

Fabricio Kassardjian

Algoritmos Genéticos

Um algoritmo evolucionário para otimização

Brasil

9 de outubro de 2019

Fabricio Kassardjian

Algoritmos Genéticos
Um algoritmo evolucionário para otimização

Monografia de final de curso, Instituto de Matemática e Estatística - USP, Matemática Aplicada

Universidade de São Paulo – USP
Instituto de Matemática e Estatística
Bacharelado em Matemática Aplicada e Computacional

Orientador: Anatoli Iambartsev

Brasil
9 de outubro de 2019

Fabricio Kassardjian

Algoritmos Genéticos

Um algoritmo evolucionário para otimização/ Fabricio Kassardjian. – Brasil, 9 de outubro de 2019-

40p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Anatoli Iambartsev

Monografia – Universidade de São Paulo – USP

Instituto de Matemática e Estatística

Bacharelado em Matemática Aplicada e Computacional, 9 de outubro de 2019.

1. Algoritmos Evolutivos. 2. Algoritmos Genéticos. 3. Otimização. I. Orientador.
II. Universidade de São Paulo - USP. III. Instituto de Matemática e Estatística - IME.
IV. Título

Fabricio Kassardjian

Algoritmos Genéticos

Um algoritmo evolucionário para otimização

Monografia de final de curso, Instituto de Matemática e Estatística - USP, Matemática Aplicada

Trabalho aprovado. Brasil, 24 de novembro de 2012:

Anatoli Iambartsev
Orientador

Professor
Convidado 1

Professor
Convidado 2

Brasil
9 de outubro de 2019

Resumo

Um dos problemas mais comuns em matemática é a busca de soluções que maximizem ou minimizem certa função e temos a disposição diversas formas de resolver que podem ser classificadas em técnicas baseadas em cálculo, aleatórias ou métodos que verificam todo o espaço solução pela melhor delas. Dentre as técnicas aleatórias temos aquelas puramente aleatória como o *random walk* e aquelas consideradas aleatórias guiadas como por exemplo o *simulated annealing* ou resfriamento simulado. No âmbito de sistemas evolutivos, os algoritmos genéticos podem ser classificado também como um método aleatório guiado, onde o estado corrente influencia a próxima escolha para a solução.

O objetivo desse trabalho é verificar e avaliar os algoritmos genéticos, explorando as técnicas e os mecanismos usados nesse método. Para tal será desenvolvido o algoritmo em uma linguagem de programação usando o paradigma de orientação a objetos e aplicá-lo em um problema de busca pela solução ótima, sendo que buscaremos a melhor solução para um modelo de Ising. Com isso poderemos avaliar o funcionamento e performance do método e como os parâmetros utilizados podem influenciar o resultado

Palavras-chave: Algoritmos Evolutivos. Algoritmos Genéticos. Otimização. Programação Orientada a Objetos.

Abstract

This is the english abstract.

Keywords: Evolutionary Algorithms. Genetic Algorithms. Optimization. Object Oriented Programming.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Técnicas de otimização global - (COELLO; LAMONT; VELDHUIZEN, 2007)	22
Figura 2 – Exemplo de reprodução com crossover - (KLUG et al., 2011)	24

Lista de quadros

Quadro 1 – Exemplo de quadro	29
--	----

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas e siglas

SGA	Simple Genetic Algorithm
GA	Genetic Algorithm

Lista de símbolos

Γ	Letra grega Gama
Λ	Lambda
ζ	Letra grega minúscula zeta
\in	Pertence

Sumário

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	Algoritmos evolucionários	21
1.2	Biologia	23
1.3	Algoritmo genético	25
2	ALGORITMOS GENÉTICOS	27
2.1	Fundamentos	27
2.2	Seleção	27
2.3	Crossover	27
2.4	Mutação	27
2.5	Matemática ... achar outro nome para essa seção	27
3	CONTEÚDOS ESPECÍFICOS DO MODELO DE TRABALHO ACADEMICO	29
3.1	Quadros	29
I	RESULTADOS	31
4	CONCLUSÃO	33
	REFERÊNCIAS	35
	APÊNDICES	37
	ANEXOS	39

1 Introdução

1.1 Algoritmos evolucionários

Os algoritmos evolucionários são um subconjunto da computação evolutiva, sendo essa um conjunto de algoritmos para busca de soluções ótimas globais. A computação evolutiva é baseada na evolução das espécies definida na biologia, e assim os algoritmos evolucionários se baseiam em processos encontrados na natureza de seleção, reprodução e mutação das espécies, com o propósito de otimizar a solução para um problema definido.

