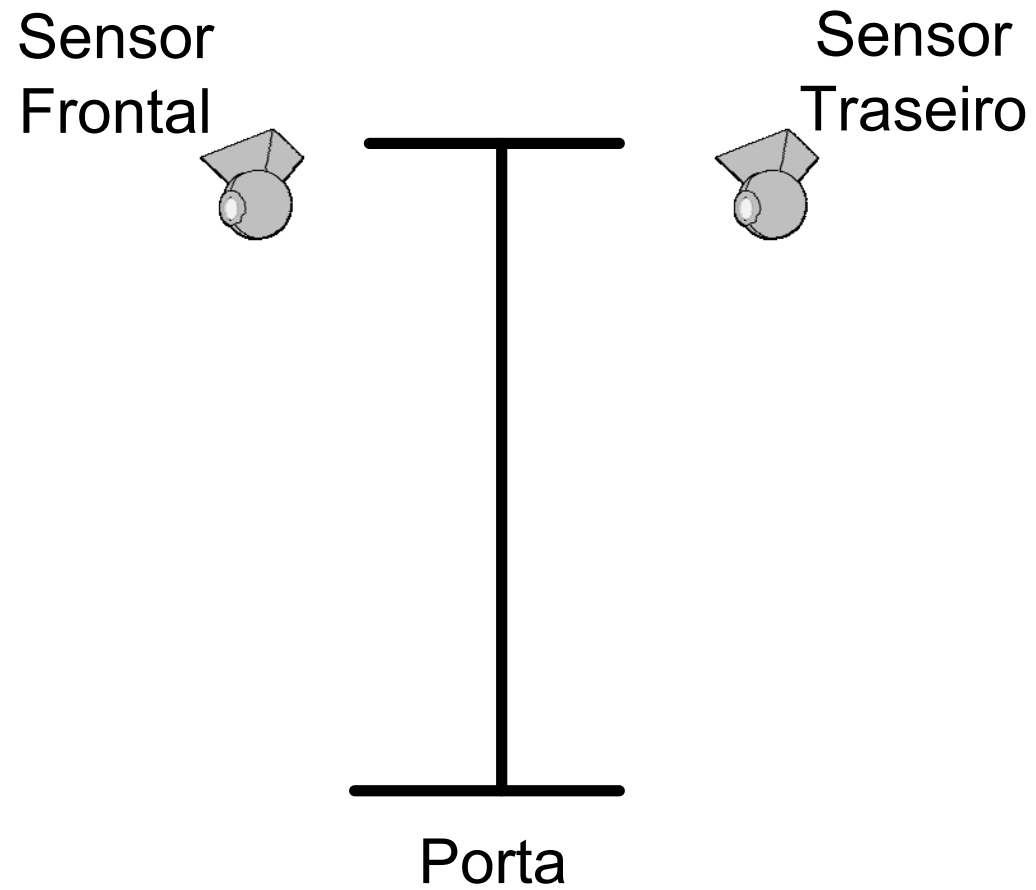
- Modelagem



Exemplo 3

- Porta automática
 - Possui um conjunto de dois sensores inseridos na parte da frente e de trás da porta
 - Esta porta só irá permitir que uma pessoa a atravesse em um único sentido, ou seja, para a porta abrir a pessoa deverá se posicionar inicialmente em frente ao sensor frontal da porta

