Grundlagen

Zeitharmonische Maxwell-Gleichungen

für anisotrope, homogene Medien

$$\nabla \times \underline{\vec{H}} = \underline{\vec{J}} + j\omega\varepsilon\underline{\vec{E}} \qquad \iff \qquad \oint_{\partial A} \underline{\vec{H}} \cdot d\vec{s} = \iint_{A} \left(\underline{\vec{J}} + j\omega\varepsilon\underline{\vec{E}}\right) \cdot d\vec{A}$$

$$-\nabla \times \underline{\vec{E}} = \underline{\vec{M}} + j\omega\mu\underline{\vec{H}} \qquad \iff \qquad -\oint_{\partial A} \underline{\vec{E}} \cdot d\vec{s} = \iint_{A} \left(\underline{\vec{M}} + j\omega\mu\underline{\vec{H}}\right) \cdot d\vec{A}$$

$$\nabla \cdot \underline{\vec{H}} = \underline{\rho}_{m}/\mu \qquad \iff \qquad \oiint_{\partial V} \underline{\vec{H}} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\mu} \iiint_{V} \underline{\rho}_{m} dV$$

$$\nabla \cdot \underline{\vec{E}} = \underline{\rho}_{e}/\varepsilon \qquad \iff \qquad \oiint_{\partial V} \underline{\vec{E}} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon} \iiint_{V} \underline{\rho}_{e} dV$$

für Freiraumausbreitung und allgemein Vakuum: $\underline{\rho}_e=\underline{\rho}_m=0$ und $\underline{\vec{J}}=\underline{\vec{M}}=\vec{0}$

Poynting-Vektor; Wirkleistung

$$\underline{\vec{S}} = \frac{1}{2}\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^* \quad ; \quad P = \oiint \Re \left\{ \underline{\vec{S}} \right\} \mathrm{d}\vec{A} = \frac{1}{2} \oiint \Re \left\{ \underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^* \right\} \mathrm{d}\vec{A}$$

Berechnung der Transversal- aus den Longitudinalkomponenten

$$\underline{E}_{x}\beta_{c}^{2} = \mp j\beta \frac{\partial \underline{E}_{z}}{\partial x} - j\omega\mu \frac{\partial \underline{H}_{z}}{\partial y} \qquad \underline{E}_{y}\beta_{c}^{2} = \mp j\beta \frac{\partial \underline{E}_{z}}{\partial y} + j\omega\mu \frac{\partial \underline{H}_{z}}{\partial x}$$

$$\underline{H}_{x}\beta_{c}^{2} = \mp j\beta \frac{\partial \underline{H}_{z}}{\partial x} + j\omega\varepsilon \frac{\partial \underline{E}_{z}}{\partial y} \qquad \underline{H}_{y}\beta_{c}^{2} = \mp j\beta \frac{\partial \underline{H}_{z}}{\partial y} - j\omega\varepsilon \frac{\partial \underline{E}_{z}}{\partial x}$$

Helmholtzgleichungen

$$\Delta \underline{\vec{H}} + \beta_c^2 \underline{\vec{H}} = 0$$
 $\Delta \underline{\vec{E}} + \beta_c^2 \underline{\vec{E}} = 0$

Polarisation

Drehsinn und Form

- $0^{\circ} < \alpha_{\rm x} \alpha_{\rm y} < 180^{\circ} : E_{0\rm x}$ eilt $E_{0\rm y}$ vor, rechtsdrehend
- $\bullet~0^{\circ}<\alpha_{\rm y}-\alpha_{\rm x}<180^{\circ}:E_{0\rm y}$ eilt $E_{0\rm x}$ vor, linksdrehend
- $\alpha_{\rm x} \alpha_{\rm y} = 0^{\circ}$ oder $\alpha_{\rm x} \alpha_{\rm y} = 180^{\circ}$: $E_{0\rm x}$ oder $E_{0\rm y}$ gleich- oder gegenphasig, linear
- $\alpha_{\rm x} \alpha_{\rm y} = 90^{\circ}$ und $|\underline{E}_{0\rm x}| = |\underline{E}_{0\rm y}|$: rechtsdrehend, zirkular
- $\alpha_{\rm y} \alpha_{\rm x} = 90^{\circ}$ und $|\underline{E}_{0\rm x}| = |\underline{E}_{0\rm y}|$: linksdrehend, zirkular

