CONTROLE PREDITIVO DE ROBÔS MÓVEIS NÃO HOLONÔMICOS

Felipe Kühne

kuhne@eletro.ufrgs.br

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr.

jmgomes@eletro.ufrgs.br

Prof. Dr. Walter Fetter Lages

fetter@eletro.ufrgs.br

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Elétrica

Objetivos Propostos

Estudo e desenvolvimento de algoritmos de controle preditivo (MPC) para robôs móveis dotados de rodas e com restrições não holonômicas abordando:

❶ proposta de um algoritmo MPC baseado em linearizações sucessivas sobre a trajetória;

❷ implementação de algoritmos de controle preditivo não linear (NMPC);

❸ comparação entre as estratégias acima em termos de: *complexidade*, *tempo de execução* e *desempenho*.

Motivação

O problema do controle de robôs móveis:

- Devido às condições de Brockett (Brockett, 1982), leis de controle suaves e invariantes no tempo não podem ser utilizadas para a estabilização de sistemas não holonômicos através de realimentação estática de estados;
- Solução: Leis de controle *descontínuas* (Bloch *et al.*, 1990) e *variantes no tempo* (Samson, 1990).

Motivação

Desvantagens das abordagens clássicas:

- baixas taxas de convergência;
- trajetórias altamente oscilatórias;
- síntese e sintonia do controlador não é intuitiva;
- em implementações reais é difícil de se obter boa performance, devido às restrições nas entradas de controle e nos estados que naturalmente existem.

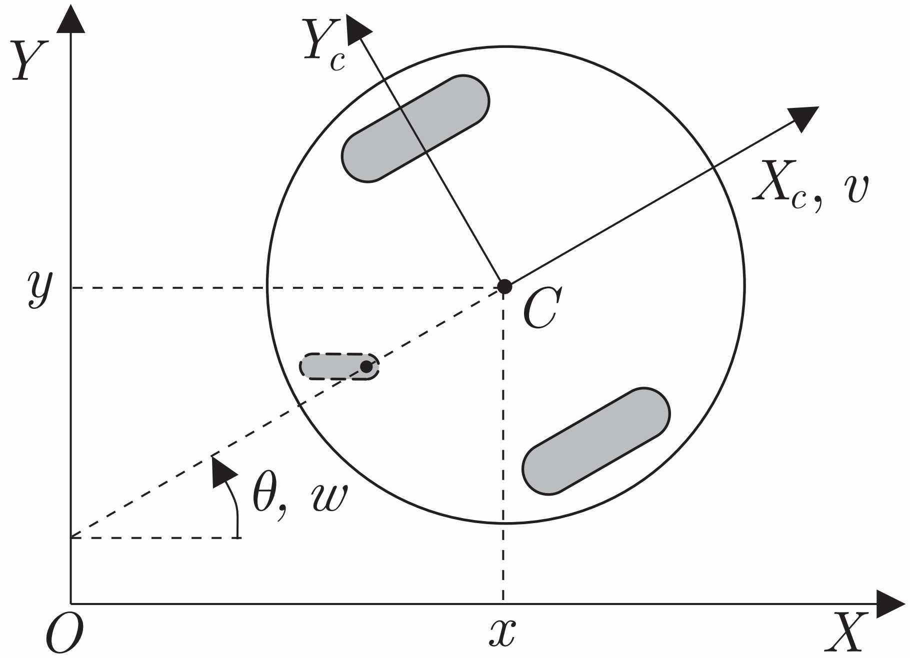
Motivação

Através do uso de Controle Preditivo:

- uma lei de controle variante no tempo é implicitamente gerada;
- restrições nas entradas de controle:
  - saturação e limites de torque dos atuadores podem ser considerados;
- restrições nos estados:
  - movimentação dentro de uma região segura.

Robôs Móveis

Modelagem matemática:



$$\begin{cases} \dot{x} = v\cos\theta \\ \dot{y} = v\sin\theta \\ \dot{\theta} = w \end{cases}$$

$\mathbf{x} \triangleq [x \quad y \quad \theta]^T$: configuração do robô;