Exemplo 3

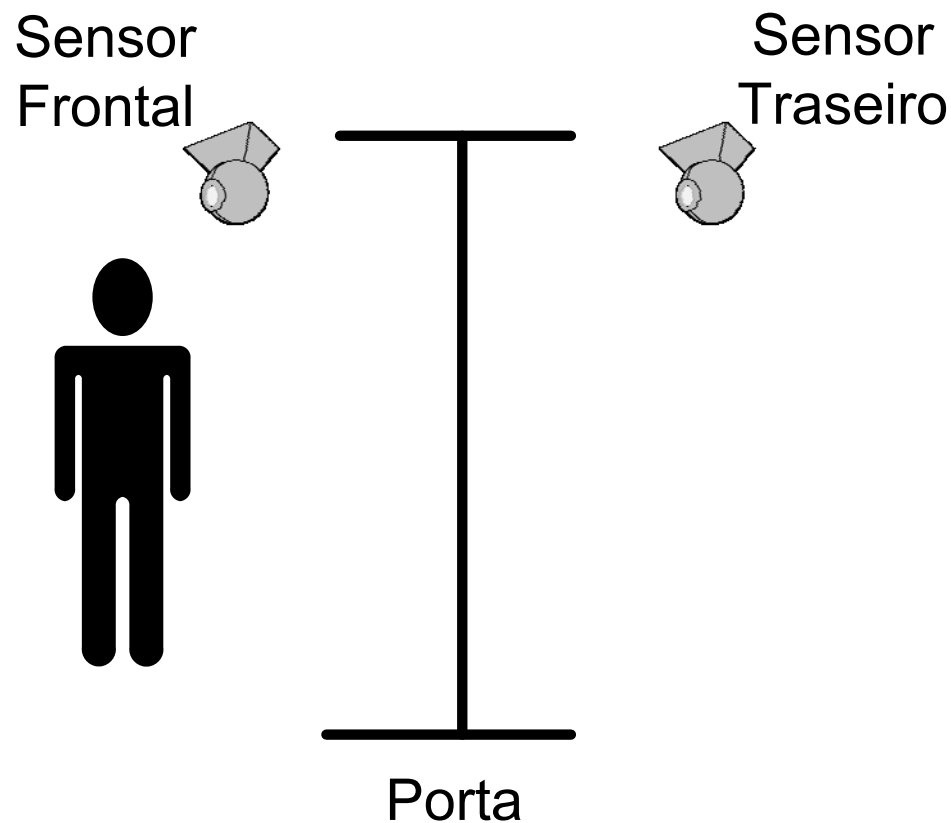


Exemplo 3

- Estados
 - Aberta
 - Fechada
- Entradas
 - Depende do posicionamento da pessoa em relação aos sensores
 - Possibilidades:

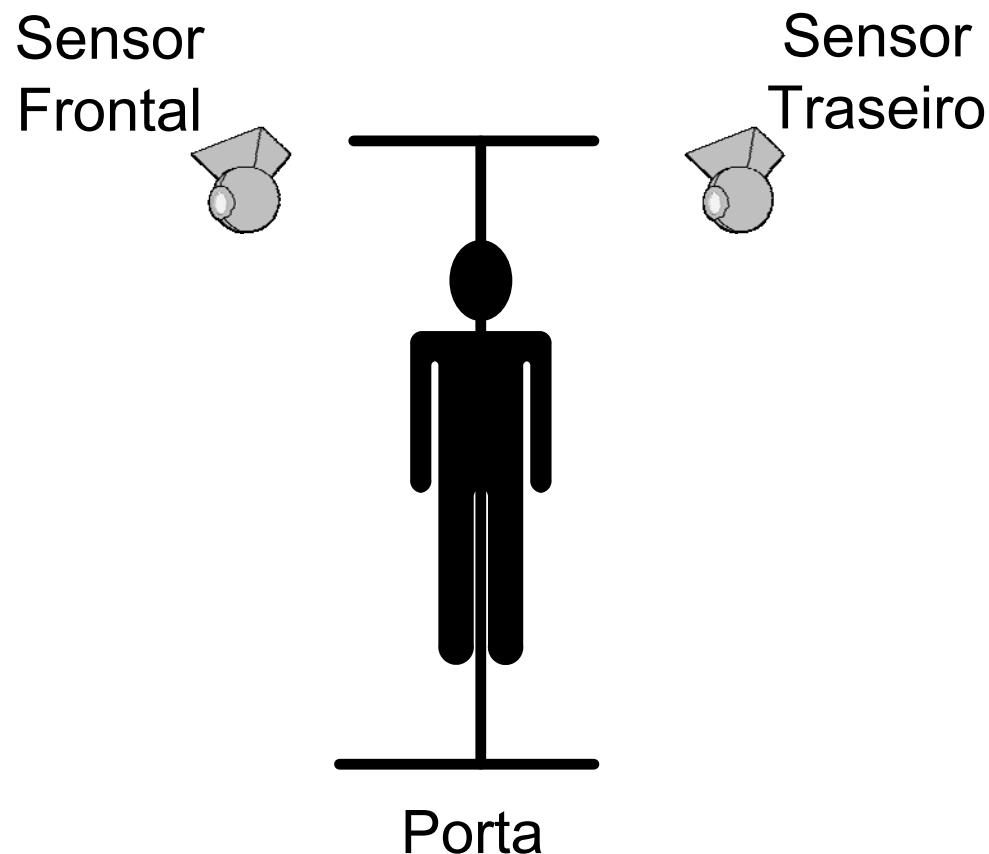
Exemplo 3

- A pessoa se encontra em frente a porta e é detectada pelo sensor frontal (entrada *f*)



Exemplo 3

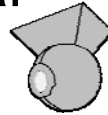
- pessoa se encontra em atravessando a porta e é detectada pelos dois sensores (entrada **e**)



Exemplo 3

- pessoa já atravessou completamente a porta e se encontra do outro lado desta (entrada *a*).

