Grundlagen

Zeitharmonische Maxwell-Gleichungen

für anisotrope, homogene Medien

$$\nabla \times \underline{\vec{H}} = \underline{\vec{J}} + \mathrm{j}\omega\varepsilon\underline{\vec{E}} \quad \Longleftrightarrow \quad \oint_{\partial A} \underline{\vec{H}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \iint_A \left(\underline{\vec{J}} + \mathrm{j}\omega\varepsilon\underline{\vec{E}}\right) \cdot \mathrm{d}\vec{A}$$

$$-\nabla \times \underline{\vec{E}} = \underline{\vec{M}} + \mathrm{j}\omega\mu\underline{\vec{H}} \quad \Longleftrightarrow \quad -\oint_{\partial A} \underline{\vec{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \iint_A \left(\underline{\vec{M}} + \mathrm{j}\omega\mu\underline{\vec{H}}\right) \cdot \mathrm{d}\vec{A}$$

$$\nabla \cdot \underline{\vec{H}} = \underline{\rho}_m/\mu \quad \Longleftrightarrow \quad \oiint_{\partial V} \underline{\vec{H}} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{1}{\mu} \iiint_V \underline{\rho}_m \mathrm{d}V$$

$$\nabla \cdot \underline{\vec{E}} = \underline{\rho}_e/\varepsilon \quad \Longleftrightarrow \quad \oiint_{\partial V} \underline{\vec{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon} \iiint_V \underline{\rho}_e \mathrm{d}V$$

für Freiraumausbreitung und allgemein Vakuum: $\underline{\rho}_e = \underline{\rho}_m = 0$ und $\underline{\vec{J}} = \underline{\vec{M}} = \vec{0}$

Poynting-Vektor; Wirkleistung

$$\underline{\vec{S}} = \frac{1}{2}\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^* \quad ; \quad P = \oiint \Re\left\{\underline{\vec{S}}\right\} \mathrm{d}\vec{A} = \frac{1}{2} \oiint \Re\left\{\underline{\vec{E}} \times \underline{\vec{H}}^*\right\} \mathrm{d}\vec{A}$$

Berechnung der Transversal- aus den Longitudinalkomponenten

$$\underline{E}_\mathrm{x}\beta_\mathrm{c}^2 = \mp\mathrm{j}\beta\frac{\partial \underline{E}_\mathrm{z}}{\partial x} - \mathrm{j}\omega\mu\frac{\partial \underline{H}_\mathrm{z}}{\partial y} \qquad \underline{E}_\mathrm{y}\beta_\mathrm{c}^2 = \mp\mathrm{j}\beta\frac{\partial \underline{E}_\mathrm{z}}{\partial y} + \mathrm{j}\omega\mu\frac{\partial \underline{H}_\mathrm{z}}{\partial x}$$

$$\underline{H}_\mathrm{x}\beta_\mathrm{c}^2 = \mp\mathrm{j}\beta\frac{\partial \underline{H}_\mathrm{z}}{\partial x} + \mathrm{j}\omega\varepsilon\frac{\partial \underline{E}_\mathrm{z}}{\partial y} \qquad \underline{H}_\mathrm{y}\beta_\mathrm{c}^2 = \mp\mathrm{j}\beta\frac{\partial \underline{H}_\mathrm{z}}{\partial y} - \mathrm{j}\omega\varepsilon\frac{\partial \underline{E}_\mathrm{z}}{\partial x}$$

Helmholtzgleichungen

$$\triangle\underline{\vec{H}} + \beta_\mathrm{c}^2\underline{\vec{H}} = 0 \qquad \triangle\,\underline{\vec{E}} + \beta_\mathrm{c}^2\underline{\vec{E}} = 0$$

