

《资本论》中图模型的现代 数理分析和计量分析

吴忠明^{* 1}

当前，数学已经成为具体化、形象化、定量化经济理论的重要工具，西方经济学在这方面走在了马克思主义政治经济学的前列。马克思主义政治经济学应学习和吸收现代数学和经济数学的知识来获得发展。

“摆在面前的对象，首先是物质生产（马克思，2009a，第5页）。”马克思主义政治经济学数学化遇到的首要问题是生产的数学化，因此我们必须研究西方经济学的生产函数。生产函数能不能反映生产呢？生产函数都为等式，例如： $Q = f(L, K)$ 。《资本论》中的等式反映价值，以此可以认为： Q 的价值和用 L 与 K 生产 Q 时劳动创造的价值相等（还要加上劳动转移的价值）。^① 并且，生产过程不能和生产结果划等号。因为等号满足交换律 [$Q = f(L, K)$ 也就是 $f(L, K) = Q$]，它掩盖了生产的先后秩序和因果秩序。生产函数不能反映质变的生产，仅反映数量关系，它要反映生产必须去除等号。

一、《资本论》中生产图模型的现代发展

“历史是不能靠公式来创造的（马克思，2009b，第624页）。”用数学反映生产不是从数学原则或公式公理出发，而是从生产出发，看看生产需要什么样的数学。马克思对生产有完全不同于西方经济学的表达，

$$\text{即: } W < \frac{A}{P_m} \cdots P \cdots W' \quad (1)$$

怎样用数学反映生产图呢？至少有五点。

第一，生产图表现了生产的转化和质变，这可以由除法来反映。比如分数

* 吴忠明，中共广东省委党校。

① 按照这种相等观，我们还可以对数学中的等式提出新的认识：与 $1+1$ 相等的只能是 $1+1$ ，而不是 2 。

$3/4$ 表示量变小， $3/4$ 乘以 5 表示转化使 5 变小为多少；速度 $3m/4s$ 表示时间转化为空间， $3m/4s$ 乘以 5s 表示转化使 5s 的时间变为多少位移。 W' 相对于 W 是异质对象，这用不同量纲来反映即可。于是有：

$$W' / W \quad (2)$$

其中， W 是转化前提； W' 是转化结果；“ $/$ ”是转化过程。

第二，生产图中有劳动力 A 和生产力 Pm 的结合，乘法反映这点。 A 和 Pm 起初是分离的，经过生产变成一个整体 W' ，这之间必然发生两种力量的结合。^①“进行生产的只有劳动（马克思，2009a，第 175 页）。” A 和 Pm 不会自动结合，只能是劳动对它们结合。因此有：

$$A \cdot Pm \text{ 或 } ALPm$$

其中， A 和 Pm 是结合前提；“ \cdot ”或 L 是结合过程。乘法和除法有关联。其一，除法也是结合：劳动将 W 和 W' 结合在一起。 W'/W 可记为： $W \cdot W'$ 或 WLW' 。其二，除法中有乘法，生产图加入结合后有了两个转化： $(A \cdot Pm) / \{A, Pm\}$ 和 $W' / (A \cdot Pm)$ 。

乘法和除法也有区别。除了反映的内容不同外，表现转化的乘积有先后秩序，不满足交换律： $W \cdot W' \neq W' \cdot W$ 。而表现结合的没有秩序，满足交换律： $A \cdot Pm = Pm \cdot A$ 。

第三，生产图是增质过程， W' 包含 A 、 Pm 和 L ， W' 的质比 A 、 Pm 或 L 多。生产图模型中要包含累积质的算法，这点能由乘法的指数函数形式来反映：

$$ALPm = A^{\log_A A + \log_A L + \log_A Pm} \text{ 或 } L^{\log_L A + \log_L Pm} \text{ 或 } Pm^{\log_{Pm} A + \log_{Pm} L + \log_{Pm} Pm}$$

$$\text{现在有: } \{A, Pm, L\} \rightarrow ALPm \rightarrow \{A^x, Pm^y, L^z\} \quad (3)$$

其中， x 是劳动将自身和 Pm 的特性赋予 A 使 A 发生的质变；^② y 是劳动将自身和 A 的特性赋予 Pm 使 Pm 发生的质变； z 是劳动吸收 A 和 Pm 的特性后发生的质变。指数函数也反映转化的增质：

$$\{W, L, W'\} \rightarrow WLW' \rightarrow \{W^a, L^b, W'^c\}$$

其中有个特殊过程： $W' \rightarrow W'^c$ 。劳动结果出现在劳动前提中，^③ 并且它在劳动中也发生质变，这能反映观念的劳动成果和实现的劳动成果不同。另外，反映转化的乘法变为指数函数后，其指数中的加法不满足交换律，而反映结合的满足。这个性质源于两种乘法的不同。现在可得生产图模型：

图 1 表明生产过程（ $ALPm$ ） LW' 把各个生产前提转化为相应生产成果。生产成果间性质不同，但它们都源自同一个生产过程。

^① 对此马克思指出：“不论生产的社会的形式如何，劳动者和生产资料始终是生产的因素。但是，二者在彼此分离的情况下只在可能性上是生产因素。凡要进行生产，它们就必须结合起来。”（马克思，2009g，第 44 页）

^② “个人在生产过程中发展自己的能力”（马克思，2009a，第 14 页）。

^③ “劳动过程结束时得到的结果，在这个过程开始时就已经在劳动者的表象中存在着，即已经观念地存在着（马克思，2009c，第 208 页）。”

$$\{A, L, Pm, L, W'\} \rightarrow (ALPm) LW' \rightarrow \{A^\alpha, Pm^\beta, W'^\rho, L^\gamma, L^\lambda\}$$

图1 生产图模型

第四，排列组合反映生产的选择和多样性。图1中显示静态的对象A、Pm和W'限定动态的生产L和L，使它们成为有限的生产过程L^γ和L^λ。而生产既能把A、Pm和W'发展为A^α、Pm^β和W'^ρ又能对它们进行多样性的发展。将图1进行扩展，第一轮生产使A和Pm变化生成A₁和Pm₁，加上W'，于是第二轮生产的起始条件多了三个，由此形成的新生产、新劳动力、新生产力和新产品就更多样：

$$\begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{l} A \\ Pm \\ W' \\ A_1 \\ Pm_1 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} W_1/\{A, Pm_1\} \\ W_2/\{A_1, Pm_1\} \\ W_3/\{A_1, W'\} \\ W_4/\{A, A_1, Pm_1, W'\} \\ \dots \dots \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} W_1, W_2, \dots \\ A'_1, A'_2, \dots \\ Pm'_1, Pm'_2, \dots \end{array} \right\} \end{array}$$

图2 生产图扩展

第五，无限集合反映生产的无限。“劳动是积极的、创造性的活动（马克思，2009a，第177页）。”把生产（图2中的除式集合）和自然数集建立起一一对应的关系，就会发现生产是无穷集合。无论自然数取多大，通过劳动的创造总能找到新生产与之对应。实际上，生产图内就包含了无限，这由结合的乘法表明。结合过程ALPm中不仅有A和Pm的结合，也有A和L、Pm和L的结合，这种结合仍旧是劳动引起的结合，即：

$$AL_{11}LL_{12}Pm \quad (4)$$

式(4)又包含新的结合：AL₂₁L₁₁L₂₂LL₂₃L₁₂L₂₄Pm，如此等等。转化也有WL₁₁LL₁₂W'等。二者都是自动的无限过程。生产的无限性使其中每个要素都获得无限发展（指数中加项无限增加）。

生产图只反映生产或生产消费或劳动，没有生活消费。从劳动力A的来源看会发现生活消费。马克思指出生产和消费同一：“生产直接是消费，消费直接是生产。每一方直接是它的对方（马克思，2009a，第15页）。”因此有两类生产或消费：劳动（生产消费）和“消费的生产”^①（生活消费）。人是这两类生产或消费的产物。现在得生活消费图：

^① “消费直接也是生产，正如自然界中元素和化学物质的消费是植物的生产一样。例如，在吃喝这一种消费形式中，人生产自己的身体，这是明显的事。而对于以这种或那种方式从某一方面生产人的其他任何消费方式也都可以这样说。消费的生产（马克思，2009a，第14页）。”

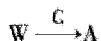


图3 生活消费

既然生活消费也是生产，那么其数学式与生产图一样。而生产图也丰富了，起初它只是劳动，现在发展出生活消费，例如：

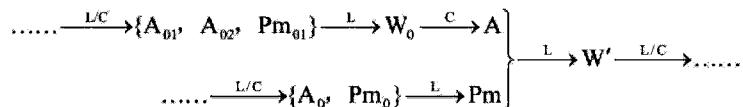


图4 劳动——生活消费的发展

这里我们得到由劳动和生活消费构成的生产网络，其中有一个结点集合 N ：

$$\{A_0, A_1, \dots; Pm_0, Pm_1, \dots; W_0, W_1, \dots\}$$

N 既是生产创造的结果，也是新生产得以进行的前提。连接 N 中结点的网络连线是劳动和生活消费的一个集合 LC：

$$\{L_0, L_1, \dots; C_0, C_1, \dots\}$$

综上所述，本文用数学中的除法、乘法、计数、排列组合和无穷集合等反映生产图 N_{LC} 。 N_{LC} 由网络式乘法来数学化，例如： $\dots (AL_1Pm) L_2W'CA_1\dots$ 。而五种算法又可通过乘法统一为指数函数： X^x 。 X^x 是 N_{LC} 的数学表现，其中 X 是 NLC 中任意一个对象或片段，它有限；而 x 反映 NLC 整体，它无限。各种生产函数去掉等号后可以在一定程度上反映生产，并且都可以化为指数函数形式。但是，它们都只是对生产某一方面的反映，没有认识到消费也是生产，更没有认识到生产最主要的特征：质变和无限。

二、《资本论》中分配图模型的现代发展

生产创造出财富后要进行分配，在市场中，财富的分配通过竞争来实现，那如何用数学反映市场竞争呢？《资本论》的图用加法表示社会财富的分配。不过，这种加法仅反映分配结果，不反映分配过程。例如“ $4000c + 1000v + 1000m$ ”，只用集合 $\{4000c, 1000v, 1000m\}$ 就能表示。加法犹如量的流通管道，去掉它后量就不能在各竞争主体间流通了。

那如何用数学表示分配过程呢？计量经济学的加法模型提供了启发：

$$y = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_k x_k + \varepsilon = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 x_1 + \cdots + \hat{\alpha}_k x_k + e$$

它反映两点。其一，各个解释变量和扰动项有共同点，即占有 y 。其二，它表现各个 x 之间以及 x 和 ε 之间互相竞争 y 的行为。但是，计量经济学没有看到除法结构的待估参数存在通约问题：“不同物的量只有作为同一单位的表现，才

是同名称的，因而是可通约的。”（马克思，2009c，第63~64页）所以，我们建立新的加式：

$$y \rightarrow \beta_0 y + \beta_1 y + \cdots \rightarrow \{\beta_0 y, \beta_1 y, \dots\} \text{ 或 } \{y_0, y_1, \dots\}$$

图5 分配图模型

分配过程为 $\sum \beta_i y$ ，除式 β_i 表示总量到分量的数量转化，集合 $\{\dots\}$ 表示分配结果。注意到图5没有等号，这里区分了变量和常量。变量中的数量有变化过程：量变。可用一个数值序列来表示，比如“1, 2, 3, 4, …”。而常量是一个没有变化的数值，比如3。变量中的数量有加减乘除等关系，常量没有量变，谈不上数量关系。因此，变量和常量是性质不同的量，它们的相互转化是质变，不能建立相等关系，也不能比大小和相互加减。所以，分配对象 y 与分配结果 $\{\dots\}$ 和分配过程 $\sum \beta_i y$ 都没有相等关系，也没有大小关系。现在可得价值竞争图模型：

$$v \rightarrow \sum v_i v \rightarrow \{v_0 v, v_1 v, \dots\}$$

图6 价值竞争模型

其中， $\sum v_i v$ 是变量；竞争对象 v 和竞争结果 $\{v_0 v, v_1 v, \dots\}$ 是常量。如同生产过程一样，量变过程 $\sum v_i v$ 也是转化，它将一种形式的常量 v 转化为另一形式的常量 $\{\cdot\}$ ，可记为： $\{\cdot\}/v$ ，其中“/”指代 $\sum v_i v$ ； $\{\cdot\}/v$ 不是和生产一样的质变过程。