Sensor
Frontal

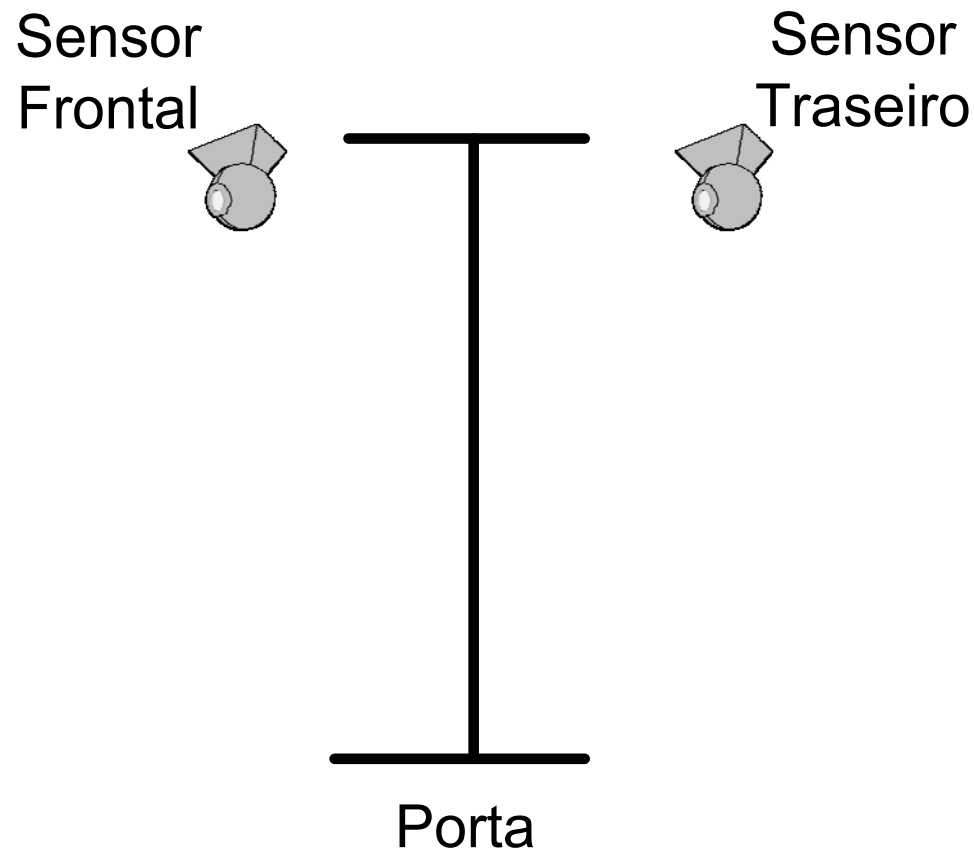


Sensor
Traseiro

Porta

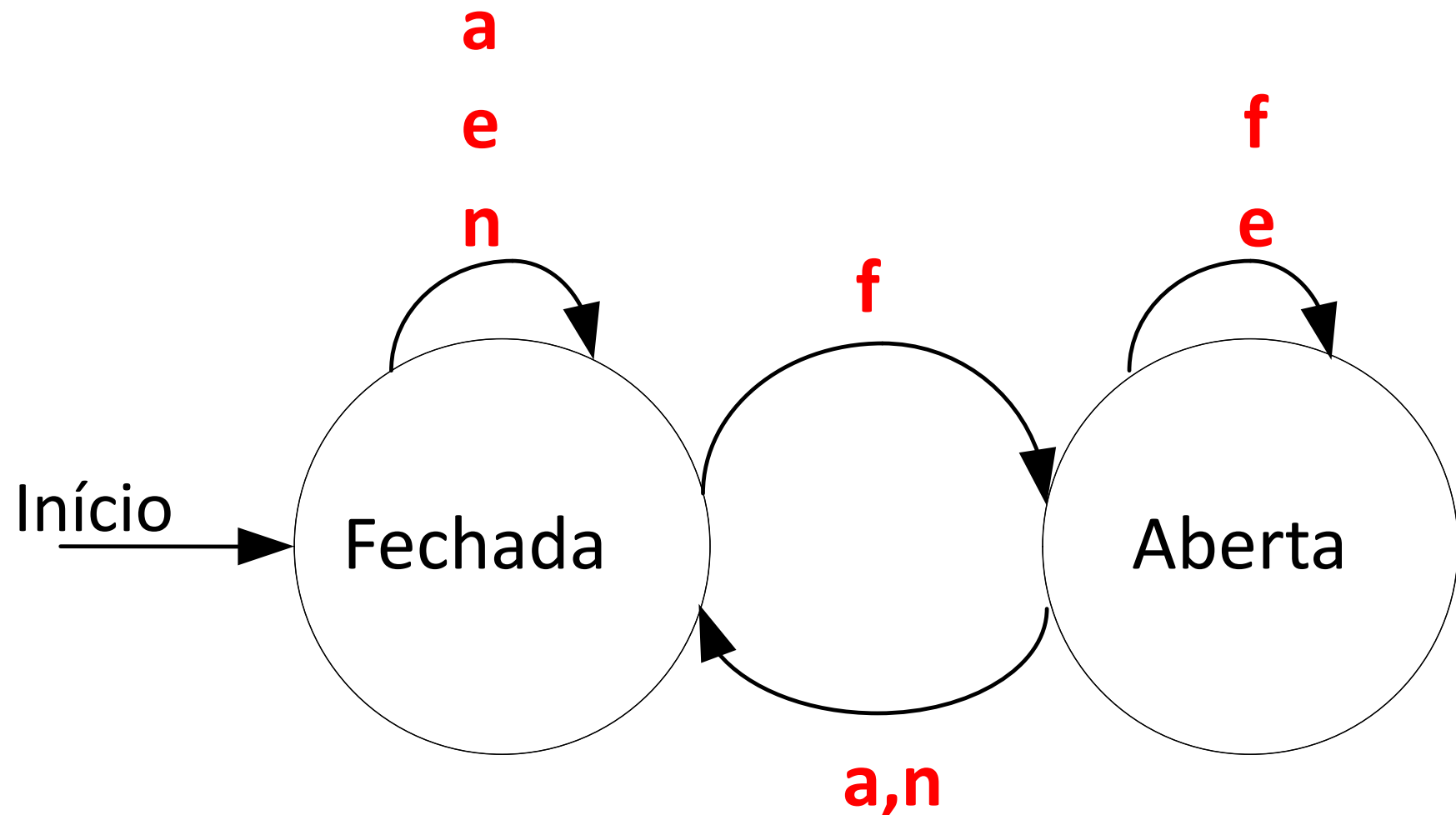
Exemplo 3

- último caso seria quando não existe nenhuma pessoa sendo captada pelos sensores (entrada *n*).



Exemplo 3

- Modelagem



Exemplo 4

- Modelar um autômato que reconheça a palavra reservada `then` do Pascal
- Os estados serão utilizados para lembrar os caracteres lidos que formam a palavra `then`