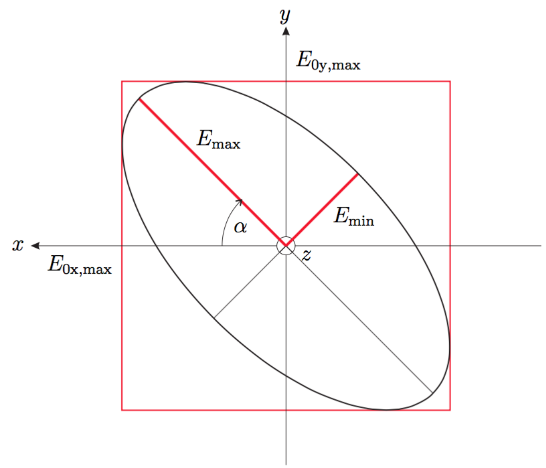
Polarisation

Drehsinn und Form

- $0° < \alpha_\mathrm{x} - \alpha_\mathrm{y} < 180°$: E_0x eilt E_0y vor, rechtsdrehend
- $0° < \alpha_\mathrm{y} - \alpha_\mathrm{x} < 180°$: E_0y eilt E_0x vor, linksdrehend
- $\alpha_\mathrm{x} - \alpha_\mathrm{y} = 0°$ oder $\alpha_\mathrm{x} - \alpha_\mathrm{y} = 180°$: E_0x oder E_0y gleich- oder gegenphasig, linear
- $\alpha_\mathrm{x} - \alpha_\mathrm{y} = 90°$ und $|\underline{E}_\mathrm{0x}| = |\underline{E}_\mathrm{0y}|$: rechtsdrehend, zirkular
- $\alpha_\mathrm{y} - \alpha_\mathrm{x} = 90°$ und $|\underline{E}_\mathrm{0x}| = |\underline{E}_\mathrm{0y}|$: linksdrehend, zirkular

HowTo: zeichnen einer Polarisationsellipse

1. Realteile der komplexen Amplituden
   $$E_\mathrm{0x} = \Re\{\underline{E}_\mathrm{0x}e^{\mathrm{j}\omega t}\} = A\cos(\omega t) - B\sin(\omega t)$$
   $$E_\mathrm{0y} = \Re\{\underline{E}_\mathrm{0y}e^{\mathrm{j}\omega t}\} = C\cos(\omega t) - D\sin(\omega t)$$
2. Maximalwerte der Komponenten berechnen
   $$E_\mathrm{0x,max} = |E_\mathrm{0x}| = \sqrt{A^2 + B^2}$$
   $$E_\mathrm{0y,max} = |E_\mathrm{0y}| = \sqrt{C^2 + D^2}$$
3. Betrag des Ellipsenradius
   $$\left\|\vec{E}_0\right\| = \sqrt{E_\mathrm{0x}^2 + E_\mathrm{0y}^2} = \sqrt{A_0 + A_1\cos(2\omega t) - A_2\sin(2\omega t)}$$
   $$= \sqrt{\frac{A^2 + B^2 + C^2 + D^2}{2} + \frac{A^2 - B^2 + C^2 - D^2}{2}\cos(2\omega t) - (AB + CD)\sin(2\omega t)}$$
4. Umformen des hinteren Ausdrucks
   $$A_1\cos(2\omega t) - A_2\sin(2\omega t) = \Re\left\{(A_1 + jA_2)e^{\mathrm{j}2\omega t}\right\}$$
   $$= \sqrt{A_1^2 + A_2^2}\cos\left(2\omega t + \arctan\left(\frac{A_2}{A_1}\right)\right)$$
5. maximale und minimale Amplitude
   $$E_{\substack{\max\\\min}} = \sqrt{A_0 \pm \sqrt{A_1^2 + A_2^2}}$$
6. Berechnung der Zeitpunkte aus der Phase
   $$2\omega t_{\substack{\max\\\min}} + \arctan\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \begin{matrix}0\\+\pi\end{matrix}$$
7. Winkel der maximalen und Minimalen Amplituden
   $$\tan(\alpha) = \frac{E_\mathrm{0y}(t_\mathrm{max})}{E_\mathrm{0x}(t_\mathrm{max})} = \frac{C\cos(\omega t_\mathrm{max}) - D\sin(\omega t_\mathrm{max})}{A\cos(\omega t_\mathrm{max}) - B\sin(\omega t_\mathrm{max})}$$
8. Ellipse zeichnen



Wellen und Wellenleiter

Hohlleiter

Übertragung von TE- (H-) und TM- (E-) Moden; TEM-Übetragung nicht möglich; erwünscht ist i.d.R. auschließlich der H_{10}-Mode

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\beta_c}{\beta_0}\right)^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}}$$