竞争图模型只是从数学和计量经济学来认识数量的分配，要想把它吸收为马克思主义政治经济学的内容还须将其根植于《资本论》。《资本论》中加式出现之前出现的数学式是反映交换的等式，加式和等式有共同点，只有同质对象才能相等相加。《资本论》的加式源于等式，等式发展到加式反映了价值的存在、货币的出现和竞争等抽象到具体的过程。

两种商品 W_1 和 W_2 ，作为使用价值不等： $W_1 \neq W_2$ ；作为价值相等： $W_1 = W_2$ 。两式不能同时成立，只能视为过程或先后顺序。既相等又不相等产生运动：

$$W_1 \Rightarrow W_2 \tag{5}$$

式(5)相当于《资本论》中分析的“20码麻布=1件上衣”，它表示的过程：先生产出使用价值后才能交换使用价值。在交换中， W_1 是起主动作用的相对价值形式， W_2 是起被动作用的等价形式。交换前不同质，交换后同质。因此 $W_1 \Rightarrow W_2$ 不是表现劳动的质变特性，而是表现异质对象的同质化。但这种质既不是 W_1 作为使用价值的质，也不是 W_2 作为使用价值的质，否则 $W_1 \Rightarrow W_2$ 就是 $W_1 \Rightarrow W_1$ 或 $W_2 \Rightarrow W_2$ 。因此该质区别于 W_1 和 W_2 又为它们共有，它就是决定抽象

劳动或价值的 N_{LC} 。

随 N_{LC} 发展，种数增加的产品扩展了 W_1 的交换空间： $W_1 \Rightarrow \{W_2, W_3, W_4, \dots\}$ 。但“如果每一个商品的相对价值都表现在这个扩大的形式中，那么，每一个商品的相对价值形式都是一个不同于任何别的商品的相对价值形式的无穷无尽的价值表现系列（马克思，2009c，第 80 页）。”即：

$W_1 \Rightarrow \{W_2, W_3, W_4, \dots\}$ ； $W_2 \Rightarrow \{W_1, W_3, W_4, \dots\}$ ； $W_3 \Rightarrow \{W_1, W_2, W_4, \dots\}$ ；……

这引起新矛盾，现举例分析：

① $W_1 \Rightarrow \{W_2, W_3\}$ ；② $W_2 \Rightarrow \{W_1, W_3\}$ ；③ $W_3 \Rightarrow \{W_1, W_2\}$

“同一个商品在同一个价值表现中，不能同时具有两种形式。”（马克思，2009c，P63）因此，这三个转化不能同时发生，只能发生其中一个或两个。

第一种情况，如果发生①，则②和③就不能发生，即 W_2 和 W_3 不能作为相对价值形式存在。若 W_2 和 W_3 要和其他商品交易，那就是另外时间下的交易或不同时的交易。同理，②与①③矛盾，③与①②矛盾。矛盾只让一个转化留下。但这个转化还只是个体和个体间行为排斥的结果，而且结果本身也只是表明个体行为，这都没表明价值是对所有劳动产品的同质化或社会存在。

第二种情况，如果同时发生①和②，那就只能实现 $W_1 \Rightarrow W_3$ 和 $W_2 \Rightarrow W_3$ 。同理，①和③只能实现 $W_1 \Rightarrow W_2$ 和 $W_3 \Rightarrow W_2$ ，②和③只能实现 $W_2 \Rightarrow W_1$ 和 $W_3 \Rightarrow W_1$ 。于是每两个转化都和其他转化矛盾。矛盾只让两个转化留下。假设留下的是②和③，它们相互作用得： $\{W_2, W_3\} \Rightarrow W_1$ 。社会行为出现了， W_2 和 W_3 不约而同地化为 W_1 。当除 W_1 外的商品都这样做时， W_1 就被固定为一般等价物：

$$\{W_2, W_3, \dots\} \Rightarrow W_1 \quad (6)$$

式(6)还含有矛盾，所有商品的价值都能同时表现，唯独 W_1 的不能，这就需要最一般的价值表现——货币，它真正使所有商品的价值同时表现出来：

$$\{W_1, W_2, W_3, \dots\} \Rightarrow G$$

v 的具体形态和所有使用价值同质化的结果就是 G 。于是，在“ $v \rightarrow \sum v_i v \rightarrow \{v_0 v, v_1 v, \dots\}$ ”中 v 通过 G 体现出来了。但是，加法的“分”和 $v_0 v, v_1 v$ 等还没体现。 $\{W_1, W_2, W_3, \dots\} \Rightarrow G$ 实际上只是交换的第一个环节“卖”，它和买形成完整的交换：

$$\{W_1, W_2, W_3, \dots\} \Rightarrow G \Rightarrow \{G_1, G_2, \dots\} \Rightarrow \{W_1, W_2, W_3, \dots\} \quad (7)$$

式(7)包含以下三个部分：

图 7 表达 $\{W_1, W_2, W_3, \dots\} \Rightarrow G$ ，即货币的形成。图 8 表达 $G \Rightarrow \{G_1, G_2, \dots\}$ ，即货币的分配。图 9 是例举的一个买环节，表达 $\{G_1, G_2, \dots\} \Rightarrow \{W_1, W_2, W_3, \dots\}$ ，这也是货币的分配。

货币的“分”发生在流通领域中。“这个领域是一个竞争的领域，就每一个别情况来看，在这个领域中是偶然性占统治地位（马克思，2009d，第 938

页)。”商品经过竞争过程才转化为货币:

W_2

↓

$W_1 \rightarrow G \leftarrow W_3$

↑

...

G_2

↑

$G_1 \leftarrow G \rightarrow G_3$

↓

...

图7

图8

图9

$$G \rightarrow g_1G + g_2G + \dots \rightarrow \{g_1G \quad g_2G \quad \dots\} \text{ 或 } \{G_1 \quad G_2 \quad \dots\}$$

图 10

图 10 是图 8 的具体化, 表达了不同市场间的竞争。竞争不只使每个市场中货币量变化, 还使某些市场消失, 例如:

$$G \rightarrow g_1G + g_2G + g_3G \rightarrow \{g_1G \quad g_2G\}$$

这表示竞争结果只有两种商品的市场留下。此外同一市场中生产者间也有竞争, 例如, 在图 10 中形成的一个网络分支: $g_2G \rightarrow g_{21}(g_2G) + g_{22}(g_2G) + g_{23}(g_2G) + g_{24}(g_2G)$, 这是商品 2 的四个生产者的竞争活动。市场间和市场内的竞争交织在一起会形成复杂的线性结构。

图 9 的“分”也是竞争, 货币通过竞争转化为商品。购买完成后进行生产(劳动和消费), 于是形成一个运动过程:

$$\dots \Rightarrow \{W_1, W_2, \dots\} \Rightarrow G \rightarrow \sum g_iG \rightarrow \{G_1, G_2, \dots\} \Rightarrow \{W_1, W_2, \dots\} \dots P \dots \{W'_1, W'_2, \dots\} \Rightarrow G' \dots$$

运动过程中各阶段上商品集合、竞争和货币的含义都会增加。但是, 这个过程会使认识片面化: 剩余价值源于市场, “看不见的手”, 用商品生产商品等。

综上所述, 本文用带除式的加法反映市场分配——竞争, 除式中包含不同层次的数量转化。这里要强调: 和经济数学根本不同的是, 本文生产和竞争模型中的运算符号或算法有特定经济意义。

三、《资本论》中生产和分配统一图模型的现代发展

《资本论》有许多生产图和分配图的统一图, 例如:

$$G - W < \frac{A}{P_m} \dots P \dots W' (W + w) - G' (G + g)$$

应用这种图可得： $N_{LC} \rightarrow v \rightarrow \sum v_i v \rightarrow \{v_0 v, v_1 v, \dots\}$ 。统一生产和分配可发现单独分析生产或分配的不足以及产生新的认识。

“ $N_{LC} \rightarrow v$ ”表示 L 和 C 一起创造价值，但 v 只由 L 创造，形式和内容发生矛盾。从市场分配领域中的供求角度看， N_{LC} 是劳动和生活消费形成的供求统一体。该统一体是动态过程，本文把其中的一个状态，供求均衡，定义为 1。 N_{LC} 也存在供求失衡的状态，这用不等于 1 表示。解决供求矛盾是生产的目的，于是有：

$$N_{LC} \rightarrow 1v$$

因此准确的说法是：劳动 L 创造抽象的价值 v，生产 N_{LC} 创造具体的价值 1v。

从 “ $\sum v_i v \rightarrow \{v_0 v, v_1 v, \dots\}$ ” 看， v_i 和竞争有关；从 “ $1v \rightarrow \sum v_i v$ ” 看， v_i 和供求有关。因此 v_i 在 “ $1v \rightarrow \sum v_i v \rightarrow \{v_0 v, v_1 v, \dots\}$ ” 中有双重含义： v_i 是按照供求均衡的限制来竞争价值。

再从分配 $\sum v_i v \rightarrow \{v_0 v, v_1 v, \dots\}$ 看总量 1v，它包含 $1_0 v_0, 1_1 v_1$ 等等， 1_i 表示某产品的供求均衡， N_{LC} 中各具体生产在供求均衡前提下创造价值。现在可得：

$$N_{LC} \rightarrow \{1_0 v_0, 1_1 v_1, \dots\} \rightarrow \sum v_i v_i \rightarrow \{v_0 v_0, v_1 v_1, \dots\}, \sum 1_i v_i = 1v$$

让生产和分配继续可得循环图：

$$\begin{aligned} N_{LC} \rightarrow & \{1_0 v_0, 1_1 v_1, \dots\} \rightarrow \sum v_i v_i \rightarrow \{v_0 v_0, v_1 v_1, \dots\} \rightarrow \\ N_{LC} \rightarrow & \{1_0 v_0, 1_1 v_1, \dots\} \rightarrow \sum v_i v_i \rightarrow \{v_0 v_0, v_1 v_1, \dots\} \rightarrow \\ & \dots \end{aligned}$$

循环图不是重复图，随着循环的展开，图中每一要素包含的内容将不断增加。例如，循环图使 v_i 包含的过去与未来的生产、供求和竞争的信息更复杂了。并且，A、Pm、W 和人不仅是生产的前提和结果，也是竞争的前提和结果。循环图中有一特殊片段：

$$\{v_0 v_0, v_1 v_1, \dots\} \rightarrow N_{LC} \rightarrow \{1_0 v_0, 1_1 v_1, \dots\}$$

该片段反映 N_{LC} 把供求失衡调节为均衡， N_{LC} 是供求失衡下的价值量不断接近并达到供求均衡下的价值量的过程。可借助计量经济学的最小二乘法来模拟这个过程：

$$\text{Min } \sum (v_i v_i - 1_i v_i)^2, 1_i v_i \text{ 落在 } X^* \text{ 上}$$

如果估计出了 X^* ，那么它必然包含除法、乘积、计数、排列组合和无限。但是，这些算法没有一个能归入待估参数的范畴，而只能归入求待估参数的估计过程，因为只有估计过程涉及加减乘除等运算，求出的待估参数只是各种运算的结果。计量经济学的参数估计过程有很多种，比如各种最小二乘法、极大似然估计法等，但它们都只是特殊过程，因而只能反映 X^* 的部分内容。举例来说， X^* 包含无穷运算，除非电脑永远地计算下去，否则它给出的估计结果不是 X^* 。

