

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Departamento de Engenharia Elétrica
LISTA DE EXERCÍCIOS - 1a. ÁREA
ENG04035 – Sistemas de Controle I
<http://www.eletro.ufrgs.br/~jmgomes/eng04035>
Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr.

1 Modelagem e Linearização de Sistemas

1.1. O texto em [1, p. 250-251] refere-se à obtenção e parâmetros do modelo de pequenos sinais para transistores na configuração emissor comum. Suponha que as curvas ilustradas na Figura 6.2-2 são descritas pela seguinte equação:

$$i_C = f(v_{CE}, i_B),$$

onde f é uma função conhecida.

- (a) Como você pode relacionar os parâmetros h_{oe} e h_{fe} com a função f ?
- (b) Obtenha relações explícitas.

1.2. Exercícios do livro-texto [2]: B.3-8, B.3-11, B.3-13, B.3-17, B.3-18 e B.3-19

1.3. Considere o sistema abaixo com $u = 0,5$.

$$\frac{d^2y}{dy^2} + \lambda(1 - y^2)\frac{dy}{dt} + y = u$$

- (a) Determine o(s) ponto(s) de equilíbrio;
- (b) Obtenha um modelo linearizado em torno de cada ponto de equilíbrio;
- (c) Considere a condição de equilíbrio resultante para $u = 0,5$. Determine aproximadamente a resposta do sistema não linear quando a entrada u é incrementada de 0,1 instantaneamente;
- (d) Se você dispõe de um simulador, simule o sistema a solução do sistema não linear e compare com a solução obtida no item (c).

1.4. Procure responder às questões abaixo sem consulta a qualquer material.

- (a) Defina ponto de equilíbrio;
- (b) O ponto de equilíbrio é uma solução da equação diferencial? Explique;
- (c) Obtenha os pontos de equilíbrio para os sistemas lineares a seguir:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= x \\ \dot{x} &= -2y, \quad \ddot{y}(t) + 5\dot{y} = u \end{aligned}$$

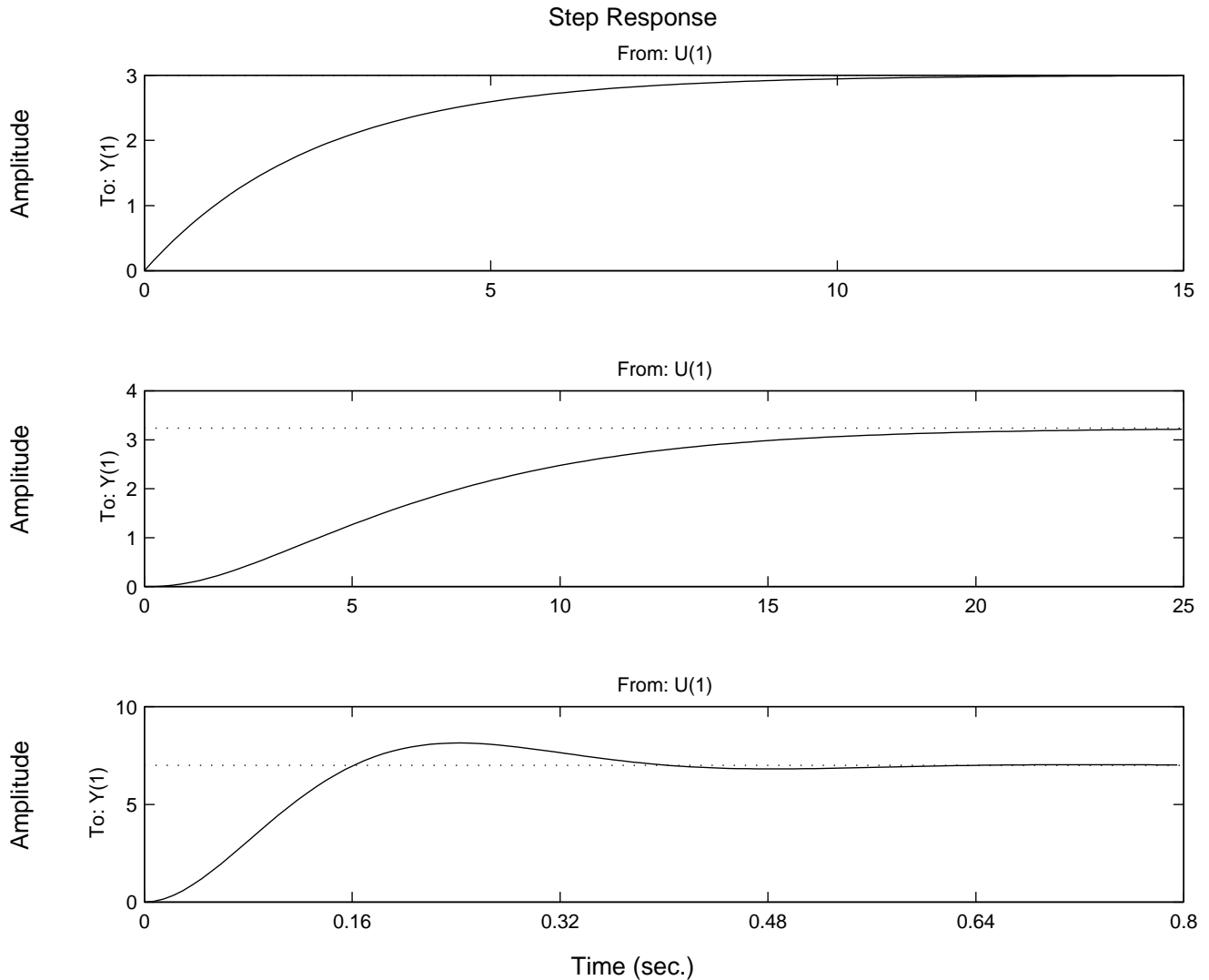
(d) Como você entende (qual o significado para você) a linearização de um sistema não linear em torno de um ponto de equilíbrio? Que utilidade você vê para este procedimento?

