선형대수 및 프로그래밍

강의소개

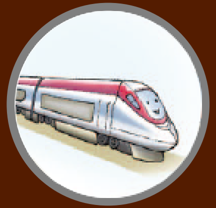
개요

- 강의자: 신지선 jsshin@sejong.ac.kr 정보보호학과 교수
- 과목명: 선형대수 및 프로그래밍
- 집현캠퍼스 (https://ecampus.sejong.ac.kr)
  - E-campus 공지사항 (공지사항 자주 확인. 수업시간 공지사항과 같은 효력)
  - 블랙보드 종료됨
- 교재
  - 선형대수학 express, 김대수저, 생능출판

개정판

LINEAR ALGEBRA

선형대수학 Express



Express Train to the Linear Algebra World

성적평가

- 환산율
  - 중간고사 30%, 기말고사 40%, 수시평가및과제 15%, 출석 15%
- 일정
  - 중간고사: 중간고사주 월요일 10월23일 수업시간
  - 기말고사: 기말고사주 월요일 12월18일 수업시간
- 절대평가
  - 환산율에 의한 환산총점이 95점이상 A+, 85점이상 A, 75점이상 B+, 65점이상 B, 55점이상 C+, …
    - 단, 학교의 상대평가 비율 규정 제한에 따라서 A는 상위 35%이내, B는 상위 75%이내를 만족해야함
  - 출석일수를 채우지 못하면 FA
    - 학기의 ¼ 이상 결석은 **FA**

부정행위 방지

- **중간/기말 고사** 부정행위시 **F (학사 경고, 부정행위로 인한 학사 경고는 2회시 재적)**

과제

- 과제 수행은 거의 매주 실시함
- 과제 유형: 일반과제, 온라인 과제
- 일반과제는 스스로 종이 혹은 워드/한글 등 워드프로세서로 풀이하고 풀이를 pdf 파일로 전환하여 업로드 함. 종이에 풀이한 것을 사진으로 찍은 경우에도 프린트를 통해서 pdf로 전환이 가능함. (꼭 pdf 파일 형식으로 업로드할 것)
- 일반과제는 풀이 업로드와 스스로 채점한 결과 업로드를 하나의 세트로 하여 점수화 함 (다음장 이어서 설명)
- 온라인 과제는 e-campus에서 직접 풀이 과제. 자동 채점됨 점수로 점수화
- 모든 과제는 기한이 지나면 링크가 사라지므로 기한 내에 풀이함.