尽管 X^* 包含无法估量的内容，然而有一点是确定的： X^* 在数学形式上是指数函数。因此只须用指数函数来拟合数据即可，现在借助 Excel 中的程序来求解

X^* 。GDP 由 N_{LC} 和 $\sum v_i v_i$ 创造，它属于循环图中的 $\{v_0 v_0, v_1 v_1, \dots\}$ 。选世界银行 235 个经济体的数据^①得 235 个以 e 为底的指数函数 $v_t = e^{\alpha + \beta t}$ ，按同样方式处理联合国的统计数据^②得 217 个也以 e 为底的指数函数。

无理数或超越数 e 的出现既把估计 X^* 的矛盾表现了出来，又同时解决了这个矛盾。一方面，e 说明电脑的计算程序有漏洞，因为“电脑中没有无理数（查传捷、李琦，2012，第 320 页）！”^③ 另一方面，从函数看， $v_t = e^{\alpha + \beta t}$ 无法反映质变的劳动创造价值，因为它表达随 t 的量增而产生价值。但是， t 从何而来？它为什么只是线性的量变？ t 要以 e 为中介才能形成价值，它的量增不会自动地和直接地创造价值。很显然 t 不是劳动。任何无限数都不是数量，因为它们的大小无法被确定，这使得它们能够反映质。所以，拟合式中只有 e 才是表达劳动的数学概念。

四、生产图模型的发展序列

e 是三类不同极限过程的同一极限值。

(一) 生产图的初级模型

e 的第一类极限式涉及 “ $1/0! + 1/1! + 1/2! + 1/3! + 1/4! + 1/5! + \dots$ ”，该式包含无限的除法、乘积、计数和排列组合等，具备了反映 NLC 的要求。但该式还没完全显露生产的特性。将级数改写为：

$$\frac{1}{0!} + \frac{1}{C_1^1} + \frac{1}{C_1^1 C_2^1} + \frac{1}{C_1^1 C_2^1 C_3^1} + \dots \quad (8)$$

由 $0! = 1$ 的规定引入 $C_0^1 = 0!$ ，将式 (8) 修改为：

$$\frac{1}{C_0^1} + \frac{1}{C_0^1 C_1^1} + \frac{1}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} + \frac{1}{C_0^1 C_1^1 C_2^1 C_3^1} + \dots \quad (9)$$

现在用前文分析的生产来解释式 (9)。 $1/C_0^1$ 是生产将对象 C_0^1 转化为由 1 表达的新对象， $1/(C_0^1 C_1^1)$ 是生产联结 C_0^1 和 C_1^1 生成又一新对象 1，其他依此类推。

C_0^1 是什么？其一， $0! = 1$ 表现了 0 到 1 的变化，是无中生有的变化。其二，数学的 C_n^m 是从 n 个已有对象中选出 m 个对象，m 是 n 中的 m，与此对照 C_0^1 也表达了无中生有。生产的质变和创新不正是无中生有吗？所以 C_0^1 也表达生产的

^① 数据来自：<http://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.MKTP.CD>。这些样本对象是 235 个国家、地区或经济组织等，统计的时期在 1960 ~ 2012 年。

^② <http://data.un.org/Data.aspx?q=gdp&d=SNAAMA&f=grID%3a101%3beurrID%3aNcu%3bpcFlag%3a0>。样本对象是 217 个国家或地区，统计时期是从 1970 ~ 2012 年。

^③ “无论是 21 世纪的超级计算机，还是英国数学家艾伦·图灵（Allan Turing）的图灵机，甚至电视科幻影集 *Star Trek Wolf in the Fold* 中的‘邪恶电脑’，也描述不出任何一个无理数，遑论超越数（查传捷、李琦，2012，第 320 页）？”

“转化”。这时 $1/C_0^1$ 、 $1/(C_0^1 \cdot C_1^1)$ 等也就是生产对生产的转化，并且是对不同生产的转化（因为 C_0^1 和不同对象联结）。

不过 C_0^1 的“转化”和 $1/C_0^1$ 等除式的转化不同。 C_0^1 可视为意识所反映的生产：只反映生产前提和生产结果，没有反映生产过程“/”。这是意识抽掉运动过程的反映特征。^①

式(6)每个分式中 C_0^1 的 1 和分子的 1 有共同性：都表示生产成果。它们也有不同点：前者是观念中的、待实现的生产成果，后者是通过生产实现了的成果。接着可定义： C_0^1 中的 0 为观念的生产条件，与 C_0^1 相乘的 C_1^1 等为已有生产条件。和式(6)中各个分子的 1 不同一样，各个分母中 C_0^1 的 0 也都不一样。现举例分析式(6)中各项的图解，把生产对象排列为：

图 11 有四列点，从每列中任选一个进行连线来表现生产的发展：

图 11

图 12~图 14 中包含连线部分和非连线部分。连线部分表达生产过程，连线同时显示除法和乘法两种运算。非连线部分表达生产成果集合 n ， $n=1$ 表示集合 1 中有一个元素，其他类推。而分子 1 反映 n 中各元素的统一性：均源自同一个生产过程。

图 12

$$1_1 / C_0^1 \quad 1_1$$

图 13

$$1_2 / C_0^1 C_1^1 \quad 1_2$$

图 14

$$1_3 / C_0^1 C_1^1 C_2^1 \quad 1_3$$

图 12 的连线部分是式(6)的起始项，它体现了生产的自我生成和自动性。而 1_1 的集合 1 包含的元素或点是由生产改变了的 C_0^1 。图 13 的连线部分是式(6)的第二项，连线表示生产联结对象 C_0^1 和 C_1^1 生成成果“1”（此时 1 表示把点串起来的整体）。而 1_2 的集合 2 包含的两个元素或点是由生产改变了的 C_0^1 和 C_1^1 ，其他类推。

图解还显示生产的发展是选择范围不断扩大的过程。图 14 的生产能选择另

^① “如果不把不间断的东西割断，不使活生生的东西简单化、粗糙化，不加以划分，不使之僵化，那么我们就不能想象、表达、测量、描述运动。思想对运动的描述，总是粗陋化、僵化。不仅思想是这样，而且感觉也是这样；不仅对运动是这样，而且对任何概念也都是这样。”（列宁，2009，P143）

一过程（第二条连线向右下），并且得到另一生产成果集合 l_3 。现在本文确立生产图的初级模型：

$$\frac{l_1}{C_0^1} + \frac{l_2}{C_0^1 C_1^1} + \frac{l_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} + \dots$$

（二）生产图的量化模型

e 的第二类极限式： $\lim (1 + 1/n)^n = e$ 。该式表明 e 不是脱离现实的数学抽象，而是与市场活动（国际贸易和金融）相关：“我们至今也不知道谁第一个发现了 n 趋向于无限大时表达式 $(1 + 1/n)^n$ 的规律，所以发现这个后来用 e 来表示的数的具体时间至今仍然是个谜。不过很有可能是在纳皮尔发明对数的 17 世纪初。……这一时期的国际贸易恰好空前发展，各种金融业务也随之激增。因此复利中的规律引起了人们的注意，这也可能是常数 e 刚被认可时的背景（Eli Maor, 2010, 第 26 页）。”

对这个时代背景，马克思在《关于商人资本的历史考察》中指出：“在 16 世纪和 17 世纪，由于地理上的发现而在商业上发生的并迅速促进了商人资本发展的大革命，是促使封建生产方式向资本主义生产方式过渡的一个主要因素。世界市场的突然扩大，流通商品种类的倍增，欧洲各国竭力想占有亚洲产品和美洲宝藏的竞争热，殖民制度，——所有这一切对打破生产的封建束缚起了重大的作用（2009d, 第 371 页）”。这个极限式出现在无电脑的人类商业活动阶段，所以，我们只能认为是现实的人类活动而不是电脑的计量程序“算出” e 和各种 $e^{\alpha+\beta t}$ 。

1. 劳动价值模型

$\lim (1 + 1/n)^n = e$ 显示了两个过程。一是量变： $1 + 1/1, 1 + 1/2, 1 + 1/3, \dots$ 。这体现在数量 1 被不断分割，使在 1 基础上的增量不断减少。二是质变，即指数的变化：1, 2, 3, …。这通过量的变化来体现。所以 e 是质量同时变化或质增量减的结果，并且质量有相互作用，^① 因为最后计算的“数量”为 2.718 …，而不是无限接近 1 的值。

但是该数列只用来算数量——复利： $S = P (1 + r/n)^n$ ，它取极限得 Pe^n 。这里的问题在于 S 和 Pe^n 都只被计作生产的量，生产本身或其质被货币额掩盖了。 P 变为 S 的过程 $(1 + r/n)^n$ 除包含量变外还包含质变。

^① “乍一看，表达式 $(1 + 1/n)^n$ 在 n 很大时的规律确实很令人费解。如果我们只考虑表达式中的底数 $1 + 1/n$ ，当 n 增大时 $1/n$ 越来越接近 0，因此 $1 + 1/n$ 越来越接近 1，但始终比 1 大。所以我们可能会得出这样的结论：当指数 n 非常大时（不管‘非常大’是多大），无论是出于何种目的， $1 + 1/n$ 都可以用 1 来替代。而 1 的任意乘方都等于 1，所以表达式 $(1 + 1/n)^n$ 在 n 非常大时应该接近于 1。但如果真是这样，就没有必要继续讨论这个话题了。从另一个角度来考虑。我们知道当底数比 1 大时，相应的幂会随着指数的增加而增加。由于 $1 + 1/n$ 总是比 1 大，我们又可能会得出如下结论：当 n 很大时， $(1 + 1/n)^n$ 的值可以无限增大，即趋向无穷大。如果真是这样，我们的故事又可以结束了（Eli Maor, 2010, 第 27 页）。”

复利计算式中 r 是用百分比体现的新增价值，即 $r \cdot 1$ 。“ r/n ”表现均分新增价值，“ $1+r/n$ ”表现初始价值 1 和均分新增价值的分配关系。因此， $P(1+r/n)^n$ 表明了一种分配关系。然而，取极限消除了分配关系并且形成了生产 e ，这是经济性质改变的过程，因此不能对 $\lim P(1+r/n)^n$ 和 Pe^r 画等号。图 15 可以正确表现该质变，把极限式的各项与循环图对应起来：

$$\cdots \rightarrow 1v \rightarrow \sum v_i v_i \rightarrow \{v_0 v_0, v_1 v_1, \dots\} \rightarrow N_{LC}(X) \rightarrow 1v \cdots$$

$| \qquad | \qquad |$

$$S \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(1+r/n)^n \qquad \qquad Pe^{rt}$$

图 15

图 15 用表示质变和不满足交换律的箭头取代了等号。从函数角度看， Pe^r 中的 t 是自变量。但是，从马克思主义哲学来思考， t 不和矛盾相关是无法自变的。 t 不包含矛盾，因为它只是单纯的量，所以它只能反映矛盾。当矛盾引起运动时， t 也就产生和变化。这里的矛盾和运动只有生产， t 反映 e 。很显然， t 的作用是去掉生产的质和质变的量化过程。将 Pe^r 写为：

$$e^t = \left(\frac{1_1}{C_0^1} + \frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} + \frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} + \dots \right)^t$$

其中 $t = \ln P + rt$ 。 e^t 的图解为： $e \rightarrow t$ 。复利计算式则给出了生产、时间和价值的经验关系： $e^t = v$ 。于是有图解：

$e \rightarrow t \rightarrow v$

图 16

$e \rightarrow 1t \rightarrow 1v$

图 17

但 e 表达 N_{LC} ，图 16 应表现为：

图 17 是本文确立的生产价值模型。 e 是唯一“自变量”或“内生变量”， $1t$ 是供求均衡下由 e 决定的生产时间。 $1t$ 和 $1v$ 是“因变量”或“外生变量”。而根据图 17 得到劳动价值模型：

$$L(e) \rightarrow t \rightarrow v$$

$L(e)$ 以及去掉 1 是只考虑 N_{LC} 中的 L 。

随着竞争主体 n 的增加，竞争过程 $\lim P(1+r/n)^n$ 中也有量纲变化或质变，即分配中有生产； e 中包含加法又说明生产中有分配。这既表明了马克思在《生产、消费、分配、交换（流通）》（2009a）一文中所阐述的生产和分配（交换）的辩证关系，也表明了在统一图中生产图和分配图相互影响。本文在此提出市

