

Modelagem e Controle de uma Máquina de Indução de Cinco Fases

por

César Cataldo Scharlau

Eng. de Controle e Automação, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
(2002)

Submetido ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica
como requisito parcial para obtenção do título de

Mestre em Engenharia

pela

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO RIO GRANDE DO SUL

Março 2005

© César Cataldo Scharlau, 2005

O autor concede à PUCRS permissão para reproduzir e
distribuir, total ou parcialmente, este documento.

Assinatura do Autor
Departamento de Engenharia Elétrica
Março de 2005

Revisado por
Luís Alberto Pereira, Dr.
Prof. Departamento de Engenharia Elétrica - PUCRS
Orientador da Dissertação

Revisado por
Luís Fernando Alves Pereira, Dr.
Prof. Departamento de Engenharia Elétrica - PUCRS
Co-orientador da Dissertação

Aceito por
Roberto Petry Homrich, Dr.
Prof. Departamento de Engenharia Elétrica - UFRGS

Aceito por
Fausto Bastos Líbano, Dr.
Prof. Departamento de Engenharia Elétrica - PUCRS

Modelagem e Controle de uma Máquina de Indução de Cinco Fases

por

César Cataldo Scharlau

Submetido ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
em Março de 2005, como requisito parcial
para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia

Resumo

Em aplicações convencionais, geralmente são utilizadas máquinas de indução trifásicas. No entanto, em acionamentos onde a máquina não é alimentada diretamente da rede, não existe a exigência de um número específico de fases, permitindo que este seja escolhido como for mais apropriado. Várias pesquisas já demonstraram que o uso de máquinas com número de fases maior que três apresenta significativas vantagens em relação aos acionamentos trifásicos convencionais.

Neste trabalho apresentam-se modelagem, simulação e aspectos básicos que envolvem o controle de máquinas de indução pentafásicas. Também são introduzidas ferramentas para utilização em pesquisas sobre acionamento e controle de máquinas de indução pentafásicas.

Inicialmente é apresentada a determinação analítica dos principais parâmetros da máquina, sendo os valores obtidos comparados com os calculados através do conhecido Método dos Elementos Finitos em duas dimensões. Após são estabelecidas as equações gerais que descrevem o comportamento da máquina de indução pentafásica. As equações e parâmetros incluem os efeitos das harmônicas do campo no entreferro, os quais reconhecidamente desempenham um papel importante no desempenho de máquinas com número de fases maior que três. Na sequência as equações são simplificadas utilizando-se transformações complexas de coordenadas, obtendo-se circuitos equivalentes nos eixos qd para cada conjunto de harmônicas de espaço (harmônicas de campo).

O modelo foi simulado e foram obtidos resultados práticos através de ensaios de laboratório realizados em uma plataforma de testes de motores de indução. A comparação entre os resultados de ensaio e simulação comprovam que o modelo desenvolvido representa o comportamento da máquina de indução pentafásica.

Modeling and Control of a Five Phases Induction Machine

by

César Cataldo Scharlau

Submitted to the Graduate Program of Electrical Engineering of
Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
on March, 2005, in partial fulfillment of the
requirements for the degree of
Master of Engineering

Abstract

In conventional applications, induction machines having three-phase have been generally used. However, when the machine is not directly powered by the standard grid there is no need for a specified number of phases and other number being possibly more appropriate. Several published work has shown that drives with more than three phases have various advantages over conventional three-phases ones.

The present work covers the issues of modeling, simulation and basic aspects on the control of five phases induction machines as well as it presents tools developed towards research on these machines.

Firstly, the machine main parameters are analytically determined and discussed. Then, these results are compared with the solution obtained through the well known two-dimensional Finite Elements Method. Having this done, the general equations which describe the model of five phases machine are deducted. The equations and parameters include the effects of higher space and time harmonics in the air-gap field, which play a decisive role in the behavior of machines with more than three phases. After this, the equations are simplified using complex transformations, resulting in an equivalent set of circuits in qd axis for each set of space harmonics (field harmonics).

The model was simulated and experimental results are obtained in laboratory implementations using an induction motor test platform. The results obtained were contrasted with the simulations assuring that the presented model matches the behavior of five phases induction machine.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Apresentação	1
1.2	Estado da Arte	4
1.3	Descrição dos Capítulos	6
1.4	Publicações Relacionadas à Dissertação	6
2	Modelo Geral da Máquina de Indução Pentafásica	8
2.1	Introdução	8
2.2	Características e Aplicações	9
2.2.1	Protótipo Pentafásico	16
2.3	Determinação Analítica dos Parâmetros Elétricos e Magnéticos	18
2.3.1	Indutâncias e Resistências do Estator	18
2.3.2	Indutâncias e Resistências do Rotor	25
2.3.3	Indutâncias Mútuas entre Estator e Rotor	31
2.4	Equações Eletromecânicas	36
2.5	Determinação dos Parâmetros do Protótipo	38
2.6	Considerações Finais	40
3	Equações da Máquina no Sistema de Coordenadas qd	42

3.1	Introdução	42
3.2	Transformação de Coordenadas	43
3.2.1	Matrizes de Indutâncias e Resistências Transformadas do Estator	48
3.2.2	Matrizes de Indutâncias e Resistências Transformadas do Rotor	50
3.2.3	Matrizes de Indutâncias Mútuas Transformadas entre Estator e Rotor	52
3.2.4	Equações Gerais Transformadas	55
3.2.5	Equações de Torque Transformadas	59
3.3	Representação nos eixos qd	60
3.4	Validação do Modelo	62
3.5	Considerações Finais	73
4	Aspectos de Acionamento e Controle	74
4.1	Introdução	74
4.2	Acionamento de Motores de Indução Pentafásicos	74
4.2.1	Modelagem do Inversor	75
4.2.2	PWM Senoidal	75
4.2.3	PWM de Corrente por Histerese	77
4.3	Observadores de Fluxo	78
4.3.1	Observadores de Fluxo Modelo de Corrente	81
4.3.2	Observadores de Fluxo Modelo de Tensão	82
4.4	Ambiente de Simulação e Validação	83
4.5	Considerações Finais	87
5	Controle por Orientação de Campo	88
5.1	Introdução	88
5.2	Teoria de Campo Orientado	88
5.3	Análise dos Resultados Ensaio e Simulação	96

5.3.1	Campo Orientado Direto	96
5.3.2	Campo Orientado Indireto	103
5.4	Considerações Finais	108
6	Conclusões e trabalhos futuros	109
6.1	Considerações finais	109
6.2	Trabalhos futuros	111
A	Cálculo dos Parâmetros do Protótipo Pentafásico	113
A.1	Indutância Principal do Estator	113
A.2	Indutância de Dispersão do Estator	115
A.3	Resistência do Estator	117
A.4	Indutância Principal do Rotor	118
A.5	Indutância de Dispersão do Rotor	118
A.6	Resistência do Rotor	120
A.7	Indutâncias Mútuas entre Estator e Rotor	121
B	Biblioteca para Motores de Indução Pentafásicos	122
B.1	Motor Pentafásico	122
B.2	Inversor Pentafásico	123
B.3	Placa de Sensores e Instrumentação	124
B.4	PWM Pentafásico	125
B.5	CRPWM Pentafásico	126
B.6	VVVF 5F	126
B.7	CRPWM 5F	127
B.8	Carga	128

Lista de Figuras

2-1	Distribuição dos enrolamentos de um motor de três fases.	9
2-2	Distribuição dos enrolamentos de um motor de cinco fases.	9
2-3	Conexões básicas para o enrolamento de fase : (a) conexão estrela, (b) conexão isolada das fases (c) conexão pentágono.	10
2-4	Estruturas de acionamento.	11
2-5	Comparação das formas de onda de campo.	14
2-6	Fotos protótipo pentafásico.	16
2-7	Formas de ligação bobinas do estator.	17
2-8	Campo produzido por uma fase do estator.	19
2-9	Campo da fase 1 do estator sobre as demais fases.	23
2-10	Enrolamento do rotor e campo produzido por uma fase no entreferro.	26
2-11	Concatenação de fluxos entre estator e rotor.	32
2-12	Seqüência de fases do estator e rotor.	34
2-13	Corte transversal do protótipo com linhas equipotenciais.	39
3-1	Representação da corrente do estator para o primeiro harmônico da máquina pentafásica em qd	60
3-2	Diagrama de blocos de implementação do modelo da máquina pentafásica.	63
3-3	Ambiente de simulação acionamento PWM senoidal.	65

3-4	Ambiente de validação acionamento PWM senoidal.	66
3-5	Velocidade do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 40 Hz com carga.	67
3-6	Corrente do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 40 Hz com carga.	68
3-7	Tensão do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 40 Hz com carga.	68
3-8	Carga aplicada e velocidade de ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 60 Hz com degrau de carga.	69
3-9	Corrente do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 60 Hz com degrau de carga.	70
3-10	Tensão do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 60 Hz com degrau de carga.	70
3-11	Velocidade do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 30 Hz com componente harmônico e carga.	71
3-12	Corrente do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 30 Hz com componente harmônico e carga.	72
3-13	Tensão do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 30 Hz com componente harmônico e carga.	72
4-1	Representação do inversor pentafásico com chaves.	75
4-2	PWM Senoidal para motores pentafásicos.	76
4-3	Sinais do PWM Senoidal.	77
4-4	PWM de Corrente por Histerese para motores pentafásicos.	78
4-5	Diagrama de blocos observador modelo de corrente.	81
4-6	Diagrama de blocos observador modelo de tensão.	83

4-7	Diagrama esquemático da plataforma.	85
4-8	Motor pentafásico acoplado mecanicamente ao motor CC.	87
5-1	Relação entre o vetor corrente do estator e fluxo do rotor.	89
5-2	Diagrama de blocos DFO.	94
5-3	Diagrama de blocos IFO.	96
5-4	Ambiente de simulação DFO.	97
5-5	Ambiente de validação DFO.	98
5-6	Velocidade simulação e ensaio DFO 1800 RPM sem carga.	99
5-7	Corrente estator simulação e ensaio DFO 1800 RPM sem carga.	100
5-8	Fluxo observado do rotor simulação e ensaio DFO 1800 RPM sem carga.	100
5-9	Velocidade simulação e ensaio DFO 1200 RPM com degrau de carga.	101
5-10	Corrente do estator simulação e ensaio DFO 1200 RPM transitório.	102
5-11	Resultados simulação e ensaio DFO 1200 RPM com degrau de carga.	102
5-12	Ambiente de simulação IFO.	104
5-13	Ambiente de validação IFO.	105
5-14	Resultados simulação e ensaio IFO 1200 RPM sem carga.	106
5-15	Resultados corrente do estator simulação e ensaio IFO 1200 RPM sem carga.	106
5-16	Velocidade simulação e ensaio IFO 1200 RPM com carga.	107
5-17	Resultados corrente do estator simulação e ensaio IFO 1200 RPM transitório.	107
5-18	Resultados simulação e ensaio IFO 1200 RPM com carga.	108
A-1	Ranhura do estator.	116
A-2	Ranhura do rotor.	119
B-1	Bloco simulação motor pentafásico.	123
B-2	Bloco simulação inversor pentafásico.	124
B-3	Bloco simulação placa de instrumentação.	125

B-4	Bloco simulação PWM pentafásico.	125
B-5	Bloco simulação CRPWM pentafásico.	126
B-6	Bloco implementação em tempo real PWM pentafásico.	127
B-7	Bloco implementação em tempo real CRPWM pentafásico.	127
B-8	Bloco carga.	128

Lista de Tabelas

2.1	Relação entre harmônicas de espaço (enrolamento) e harmônicas de tempo (corrente) de um motor trifásico.	13
2.2	Relação entre harmônicas de espaço (enrolamento) e harmônicas de tempo (corrente) de um motor pentafásico.	13
2.3	Dados do Protótipo.	17
2.4	Parâmetros calculados para o protótipo.	40
3.1	Parâmetros elétricos e mecânicos utilizados no modelo.	64
A.1	Indutâncias mútuas calculadas para o protótipo.	121

Lista de Símbolos e Abreviações

δ	Entreferro
ℓ_f^r	Comprimento da parte frontal do rotor
ℓ_f^s	Comprimento da parte frontal do estator
ℓ_{ms}	Comprimento médio de uma espira do estator
ℓ	Comprimento axial da máquina
γ	Ângulo entre duas ranhuras do estator
λ_f^r	Permeância específica frontal do rotor
λ_r^r	Permeância da barra do rotor
λ_f^s	Permeância específica frontal do estator
λ_r^s	Permeância da ranhura do estator
μ_0	Permeabilidade magnética do ar
ω_e	Velocidade angular elétrica do rotor
ω_m	Velocidade angular mecânica do rotor
ω_s	Velocidade angular elétrica do estator

$\bar{\delta}$	Entreferro corrigido
$\bar{\phi}$	Ângulo de deslocamento entre estator e barras do rotor
ϕ	Ângulo de deslocamento entre estator e eixo do rotor
Ψ_h^s	Fluxo concatenado no estator
Ψ_{kk}^{rs}	Fluxo concatenado entre fases k do estator e k do rotor
ρ_r	Resistividade do condutor do rotor
ρ_s	Resistividade do condutor do estator
σ_n^r	Passo de ranhura do rotor
σ_n^s	Passo de ranhura do estator
σ	Coefficiente de dispersão
τ_r	Constante de tempo do rotor
θ_s	Posição angular elétrica do estator
θ	Ângulo periférico do estator em graus elétricos
ε	Ângulo de defasagem entre as fases do rotor
φ	Ângulos de defasagem entre as fases do estator
ϑ	Ângulo de inclinação das barras do rotor
\hat{B}_n	Amplitude das harmônicas de indução do estator
\hat{L}_n^{rs}	Amplitude da indutância mútua para o harmônico de ordem n
A_a	Área da seção transversal do anel do rotor

A_b	Área de uma barra do rotor
A_s	Área transversal do fio do estator
b_0^r	Abertura efetiva da ranhura do rotor
b_0^s	Abertura efetiva da ranhura do estator
B_M	Indução máxima no estator
B_m	Coefficiente de amortecimento do motor mais a carga
B	Indução magnética do campo produzido pelo estator
D_a	Diâmetro médio do anel do rotor
D	Diâmetro interno do estator
i_k^r	Corrente na fase k do rotor
i_k^s	Corrente na fase k do estator
J_m	Momento de inércia do motor mais a carga
K_c	Fator de Carter
K_{fe}	Fator de Saturação
K_n^r	Fator de Carter do rotor
K_n^s	Fator de Carter do estator
K_r	Fator de concentração de campo do rotor
$L_{\delta a}^r$	Indutância de dispersão do anel do rotor
$L_{\delta b}^r$	Indutância de dispersão da barra do rotor

L_{δ}^r	Indutância de dispersão do rotor
L_h^r	Indutância própria do rotor
L_{kj}^r	Indutância mútua entre fases k e j do rotor
L_{kk}^r	Indutância própria da fase k do rotor
$L_{\delta a}^s$	Indutância de dispersão adicional do estator
$L_{\delta f}^s$	Indutância de dispersão da parte frontal do enrolamento do estator
$L_{\delta r}^s$	Indutância de dispersão da ranhura do estator
L_{δ}^s	Indutância de dispersão do estator
L_h^s	Indutância própria do estator
L_{kj}^s	Indutância mútua entre enrolamentos k e j do estator
L_{kk}^{rs}	Indutância mútua entre fase k do estator e fase k do rotor
L_{km}^{rs}	Indutância mútua entre fase k do estator e m do rotor
m_r	Número de fases do rotor
N_r^s	Número de ranhuras por par de pólos do estator
N_{ph}	Número de espiras em série no estator
N_r	Número de barras do rotor
N_s	Número de espiras por bobina do estator
p	Número de pares de pólos
R_a^r	Resistência do anel do rotor

R_b^r Resistência da barra do rotor

R_{kj}^r Resistência mútua entre fases k e j do rotor

R_{kk}^r Resistência própria de uma fase k do rotor

R^s Resistência do estator

S Escorregamento

T_e Torque eletromagnético

T_m Torque da carga

v_k^s Tensão na fase k do estator

x Distância entre o eixo perpendicular do rotor e $\overline{\phi}$

CRPWM *Current Regulated Pulse Width Modulation* - Modulação por Largura de Pulso Regulada por Corrente

DFO *Direct Field-Oriented* - Campo Orientado Direto

GACS Grupo de Automação e Controle de Sistemas

IFO *Indirect Field-Oriented* - Campo Orientado Indireto

IGBT *Insulated Gate Bipolar Transistor*

MCC Motores de Corrente Contínua

MEF Método dos Elementos Finitos

MI Motores de Indução

PUCRS Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul

PWM *Pulse Width Modulation* - Modulação por Largura de Pulso

Capítulo 1

Introdução

1.1 Apresentação

Devido às suas características de robustez, versatilidade e confiabilidade, a máquina de indução tem sido amplamente utilizada em diversas aplicações, tais como residências, indústrias, comércio, serviços públicos, tração e agricultura. Segundo recentes pesquisas, uma grande parte da energia elétrica é consumida por motores de indução [3].

Em aplicações tradicionais, máquinas de indução com enrolamentos trifásicos são normalmente escolhidas, já que a maioria das máquinas é baseada em concepções há muito estabelecidas e tendo em vista que a rede de alimentação industrial é, via de regra, trifásica. No entanto, quando a máquina é conectada a um conversor de frequência, a exigência de um número específico de fases não é essencial e um número maior que três pode ser escolhido [37]. Sob esse aspecto, começou-se a estudar os possíveis benefícios da utilização de motores com número de fases maior que três.

Existem poucos trabalhos no Brasil a respeito da utilização de motores com número de fases maior que três, embora já tenha sido demonstrado em diversas publicações que há significativas vantagens em relação a acionamentos trifásicos convencionais que podem ser obtidas com a sua

utilização. Como exemplo disso, pode-se citar a redução da amplitude e aumento da frequência dos torques pulsantes, redução das correntes harmônicas no rotor, aumento da corrente por fase sem necessidade do aumento da tensão de fase, diminuição do nível de tensão no barramento de corrente contínua [2][8][9][13][14][15][40][44]. Máquinas trifásicas em geral utilizam somente a componente fundamental para geração de torque. Já as máquinas com número de fases maior que três podem mais facilmente desenvolver torque utilizando a primeira e as demais harmônicas [37]. Também foi demonstrado que uma máquina de cinco fases (pentafásica) de 2 kW pode operar quando houver falha em até duas fases sem alterações significativas no torque eletromagnético [35]. Dos dois trabalhos citados fica evidente que sob o ponto de vista de controle e acionamentos existem vantagens importantes e novas possibilidades que ainda não foram completamente avaliadas e testadas quando este tipo de motor é considerado.

Máquinas com elevado número de fases também são indicadas para aplicações onde se exige alta confiabilidade. Como exemplo, pode-se citar veículos elétricos ou híbridos, aplicações aeroespaciais, propulsão de navios e aplicações de alta potência.

Motores pentafásicos já foram tema de projetos de pesquisa na Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS). Em [25] foram desenvolvidos trabalhos que resultaram em um gerador pentafásico a ímãs permanentes e um motor de indução de cinco fases utilizando ferramentas modernas de projeto já disponíveis na PUCRS, em especial um *software* de cálculo e análise de campos eletromagnéticos por elementos finitos (*fem2000*).

Até a década de 70, os Motores de Indução (MI) eram utilizados em aplicações de velocidade constante e Motores de Corrente Contínua (MCC) em aplicações de velocidade variável com controle de torque [45][11]. Com o desenvolvimento dos conversores de frequência baseados em dispositivos semicondutores, tornou-se possível obter uma forma de acionamento com variação da velocidade também para motores de indução. Em determinadas aplicações, máquinas acionadas por inversores podem substituir com vantagens os sistemas de controle mecânicos e reduzir o consumo de energia. A partir da década de 80, a disponibilidade e a contínua dimi-

nuição de preço dos conversores de frequência devido às novas tecnologias dos transistores de potência, dos circuitos eletrônicos e de controles baseados em microprocessadores, aliada ao aumento do custo da energia, fez com que aumentasse o uso de motores de indução acionados por inversores. Esta evolução possibilitou também o desenvolvimento de novas técnicas de controle e acionamento de motores de indução, que buscam melhorar o desempenho dinâmico destes equipamentos. Estas técnicas demandam etapas de projeto que envolvem, entre outros aspectos, a determinação do tipo e dos parâmetros dos controladores, o projeto de observadores e também a validação da estratégia de controle proposta. Isso pode ser facilitado quando o projetista dispõe de ferramentas de simulação confiáveis, ou seja, que reproduzam fielmente o comportamento dos correspondentes dispositivos físicos. Com estas ferramentas é possível verificar previamente os resultados da técnica proposta em simulação para, em seguida, partir para implementação [7][30].

O desenvolvimento de pesquisas de acionamento e controle de motores de indução tem sido tema de estudos há vários anos pelo Grupo de Automação e Controle de Sistemas (GACS) da Faculdade de Engenharia da PUCRS. Em [11] são apresentados, além do modelo em quadratura da máquina de indução trifásica, algoritmos de estimação e seus desempenhos no controle por campo orientado. Em [31] foi desenvolvida uma biblioteca de simulação, com base na pesquisa citada anteriormente, cujo objetivo era reproduzir todos os elementos de uma plataforma de acionamento de máquinas de indução tendo sido também realizada a integração com o *hardware* do acionamento. Em [6] foram realizadas modificações que aperfeiçoaram a plataforma, tornando o ambiente mais flexível, possibilitando o acionamento de motores com até 6 fases e carga programável.

Dentro deste contexto, o presente trabalho consistirá no estudo, modelagem e controle de motores de indução pentafásicos. Inicialmente será desenvolvido um modelo matemático para motores polifásicos (motores com mais de três fases), bem como a determinação analítica dos seus parâmetros. O modelo considera o efeito de harmônicos superiores de campo, que possuem

influência sobre o comportamento de máquinas com mais de três fases e devem ser considerados na modelagem. A análise será particularizada para o caso da máquina de cinco fases sendo os parâmetros calculados com base em um protótipo desenvolvido na PUCRS. Este modelo servirá de base para implementação de uma biblioteca de simulação baseada em *Matlab/Simulink*®. Através de uma plataforma para pesquisa e desenvolvimento de técnicas de acionamento e controle de máquinas elétricas proposta em [6] e utilizando o protótipo, o modelo será validado. Algumas técnicas de controle serão implementadas com o objetivo de comprovar a utilização do modelo no estudo destas técnicas. Os resultados obtidos em simulação e ensaios em laboratório serão analisados e comparados.

Este trabalho também deverá servir como base de pesquisas futuras envolvendo projeto, acionamento e controle de máquinas com número de fases maior que três. Investigações sobre os benefícios no uso de máquinas pentafásicas poderão ser feitas utilizando as ferramentas desenvolvidas, possibilitando inclusive o seu uso para fins educacionais. Novas técnicas e ferramentas para controle poderão ser projetadas inicialmente em simulação e depois validadas empregando os recursos desenvolvidos e apresentados.

1.2 Estado da Arte

Pela sua importância, o acionamento e controle de máquinas polifásicas é um assunto que motiva muitas pesquisas. Isso pode ser verificado pelo elevado número de publicações que divulgam os resultados obtidos por pesquisadores de todo o mundo.

Em [14] são analisados diversos aspectos envolvendo máquinas polifásicas. Na primeira parte do artigo são abordadas questões sobre terminologia, possíveis vantagens deste tipo de máquinas, harmônicos de espaços, componentes simétricas, parâmetros, circuitos equivalentes e outras. Na segunda parte são feitos diversos testes numa máquina alimentada com 6 e com 9 fases: ensaio com rotor bloqueado, ensaio com fases do estator balanceadas e com falha, ambos aplicando

carga e em roda livre. Destes ensaios foi verificado uma redução no torque de saída quando existe falha de uma das fases. Outro aspecto ressaltado é a presença de harmônicos de corrente de alta ordem e outros problemas que de acordo com o autor ocorreram devido a características construtivas do motor utilizado no teste.

O projeto de uma máquina de indução para uso em aplicações de velocidade variável é abordado em [36]. Nestes artigos são analisadas diversas alternativas de enrolamentos (3,6,5,7 e 9 fases) que permitam distribuições de campo trapezoidais ou retangulares com o uso de inversores. Sob o ponto de vista de produção de torque, chega-se a conclusão que a máquina de 5 fases apresenta melhores resultados, sendo possível obter um adicional de até 10% em relação a uma máquina convencional.

Em [43] é proposta uma técnica de controle por orientação de campo para máquinas pentafásicas que utiliza o terceiro harmônico da corrente para alterar o formato da distribuição do campo, tornando-o mais próximo do retangular com vistas a promover um aumento no torque. São apresentados o modelo da máquina e a base teórica da orientação de campo considerando a fundamental e o terceiro harmônico. Resultados de simulação e ensaio são apresentados e verifica-se que os mesmos estão coerentes. Conclui-se que técnica de controle empregada permite gerar as correntes e os campos na forma desejada. Como resultado da utilização do terceiro harmônico é atingido um acréscimo de aproximadamente 10% no torque da saída em comparação com o funcionamento somente com o componente fundamental. Um estudo semelhante é feito em [29], porém utilizando uma máquina pentafásica síncrona de relutância.

Em [18], é apresentada uma proposta de controle independente de máquinas polifásicas acionadas por apenas um inversor de frequência. São abordados o modelo matemático de um motor de n fases, a forma de ligação dos enrolamentos para diferentes números de fases e a estratégia de controle. Os resultados são vistos para o caso de 3 motores de 7 fases tendo seus enrolamentos do estator ligados em série com transposição de fases. A proposta é testada em simulação, onde verifica-se o seu funcionamento tanto para controle de torque como para

controle de velocidade. Ensaios preliminares confirmam a possibilidade de utilização da técnica.

1.3 Descrição dos Capítulos

A dissertação está organizada nos seguintes capítulos:

- **Capítulo 2** \hookrightarrow são apresentadas algumas características e aplicações da máquina de indução pentafásica. O modelo matemático completo da máquina e a obtenção analítica de seus parâmetros são desenvolvidos. Os resultados calculados analiticamente são comparados com valores obtidos através de outros métodos;
- **Capítulo 3** \hookrightarrow transformações de coordenadas são introduzidas no modelo desenvolvido, tornando-o adequado para fins de simulação e controle. O modelo é implementado em simulação. Os resultados obtidos são analisados e comparados com ensaios de laboratório utilizando o protótipo;
- **Capítulo 4** \hookrightarrow são vistos os aspectos que envolvem o acionamento e controle de máquinas pentafásicas. Observadores de fluxo são desenvolvidos com base no modelo proposto. O ambiente de simulação e validação utilizado neste trabalho é apresentado;
- **Capítulo 5** \hookrightarrow técnicas de controle por orientação de campo para máquinas pentafásicas são apresentadas. Os métodos são desenvolvidos utilizando as equações do modelo do motor pentafásico. Os resultados de simulação são comparados com os obtidos em ensaios;
- **Capítulo 6** \hookrightarrow a conclusão e as análises finais são apresentadas, juntamente com sugestões de trabalhos futuros.

1.4 Publicações Relacionadas à Dissertação

Durante o desenvolvimento desta dissertação foram publicados os seguintes artigos sobre o tema da dissertação:

- L.A. Pereira, C.C. Scharlau, L.F.A. Pereira, J.F. Haffner, "Modelo Completo da Máquina de Indução Pentafásica Considerando Harmônicos no Campo do Entreferro", Anais do XV Congresso Brasileiro de Automática - XV CBA, Gramado, Brasil, 2004;
- L.A. Pereira, C.C. Scharlau, L.F.A. Pereira, J.F. Haffner, "Model of a Five-Phase Induction Machine Allowing for Harmonics in the Air-Gap Field, Part I : Parameter Determination and General Equations", *Proceedings of IECON 2004 - The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronic Society*, Busan, Coréia do Sul, 2004;
- L.A. Pereira, C.C. Scharlau, L.F.A. Pereira, J.F. Haffner, "Model of a Five-Phase Induction Machine Allowing for Harmonics in the Air-Gap Field, Part II : Transformation of Co-ordinates and d-q Models", *Proceedings of IECON 2004 - The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronic Society*, Busan, Coréia do Sul, 2004.

Capítulo 2

Modelo Geral da Máquina de Indução Pentafásica

2.1 Introdução

A análise, projeto e aplicação de máquinas pentafásicas exigem o estabelecimento de modelos matemáticos adequados que permitam avaliar o seu desempenho e as suas vantagens. Desta forma este capítulo apresenta as características do motor de indução pentafásico e seu modelo matemático completo. Inicialmente serão abordados aspectos gerais das máquinas pentafásicas: características construtivas, diferenças em relação a máquina trifásica, aplicações e importância do estudo deste tipo de máquina elétrica. Em seguida são obtidas as equações com as quais é possível, a partir dos dados construtivos do motor, determinar os parâmetros necessários para modelo completo de uma máquina de indução polifásica. As expressões analíticas são particularizadas para um protótipo pentafásico. Na sequência, os parâmetros serão comparados com os valores calculados por meio do Método dos Elementos Finitos e também com os dados obtidos através de ensaios. Por fim estabelecem-se as equações gerais da máquina de indução pentafásica.

2.2 Características e Aplicações

Um exemplo de máquina com elevado número de fases é o dos motores de indução de cinco fases (pentafásicos). Nesta seção serão vistas as principais características e aplicações deste tipo de motor. Com o intuito de melhorar a apresentação, serão feitas comparações entre as características apresentadas pelo motor pentafásico com as equivalentes no tipo de máquina mais utilizada, o motor trifásico.

As Figuras 2-1 e 2-2 apresentam respectivamente a distribuição dos enrolamentos estatóricos dos motores trifásicos e pentafásicos. No motor de indução pentafásico, as cinco bobinas do estator são distribuídas com um espaçamento de 72° elétricos. A gaiola do rotor é similar à utilizada nos motores trifásicos, uma vez que o número de fases do rotor não é definido pela sua forma construtiva, como no caso do estator (considerando rotor tipo gaiola) [24]. Observa-se que num motor de indução trifásico as zonas de enrolamento ocupam 60° elétricos. Já o motor de indução pentafásico apresenta zonas de enrolamento de 36° elétricos. Esta distinção faz com que cada tipo de máquina possua uma distribuição de harmônicas diferente para o campo magnético no entreferro.

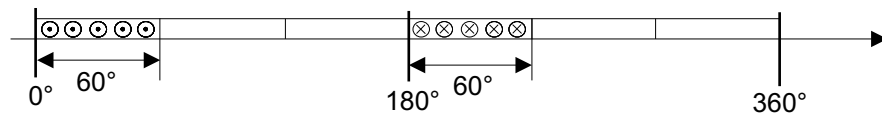


Figura 2-1: Distribuição dos enrolamentos de um motor de três fases.

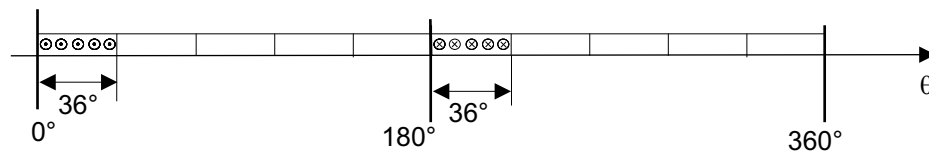


Figura 2-2: Distribuição dos enrolamentos de um motor de cinco fases.

As formas de ligação mais usuais são a conexão estrela, a conexão isolada e a conexão pentágono de acordo com a Figura 2-3.

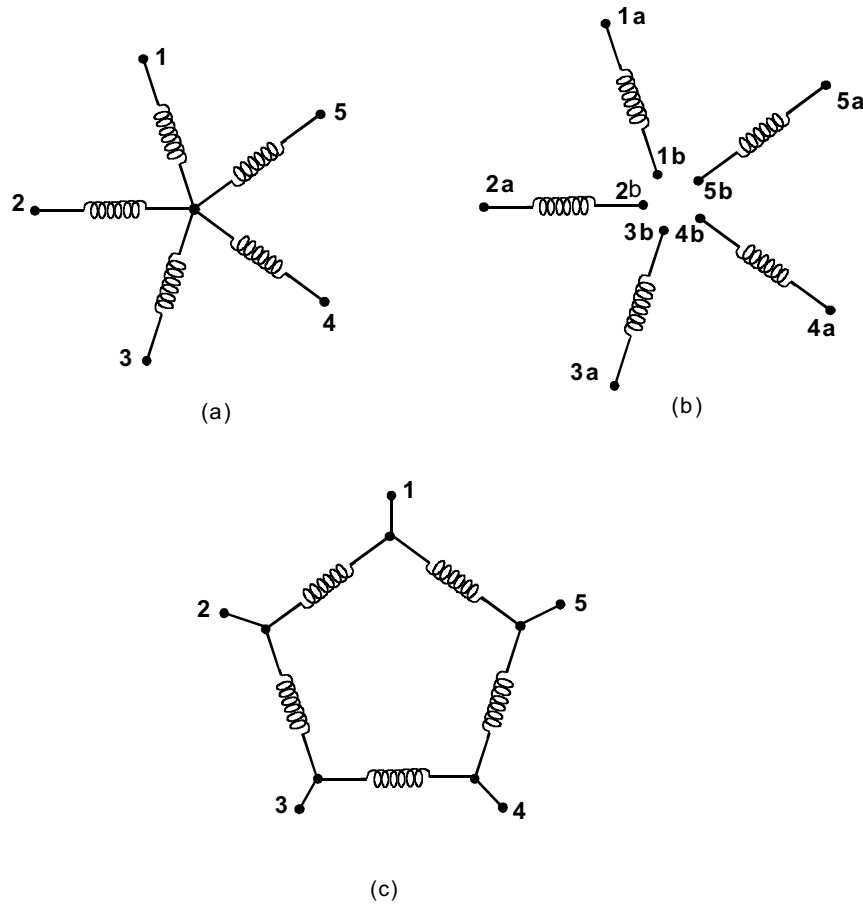


Figura 2-3: Conexões básicas para o enrolamento de fase : (a) conexão estrela, (b) conexão isolada das fases (c) conexão pentágono.

As estruturas utilizadas para acionamento dos motores de indução trifásicos e pentafásicos podem ser vistas nas Figuras 2-4(a) e 2-4(b), e são conhecidas como inversores de frequência. Como chave utilizam-se transistores do tipo IGBT (*Insulated Gate Bipolar Transistor*). Observa-se que o inversor de frequência para o motor de cinco fases necessita de um número maior destes

componentes que o de três fases. Num primeiro momento pode parecer que este fato aumenta o custo e a complexidade do sistema de acionamento, sendo uma desvantagem no emprego de motores de indução pentafásicos. No entanto, a potência de cada um destes dispositivos para o pentafásico será menor que os utilizados no trifásico [21], o que significa que serão mais componentes, porém com menor custo unitário. Isso pode não só equilibrar os custos como inclusive reduzi-los a favor do motor de cinco fases. A desvantagem do maior número de componentes se torna menos significativa a medida que a potência da máquina aumenta [36].

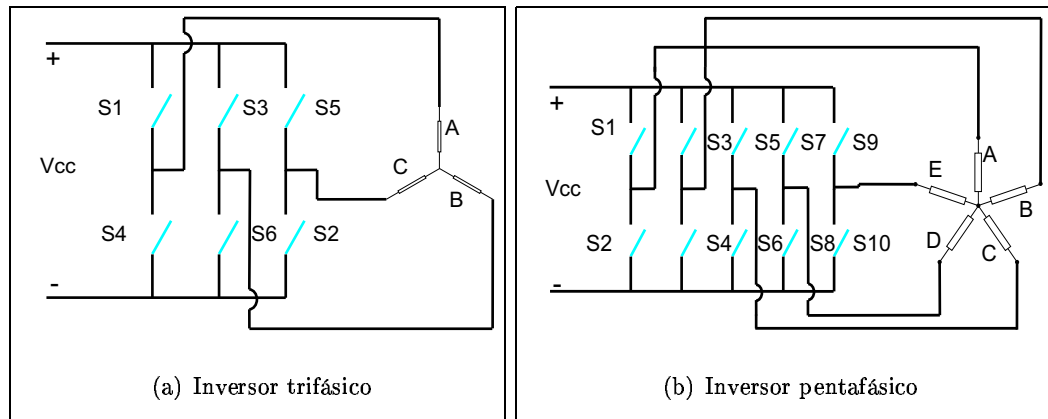


Figura 2-4: Estruturas de acionamento.