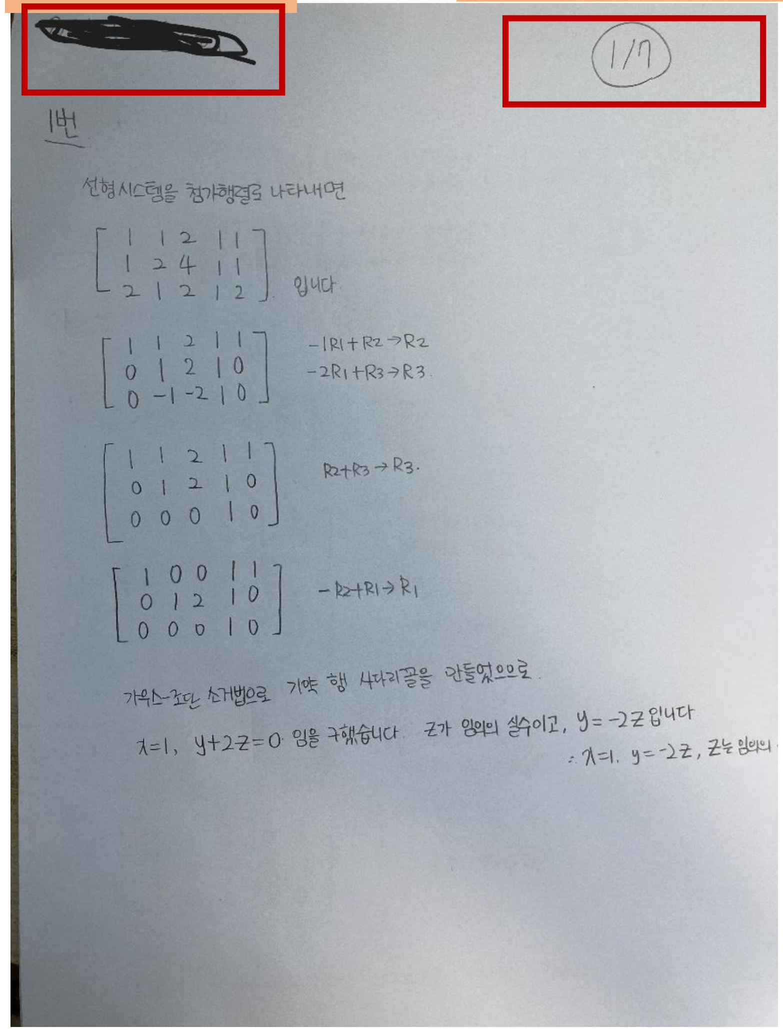
일반과제

- 일반과제는 스스로 채점하는 방식으로 하여 과제 채점에 대한 점수가 아닌 한 과제당 on/off 형식으로 점수를 부여함.
- 과제수행방식
  - 과제 부여됨. 과제를 수행하고 수행한 파일을 pdf로 올림
  - 마감 이후에는 과제를 받지 않음
  - 수업에서 과제에 대한 풀이를 확인
  - 자신이 수행하고 과제를 출력한 후 풀이를 보면서 스스로 빨간펜으로 수행한 과제를 채점한 뒤 틀렸거나 못풀었던 문제는 빨간색으로 다시 풀이한뒤 스캔하여 pdf 파일로 다시 올림
    - 워드프로세서 사용시 빨간폰트를 사용
    - 풀이는 온라인으로 업로드 되거나 수업시간에 진행. <u>온라인으로 풀이 영상을 듣는 것도 숙제 중 하나임</u>
- 즉, 한 과제에 대해서 두번 (과제수행, 채점) 파일을 올려야 과제를 완료한것으로 간주

일반과제 예시

학번 이름

현재page/전체page수



[redacted] 1/7

1번

선형시스템을 첨가행렬로 나타내면

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{array}\right]$$ 입니다

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right]$$ $-1R_1+R_2 \to R_2$, $-2R_1+R_3 \to R_3$

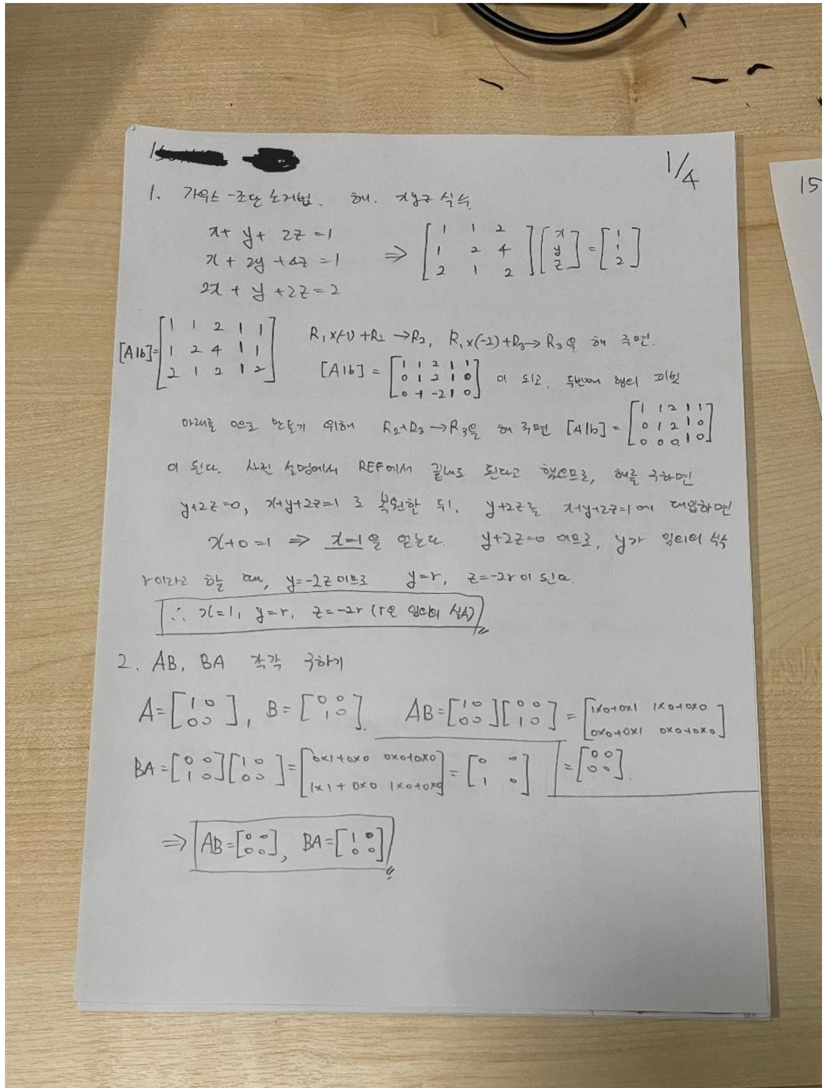
$$\left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$$ $R_2+R_3 \to R_3$