Um problema de otimização é definido como maximizar, ou minimizar, $f(x)$ sujeito a $g_i(x) \leq 0, i = \{1, \dots, m\}$, e $h_j(x) = 0, j = \{1, \dots, n\}$ com $x \in \Omega$. A solução maximiza, ou minimiza, o escalar $f(x)$ onde x é um vetor com dimensão n , $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ do espaço de soluções Ω . (COELLO; LAMONT; VELDHUIZEN, 2007)

Dessa forma o problema de otimização tem os seguintes componentes:

- Função objetivo $f(x)$: função de avaliação que deve se minimizada ou maximizada;
- As restrições $g_i(x)$ e $h_j(x)$: definem limites para as soluções que são permitidas;
- Espaço de soluções Ω : Conjunto com todas as possíveis soluções para o problema;

De forma mais simplificada podemos escrever o problema de otimização como, sendo Ω o espaço de soluções e a função

$$g : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

e a solução o vetor $x \in \Omega$ tal que

$$\arg \min_{x \in \Omega} g(x)$$

que pode facilmente ser convertido para um problema de maximização usando $-g(x)$

Para atingir esse objetivo os algoritmos evolutivos trabalham com uma população de indivíduos que indicaremos como soluções candidatas para o problema. Baseado na avaliação de cada individuo com relação ao seu ambiente, em nosso contexto a função de avaliação, e usando operadores definidos para seleção e evolução, a população vai sendo modificada até que se atinja um resultado satisfatório para o problema. Assim como no processo de evolução das espécies definidos por Darwin, que introduziu o conceito de seleção natural através da sobrevivência do mais apto, os indivíduos da população que tem melhores avaliações, ou seja, que melhor se adaptam ao ambiente, possuem mais probabilidade de sobrevivência e assim se reproduzirem.