Phasengeschwindigkeit

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{\beta_c}{\beta_0}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{c}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}}$$

Gruppengeschwindigkeit

$$v_g = c\sqrt{1-\left(\frac{\beta_c}{\beta_0}\right)^2} = c\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = c\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}$$

Zusammenhang Geschwindigkeiten

$$c_0^2 = v_g \cdot v_p$$

Kritische Frequenzen ($a > b$)

$$f_{c,m,n} = \frac{c}{2}\cdot\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \qquad f_c = \frac{\beta_c}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{f_{c0}}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} \qquad \beta_c^2 = \beta_0^2 - \beta^2 \qquad \beta_0 = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

Flächenstromdichte auf dem Rand (Auch für Bandleitung geeignet)

$$\underline{\vec{J}}_F(x=0,y,z) = \vec{u}_x \times \underline{\vec{H}}(x=0,y,z)$$

Zweileitersysteme allgemein

Übertragung von TEM-Wellen mit der Grenzfrequenz $f_c = 0$
Gruppen- und Phasengeschwindigkeit

$$v_g = v_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = c$$

Wellenwiderstand

$$\pm Z_L = \frac{\underline{U}(z)}{\underline{I}(z)} = \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0}$$

Koaxialleitung

Wellenwiderstand und Leistung

$$Z_L = \frac{1}{2\pi} Z_{F0} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \qquad P = \frac{1}{2} Z_L I_{max}^2 = \frac{1}{2}\frac{U_{max}^2}{Z_L} = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_d^D \frac{E(r)^2}{Z_F} \mathrm{d}A$$

Leitungsbeläge

$$C' = \frac{C}{l} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \qquad L' = \frac{\varepsilon\mu}{C'} = \frac{\mu \ln\left(\frac{D}{d}\right)}{2\pi}$$

Feldstärken

$$H_{max} = \frac{I_{max}}{\pi d} \qquad E_{max} = Z_F H_{max}$$

Strahlungsleistungsdichten Innen- und Außenleiter

$$S_I = \frac{1}{2} E_{max} \cdot H_{max} \qquad S_A = S_I \frac{d^2}{D^2}$$

Bandleitung

$$\text{TEM: } \underline{\vec{E}} = -U_0 \frac{1}{b} e^{\mp j\beta z} \vec{u}_y \qquad \text{TE: } \underline{\vec{H}}_z = H_0 \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{\mp j\beta z} \qquad \text{TM: } \underline{\vec{E}}_z = E_0 \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{\mp j\beta z}$$

$$\phi = \frac{y}{b} \qquad \underline{\vec{E}} = -U_0 \nabla\phi e^{-j\beta z} = -\frac{U_0}{b} e^{\mp j\beta z} \vec{u}_y \qquad \underline{\vec{H}} = \pm\frac{U_0}{Z_F b} e^{\mp j\beta z} \vec{u}_x$$

$$\beta_c = \frac{n\pi}{b} \qquad C' = \frac{C}{l} = \frac{\varepsilon a}{b} \qquad L' = \frac{\mu b}{a} \qquad Z_L = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{b}{a} = Z_F \frac{b}{a}$$

Feldwellenwiderstand

TE-Wellen

$$Z_{FH} = \pm\frac{\underline{\vec{E}}_x}{\underline{\vec{H}}_y} = \mp\frac{\underline{\vec{E}}_y}{\underline{\vec{H}}_x}$$

$$= \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\omega\mu}{\beta_0\sqrt{1-\left(\frac{\beta_c}{\beta_0}\right)^2}} = \frac{Z_F}{\sqrt{1-\left(\frac{\beta_c}{\beta_0}\right)^2}} = \frac{Z_F}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f_0}\right)^2}} = \frac{Z_F}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}}$$

TM-Wellen

$$Z_{FE} = \pm\frac{\underline{\vec{E}}_x}{\underline{\vec{H}}_y} = \mp\frac{\underline{\vec{E}}_y}{\underline{\vec{H}}_x} = \frac{\beta}{\omega\varepsilon} = \frac{\beta_0\sqrt{1-\left(\frac{\beta_c}{\beta_0}\right)^2}}{\omega\varepsilon}$$

$$= Z_F\sqrt{1-\left(\frac{\beta_c}{\beta_0}\right)^2} = Z_F\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f_0}\right)^2} = Z_F\sqrt{1-\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2}$$

