

# 電気情報工学セミナーⅡ

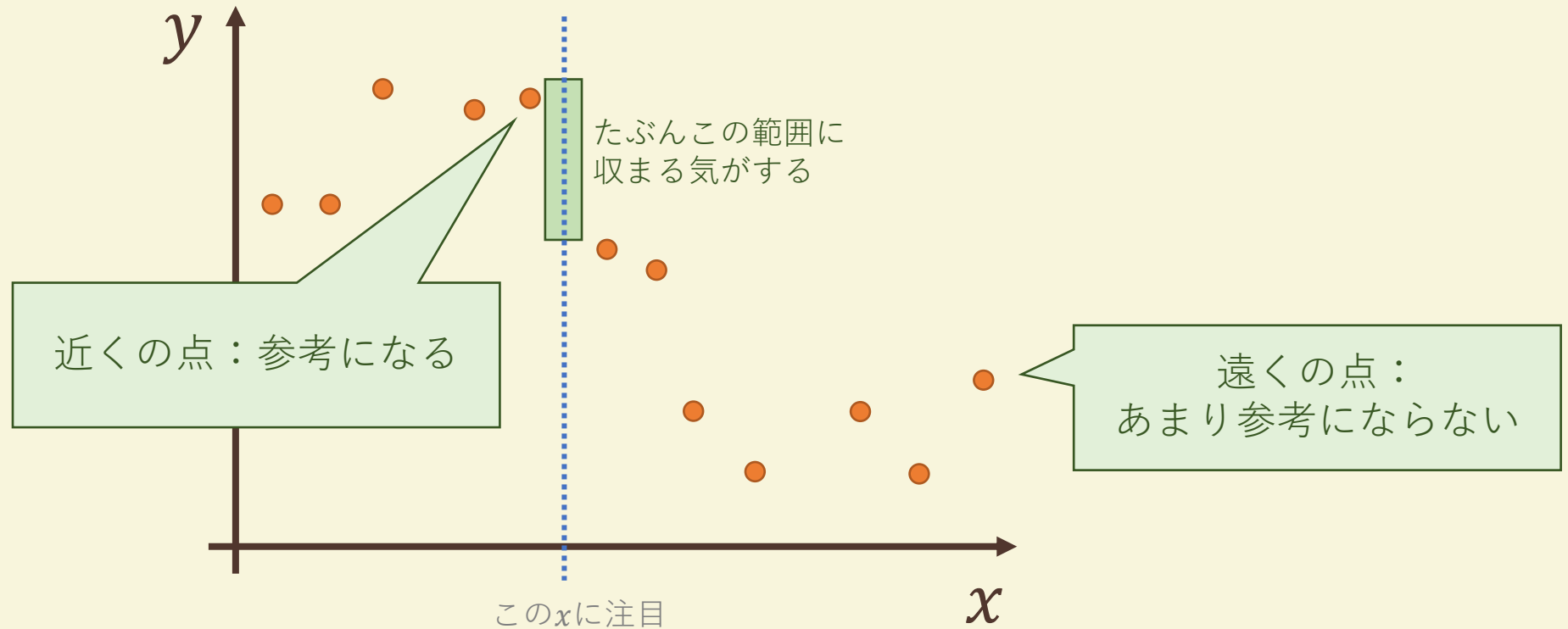
実験のためのPython & Git入門（機械学習による関数の近似実験）

～ 第4回 ガウス過程回帰による関数の近似 ～

池原研究室

# ガウス過程回帰

# ガウス過程回帰のコンセプト



各 $x$ における $y$ の値はその $x$ に近い $x_i$ における $y_i$ の値に近い

# 距離に応じた重み付け

- ①  $x$ と $x_i$ が近いほど大きい
- ② 0以上の値をとる
- ③ 近くにサンプルがたくさんあっても大きくなりすぎない

$$y = \sum_{i=1}^N w(x, x_i) y_i = [w(x, x_1) \quad \cdots \quad w(x, x_N)] \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

$$g(x, x_i) = \exp\left(-\frac{(x - x_i)^2}{2\sigma_x^2}\right) \text{ は要件①②を満たす } \rightarrow \text{ ③も満たすよう調整}$$