Exemplo 4

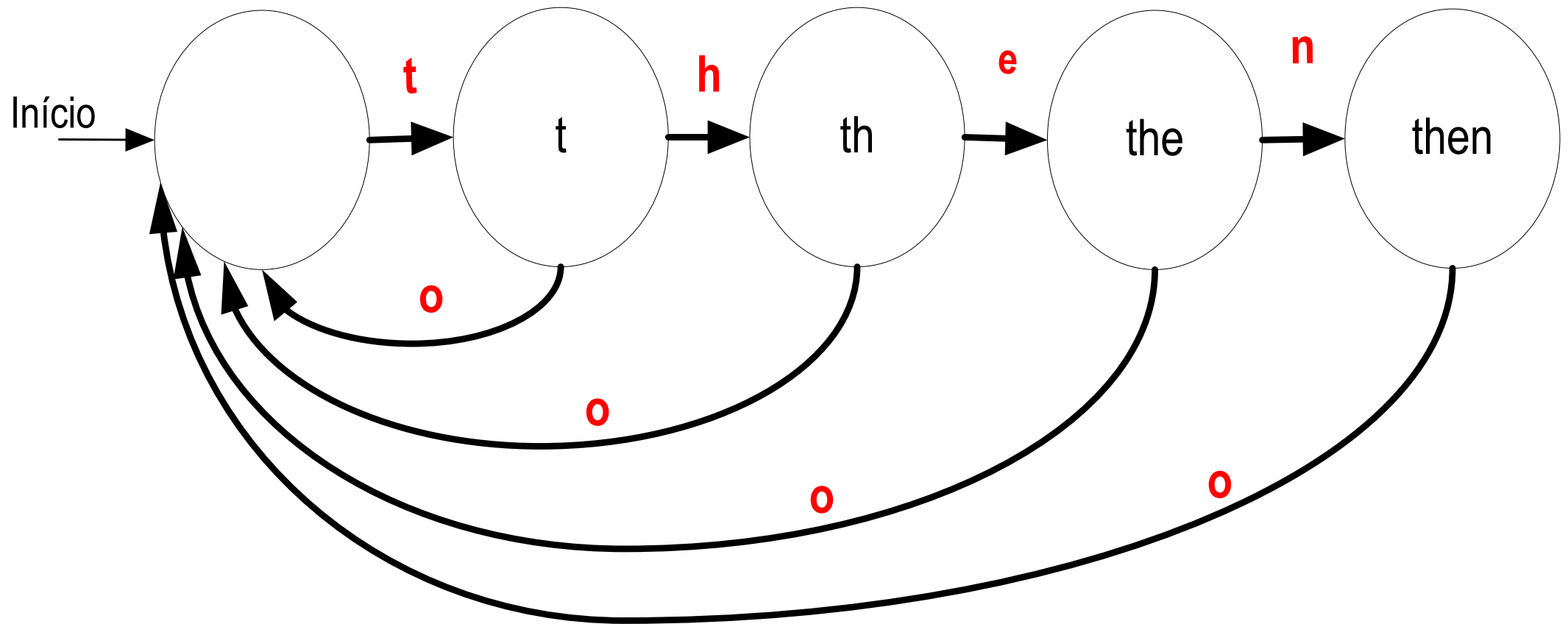
- Estados
 - Estado t : lembra que já foi lido o caractere t
 - Estado th : lembra que já foram lidos os caracteres t, h ;
 - Estado the : lembra que já foram lidos os caracteres t, h, e ;
 - Estado $then$: lembra que já foram lidos os caracteres t, h, e, n ;

Exemplo 4

- Além destes estados tem-se que considerar o fato de não serem lidos nenhum caractere da palavra `then`. Este será representado por um estado sem rótulo
- Entradas
 - `t`
 - `h`
 - `e`
 - `n`
 - `o` (representa qualquer outra letra diferente de `t,h,e,n`)

Exemplo 4

- Modelagem



Modelos de Autômatos

- Os autômatos finitos podem ser divididos em 3 modelos:
 - Autômato Finito determinístico;
 - Autômato Finito não determinístico;
 - Autômato Finito não determinístico com movimentos espontâneos