场生产的概念来表明市场经济中生产和竞争是统一体，这个概念用图 18 分析。

$$e \rightarrow 1t \rightarrow 1v \rightarrow \{1_0v_0, 1_1v_1, \dots\} \rightarrow \sum v_i v_i \rightarrow \{v_0v_0, v_1v_1, \dots\}$$

图 18

$\{1_0v_0, 1_1v_1, \dots\}$ 是 e 中各种生产创造的各具体价值，由 $e^{lt} = 1v$ 可得供求均衡下的各种生产 P 。其中 $\Sigma P = 1v$ ， $\Sigma_j \Sigma_k 1_{jk} t_{jk} = 1t$ 。而 $1_{jk} t_{jk}$ 的 j 指一项目式（ P 第一列）、二项式（ P 第二列）等。于是竞争中的生产为 ΣP ， t_{jk} 是供求和竞争在生产中的体现。

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{array}{ccc} \left(\frac{1_1}{C_0^1} \right)^{l_{11} t_{11}} & \left(\frac{1_1}{C_0^1} + \frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} \right)^{l_{21} t_{21}} & \dots \\ \left(\frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} \right)^{l_{12} t_{12}} & \left(\frac{1_1}{C_0^1} + \frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} \right)^{l_{22} t_{22}} & \dots \\ \left(\frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} \right)^{l_{13} t_{13}} & \left(\frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} + \frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} \right)^{l_{23} t_{23}} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array} \right\}; \Sigma P,$$

$$\mathbf{P} = \left\{ \begin{array}{ccc} \left(\frac{1_1}{C_0^1} \right)^{l_{11} t_{11}} & \left(\frac{1_1}{C_0^1} + \frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} \right)^{l_{21} t_{21}} & \dots \\ \left(\frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} \right)^{l_{12} t_{12}} & \left(\frac{1_1}{C_0^1} + \frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} \right)^{l_{22} t_{22}} & \dots \\ \left(\frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} \right)^{l_{13} t_{13}} & \left(\frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} + \frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} \right)^{l_{23} t_{23}} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{array} \right\}$$

现在我们明确了 $\lim P (1 + r/n)^n$ 是一个怎样的生产和竞争统一体： $\lim P (1 + r/n)^n = \Sigma P$ 。并且 ΣP 说明价值的变化 $\sum v_i v_i$ 不是线性的，而是非线性的。^①

2. 市场分工模型

竞争生产模型 ΣP 是变量，它包含两种变化：总量与分量变化和加项个数变化。^② 后者是 e 中各种生产在竞争中的变化：有的生产种类会成为市场分工体系中的一个成员，有的不会。那怎样用数学来反映生产的市场分工呢？这涉及 e 的第三类极限式：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n/\sqrt[n]{n!} = e$$

将 “/” 理解为转化，并和图对应起来得：

^① “在过去的 40 年中，金融经济学一直为一个线性范式所主宰。也就是认为相对于每一个作用都有一个与之成比例的反作用的观点。然而，市场很少会如此秩序井然。经常是在你最意料不到的时候，对于一个作用出现了指数性的过分反作用。这就是非线性的本质，大多数实际从业者都承认其与实际的联系。许多学者和数量分析者也承认市场会以非线性方式作出反应（埃德加·E·彼得斯，1999，P1）。” 市场是非线性的，但本文认为这源自生产。

^② 即西方经济学中的边际分析和超边际分析，或者内点解和角点解。

$\cdots \rightarrow \Sigma P \rightarrow P \rightarrow e \rightarrow 1t \rightarrow \Sigma P \rightarrow P \rightarrow \cdots$

$$\begin{array}{c} | \\ \sqrt[n]{n!} \\ | \\ n \end{array}$$

图 19

$\sqrt[n]{n!}$ 是市场竞争中的分工模型，表 1 能说明这点。 $\sqrt[n]{n!}$ 也有两种变化（见表 1），第一种是 $\sqrt[n]{n!}$ 序列： $2^{1/2}, 6^{1/3}, 24^{1/4}, \dots$ 。这个序列有线性特征（见图 20），反映加项个数 n 的增减。第二种是 $\sqrt[n]{n!}$ 取某个 n 时的序列，例如， n 为 2 时有序列：1, 1.4, 1.41, …。该序列有非线性特征（见图 21）， ΣP 中各项是指数函数，反映 n 个主体竞争量的关系。

表 1 $\sqrt[n]{n!}$ 的两种变化

$2^{1/2}$	$6^{1/3}$	$24^{1/4}$
1	1	2
1.4	1.8	2.2
1.4	1.8	2.2
1	1	1
1.4	1.8	2.2
14	17	13

注：量和量变方式都是例举的，可以有无限种情形。

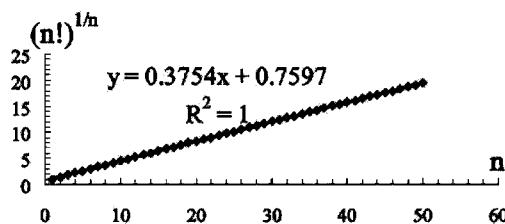


图 20 第一种序列

另外， ΣP 的两种变化也是一种变化，因为它的某加项为零或不为零就意味着加项个数变了。而图 20 的每个点就是类似图 21 的各种图，无数个类似图 21 的图又形成了图 20。所以， ΣP 既有整数量的线性变化也有非整数量的非线性变化的矛盾情形能由具备双重变化特征的 $\sqrt[n]{n!}$ 来反映 ($n > 1$)。从而 $\sqrt[n]{n!}$ 反映市场生产中分

工和竞争的统一体,^① 并且它说明充满偶然的 $\sum v_i v_i$ 或 ΣP 遵循特定规律。

和 $e \rightarrow 1t \rightarrow 1v$ 一样, 我们有图解:

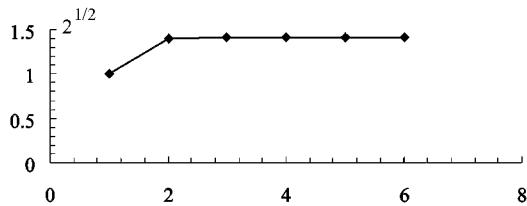


图 21 第二种序列 ($2^{1/2}$)

图 22 说明 N 的作用是对 e 取整得到整数 n。与 t 量化 e 一样, N 也是量化 e 的过程, 区别只在于量化的结果不同, 一个是连续量, 另一个是离散量。 $1 + (\ln n!)/n$ 的量化算法反映市场对生产整体的划分作用, 本文把它定义为供求均衡下的生产分工, 并重新记为 1N。并且本文把生产分工的结果 $1n$ 定义为供求均衡下的生产种数。市场下的分工并不是真正的分工, 它会混同某生产的内部分工, 例如, P 中的二项式。

$$e \rightarrow 1N \rightarrow 1n, N = 1 + (\ln n!) / n$$

图 22

复利计算式是 $\lim (1 + 1/n)^n = e$ 的经验式, 那 $\lim (n / \sqrt[n]{n!}) = e$ 有没有经验式呢? 前文拟合 GDP 时同时得到可决系数 R^2 , 世界银行和联合国 R^2 分布特征为:

表 2

R^2 分布

R^2 范围	>0.95	>0.90	>0.85	>0.80
经济体数目	85 (105)	151 (159)	184 (177)	196 (188)
所占百分比	36.17%	64.26%	78.30%	83.40%
	(48.39%)	(73.27%)	(81.57%)	(86.64%)

注: 括弧中数据是联合国的。

将 R^2 按大小排序后得:

^① e 的第三类极限式的证明要用到 e 的第二类极限式, 这揭示了都对应 $\sum v_i v_i$ 的 $P (1 + r/n)^n$ 和 $\sqrt[n]{n!}$ 的关联。证明过程参见 http://baike.baidu.com/view/71765.htm?from_id=4734540&type=syn&fromtitle=e&fr=aladdin。

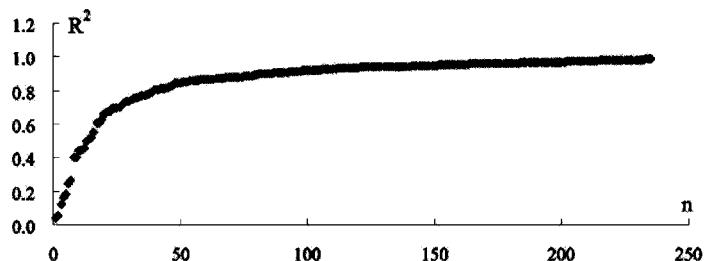


图 23 世界银行 R^2

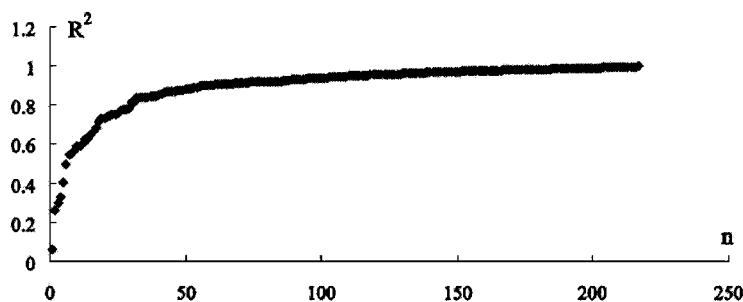


图 24 联合国 R^2

拟合散点得： $R^2 = 0.1708 \ln(n) + 0.1054$, $R^2 = 0.9181$; $R^2 = 0.1395 \ln(n) + 0.2868$, $R^2 = 0.9256$ 。它们说明 R^2 和 e 密切相关。 R^2 的计算式为转化： $\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 / \sum(y_i - \bar{y})^2$ 。把它和图对应：

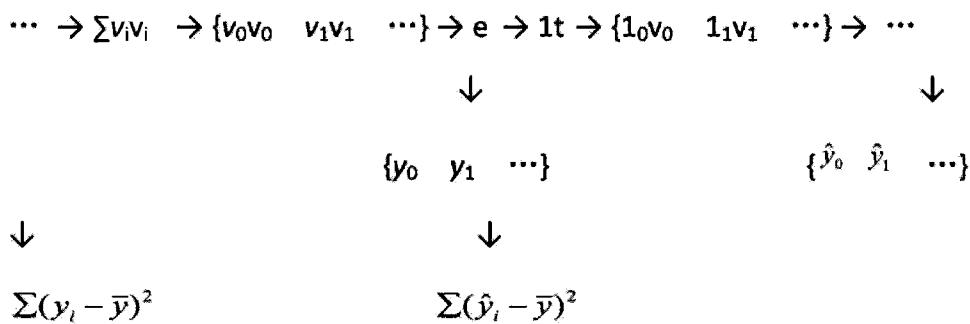


图 25

图 25 有两个人为的分流，它们之间或 R^2 的“/”含 e ，这表明 R^2 能反映 e 。其一， R^2 表现了将供求失衡转化为供求均衡，拟合结果中大部分 R^2 接近 1 证明了这点。把各经济体的 R^2 并列起来得到的规律（图 23 和图 24）反映它们在空

间上的整体性，而不是杂乱无章。其二，对各经济体 R^2 排序反映生产 e 自身的发展秩序，这种秩序的特征是生产质的累加： e 的第一项， e 的前两项相加， e 的前三项相加……。于是可得 e 图 26：

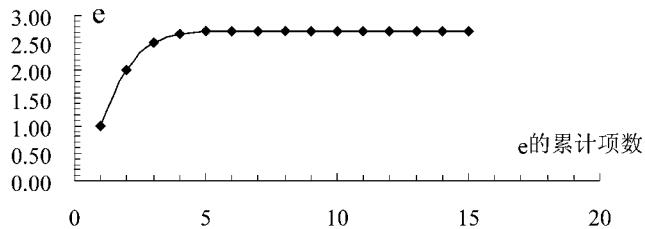


图 26 e 的累计

R^2 图中开始时散点间有比较大空隙，但后来空隙观察不出了，即增量在减小，这与 e 图一样。所以，生产在时间序列上的发展规律也在空间上表现出来， e 有什么特征， R^2 也会有相应特征。