Estas estruturas podem gerar correntes e tensões com formas de onda não senoidais, cuja consequência é o surgimento de harmônicas de corrente nos enrolamentos das fases, que produzem harmônicas de tempo. Admitindo, por exemplo, que a corrente de fase possui um componente harmônico de quinta ordem, cada fase estabelecerá um campo magnético com forma de onda de mesma distribuição espacial da fundamental, porém com pulsações de frequência cinco vezes maior que a frequência de alimentação. Outras harmônicas produzem pulsações com frequência $k = (5n \pm 1)$, onde $n = 1, 2, 3, \dots$. Harmônicas de corrente de ordem $k = (5n + 1)$ produzem harmônicas de tempo avançadas, enquanto harmônicas de ordem $k = (5n - 1)$ produzem harmônicas de tempo atrasadas. A velocidade de rotação de uma harmônica de tempo é k vezes a

velocidade síncrona.

No entanto, mesmo quando enrolamentos são excitados por correntes senoidais puras, a distribuição espacial das diferentes fases produz ondas harmônicas de espaço. Quando harmônicas de corrente estão presentes nos enrolamentos das fases, as harmônicas de tempo e espaço aparecem simultaneamente. Ondas girantes de campo são produzidas pelas harmônicas de espaço junto com as harmônicas de tempo das correntes de fase [23].

As Tabelas 2.1 e 2.2 resumizam os conceitos expostos para motores trifásicos e pentafásicos, respectivamente, onde foi considerado um enrolamento concêntrico e alimentação com corrente retangular de duração $2\pi/m$, conforme detalhado em [36]. Em todas as situações foi mantido o mesmo valor eficaz da corrente. Percebe-se que o campo fundamental produzido pelos enrolamentos do motor de cinco fases excede o de três fases (1,056 NI versus 1,053 NI, onde NI simboliza Ampere.espira). As outras harmônicas aparecem com diferentes amplitudes. Observa-se também que a conexão em estrela sem neutro do motor elimina a quinta harmônica de tempo e todas as múltiplas de cinco, assim como as múltiplas de três são eliminadas no trifásico [43]. A distribuição diferente de harmônicas de espaço é consequência da distribuição dos enrolamentos no caso do trifásico e do pentafásico. As harmônicas em negrito nas tabelas são aquelas que podem ser utilizadas para geração de torque, ou seja, não são pulsantes.

No caso da máquina pentafásica o campo gerado pela terceira harmônica gira sincronizado com a componente fundamental (0,072NI). Para um motor de indução convencional, os enrolamentos são distribuídos no estator de forma a reduzir ao máximo o efeito das harmônicas superiores (medidas clássicas: encurtamento de passo, inclinação das ranhuras, combinação do número das ranhuras do estator e do rotor).

		Harmônicas de Espaço							
Harmônicas de Tempo		1	3	5	7	9	11	13	15
	1	+1,053		-0,211	+0,150		-0,096	+0,081	
	3								
	5	-0,211		+0,042	-0,030		+0,019	-0,016	
	7	+0,150		-0,030	+0,021		-0,014	+0,012	
	9								
	11	-0,096		+0,019	-0,014		+0,009	-0,007	
	13	+0,081		-0,016	+0,012		-0,007	+0,006	
	15								

* valores multiplicados por NI (Ampere.espira)

Tabela 2.1: Relação entre harmônicas de espaço (enrolamento) e harmônicas de tempo (corrente) de um motor trifásico.

		Harmônicas de Espaço							
Harmônicas de Tempo		1	3	5	7	9	11	13	15
	1	+1,056				-0,117	+0,096		
	3		+0,072		-0,031			+0,017	
	5								
	7		-0,031		+0,013			-0,007	
	9	-0,117				+0,013	-0,011		
	11	+0,096				-0,011	+0,009		
	13		+0,017		-0,007			+0,004	
	15								

* valores multiplicados por NI (Ampere.espira)

Tabela 2.2: Relação entre harmônicas de espaço (enrolamento) e harmônicas de tempo (corrente) de um motor pentafásico.

A existência da terceira harmônica altera o formato do campo no entreferro, permitindo um significativo aumento do torque de saída do motor e pulsação de torque menor. Com uma distribuição senoidal, o campo atinge um valor máximo em uma região pequena. Isso resulta

em uma densidade de potência e de torque menor. Utilizando um motor pentafásico e com uma distribuição dos enrolamentos produzindo um campo mais próximo do retangular, é possível obter um aumento na densidade de potência e no torque de saída, conforme demonstrado em [43]. Para um campo retangular a componente fundamental do campo no entreferro é $4/\pi$ vezes ou 127% maior que a da distribuição senoidal tendo o mesmo pico de densidade de campo. A Figura 2-5 nos mostra a comparação das duas formas de onda para um caso especial analisado em [43].

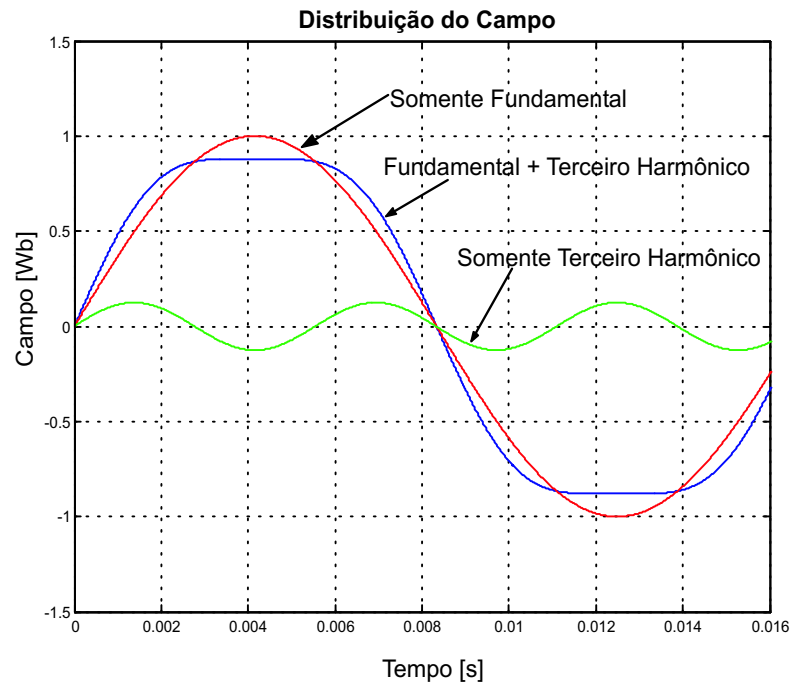


Figura 2-5: Comparação das formas de onda de campo.

Outra vantagem de utilização dos motores pentafásicos é a sua maior confiabilidade em relação aos motores trifásicos. Motores pentafásicos possuem a capacidade de partir e parar mesmo sem uma ou até duas fases não afetando significativamente o torque eletromagnético, que mantém-se praticamente inalterado, conforme demonstrado em [35] numa máquina de cinco fases de 2kW funcionando com controle de orientação de campo. Além disso pode-se citar a redução das harmônicas de corrente do rotor e do *link* CC. Pelo aumento do número de fases,

é possível também aumentar a relação torque por rms ampere para um mesmo tamanho de máquina resultando numa maior densidade de potência em relação aos trifásicos [35]. Estudos realizados verificaram ser possível obter com uma máquina de cinco fases um acréscimo de aproximadamente 10% de torque em comparação a uma máquina de três fases [37].

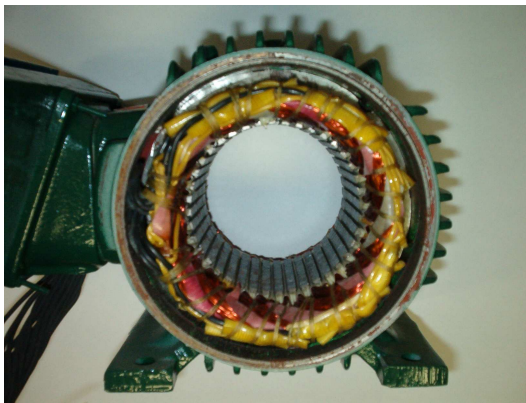
Os motores pentafásicos são indicados para aplicações específicas, onde alta confiabilidade é exigida. Como exemplo, podem-se citar aplicações aeroespaciais, propulsão de navios e aplicações de alta potência [35]. Algumas aplicações utilizam sistemas de acionamento integrados, nos quais a máquina, o inversor e o controlador são combinados em uma única unidade. Um exemplo deste tipo de produto é a linha *Smart Motor*, comercializada pela *Baldor Electric Company* (EUA), que disponibiliza conjuntos com potências que vão de 0,74 até 7,5 kW [1]. Como nesta classe de equipamento o motor é projetado para operar conjuntamente com o inversor, o emprego de máquinas polifásicas nestes produtos é mais fácil [42].

Nos últimos anos, muitas pesquisas têm sido feitas na busca de alternativas para substituir ou reduzir o consumo de combustíveis derivados do petróleo em veículos automotores. Boa parte das soluções encontradas, como, por exemplo, os veículos elétricos ou híbridos, necessitam de motores elétricos com alta confiabilidade e boa relação torque por rms ampere. Estes aspectos podem ser encontrados em motores com elevado número de fases, o que indica ser esta uma promissora aplicação.

A questão da eficiência energética também é um fator de motivação para o uso deste tipo de motor. Vários esforços tem sido feitos no aumento da eficiência em motores e em sistemas de acionamento, pois o consumo de energia por parte de máquinas elétricas é significativo. Diversos países já adotaram legislações que obrigam o aumento na eficiência destes equipamentos. Utilizando sistemas polifásicos, juntamente com outras medidas, é possível obter motores com densidades de potência que se aproximam ou excedem os valores de uma máquina de corrente contínua [42], sendo portanto mais eficientes.

2.2.1 Protótipo Pentafásico

A fim de testar o modelo proposto, bem como avaliar a performance de máquinas de indução com elevado número de fases foi desenvolvido na PUCRS um protótipo de uma máquina de indução pentafásica [25]. A máquina foi construída utilizando-se a carcaça de uma máquina trifásica de construção fechada de 4 pólos e $\frac{3}{4}$ cv. O estator foi reprojeto de forma a acomodar um enrolamento pentafásico, ao passo que o rotor foi mantido o mesmo que o da máquina trifásica. A Figura 2-6 mostra fotos do estator e rotor e a Tabela 2.3 apresenta os dados da máquina.



(a) Estator



(b) Rotor

Figura 2-6: Fotos protótipo pentafásico.

As fases do estator possuem eixos magnéticos defasados de 72 graus elétricos (36 graus mecânicos, considerando que máquina possui 4 pólos). Cada fase é constituída por dois conjuntos de bobinas. Cada conjunto é formado por duas bobinas dispostas uma em cada ranhura do estator. A máquina possui 20 terminais conectados em cada um dos conjuntos de bobinas de cada fase do estator, o que permite ligações em série ou em paralelo, conforme visto na Figura 2-7. Os valores nominais apresentados na Tabela 2.3 referem-se a ligação série das bobinas do estator e operação a 60 Hz com corrente senoidal (condição de projeto). O rotor possui barras inclinadas de 1 ranhura.

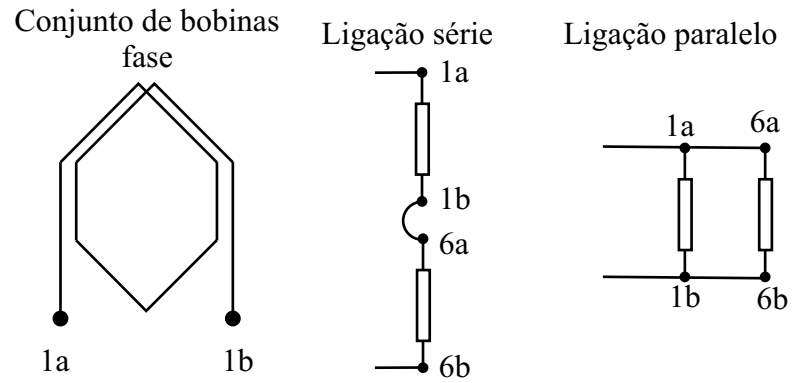


Figura 2-7: Formas de ligação bobinas do estator.

Diâmetro Externo do Estator	130,3 mm
Diâmetro Interno do Estator	80,0 mm
Comprimento axial	64,0 mm
Entreferro	0,3 mm
Número Espiras/Bobina	90
Número de Ranhuras do Estator	40
Número de Ranhuras do Rotor	30
Número de Pólos	4
Tensão nominal de fase	220 V
Potência Nominal	550 W
Corrente Nominal	0,8 A

Tabela 2.3: Dados do Protótipo.

2.3 Determinação Analítica dos Parâmetros Elétricos e Magnéticos

Essencial para o estabelecimento de modelos é a obtenção de parâmetros adequados e que representem as grandezas físicas envolvidas, como indutâncias próprias e mútuas. A determinação analítica também é importante porque permite avaliar a influência de cada parâmetro sobre a performance da máquina, embora com menos precisão. O cálculo deve ser feito para uma máquina pentafásica de forma distinta do caso de máquinas trifásicas, uma vez que a distribuição dos enrolamentos não é a mesma. Sob este aspecto, verifica-se que os trabalhos publicados sobre este assunto não abordam de forma clara a determinação dos parâmetros que permitam estabelecer modelos e circuitos equivalentes. A maior dificuldade reside na representação dos enrolamentos do rotor e determinação dos seus parâmetros tendo em vista a inclusão do efeito dos harmônicos superiores de campo e tempo. Isso posto, serão apresentadas na sequência as equações para determinação analítica de parâmetros de máquinas polifásicas, baseado no exemplo do protótipo desenvolvido [26] [28].

2.3.1 Indutâncias e Resistências do Estator

O cálculo da indutância própria do estator é feito considerando o campo produzido por uma fase no entreferro. Desprezando-se efeitos de saturação e de distorção provocados pelas ranhuras, o campo sob um par de pólos pode ser aproximado pela Figura 2-8. O fluxo concatenado com as bobinas de uma fase do estator Ψ_h^s é definido pela equação 2.1.

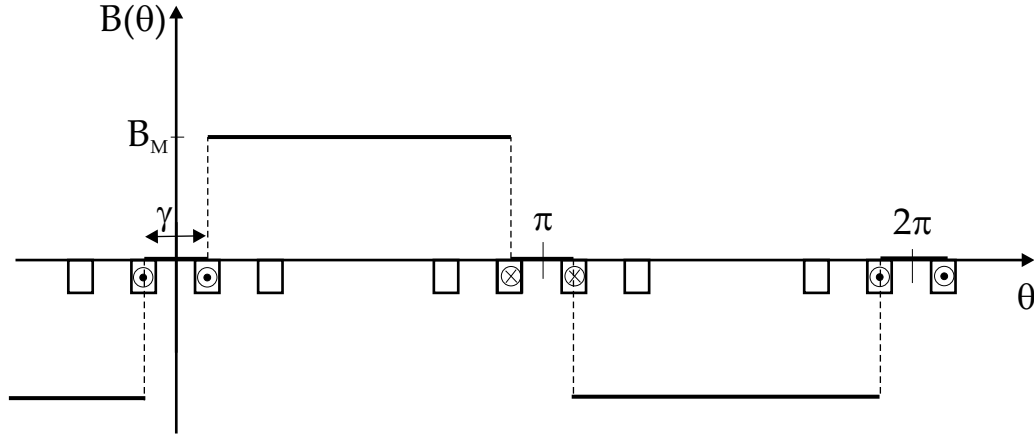


Figura 2-8: Campo produzido por uma fase do estator.

$$\Psi_h^s = 2 \cdot N_s \cdot \int_{\frac{\gamma}{2}}^{\pi - \frac{\gamma}{2}} B_M \cdot \ell \cdot \frac{D \cdot \pi}{2 \cdot p} \cdot d(\theta) \quad [\text{Wb}] \quad (2.1)$$

Na expressão acima B_M é a indução máxima no estator e $\bar{\delta}$ é o entreferro corrigido, definidos pelas equações:

$$B_M = \mu_0 \cdot \frac{1}{\bar{\delta}} \cdot N_s \cdot i_1^s \quad [\text{T}] \quad (2.2)$$

$$\bar{\delta} = \delta \cdot K_c \cdot K_{fe} \quad [\text{m}] \quad (2.3)$$

onde:

N_s - número de espiras por bobina do estator;

γ - ângulo entre duas ranhuras do estator;

ℓ - comprimento axial da máquina;

D - diâmetro interno do estator;

p - número de pares de pólos;

θ - ângulo periférico do estator em graus elétricos;

μ_0 - permeabilidade magnética do ar;

i_1^s - corrente na fase 1 do estator;

δ - entreferro;

K_c - fator de Carter;

K_{fe} - fator de Saturação.

O Fator de Carter K_c é aplicado ao valor do entreferro a fim de tomar em conta o aumento do entreferro efetivo devido à presença das ranhuras, podendo ser definido pelas expressões:

$$K_c = K_c^s \cdot K_c^r \quad (2.4)$$

$$K_c^s = \frac{\sigma_n^s}{\sigma_n^s - b_0^s \cdot \zeta^s} \quad (2.5)$$

$$\zeta^s \cong \frac{1}{1 + 5 \cdot \frac{\delta}{b_0^s}} \quad (2.6)$$

$$K_c^r = \frac{\sigma_n^r}{\sigma_n^r - b_0^r \cdot \zeta^r} \quad (2.7)$$

$$\zeta^r \cong \frac{1}{1 + 5 \cdot \frac{\delta}{b_0^r}} \quad (2.8)$$

sendo:

K_c^s - Fator de Carter do estator;

K_c^r - Fator de Carter do rotor;

σ_n^s - passo de ranhura do estator;

b_0^s - abertura efetiva da ranhura do estator;

σ_n^r - passo de ranhura do rotor;

b_0^r - abertura efetiva da ranhura do rotor.

O fator de saturação K_{fe} toma em conta o aumento da relutância devido ao valor finito da permeabilidade do ferro [39].

A indutância principal de uma fase do estator L_h^s será calculada pela equação:

$$L_h^s = \frac{\Psi_h^s}{i_1^s} [H] \quad (2.9)$$

Substituindo 2.2 e 2.1 em 2.9:

$$L_h^s = N_s^2 \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \ell \cdot \frac{D \cdot \pi}{p} \cdot \mu_0 \cdot \left(\frac{\pi - \gamma}{\pi} \right) [H] \quad (2.10)$$

$$L_{11}^s = L_h^s + L_\delta^s [H] \quad (2.11)$$

A indutância própria total de uma fase L_{11}^s será dada pela soma da indutância de dispersão L_δ^s com a indutância principal, conforme equação 2.11. A indutância de dispersão é calculada de acordo com [16] e detalhada no item A.2 do Apêndice A.

As indutâncias mútuas entre as fases do estator são calculadas considerando-se a fase 1 com corrente e calculando-se o fluxo produzido sobre as demais fases. Com base na Figura 2-9,

verificam-se as seguintes relações:

$$L_h^s = \frac{\Psi_M^s}{i_1^s} \sim (2 \cdot 9 \cdot \sigma_n^s) \sim 18 \cdot \sigma_n^s \quad (2.12)$$

$$L_{12}^s = \frac{\Psi_M^s}{i_1^s} \sim (11 \cdot \sigma_n^s - 7 \cdot \sigma_n^s) \sim 4 \cdot \sigma_n^s \quad (2.13)$$

$$L_{13}^s = \frac{\Psi_M^s}{i_1^s} \sim (3 \cdot \sigma_n^s - 15 \cdot \sigma_n^s) \sim -12 \cdot \sigma_n^s \quad (2.14)$$

A partir das expressões acima é possível obter os seguintes valores para as indutâncias mútuas:

$$L_{12}^s = L_{15}^s = \frac{2}{9} \cdot L_h^s [H] \quad (2.15)$$

$$L_{13}^s = L_{14}^s = -\frac{6}{9} \cdot L_h^s [H] \quad (2.16)$$

Considerando a simetria da máquina, as demais indutâncias mútuas serão obtidas permutando-se ciclicamente os índices, resultando a seguinte matriz de indutâncias para o estator:

$$[L]^{ss} = [L]_h^{ss} + [L]_\delta^{ss} \quad (2.17)$$

$$[L]_h^{ss} = \frac{L_h^s}{9} \cdot \begin{bmatrix} 9 & 2 & -9 & -9 & 2 \\ 2 & 9 & 2 & -9 & -9 \\ -9 & 2 & 9 & 2 & -9 \\ -9 & -9 & 2 & 9 & 2 \\ 2 & -9 & -9 & 2 & 9 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

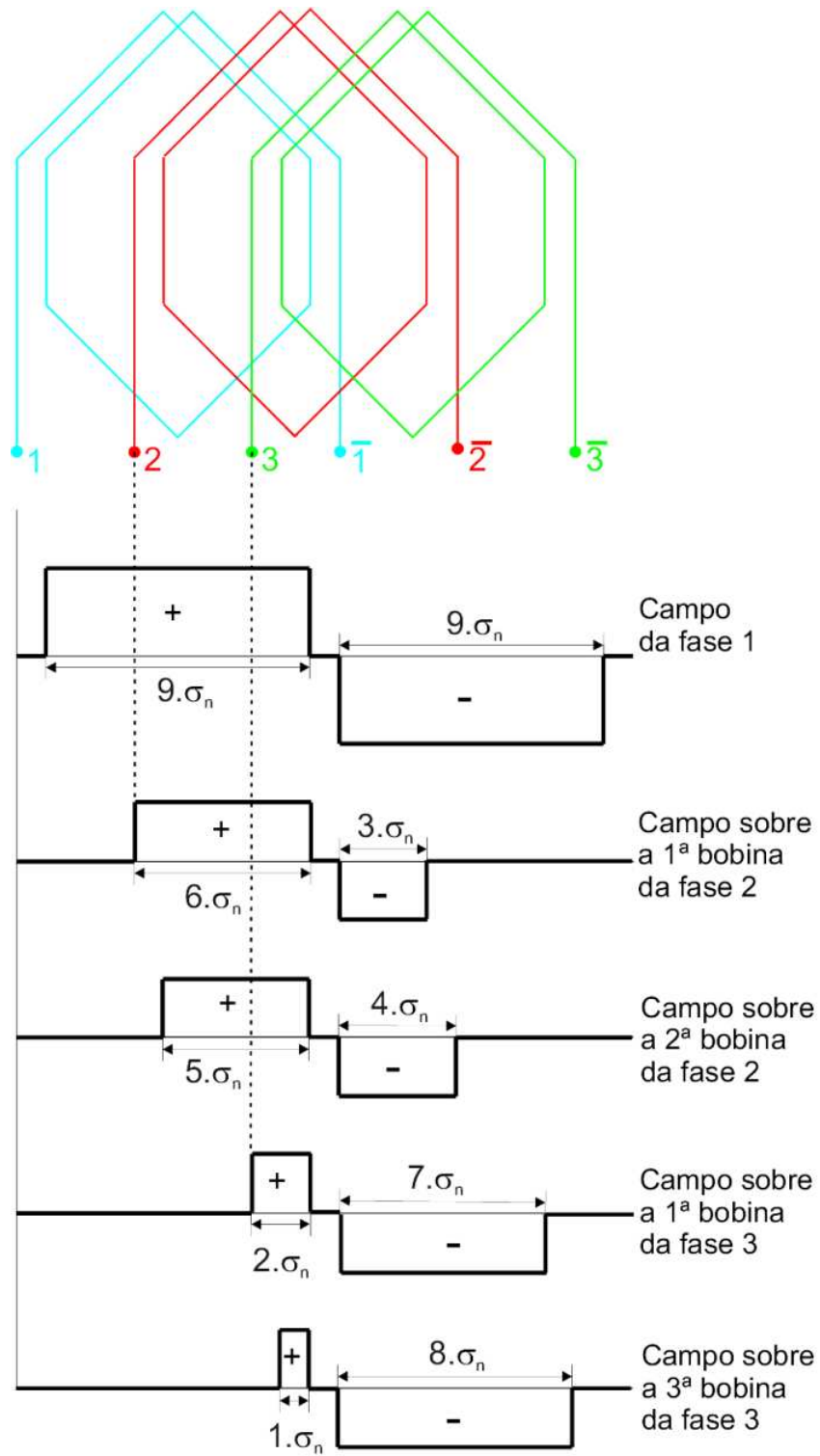


Figura 2-9: Campo da fase 1 do estator sobre as demais fases.

$$[\mathbf{L}]_{\delta}^{\text{ss}} = \begin{bmatrix} L_{\delta}^s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{\delta}^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{\delta}^s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{\delta}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{\delta}^s \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Observa-se que a matriz de indutâncias do estator é uma matriz circulante e simétrica. Estas propriedades são de grande utilidade em conexão com a aplicação de transformação de coordenadas, pois permitem que o sistema de equações possa ser simplificado diagonalizando-se a matriz de indutâncias, através de transformação de coordenadas.

A resistência de uma fase do estator R^s pode ser calculada pela equação 2.20.

$$R^s = \rho_s \cdot \ell_{\text{ms}} \cdot \frac{1}{A_s} \cdot N_{\text{ph}} \quad [\Omega] \quad (2.20)$$

onde:

ρ_s - resistividade do condutor do estator;

ℓ_{ms} - comprimento médio de uma espira do estator;

A_s - área transversal do fio do estator;

N_{ph} - número de espiras em série no estator.

A matriz de resistências do estator é uma matriz do tipo diagonal com R^s inserido na diagonal principal:

$$[R]^s = \begin{bmatrix} R^s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R^s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R^s \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

2.3.2 Indutâncias e Resistências do Rotor

Para rotores do tipo gaiola, como o caso do protótipo construído, não existe em princípio um número de fases definido existindo inúmeras possibilidades para o seu equacionamento. Normalmente, no caso de máquinas trifásicas, o número de fases é assumido igual o número de fases do estator sendo enrolamento trifásico equivalente determinado e referido ao estator [22][39]. A equivalência é realizada considerando o campo fundamental (primeiro harmônico) produzido no entreferro pelo enrolamento real e pelo enrolamento trifásico equivalente [22]. Este procedimento torna-se, contudo, bastante complicado quando é necessária a inclusão de harmônicos superiores, uma vez que para cada harmônico torna-se necessário a determinação de um enrolamento equivalente. A determinação dos parâmetros do enrolamento do rotor torna-se mais fácil quando se considera que cada malha do rotor, formada por duas barras consecutivas, constitui uma fase, conforme mostra a Figura 2-10. Assim, as correntes de fase serão as correntes de malha e número de fases do rotor será igual ao número de malhas sob um par de pólos. Não há necessidade de considerar-se os dois pares de pólos da máquina por razões de simetria, uma vez que os fenômenos eletromagnéticos se repetem a cada dois pólos para o número de pólos e ranhuras do protótipo. Contudo, quando o número de ranhuras do rotor por par de pólos resultar num número não-inteiro, torna-se necessário a consideração de mais de um par de pólos, conforme demonstrado em [33]. Para o protótipo em consideração existem 4 pólos e 30 barras no rotor, resultando em 15 fases para o rotor. O equacionamento da máquina, torna portanto necessário a determinação das indutâncias equivalentes das fases do rotor.

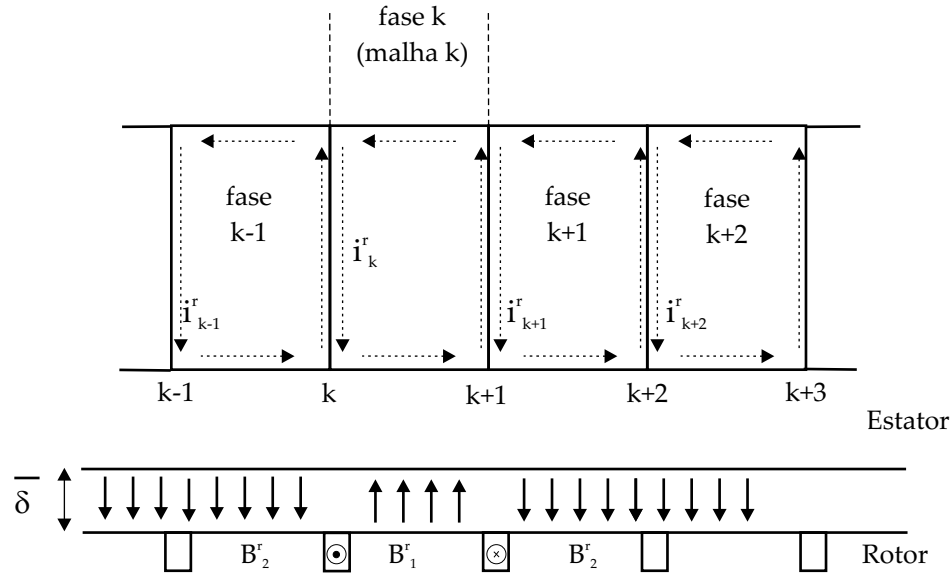


Figura 2-10: Enrolamento do rotor e campo produzido por uma fase no entreferro.

A determinação da indutância própria da fase k L_h^r é baseada no campo produzido pela corrente de malha k no entreferro, desprezando os efeitos de ranhura e saturação do ferro (Figura 2-10). Estes efeitos serão considerados de forma aproximada pela introdução do fator de saturação e do fator de Carter.

Considerando a corrente da fase k do rotor i_k^r a indução no entreferro pode ser calculada a partir de:

$$i_k^r = \frac{B_1^r}{\mu_0} \cdot \bar{\delta} + \frac{B_2^r}{\mu_0} \cdot \bar{\delta} \quad [A] \quad (2.22)$$

sendo B_1^r a indução magnética sobre a fase k e B_2^r a indução magnética sobre as demais fases, conforme visto na Figura 2-10. O fluxo magnético sobre a fase k (Ψ_1^r) será igual ao fluxo magnético sobre as demais fases (Ψ_2^r), conforme equação 2.23.

$$\Psi_1^r = \Psi_2^r \Rightarrow \frac{B_1^r}{p} \cdot A_1^r = \frac{B_2^r}{p} \cdot A_2^r \quad [Wb] \quad (2.23)$$

Na equação anterior A_1^r é a área correspondente a fase k e A_2^r a área das demais fases, definidas como:

$$A_1^r = \frac{\ell}{K_r} \cdot \frac{D \cdot \pi}{m_r} \quad [m^2] \quad (2.24)$$

$$A_2^r = \frac{\ell}{K_r} \cdot \frac{D \cdot \pi \cdot (m_r - 1)}{m_r} \quad [m^2] \quad (2.25)$$

$$K_r = \frac{\sigma_n^r}{\sigma_n^r - b_0^r} \quad (2.26)$$

onde:

m_r - número de fases do rotor;

K_r Fator de concentração de campo do rotor.

O fator K_r considera a relação entre a área de um intervalo de ranhura e a área efetiva onde o campo está distribuído [33]. Substituindo 2.24 e 2.25 em 2.23 é possível obter a seguinte expressão:

$$B_1^r = B_2^r \cdot (m_r - 1) \quad [T] \quad (2.27)$$

Pode-se simplificar a equação 2.22 utilizando a definição de B_1^r da equação acima e isolando B_2^r , conforme segue:

$$i_k^r = \frac{B_2^r}{\mu_0} \cdot \bar{\delta} \cdot (m_r - 1) + \frac{B_2^r}{\mu_0} \cdot \bar{\delta} \Rightarrow B_2^r = \frac{\mu_0}{\bar{\delta}} \cdot \frac{1}{m_r} \cdot i_k^r \quad (2.28)$$

Desta forma é possível obter também B_1^r :

$$B_1^r = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{(m_r - 1)}{m_r} \cdot i_k^r \quad (2.29)$$

Partindo-se do fluxo concatenado com a malha k, definido pela equação 2.23 e a equação 2.29 da indução magnética é possível obter a expressão da indutância principal própria:

$$L_h^r = \frac{\Psi_1^r}{i_k^r} = \frac{B_1^r \cdot A_1^r}{p \cdot i_k^r} [H] \quad (2.30)$$

$$L_h^r = \frac{m_r - 1}{m_r^2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{K_r} \cdot \ell \cdot \frac{D \cdot \pi}{p} \cdot \mu_0 [H] \quad (2.31)$$

A indutância de dispersão de uma fase do rotor L_δ^r será dividida em duas partes: uma relativa ao anel $L_{\delta a}^r$ e uma relativa à barra inserida na ranhura $L_{\delta b}^r$.

$$L_\delta^r = 2 \cdot (L_{\delta a}^r + L_{\delta b}^r) [H] \quad (2.32)$$

Assim a indutância total própria da fase k do rotor L_{kk}^r será:

$$L_{kk}^r = L_h^r + L_\delta^r = L_h^r + 2 \cdot (L_{\delta a}^r + L_{\delta b}^r) [H] \quad (2.33)$$

As indutâncias de dispersão são calculadas de acordo com [16]. O cálculo para obtenção destas indutâncias pode ser visto no item A.5 do Apêndice A. Considerando o campo mostrado na Figura 2-10, as indutâncias mútuas entre as fases vizinhas k e j serão dadas pela seguinte equação:

$$L_{kj}^r = - \left(L_h^r \cdot \frac{1}{m_r - 1} + L_{\delta b}^r \right) [H] \quad (2.34)$$

para $j = k - 1$ e $j = k + 1$

Para as demais fases a indutância mútua será:

$$L_{kj}^r = -L_h^r \cdot \frac{1}{m_r - 1} [H] \quad (2.35)$$

para $j = 1, 2, 3...15, j \neq k + 1$ e $k = 1, 2, 3...15, k \neq j + 1$

Considerando as equações anteriores, a matriz de indutâncias próprias do rotor é uma matriz 15×15 e assume a seguinte forma:

$$[L]^{rr} = [L]_h^{rr} + [L]_\delta^{rr} \quad (2.36)$$

$$[L]_h^{rr} = \frac{L_h^r}{m_r - 1} \cdot \begin{bmatrix} (m_r - 1) & -1 & -1 & \cdots & \cdots & -1 \\ -1 & (m_r - 1) & -1 & \cdots & \cdots & -1 \\ -1 & -1 & (m_r - 1) & -1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -1 \\ -1 & -1 & -1 & \cdots & -1 & (m_r - 1) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$[L]_\delta^{rr} = \begin{bmatrix} L_\delta^r & -L_{\delta b}^r & 0 & 0 & \cdots & -L_{\delta b}^r \\ -L_{\delta b}^r & L_\delta^r & -L_{\delta b}^r & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -L_{\delta b}^r & L_\delta^r & -L_{\delta b}^r & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -L_{\delta b}^r & L_\delta^r & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -L_{\delta b}^r \\ -L_{\delta b}^r & 0 & 0 & 0 & -L_{\delta b}^r & L_\delta^r \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

A matriz de indutâncias próprias do rotor apresenta as mesmas propriedades da matriz de indutâncias próprias do estator, ou seja é uma matriz circulante e simétrica.

A resistência própria de uma fase será composta pelas resistências das duas barras R_b^r e dois segmentos de anel R_a^r que as conectam (Figura 2-10):

$$R_{kk}^r = 2 \cdot (R_a^r + R_b^r) = R^r \quad [\Omega] \quad (2.39)$$

A resistência mútua existe apenas entre duas fases vizinhas e é dada pela expressão:

$$R_{kj}^r = -R_b^r \quad [\Omega] \quad (2.40)$$

para $j = k - 1$ e $k = k + 1$

O cálculo das resistências da barra e do anel do rotor é feito pelas equações 2.41 e 2.42 respectivamente.

$$R_b^r = \rho_r \cdot \frac{\ell}{\cos\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} \cdot \frac{1}{A_b} \quad [\Omega] \quad (2.41)$$

$$R_a^r = \rho_r \cdot \frac{D_a \cdot \pi}{N_r} \cdot \frac{1}{A_a} \quad [\Omega] \quad (2.42)$$

onde:

ρ_r - resistividade do condutor do rotor;

ϑ - ângulo de inclinação das barras do rotor;

A_b - área de uma barra do rotor;

D_a - diâmetro médio do anel do rotor;

N_r - número de barras do rotor;

A_a - área da seção transversal do anel do rotor.