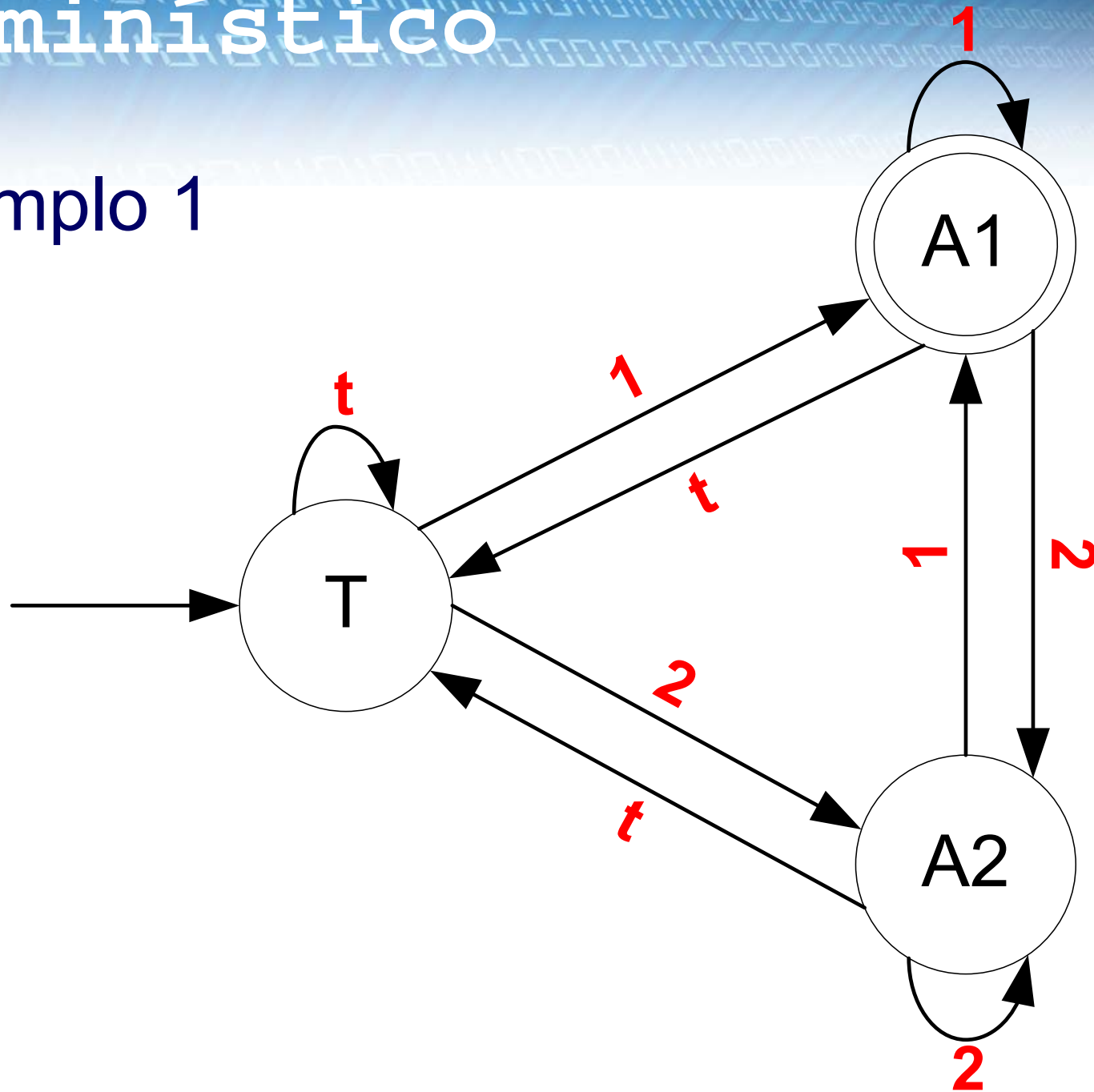
Autômato Finito Determinístico - AFD

Autômato Finito Determinístico

- Aquele que se encontra em um único estado após ler uma sequência qualquer de entradas
- Determinístico
 - refere-se ao fato de que, para uma dada entrada, existe somente um estado para o qual o autômato pode transitar a partir de seu estado atual