2 Resposta Transitória e Identificação de Parâmetros de Funções de Transferência

2.1. Ler o Capítulo 4, p. 123-178, "Resposta no Domínio do Tempo", de [3] (disponível no xerox).

Em seguida, resolver os seguintes problemas propostos no livro (a partir da p. 170): 2, 4, 6, 8, 17, 19, 20, 23, 24, 29, 30, 49, 50, 58, 61. Os problemas considerados avançados foram aqui escritos em *itálico*.

2.2. A figura abaixo ilustra a resposta ao degrau unitário de três sistemas distintos. Obtenha um modelo aproximado para cada um deles, em termos de função de transferência.



2.3. Desprezando a dinâmica da parte elétrica (que em geral é muito mais rápida que a da parte mecânica), o comportamento de um dado servomotor pode ser modelado por uma função de transferência do tipo

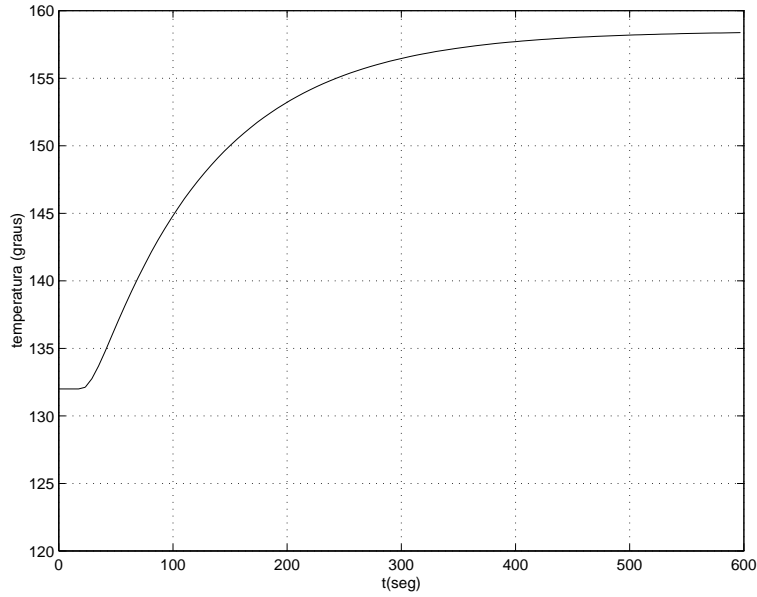
$$G(s) = \frac{w(s)}{v(s)} = \frac{50}{10s + 1},$$

onde w é dado em RPM e v em volts. Pergunta-se:

(a) Supondo que o motor está girando, em regime, a uma velocidade constante de 100 RPM. Qual o valor de tensão V que está sendo aplicado na entrada?