Para a matriz de resistências do rotor obtém-se, assim:

$$[L]^{rr} = \begin{bmatrix} R^r & -R_b^r & 0 & 0 & \cdots & -R_b^r \\ -R_b^r & R^r & -R_b^r & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -R_b^r & R^r & -R_b^r & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -R_b^r & R^r & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -R_b^r \\ -R_b^r & 0 & 0 & 0 & -R_b^r & R^r \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

2.3.3 Indutâncias Mútuas entre Estator e Rotor

A determinação das indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor será baseada no fluxo concatenado por uma fase do rotor quando uma fase do estator for alimentada, conforme Figura 2-11.

A fim de que sejam obtidas expressões analíticas, o campo produzido por uma fase do estator no entreferro será descrito por meio de uma Série de Fourier, usando-se o sistema de coordenadas natural do estator. A indução magnética B do campo produzido pelo estator será dada pela equação 2.44. Por razões de simetria, apenas harmônicos ímpares existem no campo do entreferro.

$$B(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{B}_n \cdot \cos(n \cdot \theta) \quad [T] \quad (2.44)$$

Para o enrolamento do estator, a amplitude das harmônicas de indução \hat{B}_n é dada pela equação seguinte:

$$\hat{B}_n = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{B_M}{n} \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \gamma}{2}\right) \quad [T] \quad (2.45)$$

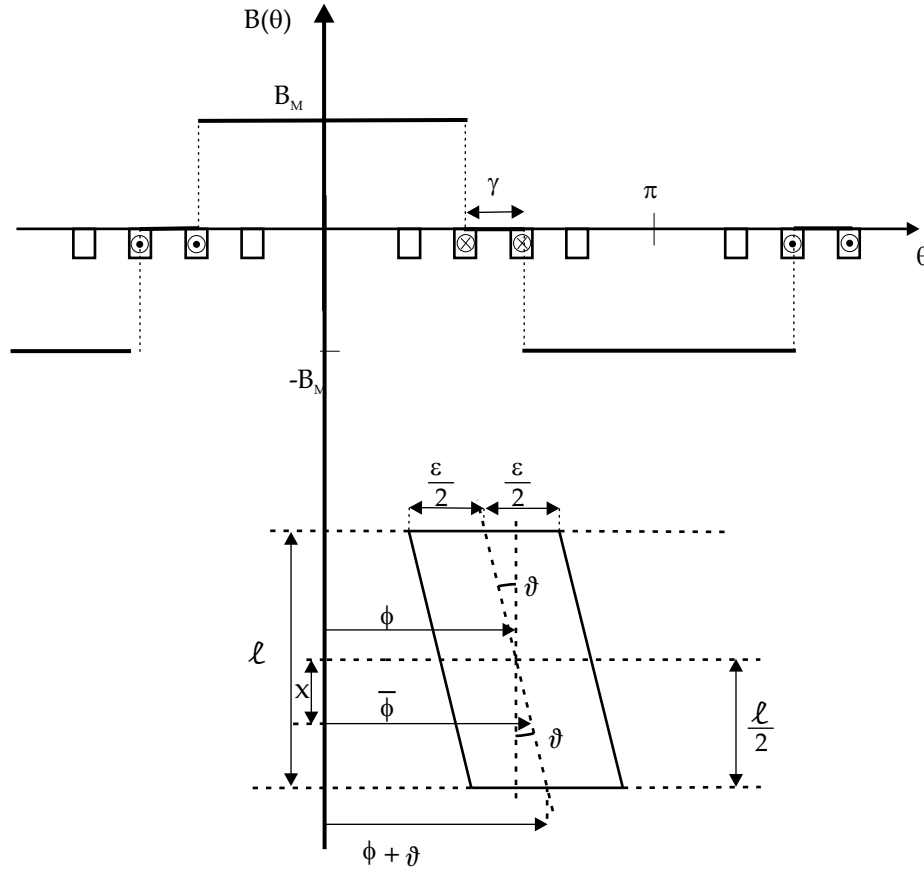


Figura 2-11: Concatenação de fluxos entre estator e rotor.

O fluxo concatenado com a fase 1 (malha 1) do rotor, cujo eixo possui no centro um ângulo ϕ em relação ao início da fase 1 do estator Ψ_{11}^{rs} , será, então:

$$\Psi_{11}^{rs}(\phi) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\bar{\phi}-\frac{\epsilon}{2}}^{\bar{\phi}+\frac{\epsilon}{2}} B(\theta) \cdot \ell \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{d\theta}{p} \cdot dx \quad [Wb] \quad (2.46)$$

$$\bar{\phi} = \phi + \vartheta \cdot \frac{x}{\ell} \quad (2.47)$$

sendo:

$\bar{\phi}$ - ângulo de deslocamento entre estator e barras do rotor;

x - distância entre o eixo perpendicular do rotor e $\bar{\phi}$.

Substituindo 2.44 em 2.46:

$$\Psi_{11}^{rs}(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\bar{\phi}-\frac{\varepsilon}{2}}^{\bar{\phi}+\frac{\varepsilon}{2}} \hat{B}_n \cdot \cos(n \cdot \theta) \cdot \ell \cdot \frac{D}{2} \cdot \frac{d\theta}{p} \cdot dx \quad [Wb] \quad (2.48)$$

Resolvendo as integrais e substituindo $\bar{\phi}$ por ϕ conforme equação 2.47:

$$\Psi_{11}^{rs}(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{B}_n}{n} \cdot \frac{D \cdot \ell}{p} \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \gamma}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \varepsilon}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{n \cdot \vartheta}{2}\right)}{\left(\frac{n \cdot \vartheta}{2}\right)} \cdot \cos(n \cdot \phi) \quad [Wb] \quad (2.49)$$

Na equação 2.49, ε representa o ângulo de defasagem entre as fases do rotor. Assim, para a indutância mútua entre a fase 1 do estator e 1 do rotor L_{11}^{rs} obtém-se:

$$L_{11}^{rs}(\phi) = \frac{\Psi_{11}^{rs}(\phi)}{i_1^s} \quad [H] \quad (2.50)$$

Substituindo 2.49 em 2.50:

$$L_{11}^{rs}(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{D \cdot \ell}{p} \cdot \frac{N_s}{n^2} \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \gamma}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \varepsilon}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{n \cdot \vartheta}{2}\right)}{\left(\frac{n \cdot \vartheta}{2}\right)} \cdot \cos(n \cdot \phi) \quad [H] \quad (2.51)$$

Esta equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$L_{11}^{rs}(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \hat{L}_n^{rs} \cdot \cos(n \cdot \phi) \quad [H] \quad (2.52)$$

sendo \hat{L}_n^{rs} a amplitude da indutância mútua para o harmônico de ordem n, definido por:

$$\widehat{L}_n^{rs} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{D \cdot \ell}{p} \cdot \frac{N_s}{n^2} \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \gamma}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \varepsilon}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{n \cdot \vartheta}{2}\right)}{\left(\frac{n \cdot \vartheta}{2}\right)} [H] \quad (2.53)$$

Deve ser observado que na expressão 2.53 aparecem explicitamente os fatores de enrolamento, os fatores de encurtamento de passo e o fator de inclinação, ambos para harmônicos de ordem n . Utilizando-se a Fórmula de Euler, a equação 2.52 pode ser reescrita numa forma mais adequada:

$$\cos(n\phi) = \frac{e^{jn\phi} + e^{-jn\phi}}{2} \quad (2.54)$$

$$L_{11}^{rs}(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\widehat{L}_n^{rs}}{2} \cdot (e^{jn\phi} + e^{-jn\phi}) [H] \quad (2.55)$$

Considerando as demais fases do estator e do rotor, bem como a defasagem entre elas, pode-se generalizar a equação anterior para a forma seguinte, conforme visto na Figura 2-12. Assim é possível definir L_{km}^{rs} como sendo a indutância mútua entre fase k do estator e m do rotor.

$$L_{km}^{rs}(\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\widehat{L}_n^{rs}}{2} \cdot \left\{ e^{jn[\phi + (k-1) \cdot \varepsilon - (m-1) \cdot \varphi]} + e^{-jn[\phi + (k-1) \cdot \varepsilon - (m-1) \cdot \varphi]} \right\} [H] \quad (2.56)$$

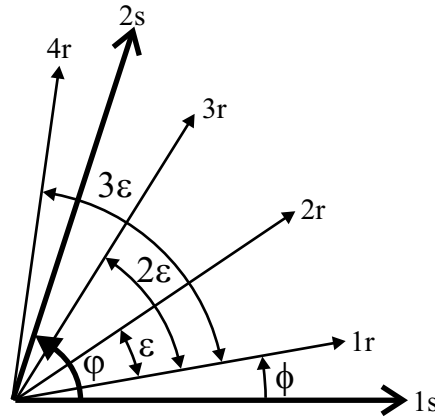


Figura 2-12: Seqüência de fases do estator e rotor.

Os ângulos φ e ε são os ângulos de defasagem entre as fases do estator e do rotor respectivamente, dados pelas expressões:

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{m_s} = \frac{2 \cdot \pi}{5} \text{ [rad]} \quad (2.57)$$

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot \pi}{m_r} = \frac{2 \cdot \pi}{N_r} \cdot p = \frac{2 \cdot \pi}{15} \text{ [rad]} \quad (2.58)$$

Considerando as últimas equações, a matriz de indutâncias mútuas terá a dimensão de 15 x 5 e terá a forma seguinte:

$$[L]^{rs} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{L}_n^{rs}}{2} e^{jn\phi} \cdot [S] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{L}_n^{rs}}{2} e^{-jn\phi} \cdot [S]^* \quad (2.59)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & e^{jn(-\varphi)} & e^{jn(-2\varphi)} & e^{jn(-3\varphi)} & e^{jn(-4\varphi)} \\ e^{jn\varepsilon} & e^{jn(\varepsilon-\varphi)} & e^{jn(\varepsilon-2\varphi)} & e^{jn(\varepsilon-3\varphi)} & e^{jn(\varepsilon-4\varphi)} \\ e^{jn2\varepsilon} & e^{jn(2\varepsilon-\varphi)} & e^{jn(2\varepsilon-2\varphi)} & e^{jn(2\varepsilon-3\varphi)} & e^{jn(2\varepsilon-4\varphi)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{jn14\varepsilon} & e^{jn(14\varepsilon-\varphi)} & e^{jn(14\varepsilon-2\varphi)} & e^{jn(14\varepsilon-3\varphi)} & e^{jn(14\varepsilon-4\varphi)} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Na equação anterior, o símbolo "*" representa a matriz complexa conjugada. Deve-se observar que o equacionamento do acoplamento magnético entre estator e rotor permite a inclusão de harmônicos superiores de espaço de ordem n. Além disso, os conhecidos fatores de enrolamento foram automaticamente englobados nas indutâncias de uma forma bastante simples e natural. Deve-se salientar também que no caso da teoria clássica da máquina de indução apenas o primeiro harmônico de espaço é considerado. No equacionamento apresentado a indutância mútua foi obtida a partir do fluxo concatenado com o rotor produzido pelo estator, o que significa que utilizou-se o sistema de referência natural do rotor na determinação do fluxo sobre o mesmo.

Quando o inverso é feito, ou seja determinando-se o fluxo concatenado por uma fase do estator quando uma fase do rotor é alimentada, obtém-se uma matriz de indutâncias que é a transposta conjugada da obtida. Assim, pode-se estabelecer a seguinte relação:

$$[L]^{sr} = \{[L]^{rs}\}^{T*} \quad (2.61)$$

O símbolo "T" na equação anterior significa a matriz transposta.

2.4 Equações Eletromecânicas

A partir das matrizes de indutâncias definidas, pode-se estabelecer as equações gerais da máquina de indução pentafásica conforme segue.

Inicialmente são apresentadas as equações das tensões:

$$[v]^s = [R]^s \cdot [i]^s + \frac{d[\Psi]^s}{dt} \quad (2.62)$$

$$[0] = [R]^r \cdot [i]^r + \frac{d[\Psi]^r}{dt} \quad (2.63)$$

onde $[v]^s$ é o vetor de tensões do estator, $[i]^s$ é o vetor de correntes do estator e $[i]^r$ é o vetor de correntes do rotor definidos conforme segue:

$$[v]^s = [v_1^s \ v_2^s \ v_3^s \ v_4^s \ v_5^s]^T \quad (2.64)$$

$$[i]^s = [i_1^s \ i_2^s \ i_3^s \ i_4^s \ i_5^s]^T \quad (2.65)$$

$$[i]^r = [i_1^r \ i_2^r \ i_3^r \ \cdots \ i_{15}^r]^T \quad (2.66)$$

As equações dos fluxos são dadas a seguir:

$$[\Psi]^s = [L]^{ss} \cdot [i]^s + [L]^{sr} \cdot [i]^r \quad (2.67)$$

$$[\Psi]^r = [L]^{rr} \cdot [i]^r + [L]^{rs} \cdot [i]^s \quad (2.68)$$

Substituindo 2.67 em 2.62 e 2.68 em 2.63, têm-se:

$$[v]^s = [R]^s \cdot [i]^s + [L]^{ss} \cdot \frac{d[i]^s}{dt} + [L]^{sr} \cdot \frac{d[i]^r}{dt} \quad (2.69)$$

$$[0] = [R]^r \cdot [i]^r + [L]^{rr} \cdot \frac{d[i]^r}{dt} + [L]^{rs} \cdot \frac{d[i]^s}{dt} \quad (2.70)$$

O torque eletromagnético T_e pode ser expresso de forma matricial, utilizando as definições anteriores [34]:

$$T_e = \frac{p}{2} \cdot \begin{bmatrix} [i]^s{}^T & [i]^r{}^T \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{d\phi} \left[\begin{array}{c|c} [L]^{ss} & [L]^{sr} \\ \hline [L]^{rs} & [L]^{rr} \end{array} \right] \cdot \begin{bmatrix} [i]^s \\ [i]^r \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

A equação mecânica da máquina terá a seguinte forma:

$$T_e - T_m = \frac{1}{p} \cdot \left(J_m \cdot \frac{d^2\phi}{dt^2} + B_m \cdot \frac{d\phi}{dt} \right) \quad (2.72)$$

onde:

T_m - torque da carga;

J_m - momento de inércia do motor mais a carga;

B_m - coeficiente de amortecimento do motor mais a carga.

O desenvolvimento da equação 2.71 resulta num grande número de termos tornando a sua utilização prática bastante trabalhosa. Além disso, no sistema de equações obtido as equações são fortemente acopladas. Trata-se também de um sistema de equações diferenciais lineares e com parâmetros variáveis no tempo. Torna-se, assim, muito difícil obter-se a solução deste sistema de forma analítica. O sistema também não se encontra na forma mais adequada para ser utilizado para fins de controle e simulação da máquina.

Contudo, o sistema de equações pode ser consideravelmente simplificado após a introdução das transformações de coordenadas, de forma que sejam obtidos modelos mais adequados para fins de simulação e desenvolvimento de estratégias de controle para máquinas de indução com número de fases elevado e inclusão de harmônicos, o que será visto no próximo capítulo.

2.5 Determinação dos Parâmetros do Protótipo

Com base nas equações apresentadas para a determinação dos parâmetros e considerando-se as dimensões do protótipo na Tabela 2.3, foram calculados os valores mostrados na Tabela 2.4, que são suficientes para a determinação das equações gerais da máquina de indução pentafásica. O Anexo A mostra os detalhes do cálculo de cada um destes parâmetros, assim como a obtenção das indutâncias de dispersão. Para fins de comparação também são apresentados os valores dos parâmetros calculados por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF) 2D utilizando o *software fem2000*, desenvolvido na PUCRS. Como exemplo, a Figura 2-13 apresenta o desenho em corte transversal do estator e rotor da máquina com linhas de campo geradas pelo *fem2000* para o caso em que duas barras contíguas do rotor são alimentadas. O campo magnético gerado é representado pelas linhas equipotenciais vistas na figura. Através da determinação do campo magnético foi possível calcular os valores das indutâncias do rotor.

Também foram feitos ensaios de rotor bloqueado e a vazio, cujos resultados podem ser vistos na Tabela 2.4. Estes ensaios são os procedimentos mais comuns para obtenção de parâmetros

de máquinas elétricas, sendo descritos por normas nacionais (NBR 5383) e internacionais (IEC 34). Inicialmente o rotor é mecanicamente bloqueado de modo que não possa girar e o estator alimentado com tensão reduzida para que a corrente não atinja um valor acima da nominal e danifique os enrolamentos. São feitas medições de corrente e potência. Depois são feitos ensaios a vazio com frequência nominal porém variando a tensão, onde novamente são medidas a corrente e potência do estator. Com os dados obtidos são feitos gráficos e cálculos que permitem a obtenção do circuito equivalente da máquina e seus parâmetros.

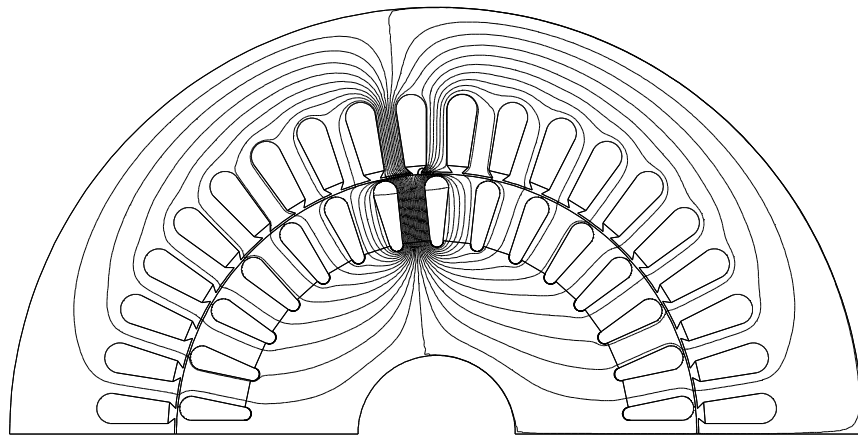


Figura 2-13: Corte transversal do protótipo com linhas equipotenciais.

Como pode-se verificar na Tabela 2.4, os valores obtidos pelos métodos analítico e MEF apresentam pouca diferença em relação aos obtidos analiticamente. No entanto existem diferenças consideráveis para os valores encontrados no ensaio. Deve-se salientar que o ensaio foi executado aplicando sinais senoidais apenas com o primeiro harmônico, o que explica a diferença para menos que aparece em L_h^s . Este parâmetro calculado pelos outros métodos inclui o efeito dos demais harmônicos. Os desvios também podem ter origem nas tolerâncias de fabricação da máquina, que por se tratar de um protótipo, não são muito rígidas. Foram obtidos três conjun-

tos de parâmetros para o protótipo pentafásico que serão testados na validação do modelo, que será vista no próximo capítulo, de forma que o mais adequado será incorporado na biblioteca de simulação desenvolvida neste trabalho.

Parâmetro	Analítico	MEF	Ensaio
R^s	6,1 Ω	-	6,96 Ω
L_h^s	153,5 mH	149 mH	125mH
L_δ^s	10 mH	8 mH	20mH
R_a^r	3,2 $\mu\Omega$	-	6,2 $\mu\Omega$
R_b^r	94 $\mu\Omega$	-	-
$R^r = 2.(R_a^r + R_b^r)$	194 $\mu\Omega$	-	-
L_h^r	1,31 μ H	1,58 μ H	1,33 μ H
$L_{\delta a}^r$	0,008 μ H	-	0,022 μ H
$L_{\delta b}^r$	0,15 μ H	0,10 μ H	-
$L_\delta^r = 2.(L_{\delta a}^r + L_{\delta b}^r)$	0,32 μ H	0,22 μ H	-
\hat{L}_1^{rs}	157 μ H	153 μ H	145 μ H
\hat{L}_3^{rs}	42 μ H	44 μ H	-
\hat{L}_5^{rs}	16 μ H	17 μ H	-

Tabela 2.4: Parâmetros calculados para o protótipo.

2.6 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentadas as principais características e aplicações dos motores de indução pentafásicos. Também foi abordada a determinação dos parâmetros de máquinas de indução com elevado número de fases baseado em fórmulas analíticas. Foi considerado como base um protótipo construído. As expressões incluem o efeito de harmônicas superiores de campo de

uma forma simples e direta. Conforme visto neste capítulo, estas harmônicas possuem influência sobre o comportamento da máquina, portanto devem ser consideradas na modelagem. Também apresentou-se as equações gerais da máquina de indução incluindo harmônicos superiores.

Diferente da maioria dos trabalhos publicados sobre o tema, a abordagem apresentada permite uma compreensão clara de como os parâmetros podem ser determinados, podendo ser aplicada a máquinas com outro número de fases.

A partir das equações apresentadas, podem-se introduzir transformações de coordenadas com o objetivo de simplificar as equações e torná-las mais adequadas para implementação de estratégias de controle e acionamento. Este será o tema do próximo capítulo.

Capítulo 3

Equações da Máquina no Sistema de Coordenadas qd

3.1 Introdução

As equações do modelo geral da máquina pentafásica apresentadas no capítulo anterior são de difícil solução, pois constituem um sistema de equações diferenciais fortemente acoplado e com coeficientes variáveis no tempo, uma vez que as indutâncias mútuas entre estator e rotor variam com a posição relativa entre eles. Além disso, estas equações foram descritas nos eixos de referências naturais do estator e do rotor, sendo desejável adotar-se um sistema de referência único. Isso posto, serão introduzidas neste capítulo transformações de coordenadas nas equações do modelo matemático do motor pentafásico visando obter equações mais simples e estabelecer circuitos equivalentes, os quais permitem não apenas avaliar o comportamento de máquinas de indução com elevado número de fases, mas também determinar a influência de cada harmônico em separado. Estas transformações facilitam a implementação do modelo em ferramentas de software e possibilitam a representação da máquina pentafásica nos eixos de quadratura e direto (sistema qd). Para validação do modelo serão analisados os resultados obtidos em simulação

comparados com os obtidos em ensaio utilizando o protótipo pentafásico.

3.2 Transformação de Coordenadas

Transformações de coordenadas têm sido amplamente utilizadas na área de controle e acionamentos de máquinas, especialmente quando são utilizados os princípios de controle vetorial [38]. Estas transformações geralmente têm como referência o sistema do estator e são baseadas nas Transformações de Park. Existem também relações bem conhecidas entre as várias transformações propostas na literatura, sendo que muitas apresentadas como novas são na verdade modificações de transformações já existentes [41]. Outra particularidade das transformações conhecidas é sua limitação ao harmônico fundamental de campo no entreferro, o qual em geral é o ponto de partida da sua derivação. Desta forma, o campo no entreferro é sempre descrito por uma senóide, sendo a sua extensão para outros harmônicos na maioria dos casos complicada, ou mesmo impossível [32]. Esta particularidade é na maioria das vezes pouco salientada ou esquecida. Deve-se, contudo, salientar que harmônicos de espaço em geral desempenham um papel secundário em máquinas trifásicas convencionais, o que para máquinas com elevado número de fases não é aplicável, pois conforme visto no capítulo anterior muitas delas são projetadas especificamente para aproveitar os harmônicos superiores para produção de torque e/ou controle [36].

Para simplificar as equações do modelo geral da máquina pentafásica será utilizada a transformação para componentes simétricas de valor instantâneo, descrita em [41] e [32]. O nome origina-se do fato que transformações semelhantes são utilizadas na análise de circuitos trifásicos em regime permanente senoidal, onde as transformações são aplicadas a fasores, obtendo-se as tradicionais componentes simétricas. Neste caso, a transformação será aplicada diretamente aos valores instantâneos das correntes não sendo feita nenhuma restrição quanto a forma de onda das mesmas. Observa-se também que existe uma relação entre as componentes simétricas de

valor instantâneo e as componentes simétricas tradicionais, sendo que as últimas podem ser consideradas como um caso especial das primeiras [41].

Para o estator a transformação será definida pela matriz complexa:

$$[A] = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^{-1} & a^{-2} & a^{-3} & a^{-4} \\ 1 & a^{-2} & a^{-4} & a^{-6} & a^{-8} \\ 1 & a^{-3} & a^{-6} & a^{-9} & a^{-12} \\ 1 & a^{-4} & a^{-8} & a^{-12} & a^{-16} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

A constante complexa a é definida como:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{5}} = e^{j\frac{2\pi}{5}} = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + j.\text{sen}\left(\frac{2\pi}{5}\right) \quad (3.2)$$

A matriz de transformação é uma matriz simétrica e apresenta a seguinte propriedade:

$$[A]^{-1} = [A]^{T*} \quad (3.3)$$

A definição da constante a resulta nas seguintes propriedades que serão utilizadas mais adiante:

$$a^{-(5.n+k)} = a^{-k} = a^{5-k} \quad (3.4)$$

para $n = 1, 2, 3, \dots$, ou seja:

$$\begin{aligned} a^{-6} &= a^{-1} = a^4, \\ a^{-7} &= a^{-2} = a^3, \\ a^{-8} &= a^{-3} = a^2, \dots \end{aligned} \quad (3.5)$$

Para o rotor será definida a seguinte transformação:

$$[B] = \frac{1}{\sqrt{15}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & b^{-1} & b^{-2} & b^{-3} & \dots & a^{-14} \\ 1 & b^{-2} & b^{-4} & b^{-6} & \dots & b^{-28} \\ 1 & b^{-3} & b^{-6} & b^{-9} & \dots & b^{-42} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & b^{-14} & b^{-28} & b^{-42} & \dots & b^{-225} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

A constante complexa b é definida como segue:

$$b = e^{j\frac{2\pi}{m_r}} = e^{j\frac{2\pi}{15}} = \cos\left(\frac{2\pi}{15}\right) + j.\text{sen}\left(\frac{2\pi}{15}\right) \quad (3.7)$$

Análogo à transformação do estator, a transformação do rotor possui também a seguinte propriedade:

$$[B]^{-1} = [B]^{T*} \quad (3.8)$$

A definição da constante b resulta nas seguintes propriedades:

$$b^{-(15.n+k)} = b^{-k} = b^{15-k} \quad (3.9)$$

para $n = 1, 2, 3, \dots$, ou seja:

$$\begin{aligned} b^{-16} &= b^{-1} = b^{14}, \\ b^{-17} &= b^{-2} = b^{13}, \\ b^{-18} &= b^{-3} = b^{12}, \dots \end{aligned} \quad (3.10)$$

Aplicando-se as transformações $[A]$ e $[B]$ às equações do estator e do rotor, respectivamente, resulta:

$$[v]^s = [A] \cdot [\tilde{v}]^s \Leftrightarrow [\tilde{v}]^s = [A]^{-1} \cdot [v]^s \quad (3.11)$$

$$[i]^s = [A] \cdot [\tilde{i}]^s \Leftrightarrow [\tilde{i}]^s = [A]^{-1} \cdot [i]^s \quad (3.12)$$

$$[i]^r = [B] \cdot [\tilde{i}]^r \Leftrightarrow [\tilde{i}]^r = [B]^{-1} \cdot [i]^r \quad (3.13)$$

As componentes simétricas são dadas pelas seguintes relações:

$$[\tilde{v}]^s = [\tilde{v}_0^s \ \tilde{v}_1^s \ \tilde{v}_2^s \ \tilde{v}_3^s \ \tilde{v}_4^s]^T \quad (3.14)$$

$$[\tilde{i}]^s = [\tilde{i}_0^s \ \tilde{i}_1^s \ \tilde{i}_2^s \ \tilde{i}_3^s \ \tilde{i}_4^s]^T \quad (3.15)$$

$$[\tilde{i}]^r = [\tilde{i}_0^r \ \tilde{i}_1^r \ \tilde{i}_2^r \ \dots \ \tilde{i}_{14}^r]^T \quad (3.16)$$

Existem portanto 5 componentes simétricas para o estator e 15 para o rotor. As componentes \tilde{i}_0^s e \tilde{i}_0^r são as componentes de seqüência zero da corrente do estator e do rotor e só tem valor diferente de zero quando a soma das correntes da máquina tiver um caminho de circulação. Quando o enrolamento for conectado em estrela sem condutor neutro, a componente de seqüência zero do estator é, portanto, zero. Da mesma forma a componente de seqüência zero \tilde{v}_0^s representa a soma das tensões do estator, a qual em função da conexão dos enrolamentos e forma de onda das tensões de fase pode assumir valor nulo. Também observa-se que, por razões de simetria, nem todas componentes simétrica necessitam ser consideradas. Uma análise das componentes simétricas revela que as mesmas possuem as seguintes propriedades, quando o número de fases é ímpar:

$$\tilde{i}_k^r = \tilde{i}_{15-k}^{r*} \Rightarrow \tilde{i}_{14}^r = \tilde{i}_1^{r*}, \quad \tilde{i}_{12}^r = \tilde{i}_3^{r*}, \quad \tilde{i}_{11}^r = \tilde{i}_4^{r*} \dots \quad (3.17)$$

$$\tilde{v}_k^s = \tilde{v}_{5-k}^{s*} \Rightarrow \tilde{v}_4^s = \tilde{v}_1^{s*}, \quad \tilde{v}_3^s = \tilde{v}_2^{s*} \quad (3.18)$$

$$\tilde{i}_k^s = \tilde{i}_{5-k}^{s*} \Rightarrow \tilde{i}_4^s = \tilde{i}_1^{s*}, \quad \tilde{i}_3^s = \tilde{i}_2^{s*} \quad (3.19)$$

Pelas propriedades acima, torna-se necessário considerar para o estator apenas a componente de seqüência zero, a primeira e a segunda componente simétrica, uma vez que as outras duas são complexas conjugadas destas últimas. Para o rotor bastará considerar, além da componente de seqüência zero, mais sete componentes simétricas.

Substituindo-se as equações 3.11 até 3.13 na equação 2.69, resulta na seguinte expressão para o estator:

$$[A] \cdot [\tilde{v}]^s = [R]^s \cdot [A] \cdot [\tilde{i}]^s + [L]^{ss} \cdot \frac{d \left\{ [A] \cdot [\tilde{i}]^s \right\}}{dt} + [L]^{sr} \cdot \frac{d \left\{ [B] \cdot [\tilde{i}]^r \right\}}{dt} \quad (3.20)$$

Pré-multiplicando-e a última equação por $[A]^{-1}$, obtém-se:

$$[\tilde{v}]^s = [\tilde{R}]^s \cdot [\tilde{i}]^s + [\tilde{L}]^{ss} \cdot \frac{d [\tilde{i}]^s}{dt} + [\tilde{L}]^{sr} \cdot \frac{d [\tilde{i}]^r}{dt} \quad (3.21)$$

A equação 3.21 é a equação transformada do estator, onde as matrizes de indutância e resistência transformadas são definidas como:

$$[\tilde{R}]^s = [A]^{-1} \cdot [R]^s \cdot [A] \quad (3.22)$$

$$[\tilde{L}]^{ss} = [A]^{-1} \cdot [L]^{ss} \cdot [A] \quad (3.23)$$

$$\left[\widetilde{\mathbf{L}}\right]^{\text{sr}} = [\mathbf{A}]^{-1} \cdot [\mathbf{L}]^{\text{sr}} \cdot [\mathbf{B}] \quad (3.24)$$

A equação do rotor pode ser obtida de forma análoga, resultando a seguinte equação transformada:

$$[0] = \left[\widetilde{\mathbf{R}}\right]^{\text{r}} \cdot \left[\widetilde{\mathbf{i}}\right]^{\text{r}} + \left[\widetilde{\mathbf{L}}\right]^{\text{rr}} \cdot \frac{d\left[\widetilde{\mathbf{i}}\right]^{\text{r}}}{dt} + \left[\widetilde{\mathbf{L}}\right]^{\text{rs}} \cdot \frac{d\left[\widetilde{\mathbf{i}}\right]^{\text{s}}}{dt} \quad (3.25)$$

As matrizes de indutâncias e resistências próprias transformadas que aparecem na última equação são definidas pelas seguintes equações:

$$\left[\widetilde{\mathbf{R}}\right]^{\text{r}} = [\mathbf{B}]^{-1} \cdot [\mathbf{R}]^{\text{r}} \cdot [\mathbf{B}] \quad (3.26)$$

$$\left[\widetilde{\mathbf{L}}\right]^{\text{rr}} = [\mathbf{B}]^{-1} \cdot [\mathbf{L}]^{\text{rr}} \cdot [\mathbf{B}] \quad (3.27)$$

$$\left[\widetilde{\mathbf{L}}\right]^{\text{rs}} = [\mathbf{B}]^{-1} \cdot [\mathbf{L}]^{\text{rs}} \cdot [\mathbf{A}] = \{[\mathbf{A}]^{-1} \cdot [\mathbf{L}]^{\text{sr}} \cdot [\mathbf{B}]\}^{\text{T}*} = \left\{\left[\widetilde{\mathbf{L}}\right]^{\text{sr}}\right\}^{\text{T}*} \quad (3.28)$$

3.2.1 Matrizes de Indutâncias e Resistências Transformadas do Estator

A simplificação obtida pela aplicação das transformações torna-se aparente quando as matrizes indutâncias e resistências transformadas são determinadas. Para o estator obtém-se as seguintes matrizes:

$$[\tilde{R}]^s = [A]^{-1} \cdot [R]^s \cdot [A] = \begin{bmatrix} \tilde{R}^s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{R}^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{R}^s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{R}^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{R}^s \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

A matriz de resistências permanece inalterada, mas as matrizes de indutâncias são transformadas em matrizes diagonais, eliminando o acoplamento que existia entre as fases através da indutância mútua.

$$[\tilde{L}]^{ss} = [A]^{-1} \cdot [L]^{ss} \cdot [A] = \begin{bmatrix} \tilde{L}_0^s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{L}_1^s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{L}_2^s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{L}_2^s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{L}_1^s \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

As indutâncias que aparecem na matriz são denominadas de indutâncias de seqüência e são obtidas conforme segue.

$$\tilde{L}_0^s = \sum_{k=1}^5 L_{1k}^s = L_{11}^s + 2 \cdot (L_{12}^s + L_{13}^s) \quad (3.31)$$

$$\tilde{L}_1^s = \sum_{k=1}^5 L_{1k}^s \cdot a^{-(k-1)} = L_{11}^s + 2 \cdot [L_{12}^s \cdot \cos(\varphi) + L_{13}^s \cdot \cos(2\varphi)] \quad (3.32)$$

$$\tilde{L}_2^s = \sum_{k=1}^5 L_{1k}^s \cdot a^{-2 \cdot (k-1)} = L_{11}^s + 2 \cdot [L_{12}^s \cdot \cos(2\varphi) + L_{13}^s \cdot \cos(4\varphi)] \quad (3.33)$$

Observa-se que existe uma simetria na matriz de indutâncias semelhante ao que ocorre com as tensões e correntes, de tal forma que para o estator existe apenas 3 valores distintos de

indutâncias de seqüência, sendo estes valores reais.