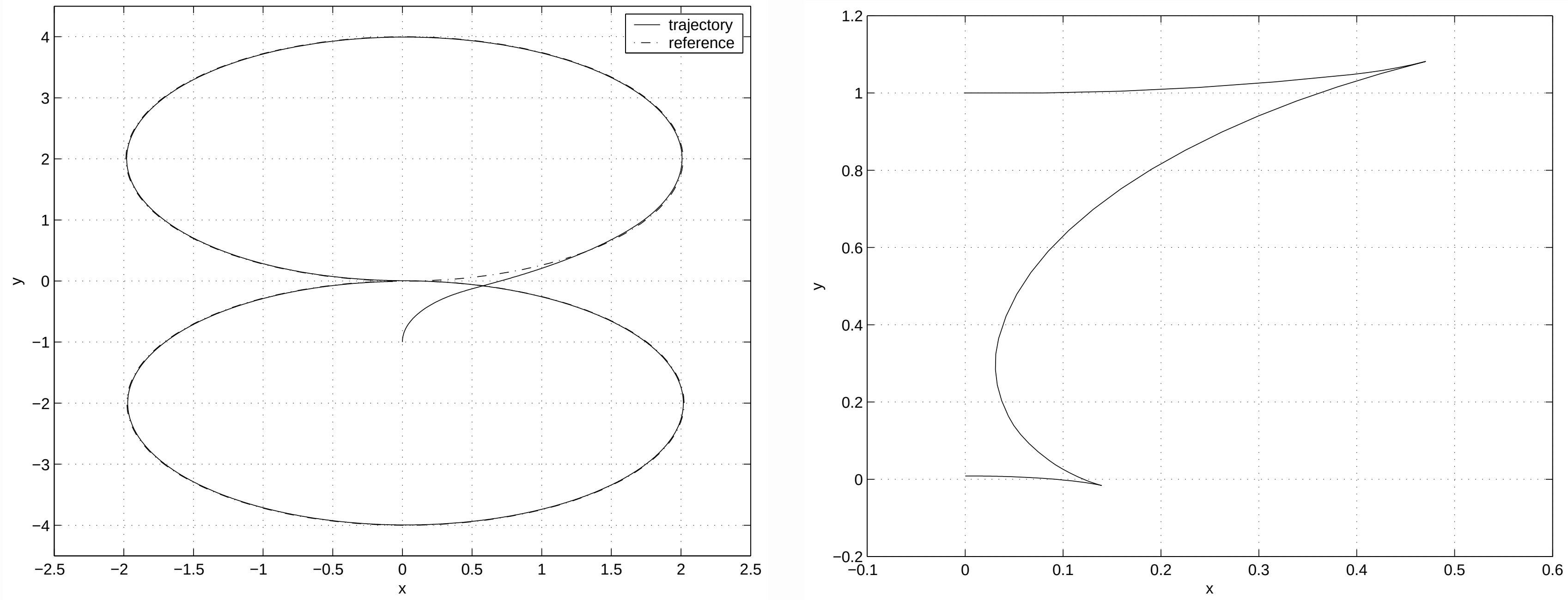
$\mathbf{u} \triangleq [v \quad w]^T$: entradas de controle.

Controle de Robôs Móveis

Objetivos:

(a) estabilização em uma trajetória (rastreamento de trajetória);

(b) estabilização em um ponto.



(a) (b)

Controle de Robôs Móveis

Rastreamento de trajetória:

- Robô de referência:

$$\begin{cases} \dot{x}_r = v_r \cos\theta_r \\ \dot{y}_r = v_r \sin\theta_r \\ \dot{\theta}_r = w_r \end{cases}$$

- O problema de rastreamento de trajetória pode ser posto como encontrar uma lei de controle tal que

$$\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_r(t) = 0$$

em um intervalo de tempo finito.

Controle de Robôs Móveis

Estabilização em um ponto:

- Dada uma postura qualquer $\mathbf{x}_d$, encontrar uma lei de controle tal que

$$\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d = 0$$

em um intervalo de tempo finito.

- Por causa da Condição de Brockett, não existe lei de controle suave e invariante no tempo que resolva este problema.

Controle Preditivo

- O método de controle preditivo baseia-se em um *modelo do sistema* para obter uma seqüência ótima de controle através da minimização de uma *função de custo* (Allgöwer, 1999);
- A cada instante de amostragem, é feita uma predição dos estados dentro de um intervalo de tempo finito, chamado *horizonte de predição*. Baseado nessas predições, a função de custo é minimizada com relação às futuras ações de controle em malha aberta;
- A função de custo é minimizada respeitando-se restrições nos estados e nas entradas de controle.