(b) Supondo que em um dado momento a tensão aplicada sobre o motor é aumentada em 2V. Faça um gráfico explicitando o comportamento da velocidade a partir da aplicação deste salto.

2.4. Um ensaio em malha aberta é realizado em um forno. Primeiramente, aplica-se uma potência constante que faz com que sua temperatura chegue a $132^\circ C$. Em seguida, aumenta-se a potência aplicada em 5%. O gráfico da temperatura a partir da aplicação do salto de 5% (instante $t = 0$) é mostrado na figura abaixo:



Com base neste gráfico, qual seriam os parâmetros K , L e τ , se desejássemos aproximar o comportamento do sistema para um ponto de operação próximo de $132^\circ C$, por uma função de transferência do tipo

$$G(s) = \frac{t(s)}{P(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{\tau s + 1}$$

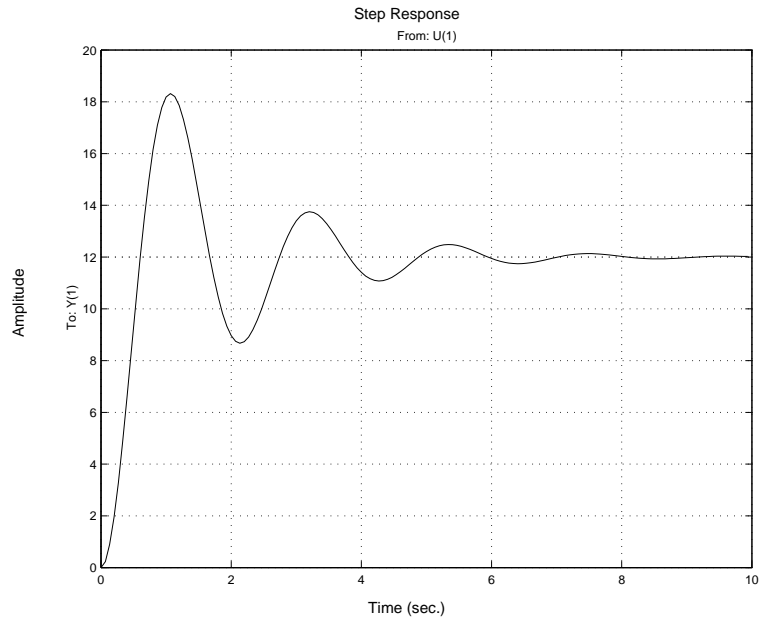
2.5. A função de transferência de um processo de 2a. ordem é dada genericamente por:

$$G(s) = \frac{Kw_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2},$$

onde K é o ganho estático, w_n é a frequência natural de oscilação e ξ é o amortecimento. Neste caso, tem-se que o tempo de acomodação e o valor do máximo pico percentual da resposta são dados por:

$$t_s = \frac{4}{\xi w_n}, \quad Mo = 100e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