$$\left[\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right]$$ $-R_2+R_1 \to R_1$

가우스-조단 소거법으로 기약 행 사다리꼴을 만들었으므로

$x=1$, $y+2z=0$ 임을 구했습니다. z가 임의의 실수이고, $y=-2z$ 입니다

$\therefore x=1,\ y=-2z$, z는 임의의



[redacted] 1/4

1. 가우스-조단 소거법.

$x+y+2z=1$, $x+2y+4z=1$, $2x+y+2z=2$ $\Rightarrow$ $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

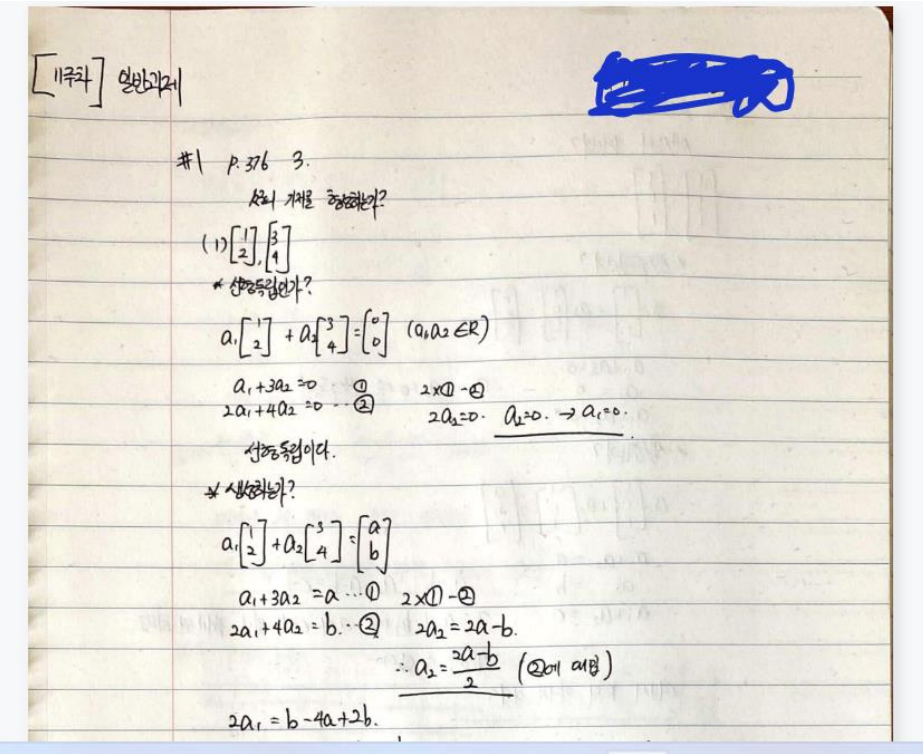
2. AB, BA 각각 구하기

$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \boxed{AB=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\ BA=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}$

일반과제

- 꼭 종이에 손으로 풀거나 전자기기 사용시 전자펜은 허용
- <u>워드프로세서 타이핑은 0점처리</u>



[11주차] 일반과제 [redacted]

#1 p.376 3.