3.2.2 Matrizes de Indutâncias e Resistências Transformadas do Rotor

Para o rotor, obtém-se a seguintes matriz de resistências transformadas:

$$[\tilde{\mathbf{R}}]^r = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_0^r & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{\mathbf{R}}_1^r & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{\mathbf{R}}_2^r & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{\mathbf{R}}_3^r & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\mathbf{R}}_3^r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\mathbf{R}}_2^r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{\mathbf{R}}_1^r \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Desta forma, a matriz de resistências também foi diagonalizada, sendo as resistências de seqüência dadas pelas expressões:

$$\tilde{\mathbf{R}}_0^r = \sum_{k=1}^{15} \mathbf{R}_{1k}^r = \mathbf{R}^r - 2 \cdot \mathbf{R}_b^r = 2 \cdot \mathbf{R}_a^r \quad (3.35)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_1^r = \sum_{k=1}^{15} \mathbf{R}_{1k}^r \cdot b^{-(k-1)} = 2 \cdot \mathbf{R}_a^r + 4 \cdot \mathbf{R}_b^r \cdot \sin^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right) \quad (3.36)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_2^r = \sum_{k=1}^{15} \mathbf{R}_{1k}^r \cdot b^{-2 \cdot (k-1)} = 2 \cdot \mathbf{R}_a^r + 4 \cdot \mathbf{R}_b^r \cdot \sin^2\left(2 \cdot \frac{\varepsilon}{2}\right) \quad (3.37)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_3^r = \sum_{k=1}^{15} \mathbf{R}_{1k}^r \cdot b^{-3 \cdot (k-1)} = 2 \cdot \mathbf{R}_a^r + 4 \cdot \mathbf{R}_b^r \cdot \sin^2\left(3 \cdot \frac{\varepsilon}{2}\right) \quad (3.38)$$

$$\tilde{R}_n^r = \sum_{k=1}^{15} R_{1k}^r \cdot b^{-n \cdot (k-1)} = 2 \cdot R_a^r + 4 \cdot R_b^r \cdot \sin^2 \left(n \cdot \frac{\varepsilon}{2} \right) \quad (3.39)$$

A matriz de indutâncias próprias do estator transformada possui a forma que segue.

$$[\tilde{L}]^{rr} = \begin{bmatrix} \tilde{L}_0^r & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{L}_1^r & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{L}_2^r & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{L}_3^r & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{L}_3^r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{L}_2^r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{L}_1^r \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Observa-se que a matriz de indutâncias próprias do rotor também foi diagonalizada, eliminando-se o acoplamento magnético entre as fases do rotor, sendo as indutâncias de seqüências dadas por:

$$\tilde{L}_0^r = \sum_{k=1}^{15} R_{1k}^r = 2 \cdot L_{\delta a}^r \quad (3.41)$$

$$\tilde{L}_1^r = \sum_{k=1}^{15} L_{1k}^r \cdot b^{-(k-1)} = 2 \cdot L_{\delta a}^r + 4 \cdot L_{\delta b}^r \cdot \sin^2 \left(\frac{\varepsilon}{2} \right) + L_h^r \cdot \frac{m_r}{m_r - 1} \quad (3.42)$$

$$\tilde{L}_2^r = \sum_{k=1}^{15} L_{1k}^r \cdot b^{-2 \cdot (k-1)} = 2 \cdot L_{\delta a}^r + 4 \cdot L_{\delta b}^r \cdot \sin^2 \left(2 \cdot \frac{\varepsilon}{2} \right) + L_h^r \cdot \frac{m_r}{m_r - 1} \quad (3.43)$$

$$\tilde{L}_3^r = \sum_{k=1}^{15} L_{1k}^r \cdot b^{-3 \cdot (k-1)} = 2 \cdot L_{\delta a}^r + 4 \cdot L_{\delta b}^r \cdot \sin^2 \left(3 \cdot \frac{\varepsilon}{2} \right) + L_h^r \cdot \frac{m_r}{m_r - 1} \quad (3.44)$$

$$\tilde{L}_{\frac{n+1}{2}}^r = \sum_{k=1}^{15} L_{1k}^r \cdot b^{-\frac{n+1}{2} \cdot (k-1)} = 2 \cdot L_{\delta a}^r + 4 \cdot L_{\delta b}^r \cdot \sin^2 \left(n \cdot \frac{\varepsilon}{2} \right) + L_h^r \cdot \frac{m_r}{m_r - 1} \quad (3.45)$$

3.2.3 Matrizes de Indutâncias Mútuas Transformadas entre Estator e Rotor

A matriz de indutâncias mútuas entre estator e rotor, definida no capítulo anterior, assume a seguinte forma:

$$[\tilde{L}]^{rs} = [B]^{-1} \cdot \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{L}_n^{rs}}{2} e^{jn\phi} \cdot [S] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{L}_n^{rs}}{2} e^{-jn\phi} \cdot [S]^* \right\} \cdot [A] \quad (3.46)$$

$$[\tilde{L}]^{rs} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{L}_n^{rs}}{2} e^{jn\phi} \cdot [B]^{-1} \cdot [S] \cdot [A] + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{L}_n^{rs}}{2} e^{-jn\phi} \cdot [B]^{-1} \cdot [S]^* \cdot [A] \quad (3.47)$$

A matriz transformada é uma matriz 15 x 5, onde a maioria dos elementos é zero, simplificando significativamente as equações. Analisando o efeito da aplicação das matrizes de transformação na matriz de indutâncias mútuas, observa-se que cada elemento da matriz transformada está relacionada a um determinado grupo de harmônicos. Desta forma, a quantidade de elementos não nulos na matriz transformada dependerá do número de harmônicos considerados e da ordem dos mesmos. Um harmônico de ordem n (ou k) produzirá um elemento não nulo na linha x e coluna y da matriz $[\tilde{L}]^{rs}$ apenas quando uma das seguintes condições forem satisfeitas.

$$\tilde{L}_{xy}^{rs} = \left[\frac{\hat{L}_n^{rs}}{2} e^{jn\phi} + \frac{\hat{L}_k^{rs}}{2} e^{-jk\phi} \right] \cdot \frac{5 \cdot 15}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}} \quad (3.48)$$

$$\begin{cases} n = 5. s - (y - 1) & s = 0, 1, 2, 3, \dots \quad y = 1, 2, \dots \\ n = 15. t - (x - 1) & t = 0, 1, 2, 3, \dots \quad x = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (3.49)$$

$$\begin{cases} k = 5. s + (y - 1) & s = 0, 1, 2, 3, \dots \quad y = 1, 2, \dots \\ k = 15. t + (x - 1) & t = 0, 1, 2, 3, \dots \quad x = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (3.50)$$

As condições para a existência de um elemento na matriz são também as condições necessárias para que um determinado harmônico de campo no entreferro produzido pela corrente do estator induza efetivamente tensões no rotor. Portanto, nem todos os harmônicos de campo produzidos pelo estator produzem efeito sobre o rotor que, por consequência, não produzem torque. Por exemplo a primeira componente fundamental da indutância mútua \tilde{L}_{11}^{rs} produzirá um elemento não nulo na linha 15 e coluna 5 e também na linha 2 e coluna 2, as quais são obtidas pelas relações anteriores com $n=1$, $s=t=1$ e $k=1$, $s=t=0$, respectivamente. Caso apenas a fundamental do campo no entreferro seja considerada, estes serão os únicos elementos não nulos da matriz $[\tilde{L}]^{rs}$. Como consequência, observa-se também que as componentes simétricas de corrente e tensão também estão conectadas a determinados grupos de harmônicos. Deve ser ressaltado que a amplitude das harmônicas de campo no entreferro decai rapidamente, sendo que na prática basta que sejam considerados alguns termos. Deve-se também salientar que não existe uma transformação de coordenadas conhecida que permita diagonalizar a matriz de indutâncias mútuas. Por exemplo, considerando apenas os 4 primeiros harmônicos de campo, a matriz de indutâncias será conforme apresentada em 3.51.

$$\left[\tilde{L} \right]^{\text{rs}} = \frac{\sqrt{75}}{2} \cdot \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \hat{L}_1^{\text{rs}} \cdot e^{-j\phi} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \hat{L}_3^{\text{rs}} \cdot e^{-j3\phi} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hat{L}_5^{\text{rs}} \cdot e^{-j5\phi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \hat{L}_7^{\text{rs}} \cdot e^{-j7\phi} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \hat{L}_7^{\text{rs}} \cdot e^{j7\phi} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\hat{L}_5^{\text{rs}} \cdot e^{j5\phi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \hat{L}_3^{\text{rs}} \cdot e^{j3\phi} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \hat{L}_1^{\text{rs}} \cdot e^{j\phi}
\end{bmatrix} \quad (3.51)$$

Pode-se verificar que embora a matriz original possua todos os elementos não-nulos, a matriz transformada possui poucos elementos não-nulos, simplificando o sistema de equações.

A fim de simplificar as equações, a análise que segue será limitada aos 2 primeiros harmônicos de campo: o fundamental e o terceiro, visto que estes são os que exercem a maior influência sobre o comportamento da máquina. A extensão para os demais harmônicos pode ser feita de forma análoga. Neste caso a matriz de indutância assume a forma vista na equação 3.52.

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{ccccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \hat{L}_1^{rs} \cdot e^{-j\phi} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \hat{L}_3^{rs} \cdot e^{-j3\phi} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & \hat{L}_3^{rs} \cdot e^{j3\phi} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \hat{L}_1^{rs} \cdot e^{j\phi}
\end{array} \right] \\
& \left[\tilde{L} \right]^{rs} = \frac{\sqrt{75}}{2} \cdot \quad (3.52)
\end{aligned}$$

3.2.4 Equações Gerais Transformadas

Considerando as transformações introduzidas na seção anterior, as propriedades das componentes simétricas e considerando apenas os dois primeiros harmônicos de campo no entreferro, pode-se estabelecer equações transformadas para o estator e rotor (equações complexas). Assumindo que a máquina está conectada em estrela e sem condutor neutro a componente de seqüência zero \tilde{i}_0^s é nula, não sendo portanto necessário a consideração desta componente. Por consequência a componente de seqüência zero do rotor \tilde{i}_0^r também é nula, uma vez que está concatenada com \tilde{i}_0^s do estator. No caso considerado, a harmônica fundamental estará concatenada apenas com a primeira componente simétrica do estator e do rotor, obtendo-se as equações:

$$\tilde{v}_1^s = \tilde{R}^s \cdot \tilde{i}_1^s + \tilde{L}_1^s \cdot \frac{d\tilde{i}_1^s}{dt} + M_1 \cdot \frac{d}{dt} \left\{ e^{j\cdot\phi} \cdot \tilde{i}_1^r \right\} \quad (3.53)$$

$$0 = \tilde{R}_1^r \cdot \tilde{i}_1^r + \tilde{L}_1^r \cdot \frac{d\tilde{i}_1^r}{dt} + M_1 \cdot \frac{d}{dt} \left\{ e^{-j\cdot\phi} \cdot \tilde{i}_1^s \right\} \quad (3.54)$$

$$M_1 = \frac{\sqrt{75}}{2} \cdot \hat{L}_1^{rs} \quad (3.55)$$

As equações para a fundamental são semelhantes às equações para a máquina trifásica, embora os parâmetros sejam diferentes. Assim, pode-se utilizar os mesmos circuitos equivalentes da máquina trifásica, bem como os mesmos modelos de simulação e estratégias de controle. Deve-se observar também que a terceira harmônica não exerce influência nas equações para a fundamental, sendo a equação portanto completamente independente. Para a terceira harmônica de campo obtém-se as seguintes equações:

$$\tilde{v}_3^s = \tilde{R}^s \cdot \tilde{i}_3^s + \tilde{L}_2^s \cdot \frac{d\tilde{i}_3^s}{dt} + M_3 \cdot \frac{d}{dt} \left\{ e^{j\cdot 3\cdot\phi} \cdot \tilde{i}_3^r \right\} \quad (3.56)$$

$$0 = \tilde{R}_3^r \cdot \tilde{i}_3^r + \tilde{L}_3^r \cdot \frac{d\tilde{i}_3^r}{dt} + M_3 \cdot \frac{d}{dt} \left\{ e^{-j\cdot 3\cdot\phi} \cdot \tilde{i}_3^s \right\} \quad (3.57)$$

$$M_3 = \frac{\sqrt{75}}{2} \cdot \hat{L}_3^{rs} \quad (3.58)$$

As equações para terceira harmônica são similares às da fundamental, sendo que apenas a corrente \tilde{i}_3^s do estator e \tilde{i}_3^r do rotor aparecem. É importante salientar que as componentes simétricas de corrente no estator são produzidas pelas respectivas componentes simétricas da tensão do estator. No entanto, para o rotor, as componentes simétricas de tensões e correntes são produzidas por efeito de indução mútua, sendo caracterizadas como reação do rotor ao

campo produzido pelo estator. Este efeito é, portanto, determinado pelo valor das indutâncias mútuas. Desta forma, a consideração de apenas dois harmônicos no campo do entreferro limita o acoplamento mútuo a estas duas frequências. Como resultado, somente existirão no rotor aquelas componentes simétricas que estão relacionadas com estas duas frequências, ou seja a componente \tilde{i}_1^r , relacionada com o campo fundamental e a componente \tilde{i}_3^r , relacionada ao terceiro harmônico. Todas as demais possuem valor nulo e as equações correspondentes não necessitam ser consideradas. As equações do estator 3.53 e 3.56 estão descritas no sistema de coordenadas do estator, ao passo que as equações 3.54 e 3.57 estão descritas no sistema de coordenadas do rotor. Pode-se descrever as últimas no sistema de coordenadas do estator utilizando-se para a fundamental a transformação 3.59, a qual é válida apenas para o primeiro harmônico.

$$\tilde{i}_1^{rs} = e^{j \cdot \phi} \cdot \tilde{i}_1^r \quad (3.59)$$

$$\tilde{v}_1^s = \tilde{R}^s \cdot \tilde{i}_1^s + \tilde{L}_1^s \cdot \frac{d\tilde{i}_1^s}{dt} + M_1 \cdot \frac{d\tilde{i}_1^{rs}}{dt} \quad (3.60)$$

$$0 = \tilde{R}_1^r \cdot \tilde{i}_1^{rs} + \tilde{L}_1^r \cdot \frac{d\tilde{i}_1^{rs}}{dt} + M_1 \cdot \frac{d\tilde{i}_1^s}{dt} + j \cdot \omega_e \cdot \tilde{\Psi}_1^{rs} \quad (3.61)$$

$$\tilde{\Psi}_1^{rs} = \tilde{L}_1^r \cdot \tilde{i}_1^{rs} + M_1 \cdot \tilde{i}_1^s \quad (3.62)$$

$$\tilde{\Psi}_1^s = \tilde{L}_1^s \cdot \tilde{i}_1^s + M_1 \cdot \tilde{i}_1^{rs} \quad (3.63)$$

Na equação 3.61 ω_e representa a velocidade angular elétrica do rotor, determinada pela equação:

$$-\frac{d\phi}{dt} = \omega_e = p \cdot \omega_m \quad (3.64)$$

onde ω_m é a velocidade angular mecânica do rotor.

A corrente \tilde{i}_1^{rs} representa a corrente do rotor referida para o sistema de coordenadas do estator. As equações anteriores correspondem ao modelo da máquina de indução, considerando apenas a fundamental. Analogamente, pode-se também definir uma transformação de coordenadas para o terceiro harmônico, dada pela equação 3.65:

$$\tilde{i}_3^{rs} = e^{j \cdot 3 \cdot \phi} \cdot \tilde{i}_3^r \quad (3.65)$$

$$\tilde{v}_3^s = \tilde{R}^s \cdot \tilde{i}_3^s + \tilde{L}_2^s \cdot \frac{d\tilde{i}_3^s}{dt} + M_3 \cdot \frac{d\tilde{i}_3^{rs}}{dt} \quad (3.66)$$

$$0 = \tilde{R}_3^r \cdot \tilde{i}_3^{rs} + \tilde{L}_3^r \cdot \frac{d\tilde{i}_3^{rs}}{dt} + M_3 \cdot \frac{d\tilde{i}_3^s}{dt} + j \cdot \omega_e \cdot 3 \cdot \tilde{\Psi}_3^{rs} \quad (3.67)$$

$$\tilde{\Psi}_3^{rs} = \tilde{L}_3^r \cdot \tilde{i}_3^{rs} + M_3 \cdot \tilde{i}_3^s \quad (3.68)$$

$$\tilde{\Psi}_3^s = \tilde{L}_2^s \cdot \tilde{i}_3^s + M_3 \cdot \tilde{i}_3^{rs} \quad (3.69)$$

As equações 3.66 a 3.69 são as equações do modelo para o terceiro harmônico. Conforme citado anteriormente, não é possível estabelecer uma transformação única para todos os harmônicos. Para cada harmônico deve-se estabelecer uma transformação individual [27].

3.2.5 Equações de Torque Transformadas

Aplicando as transformadas na equação de torque eletromagnético 2.71 apresentada no capítulo anterior, obtém-se:

$$T_e = \frac{p}{2} \cdot \left[\begin{array}{c|c} [\tilde{i}]^{sT*} \cdot [A]^{-1} & [\tilde{i}]^{rT*} \cdot [B]^{-1} \end{array} \right] \cdot \frac{d}{d\phi} \left[\begin{array}{c|c} [L]^{ss} & [L]^{sr} \\ \hline [L]^{rs} & [L]^{rr} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} [A] \cdot [\tilde{i}]^s \\ [B] \cdot [\tilde{i}]^r \end{array} \right] \quad (3.70)$$

$$T_e = \frac{p}{2} \cdot \left[\begin{array}{c|c} [\tilde{i}]^{sT*} & [\tilde{i}]^{rT*} \end{array} \right] \cdot \frac{d}{d\phi} \left[\begin{array}{c|c} [\tilde{L}]^{ss} & [\tilde{L}]^{sr} \\ \hline [\tilde{L}]^{rs} & [\tilde{L}]^{rr} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} [\tilde{i}]^s \\ [\tilde{i}]^r \end{array} \right] \quad (3.71)$$

$$T_e = \frac{p}{2} \cdot \left\{ [\tilde{i}]^{rT*} \cdot \frac{d[\tilde{L}]^{rs}}{d\phi} \cdot [\tilde{i}]^s + [\tilde{i}]^{sT*} \cdot \frac{d[\tilde{L}]^{sr}}{d\phi} \cdot [\tilde{i}]^r \right\} \quad (3.72)$$

A última equação pode ser simplificada, uma vez que os dois termos entre chaves são complexos conjugados.

$$T_e = p \cdot \text{Re} \left\{ [\tilde{i}]^{rT*} \cdot \frac{d[\tilde{L}]^{rs}}{d\phi} \cdot [\tilde{i}]^s \right\} \quad (3.73)$$

Expandido-se a última equação, considerando-se apenas dois harmônicos e as transformações para o sistema de coordenadas do estator, resulta:

$$T_e = p \cdot \text{Re} \left\{ j \cdot M_1 \cdot \tilde{i}_1^{s*} \cdot e^{j\phi} \cdot \tilde{i}_1^r - j \cdot M_1 \cdot \tilde{i}_1^s \cdot e^{-j\phi} \cdot \tilde{i}_1^{r*} + 3 \cdot j \cdot M_3 \cdot \tilde{i}_3^{s*} \cdot e^{j3\phi} \cdot \tilde{i}_3^r - 3 \cdot j \cdot M_3 \cdot \tilde{i}_3^s \cdot e^{-j3\phi} \cdot \tilde{i}_3^{r*} \right\} \quad (3.74)$$

$$T_e = 2 \cdot p \cdot M_1 \cdot \text{Re} \left\{ \tilde{i}_1^{s*} \cdot e^{j\phi} \cdot \tilde{i}_1^r \right\} + 6 \cdot p \cdot M_3 \cdot \text{Re} \left\{ \tilde{i}_3^{s*} \cdot e^{j3\phi} \cdot \tilde{i}_3^r \right\} \quad (3.75)$$

$$T_e = -2 \cdot p \cdot M_1 \cdot \text{Im} \left\{ \tilde{i}_1^{s*} \cdot \tilde{i}_1^{rs} \right\} - 6 \cdot p \cdot M_3 \cdot \text{Im} \left\{ \tilde{i}_3^{s*} \cdot \tilde{i}_3^{rs} \right\} \quad (3.76)$$

3.3 Representação nos eixos qd

Utilizando as equações transformadas é possível representar a máquina pentafásica através de uma máquina bifásica equivalente para cada harmônico. A Figura 3-1 mostra a representação da corrente do estator para o primeiro harmônico nos eixos de quadratura qd , onde o eixo q compreende a parte real e o eixo d o inverso da parte imaginária. Desta forma o eixo d está atrasado 90° em relação ao eixo q .

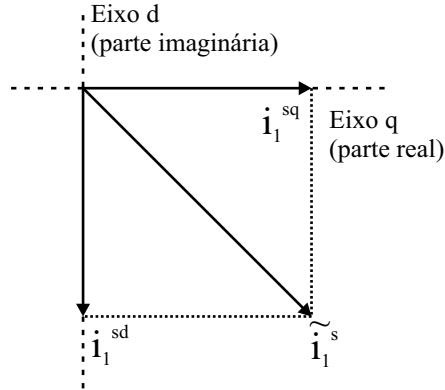


Figura 3-1: Representação da corrente do estator para o primeiro harmônico da máquina pentafásica em qd .

As grandezas do estator e do rotor para o primeiro harmônico podem ser expressas em termos dos eixos qd , conforme mostrado a seguir:

$$\tilde{v}_1^s = v_1^{sq} - j v_1^{sd} \quad (3.77)$$

$$\tilde{i}_1^s = i_1^{sq} - j i_1^{sd} \quad (3.78)$$

$$\tilde{i}_1^{rs} = i_1^{rd} - j i_1^{rd} \quad (3.79)$$

Da mesma forma, é possível representar as grandezas para o terceiro harmônico:

$$\tilde{v}_3^s = v_3^{sq} - j v_3^{sd} \quad (3.80)$$

$$\tilde{i}_3^s = i_3^{sq} - j i_3^{sd} \quad (3.81)$$

$$\tilde{i}_3^{rs} = i_3^{rq} - j i_3^{rd} \quad (3.82)$$

As equações que representam o comportamento da máquina podem ser representadas nos eixos qd . Para o primeiro harmônico resulta:

$$\begin{cases} v_1^{sq} = \tilde{R}^s \cdot i_1^{sq} + \tilde{L}_1^s \cdot \frac{d i_1^{sq}}{dt} + M_1 \cdot \frac{d i_1^{rq}}{dt} \\ v_1^{sd} = \tilde{R}^s \cdot i_1^{sd} + \tilde{L}_1^s \cdot \frac{d i_1^{sd}}{dt} + M_1 \cdot \frac{d i_1^{rd}}{dt} \end{cases} \quad (3.83)$$

$$\begin{cases} 0 = \tilde{R}_1^r \cdot i_1^{rq} + \tilde{L}_1^r \cdot \frac{d i_1^{rq}}{dt} + M_1 \cdot \frac{d i_1^{sq}}{dt} + \omega_e \cdot \Psi_1^{rd} \\ 0 = \tilde{R}_1^r \cdot i_1^{rd} + \tilde{L}_1^r \cdot \frac{d i_1^{rd}}{dt} + M_1 \cdot \frac{d i_1^{sd}}{dt} - \omega_e \cdot \Psi_1^{rq} \end{cases} \quad (3.84)$$

$$\begin{cases} \Psi_1^{rq} = \tilde{L}_1^r \cdot i_1^{rq} + M_1 \cdot i_1^{sq} \\ \Psi_1^{rd} = \tilde{L}_1^r \cdot i_1^{rd} + M_1 \cdot i_1^{sd} \end{cases} \quad (3.85)$$

$$\begin{cases} \Psi_1^{sq} = \tilde{L}_1^s \cdot i_1^{sq} + M_1 \cdot i_1^{rq} \\ \Psi_1^{sd} = \tilde{L}_1^s \cdot i_1^{sd} + M_1 \cdot i_1^{rd} \end{cases} \quad (3.86)$$

O mesmo procedimento pode ser aplicado para as equações do terceiro harmônico, obtendo-se:

$$\begin{cases} v_3^{sq} = \tilde{R}^s \cdot i_3^{sq} + \tilde{L}_2^s \cdot \frac{d i_3^{sq}}{dt} + M_3 \cdot \frac{d i_3^{rq}}{dt} \\ v_3^{sd} = \tilde{R}^s \cdot i_3^{sd} + \tilde{L}_2^s \cdot \frac{d i_3^{sd}}{dt} + M_3 \cdot \frac{d i_3^{rd}}{dt} \end{cases} \quad (3.87)$$

$$\begin{cases} 0 = \tilde{R}_3^r \cdot i_3^{rq} + \tilde{L}_3^r \cdot \frac{d i_3^{rq}}{dt} + M_3 \cdot \frac{d i_3^{sq}}{dt} + \omega_e \cdot \Psi_3^{rd} \\ 0 = \tilde{R}_3^r \cdot i_3^{rd} + \tilde{L}_3^r \cdot \frac{d i_3^{rd}}{dt} + M_3 \cdot \frac{d i_3^{sd}}{dt} - \omega_e \cdot \Psi_3^{rq} \end{cases} \quad (3.88)$$

$$\begin{cases} \Psi_3^{rq} = \tilde{L}_3^r \cdot i_3^{rq} + M_3 \cdot i_3^{sq} \\ \Psi_3^{rd} = \tilde{L}_3^r \cdot i_3^{rd} + M_3 \cdot i_3^{sd} \end{cases} \quad (3.89)$$

$$\begin{cases} \Psi_3^{sq} = \tilde{L}_2^s \cdot i_3^{sq} + M_3 \cdot i_3^{rq} \\ \Psi_3^{sd} = \tilde{L}_2^r \cdot i_3^{sd} + M_3 \cdot i_3^{rd} \end{cases} \quad (3.90)$$

Introduzindo 3.78 - 3.79 e 3.81 - 3.82 na equação de torque 3.75, obtém-se para o torque:

$$T_e = 2 \cdot p \cdot M_1 \cdot \left[i_1^{sq} \cdot i_1^{rd} - i_1^{sd} \cdot i_1^{rq} \right] + 6 \cdot p \cdot M_3 \cdot \left[i_3^{sq} \cdot i_3^{rd} - i_3^{sd} \cdot i_3^{rq} \right] \quad (3.91)$$

A expressão obtida para o torque possui dois termos independentes correspondentes aos dois primeiros harmônicos. Expressões semelhantes para os demais harmônicos podem ser obtidas da mesma forma [27].

3.4 Validação do Modelo

A transformação de coordenadas utilizada neste trabalho simplificou as expressões que representam o comportamento do motor de indução pentafásico. Na forma em que se encontram, o modelo pode ser mais facilmente implementado utilizando ferramentas de software. Para validação do modelo e dos parâmetros é necessária a análise dos resultados obtidos em ensaio e

simulação para um mesmo tipo de acionamento. Caso estejam coerentes, o modelo está validado e pode ser utilizado no estudo de acionamento e controle de máquinas elétricas com número de fases igual a cinco. A Figura 3-2 apresenta um diagrama de blocos da implementação do modelo. Verifica-se que para cada harmônico existe um conjunto de equações equivalentes.

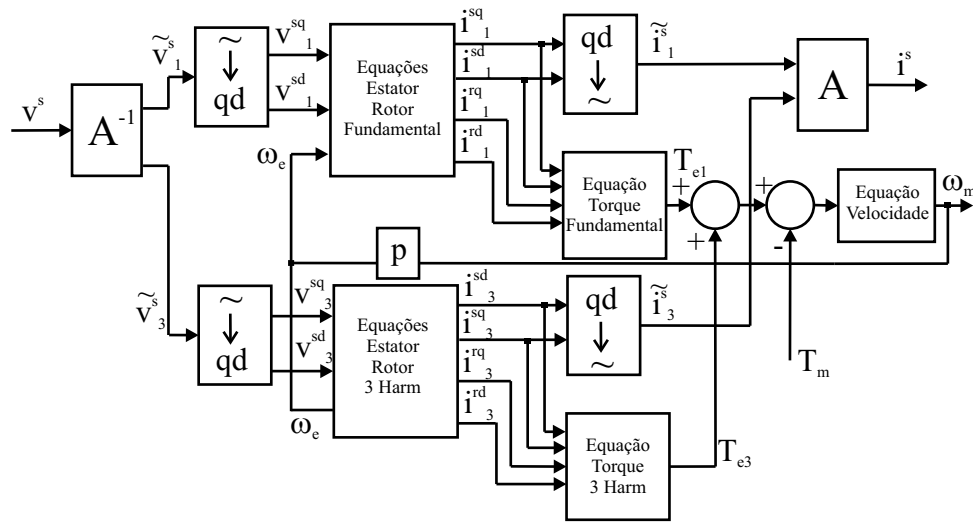


Figura 3-2: Diagrama de blocos de implementação do modelo da máquina pentafásica.

Foram considerados os parâmetros elétricos obtidos na Tabela 2.4 do capítulo anterior. Através da análise de resultados em simulação e obtidos em ensaio, verificou-se que o conjunto que demonstrou ser o mais adequado foi o obtido pelo Método dos Elementos Finitos. Os valores utilizados estão descritos na Tabela 3.1. Os parâmetros mecânicos foram obtidos com ensaios de aceleração com e sem volante e seus valores também constam nesta Tabela.

Parâmetro	Valor
\tilde{R}^s	6.05 Ω
\tilde{R}_1^r	14,6 $\mu\Omega$
\tilde{R}_3^r	87,8 $\mu\Omega$
\tilde{L}_1^s	337,8 mH
\tilde{L}_2^s	42 mH
\tilde{L}_1^r	1,42 μH
\tilde{L}_3^r	1,66 μH
\hat{L}_1^{rs}	152,8 μH
\hat{L}_3^{rs}	43,7 μH
B_m	5,9.10 ⁻⁴ N.m/rad.s ⁻¹
J_m	7,8.10 ⁻³ kg/m ²

Tabela 3.1: Parâmetros elétricos e mecânicos utilizados no modelo.

Inicialmente foram realizados testes utilizando a técnica de acionamento PWM senoidal, utilizando um controle tensão/frequência em malha aberta. Os principais aspectos que envolvem o acionamento do motor, bem como uma descrição do ambiente utilizado neste trabalho será vista no próximo capítulo. As Figuras 3-3 e 3-4 mostram respectivamente os ambientes de simulação e validação do *Matlab/Simulink*® utilizados neste capítulo. Verifica-se que a diferença que existe entre os dois ambientes é a substituição dos blocos que reproduzem o comportamento dos equipamentos da plataforma utilizada nos testes em simulação (blocos verdes) pelos bloco de tempo real (bloco azul) que realiza a interface entre o computador e os dispositivos.

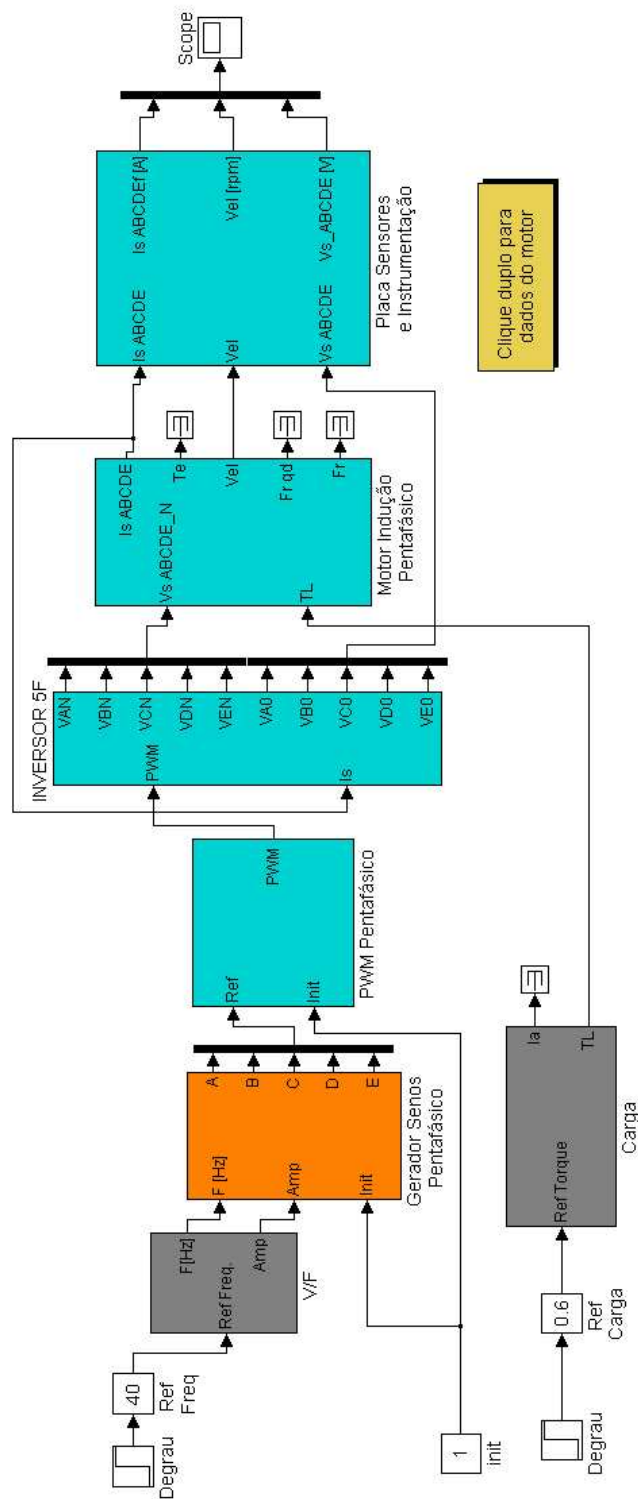


Figura 3-3: Ambiente de simulação acionamento PWM senoidal.

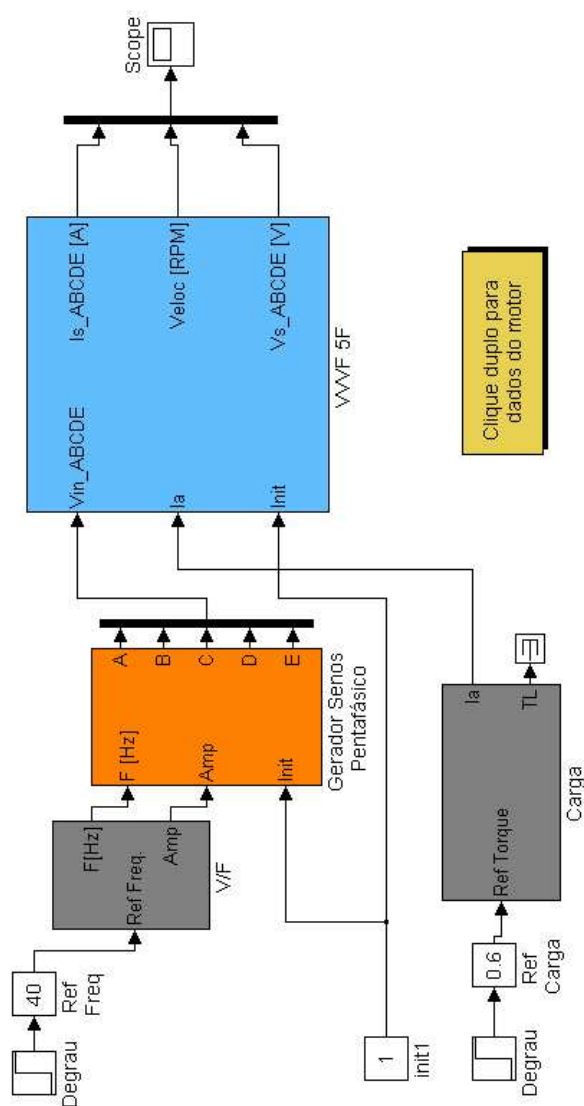


Figura 3-4: Ambiente de validação acionamento PWM senoidal.

As Figuras 3-5 a 3-7 mostram os resultados de simulação e ensaio do motor sendo acionado com tensão senoidal pentafásica de frequência 40 Hz e sob carga constante de 0,6 N.m. Conforme visto na Figura 3-7, as tensões aplicadas no modelo e no protótipo são idênticas. Verifica-se na Figura 3-5 que o resultado obtido em ensaio para a velocidade do rotor coincide com o simulado, assim como o obtido para a corrente das fases do estator na Figura 3-6. Pode-se observar uma diferença de amplitude nas correntes real e simulada no transitório. Esta diferença deve-se a efeitos que foram considerados de forma aproximada na elaboração do modelo. A condição de saturação da máquina durante a partida é diferente da condição utilizada no cálculo das indutâncias, que também sofrem alterações. No modelo foi considerado um valor constante de indutância ajustado para o regime permanente. A diferença também se deve ao erro contido no valor utilizado para a indutância de dispersão. Em regime permanente as curvas estão muito próximas.

