



公益財団法人

ひろしま産業振興機構



3つのひかり 未来をつくる

広島市立大学  
Hiroshima City University

Smart Factory推進Mgr養成 e-Learningコース

# 産業用ロボットの概要

広島市立大学 情報科学部

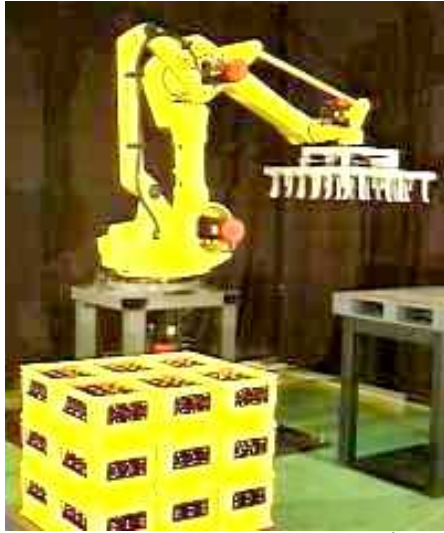
ロボティクス研究室

岩城敏

# 目次

- 用途と種類
- 自由度
- ロボットシステムの一般的構成
- リンク機構のキネマティクス
- 小テスト
- 制御
- 教示
- 最近のトピック

# 生産現場での主な用途



ハンドリング



組み付け



塗装・シーリング



溶接



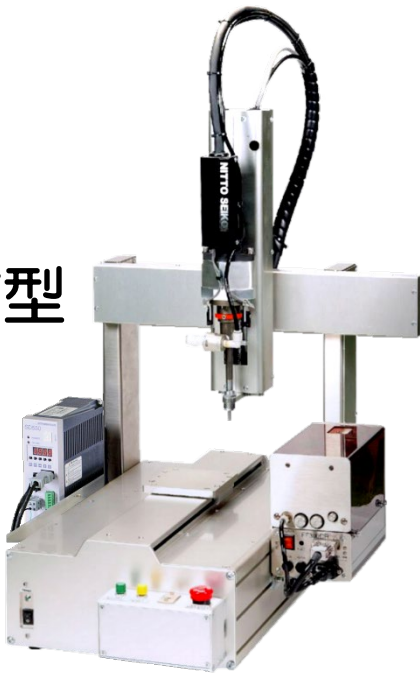
バリ取り



研磨

# 主な種類

直交型



垂直多関節型



スカラ型



パラレル  
リンク型



# 自由度 (Degree of Freedom)

- 定義  
物体の動きを表現するのに必要な最小限の変数の数
- 自由空間内の剛体自由度数  
= 6 (並進3自由度 + 回転3自由度)
- 人間の腕の自由数  
= 7 (肩3 + 肘1 + 手首3)
- ロボットの自由度  
モータの数  $\div$  関節の数

# ロボットシステムの一般的構成

ティーチング  
ペンダント

エンドエフェクタ  
(手先効果器)

リンク

関節  
(モータ+エンコーダ)

コントローラ



# リンク機構の運動学

1.運動学とは

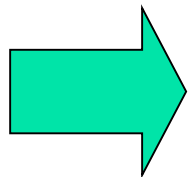
2.順運動学(位置と姿勢に関する)

3.逆運動学(位置と姿勢に関する)

4.平面ロボットの例題

# 運動学の必要性

- ロボットの手先の動きを知りたい
- ロボットの関節の動きを知りたい
- ロボットの手先の位置と姿勢を制御したい
- ロボットの手先の速度を制御したい
- ロボットの手先が発生する力を制御したい
- ロボットを設計したい



関節と手先との幾何学的関係



# 運動学 (Kinematics) とは

## ■ 広義

- 物体の  な運動表現に関する技術
- の概念が無い
- cf (動力学: )