Controle Preditivo

Problema de minimização da função de custo: Resolvido *on line*, repetidamente a cada instante de amostragem k.

$$\mathbf{u}^\star = \arg\min_{\mathbf{u}} \{\Phi(k)\}$$

$$\text{sujeito a:} \qquad \mathbf{u}(k+i-1|k) \in \mathbb{U}$$
$$\mathbf{x}(k+i|k) \in \mathbb{X}$$

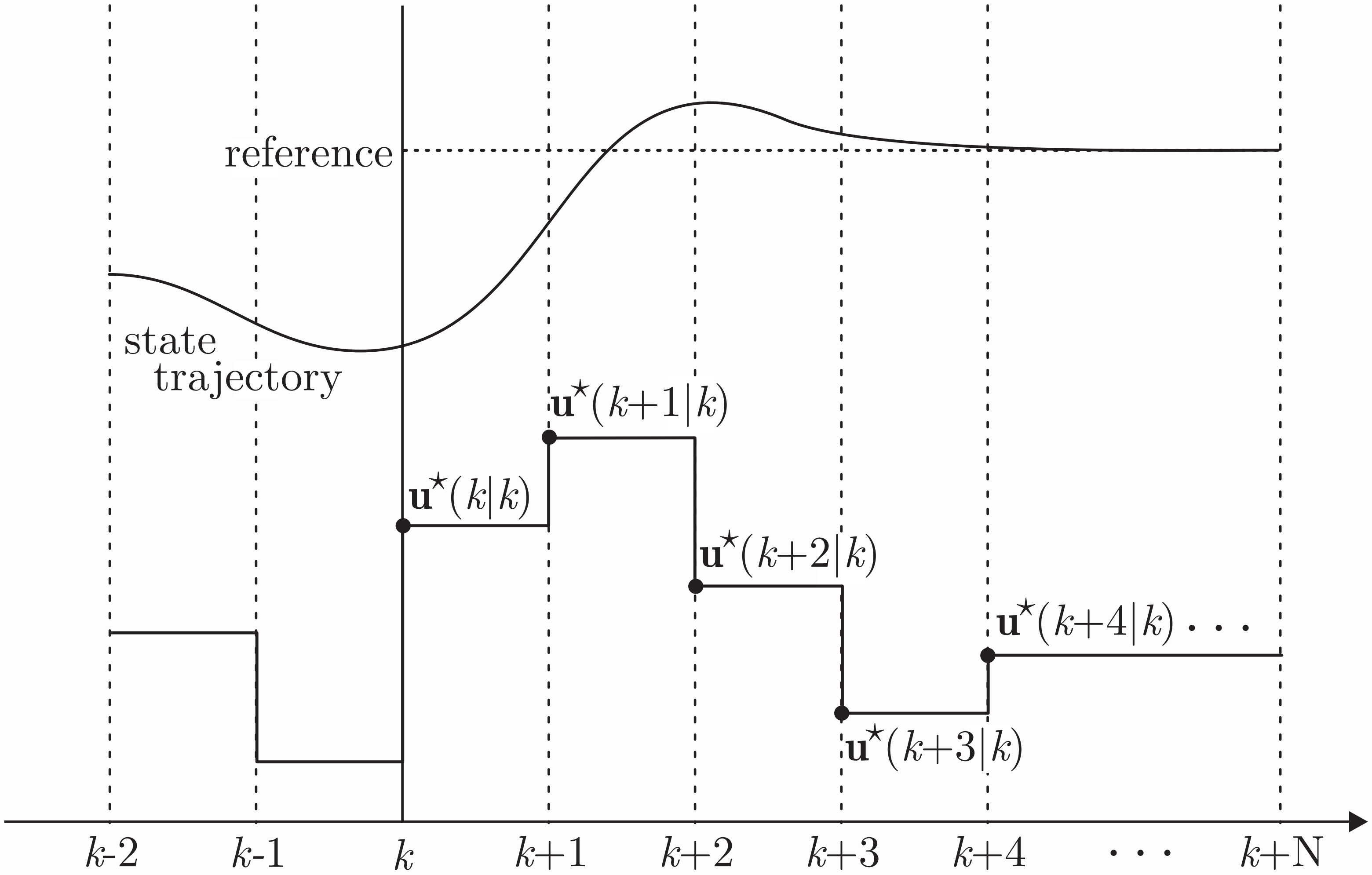
onde $i \in [1, \ldots, N]$, obtendo-se uma sequência de controle ótima

$$\mathbf{u}^\star \triangleq \{\mathbf{u}^\star(k|k), \mathbf{u}^\star(k+1|k), \cdots, \mathbf{u}^\star(k+N-1|k)\}$$

Controle Preditivo

- Apenas o controle para o instante atual – $\mathbf{u}^{\star}(k|k)$ – é aplicado na planta e o mesmo procedimento repete-se para o próximo instante de amostragem;
- Este mecanismo é comumente chamado de *Estratégia de Horizonte Móvel* (*moving* ou *receding horizon*), em referência ao modo com que a janela de tempo desloca-se de um instante de amostragem para o próximo;

Controle Preditivo



Controle Preditivo

- O controle preditivo tornou-se bem aceito em indústrias de processo, principalmente onde as plantas a serem controladas são suficientemente *lentas* para permitir a sua implementação;
- Entretanto, para sistemas não lineares e/ou com dinâmicas rápidas, a implementação de tal técnica permanece limitada, devido principalmente ao grande custo computacional envolvido na solução da otimização, que precisa ser resolvida *on-line*.