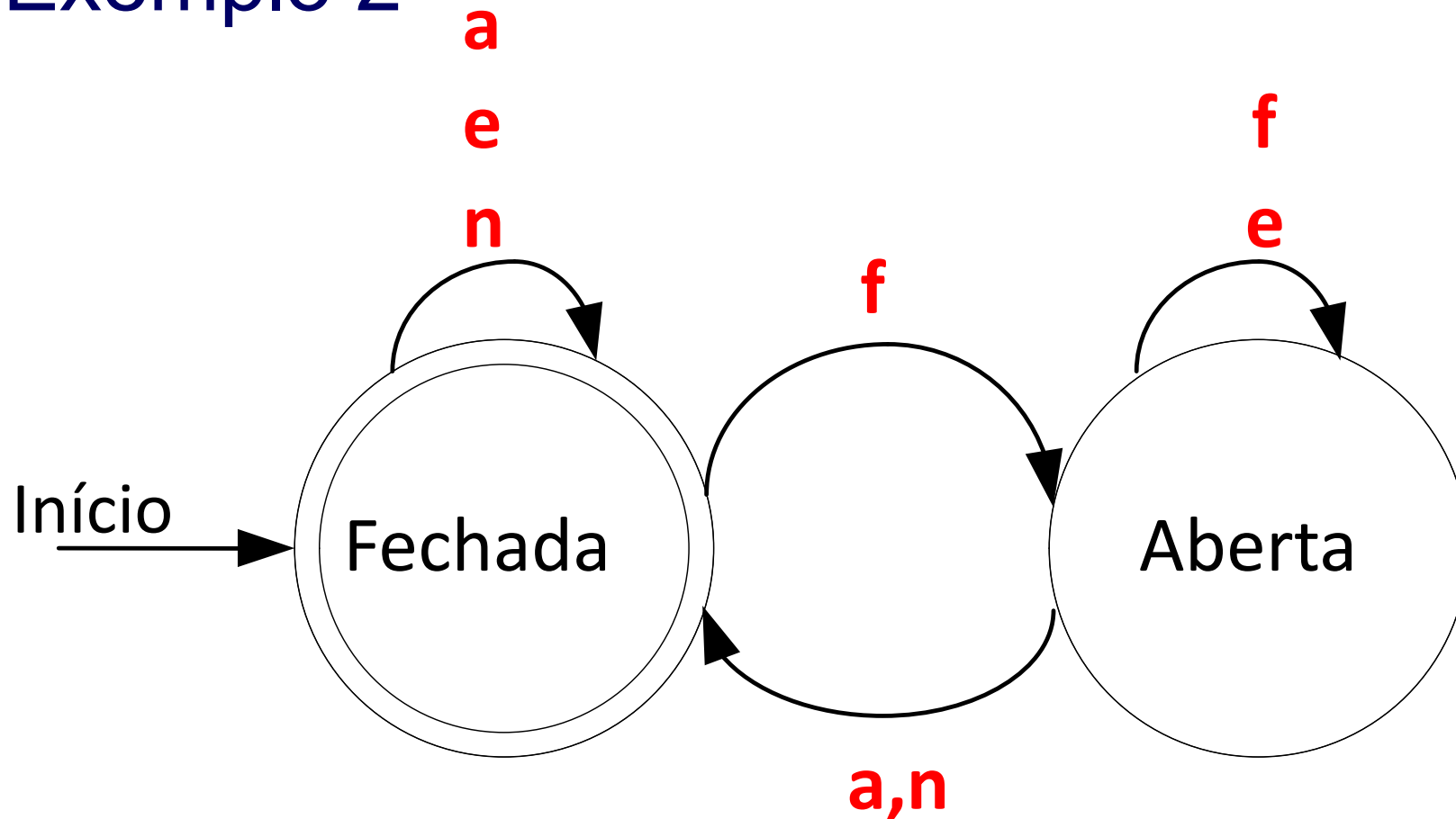
Autômato Finito Determinístico

- Exemplo 1



Autômato Finito Determinístico

- Exemplo 2



Definição formal

- Um AFD consiste de:
 - Conjunto finito de estados, denotado por Q ;
 - Conjunto de símbolos de entrada, denotado por Σ ;
 - Função de transição que toma como argumentos um estado e um símbolo de entrada e retorna um estado;

Definição formal

- Esta função é denotada pelo símbolo δ .
 - $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- Nos exemplos anteriores a função δ foi representada pelos arcos, e seus rótulos, que ligavam os círculos (estados).
- Se q é um estado e a um símbolo de entrada, então $\delta(q, a)$ é um estado p tal que existe um arco rotulado por a que liga q a p .


$$\delta(q, a) = p$$


Diagram illustrating the components of the transition function $\delta(q, a) = p$:

- q is labeled **Estado** (State).
- a is labeled **Entrada** (Input).
- p is labeled **Estado** (State).

Definição formal

- Estado inicial que será um dos elementos do conjunto Q ;
 - Só existem um em qualquer autômato
- Conjunto de estados finais, também chamados de estados de aceitação denotado por F , sendo F um subconjunto de Q .

Definição formal

- Um Autômato Finito Determinístico (AFD) qualquer, chamado de M , é representado pela tupla de 5 elementos (quíntupla):

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

Definição formal

- Exemplo 1: mecanismo de uma porta automática
 - $M1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ onde:
 - $Q = \{\text{Fechada}, \text{Aberta}\}$
 - $\Sigma = \{a, e, f, n\}$
 - $q_0 = \text{Fechada}$
 - $F = \{\text{Fechada}\}$

Definição formal

- δ é dado por:
 - $\delta(\text{Fechada}, a) = \text{Fechada}$
 - $\delta(\text{Fechada}, e) = \text{Fechada}$
 - $\delta(\text{Fechada}, f) = \text{Aberta}$
 - $\delta(\text{Fechada}, n) = \text{Fechada}$
 - $\delta(\text{Aberta}, a) = \text{Aberta}$
 - $\delta(\text{Aberta}, e) = \text{Aberta}$
 - $\delta(\text{Aberta}, f) = \text{Aberta}$
 - $\delta(\text{Aberta}, n) = \text{Fechada}$