HowTo: zeichnen einer Polarisationsellipse

1. Realteile der komplexen Amplituden

$$E_{0x} = \Re\{\underline{E}_{0x}e^{j\omega t}\} = A\cos(\omega t) - B\sin(\omega t)$$

$$E_{0y} = \Re\{\underline{E}_{0y}e^{j\omega t}\} = C\cos(\omega t) - D\sin(\omega t)$$

2. Maximalwerte der Komponenten berechnen

$$E_{0x,\text{max}} = |E_{0x}| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

 $E_{0y,\text{max}} = |E_{0y}| = \sqrt{C^2 + D^2}$

3. Betrag des Ellipsenradius

$$\begin{aligned} & \|\vec{E}_0\| = \sqrt{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} = \sqrt{A_0 + A_1 \cos(2\omega t) - A_2 \sin(2\omega t)} \\ & = \sqrt{\frac{A^2 + B^2 + C^2 + D^2}{2} + \frac{A^2 - B^2 + C^2 - D^2}{2} \cos(2\omega t) - (AB + CD)\sin(2\omega t)} \end{aligned}$$

4. Umformen des hinteren Ausdrucks

$$A_1 \cos(2\omega t) - A_2 \sin(2\omega t) = \Re\left\{ (A_1 + jA_2)e^{j2\omega t} \right\}$$
$$= \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \cos\left(2\omega t + \arctan\left(\frac{A_2}{A_1}\right)\right)$$

5. maximale und minimale Amplitude

$$E_{\min}^{\max} = \sqrt{A_0 \pm \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$$

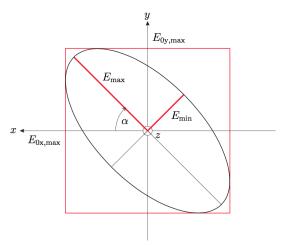
6. Berechnung der Zeitpunkte aus der Phase

$$2\omega t_{\min}^{\max} + \arctan\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \frac{0}{+\pi}$$

7. Winkel der maximalen und Minimalen Amplituden

$$\tan(\alpha) = \frac{E_{0y}(t_{\text{max}})}{E_{0x}(t_{\text{max}})} = \frac{C\cos(\omega t_{\text{max}}) - D\sin(\omega t_{\text{max}})}{A\cos(\omega t_{\text{max}}) - B\sin(\omega t_{\text{max}})}$$

8. Ellipse zeichnen



Wellen und Wellenleiter

Hohlleiter

Übertragung von TE- (H-) und TM- (E-) Moden; TEM-Übertragung nicht möglich; erwünscht ist i.d.R. auschließlich der H₁₀-Mode

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\beta_c}{\beta_0}\right)^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}}$$

Phasengeschwindigkeit

$$v_{\rm p} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\beta_{\rm c}}{\beta_0}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{\rm c}}{f}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\rm c}}\right)^2}}$$

Gruppengeschwindigkeit

$$v_{\rm g} = c\sqrt{1 - \left(\frac{\beta_{\rm c}}{\beta_0}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(\frac{f_{\rm c}}{f}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\rm c}}\right)^2}$$

Zusammenhang Geschwindigkeiten

$$c_0^2 = v_{\rm g} \cdot v_{\rm p}$$

Kritische Frequenzen (a > b)

$$f_{c,m,n} = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \qquad f_c = \frac{\beta_c}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{f_{c0}}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} \qquad \beta_c^2 = \beta_0^2 - \beta^2 \qquad \beta_0 = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

Flächenstromdichte auf dem Rand (Auch für Bandleitung geeignet)

$$\underline{\vec{J}}_{\mathrm{F}}(x=0,y,z) = \vec{u}_{\mathrm{x}} \times \underline{\vec{H}}(x=0,y,z)$$

Zweileitersysteme allgemein

Übertragung von TEM-Wellen mit der Grenzfrequenz $f_c = 0$ Gruppen- und Phasengeschwindigkeit

$$v_{\rm g} = v_{\rm p} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = c$$

Wellenwiderstand

$$\pm Z_{\rm L} = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{I}(z)} = \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0}$$