Controle Preditivo de Robôs Móveis

ABORDAGEM 1:
Linearizações sucessivas ao longo de uma trajetória de referência.

- O modelo é linearizado sucessivamente em torno de uma trajetória de referência $\Rightarrow$ modelo linear variante no tempo;

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}(k)\tilde{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}(k)\tilde{\mathbf{u}}(k),$$

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) \triangleq \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_r(k), \quad \tilde{\mathbf{u}}(k) \triangleq \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}_r(k)$$

- O problema de otimização é transformado em um problema de *Programação Quadrática*.

ABORDAGEM 1

Função de custo:

$$\Phi(k) = \sum_{j=1}^{N} \tilde{\mathbf{x}}^T(k+j|k)\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{x}}(k+j|k)+\tilde{\mathbf{u}}^T(k+j-1|k)\mathbf{R}\tilde{\mathbf{u}}(k+j-1|k)$$

Variável de otimização:

$$\tilde{\mathbf{u}} \triangleq [\tilde{\mathbf{u}}^T(k|k) \quad \cdots \quad \tilde{\mathbf{u}}^T(k|k+N-1)]^T$$

Restrição: $\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_{max}$

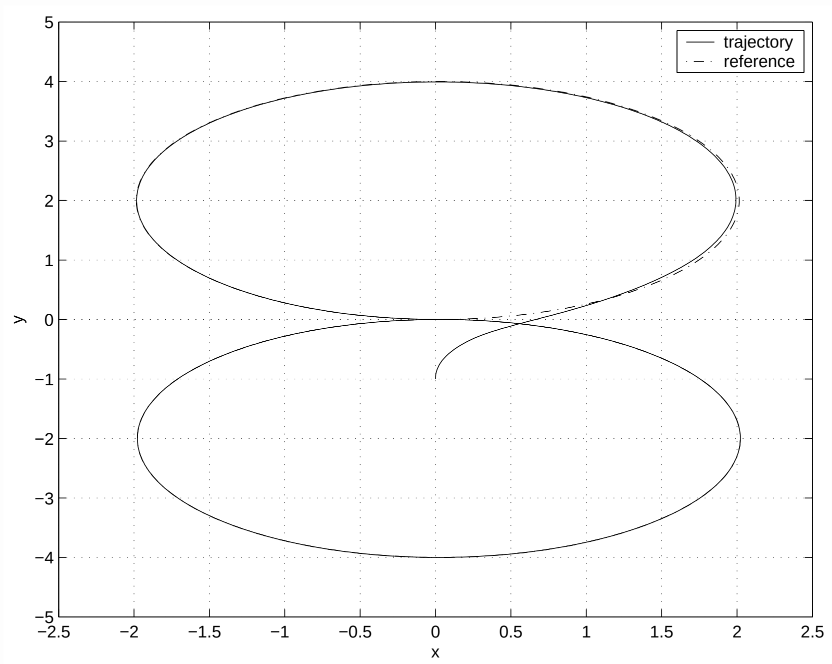
$$\Downarrow$$

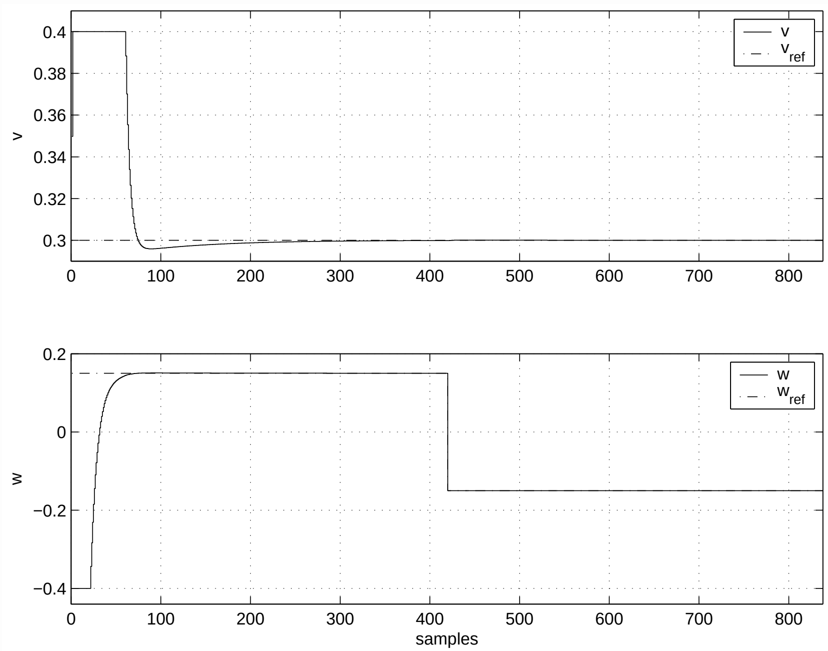
$$\mathbf{u}_{min} - \mathbf{u}_r(k) \leq \tilde{\mathbf{u}}(k) \leq \mathbf{u}_{max} - \mathbf{u}_r(k)$$