总之，这两点说明生产对市场的限制和把世界各经济体联结为有序整体。

现在可得 $\lim(n/\sqrt[n]{n!}) = e$ 的经验式： $\text{Exp}(a+bR^2) = n$ 。其图解为： $e \rightarrow a + bR^2 \rightarrow 1n$ 。当 $R^2 = 1$ 时就得供求均衡下的生产分工 $1N$ 和生产种数 $1n$ 。本文求出的 $1n$ ：世界银行数据下为 188，联合国数据下为 166。接着可根据 $1 + (\ln n!)/n$ 求出 $1N$ 。 e 内在的生产种类能有序地发展到无限，但在市场的量化作用下， $1n$ 少于 3^{a+1b} （因而 $1N$ 也有界）。

(三) 生产图的质量统一模型

前文已得两种生产图模型：

$$e = \frac{1_1}{C_0^1} + \frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} + \frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} + \dots; \quad e^w = \left(\frac{1_1}{C_0^1} + \frac{1_2}{C_0^1 C_1^1} + \frac{1_3}{C_0^1 C_1^1 C_2^1} + \dots \right)^{1t, 1N}$$

e 是在马克思主义政治经济学的基础上，借鉴数学和经济数学分析哲学上的质量统一体所得结果，它“不是既成事物的集合体，而是过程的集合体”（马克思，2009e，第 298 页），反映了“运动是非间断性与间断性的统一（列宁，2009，第 143 页）。”

e 表明生产是质量统一体。从量看，第一，就 e 是社会生产而言， e 中每种生产同质，具有直接可加性；第二，这种可加性是无限可加性，但所加的增量递减，其递减方式使 e 的量有界限；第三， e 有无限可分性，但不是均分，要分割 e 只能按 1、0.5、1.5 等方式；第四， e 的各种量是生产内在的量，这种量不抹杀质的区别，和外在于生产的尺度 t 、 v 等不同。

从质看，第一， e 是增质过程，所增的质包含过去的质。第二， e 是无限集，

其元素（各分式）可构成和自然数集 N 的一一对应，所以 e 的基数为 \aleph_0 ；但把 e 中的 $1/C_0^1$ 和 N 的元素对应时，那 e 的基数为 1，因为 e 的每项都含 $1/C_0^1$ 。第三， e 是可数集，但乘积使 e 中元素又联结在一起。当数 $1/C_0^1$ 时，我们不知道在数 e 中的哪一项，因此 e 又是不可数集。第四， e 的质变方式使其成为有序的集合，但满足交换律的加法又会打乱这种序。

如果把生产仅仅视为量，那么这种量必然反映 e 在量上的递减 ($1/n!$) 和有限 (<3) 两个特征。平均利润率的定义式为 $r = m/(c+v)$,^① 其反映转化的除号包含以下划线内容：

$$\cdots \rightarrow \{v_0v_0 \ v_1v_1 \ \cdots\} \xrightarrow{\downarrow c+v} e^{1t} \rightarrow \{1_0v_0 \ 1_1v_1 \ \cdots\} \xrightarrow{\downarrow m} \sum v_iv_i \rightarrow \{v_0v_0 \ v_1v_1 \ \cdots\} \rightarrow \cdots$$

图 27

因此， r 有 e 的数量特征。但除号还包含竞争（也包含生产和流通的周期数，图 27 略了）， r 不是百分百反映 e 。所以， r 有下降的规律，然而这并不排斥它在一时一地会上升。

“一切存在的基本形式是空间和时间”（马克思，2009f，第 56 页）。 e 也是时空统一体。从空间看， e 所确定的空间为各种结合关系： C_0^1 、 (C_0^1, C_1^1) 、 (C_0^1, C_1^1, C_2^1) 、 \cdots ，它是一个不断增维的空间序列。从时间看， e 所确定的时间为各种转化过程： $1/C_0^1$ 、 $1/(C_0^1, C_1^1)$ 、 $1/(C_0^1, C_1^1, C_2^1)$ 、 \cdots ，它是一个时间不断质变的序列。这些质异的时空统一体和只有抽象量变的线性时空根本不同。

作为人的较初级的活动， e 处在不自觉的混沌状态，随意性是其中的规律。商品经济的社会意识把 e 反映为线性对象或规范为市场制度，为生产增加了自觉性。但线性的、无内容的市场意识没有正确反映非线性的、质变的生产过程，生产只是手段。因此，当生产发展到一定阶段后 e^* 要被高一级的意识所替代：

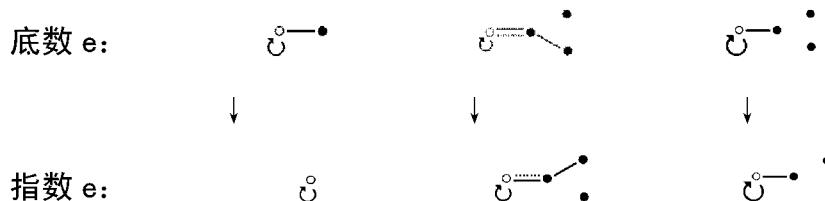
$$e^* \rightarrow e^c$$

生产的自觉性达到新高度。 e^c 用 e 反映 e ，这就既反映了生产过程和质，又反映了生产结果和量；这也把处于手段地位的生产解放出来，生产变成了目的和需要。所以， e^c 比 e^* 更能推动生产的发展，而 e^c 所产生的财富，劳动力和生产力等，在质量和数量上都将超越 e^* 。并且可设想，此时的理论不是劳动价值

^① 本文得出平均利润率的经验公式为： $r = (Lav_t - Lav_0) / t$ 。这个公式源自复利计算式。

论，而是生产论。

e^e 是物质和意识的矛盾统一体，底数和指数仍旧会不一致：



底数和指数有三种不同构情形，协调生产和生产意识矛盾的高一级生产意识由生产发展出来：

$$(e^e) \quad (e^e) \quad (10)$$

指数 e^e 的底数和指数同构，它要确保底数 e^e 的两个 e 同构。相应地，生产从 e 发展为更高级的生产 e^e ，它的发展方向是生产和生产意识同构。但这产生新矛盾：式（10）底数 e^e 的不同构和指数 e^e 的同构。这使生产继续发展出新的生产和生产意识。如此可得生产发展序列：

$$e, e^w, e^e, (e^e), (e^e), \dots$$

序列的图解分别为：

$$e, e \rightarrow w, e \rightarrow e, (e \rightarrow e) \rightarrow (e \rightarrow e), [(e \rightarrow e) \rightarrow (e \rightarrow e)] \rightarrow [(e \rightarrow e) \rightarrow (e \rightarrow e)], \dots^{\textcircled{1}}$$

生产的发展序列和发展序列图显示了生产质的无限、量的无限、质量的无限以及无限的无限。

五、我国改革开放以来经济发展的实证分析

把我国 1978 年到 2014 年的经济社会视为由生产和竞争形成的整体，用指数函数拟合 GDP 数据^②得： $1_i v_i = 2E - 126e^{0.1503t}$ ， $R^2 = 0.9932$ 。接着可求出 $1_i v_i$ ，见表 3。

^① 这种图与前段中复杂结构的幂和数学中的康威链式箭号表示法与超运算有相似点，能赋予后者现实意义，参见：<http://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%BA%87%E5%8A%A8%E5%8F%88%E5%BC%8F% E7%AE%AD% E8%99%9F% E8% A1% A8% E7% A4% BA% E6% B3% 95> 与 <http://zh.wikipedia.org/wiki/%E8% B6%85% E8% BF%90% E7% AE%97>。

^② 1978 ~ 2013 年数据来自：<http://data.stats.gov.cn/workspace/index?m=hgnd>。

2014 年数据来自：<http://finance.people.com.cn/n/2015/0120/c1004-26416250.html>。

表3 $v_i v_i$ (GDP) 和 $l_i v_i$

年份	$v_i v_i$	$l_i v_i$	年份	$v_i v_i$	$l_i v_i$	年份	$v_i v_i$	$l_i v_i$
1978	3645.22	2593.66	1990	18667.82	15747.32	2002	120332.69	95609.31
1979	4062.58	3014.31	1991	21781.50	18301.27	2003	135822.76	111115.50
1980	4545.62	3503.18	1992	26923.48	21269.42	2004	159878.34	129136.53
1981	4891.56	4071.33	1993	35333.92	24718.95	2005	184937.37	150080.25
1982	5323.35	4731.63	1994	48197.86	28727.94	2006	216314.43	174420.70
1983	5962.65	5499.02	1995	60793.73	33387.12	2007	265810.31	202708.74
1984	7208.05	6390.87	1996	71176.59	38801.94	2008	314045.43	235584.62
1985	9016.04	7427.36	1997	78973.03	45094.95	2009	340902.81	273792.41
1986	10275.18	8631.95	1998	84402.28	52408.57	2010	401512.80	318196.84
1987	12058.62	10031.90	1999	89677.05	60908.34	2011	473104.05	369802.91
1988	15042.82	11658.90	2000	99214.55	70786.63	2012	519470.10	429778.60
1989	16992.32	13549.78	2001	109655.17	82267.01	2013	568845.21	499481.31

注: * 2014 年 $v_i v_i$ 为 636463, $l_i v_i$ 为 580488.61。

把 $l_i v_i$ 和 $v_i v_i$ 的数据对应到循环图中:

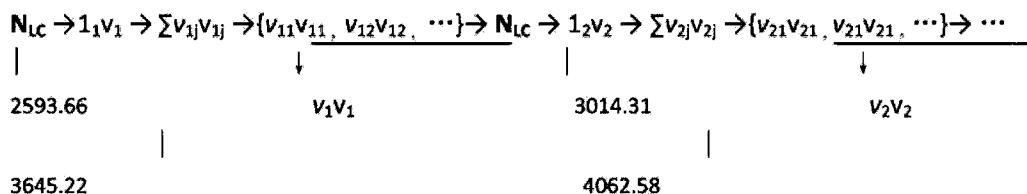
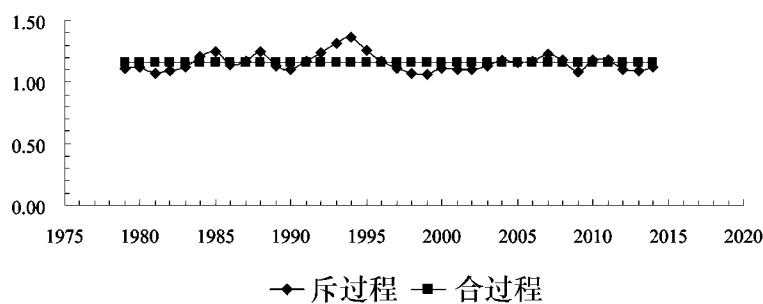


图 28

图 28 中 ij 的 i 指年份。上图包含统计过程 “↓”，通过它从 { · } 得出各年 GDP 数据 $v_i v_i$ 。从图 28 可发现 N_{LC} 和 $\sum v_{ij} v_{ij}$ 是性质相反的转化过程：具有统一和结合性质的 N_{LC} 从使用价值角度消除 $\sum v_{ij} v_{ij}$ 产生的分离和排斥，具有分离和排斥性质的 $\sum v_{ij} v_{ij}$ 从价值角度消除 N_{LC} 产生的统一和结合。

循环图中 $l_{i+1} v_{i+1} / l_i v_i$ 反映了“合”的过程， $v_{i+1} v_{i+1} / v_i v_i$ 反映了“斥”的过程，将它们计算出来得到两种过程的图：

图 29 证实了 N_{LC} 和 $\sum v_{ij} v_{ij}$ 是不同过程。合过程和斥过程都包含两类相反的转化：反映竞争程度的 $v_i v_i / l_i v_i$ ，反映生产消费活跃程度的 $l_{i+1} v_{i+1} / v_i v_i$ 。现在有以下数据：