S의 기저를 형성하는가?

(1) $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$

* 선형독립인가?

$a_1\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ $(a_1, a_2 \in R)$

$a_1 + 3a_2 = 0$ ⋯ ①　　$2\times$① − ②

$2a_1 + 4a_2 = 0$ ⋯ ②　　$2a_2 = 0.$ $\underline{a_2 = 0. \rightarrow a_1 = 0.}$

선형독립이다.

* 생성하는가?

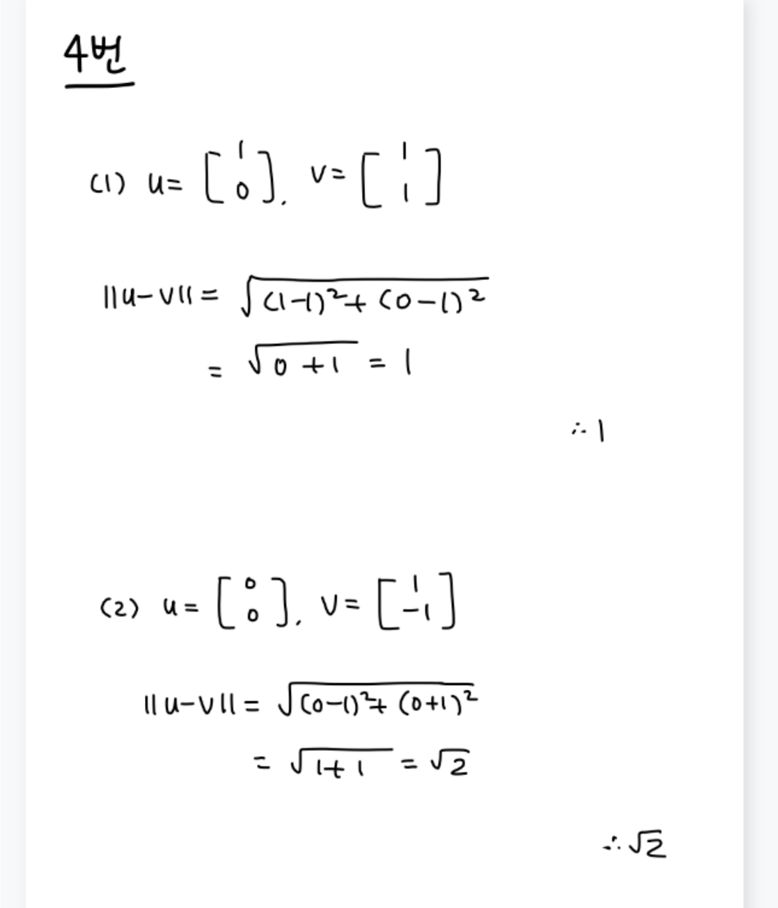
$a_1\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$

$a_1 + 3a_2 = a$ ⋯ ①　　$2\times$① − ②

$2a_1 + 4a_2 = b$ ⋯ ②　　$2a_2 = 2a - b.$

$\underline{\therefore a_2 = \frac{2a-b}{2}}$ (②에 대입)

$2a_1 = b - 4a + 2b.$



4번

(1) $u = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, $v = \begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$