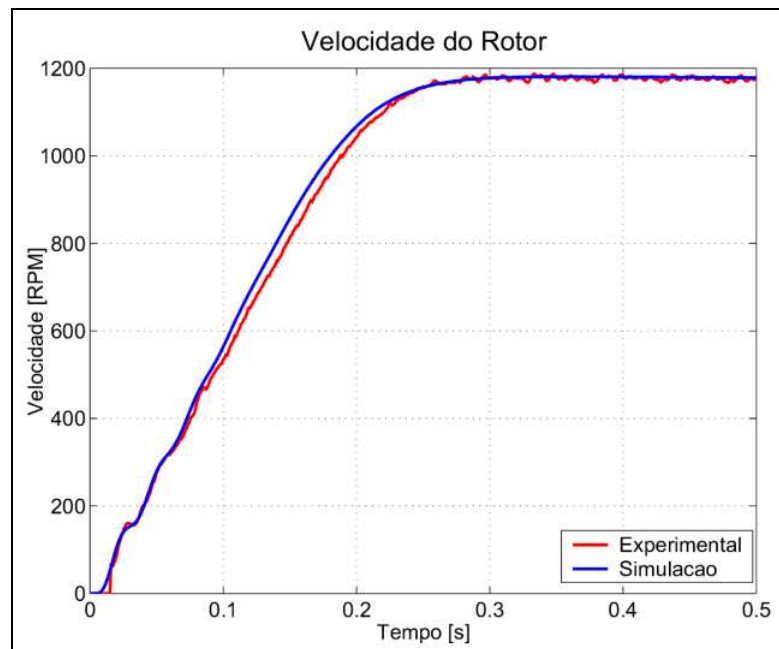


Figura 3-5: Velocidade do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 40 Hz com carga.

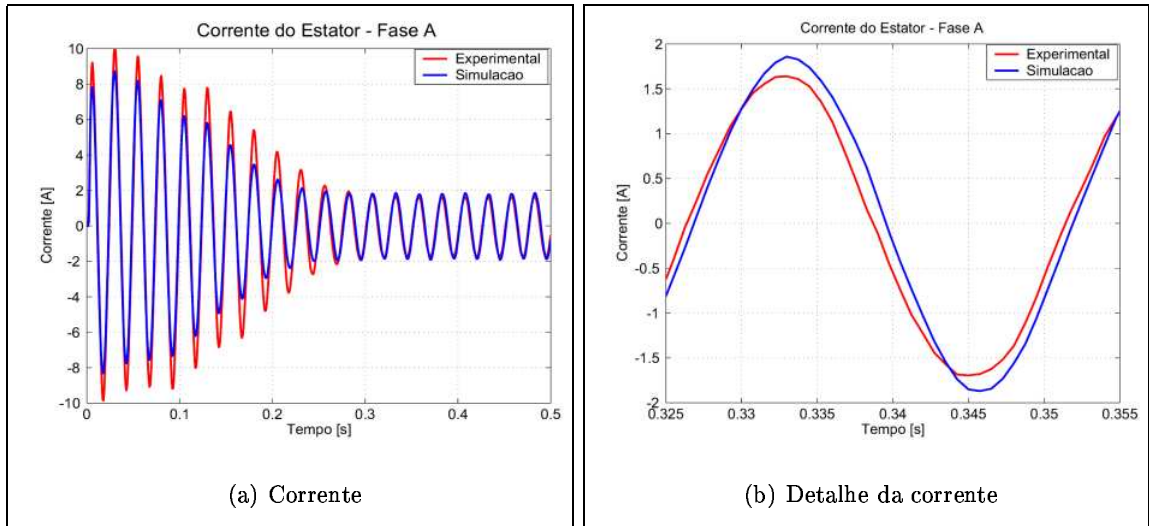


Figura 3-6: Corrente do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 40 Hz com carga.

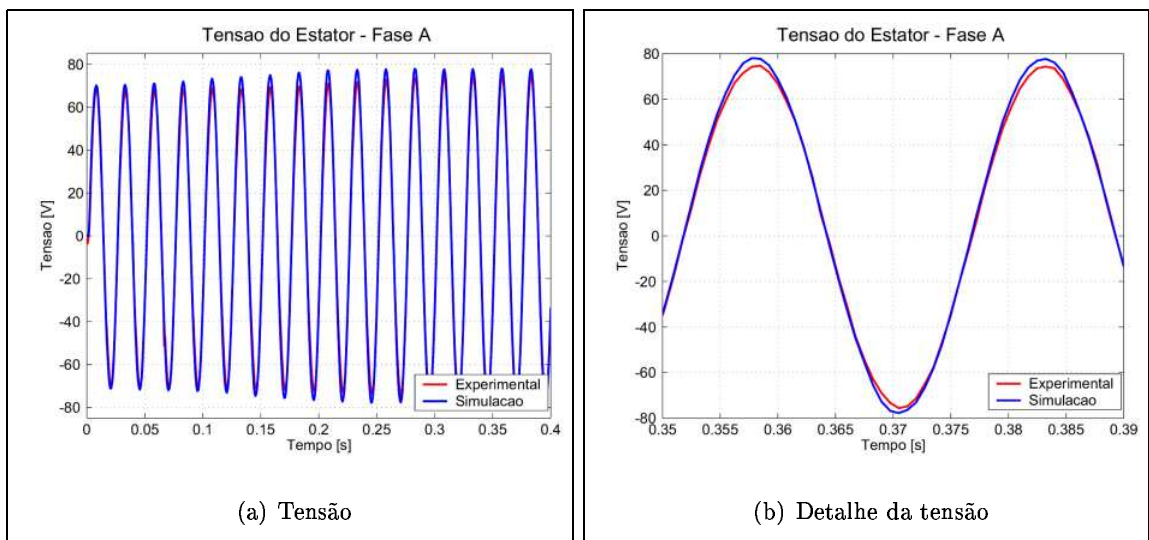


Figura 3-7: Tensão do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 40 Hz com carga.

Outro teste executado buscou verificar o comportamento da máquina partindo em vazio e após algum tempo aplicando um degrau de carga. Neste teste a máquina foi acionada com tensões senoidais de 60Hz e um segundo após a partida foi aplicado um degrau de carga de 1 N.m, visto na Figura 3-8(a). Os resultados obtidos para a velocidade do rotor podem ser vistos na Figura 3-8(b). As Figuras 3-9 e 3-10 mostram a corrente do estator e a tensão aplicada no motor a partir do momento em que foi aplicada a carga. Verifica-se que o comportamento do modelo reproduz com pequena diferença o que acontece no protótipo.

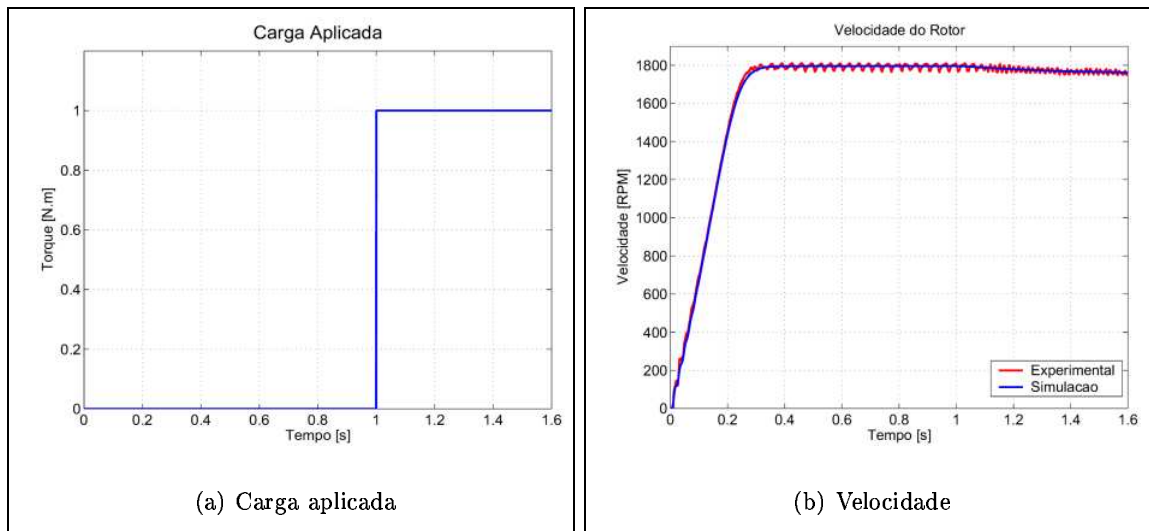


Figura 3-8: Carga aplicada e velocidade de ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 60 Hz com degrau de carga.

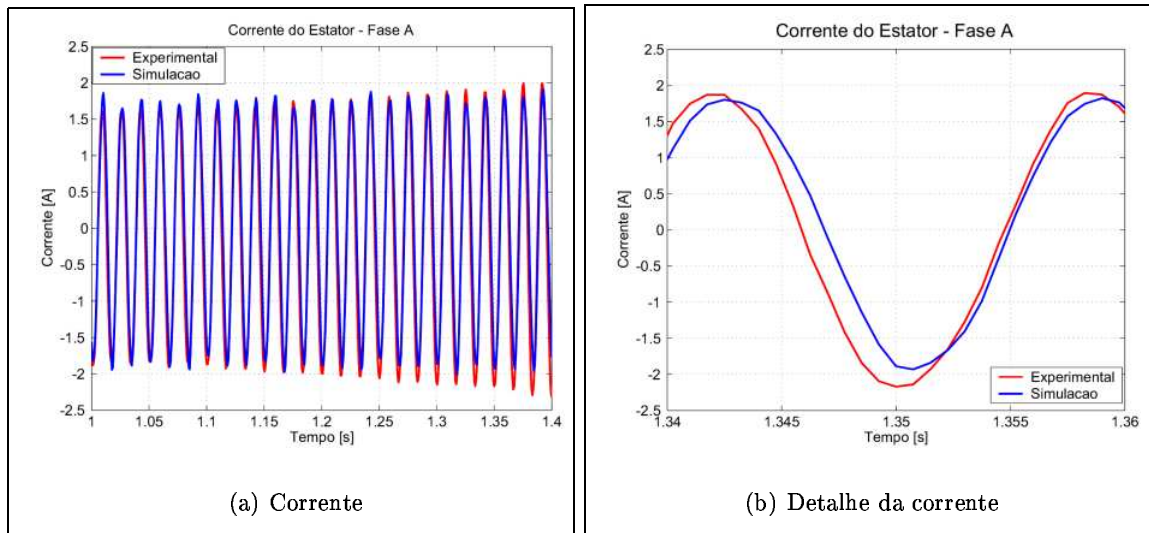


Figura 3-9: Corrente do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 60 Hz com degrau de carga.

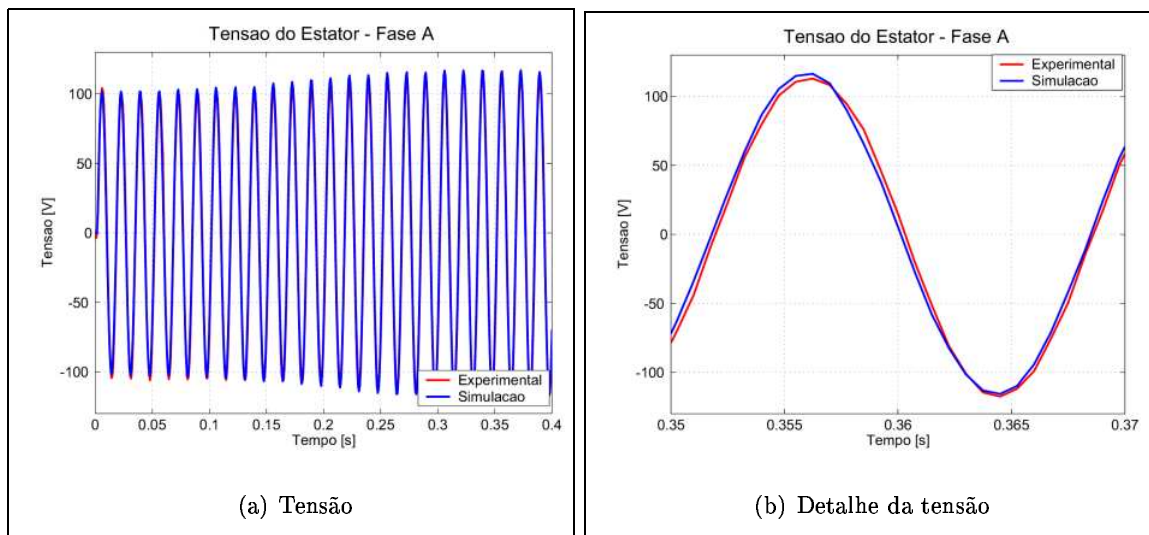


Figura 3-10: Tensão do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 60 Hz com degrau de carga.

Para verificar o comportamento do modelo diante de uma tensão com inclusão do terceiro harmônico foi realizado um teste onde a máquina e o modelo eram acionados por tensão composta de uma fundamental de 30 Hz com componente harmônico de ordem três cuja amplitude é igual a 15% da fundamental. Durante o funcionamento é aplicado uma carga constante de 0,5 N.m. A tensão aplicada ao estator da máquina pode ser vista na Figura 3-13. A velocidade e a corrente do estator são mostradas nas Figuras 3-11 e 3-12, respectivamente. Verifica-se também neste caso uma diferença de amplitude entre as correntes do ensaio e simulada no transitório. No entanto ambas as curvas ficam bastante próximas em regime permanente.

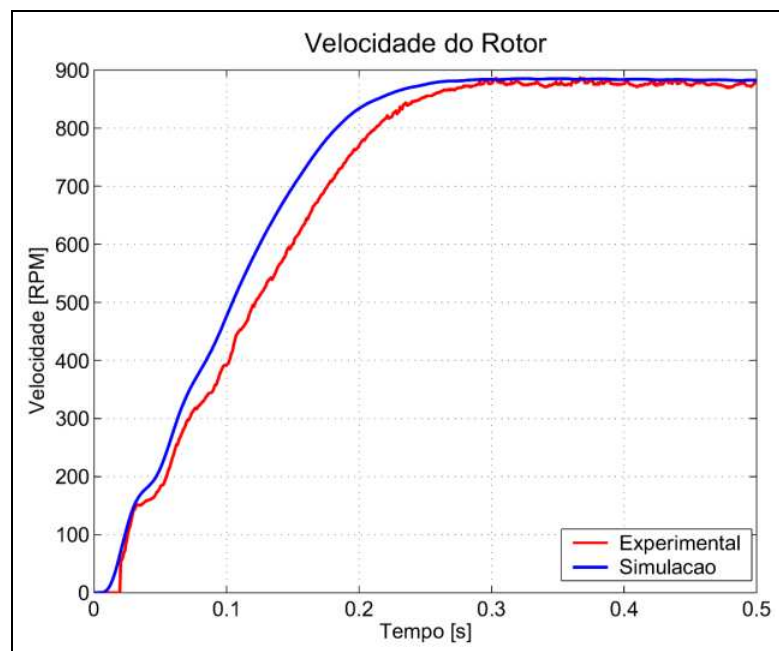


Figura 3-11: Velocidade do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 30 Hz com componente harmônico e carga.

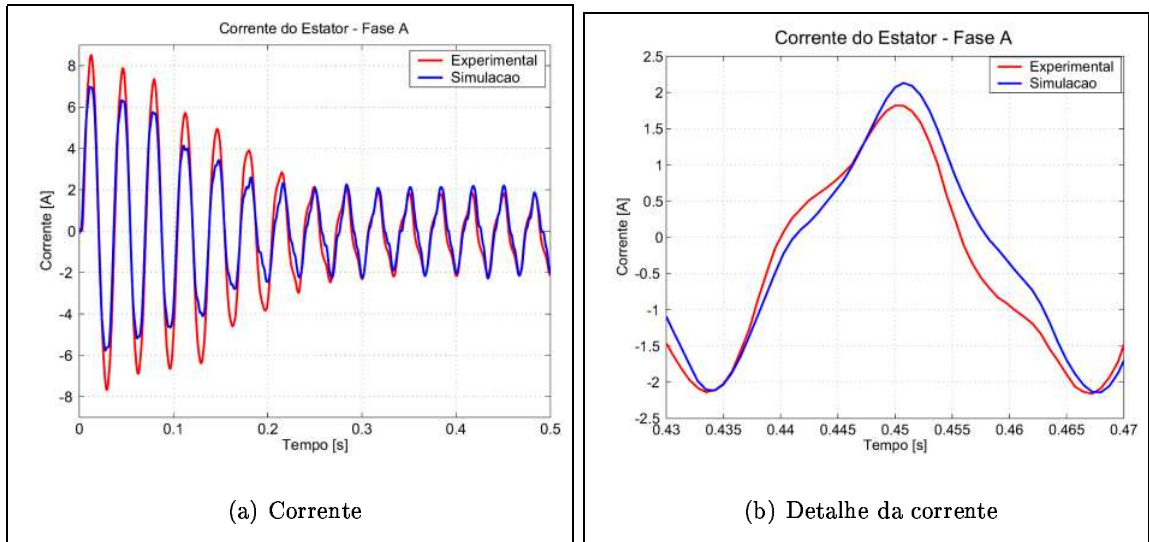


Figura 3-12: Corrente do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 30 Hz com componente harmônico e carga.

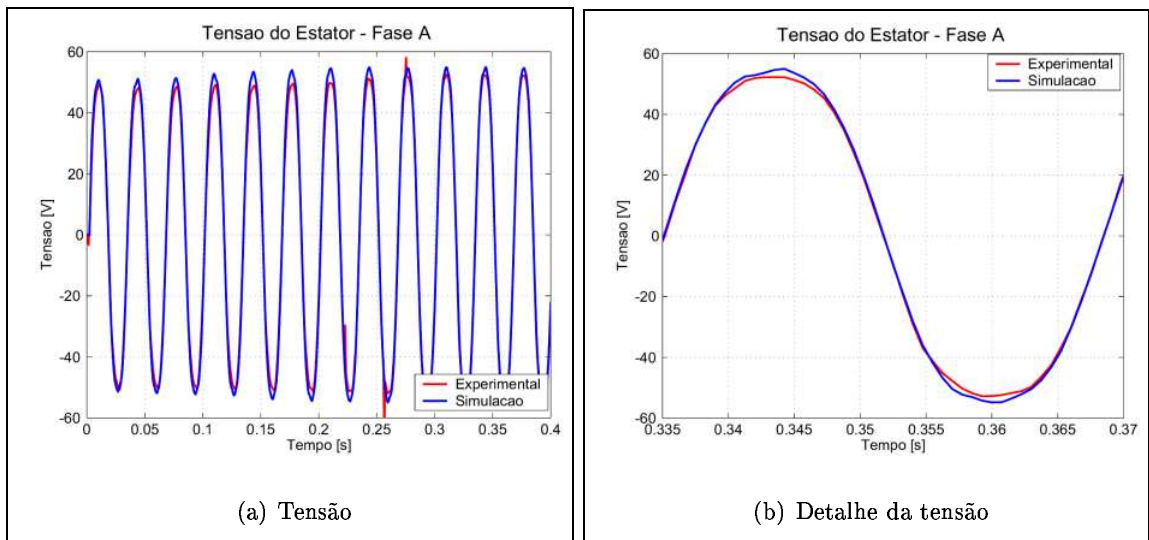


Figura 3-13: Tensão do ensaio e simulada - máquina alimentada por tensão senoidal de 30 Hz com componente harmônico e carga.

3.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram aplicadas transformações de coordenadas complexas às equações gerais da máquina de indução pentafásica, obtendo-se um conjunto de equações mais simples. O novo conjunto de variáveis é conhecido como componentes simétricas de valor instantâneo. Foi demonstrado que pode ser obtido um modelo qd independente para cada harmônico considerado no modelo. Desta forma, as equações obtidas são adequadas para serem utilizadas para fins de simulação, análise e controle de máquinas com elevado número de fases.

Testes em simulação e ensaio de laboratório foram executados com o intuito de validar o modelo e os parâmetros do motor. Os resultados obtidos em simulação são confiáveis, ou seja, estão em bom acordo com o comportamento apresentado pelo protótipo pentafásico. Desta forma, é possível utilizar o modelo proposto para estudo e implementação de técnicas de controle para máquinas de indução pentafásicas, o que será visto nos próximos capítulos.

Capítulo 4

Aspectos de Acionamento e Controle

4.1 Introdução

Neste capítulo os aspectos relativos ao acionamento e controle de máquinas de indução pentafásicas serão brevemente abordados. Inicialmente serão apresentados alguns métodos de acionamento para máquinas pentafásicas e a forma como foi feita a modelagem do inversor de cinco fases. Em seguida serão detalhados os observadores de fluxo, que são importantes na implementação de técnicas de controle por orientação de campo. Por fim será descrito o ambiente de simulação e validação utilizado neste trabalho. O mesmo baseia-se em outras pesquisas realizadas anteriormente [6][11][31].

4.2 Acionamento de Motores de Indução Pentafásicos

Serão apresentados nesta seção exemplos de métodos de acionamento PWM (*Pulse Width Modulation* - Modulação por Largura de Pulso) que podem ser utilizados em motores de indução pentafásicos. Além disso será descrita a forma de modelagem do inversor de frequência de cinco fases. Estas informações são utilizadas na implementação do ambiente de simulação.

4.2.1 Modelagem do Inversor

O inversor de cinco fases é composto por dez chaves conforme visto na Figura 2-4(b) do Capítulo 2. Para a modelagem do inversor cada ramo será considerado como uma chave bilateral, conforme mostra a Figura 4-1. Os estados de condução são selecionados por cinco sinais lógicos. A lógica 1 representa que a chave está ligada a $\frac{+V_{cc}}{2}$ e a lógica 0 representa que a chave está ligada a $\frac{-V_{cc}}{2}$. As combinações possíveis resultam em trinta e dois estados de operação do inversor. No caso do inversor trifásico, o número de estados possíveis é oito.

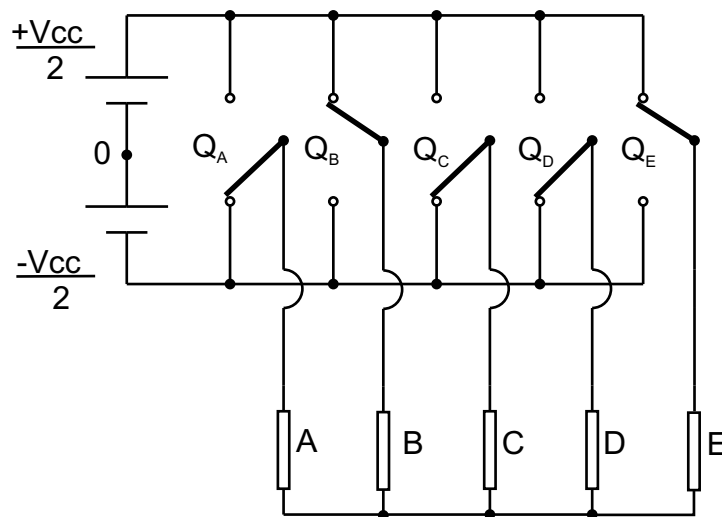


Figura 4-1: Representação do inversor pentafásico com chaves.

4.2.2 PWM Senoidal

A técnica de acionamento por PWM senoidal é muito popular na indústria por ser a mais simples. É possível obter este tipo de modulação ao comparar uma tensão de referência senoidal (tensão desejada na saída do inversor), com um sinal triangular simétrico e de mesma amplitude que a onda senoidal de referência que determinará a frequência e a forma de chaveamento. A

freqüência da onda triangular (conhecida como portadora) deve ser muito maior que a freqüência da senóide de referência, para que se obtenha uma reprodução aceitável da forma de onda sobre a carga. A largura do pulso de saída do modulador varia de acordo com a amplitude relativa da referência em comparação com a portadora. Tem-se assim, uma modulação por largura de pulso. A tensão de saída, que é aplicada a carga, é formada por uma sucessão de ondas retangulares de amplitude igual à tensão de alimentação CC e duração variável. No caso pentafásico, a estrutura a ser utilizada será a apresentada na Figura 4-2. Nesta figura, podem-se ver os sinais de referência de tensão ($V_a^* - V_e^*$), senoidais e defasados 72° entre si, sendo comparados a um sinal retangular com freqüência e amplitude fixa (V_{cr}), comum aos cinco sinais. O resultado desta comparação gera sinais lógicos que controlam o chaveamento do inversor. A Figura 4-3 mostra os sinais de entrada de um dos comparadores e o sinal de chaveamento para o inversor. Uma estrutura semelhante é utilizada em motores trifásicos, porém com número de elementos menor (três sinais de referência, três comparadores, etc.).

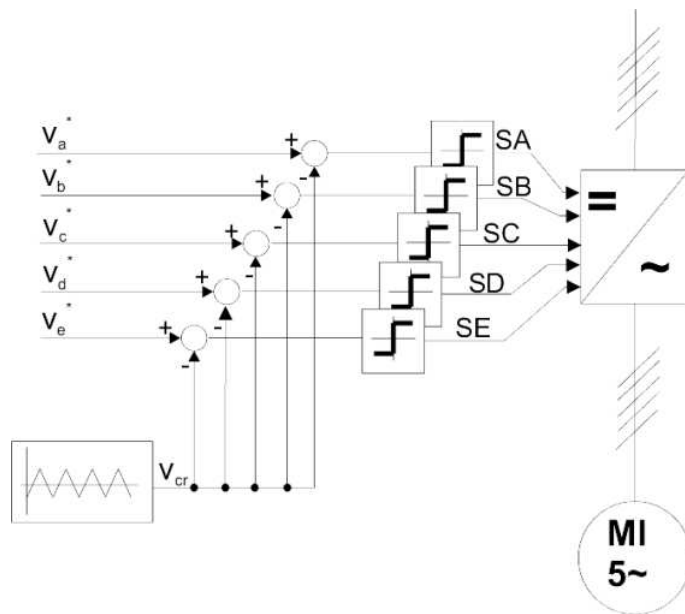
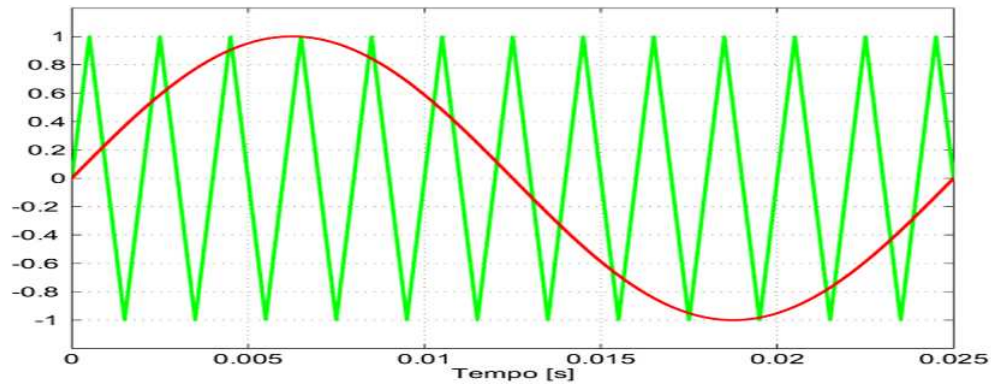
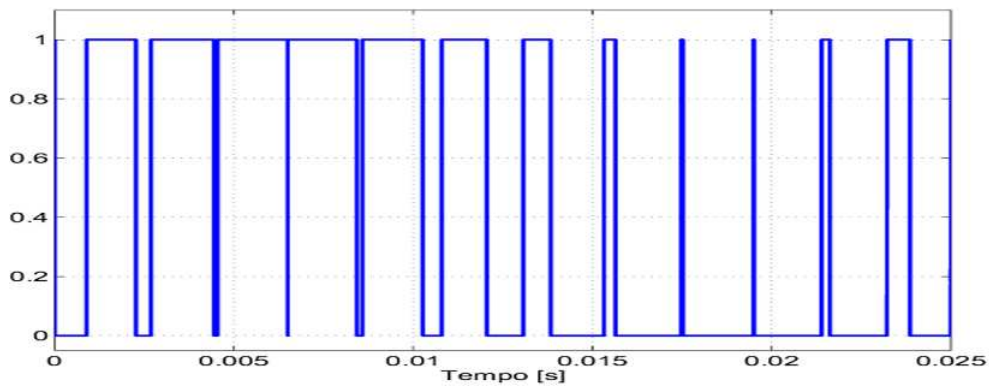


Figura 4-2: PWM Senoidal para motores pentafásicos.



(a) Sinais de entrada



(b) Sinais de chaveamento

Figura 4-3: Sinais do PWM Senoidal.

4.2.3 PWM de Corrente por Histerese

Diferentemente das técnicas utilizadas para gerar a modulação por largura de pulso onde a variável a ser controlada é a tensão, a CRPWM (*Current Regulated Pulse Width Modulation* - Modulação por Largura de Pulso Regulada por Corrente) precisa da realimentação da variável controlada, ou seja, da corrente. A atuação do controle é baseada na correta seleção do vetor de tensão, fazendo a corrente do motor aproximar-se da corrente de referência. O controle por histerese, devido à simplicidade, desempenho dinâmico e capacidade para trabalhar com altas

freqüências de chaveamento é bastante utilizado nesta forma de acionamento, implementada para motores pentafásicos em [35].

A Figura 4-4 mostra o diagrama de blocos empregado para o controle da corrente por histerese. As correntes das fases da máquina são detectadas e comparadas com a referência, usando cinco comparadores com banda de histerese programável. Os sinais de saída dos comparadores são usados para produzir os sinais de disparo dos transistores do inversor.

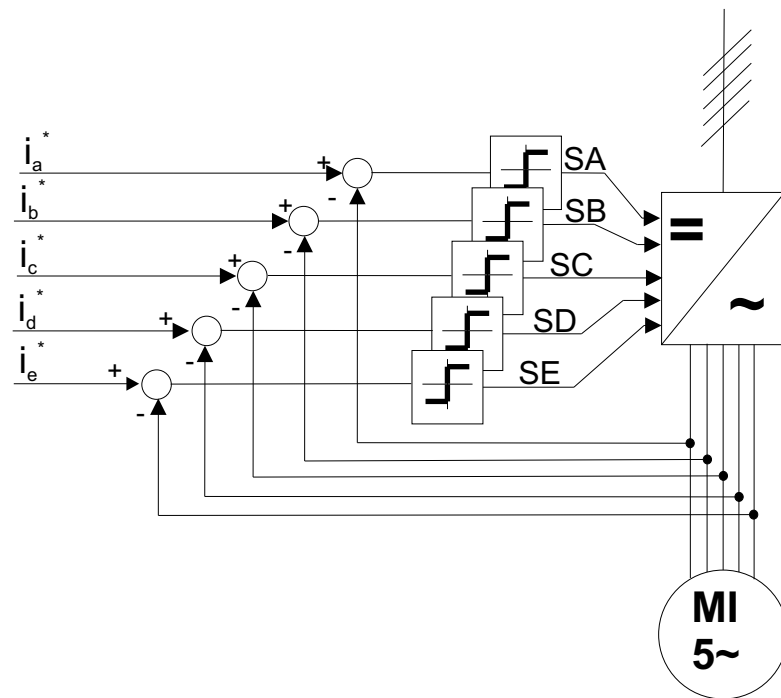


Figura 4-4: PWM de Corrente por Histerese para motores pentafásicos.

4.3 Observadores de Fluxo

Muitas técnicas utilizadas no controle de motores de indução necessitam de informações de grandezas físicas do motor que podem ser obtidas através da instalação de dispositivos de medição. No entanto, muitas vezes estas variáveis não podem ser medidas diretamente ou,

quando isso é possível, a forma como o motor está instalado, o ambiente de operação ou até mesmo o custo dos sensores tornam inviável esta solução. Buscando uma alternativa para este problema foram desenvolvidos observadores. Os observadores permitem a obtenção das grandezas de forma indireta utilizando outras informações e as equações que definem o modelo do sistema a ser observado, no caso o motor de indução. Nesta seção serão apresentados exemplos de observadores de fluxo para o caso de máquinas pentafásicas que são bastante utilizados na implementação de técnicas de controle por orientação de campo em máquinas de indução.

A observação do fluxo é feita com base nas equações 3.60 e 3.61 do modelo da máquina visto nos capítulos anteriores, que podem ser reescritas tendo as tensões e correntes do estator como variáveis de entrada e os fluxos como variáveis de saída. Isolando a derivada dos fluxos do estator e rotor nas expressões citadas, têm-se:

$$\frac{d\tilde{\Psi}_1^s}{dt} = \tilde{v}_1^s - \tilde{R}_1^s \cdot \tilde{i}_1^s \quad (4.1)$$

$$\frac{d\tilde{\Psi}_1^{rs}}{dt} = -\tilde{R}_1^r \cdot \tilde{i}_1^{rs} - j \cdot \omega_e \cdot \tilde{\Psi}_1^{rs} \quad (4.2)$$

A expressão 4.1 permite o cálculo do fluxo do estator através da corrente do estator. No entanto, isso ainda não é possível para o fluxo do rotor. Isolando \tilde{i}_1^{rs} na equação 3.62:

$$\tilde{i}_1^{rs} = \frac{\tilde{\Psi}_1^{rs}}{\tilde{L}_1^r} - \frac{M_1}{\tilde{L}_1^r} \cdot \tilde{i}_1^s \quad (4.3)$$

A equação anterior pode ser substituída em 4.2, de forma que a expressão do fluxo do rotor esteja dependente da corrente no estator:

$$\frac{d\tilde{\Psi}_1^{rs}}{dt} = \frac{\tilde{R}_1^r \cdot M_1}{\tilde{L}_1^r} \cdot \tilde{i}_1^s - \left(\frac{\tilde{R}_1^r}{\tilde{L}_1^r} + j \cdot \omega_e \right) \cdot \tilde{\Psi}_1^{rs} \quad (4.4)$$

Expandindo a expressão 4.1 em qd é possível obter o modelo em tensão para o motor pentafásico.

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_1^{sq}}{dt} = v_1^{sq} - \tilde{R}^s \cdot i_1^{sq} \\ \frac{d\Psi_1^{sd}}{dt} = v_1^{sd} - \tilde{R}^s \cdot i_1^{sd} \end{cases} \quad (4.5)$$

Executando o mesmo procedimento para a expressão 4.4 obtém-se o modelo em corrente para o motor pentafásico:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_1^{rq}}{dt} = \tau_r \cdot M_1 \cdot i_1^{sq} - \tau_r \cdot \Psi_1^{rq} - \omega_e \cdot \Psi_1^{rd} \\ \frac{d\Psi_1^{rd}}{dt} = \tau_r \cdot M_1 \cdot i_1^{sd} - \tau_r \cdot \Psi_1^{rd} + \omega_e \cdot \Psi_1^{rq} \end{cases} \quad (4.6)$$

onde τ_r é a constante de tempo do rotor, descrita pela equação:

$$\tau_r = \frac{\tilde{R}_1^r}{\tilde{L}_1^r} \quad (4.7)$$

Das equações vistas anteriormente, verifica-se que o modelo em corrente é dependente de ω_e , enquanto que o modelo em tensão é totalmente independente desta variável.

A relação entre o fluxo produzido pelo estator e o fluxo do rotor é dada pela seguinte equação, resultado da substituição de 4.3 em 3.63:

$$\tilde{\Psi}_1^s = \tilde{L}_1^s \cdot \sigma \cdot \tilde{i}_1^s + \frac{M_1}{\tilde{L}_1^r} \cdot \tilde{\Psi}_1^{rs} \quad (4.8)$$

onde σ é o coeficiente de dispersão definido por:

$$\sigma = 1 - \frac{M_1^2}{\tilde{L}_1^s \cdot \tilde{L}_1^r} \quad (4.9)$$

4.3.1 Observadores de Fluxo Modelo de Corrente

Este observador é descrito pela equação 4.10, onde o símbolo " $\hat{}$ " significa valor observado. Como pode-se verificar é utilizado o modelo de corrente do motor pentafásico visto anteriormente. O diagrama de blocos pode ser visto na Figura 4-5. É um observador em malha aberta, ou seja, emprega as equações da máquina sem utilizar nenhum critério de correção de erro [11]. Este dispositivo é sensível à variação paramétrica, pois parâmetros como a resistência do rotor e do estator utilizados para a observação do fluxo variam consideravelmente com a temperatura da máquina e, adicionalmente, a operação da máquina com velocidades acima da nominal e com campo enfraquecido, tendem a alterar as indutâncias de magnetização [19].