TEM-Wellen

$$\frac{\underline{\vec{E}}_x}{\underline{\vec{H}}_y} = -\frac{\underline{\vec{E}}_y}{\underline{\vec{H}}_x} = \pm\frac{\omega\mu}{\beta} = \pm\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \pm Z_F \qquad Z_{F0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi\Omega = 377\Omega \qquad v_p = v_g = c$$

Antennentheorie

Feldgrößen in der Fernfeldnäherung

Vektorpotential

$$\underline{\vec{A}}(\vec{r}) = \frac{\mu e^{-j\beta r}}{4\pi r}\iiint_V \underline{\vec{J}} e^{j\beta r'\cos(\xi)} \mathrm{d}V'$$

Feldstärken

$$\underline{\vec{B}} \approx -j\beta\vec{u}_r \times \underline{\vec{A}} \qquad \underline{\vec{H}} \approx -\frac{j\beta}{\mu}\vec{u}_r \times \underline{\vec{A}} \qquad \underline{\vec{E}} \approx j\omega\vec{u}_r \times (\vec{u}_r \times \underline{\vec{A}})$$

Kenngrößen von Antennen

Strahlungsleistungsdichte (Allgemeine/Kugel/Dipol)

$$S = \frac{P \cdot G}{4\pi r^2} \qquad S_0 = \frac{P}{4\pi r^2} \qquad S(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{2} Z_\mathrm{F} \left(\frac{\beta |\underline{I}_0| l \sin(\vartheta)}{4\pi r} \right)^2 \sim \frac{1}{r^2}$$

Richtfaktor

$$D = \frac{S_\mathrm{max}}{S_0} = \frac{S_\mathrm{max}}{P} \cdot 4\pi r^2 \qquad \text{bzw.} \qquad D(\vartheta, \varphi) = \frac{S(\vartheta, \varphi)}{S_0} \qquad \boxed{D_\mathrm{Kugel} = \frac{S_0}{S_0} = 1}$$

Gewinn und Zusammenhang mit Wirkfläche für alle Antennen

$$G = \eta D \qquad \frac{A}{G} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Richtcharakteristik

$$C(\vartheta, \varphi) = \frac{\left\| \vec{\underline{E}}(\vartheta, \varphi) \right\|}{\left\| \vec{\underline{E}} \right\|_\mathrm{max}} = \frac{\left\| \vec{\underline{H}}(\vartheta, \varphi) \right\|}{\left\| \vec{\underline{H}} \right\|_\mathrm{max}} = \sqrt{\frac{S(\vartheta, \varphi)}{S_\mathrm{max}}}$$

Abgestrahlte Leistung

$$P = \oiint S \mathrm{d}A = \oiint S_0 D C^2(\vartheta, \varphi) \mathrm{d}A$$

Empfangene Leistung

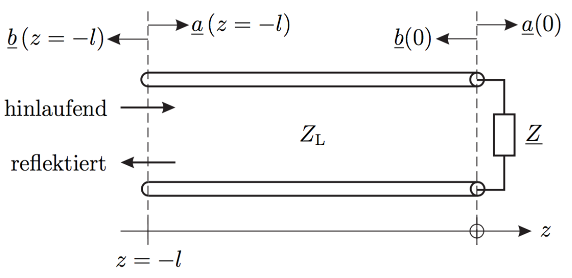
$$P_\mathrm{E} = S \cdot A_\mathrm{E}$$

Fußpunktimpedanz und Strahlungswiderstand

$$\underline{Z}_\mathrm{A} = \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0} \qquad R_\mathrm{S} = \frac{2P}{|\underline{I}_0|^2}$$

Reflexion

Abstandsabhängige komplexe Wellenamplituden



$$\underline{a}(z) = \underline{a}_0(z) e^{-\mathrm{j}\beta z}$$
$$\underline{b}(z) = \underline{b}_0(z) e^{+\mathrm{j}\beta z}$$

$$\underline{\Gamma}_0 = \frac{\underline{b}_0}{\underline{a}_0} = \frac{\underline{Z} - Z_\mathrm{L}}{\underline{Z} + Z_\mathrm{L}} = \underline{\Gamma}(z=0) \qquad \underline{\Gamma}(z) = \frac{\underline{b}(z)}{\underline{a}(z)} = \frac{\underline{b}_0 e^{+\mathrm{j}\beta z}}{\underline{a}_0 e^{-\mathrm{j}\beta z}} = \underline{\Gamma}_0 e^{+\mathrm{j}2\beta z}$$