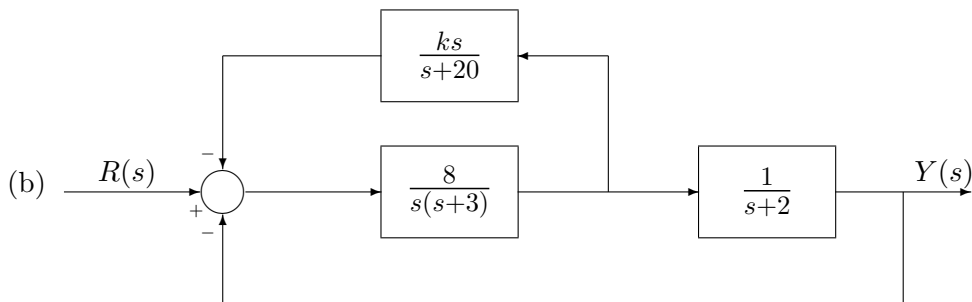
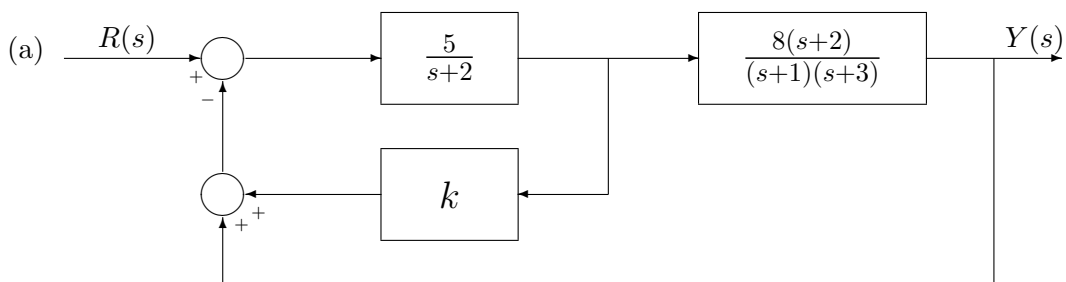
Suponha agora que injetamos um sinal do tipo salto de amplitude 1 na entrada de um processo, obtendo-se em sua saída a seguinte resposta:



Com base neste gráfico, qual seriam os parâmetros K , w_n e ξ se desejássemos aproximar o comportamento do sistema por uma função de transferência de 2a. ordem?

3 Sistemas Realimentados: Desempenho Transitório e em Regime Permanente

3.1. Determine os coeficientes de erro estacionário k_p e k_v e o erro em regime permanente da resposta a excitações do tipo degrau e rampa para os sistemas abaixo. Procure entender a influência do parâmetro k no erro em regime permanente.

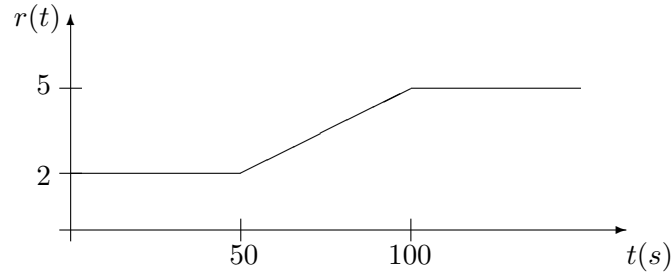


3.2. Seja a função de transferência de um sistema de controle com realimentação unitária dada por:

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

Determine expressões para obter o erro em regime permanente para entradas do tipo degrau e rampa em função dos parâmetros de $T(s)$. Determine também expressões para os coeficientes de erro de posição e velocidade.

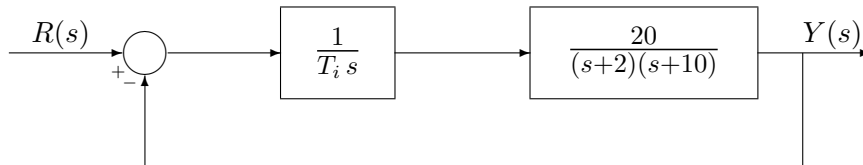
3.3. A partir dos resultados do item 3.2 acima, esboce a resposta dos sistemas abaixo para a excitação ilustrada na figura a seguir:



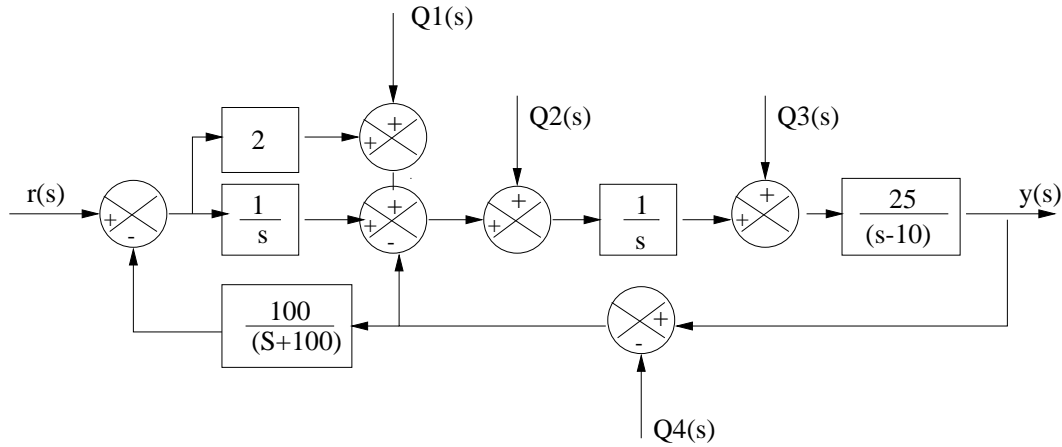
(a)
$$T(s) = \frac{200}{(s+20)(s+10)(s+1)}$$