Definição formal

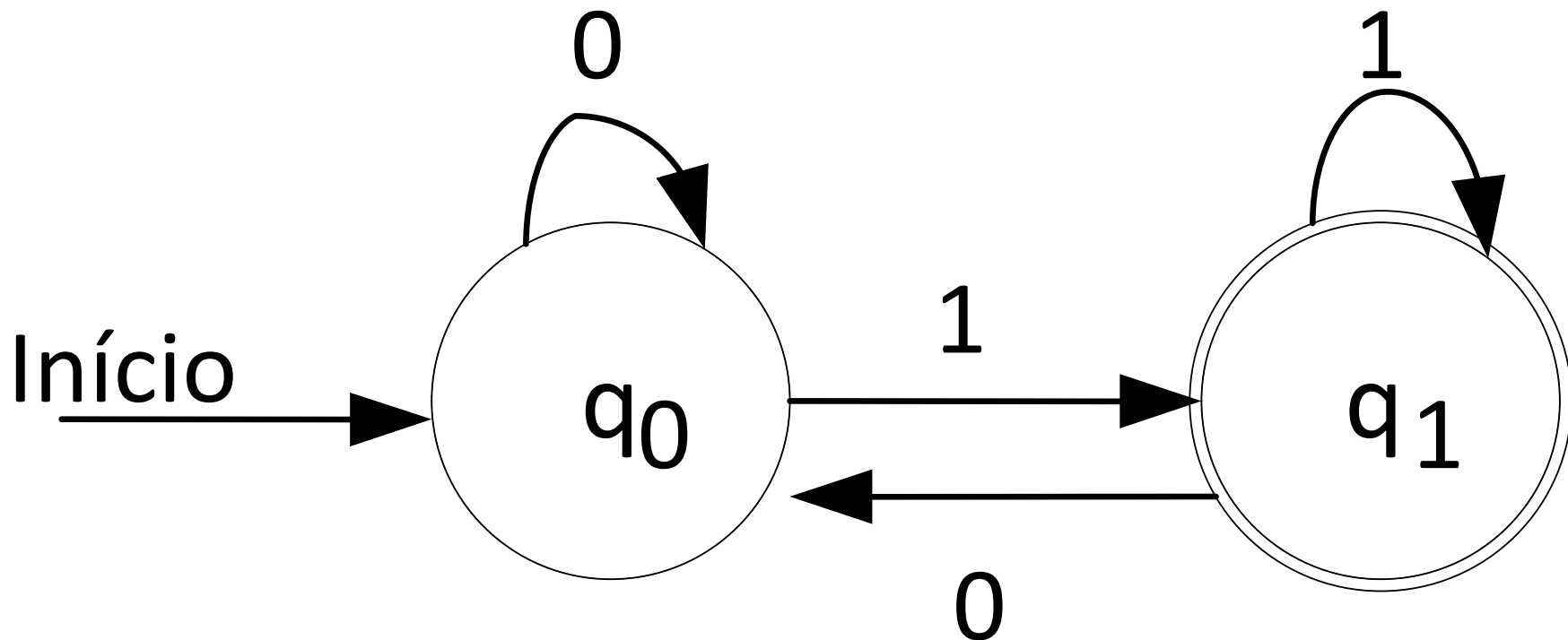
- Exemplo 2: Mecanismo de controle do elevador
 - $M2 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ onde:
 - $Q = \{T, A1, A2\}$
 - $\Sigma = \{t, 1, 2\}$
 - $q_0 = T$
 - $F = \{A1\}$

Definição formal

- δ é dado por:
 - $\delta(T, t) = T$
 - $\delta(T, 1) = A1$
 - $\delta(T, 2) = A2$
 - $\delta(A1, t) = T$
 - $\delta(A1, 1) = A1$
 - $\delta(A1, 2) = A2$
 - $\delta(A2, t) = T$
 - $\delta(A2, 1) = A1$
 - $\delta(A2, 2) = A2$

Definição formal

- Exemplo 3: Um AFD que reconhece strings terminadas em 1



Definição formal

- $M3 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ onde:

- $Q = \{q_0, q_1\}$

- $\Sigma = \{0, 1\}$

- $F = \{q_1\}$

- δ é dado por:

$$\delta(q_0, 0) = q_0$$

$$\delta(q_0, 1) = q_1$$

$$\delta(q_1, 0) = q_0$$

$$\delta(q_1, 1) = q_1$$

Material elaborado por:

Prof. Dr. Augusto Mendes Gomes Jr.

augusto.gomes@animaeducacao.com.br

Prof. Dr. Fernando Kakugawa

fernando.kakugawa@animaeducacao.com.br