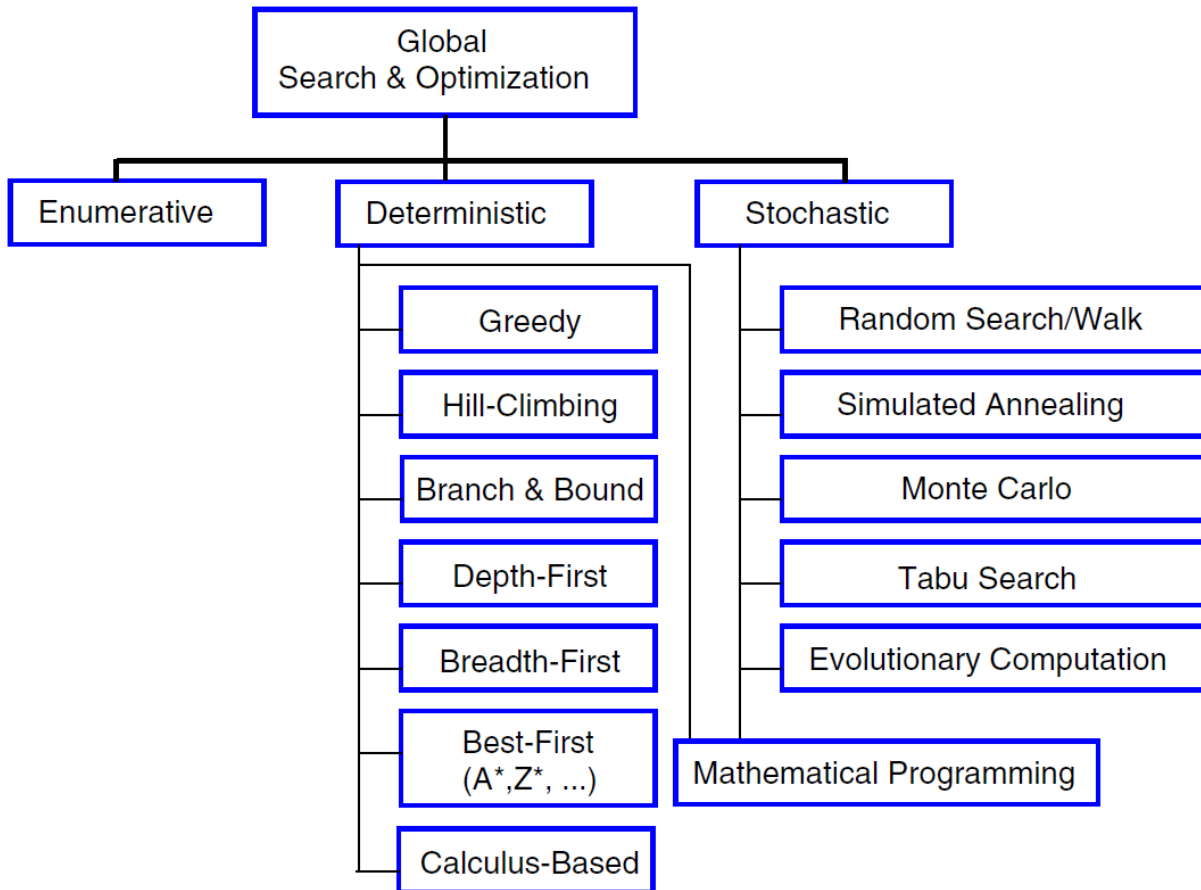


Figura 1 – Técnicas de otimização global - (COELLO; LAMONT; VELDHUIZEN, 2007)

Existem vários métodos para se otimizar um problema conforme pode ser visto na Figura 1. Existem os métodos enumerativos, que se tornam impraticáveis quando o Ω é muito grande, pois o algoritmo deveria testar todas as soluções possíveis. Os algoritmos determinísticos são os mais eficientes em determinadas condições, como por exemplo o comportamento de $f(x)$. Se a função objetivo possui múltiplos máximos (ou mínimos) alguns algoritmos determinísticos, como o *hill-climbing* por exemplo, podem ficar 'presos' em soluções locais e não encontrar a solução global. A última categoria, onde se encontram também os algoritmos evolucionários, são os estocásticos (ou randômicos). Possuem a vantagem de não ficar presos em soluções locais, porém nem sempre obterão a melhor solução.

Dentre a categoria dos métodos estocásticos existem os que são completamente aleatórios, como a busca randômica (ou passeio aleatório), e os que são de alguma forma guiado como o método de Monte Carlo por exemplo. O algoritmo evolucionário se encaixa nessa última definição, onde existem componentes aleatórios atuando na seleção e reprodução dos indivíduos mas de forma guiada pelos resultados da função de avaliação.

De acordo com LINDEN, os AE são **heurísticas**¹ que não asseguram obter o

¹ Heurísticas são algoritmos polinomiais que usualmente tendem a encontrar soluções ótimas ou próximas

melhor resultado possível, e além disso o resultado pode diferir entre as execuções do algoritmo.

Para [SIVANANDAM; DEEPA](#), um algoritmo evolucionário são processos estocásticos e iterativos que operam em um conjunto de indivíduos (população). Cada indivíduo representa uma possível solução para o problema de otimização ou busca, sendo que os parâmetros estão de alguma forma codificados nesses indivíduos. A população inicial é gerada aleatoriamente e são avaliados usando alguma função, que determina o quão bem o indivíduo responde ao problema. Esse valor determina a direção de busca do algoritmo.

1.2 Biologia

A ideia por trás dos algoritmos evolucionários e por consequência do algoritmo genético, é a teoria de evolução das espécies na natureza de **Darwin**, onde a sobrevivência de cada indivíduo é determinada por como ele se adapta ao seu meio. Assim aqueles que conseguiam vantagens sobre os demais por ter uma maior sobrevivência se reproduziam mais, e assim, passavam para as próximas gerações essas características que os diferenciavam. Darwin chamou de seleção natural esse mecanismo da sobrevivência dos mais aptos.

Contudo Darwin não sabia explicar como essa informação era passada dos ancestrais para os descendentes, onde então entram as descobertas de **Mendel**, que através dos conceitos de genética determinava como características eram compartilhadas entre pais e filhos.

A unidade básica de informação é o gene, que é um bloco de sequências de DNA e o conjunto de genes formam o cromossomo. Cada gene tem um *locus*, que define a região dentro do cromossomo onde está localizado, e possui um conjunto de valores possíveis chamados de alelos. Os genes controlam as características do indivíduo, sendo que a expressão dessas no indivíduo é denominada de fenótipo. Assim um conjunto específico de genes define o genótipo do indivíduo que está associado a um fenótipo, que apresenta as características codificadas no genótipo e que podem ser modificadas pelo ambiente.

Organismos com cromossomos combinados em pares são chamados de diplóides em contraste com os que não possuem pares, chamados de haplóides. Na natureza a maioria dos seres mais complexos que se reproduzem sexualmente são normalmente diplóides e possuem um ou mais pares de cromossomos sendo que sua quantidade e tamanho dependem de cada ser vivo.