(b)
$$T(s) = \frac{25(s+4)(s+8)}{s^4 + 25s^3 + 180s^2 + 300s + 800}$$

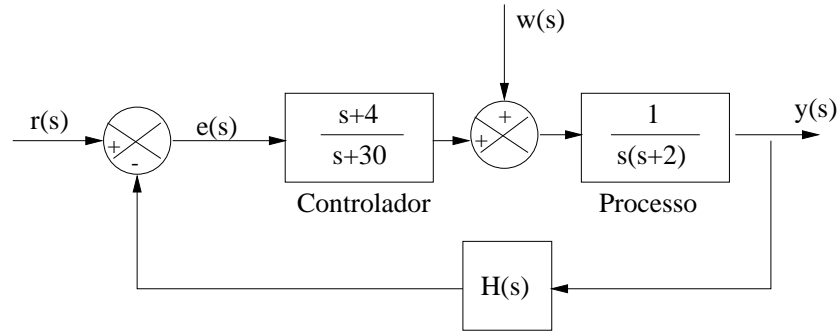
3.4. Para o sistema abaixo, determine T_i que faz com que o sistema apresente erro em regime permanente igual a 0,1 em resposta à rampa unitária.



3.5. Para cada uma das perturbações $Q_1(s)$ a $Q_4(s)$ do sistema abaixo, determine se é ou não rejeitada assintoticamente (justifique suas respostas) considerando perturbações tanto do tipo degrau quanto rampa.

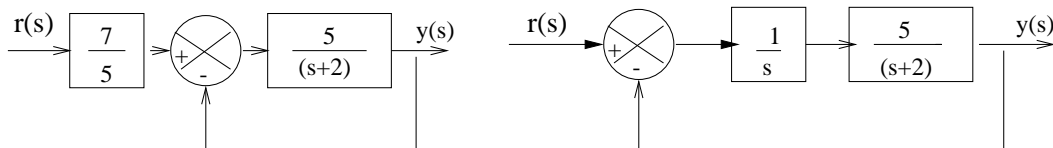


3.6. Considere o sistema da figura abaixo. Assuma que a dinâmica do sensor é dada por $H(s) = 1$.



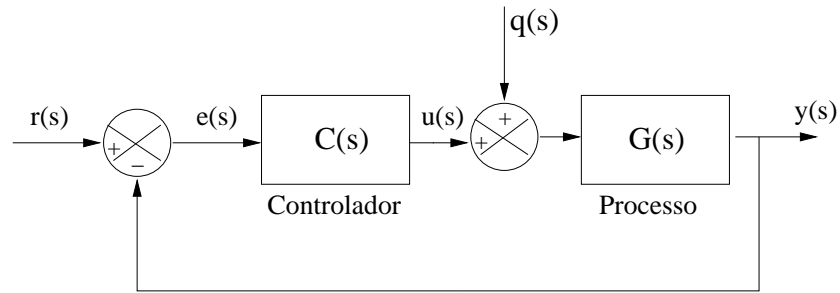
- (a) O sistema pode seguir uma referência r do tipo degrau com erro nulo em regime permanente? Justifique.
- (b) Pode o sistema rejeitar perturbações w do tipo degrau? Justifique.
- (c) Esboce o gráfico de $u(t)$, $e(t)$ e $y(t)$ considerando a aplicação de um degrau de amplitude 1,5 em r e, 20 segundos após, a ação de uma perturbação w do tipo degrau de amplitude $-0,3$.
- (d) Repita (a), (b) e (c) considerando $H(s) = \frac{5}{(s+20)}$

3.7. Considere os dois sistemas abaixo:



- (a) Mostre que os dois sistemas são capazes de seguir referências r constantes com erro nulo em regime permanente.
- (b) Analise as diferenças entre os dois sistemas com respeito a:
- robustez ao seguimento da referência se os parâmetros da planta variam (i.e., os dois sistemas continuam seguindo a referência com erro nulo?)
 - estabilidade relativa e comportamento dinâmico do sistema em malha fechada.