$\|u-v\| = \sqrt{(1-1)^2 + (0-1)^2}$

$= \sqrt{0+1} = 1$

$\therefore 1$

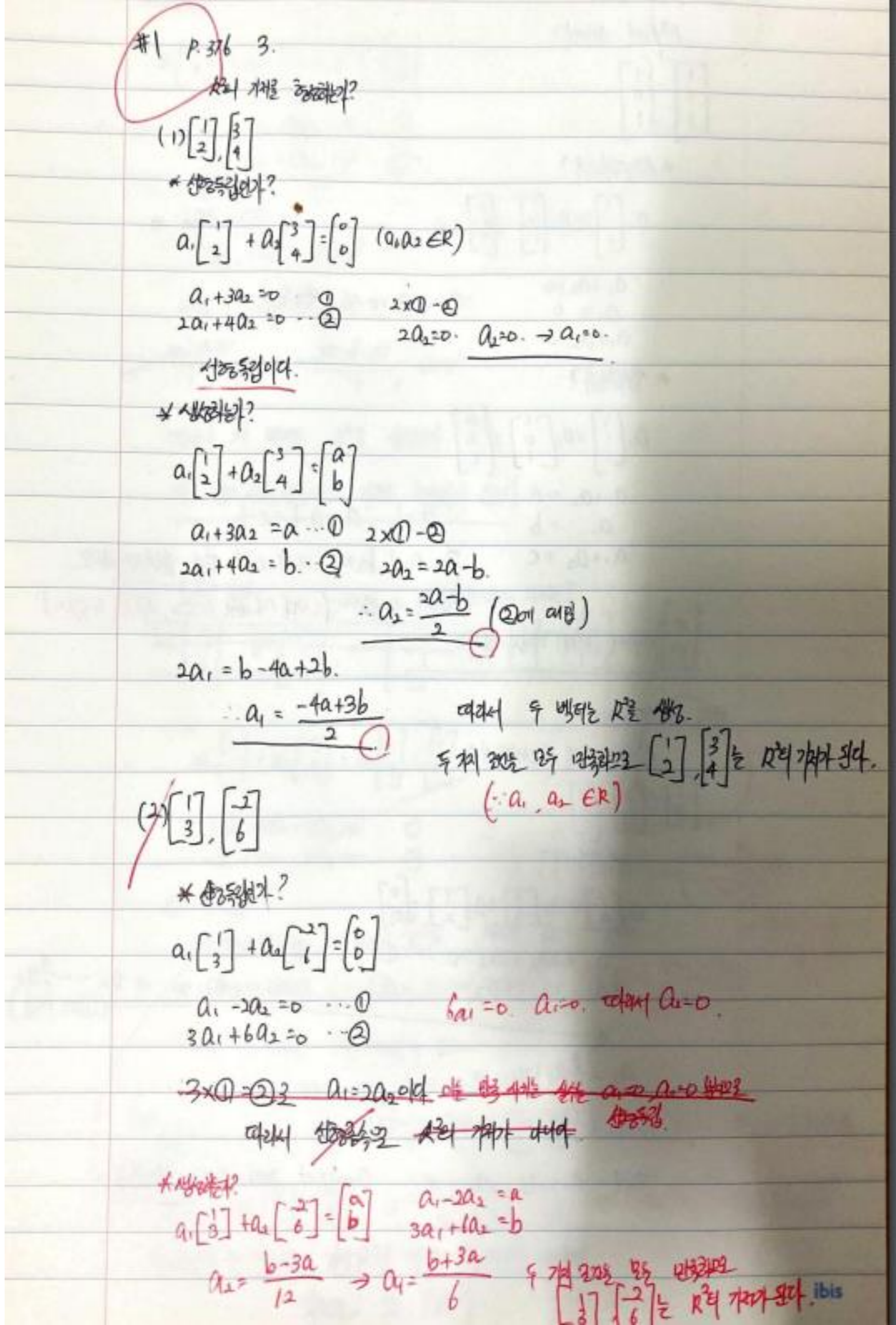
(2) $u = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$, $v = \begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$