Wenn $z = 0$ am Anfang des Leiters muss die Phase von $\underline{\Gamma}_0$ zurückgedreht werden. Es gilt (Bsp.):

$$\underline{\Gamma}_0 = \frac{\underline{Z} - Z_\mathrm{L}}{\underline{Z} + Z_\mathrm{L}} e^{-\mathrm{j}2\beta l}$$

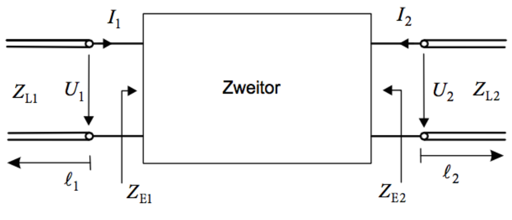
$\underline{U}(z)$ und $\underline{I}(z)$ können so berechnet werden wie an einem Tor eines Zweitores. Dafür Ausdruck so umformen, dass Abhängigkeit nur noch von $\underline{a}$

$$\underline{a}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{U}(z)}{\sqrt{Z_\mathrm{L}}} + \sqrt{Z_\mathrm{L}} \underline{I}(z) \right) \qquad \underline{b}(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{\underline{U}(z)}{\sqrt{Z_\mathrm{L}}} - \sqrt{Z_\mathrm{L}} \underline{I}(z) \right) \qquad \underline{c}(z) = \underline{a}(z) + \underline{b}(z)$$

Zweitore

Für Anwendung auf Mehrtore nicht betrachtete Tore reflexionsfrei abschließen

Wellengrößen



Komplexe Wellenamplituden

$$\underline{a}_i = \frac{\underline{U}_{\mathrm{h}i}}{\sqrt{\underline{Z}_{\mathrm{L}_i}}} \qquad \text{(hinlaufenden normierte Spannungswelle an Tor } i\text{)}$$

$$\underline{b}_i = \frac{\underline{U}_{\mathrm{r}i}}{\sqrt{Z_{\mathrm{L}i}}} \qquad \text{(rücklaufende normierte Spannungswelle an Tor } i\text{)}$$

Spannung und Strom an Tor i

$$\underline{U}_i = (\underline{a}_i + \underline{b}_i) \sqrt{Z_{\mathrm{L}i}} \qquad \underline{a}_i = \frac{\underline{U}_i + Z_{\mathrm{L}i} \underline{I}_i}{2\sqrt{Z_{\mathrm{L}i}}}$$

$$\underline{I}_i = \frac{\underline{a}_i - \underline{b}_i}{\sqrt{Z_{\mathrm{L}i}}} \qquad \underline{b}_i = \frac{\underline{U}_i - Z_{\mathrm{L}i} I_i}{2\sqrt{Z_{\mathrm{L}i}}}$$

Wirkleistung

$$P_{\mathrm{wa}i} = \frac{1}{2} \underline{a}_i \underline{a}_i^* = \frac{\underline{U}_{\mathrm{h}i} \underline{U}_{\mathrm{h}i}^*}{2 Z_{\mathrm{L}i}} = \frac{1}{2} |\underline{a}_i|^2 \qquad P_{\mathrm{wb}i} = \frac{1}{2} \underline{b}_i \underline{b}_i^* = \frac{\underline{U}_{\mathrm{r}i} \underline{U}_{\mathrm{r}i}^*}{2 Z_{\mathrm{L}i}} = \frac{1}{2} |\underline{b}_i|^2$$

Matrizen

Streumatrix

$$\underline{\boldsymbol{b}} = \underline{\boldsymbol{S}} \cdot \underline{\boldsymbol{a}} \qquad \underline{\boldsymbol{S}}^{*\mathrm{T}} \cdot \underline{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{E} \qquad \text{Unitaritätskriterium, Vorraussetzung für Verlustfreiheit}$$