图 29 $v_{i+1}v_{i+1}/v_i v_i$ 和 $1_{i+1}v_{i+1}/1_i v_i$ 表 4 $v_i v_i/1_i v_i$ 和 $1_{i+1}v_{i+1}/v_i v_i$

年份	$v_i v_i/1_i v_i$	$1_{i+1}v_{i+1}/v_i v_i$	年份	$v_i v_i/1_i v_i$	$1_{i+1}v_{i+1}/v_i v_i$	年份	$v_i v_i/1_i v_i$	$1_{i+1}v_{i+1}/v_i v_i$
1978	1.4054	—	1990	1.1855	0.9267	2002	1.2586	0.8719
1979	1.3478	0.8269	1991	1.1902	0.9804	2003	1.2224	0.9234
1980	1.2976	0.8623	1992	1.2658	0.9765	2004	1.2381	0.9508
1981	1.2015	0.8957	1993	1.4294	0.9181	2005	1.2323	0.9387
1982	1.1251	0.9673	1994	1.6777	0.8130	2006	1.2402	0.9431
1983	1.0843	1.0330	1995	1.8209	0.6927	2007	1.3113	0.9371
1984	1.1279	1.0718	1996	1.8344	0.6383	2008	1.3330	0.8863
1985	1.2139	1.0304	1997	1.7513	0.6336	2009	1.2451	0.8718
1986	1.1904	0.9574	1998	1.6105	0.6636	2010	1.2618	0.9334
1987	1.2020	0.9763	1999	1.4723	0.7216	2011	1.2793	0.9210
1988	1.2902	0.9669	2000	1.4016	0.7894	2012	1.2087	0.9084
1989	1.2541	0.9007	2001	1.3329	0.8292	2013	1.1389	0.9615

注：2014 年的 $v_i v_i/1_i v_i$ 和 $1_{i+1}v_{i+1}/v_i v_i$ 分别为 1.0964 和 1.0205。

把 $v_i v_i/1_i v_i$ 和 $1_{i+1}v_{i+1}/v_i v_i$ 的数据放入图中（图 30）。市场竞争的散点图（图 30）显示总供需。其中标度为 1 的水平线反映供求一致，结合实际可知高于 1 为供不应求，反之供大于求。^① 我国市场最活跃的年份是 1996 年，其次是 1995 年；市场最不活跃的年份是 1983 年，其次是 2014 年，但它们也都高于 1。在生产消费的散点图中，高于 1 的位置为生产和消费活跃的状态，我国生产和消费活跃的时段为：1983 ~ 1985 年，2014 年。从 37 年的整体看，市场竞争的活跃程度普遍高于生产消费，经济处于失衡中。此外，两个散点图非常接近对称，市

^① 比如 2008 年国际金融危机和汶川地震对我国市场产生消极影响，图 30 中从 2008 年起波动向下；而我国当年投入 4 万亿元拉动内需应对危机，从 2009 年起波动平缓上升。

场竞争活跃则生产消费就不活跃，反之反是；对称也表现了 N_{LC} 和 $\sum v_{ij}v_{ij}$ 是两种相反的作用力，而正是这两种力量的相反相成推动我国改革开放以来的经济发展（图 31）。

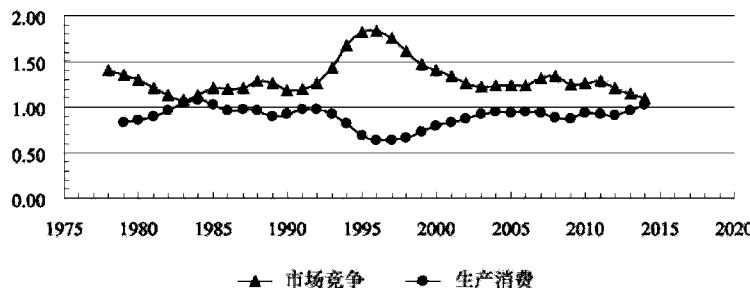


图 30 两种相反作用力

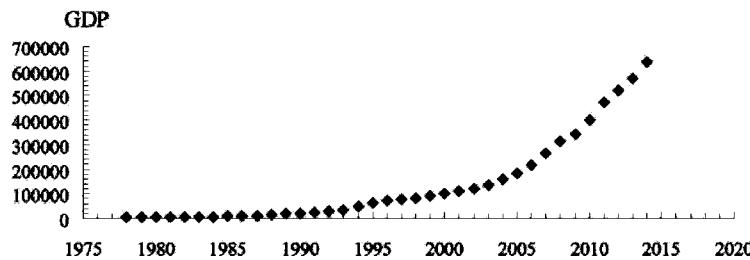


图 31 我国经济发展

六、对数学和经济数学一些基本模型的质量分析和图分析

马克思在《政治经济学的方法》中谈到人口时指出：“从实在和具体开始，从现实的前提开始，因而，例如在经济学上从作为全部社会生产行为的基础和主体的人口开始，似乎是正确的。但是，更仔细地考察起来，这是错误的。如果我，例如，抛开构成人口的阶级，人口就是一个抽象（马克思，2009a，第 24 页）。”人口非抽象的量，而是含有质的规定性，对其不能进行割裂质量的认识。这个论述指导我们要进行质和量的矛盾统一分析。

（一）数学中的量、质和质量

“数学最明显的出发点就是整数串，1，2，3，4…（罗素，1982，第 8 页）。”整数把现实反映成同质或无质变的世界，其中只有量的增减、分割和大小比较，比如表达式：4 - 3。不过减号的引入形成抽象的质，4 和 3 通过减号建立关联形成整体和其对应的量：4 - 3 → 1。从数的生成看，1 是 4 到 3 的量变结

果。因此，1 和 4、3 有本质不同：若把 4 和 3 视为量，则 1 就是变量。

从质量统一体看，4 与 3 和 1 不能都是量，前者同质，而 1 多出质——由变化“4-3”赋予，记为： 1_{4-3} 。于是有了两种“1”：作为量的 1 和作为变量或质量的 1；前者可与 3、4 等并列，后者不能。但是，相等会使变量和量无区别： $4-3=1$ 或 $1_{4-3}=1$ 。等式表明 1_{4-3} 和 1 能并列，可违反同一律：等号左边是量的关系，等号右边是量。^① 化解这个矛盾就要认识到，在等号作用于量和变量时，它们也反作用于“=”赋予其不等含义： $4-3=\neq 1$ 或 $1_{4-3}=\neq 1$ 。此式表明 1_{4-3} 和 1 作为量相等，作为质量不等。

变量使数量含义更丰富，还可列出： 7_{3+4} ， $12_{3\times 4}$ ， 0.75_{3+4} ，…。数学把它们和生成它们的整数并列在数轴上，可任意加减： $1+7_{3+4}$ ，^② $1_{4-3}+12_{3\times 4}-0.75_{3+4}$ ，…。数学没有对此思考，却又发现数轴上存在没有量对应的空隙。^③ 于是数学引入无限填满数轴，用极限去掉无量之质。

极限的质更多。比如极限为 0 的数列 { $1/n$: $1/1$ 、 $1/2$ 、…、 $1/\infty$ }，从质量统一体看就是：

$$0_{1/1, 1/2, \dots, 1/n, \dots, 1/\infty}$$

极限用包含更多变化的变量提升对量的认识，从而拉近数学和现实的距离，这也就是用数学语言说出：运动产生量，量背后有质。以上思考均把质或“变化”引入量的分析。变量是变化和量的统一，不同的变化生成不同的量，将质量统一起来会发现数学运算的最大局限：异质对象不能相加减和比较。质的限制表明数学对现实狭隘的反映：将异质歪曲为同质。这种思维否定对象的本质区别，特别是相等，它抽掉质变和量变表现出绝对静止。

“数就是将某些集合，即那些有给定项数的集合，归在一起的一种方法（罗素，1982，第 19 页）。”从集合论开始就可由集合来定义数（《数学手册》编写组，2005，第 1090 页），此时数被否定，集合成了数的质。自然地，“数的大部分性质与一对一的关系、类与类之间的相似关系有关（罗素，1982，第 183 页）。”集合论通过“一一对应”得出令人吃惊的结论。^④

可集合论同时摒弃了量，忽略从量上看到的现实：尽管不同线段上的点一样多，但其长度有区别。也因此，集合论会混同不同质的量，比如长度和面积

^① 所以， $1+1=3+4$ 的正确程度要高于 $1+1=2$ 。

^② 这里顺便说明一下 $1+3+4$ 的计算过程，其中有矛盾。如果先算 $3+4$ 得出 7，那么这个 7 就有生成过程： $3+4\rightarrow 7$ 。7 不是单纯的量了，记为 7_{3+4} 。而 1 仅仅是一个量，连接同质对象的加号不能对质量和量实施求和。

^③ $\sqrt{2}$ 引起了第一次数学危机，“在古代的数学家看来与有理数对应的点充满了数轴，现在尚未深入了解数轴性质的人也会这样认为。因此，当发现数轴上存在不与任何有理数对应的一些点时，在当时人们的心理上引起了极大的震惊，……，必须发明一些新的数，使之与这样的点相对应（张顺燕，2000，第 25 页）。”

^④ “康托尔经过三年的潜心研究，于 1877 年得出结果：线性连续统和 n 维空间有一一对应（张家龙，1993 年，第 205 页）”。

因为能一一对应而等价了。并且，集合的形式表明其中的元素没有关系，集合怎样“集合”它的元素成了谜，为集合论的发展和悖论同时留下空间（梁宗巨等，2005，第836~837页）。这三点说明集合论的问题在于，它将整体拆为部分来认识，不去关注部分原本怎样关联为整体。

数学也把质和量“合”起来考虑。例如： $8i/6j = (4/3)(i/j)$ ； $4i \cdot 3j = (4 \cdot 3)(i \cdot j) = 12(ij)$ 。这些运算先让量和质分开，再进行量与量的运算和质与质的运算。它们只能片面反映现实，且第一式不能通约。数学不仅分离质量，还消除质： $4i/3i = (4/3)(i/i) = 4/3$ 。概率论则直接去掉量纲，比如： $P(A) + P(B) = 0.5 + 0.5 = 1$ 。这个运算实际上就是： $0.5i + 0.5j = 0.5 + 0.5 = 1$ 。

（二）计量经济学的加法模型

“加法涉及互相排斥的类的结构（罗素，1982，第183页）”。

计量经济学的一般模型是： $y(\alpha_0 + \alpha_1x_1 + \dots + \alpha_kx_k + \varepsilon)$ 。按加法和相等的限制，解释变量和扰动项从量上分割了被解释变量。有多少分割方式就有多少计量模型，任何一种分割都表明加法分析现实的单一思路： $y \rightarrow y$ 的分割 → 分割的结果。用计量经济学自己的话说就是：

$$y = \alpha_0 + \alpha_1x_1 + \dots + \alpha_kx_k + \varepsilon = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_{1x_1} + \dots + \hat{\alpha}_{kx_k} + e$$

加法模型是否用 x 解释了 y 呢？一方面，这不是用 x 解释 y ，而是用 αx 解释 y ，或者干脆就是用 y 的量解释 y 的量。 y 和 x 、 ε 不是同一层次的关系，但计量方程通过待估参数和加法、相等使它们变成并列关系。恩格斯指出：“‘部分’直接表示：数量上的‘整体’是由若干数量上的‘部分’组成的。这个所谓的公理明确地肯定了这一点，但我们没有因此前进一步（2009f，第42~43页）。”另一方面，用加法关联 αx 和 e 使计量经济学混同必然性和偶然性，以致必然性可任意选择，必然性反倒变成偶然性。“在国民经济学中，规律由它的对立面，由无规律性来决定。国民经济学的真正规律是偶然性，我们这些学者可以从这种偶然性的运动中任意地把某些因素固定在规律的形式中（马克思，1979，第18页）。”