ABORDAGEM 1 - Resultados

$$N = 5 \qquad \mathbf{Q} = diag(1, 1, 0.5) \qquad \mathbf{R} = 0.1\mathbf{I}$$

$$-0.4 \leq v \leq 0.4 \qquad -0.4 \leq w \leq 0.4$$





ABORDAGEM 2: MPC Não Linear - Estabilização em uma trajetória.

Função de custo:

$$\Phi(k) = \sum_{j=1}^{N} \tilde{\mathbf{x}}^T(k+j|k)\mathbf{Q}\tilde{\mathbf{x}}(k+j|k)+\tilde{\mathbf{u}}^T(k+j-1|k)\mathbf{R}\tilde{\mathbf{u}}(k+j-1|k)$$

Variáveis de otimização: $\mathbf{u} \triangleq [\mathbf{u}^T(k|k) \ \cdots \ \mathbf{u}^T(k+N-1|k)]^T$

$$\mathbf{x} \triangleq [\mathbf{x}^T(k+1|k) \ \cdots \ \mathbf{x}^T(k+N|k)]^T$$

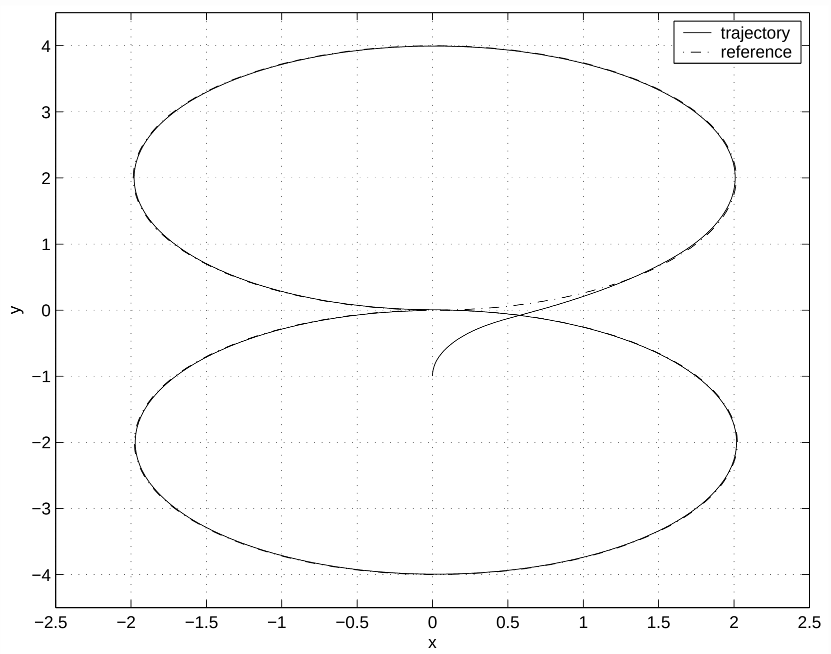
Restrições: $\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$

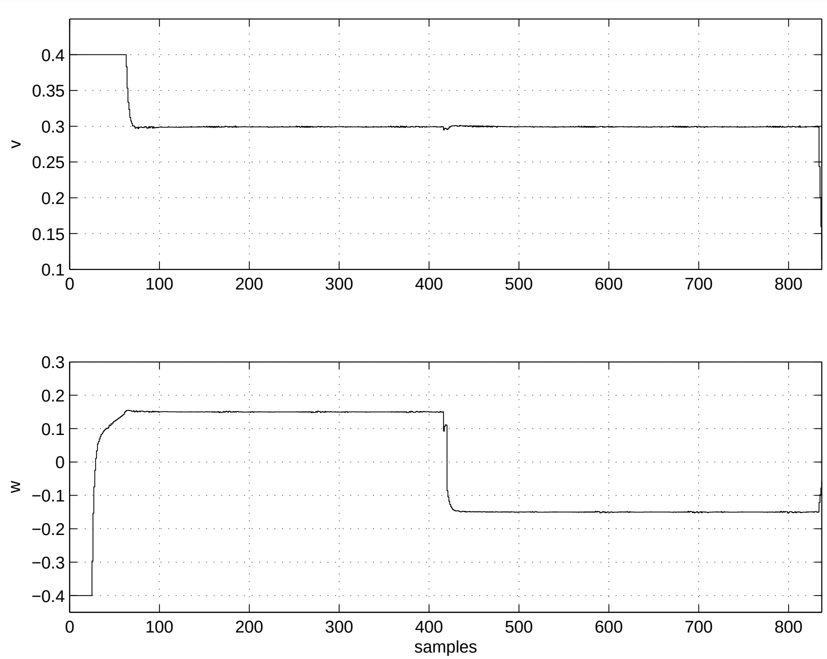
$$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_{max}$$