$\|u-v\| = \sqrt{(0-1)^2 + (0+1)^2}$

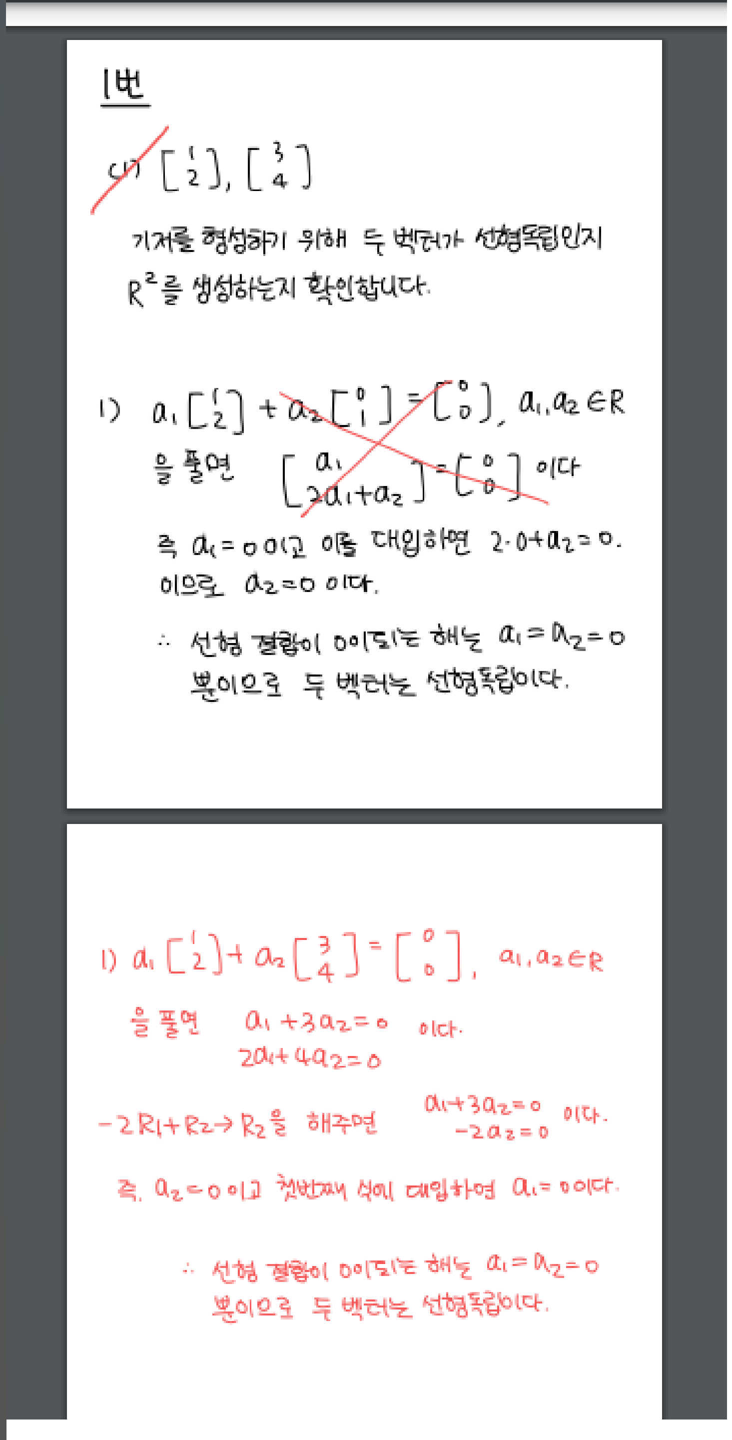
$= \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\therefore \sqrt{2}$

자가채점 예시



#1 P.376 3.
R^2의 기저를 형성하는가?
(1) $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$
* 선형독립인가?
$a_1\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ $(a_1, a_2 \in R)$
$a_1 + 3a_2 = 0$ … ①
$2a_1 + 4a_2 = 0$ … ②
$2\times① - ②$
$2a_2 = 0$. $a_2 = 0$. $\rightarrow a_1 = 0$.
선형독립이다.
* 생성하는가?
$a_1\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$
$a_1 + 3a_2 = a$ … ①
$2a_1 + 4a_2 = b$ … ②
$2\times① - ②$
$2a_2 = 2a - b$.
$\therefore a_2 = \frac{2a-b}{2}$ (②에 대입)
$2a_1 = b - 4a + 2b$.
$\therefore a_1 = \frac{-4a+3b}{2}$
따라서 두 벡터는 R^2를 생성.
두 가지 조건을 모두 만족하므로 $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$는 R^2의 기저가 된다.
($\because a_1, a_2 \in R$)
(2) $\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}-2\\6\end{bmatrix}$
* 선형독립인가?
$a_1\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix}-2\\6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$
$a_1 - 2a_2 = 0$ … ①
$3a_1 + 6a_2 = 0$ … ②
$6a_1 = 0$. $a_1 = 0$. 따라서 $a_2 = 0$.
$-3\times① = ②$ $a_1 = 2a_2$이다 ~~이를 만족시키는 해는 $a_1 = a_2 = 0$ 뿐이므로~~ 선형독립
따라서 ~~선형종속~~ ~~R^2의 기저가 아니다~~
* 생성하는가?
$a_1\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix}-2\\6\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix}$
$a_1 - 2a_2 = a$
$3a_1 + 6a_2 = b$
$a_2 = \frac{b-3a}{12}$ → $a_1 = \frac{b+3a}{6}$
두 가지 조건을 모두 만족하므로 $\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}-2\\6\end{bmatrix}$는 R^2의 기저가 된다.