Koaxialleitung

Wellenwiderstand, Leistung und Leitungsbeläge

$$C' = \frac{C}{l} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{r_{\rm a}}{r_{\rm i}}\right)} \qquad L' = \frac{\varepsilon\mu}{C'} = \frac{\mu\ln\left(\frac{r_{\rm a}}{r_{\rm i}}\right)}{2\pi}$$

$$Z_{\rm L} = \frac{1}{2\pi} Z_{\rm F0} \ln \left(\frac{r_{\rm a}}{r_{\rm i}} \right) \qquad P = \frac{1}{2} Z_{\rm L} I_{\rm max}^2 = \frac{1}{2} \frac{U_{\rm max}^2}{Z_{\rm L}} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_{r_{\rm i}}^{r_{\rm a}} \frac{E(r)^2}{Z_{\rm F}} {\rm d}A$$

Feldstärken

$$H_{\text{max}} = \frac{I_{\text{max}}}{\pi d}$$
 $E_{\text{max}} = Z_{\text{F}} H_{\text{max}}$

Strahlungsleistungsdichten Innen- und Außenleiter

$$S_{\rm I} = \frac{1}{2} E_{\rm max} \cdot H_{\rm max} \qquad S_{\rm A} = S_{\rm I} \frac{d^2}{D^2} \label{eq:SI}$$

Bandleitung

TEM:
$$\underline{\vec{E}} = -U_0 \frac{1}{b} e^{\mp j\beta z} \vec{u}_y$$
 TE: $\underline{\vec{H}}_z = H_0 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{\mp j\beta z}$ TM: $\underline{\vec{E}}_z = E_0 \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{\mp j\beta z}$

$$\phi = \frac{y}{b} \qquad \vec{\underline{E}} = -U_0 \nabla \phi e^{-j\beta z} = -\frac{U_0}{b} e^{\mp j\beta z} \vec{u}_y \qquad \vec{\underline{H}} = \pm \frac{U_0}{Z_F b} e^{\mp j\beta z} \vec{u}_x$$

$$\beta_{\rm c} = \frac{n\pi}{b}$$
 $C' = \frac{C}{l} = \frac{\varepsilon a}{b}$ $L' = \frac{\mu b}{a}$ $Z_{\rm L} = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{b}{a} = Z_{\rm F} \frac{b}{a}$

Feldwellenwiderstand

TE-Wellen

Zusammenhang Geschwindigkeiten
$$z_0^2 = v_{\rm g} \cdot v_{\rm p}$$
 Kritische Frequenzen $(a > b)$
$$f_{\rm c,m,n} = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$f_{\rm c} = \frac{\beta_{\rm c}}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{f_{\rm c0}}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}$$

$$\beta_{\rm c}^2 = \beta_0^2 - \beta^2$$

$$\beta_0 = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

$$Z_{\rm FH} = \pm \frac{\vec{E}_{\rm y}}{\vec{H}_{\rm x}}$$

$$= \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\omega\mu}{\beta_0\sqrt{1 - \left(\frac{\beta_{\rm c}}{\beta_0}\right)^2}} = \frac{Z_{\rm F}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\beta_{\rm c}}{\beta_0}\right)^2}} = \frac{Z_{\rm F}}{\sqrt$$

TM-Wellen

$$\begin{split} Z_{\mathrm{FE}} &= \pm \frac{\vec{\underline{E}}_{\mathrm{x}}}{\vec{\underline{H}}_{\mathrm{y}}} = \mp \frac{\vec{\underline{E}}_{\mathrm{y}}}{\vec{\underline{H}}_{\mathrm{x}}} = \frac{\beta}{\omega \varepsilon} = \frac{\beta_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\beta_{\mathrm{c}}}{\beta_0}\right)^2}}{\omega \varepsilon} \\ &= Z_{\mathrm{F}} \sqrt{1 - \left(\frac{\beta_{\mathrm{c}}}{\beta_0}\right)^2} = Z_{\mathrm{F}} \sqrt{1 - \left(\frac{f_{\mathrm{c}}}{f_0}\right)^2} = Z_{\mathrm{F}} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{\mathrm{c}}}\right)^2} \end{split}$$

TEM-Wellen

$$\frac{\vec{\underline{E}}_{x}}{\vec{\underline{H}}_{y}} = -\frac{\vec{\underline{E}}_{y}}{\vec{\underline{H}}_{x}} = \pm \frac{\omega \mu}{\beta} = \pm \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \pm Z_{F} \qquad Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}} = 120\pi\Omega = 377\Omega \qquad v_{p} = v_{g} = c$$