Transmissionsmatrix

$$\begin{pmatrix} \underline{a}_1 \\ \underline{b}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{T}_{11} & \underline{T}_{12} \\ \underline{T}_{21} & \underline{T}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{b}_2 \\ \underline{a}_2 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\boldsymbol{T}} = \frac{1}{\underline{S}_{21}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -\underline{S}_{22} \\ \underline{S}_{11} & -\det(\underline{\boldsymbol{S}}) \end{pmatrix} \qquad \underline{\boldsymbol{S}} = \frac{1}{\underline{T}_{11}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{T}_{21} & \det(\underline{\boldsymbol{T}}) \\ 1 & -\underline{T}_{12} \end{pmatrix}$$

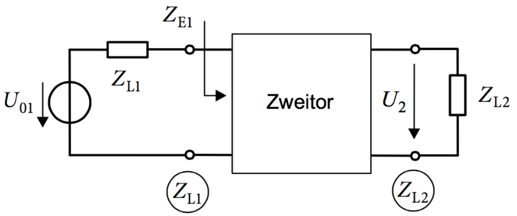
Kettenmatrix

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ -\underline{I}_2 \end{pmatrix}$$

Verkettung

$\underline{\boldsymbol{T}} = \underline{\boldsymbol{T}}^{(1)} \cdot \underline{\boldsymbol{T}}^{(2)}$ $\quad \boxed{\underline{\boldsymbol{S}} \neq \underline{\boldsymbol{S}}^{(1)} \cdot \underline{\boldsymbol{S}}^{(2)}\,\textbf{!!!}}$

Streuparameter



(Oft statt Z_{L} auch R_{N})

Reflexions- und Transmissionsfaktoren

$$\underline{S}_{ii} = \frac{\underline{b}_i}{\underline{a}_i} = \frac{\underline{Z}_{\mathrm{E}i} - Z_{\mathrm{L}i}}{\underline{Z}_{\mathrm{E}i} + Z_{\mathrm{L}i}} \qquad \underline{S}_{ji} 0 \frac{\underline{b}_j}{\underline{a}_i} = 2\frac{\underline{U}_j}{\underline{U}_{0i}}\sqrt{\frac{Z_{\mathrm{L}i}}{Z_{\mathrm{L}j}}}$$

Statt Einzelspannungen Spannungsteiler einsetzen. Auf Parallelschaltungen Achten

Serienimpedanz, Paralleladmittanz und Parallelimpedanz

$$\underline{\boldsymbol{S}}_{-} = \frac{1}{\underline{Z} + 2Z_{\mathrm{L}}}\begin{pmatrix} \underline{Z} & 2Z_{\mathrm{L}} \\ 2Z_{\mathrm{L}} & \underline{Z} \end{pmatrix} \qquad \underline{\boldsymbol{S}}_{||} = \frac{1}{2 + \underline{Y}Z_{\mathrm{L}}}\begin{pmatrix} -\underline{Y}Z_{\mathrm{L}} & 2 \\ 2 & -\underline{Y}Z_{\mathrm{L}} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2\underline{Z} + Z_{\mathrm{L}}}\begin{pmatrix} -Z_{\mathrm{L}} & 2\underline{Z} \\ 2\underline{Z} & -Z_{\mathrm{L}} \end{pmatrix}$$

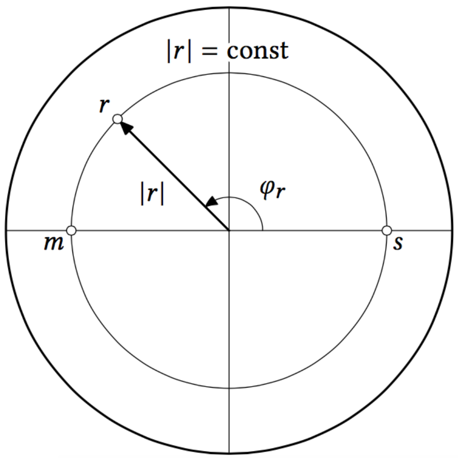
Zusammenhang Impedanz-, Admittanz- und Streumatrix