ABORDAGEM 2 - Resultados

$$N = 5 \quad \mathbf{Q} = diag(1, 1, 0.5) \quad \mathbf{Q}_N = 50\mathbf{Q} \quad \mathbf{R} = 0.1\mathbf{I}$$

$$-0.4 \leq v \leq 0.4 \qquad -0.4 \leq w \leq 0.4$$





ABORDAGEM 3: MPC Não Linear - Estabilização em um ponto.

Função de custo:

$$\Phi(k) = \sum_{j=1}^{N} \mathbf{x}^T(k+j|k)\mathbf{Q}\mathbf{x}(k+j|k) + \mathbf{u}^T(k+j-1|k)\mathbf{R}\mathbf{u}(k+j-1|k)$$

Variáveis de otimização: $\mathbf{u} \triangleq [\mathbf{u}^T(k|k) \ \cdots \ \mathbf{u}^T(k+N-1|k)]^T$

$\mathbf{x} \triangleq [\mathbf{x}^T(k+1|k) \ \cdots \ \mathbf{x}^T(k+N|k)]^T$

Restrições: $\mathbf{x}(k+1) = f(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$

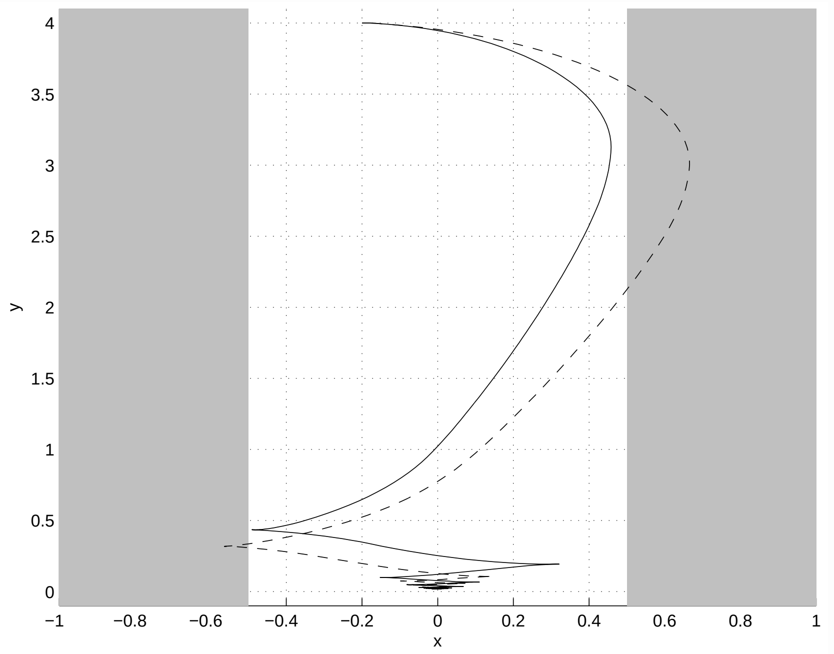
$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u}(k) \leq \mathbf{u}_{max}$

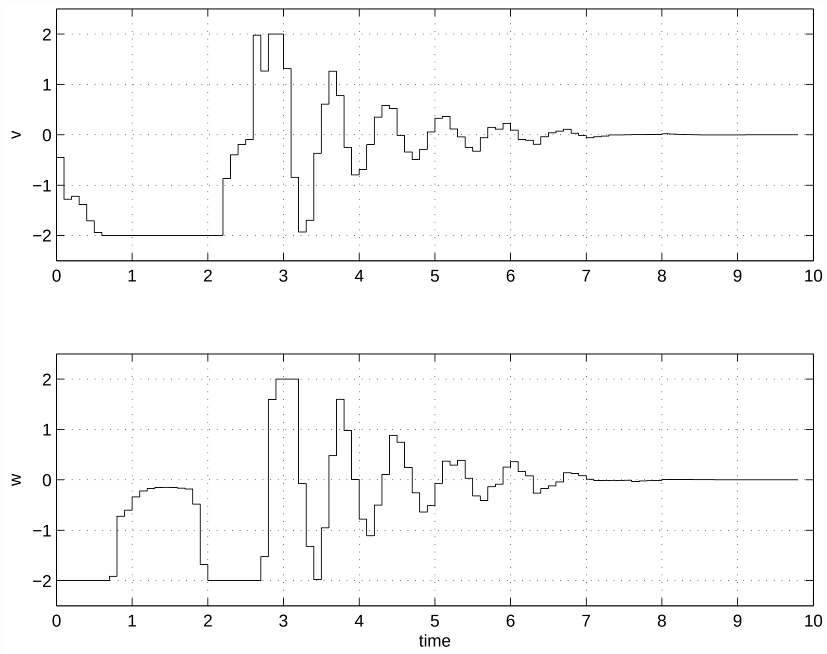
$\mathbf{x}_{min} \leq \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{x}_{max}$