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\Psi}_1^{rq}}{dt} = \tau_r \cdot M_1 \cdot i_1^{sq} - \tau_r \cdot \hat{\Psi}_1^{rq} - \omega_e \cdot \hat{\Psi}_1^{rd} \\ \frac{d\hat{\Psi}_1^{rd}}{dt} = \tau_r \cdot M_1 \cdot i_1^{sd} - \tau_r \cdot \hat{\Psi}_1^{rd} + \omega_e \cdot \hat{\Psi}_1^{rq} \end{cases} \quad (4.10)$$

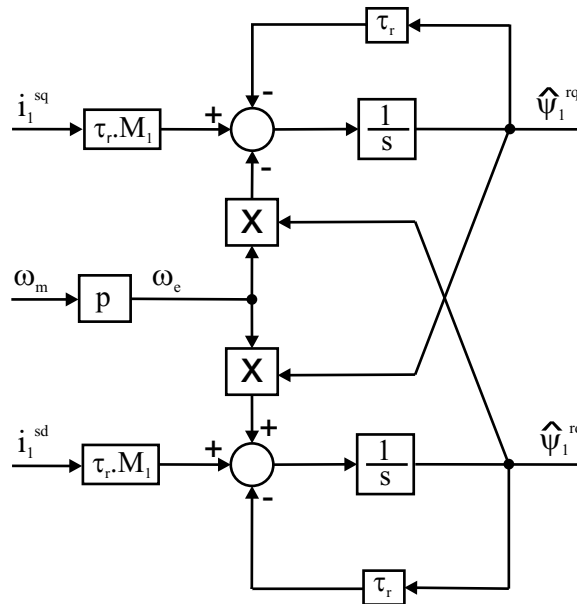


Figura 4-5: Diagrama de blocos observador modelo de corrente.

Para obter os fluxos do estator é utilizada a equação:

$$\begin{cases} \hat{\Psi}_1^{sq} = \tilde{L}_1^s \cdot \sigma \cdot i_1^{sq} + \frac{M_1}{L_1^r} \cdot \hat{\Psi}_1^{rq} \\ \hat{\Psi}_1^{sd} = \tilde{L}_1^s \cdot \sigma \cdot i_1^{sd} + \frac{M_1}{L_1^r} \cdot \hat{\Psi}_1^{rd} \end{cases} \quad (4.11)$$

4.3.2 Observadores de Fluxo Modelo de Tensão

O observador baseado no modelo de tensão é descrito pela equação 4.12. Neste caso utiliza-se o modelo do motor em tensão ao invés do modelo em corrente. O diagrama de blocos pode ser visto na Figura 4-6. Verifica-se que a observação através deste método é menos sensível à variação paramétrica, pois o único parâmetro dependente é a resistência do estator.

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\Psi}_1^{sq}}{dt} = v_1^{sq} - \tilde{R}^s \cdot i_1^{sq} \\ \frac{d\hat{\Psi}_1^{sd}}{dt} = v_1^{sd} - \tilde{R}^s \cdot i_1^{sd} \end{cases} \quad (4.12)$$

O fluxo do rotor pode ser obtido através da expressão:

$$\begin{cases} \hat{\Psi}_1^{rq} = -\frac{\tilde{L}_1^r \cdot \tilde{L}_1^s \cdot \sigma}{M_1} \cdot i_1^{sq} + \frac{\tilde{L}_1^r}{M_1} \cdot \hat{\Psi}_1^{sq} \\ \hat{\Psi}_1^{rd} = -\frac{\tilde{L}_1^r \cdot \tilde{L}_1^s \cdot \sigma}{M_1} \cdot i_1^{sd} + \frac{\tilde{L}_1^r}{M_1} \cdot \hat{\Psi}_1^{sd} \end{cases} \quad (4.13)$$

Os observadores apresentados foram desenvolvidos para o primeiro harmônico, no entanto o mesmo procedimento pode ser estendido para os demais harmônicos.

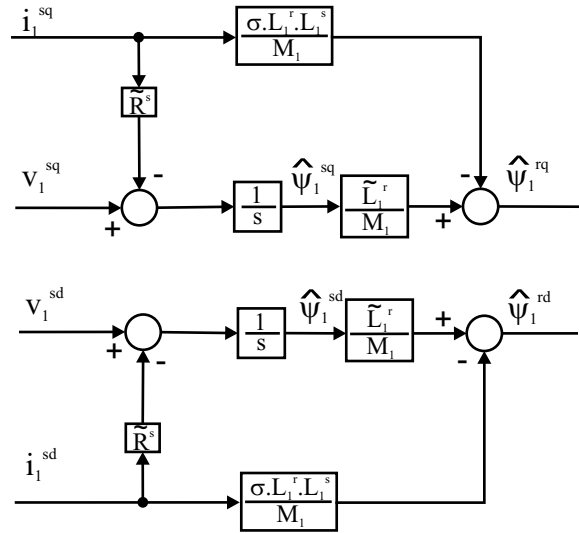


Figura 4-6: Diagrama de blocos observador modelo de tensão.

4.4 Ambiente de Simulação e Validação

O Matlab, com sua extensão gráfica Simulink [20], é reconhecido por ser um ambiente de simulação com ferramentas capazes de reproduzir uma classe significativa de processos dinâmicos, o que proporciona a seus usuários desde a elaboração dos mais elementares cálculos matemáticos até a possibilidade de reprodução de processos industriais [31]. As bibliotecas chamadas de *toolbox* possuem uma série de ferramentas, cada uma com uma função específica, permitindo a programação rápida de ambientes em *software* capazes de reproduzir ambientes físicos com considerável exatidão. Além destas vantagens o programa possui bibliotecas (*Real Time Workshop* - *RTW* e *Real Time Windows Target* - *RTWT*) que permitem a implementação em tempo real dos processos simulados.

Estas características do *software* possibilitam o desenvolvimento de um ambiente para simulação e validação integrado para máquinas de indução. Numa primeira etapa são desenvolvidas

técnicas de controle e acionamento em simulação utilizando componentes que reproduzam o comportamento dos componentes físicos que serão encontrados na fase de implementação em tempo real (motor, estruturas de acionamento, sensores, instrumentação). Concluída a fase de simulação, são utilizados os mesmos blocos de controle, porém substituindo a parte de simulação dos componentes de *hardware* pelas ferramentas desenvolvidas para implementação em tempo real.

No entanto, para a etapa de implementação em tempo real é necessário um *hardware* dedicado que faça a interface com o computador, aquisição das grandezas físicas, acionamentos, etc. Com o objetivo de utilizar o procedimento acima descrito para pesquisa em máquinas elétricas, foram desenvolvidas diversas pesquisas [11] [31] que culminaram no desenvolvimento da plataforma para pesquisa e desenvolvimento de técnicas de acionamento e controle de máquinas elétricas implementada em [6], a qual foi utilizada para o desenvolvimento deste trabalho.

A Figura 4-7 apresenta um diagrama de blocos dos principais componentes utilizados na plataforma. No computador pessoal está instalado o programa *Matlab/Simulink*®, com os respectivos pacotes de tempo real e simulação e a biblioteca de acionamento. Todo o tráfego de informações entre o computador e o ambiente externo é feito através da porta paralela. As grandezas físicas das máquinas, como por exemplo velocidade do rotor, correntes e tensões de cada fase são instrumentadas e integradas ao hardware de acionamento e comunicação de dados ligado à porta paralela do computador pessoal.

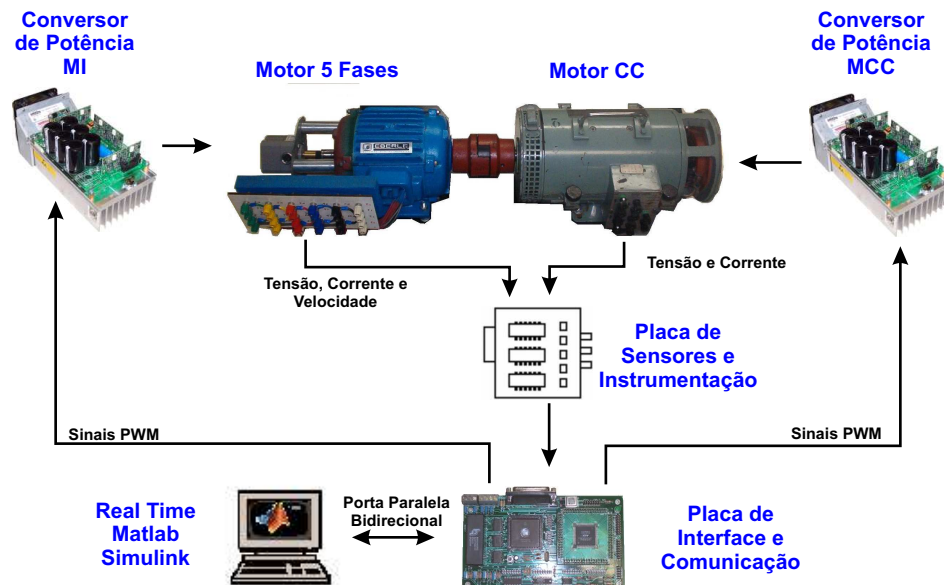


Figura 4-7: Diagrama esquemático da plataforma.

Os componentes físicos da plataforma de acionamento e controle utilizada neste trabalho são:

- **Conversor de Potência MI:** foram utilizados dois inversores trifásicos, fabricados pela empresa *SEMIKRON*[®] como conversores de potência. Estes inversores se caracterizam por terem na entrada uma ponte trifásica de diodos SKD70 e *Link* CC mantido por dois bancos de capacitores com máxima tensão nominal de operação de 800V. O *Link* CC de ambos os inversores é conectado, bem como o ponto central (ponto 0 do inversor). Com isso é possível o acionamento de máquinas de indução de até seis fases;
- **Conversor de Potência MCC:** para acionamento da máquina CC utilizada como carga programável, foi utilizado um inversor trifásico cuja ponte inversora é composta por módulos IGBTs *SEMITRANS*[®], com isolamento de 1200V e capacidade de acionar cargas

de até 10 kilowatts. Nesta aplicação, o acionamento da máquina CC é realizado com a utilização de duas fases deste inversor trifásico, de forma que a máquina seja acionada com uma estrutura em ponte H. A terceira fase do inversor é usada como *chopper*, ou seja, controla o consumo do excesso de energia gerada pela máquina CC em cargas resistivas. Sendo assim, é possível controlar o torque mecânico, exercido pela máquina CC no eixo da máquina CA, controlando a corrente de armadura da máquina CC [12];

- **Placa de Sensores e Instrumentação:** foram instalados sensores de tensão por efeito Hall para medir o *Link* CC dos dois conversores, sensores de corrente por efeito Hall para medir a corrente do estator e corrente de armadura da máquina CC. A medida de tensão de fase do MI é obtida diretamente da amostra de tensão pulsada na entrada do motor. Os sinais provenientes destes sensores são instrumentados e convertidos para sinais digitais através de conversores A/D. A velocidade do MI é obtida através de um tacômetro digital;
- **Placa de Interface e Acionamento:** a plataforma utiliza uma placa de comunicação e acionamento capaz de se comunicar com computadores via porta paralela, bem como interagir com o meio externo pelo uso de conversores A/D, D/A e geração de sinais PWM.

O motor de indução pentafásico utilizado nos ensaios é um protótipo desenvolvido com base em pesquisas [25] envolvendo motores na PUCRS e projetado utilizando ferramentas modernas disponíveis na universidade. A fabricação da máquina ficou a cargo da *EBERLE*®. Este motor é acoplado mecanicamente no motor CC, conforme mostra a Figura 4-8, para realização dos testes com carga.

Com base no desenvolvimento apresentado anteriormente, o modelo completo do motor de indução foi implementado em *software*. Os componentes do processo (inversores, sensores, carga) e os blocos de tempo real também foram criados, com base em [6]. Este conjunto constitui uma biblioteca de simulação e implementação em tempo real para motores de indução pentafásicos com carga programável, cujos principais blocos são detalhados no Apêndice B deste trabalho.

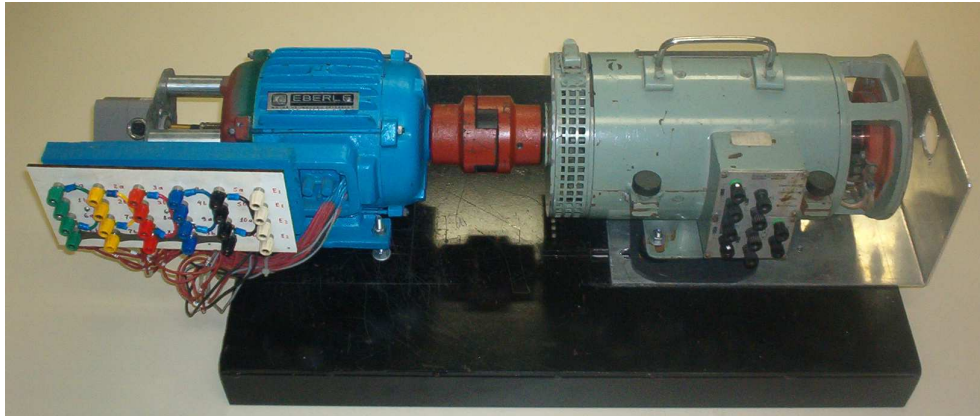


Figura 4-8: Motor pentafásico acoplado mecanicamente ao motor CC.

4.5 Considerações Finais

Nesta seção foram vistos os principais aspectos relativos ao acionamento e controle de máquinas pentafásicas. A modelagem do inversor pentafásico foi apresentada, assim como os principais métodos de acionamento do motor. Os observadores de fluxo obtidos a partir dos modelos de tensão e corrente da máquina foram abordados. O ambiente de simulação utilizado neste trabalho foi detalhado. Com base no modelo completo da máquina e com esta estrutura para testes de motores foi possível dispor de um ambiente integrado e flexível para simulação e validação de técnicas de controle para motores de cinco fases. No próximo capítulo será analisada a implementação de uma destas técnicas, o controle por orientação de campo.

Capítulo 5

Controle por Orientação de Campo

5.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, diversas vantagens da utilização de máquinas pentafásicas foram citadas. No entanto, para obter o máximo desempenho e aproveitar estas vantagens é importante o desenvolvimento e a implementação de técnicas de controle para este tipo de máquinas. Dentre as técnicas mais populares em motores trifásicos, pode-se citar o controle por orientação de campo. Neste capítulo será apresentada esta técnica para máquinas de indução pentafásicas com base nas equações do modelo completo. Dois métodos de implementação desta técnica serão apresentados. Os resultados de simulação e ensaio são analisados para vários modos de operação.

5.2 Teoria de Campo Orientado

O controle por orientação de campo é um importante método que permite controlar o fluxo e o torque do motor de indução de forma semelhante ao que é feito em motores CC [43]. Uma máquina de indução é muito mais complexa de ser controlada que um motor CC. Além da tensão do estator variar em amplitude, frequência e fase, existe um intrincado acoplamento entre as

entradas de controle e os estados internos para gerar o torque eletromagnético [10]. No entanto, foi demonstrado em [4] que utilizando a orientação de campo estes problemas podem ser removidos. O conceito de campo orientado implica que as componentes do vetor corrente do estator sejam orientadas de forma que a corrente direta (componente d) seja proporcional ao fluxo do rotor e a componente em quadratura (componente q) proporcional ao torque eletromagnético, conforme visto na Figura 5-1.

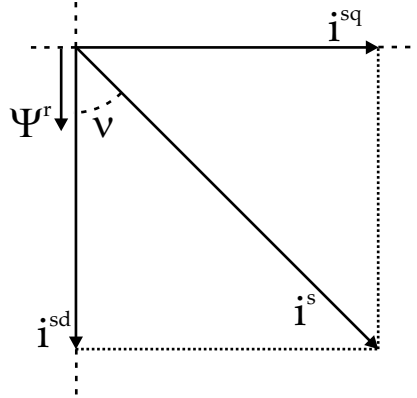


Figura 5-1: Relação entre o vetor corrente do estator e fluxo do rotor.

Este tipo de controle em geral utiliza apenas a fundamental dos motores trifásicos. No caso dos motores pentafásicos, é possível utilizá-lo com a combinação das harmônicas fundamental e da terceira harmônica de corrente, controlando simultaneamente dois fluxos e torques com frequências diferentes no motor. Podem-se utilizar também outras harmônicas, mas o ganho também passa a ser menor. De acordo com [43], o controle por orientação de campo dos motores de cinco fases utilizando o terceiro harmônico atinge alto desempenho, produz com excelência as correntes e o fluxo no entreferro desejados e promove um aumento da densidade de potência. Deste modo é possível obter um incremento de 10% no torque de saída comparado com um motor alimentado por um sinal senoidal. Neste capítulo será apresentado o desenvolvimento

para o primeiro harmônico, que pode ser estendido para os demais harmônicos.

O controle por orientação de campo é efetuado em coordenadas síncronas, pois neste sistema de coordenadas as grandezas de natureza senoidal do motor são representadas por valores constantes em regime. Assumindo que o motor é alimentado em corrente utilizando, por exemplo, a técnica de acionamento por imposição de corrente no estator CRPWM vista no capítulo anterior, a dinâmica do estator pode ser desconsiderada. Desta forma utiliza-se somente a equação 3.84, que pode ser reescrita em coordenadas síncronas:

$$\begin{cases} 0 = \tilde{R}_1^r \cdot \overline{i_1^{rq}} + \tilde{L}_1^r \cdot \frac{d \overline{i_1^{rq}}}{dt} + M_1 \cdot \frac{d \overline{i_1^{sq}}}{dt} + (\omega_s - \omega_e) \cdot \overline{\Psi_1^{rd}} \\ 0 = \tilde{R}_1^r \cdot \overline{i_1^{rd}} + \tilde{L}_1^r \cdot \frac{d \overline{i_1^{rd}}}{dt} + M_1 \cdot \frac{d \overline{i_1^{sd}}}{dt} - (\omega_s - \omega_e) \cdot \overline{\Psi_1^{rq}} \end{cases} \quad (5.1)$$

onde ω_s é a velocidade angular elétrica do estator e " - " simboliza que a grandeza está representada no sistema de coordenadas síncronas. As equações de fluxo do rotor e do estator também podem ser expressas em coordenadas síncronas:

$$\begin{cases} \overline{\Psi_1^{rq}} = \tilde{L}_1^r \cdot \overline{i_1^{rq}} + M_1 \cdot \overline{i_1^{sq}} \\ \overline{\Psi_1^{rd}} = \tilde{L}_1^r \cdot \overline{i_1^{rd}} + M_1 \cdot \overline{i_1^{sd}} \end{cases} \quad (5.2)$$

$$\begin{cases} \overline{\Psi_1^{sq}} = \tilde{L}_1^s \cdot \overline{i_1^{sq}} + M_1 \cdot \overline{i_1^{rq}} \\ \overline{\Psi_1^{sd}} = \tilde{L}_1^s \cdot \overline{i_1^{sd}} + M_1 \cdot \overline{i_1^{rd}} \end{cases} \quad (5.3)$$

Susbtituindo 5.2 em 5.1 e isolando a derivada do fluxo no rotor:

$$\begin{cases} \frac{d \overline{\Psi_1^{rq}}}{dt} = \tau_r \cdot M_1 \cdot \overline{i_1^{sq}} - \tau_r \cdot \overline{\Psi_1^{rq}} - (\omega_s - \omega_e) \cdot \overline{\Psi_1^{rd}} \\ \frac{d \overline{\Psi_1^{rd}}}{dt} = \tau_r \cdot M_1 \cdot \overline{i_1^{sd}} - \tau_r \cdot \overline{\Psi_1^{rd}} + (\omega_s - \omega_e) \cdot \overline{\Psi_1^{rq}} \end{cases} \quad (5.4)$$

A equação de torque em função da corrente no estator e do fluxo no rotor é dada por:

$$T_e = 2 \cdot p \cdot \frac{M_1}{\tilde{L}_1^r} \cdot \left[\overline{i_1^{sq}} \cdot \overline{\Psi_1^{rd}} - \overline{i_1^{sd}} \cdot \overline{\Psi_1^{rq}} \right] \quad (5.5)$$

Analisando a equação 5.5 verifica-se que caso $\overline{\Psi_1^{rq}}$ seja nula, o torque é diretamente proporcional ao fluxo $\overline{\Psi_1^{rd}}$ e a corrente $\overline{i_1^{sq}}$. Por analogia ao motor CC, o controle de torque é exercido pela corrente em quadratura do estator e considera-se constante o fluxo dentro de uma determinada faixa de operação [11].

A equação dinâmica do fluxo em quadratura do rotor pode ser obtida de 5.4 e reescrita da seguinte forma:

$$\frac{d \overline{\Psi_1^{rq}}}{dt} + \tau_r \cdot \overline{\Psi_1^{rq}} = \tau_r \cdot M_1 \cdot \overline{i_1^{sq}} - (\omega_s - \omega_e) \cdot \overline{\Psi_1^{rd}} \quad (5.6)$$

Igualando-se os termos da esquerda e da direita a zero, têm-se:

$$\frac{d \overline{\Psi_1^{rq}}}{dt} + \tau_r \cdot \overline{\Psi_1^{rq}} = 0 \quad (5.7)$$

$$\tau_r \cdot M_1 \cdot \overline{i_1^{sq}} - (\omega_s - \omega_e) \cdot \overline{\Psi_1^{rd}} = 0 \Rightarrow (\omega_s - \omega_e) \cdot \overline{\Psi_1^{rd}} = \tau_r \cdot M_1 \cdot \overline{i_1^{sq}} \quad (5.8)$$

Substituindo em 5.8 a definição do escorregamento, dado por:

$$S = \frac{\omega_s - \omega_e}{\omega_s} \Rightarrow S \cdot \omega_s = \omega_s - \omega_e \quad (5.9)$$

$$S \cdot \omega_s = \tau_r \cdot M_1 \cdot \frac{\overline{i_1^{sq}}}{\overline{\Psi_1^{rd}}} \quad (5.10)$$

Se a condição 5.10 for satisfeita, a expressão 5.7 também será, o que implica em:

$$\frac{d \overline{\Psi_1^{rq}}}{dt} = -\tau_r \cdot \overline{\Psi_1^{rq}} \quad (5.11)$$

Como $\tau_r > 0$, a resposta temporal de 5.11 é:

$$\overline{\Psi}_1^{rq} = e^{-\tau_r \cdot t} \quad (5.12)$$

Deste modo, uma vez imposta a condição 5.10 necessariamente implica em $\overline{\Psi}_1^{rq} \rightarrow 0$ se $t \gg \frac{1}{\tau_r}$.

Empregando 5.4 e admitindo que $\overline{\Psi}_1^{rq} = 0$ e $\frac{d \overline{\Psi}_1^{rq}}{dt} = 0$, obtém-se as equações do motor de indução operando com controle de campo orientado com imposição de corrente do estator.

$$0 = \tau_r \cdot M_1 \cdot \overline{i}_1^{sq} - (\omega_s - \omega_e) \cdot \overline{\Psi}_1^{rd} \quad (5.13)$$

$$\frac{d \overline{\Psi}_1^{rd}}{dt} = \tau_r \cdot M_1 \cdot \overline{i}_1^{sd} - \tau_r \cdot \overline{\Psi}_1^{rd} \quad (5.14)$$

Para o torque obtém-se a seguinte expressão:

$$T_e = 2 \cdot p \cdot \frac{M_1}{\widetilde{L}_1^r} \cdot [\overline{i}_1^{sq} \cdot \overline{\Psi}_1^{rd}] \quad (5.15)$$

Com o motor operando em regime e com fluxo constante tem-se $\frac{d \overline{\Psi}_1^{rd}}{dt} = 0$, resultado na relação direta entre $\overline{\Psi}_1^{rd}$ e \overline{i}_1^{sd} dada por:

$$\overline{\Psi}_1^{rd} = M_1 \cdot \overline{i}_1^{sd} \quad (5.16)$$

Um outro efeito da orientação do campo pode ser observado reescrevendo 5.2 e isolando \overline{i}_1^{sd} resultado em:

$$\overline{i}_1^{sd} = \frac{\overline{\Psi}_1^{rd} - \widetilde{L}_1^r \cdot \overline{i}_1^{rd}}{M_1} \quad (5.17)$$

Substituindo 5.17 em 5.14 pode-se verificar que o motor em regime e com fluxo constante apresenta $\overline{i_1^{rd}} = 0$ pois $\frac{d \overline{\Psi_1^{rd}}}{dt} = 0$ conforme visto na expressão:

$$\frac{d \overline{\Psi_1^{rd}}}{dt} + \widetilde{R}_1^r \cdot \overline{i_1^{rd}} = 0 \quad (5.18)$$

Ainda utilizando 5.2 e isolando $\overline{i_1^{sq}}$ obtém-se:

$$\overline{i_1^{sq}} = \frac{\overline{\Psi_1^{rq}} - \widetilde{L}_1^r \cdot \overline{i_1^{rq}}}{M_1} \quad (5.19)$$

Como a imposição da orientação do campo requer que $\overline{\Psi_1^{rq}} = 0$, tem-se:

$$\overline{i_1^{rq}} = -\frac{M_1}{\widetilde{L}_1^r} \cdot \overline{i_1^{sq}} \quad (5.20)$$

As equações 5.15 e 5.16 confirmam as premissas do controle por orientação de campo, ou seja, $\overline{i_1^{sq}}$ pode ser usado para controlar o torque e $\overline{i_1^{rd}}$ para controlar o fluxo do rotor independentemente. Além disso, pode-se observar que o controle de fluxo é direto e o controle de torque é indireto, pois a relação entre $\overline{i_1^{sq}}$ e o torque é dependente do valor do fluxo rotórico.

Uma das condições que devem ser satisfeitas é que o motor de indução seja alimentado com imposição de corrente no estator [5] e o fluxo em quadratura do rotor $\overline{\Psi_1^{rq}}$ deve ser mantido nulo ou o valor do escorregamento deve ser controlado conforme 5.10. A segunda condição define o tipo de orientação de campo conforme a técnica a ser escolhida. Neste trabalho serão analisadas duas técnicas aplicadas a motores de indução pentafásicos: Campo Orientado Direto e Campo Orientado Indireto.

Na técnica conhecida como Campo Orientado Direto (DFO - *Direct Field-Oriented*), o fluxo do rotor é realimentado diretamente. Este método utiliza as próprias componentes do fluxo para realizar a conversão entre sistemas de coordenadas síncrono e estacionário:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_1^{sq} \\ \dot{i}_1^{sd} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Psi_1^r} \begin{bmatrix} -\Psi_1^{rd} & \Psi_1^{rq} \\ \Psi_1^{rq} & \Psi_1^{rd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\dot{i}_1^{sq}} \\ \overline{\dot{i}_1^{sd}} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

onde:

$$\Psi_1^r = \sqrt{(\Psi_1^{rq})^2 + (\Psi_1^{rd})^2} \quad (5.22)$$

A Figura 5-2 apresenta um diagrama de blocos de uma implementação DFO para motores pentafásicos. Através deste método é possível controlar, independentemente, o fluxo e o torque do motor. Observa-se que a informação do fluxo é necessária, o que exige a implementação de observadores de fluxo. Este é um dos motivos pelo qual esta técnica é pouco utilizada, pois a implementação destes observadores muitas vezes exige um grande esforço computacional.

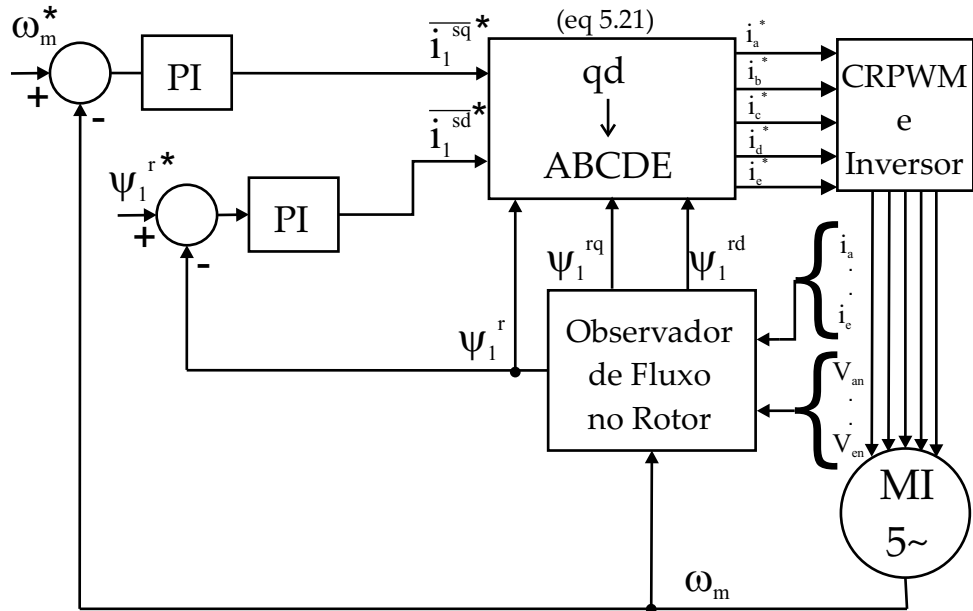


Figura 5-2: Diagrama de blocos DFO.

Utilizando o Campo Orientado Indireto (IFO - *Indirect Field-Oriented*) a velocidade do campo girante é calculada utilizando-se as equações do motor para obter o escorregamento entre o campo magnético do estator e do rotor e somando-se a este valor a velocidade medida do rotor. A equação 5.23 é utilizada para realizar a transformação das coordenadas síncronas para coordenadas estacionárias.

$$\begin{bmatrix} i_1^{sq} \\ i_1^{sd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \theta_s & \sin \theta_s \\ \sin \theta_s & \cos \theta_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{i_1^{sq}} \\ \overline{i_1^{sd}} \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

onde θ_s é a posição angular elétrica do estator, determinada pela equação:

$$\theta_s = - \int \omega_s dt \quad (5.24)$$

O IFO é mais utilizado devido a sua simplicidade de implementação e facilidade de operação do motor próximo à velocidade zero, onde a medição e a estimação do fluxo é dificultada [11]. O principal problema está no cálculo do escorregamento, que depende da constante de tempo rotórica do motor que varia com a temperatura e com o nível de saturação do meio magnético. A Figura 5-3 mostra um esquema de implementação desta técnica.

Analisando as duas técnicas de controle apresentadas, verifica-se que para o caso do IFO é necessária a informação de velocidade do rotor. Utilizando DFO são necessárias a velocidade e o fluxo do rotor. Estas grandezas podem ser obtidas diretamente através de sensores ou utilizando observadores.

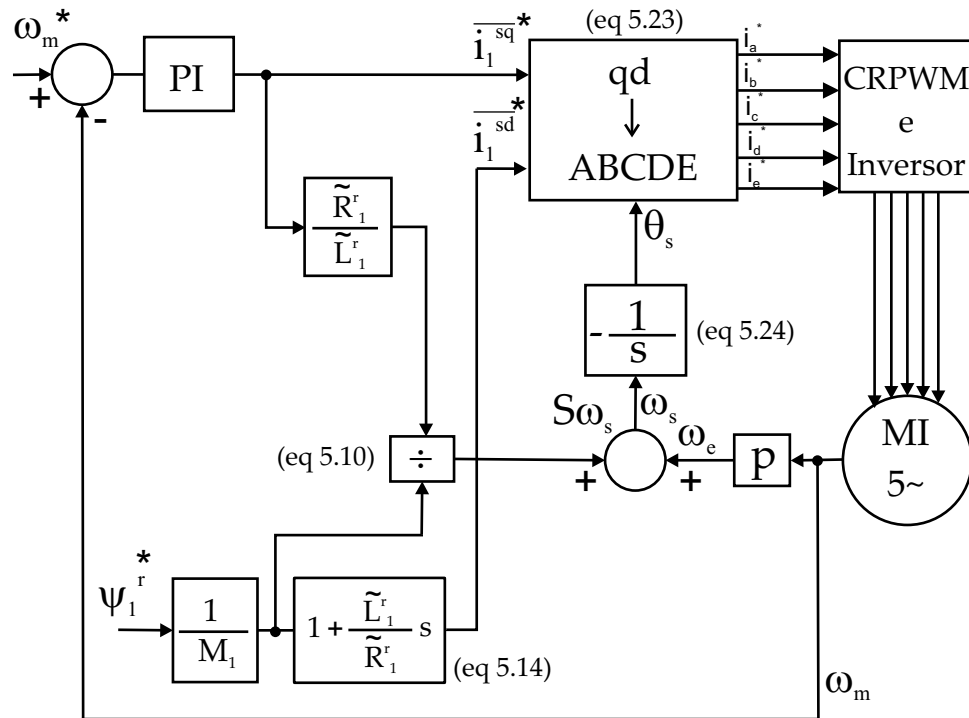


Figura 5-3: Diagrama de blocos IFO.

5.3 Análise dos Resultados Ensaio e Simulação

Nesta seção serão vistos os resultados obtidos através de simulação e ensaios da implementação das duas técnicas citadas. Será utilizada a biblioteca de simulação e implementação em tempo real para motores de indução pentafásico com carga programável detalhada no Apêndice B.

5.3.1 Campo Orientado Direto

As Figuras 5-4 e 5-5 mostram respectivamente os ambientes de simulação e validação em tempo real do *Matlab/Simulink*® utilizados para implementação do Campo Orientado Direto.

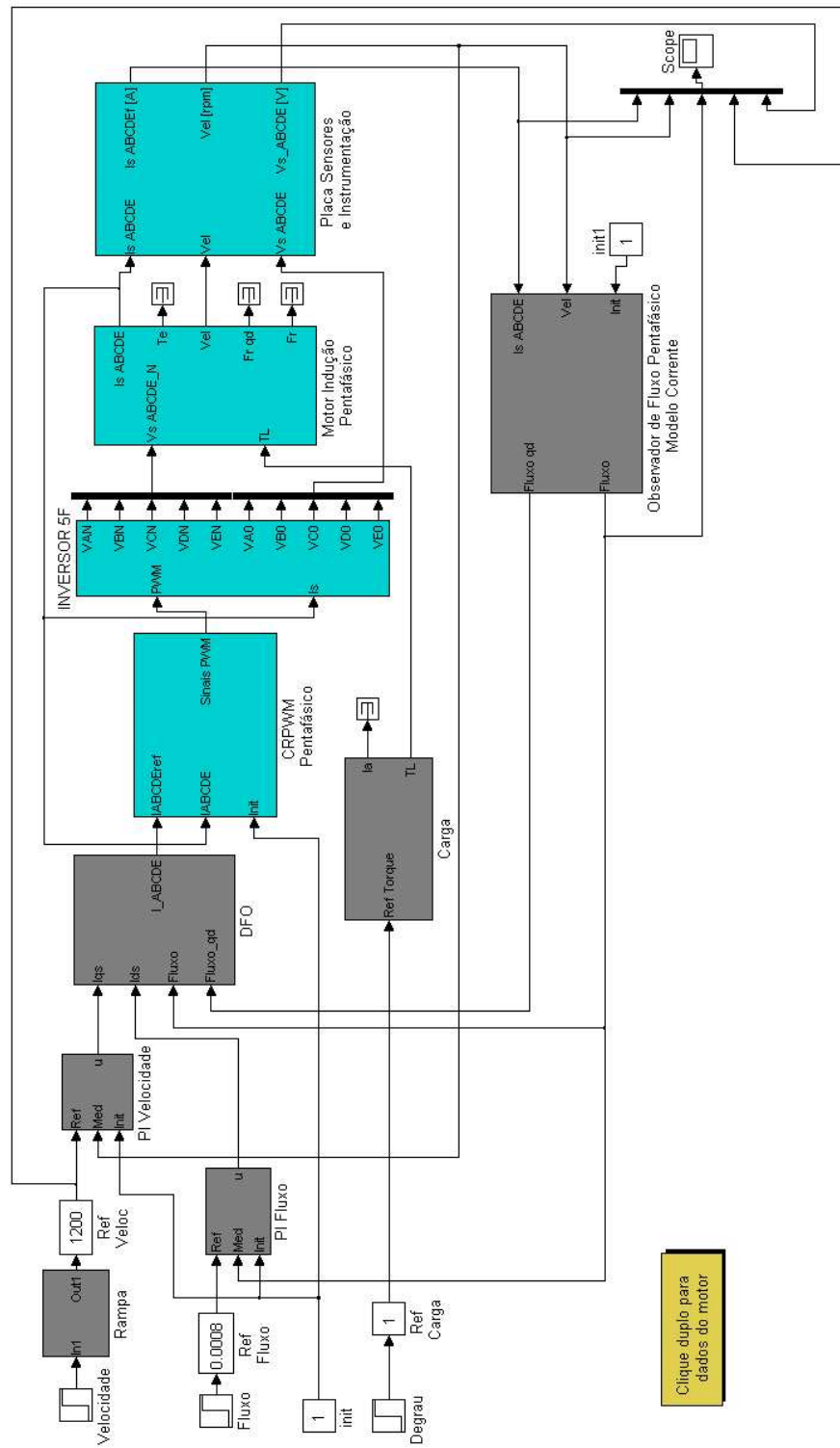


Figura 5-4: Ambiente de simulação DFO.