这些问题和待估参数有关，它将有机整体的构成要素独立化了。^① 其一，待估参数把异质对象同质化，把对象间直接相互作用的关系转化为排斥对立的唯一关系，也就是线性关系。“定性地说，线性关系只有一种，而非线性关系千变

^① “在使用计量经济学模型时，‘如果……会怎么样’的分析是很常见的。事实上，计量经济学方法背后的一个目的就是把各个因素相互之间的影响分离开来。我们也许想知道在保持所有其他因素不变的情况下通货膨胀对于利率的影响。所有的因素实际上都是相互依赖的。我们‘正交化’它们或过滤掉依赖性的企图是以隐含的高斯假设为基础的。我们永远不知道通货膨胀单独对于利率的影响，因为影响依赖于其他变量，并将永远如此。假定变量之间的独立性简化了问题，但依赖性不是摩擦那种可以用假定去掉以简化问题的外部影响。它是系统自身的一个重要部分。用假定去掉依赖性会改变问题的整个性质：模型系统和实际系统变得不再相关了（埃德加·E·彼得斯，1999，第183页）。”

万化，无法穷举（郝柏林，1993，第2页）。”其二，它只反映每一 x 都有分割 y 和各 x 间互相竞争的行为。于是，各种影响 y 的因素变得可完全相互替代，只要一个 x 或作为未知和偶然的 ε 就能解释 y 。

x 、 ε 和 y 的真正关系是什么？它们本身又是什么？

计量经济学把判别对象间的因果关系作为重要内容，但混淆秩序和起并列作用的加减、相等使其脱离能揭示因果的相互作用。真正的因果关系要在现实的相互作用过程中寻找，“只有从这种普遍的相互作用出发，我们才能达到现实的因果关系（恩格斯，2009f，第482页）。”

x 和 ε 的关系是相互作用，数学中表达相互作用的概念为乘法或非线性（刘式达等，2003，第6页），于是可得：

$$x_0x_1\cdots x_k\varepsilon$$

该整体形成 y ，即： $x_0x_1\cdots x_k\varepsilon \rightarrow y$ 。而 x 、 ε 和 y 实际是同一相互作用过程产生的不同结果。原先毫无内容的对象因内在矛盾的相互作用而变化，分化为具有必然性和偶然性区别的不同对象，也形成原因对象和结果对象的不同角色。所以，全部实证问题在于发现相互作用，通过它的展开来揭示其产物的各种性质。

计量经济学的加法模型是资本主义经济的理论反映，为资本分割社会财富服务。这就同时决定了计量经济学的局限：只能计量不能计质，无法反映创造社会财富的生产。

（三）新制度经济学的交易成本

“谁用政治经济学的范畴构筑某种意识形态体系的大厦，谁就是把社会体系的各个环节割裂开来，就是把社会的各个环节变成同等数量的依次出现的单个社会（马克思，2009b，第603~604页）。”

新制度经济学（NIE）制造了“割裂”社会有机体的工具——交易成本。通过它，NIE 把企业和市场同质化和量化，甚至把不同社会、不同国家、不同历史等同质化和量化。NIE 能待价而沽的对象超越了所有其他西方经济学。

NIE 的交易成本为 C_k 、 k 和 C 表示交易活动和成本。交易产生成本就是交易活动有了自身的对立面：对象化的或物化的交易。交易活动发生在市场和企业中，但市场和企业不是为交易者提供交易活动，如果它们提供活动，那活动在提供前要存在，所以它们提供的只是交易能力。NIE 所指的制度就是有交易功能的使用价值。谁创造作为交易制度的市场和企业？交易活动创造交易制度。但 NIE 视交易制度为可被占有的物，于是就有了两类占有：一类是通过交易活动来占有，另一类是以物的方式占有。前者是交易者的交易自由，后者发生交易者和交易的分离，交易者必须向制度占有者购买交易制度才能交易，交易制度成了商品。但是，没有交易对象就不会有交易活动，更不会有提供交易能力的市

场和企业。从马克思主义政治经济学看交易的全貌是：

$$L \rightarrow v \rightarrow v_1v + v_2v \rightarrow \{v_1v \ v_2v\}$$

劳动 L 创造价值 v 后，市场和企业才能交易商品。其中， $v_1v + v_2v$ 是交易者 1 和交易者 2 分别将 v 转化为自有物的交易活动（或分割过程），集合 $\{v_1v \ v_2v\}$ 表示价值分割的结果。于是市场的交易成本为：

$$C_{iv} + v_2v$$

这是一个矛盾。 $v_1v + v_2v$ 产生的结果是 $\{v_1v \ v_2v\}$ ，因此，C 要么是 v_1v ，要么是 v_2v 。然而 C 源于 $v_1v + v_2v$ ，所以 C 既不是 v_1v ，也不是 v_2v ，但又要同时包含 v_1v 和 v_2v 。这意味着还有一个主体参与价值分割，他分割每个交易者所分割的价值。于是有：

$$\begin{aligned} L \rightarrow v \rightarrow i \rightarrow v'_1v + v'_2v + iv &\rightarrow \{v'_1v \ v'_2v \ iv\} \\ &\uparrow \\ &I \end{aligned}$$

制度供给者进行制度的生产 I 创造出市场制度 i，每个交易者必须购买它才能进行交易活动。于是，制度供给者参与价值分割，分割的结果 iv 可视为：

$$iv = (v_1v + v_2v) - (v'_1v + v'_2v) = (v_1v - v'_1v) + (v_2v - v'_2v)$$

iv 对所有交易者而言是交易成本，即 C_{iv} ；对制度生产者是交易收益，即 R_{iv} 。

同理，资本与劳动的交易为： $L \rightarrow v \rightarrow cv + wv + mv \rightarrow \{cv \ wv \ mv\}$ 。这个交易也是分割价值，表示劳动创造出价值后，资本市场、劳动力市场和资本家占有剩余价值三者对 v 进行竞争，然后得到竞争结果。而对企业制度 j 有：

$$\begin{aligned} L \rightarrow v \rightarrow j \rightarrow c'v + w'v + m'v + jv &\rightarrow \{c'v \ w'v \ m'v \ jv\} \\ &\uparrow \\ &J \end{aligned}$$

NIE 否认剩余价值的方式就清楚了，它把剩余价值的来源说成是 “ $iv - jv$ ”：“建立企业有利可图的主要原因似乎是，利用价格机制是有成本的（罗纳德·科斯，2003，第 106 页）。”于是上图中的分割结果被歪曲成： $\{c'v, w'v, iv - jv, jv\}$ 。剩余价值被两类交易成本掩盖。因此，NIE 不仅没有揭开企业黑箱，反而把企业和市场混同形成更大黑箱。这种掩盖也说明“一切资本主义生产方式的国家，都周期地患一种狂想病，企图不用生产过程作中介而赚到钱（马克思，2009g，第 67 ~ 68 页）。”

（四）博弈论的数量比较

“私人利益本身已经是社会所决定的利益，而且只有在社会所设定的条件下并使用社会所提供的手段，才能达到；也就是说，私人利益是与这些条件和手段的再生产相联系的。这是私人利益；但它的内容以及实现的形式和手段则是

由不以任何人为转移的社会条件决定的（马克思，2009a，第50~51页）。”

仅仅研究个体如何攫取最大利益，而不思考“社会所提供的手段”和“社会条件”的“再生产”，这是博弈论所做的。

“物只在量上不同的前提是什么呢？是它们的质的同一性（马克思，2009a，第68页）。”博弈论要表现个体选择最大利益，方法只能是比较量。但这有前提：质要相同，以表5来看。

表5

A \ B		x	y
x	(1, 1)	(-1, 2)	
y	(2, -1)	(0, 0)	

表现利益的量在博弈中都可脱离依附的行为主体（A和B）和行为方式（x和y）直接比较，从而达到某均衡。但它们对应的质不同。如“1<2”是对应“A执行x且B执行x”的1和对应“A执行x且B执行y”的2比较，此时正如拿一张桌子和两把椅子比大小。这是博弈论的第一个缺陷。其二，博弈论只让特定数量比大小，还有更多没相比，例如，将表5括弧中的数比大小会发现分配状况。其三，博弈论存在悖论——个体的最大化选择使市场无效率，即表5中(1, 1)非纳什均衡。这说明博弈论能解释个体，却贬低市场。

博弈论的缺陷源于它只想表现私利的最大化，不会考虑分配合理性，更不会表现财富生产。悖论说出不仅市场影响其构成，后者也作用于市场。博弈论走进现实必须引入生产或数量的生成，这就能表明现实中必然存在财富的社会创造——生产，而不能全是占有和分割财富的私利行为。

“不同物的量只有化为同一单位后，才能在量上互相比较（马克思，2009c，第63页）。”表5中每个数量都同时对应两个主体和两个行为，把量和主体与行为分离的表示法改为乘积形式，见表6。例如，“ $1_{(Ax)(Bx)}$ ”表示“1”由行为主体A和B实施行为“x”生成。乘积形式“ $(Ax)(Bx)$ ”表明生成量所离不开的要素，若失去任意一个则“ $(Ax)(Bx)$ ”不存在，量也无从谈起，这反映现实的经济组织在创造财富时就是相互作用的行为主体和行为方式所构成的社会有机体。

表6

量及其所对应的质	
$[1_{(Ax)(Bx)}, 1_{(Ax)(Bx)}]$	$[-1_{(Ax)(By)}, 2_{(Ax)(By)}]$
$[2_{(Ay)(Bx)}, -1_{(Ay)(Bx)}]$	$[0_{(Ay)(By)}, 0_{(Ay)(By)}]$

按同质对象比大小的限制，表6中原来可比较的对象不可比较了，而本无比较关系的可进行比较，见表7。再按同质对象相加的限制将表7转换为表8。表8显示四个经济组织创造的财富，且它们的分配特征也清楚了，有的均分，有的不均分。

表7

$1_{(Ax)(Bx)} = 1_{(Ax)(By)}$	$-1_{(Ax)(By)} < 2_{(Ax)(By)}$
$2_{(Ay)(Bx)} > -1_{(Ay)(Bx)}$	$0_{(Ay)(By)} = 0_{(Ay)(By)}$

表8

$(1+1)_{(Ax)(Bx)}$	$(-1+2)_{(Ax)(By)}$
$[2 + (-1)]_{(Ay)(Bx)}$	$(0+0)_{(Ay)(By)}$

博弈论加入生产后，个体选择是双重的：既选择经济组织也选择个体利益。经济组织也选择个体，它将个体区分为组织结构中不同生产和分配地位的个体。而最大化选择也是双重的：一是经济组织创造尽可能多的财富，二是个体在组织中对利益的最大化选择；前者是个体间的合作，后者是竞争。这些选择交织在一起形成个体与个体、个体与组织、组织与组织之间错综复杂的相互作用过程。进一步看，任何两个量、三个量等都可比大小，前提是将它们对应的质合并为新整体，这既是博弈主体社会性质的不断增加，也是新经济组织的不断形成，二者都是“社会所提供的手段”和“社会条件”的丰富过程。

（五）微观经济学的生产函数

“真正的现代经济科学，只是当理论研究从流通过程转向生产过程的时候才开始（马克思，2009a，第376页）。”

流通领域的数学反映为加法，带加法的生产函数有CES函数： $Y = T [\alpha K^{-\rho} + (1-\alpha) L^{-\rho}]^{-(1/\rho)}$ 。加法只表现劳动或资本的量，从而只能表现分割量时劳动与资本的排斥、竞争关系，其中一方可完全取代另一方。

CD生产函数 $L^\alpha K^\beta$ 否定了加法生产模型，它体现生产是劳动和资本谁也离不开谁的相互作用。西方经济学很重视CD的参数，它们和规模报酬相关，但规模报酬只是在量化生产：

$$(\lambda L)^\alpha (\lambda K)^\beta = \lambda^{\alpha+\beta} (L^\alpha K^\beta)$$