Antennentheorie

Feldgrößen in der Fernfeldnäherung

Vektorpotential

$$\underline{\vec{A}}(\vec{r}) = \frac{\mu e^{-j\beta r}}{4\pi r} \iiint_{V} \underline{\vec{J}} e^{j\beta r' \cos(\xi)} dV'$$

Feldstärken

$$|\vec{\underline{B}} \approx -j\beta \vec{u}_r \times \vec{\underline{A}} \qquad \vec{\underline{H}} \approx -\frac{j\beta}{\mu} \vec{u}_r \times \vec{\underline{A}} \qquad \vec{\underline{E}} \approx j\omega \vec{u}_r \times (\vec{u}_r \times \vec{\underline{A}})$$

Kenngrößen von Antennen

Strahlungsleistungsdichte (Allgemeine/Kugel/Dipol)

$$S = \frac{P \cdot G}{4\pi r^2} \qquad S_0 = \frac{P}{4\pi r^2} \qquad S(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{2} Z_F \left(\frac{\beta |\underline{I}_0| l \sin(\vartheta)}{4\pi r}\right)^2 \sim \frac{1}{r^2}$$

Richtfaktor

$$D = \frac{S_{\text{max}}}{S_0} = \frac{S_{\text{max}}}{P} \cdot 4\pi r^2 \qquad \text{bzw.} \qquad D(\vartheta, \varphi) = \frac{S(\vartheta, \varphi)}{S_0} \qquad \boxed{D_{\text{Kugel}} = \frac{S_0}{S_0} = 1}$$

Gewinn und Zusammenhang mit Wirkfläche für alle Antennen

$$G = \eta D \qquad \frac{A}{G} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Richtcharakteristik

$$C(\vartheta,\varphi) = \frac{\left\| \underline{\vec{E}}(\vartheta,\varphi) \right\|}{\left\| \underline{\vec{E}} \right\|_{\max}} = \frac{\left\| \underline{\vec{H}}(\vartheta,\varphi) \right\|}{\left\| \underline{\vec{H}} \right\|_{\max}} = \sqrt{\frac{S(\vartheta,\varphi)}{S_{\max}}}$$

Abgestrahlte Leistung

$$P = \iint S dA = \iint S_0 DC^2(\vartheta, \varphi) dA$$

Empfangene Leistung

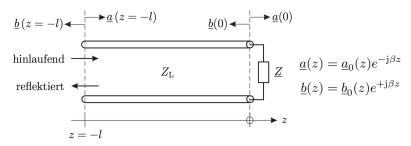
$$P_{\rm E} = S \cdot A_{\rm E}$$

Fußpunktimpedanz und Strahlungswiderstand

$$\underline{Z}_{A} = \frac{\underline{U}_{0}}{\underline{I}_{0}} \qquad R_{S} = \frac{2P}{|\underline{I}_{0}|^{2}}$$

Reflexion

Abstandsabhängige komplexe Wellenamplituden



$$\underline{\Gamma}_0 = \frac{\underline{b}_0}{\underline{a}_0} = \frac{\underline{Z} - Z_{\mathrm{L}}}{\underline{Z} + Z_{\mathrm{L}}} = \underline{\Gamma}(z = 0) \qquad \underline{\Gamma}(z) = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}_0 e^{+\mathrm{j}\beta z}}{\underline{a}_0 e^{-\mathrm{j}\beta z}} = \underline{\Gamma}_0 e^{+\mathrm{j}2\beta z}$$

Wenn z=0 am Anfang des Leiters muss die Phase von $\underline{\Gamma}_0$ zurückgedreht werden. Es gilt (Bsp.):

$$\underline{\Gamma}_0 = \frac{\underline{Z} - Z_{\rm L}}{Z + Z_{\rm L}} e^{-j2\beta l}$$

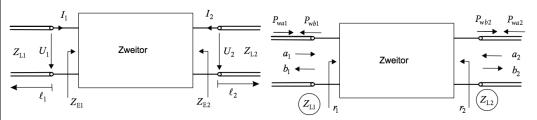
U(z) und I(z) können so berechnet werden wie an einem Tor eines Zweitores. Dafür Ausdruck so umformen, dass Abhängigkeit nur noch von \underline{a}

$$\underline{a}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{U}(z)}{\sqrt{Z_{\mathrm{L}}}} + \sqrt{Z_{\mathrm{L}}} \underline{I}(z) \right) \qquad \underline{b}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{U}(z)}{\sqrt{Z_{\mathrm{L}}}} - \sqrt{Z_{\mathrm{L}}} \underline{I}(z) \right) \qquad \underline{c}(z) = \underline{a}(z) + \underline{b}(z)$$