ABORDAGEM 3 - Resultados

$$N = 5 \quad \mathbf{Q} = diag(1, 1, 0.5) \quad \mathbf{Q}_N = 100\mathbf{Q} \quad \mathbf{R} = 0.01\mathbf{I}$$

$$-2 \leq v \leq 2 \qquad -2 \leq w \leq 2 \qquad -0.5 \leq x \leq 0.5$$





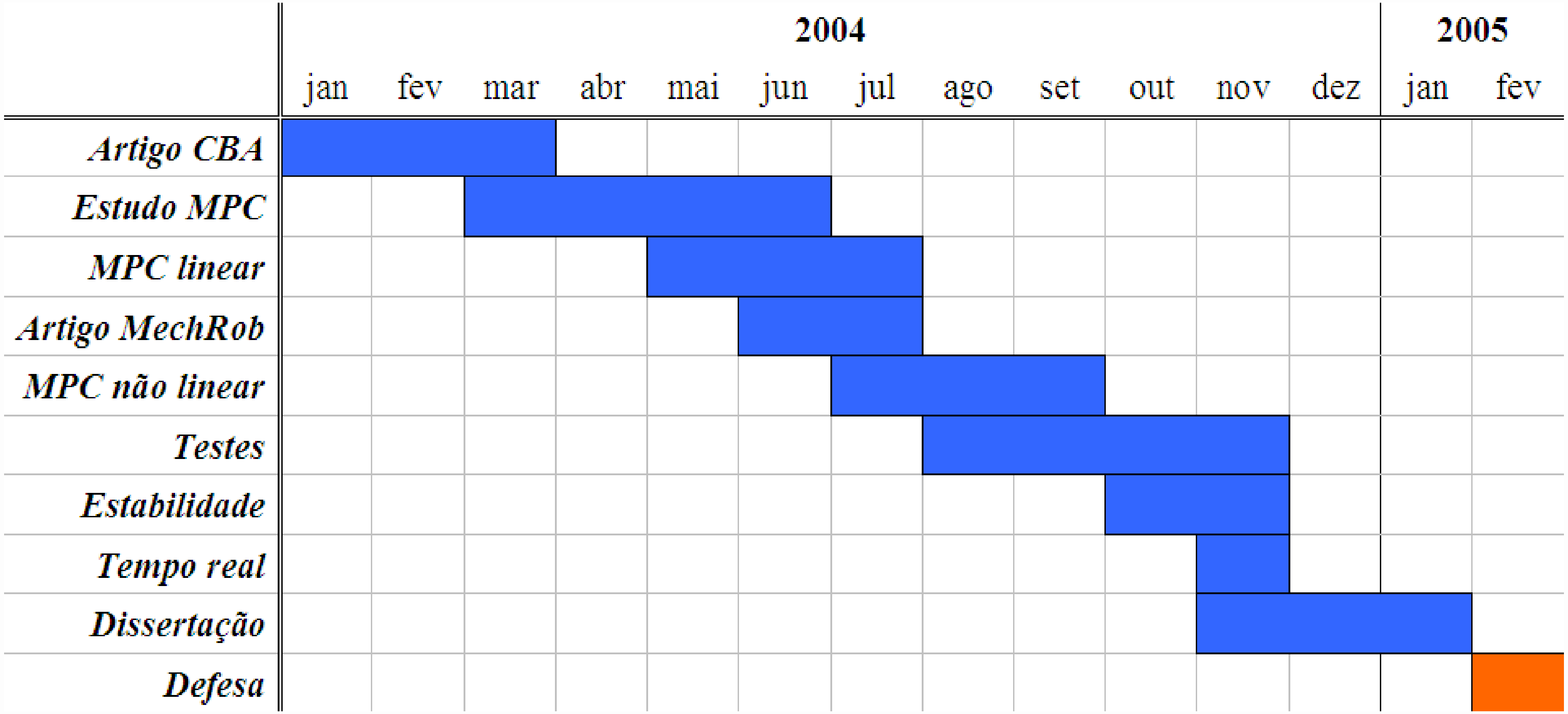
Trabalhos Futuros

- Obtenção de trajetórias de aproximação para o modelo linearizado;
- Testes dos algoritmos com diversas funções de custo e matrizes de peso;
- Estudo de estabilidade;
- Implementação em tempo-real.