どれくらい離れている $x_i$ を信用するかを決める定数

# サンプルの整合性を考慮する

サンプルから事前に計算しておける

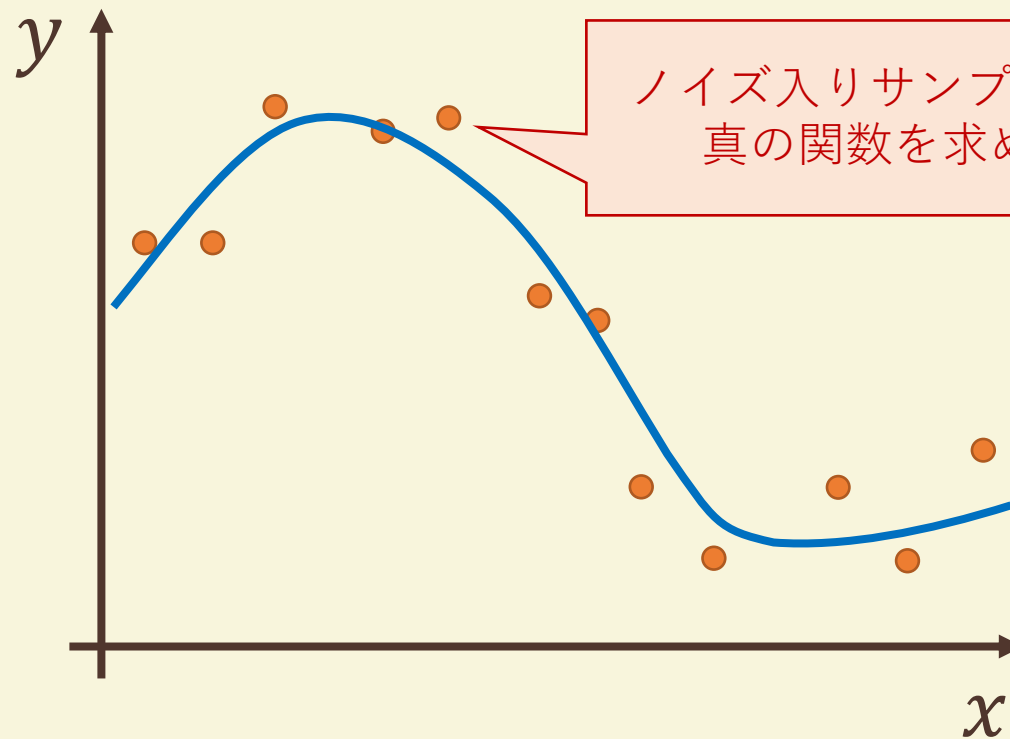
$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} g(x, x_1) & \cdots & g(x, x_N) \end{bmatrix}}_{[w(x, x_1) \quad \cdots \quad w(x, x_N)]} \underbrace{\begin{bmatrix} g(x_1, x_1) & \cdots & g(x_1, x_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(x_N, x_1) & \cdots & g(x_N, x_N) \end{bmatrix}^{-1}}_{\text{サンプルから事前に計算しておける}} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$$

各サンプルの $x_i$ で計算した結果が $y_i$ に

$$y = \mathbf{g}^\top(x) \mathbf{G}^{-1} \mathbf{y} \text{ と書くことにする}$$

# サンプルにノイズが乗っていることを考慮する

$y = \mathbf{g}^\top(x) \mathbf{G}^{-1} \mathbf{y}$  はサンプルを完全に再現するものだった



ガウス過程

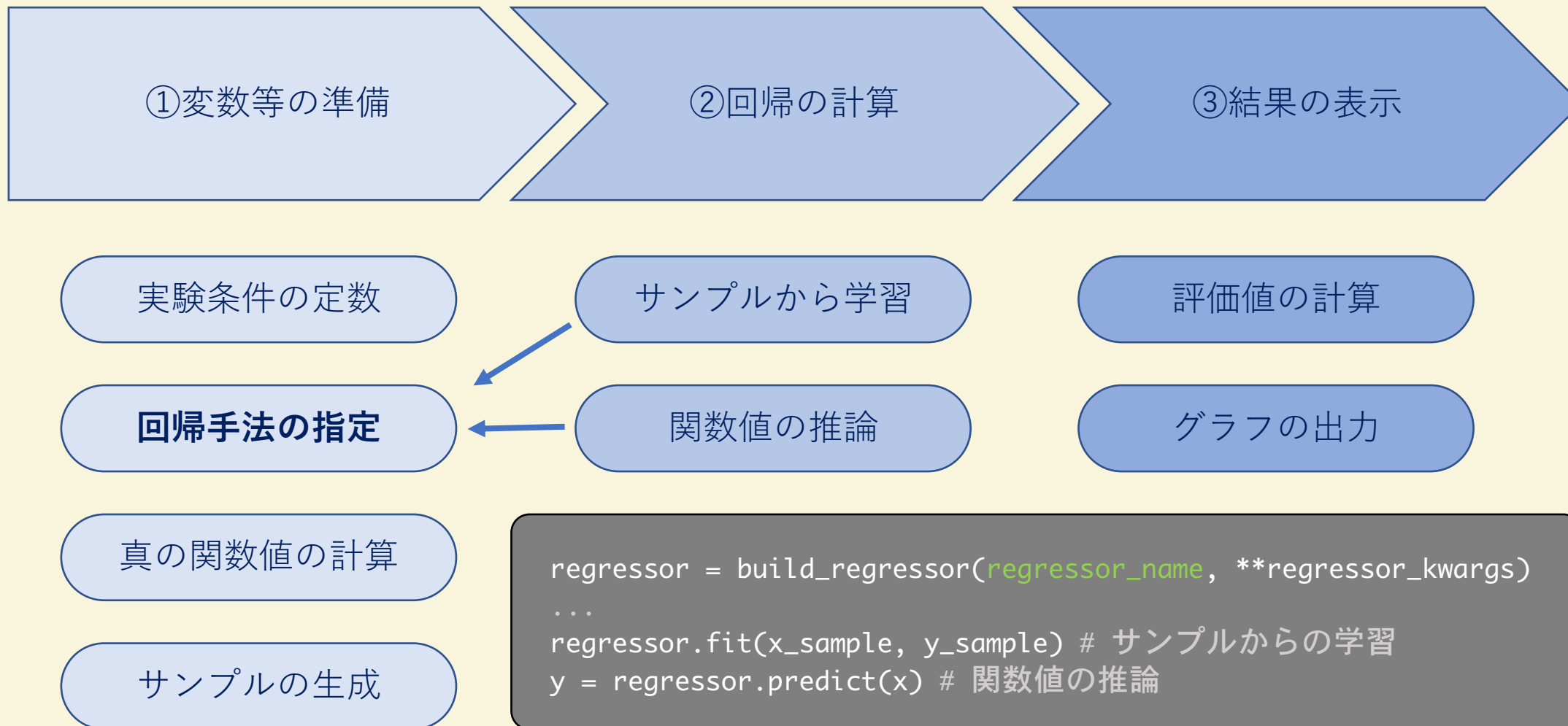
サンプルが分散 $\sigma_y^2$ の正規分布に従う加法性ノイズ入りだと仮定