Zweitore

Für Anwendung auf Mehrtore nicht betrachtete Tore reflexionsfrei abschließen

Wellengrößen



Komplexe Wellenamplituden

$$\underline{a}_i = \frac{\underline{U}_{\text{h}i}}{\sqrt{\underline{Z}_{\text{L}_i}}}$$
 (hinlaufenden normierte Spannungswelle an Tor i)

$$\underline{b}_i = \frac{\underline{U}_{ri}}{\sqrt{Z_{Li}}}$$
 (rücklaufende normierte Spannungswelle an Tor i)

Spannung und Strom an Tor i

$$\underline{U}_{i} = (\underline{a}_{i} + \underline{b}_{i})\sqrt{Z_{Li}}$$

$$\underline{a}_{i} = \frac{\underline{U}_{i} + Z_{Li}\underline{I}_{i}}{2\sqrt{Z_{Li}}}$$

$$\underline{I}_{i} = \frac{\underline{a}_{i} - \underline{b}_{i}}{\sqrt{Z_{Li}}}$$

$$\underline{b}_{i} = \frac{\underline{U}_{i} - Z_{Li}I_{i}}{2\sqrt{Z_{Li}}}$$

Wirkleistung

$$P_{wai} = \frac{1}{2} \underline{a}_{i} \underline{a}_{i}^{*} = \frac{\underline{U}_{hi} \underline{U}_{hi}^{*}}{2Z_{Li}} = \frac{1}{2} |\underline{a}_{i}|^{2} \qquad P_{wbi} = \frac{1}{2} \underline{b}_{i} \underline{b}_{i}^{*} = \frac{\underline{U}_{ri} \underline{U}_{ri}^{*}}{2Z_{Li}} = \frac{1}{2} |\underline{b}_{i}|^{2}$$

Matrizen

Streumatrix

$$\underline{b} = \underline{S} \cdot \underline{a}$$
 $\underline{S}^{*T} \cdot \underline{S} = E$ Unitaritätskriterium, Vorraussetzung für Verlustfreiheit

Transmissionsmatrix

$$\begin{pmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{b}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{T}_{11} & \underline{T}_{12} \\ \underline{T}_{21} & \underline{T}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{b}_2 \\ \underline{a}_2 \end{pmatrix}
\underline{T} = \frac{1}{\underline{S}_{21}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -\underline{S}_{22} \\ \underline{S}_{11} & -\det(\underline{S}) \end{pmatrix} \qquad \underline{S} = \frac{1}{\underline{T}_{11}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{T}_{21} & \det(\underline{T}) \\ 1 & -\underline{T}_{12} \end{pmatrix}$$

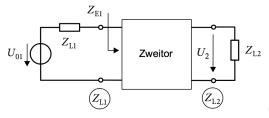
Kettenmatrix

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Verkettung

$$\underline{\boldsymbol{T}} = \underline{\boldsymbol{T}}^{(1)} \cdot \underline{\boldsymbol{T}}^{(2)} \qquad \boxed{\underline{\boldsymbol{S}} \neq \underline{\boldsymbol{S}}^{(1)} \cdot \underline{\boldsymbol{S}}^{(2)} !!!!}$$

Streuparameter



(Oft statt $Z_{\rm L}$ auch $R_{\rm N}$)

Reflexions- und Transmissionsfaktoren

$$\underline{S}_{ii} = \frac{\underline{b}_i}{\underline{a}_i} = \frac{\underline{Z}_{\mathrm{E}i} - Z_{\mathrm{L}i}}{\underline{Z}_{\mathrm{E}i} + Z_{\mathrm{L}i}} \qquad \underline{S}_{ji} = \frac{\underline{b}_j}{\underline{a}_i} = 2 \frac{\underline{U}_j}{\underline{U}_{0i}} \sqrt{\frac{Z_{\mathrm{L}i}}{Z_{\mathrm{L}j}}} \qquad \text{Statt Einzelspannungen Spannungs-teiler einsetzen. Auf Parallelschaltungen achten}$$