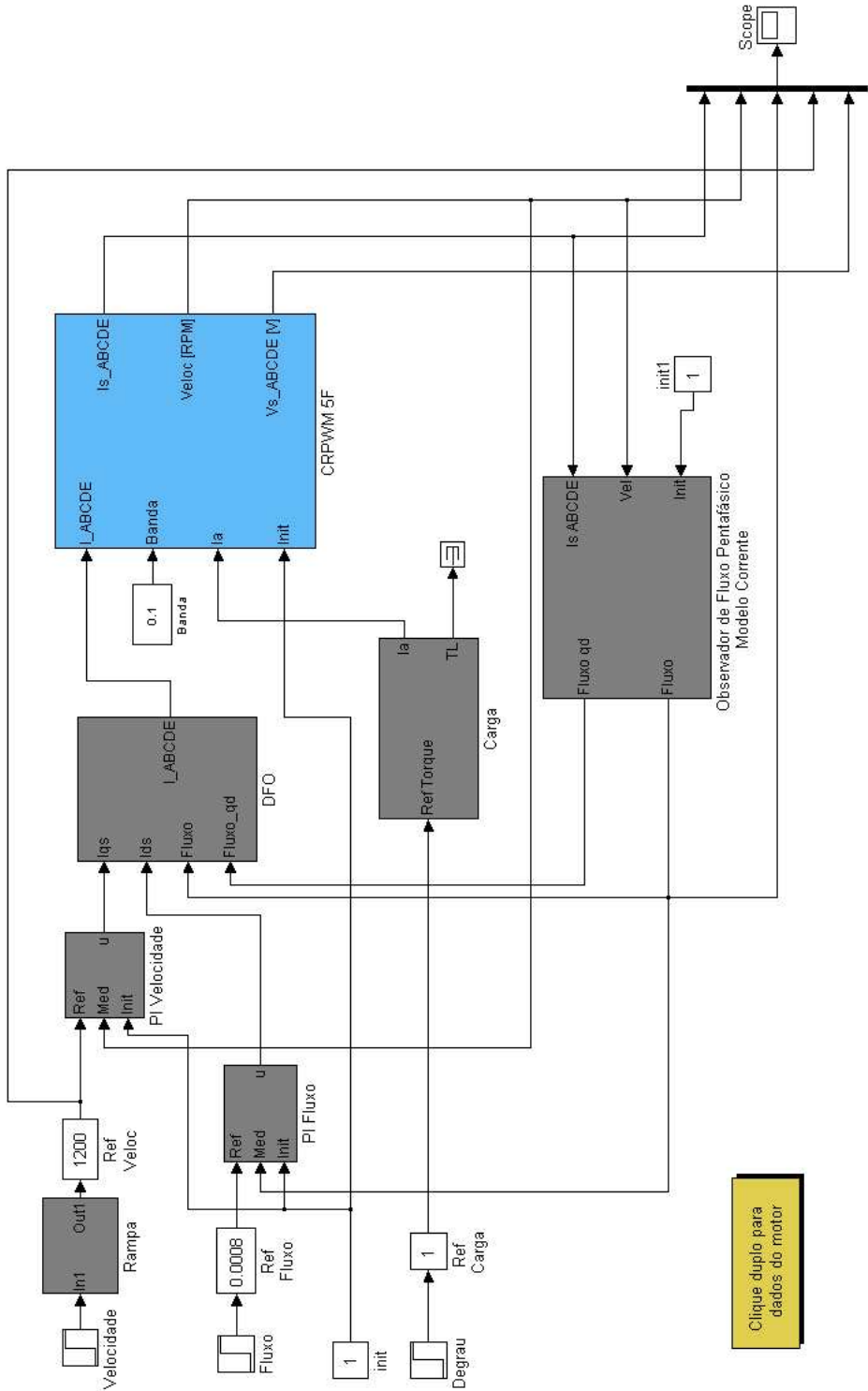


Figura 5-5: Ambiente de validação DFO.

Nas figuras apresentadas pode-se verificar que o método de acionamento empregado é o CRPWM tanto em simulação como em tempo real. Foram desenvolvidos blocos que implementam o observador de fluxo modelo de corrente detalhado no Capítulo 4. Os controladores do fluxo e da velocidade do rotor são do tipo Proporcional Integral (PI).

Inicialmente foram feitos testes com DFO sem carga, colocando uma referência de velocidade de 1800 RPM em 0,6 s e uma referência degrau de fluxo no rotor no valor de 0,8 mWb em 0,1 s. A Figura 5-6 apresenta as curvas do sinal de referência da velocidade e as curvas da velocidade mecânica do rotor obtida em simulação e em tempo real para os parâmetros de referência estabelecidos anteriormente. A comparação entre corrente na fase A do estator simulada e de ensaio pode ser vista na Figura 5-7, e o módulo do fluxo observado do rotor na Figura 5-8.

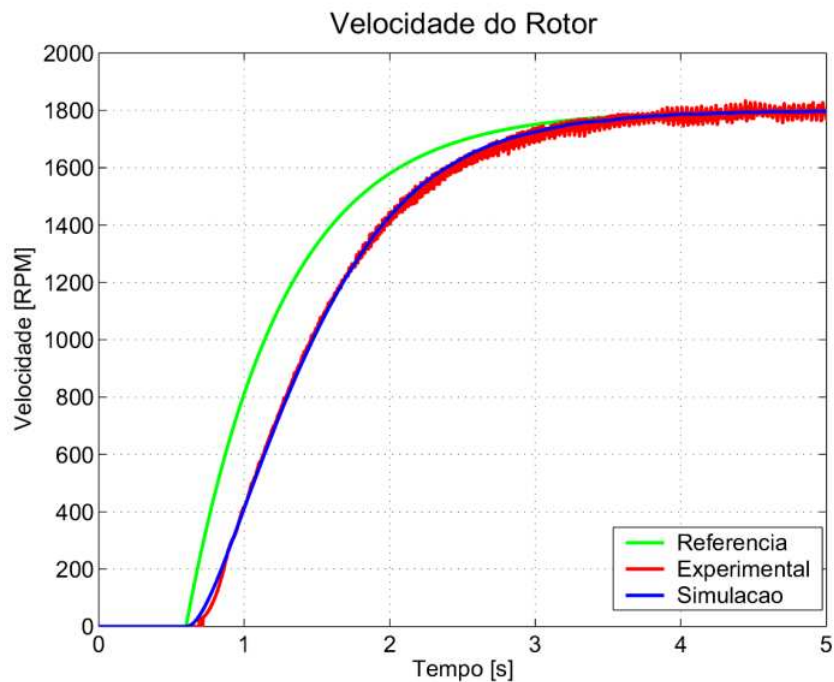


Figura 5-6: Velocidade simulação e ensaio DFO 1800 RPM sem carga.

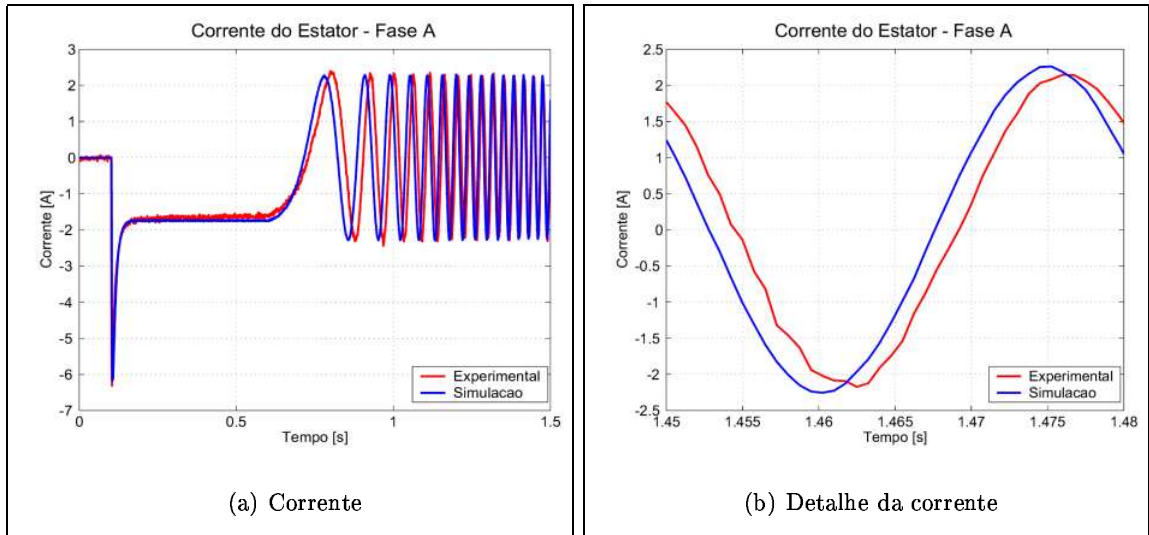


Figura 5-7: Corrente estator simulação e ensaio DFO 1800 RPM sem carga.

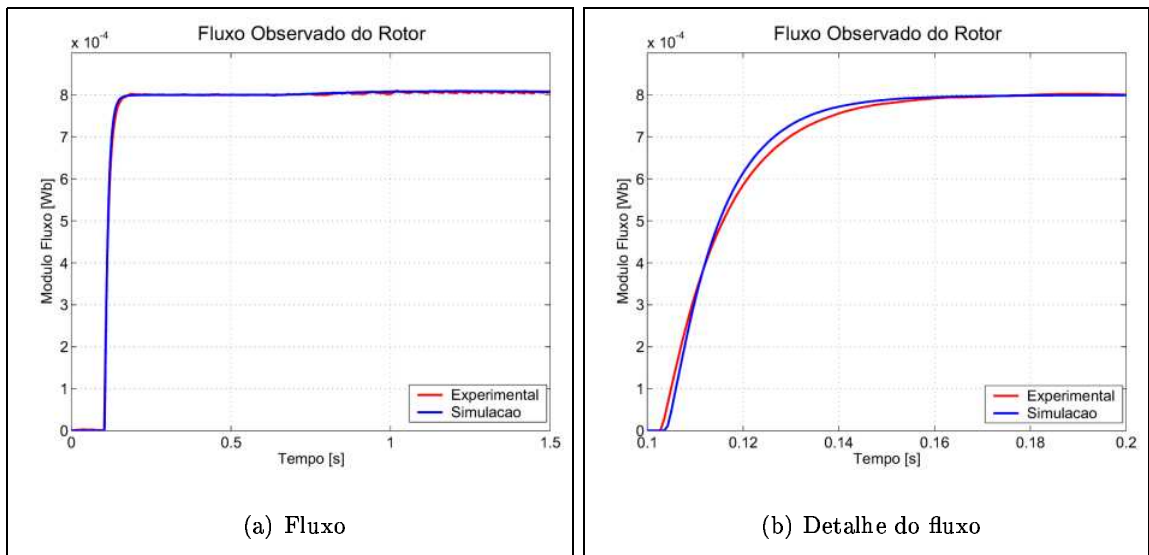


Figura 5-8: Fluxo observado do rotor simulação e ensaio DFO 1800 RPM sem carga.

O mesmo teste foi executado, porém aplicando um degrau de 1 N.m em 5 segundos e com uma referência de velocidade de 1200 RPM. Os resultados obtidos para velocidade do rotor e referência de velocidade são vistos na Figura 5-9. A Figura 5-10 apresenta a corrente de uma fase do estator antes da aplicação do degrau de carga. Esta variável é também vista na Figura 5-11(a), porém quando a máquina já se encontra sob carga. As curvas do fluxo observado do rotor encontram-se expostas na Figura 5-11(b).

Pode-se observar que em ambos os casos as curvas de velocidade do rotor, corrente de uma das fases do estator e fluxo observado do rotor estão muito próximas. O pequeno desvio entre as curvas de corrente pode ser explicado em parte pelo efeito da saturação que provoca uma pequena distorção na corrente. Este efeito não foi considerado na simulação, onde valores constantes de indutância foram admitidos.

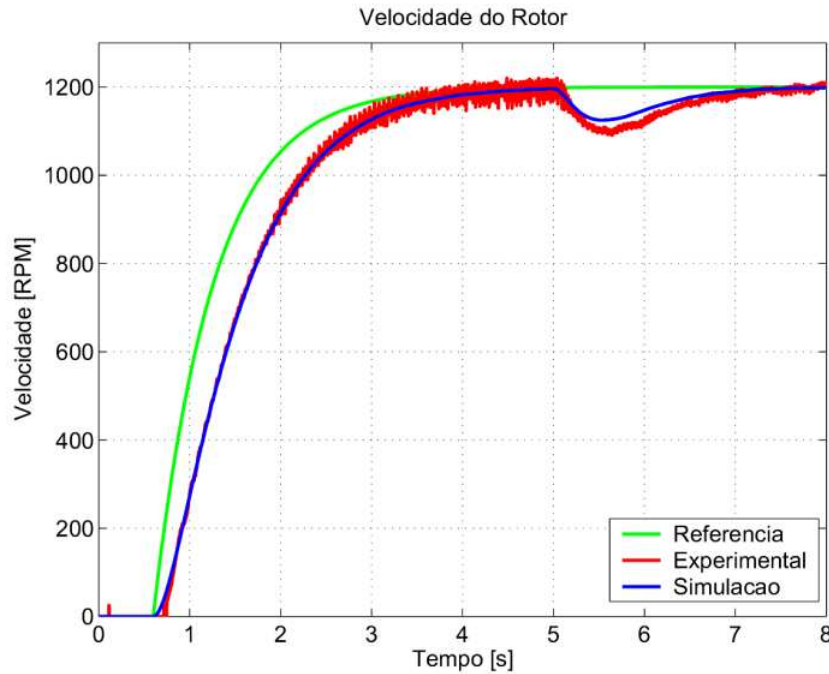


Figura 5-9: Velocidade simulação e ensaio DFO 1200 RPM com degrau de carga.

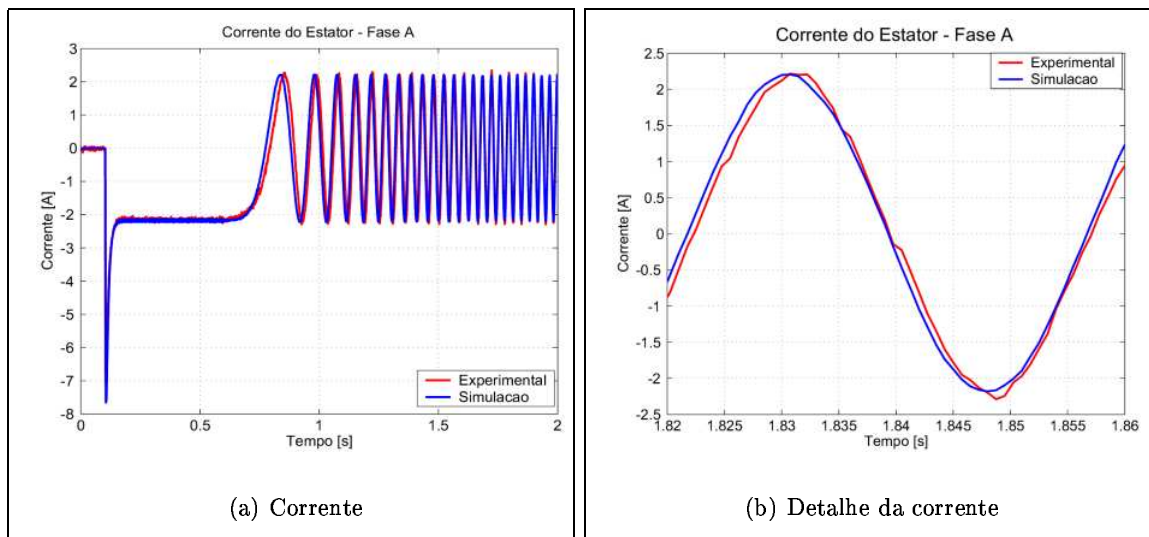


Figura 5-10: Corrente do estator simulação e ensaio DFO 1200 RPM transi-
tório.

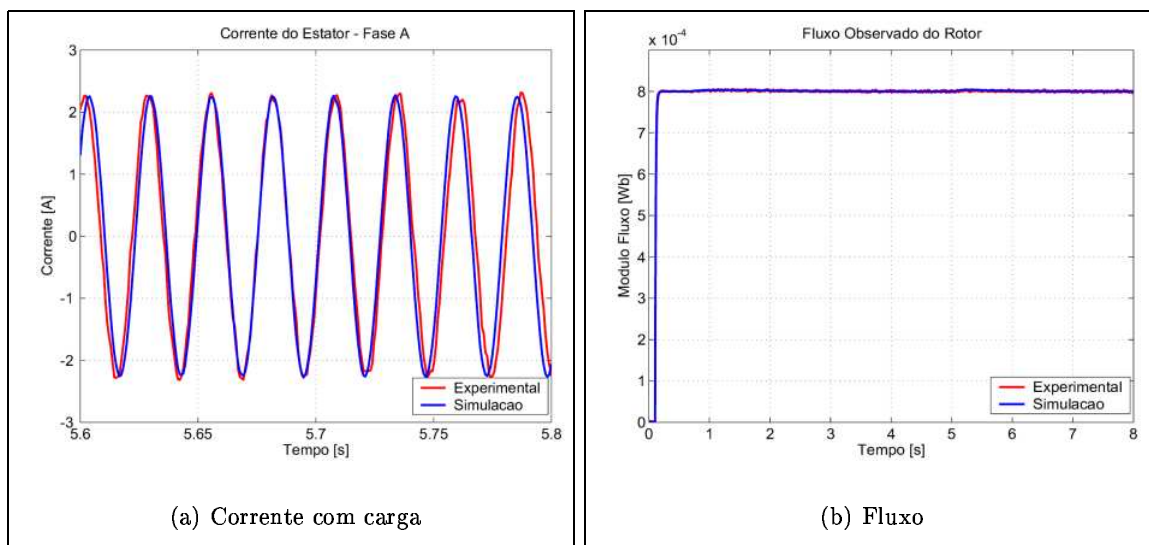


Figura 5-11: Resultados simulação e ensaio DFO 1200 RPM com degrau de
carga.

5.3.2 Campo Orientado Indireto

Os ambientes utilizados na implementação do IFO podem ser vistos, respectivamente, nas Figuras 5-12 e 5-13. Com base nas equações descritas neste capítulo, foi desenvolvido o bloco que realiza a observação da posição angular elétrica do estator. Também para este caso o controle da velocidade foi executado com controladores do tipo PI.

Foram feitos testes colocando uma referência de velocidade de 1200 RPM em 2,5 s e uma referência de fluxo no rotor de 0,8 mWb em 0,1 s. Os resultados de simulação e ensaio podem ser vistos nas Figuras 5-14 e 5-15.

O teste foi repetido com as mesmas referências de velocidade e fluxo, porém aplicando um degrau de carga de 1 N.m em 6 s. A Figura 5-16 apresenta a velocidade simulada e obtida em ensaio do rotor para este caso. A comparação entre corrente na fase A do estator simulada e de ensaio antes da aplicação da carga pode ser vista na Figura 5-17. O módulo do fluxo observado do rotor e a corrente após aplicação da carga estão expostos na Figura 5-18.

Verifica-se que em ambos os casos as curvas de velocidade e corrente estão próximas, no entanto o mesmo não ocorre com as curva do módulo do fluxo observado no rotor, que não coincidem a partir do momento em que é aplicada a referência de velocidade e a carga. Conforme citado anteriormente, um dos problemas desta técnica é a sua sensibilidade à variação paramétrica. O calculo do escorregamento depende da constante de tempo rotórica da máquina, que varia consideravelmente com a temperatura da máquina. Esta pode ser uma das causas da diferença encontrada nestes testes.

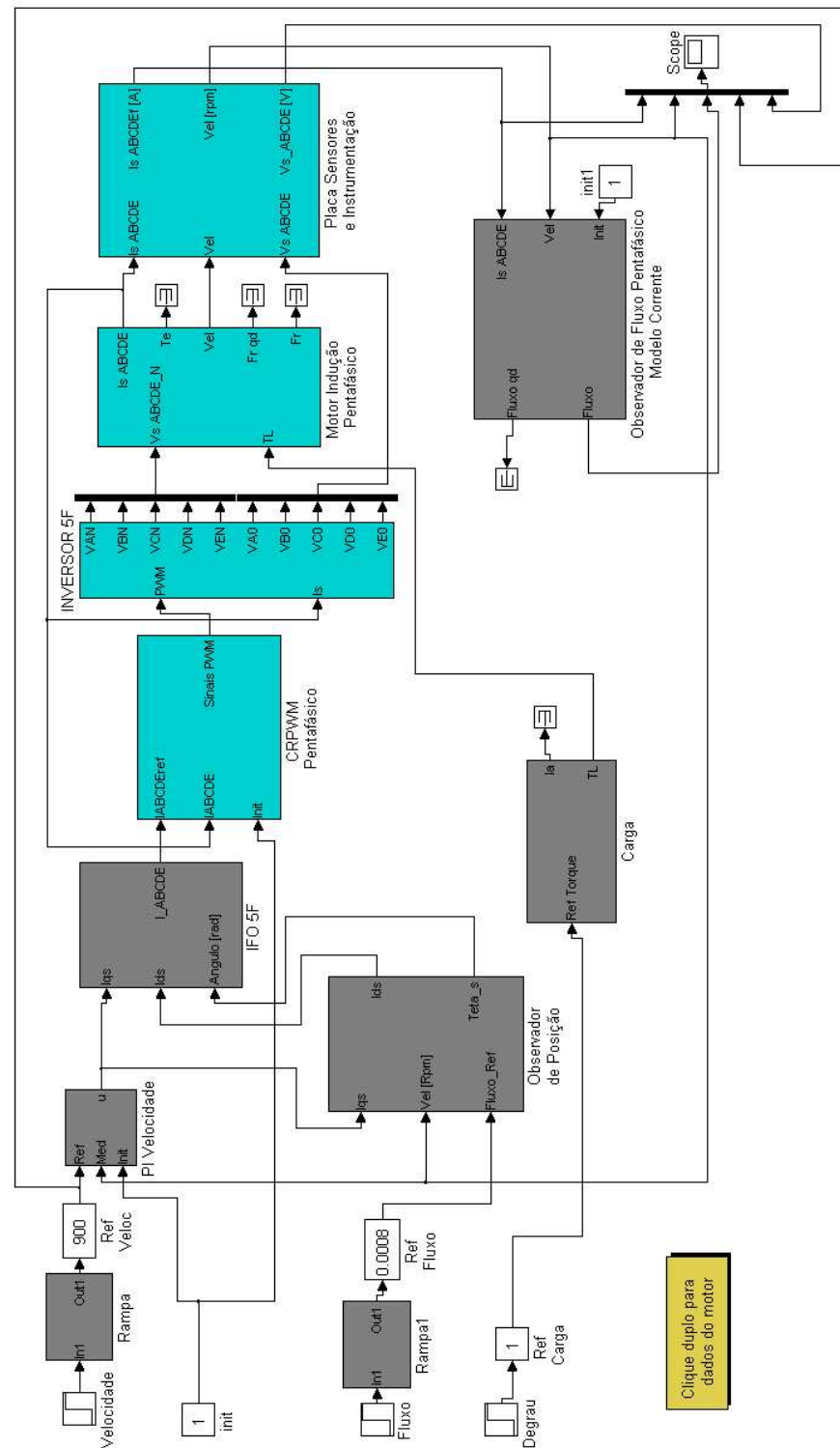


Figura 5-12: Ambiente de simulação IFO.

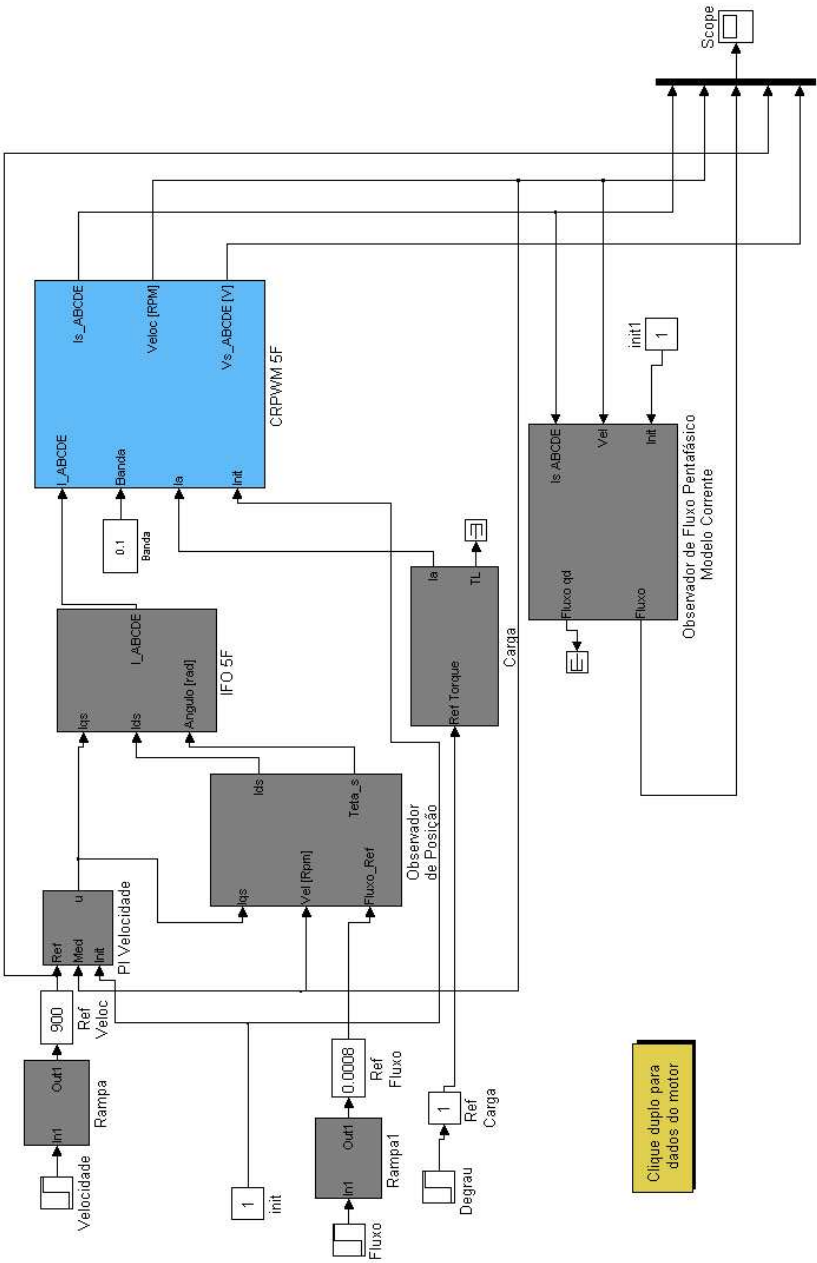


Figura 5-13: Ambiente de validação IFO.

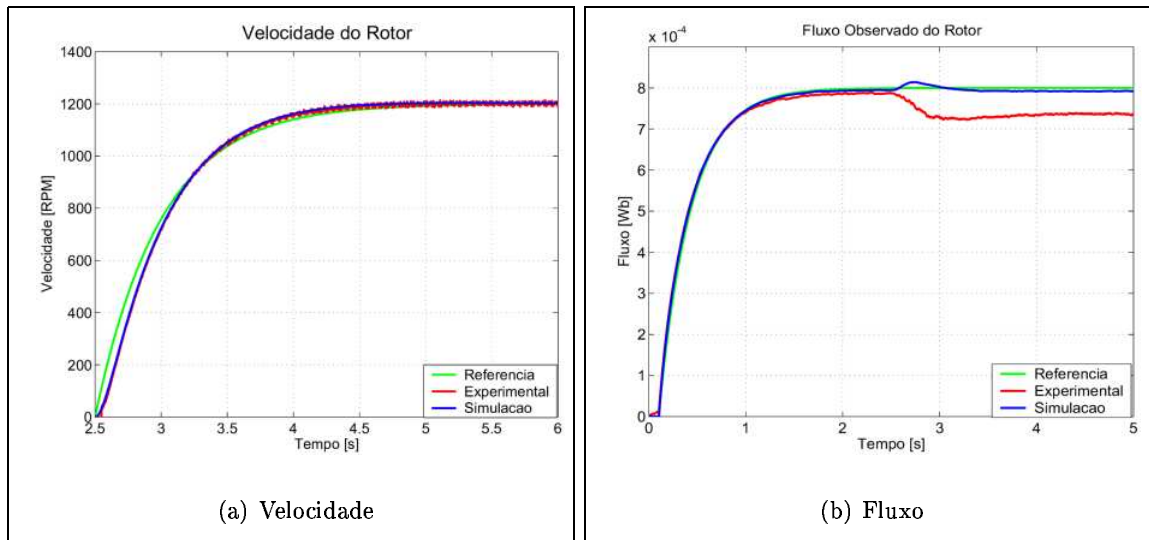


Figura 5-14: Resultados simulação e ensaio IFO 1200 RPM sem carga.

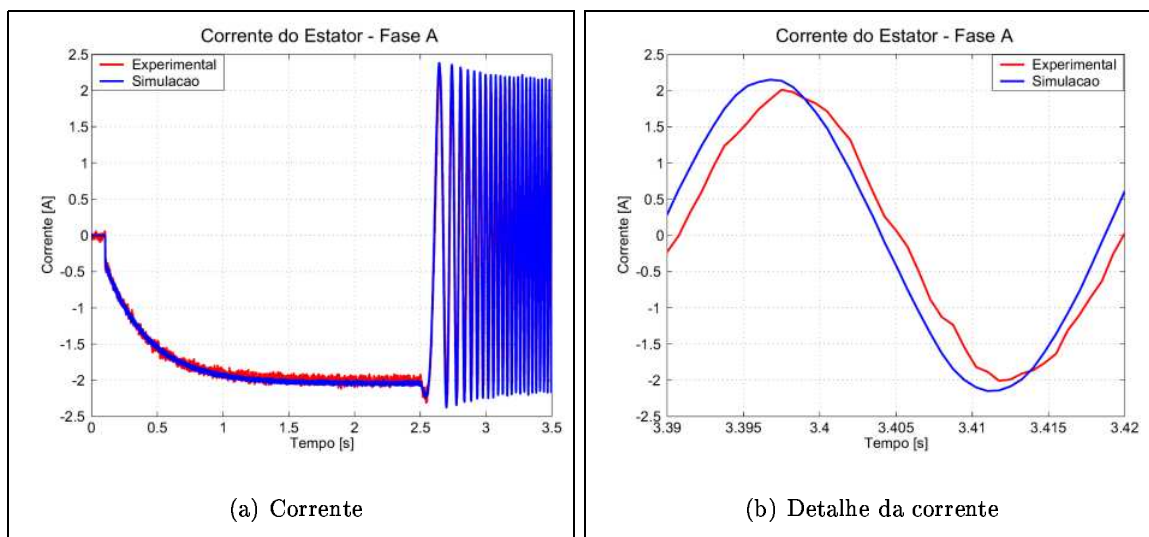


Figura 5-15: Resultados corrente do estator simulação e ensaio IFO 1200 RPM sem carga.

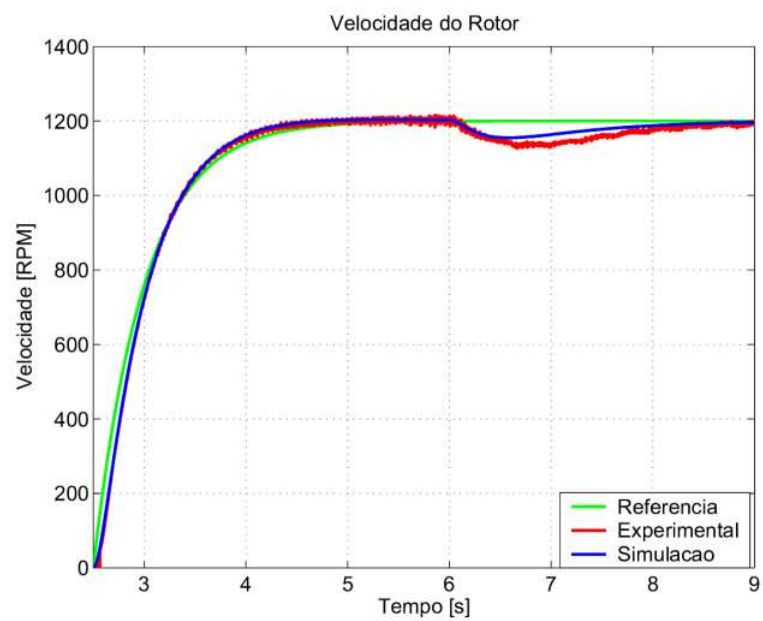


Figura 5-16: Velocidade simulação e ensaio IFO 1200 RPM com carga.

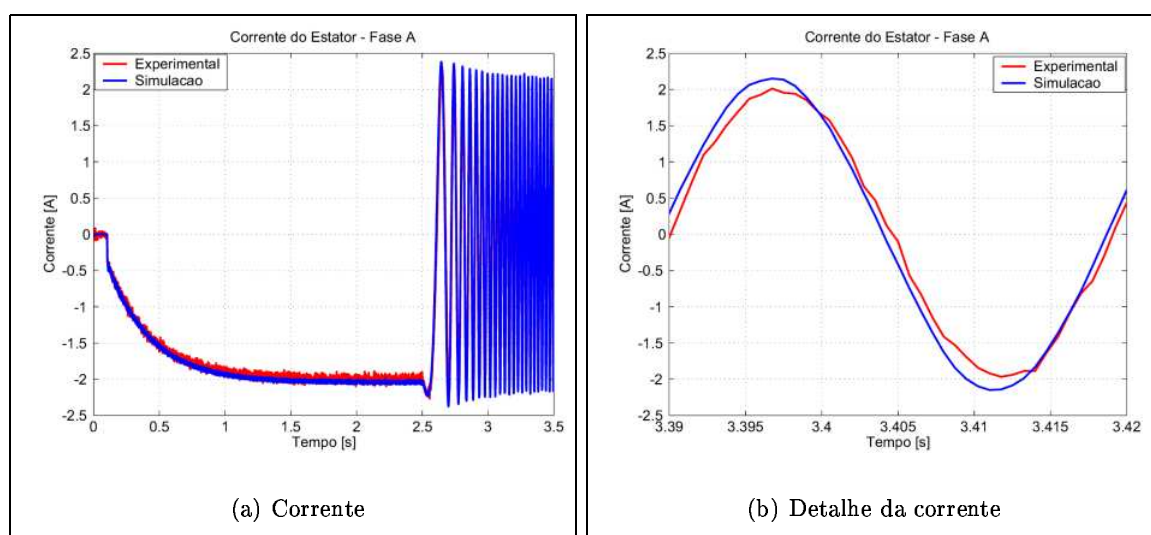


Figura 5-17: Resultados corrente do estator simulação e ensaio IFO 1200 RPM transitório.