$$y = \mathbf{g}^\top(x) (\mathbf{G} + \sigma_y \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y}$$

# 実践編

# 異なる手法が試しやすいようにリファクタリング

(プログラムの挙動を変えないように書き換える)





# ガウス過程回帰の実装

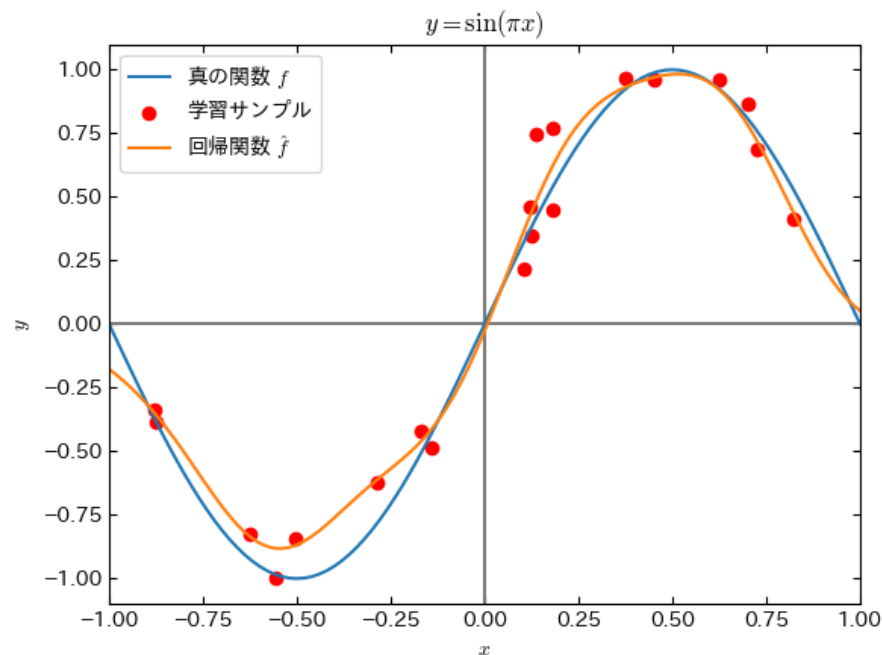
$$\mathbf{y} = \mathbf{g}^\top(x)(\mathbf{G} + \sigma_y \mathbf{I})^{-1} \mathbf{y}$$

$$g(x, x_i) = \exp\left(-\frac{(x - x_i)^2}{2\sigma_x^2}\right)$$

$$\mathbf{g}^\top(x) = [g(x, x_1) \quad \cdots \quad g(x, x_N)]$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g(x_1, x_1) & \cdots & g(x_1, x_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g(x_N, x_1) & \cdots & g(x_N, x_N) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{y} = [y_1 \quad \cdots \quad y_N]^\top$$



- ◆ GPRegressorを実装した
- ◆ 親クラスRegressorを実装した

どれくらい離れた $x$ を信用するか： $\sigma_x = 0.2$   
 $y_i$ に含まれる想定ノイズの標準偏差： $\sigma_y = 0.1$