3.8. Considere o seguinte diagrama em blocos:

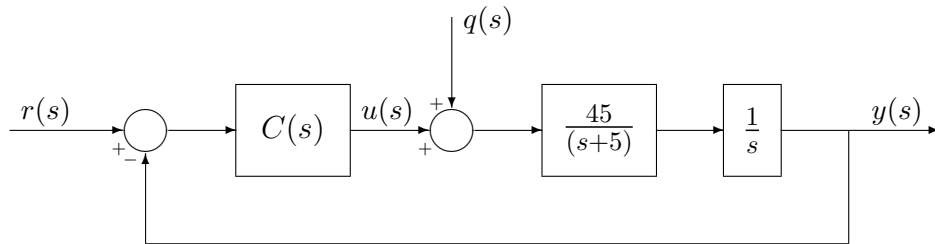


1. Que condições devem ser satisfeitas para que seja possível seguir uma referência senoidal, com frequência angular w rad/s, com erro nulo em regime permanente?
2. Que condições devem ser satisfeitas para que seja possível rejeitar assintoticamente em regime permanente uma referência senoidal, com frequência angular w rad/s?

3.9. Ler o Capítulo 4 de [4] e resolver os seguintes problemas (a partir da p. 224): 4.10, 4.14, 4.15 (a,b,c,d), 4.19 (a,b), 4.25 (a,b), 4.32 (a,c) e 4.36 (a). Os problemas em itálico são complementares.

4 Controladores PID

4.1. O seguinte diagrama de blocos representa um controle de posição feito através de um servomotor:

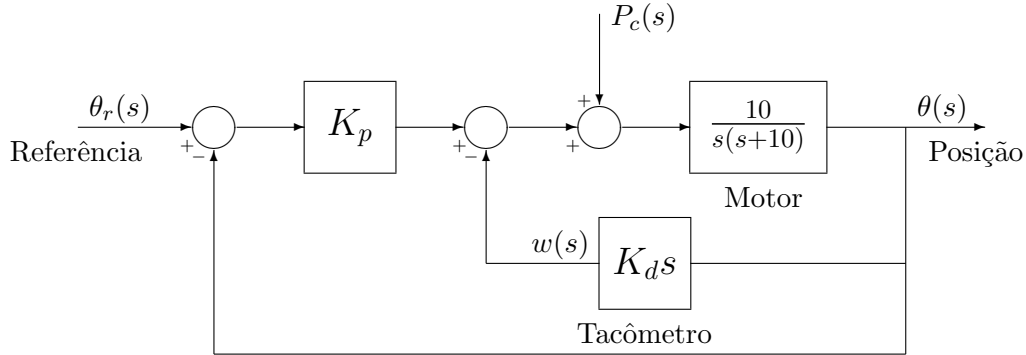


- (a) Supondo $r(t) = 2$, a perturbação de carga $q(t)$ nula e um controlador proporcional $C(s) = 5$, qual será o valor de regime para $u(t)$ e $y(t)$? Justifique física e matematicamente.
- (b) Supondo $r(t) = 2$, a perturbação de carga $q(t)$ constante de 0,5 e um controlador proporcional $C(s) = 10$, qual será o valor de regime para $u(t)$ e $y(t)$?
- (c) Repita os itens (a) e (b) considerando o controlador

$$C(s) = \frac{10(s+1)}{s}$$

OBSERVAÇÃO: Não se esqueça de verificar se o sistema em malha fechada é estável antes de calcular valores finais!

4.2. O diagrama de blocos dado abaixo representa um sistema de controle de posição baseado no modelo simplificado de um motor de corrente contínua.