1번
(1) $\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix}$
기저를 형성하기 위해 두 벡터가 선형독립인지
R^2을 생성하는지 확인합니다.
1) $a_1\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$, $a_1, a_2 \in R$
을 풀면 $\begin{bmatrix}a_1\\2a_1+a_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$ 이다
즉 $a_1 = 0$이고 이를 대입하면 $2\cdot0 + a_2 = 0$.
이므로 $a_2 = 0$ 이다.
∴ 선형 결합이 0이되는 해는 $a_1 = a_2 = 0$
뿐이므로 두 벡터는 선형독립이다.
1) $a_1\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix}3\\4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$, $a_1, a_2 \in R$
을 풀면 $a_1 + 3a_2 = 0$, $2a_1 + 4a_2 = 0$ 이다.
$-2R_1 + R_2 \rightarrow R_2$을 해주면 $a_1 + 3a_2 = 0$, $-2a_2 = 0$ 이다.
즉, $a_2 = 0$이고 첫번째 식에 대입하여 $a_1 = 0$이다.
∴ 선형 결합이 0이되는 해는 $a_1 = a_2 = 0$
뿐이므로 두 벡터는 선형독립이다.

일반과제

- 수학문제이므로 풀이과정이 없이 답만있는 문제풀이는 안푼 것으로 간주. 풀이 과정이 필요없는 경우 제외

- 일반과제의 비중은 온라인 과제의 비중보다 큼
  - 일반과제에서의 1점은 온라인과제의 2점으로 점수화됨

일반과제

	기한내 미제출	기한내 과제 파일 제출	기한내 과제 채점 파일 제출	과제당 총점
부여점수	0	5	5	10

감점요인:

1. pdf 형식이 아닌경우 -1점씩
   - 과제파일, 채점파일 각각 -1점
2. 전체 문제를 풀지 않은 경우
   - 5*(풀이한문제/전체문제수) 로 점수 부여
3. 전체문제를 채점하지 않은 경우
   - 5*(채점및재풀이한 문제수/전체문제수)로 점수부여
   - 즉, 과제 제출시 풀이하지 못한 문제도, 채점시에 풀이를 보고 풀어서 제출하면 채점에서는 점수를 부여함.

온라인과제 예시

2. 참/거짓: 합성변환에서 변환의 순서는 바뀌어도 같은 합성변환이다.

문제	합성변환에서 변환의 순서는 바뀌어도 같은 합성변환이다.
답	참 ✔ 거짓

3. 참/거짓: 함수 f가 정의역의 모든 서로 다른 원소에 대해서 함수값(이미지)가...

문제	함수 f가 정의역의 모든 서로 다른 원소에 대해서 함수값(이미지)가 서로 다르면 단사함수라고 한다.
답	✔ 참 거짓

4. 참/거짓: 공변역(codomain)과 치역(range)가 달라도 전사함수가 될...

문제	공변역(codomain)과 치역(range)가 달라도 전사함수가 될 수 있다.
답	참 ✔ 거짓

질문

- jsshin@sejong.ac.kr 혹은 jsshin.sejong@gmail.com
- 수업관련 질문 주저하지 말고 합니다.
- 소통이 중요합니다.
- 수업내용 질문 외 불편사항 등 이메일로 연락하거나 이메일로 면담 요청하도록 합니다.
- E-campus의 공지사항을 자주 확인하도록 합니다.