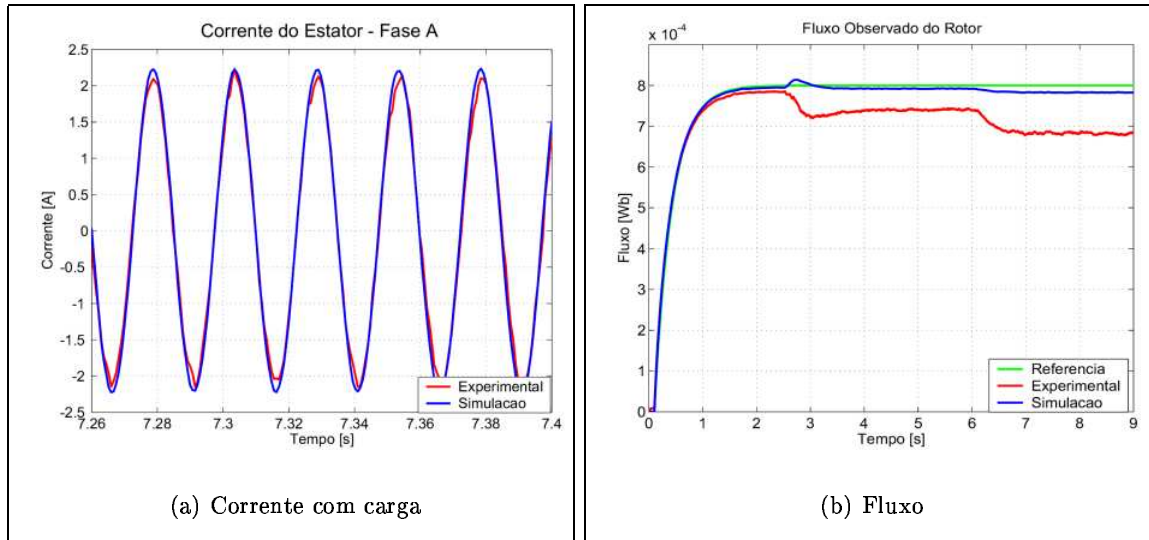


Figura 5-18: Resultados simulação e ensaio IFO 1200 RPM com carga.

5.4 Considerações Finais

Neste capítulo foram apresentadas técnicas de controle por orientação de campo aplicadas a máquinas de indução pentafásicas. As principais características e as equações que regem o embasamento da técnica de controle foram vistas. Foram implementados ambientes de simulação e ensaio utilizando a biblioteca desenvolvida. Os resultados obtidos em simulação e implementação foram apresentados.

Pelo que se pode observar pelas figuras, os resultados apresentados estão coerentes: as curvas dos testes estão muito próximas, sendo que pequenas diferenças podem ser explicadas devido a efeitos que não foram considerados em simulação. Utilizando a metodologia e as ferramentas propostas neste trabalho, é possível desenvolver novas técnicas de controle de máquinas pentafásicas inicialmente em simulação para depois validar utilizando a plataforma de desenvolvimento de técnicas de controle baseada em *Matlab/Simulink*®. Com isso o projetista economiza tempo de projeto e previne eventuais danos que possam ocorrer na validação das técnicas.

Capítulo 6

Conclusões e trabalhos futuros

6.1 Considerações finais

Este trabalho apresentou o estudo, modelagem e controle de máquinas de indução pentafásicas. Inicialmente foram vistas as principais características e aplicações deste equipamento. Em seguida, os procedimentos para obtenção analítica dos parâmetros elétricos do modelo geral da máquina de indução foram detalhados. As expressões incluem o efeito de harmônicos superiores de campo que, conforme visto neste trabalho, possuem influência sobre o comportamento da máquina e devem ser considerados na modelagem. As equações do modelo apresentadas podem ser facilmente expandidas para máquinas com qualquer número de fases. No entanto o estudo foi particularizado para o caso de uma máquina com cinco fases. Utilizando os dados construtivos de um protótipo pentafásico, os parâmetros foram calculados e comparados com obtidos através de outros métodos. Diferente da abordagem tradicional, o modelo inclui os harmônicos de campo, permitindo a análise dos seus efeitos sobre o comportamento da máquina.

No entanto, na sua forma original as equações do modelo são de difícil solução, pois constituem um sistema de equações diferenciais fortemente acoplado e com coeficiente variáveis no tempo. Visando a obtenção de um sistema que possa ser mais facilmente implementado em

ferramentas de simulação, foram utilizadas transformações de coordenadas nas equações. O resultado foi um sistema mais simples e com desacoplamento do efeito de cada harmônico. Considerou-se para o estudo realizado neste trabalho os efeitos do harmônico fundamental e do terceiro harmônico. As equações equivalentes ao efeito de cada harmônico foram representadas nos eixos qd . As equações transformadas coincidem com os modelos tradicionais para o primeiro harmônico, sendo que para os demais harmônicos modelos semelhantes são obtidos, porém com parâmetros diferentes.

O modelo foi implementado no *software* de simulação *Matlab/Simulink*[®]. Utilizando uma plataforma para pesquisa e desenvolvimento de técnicas de acionamento e controle de máquinas elétricas proposta em [6] e utilizando o protótipo, o modelo e um conjunto de parâmetros do motor foram validados. Dos resultados obtidos verificou-se que os mesmos estão coerentes, sendo as curvas obtidas em simulação muito próximas das obtidas em ensaios. Ocorreram diferenças em amplitude nas correntes do estator durante o transitório nos testes realizados utilizando a técnica de acionamento PWM senoidal. Estes desvios encontrados podem ser explicados por efeitos que foram considerados de forma aproximada no modelo e erros contidos nos valores utilizados para indutância de dispersão.

Com o objetivo de facilitar a compreensão do trabalho, foram apresentados alguns aspectos de acionamento e controle de máquinas pentafásicas. O ambiente de simulação e implementação utilizado neste trabalho foi descrito. Obteve-se observadores de fluxo com base nas equações do modelo. Técnicas de controle por orientação de campo foram desenvolvidas para o caso da máquina pentafásica. Neste trabalho foram apresentados dois métodos de orientação: DFO e IFO. Ambos foram implementados em simulação e seus resultados comparados com os obtidos através de ensaios. Os resultados obtidos para estas técnicas também estão coerentes. Ocorreram pequenos desvios, particularmente na implementação do IFO, que podem ser causados por variações na constante de tempo rotórica do motor utilizada para cálculo do escorregamento. Apesar destes problemas, foi demonstrada a utilização do modelo e do ambiente na validação

de técnicas de controle para este tipo de motor.

Deste modo, obteve-se um modelo que reproduz o comportamento da máquina de indução de cinco fases com inclusão de harmônicos superiores de campo. Com base neste modelo e com a estrutura para testes de motores, foi desenvolvido um ambiente integrado e flexível para simulação e validação de técnicas de acionamento e controle para motores de cinco fases.

6.2 Trabalhos futuros

Dentre as sugestões de trabalhos futuros, pode-se citar:

- Desenvolvimento de novas técnicas de acionamento e controle de máquinas pentafásicas que aproveitam as características deste tipo de motor para melhorar desempenho, confiabilidade, entre outros aspectos. Um exemplo são os métodos de controle por orientação de campo que utilizam os harmônicos superiores com o objetivo de incrementar no torque de saída [37].
- Vantagens quando utiliza-se máquina de indução de cinco fases ainda não foram totalmente investigadas. Deste modo, propõe-se um estudo comparativo do funcionamento de máquinas trifásicas e pentafásicas para diversos perfis de carga.
- Projeto de observadores de velocidade que permitam a substituição do tacômetro em técnicas de controle por orientação de campo. Existem propostas de observadores aplicadas a máquinas de indução trifásicas [17] e a sua utilização em conjunto com técnicas de controle por orientação de campo é conhecida como *sensorless*.
- A implementação do controle por orientação de campo exige o conhecimento dos parâmetros da máquina. Os ensaios de rotor bloqueado e a vazio para obtenção de parâmetros utilizados no protótipo pentafásico mostraram-se ineficientes para este caso. Isso posto, propõe-se o desenvolvimento de algoritmos para estimação dos parâmetros da máquina.

- Projeto de máquinas de indução polifásicas utilizando sistemas de acionamento integrados.

A partir de requisitos de performance os parâmetros e dados construtivos da máquina são calculados. Com isso é possível obter motores otimizados com alto desempenho para aplicações específicas.

Apêndice A

Cálculo dos Parâmetros do Protótipo Pentafásico

A.1 Indutância Principal do Estator

Inicialmente será calculado o Fator de Carter para o estator e rotor, de acordo com as equações 2.5 e 2.7 com:

$$\delta = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$b_0^s \cong 2 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$b_0^r \cong 1 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$\sigma_n^s = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$\sigma_n^r = 8,31 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

$$\zeta^s \cong \frac{1}{1 + 5 \cdot \frac{0,3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}} \cong 0,57 \quad (\text{A.1})$$

$$K_c^s = \frac{6,28 \cdot 10^{-3}}{6,28 \cdot 10^{-3} - 1,53 \cdot 10^{-3} \cdot 0,57} = 1,22 \quad (\text{A.2})$$

$$\zeta^r \cong \frac{1}{1 + 5 \cdot \frac{0,3 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}}} \cong 0,40 \quad (\text{A.3})$$

$$K_c^r = \frac{8,31 \cdot 10^{-3}}{8,31 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3} \cdot 0,40} = 1,05 \quad (\text{A.4})$$

$$K_c = 1,22 \cdot 1,05 = 1,28 \quad (\text{A.5})$$

Com os coeficientes é possível calcular o entreferro corrigido definido pela equação 2.3 e considerando:

$$\delta = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$K_{fe} = 1,25.$$

$$\bar{\delta} = 0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 1,28 \cdot 1,25 = 0,48 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (\text{A.6})$$

Utilizando a equação 2.10 com:

$$N_s = 90;$$

$$\gamma = 18^\circ = 0,314 \text{ rad};$$

$$\ell = 64 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$D = 80 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$p = 2;$$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m};$$

$$L_h^s = 90^2 \cdot \frac{1}{0,48 \cdot 10^{-3}} \cdot 64 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{80 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{\pi - 0,314}{\pi} \right) = 153,5 \cdot 10^{-3} \text{H} \quad (\text{A.7})$$

A.2 Indutância de Dispersão do Estator

De acordo com [16], a seguinte expressão pode ser utilizada para cálculo da indutância de dispersão do estator:

$$L_\delta^s = L_{\delta r}^s + L_{\delta f}^s + L_{\delta a}^s \quad [\text{H}] \quad (\text{A.8})$$

onde:

$L_{\delta r}^s$ - indutância de dispersão da ranhura do estator;

$L_{\delta f}^s$ - indutância de dispersão da parte frontal do enrolamento do estator;

$L_{\delta a}^s$ - indutância de dispersão adicional do estator.

A indutância de dispersão da ranhura do estator é definida por:

$$L_{\delta r}^s = \mu_0 \cdot N_s^2 \cdot \ell \cdot N_r^s \cdot \lambda_r^s \quad [\text{H}] \quad (\text{A.9})$$

sendo:

N_r^s - número de ranhuras por par de pólos do estator;

λ_r^s - permeância da ranhura do estator.

A Figura A-1 mostra o formato da ranhura do estator do protótipo pentafásico. Para este formado a permeância específica pode ser calculada através da expressão:

$$\lambda_r^s = \frac{2 \cdot h_1}{3 \cdot (b_1 + b_3)} + \frac{2 \cdot h_3}{b_2 \cdot b_3} + 0,623 \quad (\text{A.10})$$

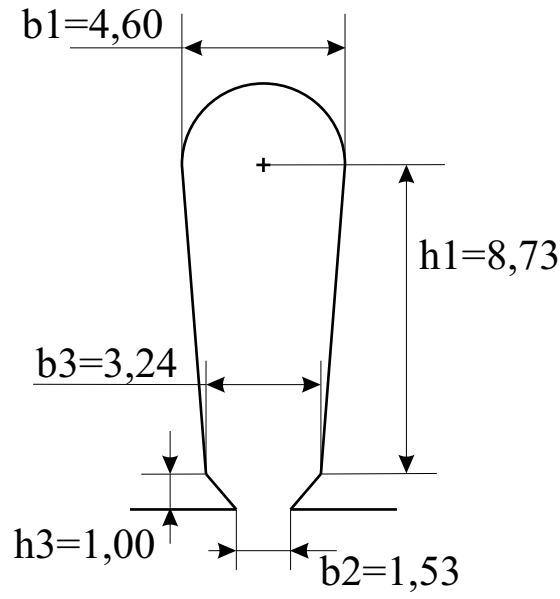


Figura A-1: Ranhura do estator.

Substituindo os valores em A.10 e A.9 é possível obter o valor da indutância de dispersão da ranhura do estator:

$$\lambda_r^s = \frac{2 \cdot 8,73 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot (4,60 \cdot 10^{-3} + 3,24 \cdot 10^{-3})} + \frac{2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}}{1,53 \cdot 10^{-3} \cdot 3,24 \cdot 10^{-3}} + 0,623 = 1,77 \quad (\text{A.11})$$

$$L_{\delta r}^s = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 90^2 \cdot 64 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 1,77 = 4,61 \cdot 10^{-3} \text{H} \quad (\text{A.12})$$

A indutância de dispersão da parte frontal do enrolamento do estator é dada pela equação:

$$L_{\delta f}^s = 2 \cdot \mu_0 \cdot (2.N_s)^2 \cdot \ell_f^s \cdot \lambda_f^s \quad [\text{H}] \quad (\text{A.13})$$

onde:

ℓ_f^s - comprimento da parte frontal do estator = 98.10^{-3}m ;

λ_f^s - permeância específica frontal do estator = 0,4.

Substituindo os valores em A.13:

$$L_{\delta f}^s = 2 \cdot 4.\pi.10^{-7} \cdot (2.90)^2 \cdot 98.10^{-3} \cdot 0,4 = 3,19.10^{-3}\text{H} \quad (\text{A.14})$$

A reatância adicional pode ser descrita como:

$$L_{\delta a}^s = 0,3 \cdot (L_{\delta r}^s + L_{\delta f}^s) = 0,3 \cdot (4,61.10^{-3} + 3,19.10^{-3}) = 2,3.10^{-3}\text{H} \quad (\text{A.15})$$

Substituindo A.12, A.14 e A.15 em A.8 obtém-se:

$$L_{\delta}^s = 4,61.10^{-3} + 3,19.10^{-3} + 2,3.10^{-3} = 10,1.10^{-3}\text{H} \quad (\text{A.16})$$

A.3 Resistência do Estator

A resistencia do estator pode ser calculada pela equação 2.20 substituindo os valores:

$$\rho_s = 1,69.10^{-3}\Omega.\text{m};$$

$$\ell_{ms} = 316,5.10^{-3}\text{m};$$

$$A_s = 1,59.10^{-7}\text{m}^2;$$

$$N_{ph} = 2.90.$$

$$R^s = 1,69.10^{-3} \cdot 316,5.10^{-3} \cdot \frac{1}{1,59.10^{-7}} \cdot 180 = 6,06 \, \Omega \quad (A.17)$$

A.4 Indutância Principal do Rotor

Através da equação 2.31 e substituindo pelos dados do protótipo é possível obter o valor da indutância principal, sendo:

$$m_r = 15;$$

$$K_r = 1,0.$$

$$L_h^r = \frac{15-1}{15^2} \cdot \frac{1}{0,48.10^{-3}} \cdot \frac{1}{1,0} \cdot 64.10^{-3} \cdot \frac{80.10^{-3} \cdot \pi}{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} = 1,31.10^{-6} \, H \quad (A.18)$$

A.5 Indutância de Dispersão do Rotor

Inicialmente será calculada a indutância de dispersão do anel do rotor conforme [16], sendo a seguinte expressão utilizada:

$$L_{\delta a}^r = \mu_0 \cdot \lambda_f^r \cdot \ell_f^r \, [H] \quad (A.19)$$

onde:

$$\lambda_f^r - \text{permeância específica frontal do rotor} = 0,74;$$

$$\ell_f^r - \text{comprimento da parte frontal do rotor} = 8,4.10^{-3} \text{m}.$$

Substituindo os valores em A.19:

$$L_{\delta a}^r = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,74 \cdot 8,4.10^{-3} = 7,81.10^{-9} \, H \quad (A.20)$$

A indutância de dispersão da barra do rotor é calculada de acordo com a equação:

$$L_{\delta b}^r = \mu_0 \cdot \lambda_e^r \cdot \ell \quad [H] \quad (A.21)$$

Na equação A.21 o termo λ_r^r representa a permeância da barra do rotor. Para o formato da barra do protótipo, visto na Figura A-2, a permeância é calculada através da equação:

$$\lambda_r^r = \frac{2 \cdot h_1}{3 \cdot (b_1 + b_3)} + 0,623 + \frac{b_2}{h_4} \quad (A.22)$$

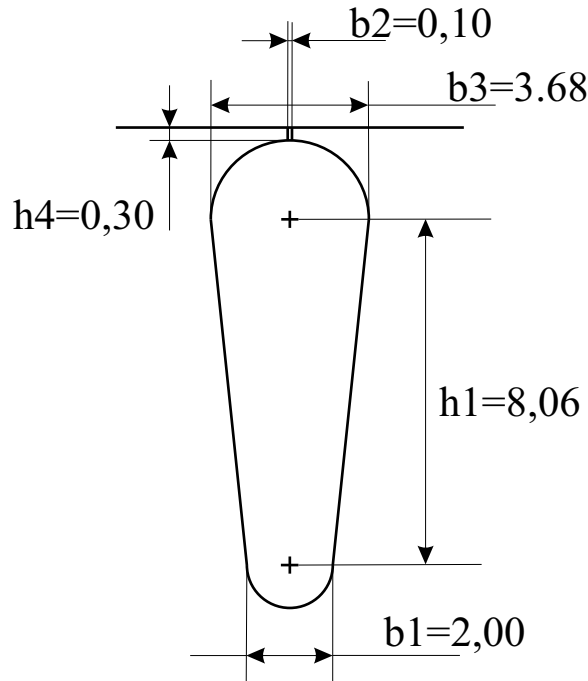


Figura A-2: Ranhura do rotor.

Com os dados da figura A-2 substituídos na equação A.22 obtém-se o valor da permeância específica:

$$\lambda_r^r = \frac{2 \cdot 8,06 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot (2 \cdot 10^{-3} + 3,86 \cdot 10^{-3})} + 0,623 + \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{0,3 \cdot 10^{-3}} = 1,87 \quad (A.23)$$

Substituindo os valores na equação A.21 é possível obter a indutância de dispersão da barra:

$$L_{\delta b}^r = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,87 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 0,150 \cdot 10^{-6} \text{ H} \quad (\text{A.24})$$

De acordo com a equação 2.32, a indutância de dispersão do rotor é definida como:

$$L_{\delta}^r = 2 \cdot (7,81 \cdot 10^{-9} + 0,150 \cdot 10^{-6}) = 0,316 \cdot 10^{-6} \text{ H} \quad (\text{A.25})$$

A.6 Resistência do Rotor

A resistência do anel do rotor pode ser calculada pela equação 2.42 substituindo os valores:

$$\rho_r = 2,65 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m};$$

$$D_a = 63 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$N_r = 30;$$

$$A_a = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.$$

$$R_a^r = 2,65 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{63 \cdot 10^{-3} \cdot \pi}{30} \cdot \frac{1}{5,5 \cdot 10^{-5}} = 3,18 \cdot 10^{-6} \Omega \quad (\text{A.26})$$

De forma semelhante pode-se determinar a resistência da barra do rotor utilizando a equação 2.41 para:

$$\vartheta = \frac{2 \cdot \pi}{15} = 0,42 \text{ rad};$$

$$A_b = 1,84 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.$$

$$R_b^r = 2,65 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{64 \cdot 10^{-3}}{\cos\left(\frac{\pi}{15}\right)} \cdot \frac{1}{1,84 \cdot 10^{-5}} = 94,2 \cdot 10^{-6} \Omega \quad (\text{A.27})$$

A.7 Indutâncias Mútuas entre Estator e Rotor

A partir da equação 2.53 é possível calcular os valores das indutâncias mútuas, sendo:

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{15} = 0,42 \text{ rad.}$$

Para $n = 1$:

$$\hat{L}_1^{rs} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}{0,48 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{80 \cdot 10^{-3} \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{2} \cdot \frac{90}{1^2} \cdot \cos\left(\frac{1 \cdot 0,314}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{1 \cdot 0,42}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{1 \cdot 0,42}{2}\right)}{\left(\frac{1 \cdot 0,42}{2}\right)} \quad (\text{A.28})$$

$$\hat{L}_1^{rs} = 157,0 \cdot 10^{-6} \text{ H} \quad (\text{A.29})$$

A Tabela A.1 apresenta o resultado do calculo da indutância mútua para os demais harmônicos, utilizando a mesma equação porém com valores diferentes para n .

Parâmetro	Valor Analítico
\hat{L}_3^{rs}	$41,9 \cdot 10^{-6} \text{ H}$
\hat{L}_5^{rs}	$15,6 \cdot 10^{-6} \text{ H}$
\hat{L}_7^{rs}	$4,8 \cdot 10^{-6} \text{ H}$

Tabela A.1: Indutâncias mútuas calculadas para o protótipo.

Apêndice B

Biblioteca para Motores de Indução Pentafásicos

Neste apêndice são detalhados os principais blocos da biblioteca de simulação e implementação em tempo real para motores de indução pentafásico desenvolvida em *Matlab/Simulink*®.

B.1 Motor Pentafásico

Este bloco, apresentado na Figura B-1, é a implementação em software do modelo completo do motor de indução pentafásico desenvolvido neste trabalho. O mesmo deve reproduzir o comportamento físico deste dispositivo. Possui entradas de tensão (V_s ABCDE_N) e torque (TL) e saídas de corrente do estator (I_s ABCDE), torque (T_e), velocidade (Vel), módulo do fluxo do rotor para a fundamental (Fr) e fluxo em qd para a fundamental (Fr qd).

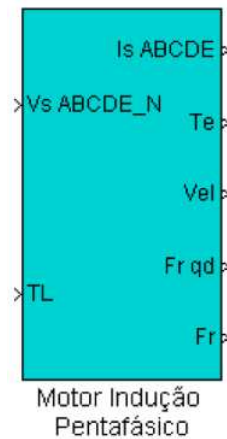


Figura B-1: Bloco simulação motor pentafásico.

B.2 Inversor Pentafásico

O modelo que reproduz o funcionamento do inversor pentafásico (Capítulo 4, Seção 4.2.1) foi implementado neste bloco, visto na Figura B-2. Possui uma entrada para os sinais de chaveamento (PWM) e também para a corrente do estator (I_s). Esta informação é necessária para reproduzir o comportamento transitório da fonte de tensão (resistência interna). As saídas são de tensão das fases em relação ao neutro (V_{AN} - V_{EN}) e em relação ao ponto zero do inversor (V_{A0} - V_{E0}).

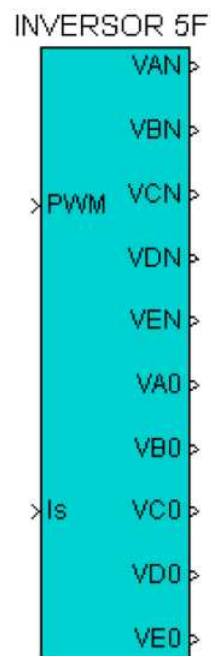


Figura B-2: Bloco simulação inversor pentafásico.

B.3 Placa de Sensores e Instrumentação

Este bloco reproduz em simulação os dispositivos utilizados na plataforma na aquisição dos sinais de corrente, velocidade e tensão, tais como filtros, sensores, amplificadores, etc. Conforme visto na Figura B-3, o mesmo possui entradas e saídas para cada uma destes sinais.

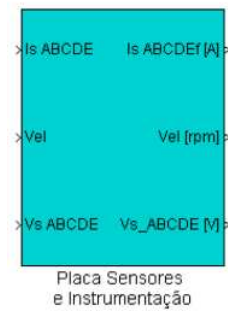


Figura B-3: Bloco simulação placa de instrumentação.

B.4 PWM Pentafásico

A técnica de acionamento PWM senoidal vista no Capítulo 4, Seção 4.2.2 foi implementada em simulação neste bloco, apresentado na Figura B-4. Este bloco possui entrada para as senóides de referência (Ref) e uma entrada de habilitação (Init), além da saída dos sinais de chaveamento para o inversor (PWM).

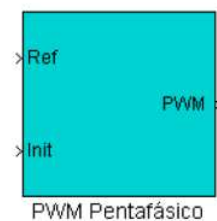


Figura B-4: Bloco simulação PWM pentafásico.

B.5 CRPWM Pentafásico

Este bloco implementa a técnica de acionamento CRPWM apresentada no Capítulo 4, Seção 4.2.3. A Figura 4-4 mostra este bloco, que possui entrada para referência de corrente, entrada para as correntes lidas e uma entrada de habilitação. Como saída o bloco possui os sinais de chaveamento para o inversor.

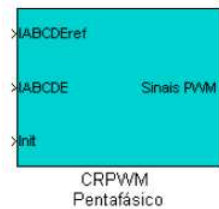


Figura B-5: Bloco simulação CRPWM pentafásico.

B.6 VVVF 5F

Este bloco é apresentado na Figura B-6 e destina-se, principalmente, às aplicações que utilizam acionamento PWM senoidal para motores de indução pentafásicos. As suas entradas de sinais (V_{in_ABCDE}) representam os sinais de referência. Também possui uma entrada para controle da carga (I_a) e de habilitação ($Init$). Suas saídas correspondem aos sinais lidos e instrumentados da plataforma.



Figura B-6: Bloco implementação em tempo real PWM pentafásico.

B.7 CRPWM 5F

Para aplicações que empregam a técnica de acionamento CRPWM em motores pentafásicos utiliza-se o bloco visto na Figura B-7. O mesmo possui entradas de referência de corrente (IABCDE), banda de histerese (Banda), controle da carga (Ia) e de habilitação (Init). Os sinais adquiridos pela plataforma são acessados através das saídas.

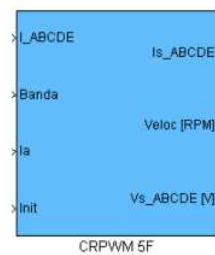


Figura B-7: Bloco implementação em tempo real CRPWM pentafásico.

B.8 Carga

Este bloco reproduz, utilizando as equações do modelo do motor CC, o comportamento da carga da plataforma. Conforme visto na Figura B-8, a entrada (Ref torque) corresponde ao torque desejado. As saídas de torque(TL) e corrente de armadura(Ia) representam o torque aplicado no eixo do motor de indução e a corrente de armadura do motor CC para o torque desejado. Este bloco possui as duas saídas porque, caso esteja-se utilizando o bloco em simulação, a referência de carga é passada para o modelo do motor por uma referência em torque; já em implementação em tempo real deve-se enviar uma referência de corrente de armadura para a plataforma.



Figura B-8: Bloco carga.

Referências

- [1] Baldor electric company. <http://www.baldor.com>. Acessado em 02/02/2005.
- [2] M. A. Abbas, R. Christen, and T. M. Jahns. Six-phase voltage source inverter driven induction motor. *IEEE Trans. Ind. Applications*, vol. IA-20:1251–1259, Setembro/Outubro 1984.
- [3] F. Abrahamsen. *Energy Optimal Control of Induction Motor Drives*. Institute of Energy Technology, Aalborg University, 2 edition, 2000.
- [4] F. Blaschke. *The Principle of Field-Orientation as Applied to The New Transvektor Closed-Loop Control System for Rotating-Field Machine*, volume XXXIX. Siemens Review, 1972.
- [5] B. K. Bose. *Power Electronics and Variable Frequency Drives*. IEEE Press, 1997.
- [6] R. N. Conte. Ambiente integrado de simulação e implementação em tempo real de técnicas de acionamento e controle em máquinas de indução. Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica do RS - PUCRS, Porto Alegre - RS - Brasil, Fevereiro 2004.
- [7] R. N. Conte, L. F. A. Pereira, J. F. Haffner, and D. F. Countinho. Ambiente integrado para o desenvolvimento de estratégias de acionamento e controle em máquinas de corrente alternada. In *XV Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, Gramado - RS, Setembro 2004.

- [8] P. Ferraris and M. Lazzari. Phase numbers and their related effects on the characteristics of inverter-fed induction motor drives. In *IEEE-IAS Annual Meeting*, pages 494–502, 1983.
- [9] P. Ferraris, M. Lazzari, and F. Profumo. Phase number of inverter fed induction motors: effects on the dc link harmonics contents. In *1st European Conf. Power Electronics and Applications*, pages 3.95–3.102, Bruxelas, Bélgica, Outubro 1985.
- [10] R. Gabriel, W. Leonard, and C. Nordby. Field oriented control of a standard ac motor using microprocessor. *IEEE Trans. Ind. Applications*, vol. 16(2):186–192, 1980.
- [11] J. F. Haffner. Análise de estimadores de fluxo para implementação de técnicas de controle por campo orientado direto em máquinas de indução. Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica do RS - PUCRS, Porto Alegre - RS - Brasil, Dezembro 1998.
- [12] C. R. Hewson, G. M. Asher, and M. Sumner. A dynamic mechanical load emulation test facility to evaluate the performance of ac inverters. *Power Eletronics and Variable Speed Drives*, pages 21–23, Setembro 1998.
- [13] T. M. Jahns. Improved reliability in solid-state ac drives by means of multiple independent phase-drive units. *IEEE Trans. Ind. Applications*, vol. IA-16:321–331, Maio/Junho 1980.
- [14] E. A. Klingshirn. High phase order induction motors (partes i e ii). *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-102:47–59, Janeiro 1983.
- [15] E. A. Klingshirn. Harmonic filters for six phase and other multiphase motors on voltage source inverters. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IAS-21:588–594, Maio/Junho 1985.
- [16] M. Konstenko and L. Piotrovski. *Máquinas Eléctricas - Máquinas de Corrente Alternada*, volume II. Edições Lopes da Silva, Porto, 1979.
- [17] H. Kubota, K. Mtsuse, and T. Nakano. Dsp-based speed adaptive flux observer of induction motor. *IEEE Trans. Ind. Applications*, vol. 29(2):344–348, 1993.

- [18] E. Levi, M. Jones, S. N. Vukosovic, and H. A. Toliyat. A novel concept of a multiphase, multimotor vector controlled drive system supplied from a single voltage source inverter. *IEEE Trans. Power Electr.*, vol. 19:320–335, Março 2004.
- [19] R. D. Lorenz, T. A. Lipo, and D. W. Novotny. Motion control with induction motors. *Proc. of the IEEE*, vol. 82(8):1215–1239, Agosto 1994.
- [20] The MathWorks In. *MATLAB User's Guide - "Simulink"*, 1999. Version 3.
- [21] P. J. McCleer. Electric drives for pump, fan, and compressor loads in automotive applications. In *International Symposium on Industrial Electronics - ISIE 95*, pages 80–85, Atenas, Grécia, Julho 1995.
- [22] G. Müller. *Elektrische Maschinen - Betriebsverhalten rotierender elektrischer Maschinen*. VEB Verlag Technik, 1990.
- [23] J. M. D. Murphy and F. Turnbull. *Power Electronic Control of AC Motors*. Pergamon Press, New York, 1988.
- [24] K. N. Pavithran, R. Parimelalagan, and M. R. Krishnamurthy. Studies on inverter-fed five-phase induction motor drive. *IEEE Trans. Power Electr.*, vol. 3(2):224–235, Abril 1988.
- [25] L. A. Pereira and V. M. Canalli. Gerador pentafásico a imãs permanentes - parte i : Dimensionamento e determinação dos parâmetros por elementos finitos. In *XIV Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, Natal - RN, Setembro 2002.
- [26] L. A. Pereira, C. C. Scharlau, L. F. A. Pereira, and J. F. Haffner. Model of a five-phase induction machine allowing for harmonics in the air-gap field, part i : Parameter determination and general equations. In *IECON 04*, Busan - Coréia do Sul, Novembro 2004.

- [27] L. A. Pereira, C. C. Scharlau, L. F. A. Pereira, and J. F. Haffner. Model of a five-phase induction machine allowing for harmonics in the air-gap field, part ii : Transformation of co-ordinates and d-q models. In *IECON 04*, Busan - Coréia do Sul, Novembro 2004.
- [28] L. A. Pereira, C. C. Scharlau, L. F. A. Pereira, and J. F. Haffner. Modelo completo da máquina de indução pentafásica considerando harmônicos no campo do entreferro. In *XV Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, Gramado - RS, Setembro 2004.
- [29] R. Shi, H. A. Toliyat, and A. El-Antably. Field oriented control of five-phase synchronous reluctance motor drive with flexible 3rd harmonic current injection for high specific torque. In *Industry Applications Conference, Thirty-Sixth IAS Annual Meeting*, volume 3, pages 2097–2103, Setembro/Outubro 2001.
- [30] P. Spiller, J. Haffner, and L. Pereira. Real-time application of simulation tools and implementation of control techniques for induction machines in *matlab/simulink*® environment. In *28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society - IECON 02*, volume 3, pages 2068 – 2072, Sevilla, Espanha, Novembro 2002.
- [31] P. A. Spiller. Plataforma para simulação e implementação em tempo real de técnicas de acionamento e controle em máquinas de indução utilizando *matlab/simulink*®. Master's thesis, Pontifícia Universidade Católica do RS - PUCRS, Porto Alegre - RS - Brasil, Dezembro 2001.
- [32] J. Stepina. Raumzeiger in matrizendarstellung in der theorie der elektrischen maschinen. *Archiv für Elektrotechnik*, vol. 55:91–97, 1972.
- [33] F. Taegen and F. Hommes. Das allgemeine gleichungssystem des käfigläufermotors unter berücksichtigung der oberfelder - teil i: Allgemeine theorie. *Archiv für Elektrotechnik*, vol. 55:21–31, 1972.

- [34] F. Taegen and F. Hommes. Das allgemeine gleichungssystem des käfigläufermotors unter berücksichtigung der oberfelder - teil ii: Der einfluss der oberfelder auf das betriebsverhalten. *Archiv für Elektrotechnik*, vol. 55:98–105, 1972.
- [35] H. A. Toliyat. Analysis and simulation of five-phase variable-speed induction motor drives under asymmetrical connections. *IEEE Trans. On Power Electronics*, vol. 13(4), Julho 1998.
- [36] H. A. Toliyat, T. Lipo, and J. C. White. Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications (partes i e ii). *IEEE Trans. on Energy Conversion*, vol. 6(4):679–692, Dezembro 1991.
- [37] H. A. Toliyat, M. M. Rahimian, and T. A. Lipo. dq modeling of five phase synchronous reluctance machines including third harmonic of air-gap mmf. In *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, volume 1, pages 231–237, Outubro 1991.
- [38] P. Vas. *Sensorless vector and direct torque control*. Oxford University Press, 1998.
- [39] K. Vogt. *Elektrische Maschinen - Berechnung rotierender elektrischer Maschinen*. VEB Verlag Technik, 3 edition, 1983.
- [40] E. E. Ward and H. Harer. Preliminary investigation of an inverter-fed 5-phase induction motor. In *Inst. Elect. Eng.*, volume 116, pages 980–984, Outubro 1984.
- [41] D. C. White and H. H. Woodson. *Electromechanical Energy Conversion*. John Wiley and Sons, 1959.
- [42] S. Williamson and S. Smith. Pulsating torque and losses in multiphase induction machines. *IEEE Trans. Ind. Applications*, vol. 39(4):986–993, Julho/Agosto 2003.
- [43] H. Xu, H. A. Toliyat, and L. J. Petersen. Rotor field oriented control of five-phase induction motor with the combined fundamental and third harmonic currents. In *Applied Power*

- Electronics Conference and Exposition - APEC 2001*, volume 1, pages 392–398, Março 2001.
- [44] H. Xu, H. A. Toliyat, and L. J. Petersen. Resilient current control of five-phase induction motor under asymmetrical fault conditions. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition - APEC 2002*, volume 1, pages 64–71, Março 2002.
- [45] S. Yamamura. *AC Motors for High-Performance Applications*. New York, 1986.