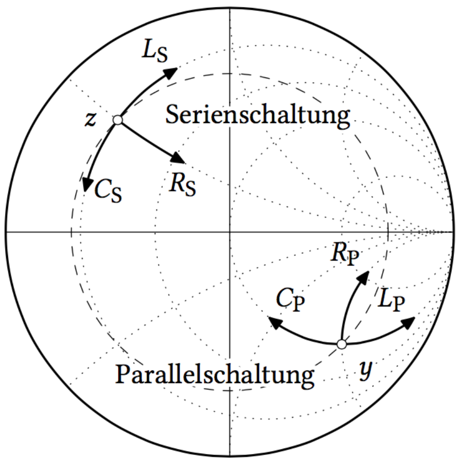
$$\underline{\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{E} - 2Z_{\mathrm{L}}(\underline{\boldsymbol{Z}} + Z_{\mathrm{L}}\boldsymbol{E})^{-1} \qquad \underline{\boldsymbol{Z}} = -Z_{\mathrm{L}}(\boldsymbol{E} + 2(\underline{\boldsymbol{S}} - \boldsymbol{E})^{-1})$$

$$= -\boldsymbol{E} + 2(Z_{\mathrm{L}}\underline{\boldsymbol{Y}} + \boldsymbol{E})^{-1} \qquad \underline{\boldsymbol{Y}} = -\frac{1}{Z_{\mathrm{L}}}(\boldsymbol{E} - 2(\underline{\boldsymbol{S}} + \boldsymbol{E})^{-1})$$

Smith-Diagramme

Ablesen und Antragen der Werte





$$|\underline{\Gamma}| = r = \frac{\underline{Z} - Z_{\mathrm{L}}}{\underline{Z} + Z_{\mathrm{L}}} = \frac{\underline{z} - 1}{\underline{z} + 1} = \frac{s-1}{s+1} = \frac{1-m}{1+m} \qquad s = \frac{1}{m} = \frac{1+|r|}{1-|r|}$$

Allgemeines

$$\mathrm{dB} = 10\log(\dots) \qquad \mathrm{dB_m} = 10\log\left(\frac{P}{1\,\mathrm{mW}}\right)$$

Additionstheoreme

$$\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2\alpha)) \qquad \sin^2(\alpha) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\alpha))$$

$$\sin(\alpha)\cos(\beta) = \frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

SI-Präfixe

Präfix	Zeichen	Faktor	Präfix	Zeichen	Faktor
Yocto	y	10^{-24}	Deka	da	10^{1}
Zepto	z	10^{-21}	Hekto	h	10^{2}
Atto	a	10^{-18}	Kilo	k	10^{3}
Femto	f	10^{-15}	Mega	M	10^{6}
Piko	p	10^{-12}	Giga	G	10^{9}
Nano	n	10^{-9}	Tera	T	10^{12}
Mikro	µ	10^{-6}	Peta	P	10^{15}
Milli	m	10^{-3}	Exa	E	10^{18}
Zenti	c	10^{-2}	Zetta	Z	10^{21}
Dezi	d	10^{-1}	Yotta	Y	10^{24}

Anpassung

$$P = \frac{1}{4}\frac{U^2}{R_{\mathrm{i}}} = \frac{1}{4}I^2 R_{\mathrm{i}}$$

Reflexionsfreiheit und maximaler Wirkungsgrad $\eta = 50\,\%$

Koordinatenumwandlung

$$x = r\sin(\theta)\cos(\varphi) \qquad y = r\sin(\theta)\sin(\varphi) \qquad z = r\cos(\theta)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right) \qquad \varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

Randbedingungen Helmholtzgleichung

$$\left.\frac{\partial \underline{H}_{\mathrm{z}}}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\x=a}} = 0 \qquad \left.\frac{\partial \underline{H}_{\mathrm{z}}}{\partial y}\right|_{\substack{y=0\\y=b}} = 0 \qquad \left.\underline{E}_{\mathrm{z}}\right|_{\substack{x=0\\x=a}} = 0 \qquad \left.\underline{E}_{\mathrm{z}}\right|_{\substack{y=0\\y=b}} = 0$$

zusammengestellt von Tino Steinmetz und Hermann Pommerenke,
basierend auf der Vorlesung "Hochfrequenztechnik" von Prof. Tobias Weber
Universität Rostock, SS 2015