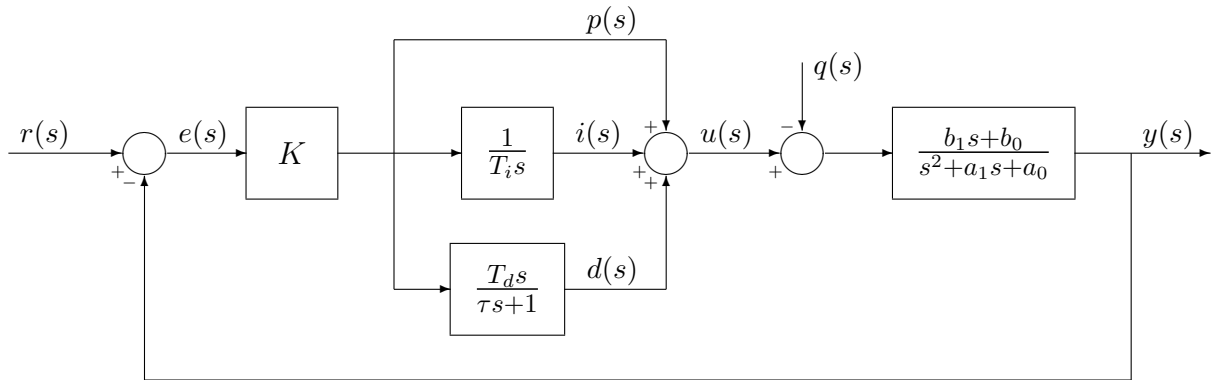
(a) Calcule K_p e K_d de forma que os pólos de função de transferência da referência para a saída apresente pólos exatamente em $-6 \pm j6$.

(b) Suponha $K_p = 5$ e $K_d = 0$. Em $t = 0$ aplica-se na entrada um degrau de amplitude -2 . Em $t = 2$ s o sistema é sujeito a uma perturbação de carga na forma de um degrau de amplitude $0,5$. Esboce o gráfico correspondente ao comportamento da saída do sistema. Justifique sua resposta.

(c) Mostre que, para referências constantes de ângulo, o ajuste dos ganhos K_p e K_d correspondem ao ajuste de um controlador PD.

4.3. Considere o ensaio em malha aberta realizado no item 2.5. Com base neste ensaio determine, através da Tabela de Chien, um ajuste para um controlador PID priorizando a minimização do *overshoot*.

4.4. Considere o seguinte sistema de controle:



onde $b_0, b_1, a_0, a_1, K, T_i, T_d$ e τ são constantes positivas e são tais que todos os zeros de

$$1 + C(s)G(s) = 0$$

estão no semiplano esquerdo do plano complexo.

(a) O sistema segue referências $r(t)$ constantes com erro nulo em regime permanente? O sistema rejeita assintoticamente perturbações $q(t)$ constantes em regime permanente? Justifique suas respostas.

(b) Qual a condição que deve ser satisfeita por b_0, b_1, a_0 e a_1 para que seja possível seguir referências do tipo rampa com erro nulo em regime permanente?

(c) Para $r(t) = -2,5$ e $q(t) = 0$ determine (em função de $b_0, b_1, a_0, a_1, K, T_i, T_d$ e τ):

(c.1) $p(t)$, $i(t)$ e $d(t)$ no instante $t = 0$ em que é aplicado o sinal de referência.

(c.2) $p(t)$, $i(t)$ e $d(t)$ em regime permanente (i.e., $t \rightarrow \infty$).

(d) Se $r(s) = \frac{1}{s}$ e $q(s) = \frac{e^{-T_d s}}{s}$, quanto valerá $v(t)$ e $e(t)$ em regime permanente? Justifique.

4.5. Ler o Capítulo 4 de [4] e resolver os seguintes problemas (a partir da p. 224): 4.4, 4.5, 4.8 (a,b), 4.9, 4.11 e 4.12.

Referências

- [1] D. L. Schilling, C. Belove; **Circuitos Eletrônicos Discretos e Integrados**, Guanabara Dois, 1982.
- [2] K. Ogata; **Engenharia de Controle Moderno**, 3a. ed.; LTC Editora, 1998.
- [3] N. S. Nise; **Engenharia de Sistemas de Controle**, 3a. ed.; LTC Editora, 2002.
- [4] G. F. Franklin, J. D. Powell, A. E. Naeini; **Feedback Control of Dynamic Systems**, 3a. ed.; Addison-Wesley, 1994.