Durante a reprodução ocorre a transmissão da informação que pode ser de dois tipos: assexuada e sexuada. Na reprodução assexuada, o organismo replica a si mesmo, presente mais em seres simples, não representa tanta diversidade pois como não existe

delas, mas sem garantias

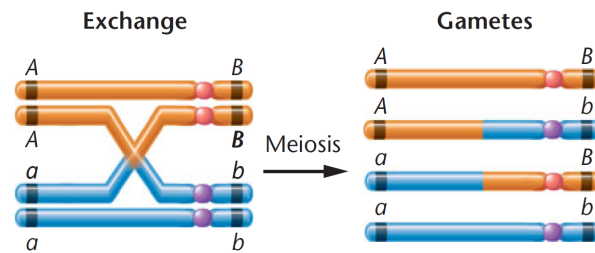


Figura 2 – Exemplo de reprodução com crossover - (KLUG et al., 2011)

combinação de material genético entre dois seres, ocorre apenas a retransmissão de material genético, somente sujeito a alterações por mutação na cópia.

Na reprodução sexuada de seres diplóides, há presença de dois indivíduos que compartilham seu material genético para formar um novo organismo. No início da reprodução, existe a cópia do material genético e recombinação, também chamado de *crossover* (Figura 2). Esse processo é feito com os cromossomos se cruzando, por isso o termo *crossover*, um sobre o outro em um ou mais pontos havendo assim a troca nas sequências de genes. Após feita a recombinação, o material genético é dividido em gametas que então são combinados com os gametas do outro pai para formar novamente um cromossomo diplóide completo, gerando assim os novos indivíduos. Para organismos haplóides é feita apenas a combinação das sequências de cada pai.

Dentro da etapa de replicação do DNA podem ocorrer erros ou alterações influenciadas por fatores externos, gerando assim as mutações. Isso pode ser positivo, negativo ou não influenciar o resultado final, mas é um outro mecanismo que pode determinar a evolução das espécies.

Mendel ainda definiu o conceito de dominância-recessividade em organismos diplóides, assumindo que cada característica é controlada por pares de genes, sendo recebidos um de cada pai. Assim um dos alelos do gene é dominante sobre o outro apresentando a característica final no indivíduo, e outro alelo será considerado recessivo.

Combinando indivíduos que melhor se adaptaram as condições de sobrevivência, provavelmente deve gerar novos indivíduos que tenha características ainda melhores que seus antecessores. O outro caso pode acontecer também e o novo indivíduo ter piores condições de viver, e assim o processo de seleção natural levará esse espécime a extinção favorecendo outros que se sobressaíram na próxima geração.

A evolução então é um processo adaptativo onde através de mutações e recombinação entre os indivíduos, vão surgindo novas gerações que devem apresentar cada vez mais seres que se adaptam cada vez melhor ao ambiente.

1.3 Algoritmo genético

Os algoritmos evolucionários vem sendo estudados a um longo tempo, desde da década de 40 que os cientistas se inspiram na natureza para criar os primeiros passos para a inteligência artificial, passando pela década de 50 onde começam os estudos sobre sistemas adaptativos para gerar soluções candidatas para problemas de difícil solução. (MITCHELL, 1996; LINDEN, 2008)

Alguns autores como MITCHELL, JACOBSON, KWONG; MAN; TANG entre outros citam eu o criador, ou quem primeiro especificou o algoritmo genético (*Genethic Algorithm* ou GA) foi Holland em 1975 no livro "*Adaptation in Natural and Artificial Systems*". Nele Holland formaliza uma estrutura para sistemas adaptativos, e encaixa o GA como uma abstração para a evolução biológica.

Na estrutura criada por Holland para um problema bem posto de adaptação temos:

- $\mathcal{A} = \{\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots\}$ é um conjunto de estruturas do domínio.
- $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots\}$ é um conjunto de operadores para modificar as estruturas de \mathcal{A} . Sendo $\omega \in \Omega$ uma função $\omega : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{P}$ onde \mathcal{P} é uma distribuição de probabilidades sobre \mathcal{A}
- \mathcal{I} é o conjunto de entradas do ambiente
- $\tau : \mathcal{I} \times \mathcal{A} \rightarrow \Omega$ é o plano adaptativo baseado nas entradas e nas estruturas no intervalo de tempo t e determina os operadores a serem aplicados nesse intervalo.

Assim:

$$\tau(\mathcal{I}(t), \mathcal{A}(t)) = \omega_t \in \Omega \text{ e } \omega(t)(\mathcal{A}(t)) = \mathcal{P}(t+1)$$

onde $\mathcal{P}(t+1)$ é uma distribuição particular sobre \mathcal{A} . $\mathcal{A}(t+1)$ é determinado retirando uma amostra aleatória de \mathcal{A} de acordo com essa distribuição. (HOLLAND, 1992)

Ainda define os seguintes itens, \mathcal{T} como o conjunto de planos possíveis (τ), \mathcal{E} como sendo o conjunto de ambientes possíveis e $\mu_E(\mathcal{A}(t))$ como a função de avaliação com $E \in \mathcal{E}$.