Publicações

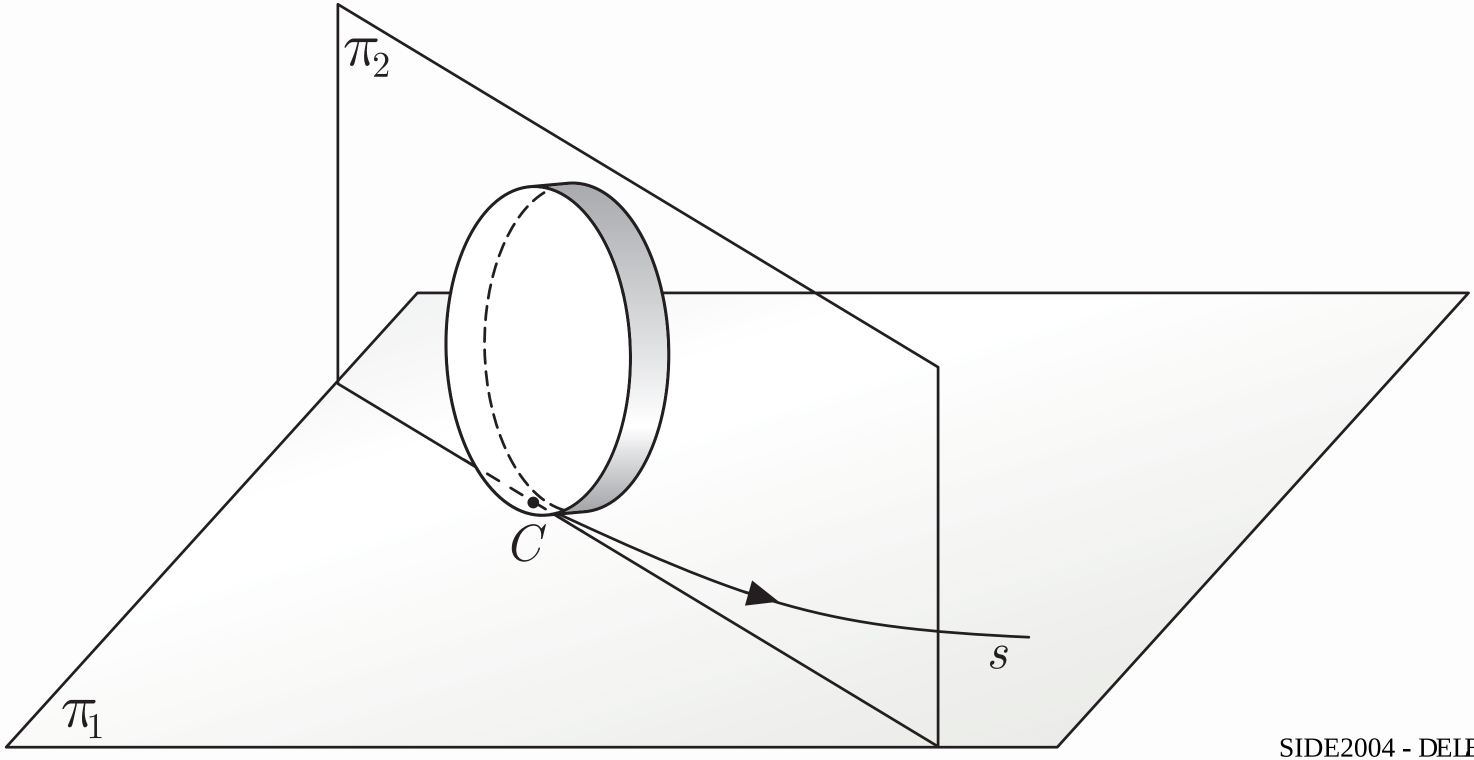
- *Estimação e Controle da Posição de um Robô Móvel Utilizando Filtro de Kalman*. XV Congresso Brasileiro de Automática. Gramado, 2004;
- *Model Predictive Control of a Mobile Robot Using Linearization*. 4th Conference on Mechatronics and Robotics. Aachen, Germany, 2004.
- *Point Stabilization of Mobile Robots with Model Predictive Control*. A ser submetido.

Cronograma Previsto



Restrições Não Holonômicas

- a velocidade no ponto de contato entre a roda e o solo (ponto C) é nula;
- a velocidade perpendicular ao plano da roda (π_2) é nula.



Restrições Não Holonômicas

Exemplo: carro