Serienimpedanz, Paralleladmittanz und Parallelimpedanz

$$\underline{\boldsymbol{S}}_{-} = \frac{1}{\underline{Z} + 2Z_{L}} \begin{pmatrix} \underline{Z} & 2Z_{L} \\ 2Z_{L} & \underline{Z} \end{pmatrix} \qquad \underline{\boldsymbol{S}}_{||} = \frac{1}{2 + \underline{Y}Z_{L}} \begin{pmatrix} -\underline{Y}Z_{L} & 2 \\ 2 & -\underline{Y}Z_{L} \end{pmatrix}$$

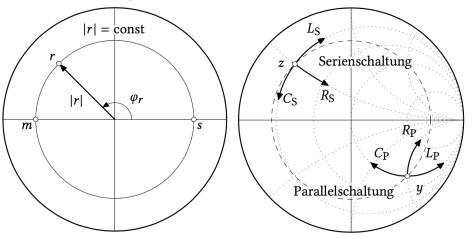
$$= \frac{1}{2\underline{Z} + Z_{L}} \begin{pmatrix} -Z_{L} & 2\underline{Z} \\ 2\underline{Z} & -Z_{L} \end{pmatrix}$$

Zusammenhang Impedanz-, Admittanz- und Streumatrix

$$\underline{S} = E - 2Z_{L}(\underline{Z} + Z_{L}E)^{-1} \qquad \underline{Z} = -Z_{L}(E + 2(\underline{S} - E)^{-1})
= -E + 2(Z_{L}\underline{Y} + E)^{-1} \qquad \underline{Y} = -\frac{1}{Z_{L}}(E - 2(\underline{S} + E)^{-1})$$

Smith-Diagramme

Ablesen und Antragen der Werte



$$|\underline{\Gamma}| = r = \frac{\underline{Z} - Z_{\mathrm{L}}}{\underline{Z} + Z_{\mathrm{L}}} = \frac{\underline{z} - 1}{\underline{z} + 1} = \frac{s - 1}{s + 1} = \frac{1 - m}{1 + m} \qquad s = \frac{1}{m} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|}$$

Allgemeines

$$dB = 10 \log(\dots)$$
 $dB_m = 10 \log\left(\frac{P}{1 \text{ mW}}\right)$

Additionstheoreme

$$\cos^{2}(\alpha) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\alpha))$$

$$\sin^{2}(\alpha) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\alpha))$$

$$\sin(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

SI-Präfixe

Präfix	Zeichen	Faktor	Präfix	Zeichen	Faktor
Yocto	у	10^{-24}	Deka	da	10^{1}
Zepto	Z	10^{-21}	Hekto	h	10^{2}
Atto	a	10^{-18}	Kilo	k	10^{3}
Femto	f	10^{-15}	Mega	M	10^{6}
Piko	р	10^{-12}	Giga	G	10^{9}
Nano	n	10^{-9}	Tera	Т	10^{12}
Mikro	μ	10^{-6}	Peta	P	10^{15}
Milli	m	10^{-3}	Exa	E	10^{18}
Zenti	c	10^{-2}	Zetta	Z	10^{21}
Dezi	d	10^{-1}	Yotta	Y	10^{24}

Anpassung

$$P = \frac{1}{4} \frac{U^2}{R_i} = \frac{1}{4} I^2 R_i$$
 Reflexionsfreiheit und maximaler Wirkungsgrad $\eta = 50 \%$

Koordinatenumwandlung

$$x = r\sin(\theta)\cos(\varphi)$$
 $y = r\sin(\theta)\sin(\varphi)$ $z = r\cos(\theta)$ $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $\theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right)$ $\varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$

Randbedingungen Helmholtzgleichung

$$\frac{\partial \underline{H}_{z}}{\partial x}\Big|_{\substack{x=0\\x=a}} = 0 \qquad \frac{\partial \underline{H}_{z}}{\partial y}\Big|_{\substack{y=0\\y=b}} = 0 \qquad \underline{E}_{z}\Big|_{\substack{x=0\\x=a}} = 0 \qquad \underline{E}_{z}\Big|_{\substack{y=0\\y=b}} = 0$$

zusammengestellt von Tino Steinmetz und Hermann Pommerenke, basierend auf der Vorlesung "Hochfrequenztechnik" von Prof. Tobias Weber Universität Rostock, SS 2015