即 $L^\alpha K^\beta$ 的量从1变到 $\alpha+\beta$ 。规模报酬仍旧只是从量上看到的表象。^①此外，西方经济学虽发现生产的乘法模型，但它并不把乘积当乘积，而是又要使其陷入相等和加减运算，其方法是求导、取对数和级数展开等（李子奈，2000，第23~24页）。实际上量变背后有质变，代入量纲就可发现：

$$(Li)^\alpha (Kj)^\beta = L^\alpha K^\beta (i^\alpha j^\beta) \text{ 或 } \{i, j\} \rightarrow i^\alpha j^\beta$$

^① “尽管规模经济这个概念抓住了分工经济的量的方面，但是它丢掉了分工经济的实质（杨小凯，2003，第17页）。”

规模报酬掩盖了本来可以在 CD 上看到的质变或创新。

生产的加法模型和乘法模型要发展到指数模型，因为加法可以合并同质项，而资本和劳动在生产过程中是统一体。指数模型由西方经济学的最新发展——超边际学说的专业化模型 I^* 展示。超边际学说用非线性数学表现了劳动分工，^① 显示出经济发展的质变特性。并且，该学说把生产函数发展为 I^* 使其比其他西方经济学更能推动经济数学的发展，这表现为她广泛运用图以及和图紧密结合的非线性数学，超边际学说已开始把乘法真正当作乘法本身来对待了。最重要的是，该学说为发现《资本论》的图模型提供启发。

I^* 中没有资本，没有资本的生产是什么生产？

第一，从超边际学说的“企业思想的生产者（杨小凯，2003，第 16 页）”和“特许人专于生产无形知识财产（杨小凯，2003，第 114 页）”来看，这种生产是创造知识的脑力劳动。专业化模型没有资本强调了无形生产力或知识形态的生产力，这反映了现代生产的特点，即脑力劳动将有形的物质生产力转化为无形的知识生产力，或者将知识生产力转化为新的知识生产力。

和传统生产相比，知识和创造知识的生产二者间的关系发生了很大变化。传统生产可物化为产品来交易，从而形成生产者和产品的分离。可知识形态的产品和创造它的生产很难发生这种分离。“知识本身无法作为一种生产要素与资本和劳动并列在一起，其原因在于后两者要素已经把知识以难以分割的方式纳入自身的结构之中（马克思·H. 博伊索，2005，第 31 页）。”

知识只能通过脑力劳动来直接占有，或它只适于社会占有。^② 这使劳动难以作为私有财产存在，更妨碍资本获取剩余价值。资本主义制度把生产发展为创造知识财富的生产和无法占有这种生产的矛盾，将加速其自我毁灭。所谓的知识分工是要分解脑力劳动，而要分解这种社会性很强的生产，资本的运动就必

① “此书用非线性规划、动态规划和其他非古典数学规划方法将古典主流经济学的灵魂在一个现代躯体中复活（杨小凯，2003，第 1 页）。”

② “不妨把知识财产权利与有形财产权利比较一下。如果你拥有一座房子，那么我就不会拥有它，而且我必须完成一系列复杂的法律程序，才能获得对它的法定权利。在没有这样的法定权利的情况下，我不可以大摇大摆地走进去并占有它，除非我有占领军来撑腰。我对这座房子的权利受到或多或少可以发挥作用的一系列物权法的保护。在知识产权的情况下，要获得这样的保护就会变得困难得多。你可能花了许多年逐步形成了一种了不起的创意，然后我在几分钟的谈话里就可以据为已有。当然，一旦我得到了这个创意，你仍会占有着它，但是你将不再可能做到充分地利用它，因为我现在已经变成了潜在的竞争者。其结果是，我实际上并没有剥夺你的创意，但我已经剥夺了你从对它的拥有中可以获得的某些好处（马克思·H. 博伊索，2005，第 4 页）。”杨小凯也指出知识的质量难以确定，“我们假设管理知识的交易效率要比劳动的交易效率低得多。这种假定是很现实的，因为无形的企业家思想的质量和数量绝对是难以测度的。企业家思想的潜在买者在获悉管理专家的思想后，可能会宣称它没有什么价值，从而拒绝付钱（2003，第 153 页）。”

须相应地发展出新形态的资本^①。

第二，资本的本质是一种价值分割关系：从劳动创造的价值中分离出剩余价值。因此资本并不出现在生产中，而出现在财富的分割中。与其他西方经济学模型相比，专业化把这点清楚表现出来了，正因为如此， L^* 超越了 CES 和 CD 等生产函数。

在超边际学说中和专业化如影随形的是交易成本，因此，在现代生产基础上建立起来的新资本就是 NIE 的研究对象：资本主义的各种制度。这种资本可称之为制度资本或无形资本或社会资本或知识资本，它不同于机器厂房等实物资本地方在于：制度资本作用的对象是生产整体，而不是某个局部的生产。

按前文分析交易费用的思路可得出制度资本要掩盖的剥削和掩盖方式分别为：

$$L^* \rightarrow v \rightarrow cv + wv + mv \rightarrow \{cv \quad wv \quad mv\} \text{ 和 } L^* \rightarrow v \rightarrow k \rightarrow cv + wv + kv \rightarrow \{cv \\ wv \quad kv\}$$

↑
K

K、k、 k 和 kv 分别是资本主义下各种具体制度产品的供给、制度资本、侵占剩余价值的行为和剩余价值的掩盖形式。随着有形资本扩张为无形资本，资本家也就有了“企业思想的生产者”的伪装，这个身份可掩盖资本家通过“知识”来无偿占有剩余价值。但这种掩盖反而最直白地说明了资本主义制度就是剥削制度。

总之，“企业思想”和“无形知识财产”只是一种特殊资本，即因为分割社会财富和占有剩余价值而产生的特殊知识，这些知识或它们的结合体形成了资本主义的各种具体制度。它们和生产过程本身形成的知识或生产制度完全不同，后者是创新和发展等各种质变的结果，前者只是分割价值的手段。

七、结论

要用数学这种思维形式来反映经济和经济的发展，那这样的数学应是怎样的数学呢？马克思指出：“当我们通过思维来考察自然界或人类历史或我们自己

① “过去十年，美国出现了很多专业更换机油的商店。他们通常是通过特许网络组织起来。这种特许组织由于特许人和受许人之间分工的加深而降低了交易成本。特许人专于计划、广告、设计操作手册、选择专业化设备以及管理，而受许人则专于更换机油。由于特许人专于生产无形知识财产，因此受许人就很容易侵犯特许人的财产（例如，一旦受许人得到了特许人提供的操作手册中的技巧，则受许人就会拒绝支付特许费）。特许合约就是一种人质机制来限制这种机会主义行为。一个典型的特许合约有一个特殊的条款，如果受许人不支付可能高达特许销售收入 9% 的特许费，则特许人就可以单方面终止合约。在合约终止后的一个特定时期，受许人在特定地区和经营活动上禁止与特许人竞争。这种人质机制大大提高了特许人知识产权的交易效率（杨小凯，2003，第 114 页）。”

的精神活动的时候，首先呈现在我们眼前的，是一幅由种种联系和相互作用无穷无尽地交织起来的画面，其中没有任何东西是不动的和不变的，而是一切都在运动、变化、生成和消逝（2009f，第23页）。”因此，若用数学反映经济，它的逻辑和内容必然是辩证的。本文研究了两种变化——生产和生产的派生运动——竞争，它们的数学反映是 e 和 $\sqrt[n]{n!}$ 。

如果说《资本论》用了什么数学模型的话，那就是加法模型。加法的使用有个前提，即同样质的对象才能相加，马克思通过等式“20码麻布=1件上衣”找到了这个质：劳动。由劳动创造的价值和价值的分配在经济数学中表现为相等、加减、大小比较等纯粹量的关系，不包含或去除任何质的因素，这必然否定以质变为特性的劳动，也形成了西方经济学的局限。计量经济学只能计量不能计质，只能证出有限不能证出无限。能计质和证出无限的只有现实生活，“在现实生活面前，正是描述人们实践活动和实际发展过程的真正的实证科学开始的地方（马克思，2012，第153页）。”本文发现了劳动创造价值的经验式，它用人类的实践活动证明了劳动价值论的正确性。

《资本论》中加法和西方经济学的加法都反映商品经济和资本主义经济如何从量上分配社会财富，不同的是马克思指出了分配对象的来源：劳动。所以，马克思主义政治经济学研究质量统一体。值得注意的是，恩格斯将辩证法的规律归纳为三条，把“量转化为质和质转化为量的规律”（2009f，第463页）排在了第一位。而《资本论》的图正体现了这个规律。本文在《资本论》的加法基础上发展出马克思主义政治经济学的生产模型 e ，它用加法和乘除、质和量矛盾统一的数学形式反映出包含生产、分配、交换和消费的生产有机体^①。

参考文献

- [1] 《马克思恩格斯文集》第8卷，人民出版社2000年版。
- [2] 《马克思恩格斯文集》第1卷，人民出版社2000年版。
- [3] 《马克思恩格斯文集》第5卷，人民出版社2000年版。
- [4] 《马克思恩格斯文集》第7卷，人民出版社2000年版。
- [5] 《马克思恩格斯文集》第4卷，人民出版社2000年版。
- [6] 马克思、恩格斯，2009f:《马克思恩格斯文集》第9卷，人民出版社。
- [7] 马克思，2009g:《马克思恩格斯文集》第6卷，人民出版社。

^① “我们得到的结论并不是说，生产、分配、交换、消费是同一的东西，而是说，它们构成一个总体的各个环节，一个统一体内部的差别。生产既支配着与其他要素相对而言的生产自身，也支配着其他要素。过程总是从生产重新开始。交换和消费不能是起支配作用的东西，这是不言而喻的。分配，作为产品的分配，也是这样，而作为生产要素的分配，它本身就是生产的一个要素。因此，一定的生产决定一定的消费、分配、交换和这些不同要素相互间的一定关系。当然，生产就其单方面形式来说也决定于其他要素。例如，当市场扩大，即交换范围扩大时，生产的规模也就增大，生产也就分得更细。随着分配的变动，例如，随着资本的积聚，随着城乡人口的不同的分配等等，生产也就发生变动。最后，消费的需要决定着生产。不同要素之间存在着相互作用。每一个有机整体都是这样（马克思，2009a，第23页）。”

- [8] 马克思, 2012:《马克思恩格斯选集》第一卷, 人民出版社。
- [9] 马克思, 1979:《马克思恩格斯全集》第42卷, 人民出版社。
- [10] 列宁:《列宁专题文集 论辩证唯物主义和历史唯物主义》, 人民出版社2009年版。
- [11] 罗素:《数理哲学导论》, 商务印书馆1982年版。
- [12] 杨小凯, 2003:《经济学——新兴古典与新古典框架》, 社会科学文献出版社。
- [13] 《数学手册》编写组, 2005:《数学手册》, 高等教育出版社。
- [14] 梁宗巨等, 2005:《世界数学通史(下册·二)》, 辽宁教育出版社。
- [15] 张家龙, 1993:《数理逻辑发展史——从莱布尼茨到哥德尔》, 社会科学文献出版社。
- [16] 张顺燕, 2000:《数学的源与流》, 高等教育出版社。
- [17] Eli Maor, 2010:《e的故事:一个常数的传奇》, 人民邮电出版社。
- [18] 刘式达等, 2003:《自然科学中的混沌和分形》, 北京大学出版社年。
- [19] 郝柏林, 1993:《从抛物线谈起——混沌动力学引论》, 上海科技教育出版社。
- [20] 埃德加·E·彼得斯, 1999:《资本市场的混沌与秩序:一个关于商业循环、价格和市场变动的新观点》(第二版), 经济科学出版社。
- [21] 罗纳德·科斯, 2003:《企业的性质》, 载于盛洪主编《现代制度经济学(上卷)》(论文集), 北京大学出版社。
- [22] 李子奈, 2000:《计量经济学》, 高等教育出版社。
- [23] 马克思·H·博伊索特, 2005:《知识资产:在信息经济中赢得竞争优势》, 世纪出版集团、上海人民出版社。
- [24] 查传捷、李琦, 2012:《面向气候变化的复杂地球系统建模与模拟的探索(下)》,《自然杂志》第34卷第6期。