Usando essa estrutura com a definição do algoritmo genético dado por Holland

2 Algoritmos Genéticos

2.1 Fundamentos

Lorem ipsum. [Equação 2.1](#)

$$x = y \tag{2.1}$$

2.2 Seleção

2.3 Crossover

2.4 Mutação

2.5 Matemática ... achar outro nome para essa seção

3 Conteúdos específicos do modelo de trabalho acadêmico

3.1 Quadros

Este modelo vem com o ambiente `quadro` e impressão de Lista de quadros configurados por padrão. Verifique um exemplo de utilização:

Quadro 1 – Exemplo de quadro

Pessoa	Idade	Peso	Altura
Marcos	26	68	178
Ivone	22	57	162
...
Sueli	40	65	153

Fonte: Autor.

Este parágrafo apresenta como referenciar o quadro no texto, requisito obrigatório da ABNT. Primeira opção, utilizando `autoref`: Ver o [Quadro 1](#). Segunda opção, utilizando `ref`: Ver o Quadro [1](#).

Parte I

Resultados

4 Conclusão

Referências

COELLO, C. C.; LAMONT, G. B.; VELDHUIZEN, D. A. van. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems (Genetic and Evolutionary Computation)*. New York, NY: Springer, 2007. ISBN 978-0-387-36797-2. Disponível em: <<https://www.amazon.com/Evolutionary-Algorithms-Multi-Objective-Problems-Computation-ebook/dp/B00DZ75DNE?SubscriptionId=AKIAIOBINVZYXZQZ2U3A&tag=chimbori05-20&linkCode=xm2&camp=2025&creative=165953&creativeASIN=B00DZ75DNE>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 21 e 22.

HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. 2. ed. Cambridge, MA: MIT Press Ltd, 1992. ISBN 0262581116. Disponível em: <https://www.ebook.de/de/product/2864942/john_h_holland_adaptation_in_natural_and_artificial_systems.html>. Citado na página 25.

JACOBSON, B. K. L. *Genetic Algorithms in Java Basics*. New York, NY: Springer-Verlag GmbH, 2015. Disponível em: <https://www.ebook.de/de/product/25481443/lee_jacobson_burak_kanber_genetic_algorithms_in_java_basics.html>. Citado na página 25.

KLUG, W. S. et al. *Concepts of Genetics*. São Francisco, CA: Benjamin Cummings, 2011. ISBN 978-0-321-72412-0. Disponível em: <<https://www.amazon.com/Concepts-Genetics-William-S-Klug/dp/0321724127?SubscriptionId=AKIAIOBINVZYXZQZ2U3A&tag=chimbori05-20&linkCode=xm2&camp=2025&creative=165953&creativeASIN=0321724127>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 24.

KWONG, S.; MAN, K.-F.; TANG, K.-S. *Genetic Algorithms*. London: Springer London, 2001. ISBN 1852330724. Disponível em: <https://www.ebook.de/de/product/3753808/sam_kwong_kim_fung_man_kit_sang_tang_genetic_algorithms.html>. Citado na página 25.

LINDEN, R. *Algoritmos Genéticos*. 2. ed. Rio de Janeiro: Brasport, 2008. ISBN 978-8574523736. Citado na página 22.

MITCHELL, M. *An Introduction to Genetic Algorithms (Complex Adaptive Systems)*. 1. ed. Cambridge, MA: The MIT Press, 1996. ISBN 0262133164. Disponível em: <<https://www.amazon.com/Introduction-Genetic-Algorithms-Complex-Adaptive/dp/0262133164?SubscriptionId=AKIAIOBINVZYXZQZ2U3A&tag=chimbori05-20&linkCode=xm2&camp=2025&creative=165953&creativeASIN=0262133164>>. Citado na página 25.

SIVANANDAM, S.; DEEPA, S. N. *Introduction to Genetic Algorithms*. New York, NY: Springer, 2007. ISBN 978-3-540-73189-4. Disponível em: <<https://www.amazon.com/Introduction-Genetic-Algorithms-S-N-Sivanandam/dp/354073189X?SubscriptionId=AKIAIOBINVZYXZQZ2U3A&tag=chimbori05-20&linkCode=xm2&camp=2025&creative=165953&creativeASIN=354073189X>>. Citado na página 23.

Apêndices

Anexos