## ■ 狭義 (ロボットマニピュレータの世界)

- 関節変数 () と手先の  との関係
- 関節  と手先の位置・姿勢の  の関係
- 手先に加わる  と関節に加わる  との関係

# 順運動学と逆運動学

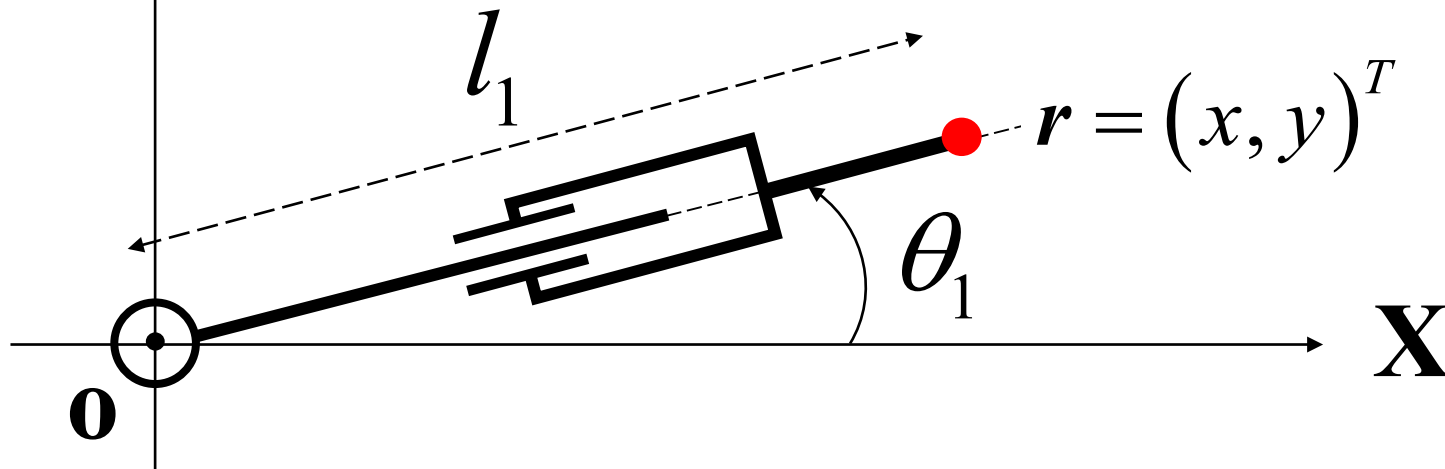
- 順運動学 (  (Direct) Kinematics ) **FK**
  - 関節変数(角度や位置)から手先の位置・姿勢を幾何学的に計算すること
- 逆運動学 (  Kinematcis ) **IK**
  - 手先の位置・姿勢から関節変数(角度や位置)を幾何学的に計算すること

# 2自由度(R-T)ロボットの順運動学

関節変数:  $\mathbf{q} = (\quad)^T$

手先位置:  $\mathbf{r} = \quad$

$\mathbf{r} = \left( \begin{array}{c} \quad \\ \quad \end{array} \right)^T$

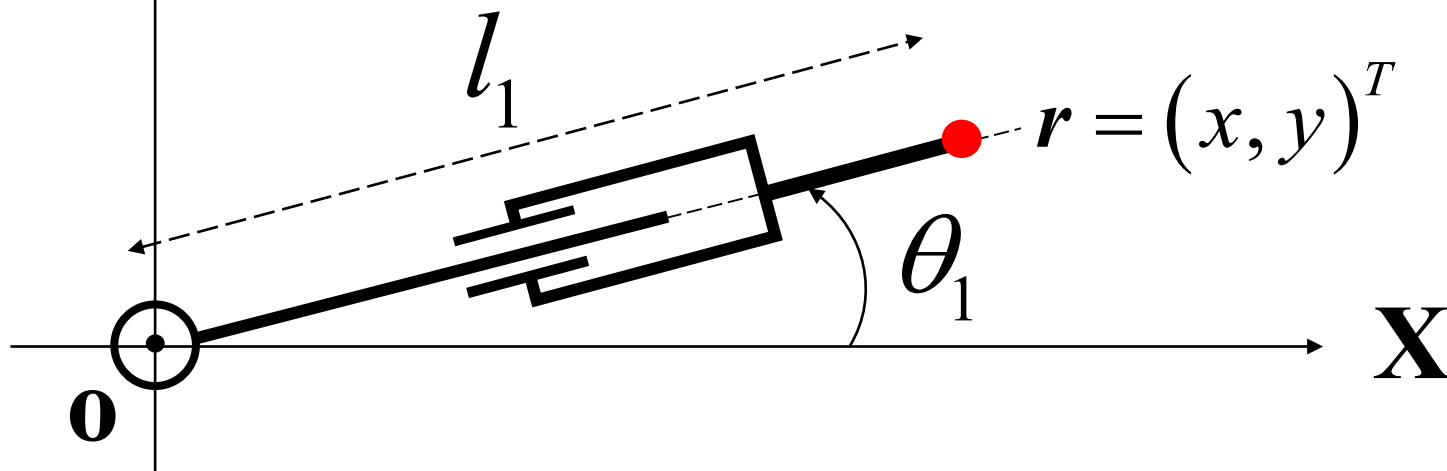


# 2自由度(R-T)ロボットの逆運動学

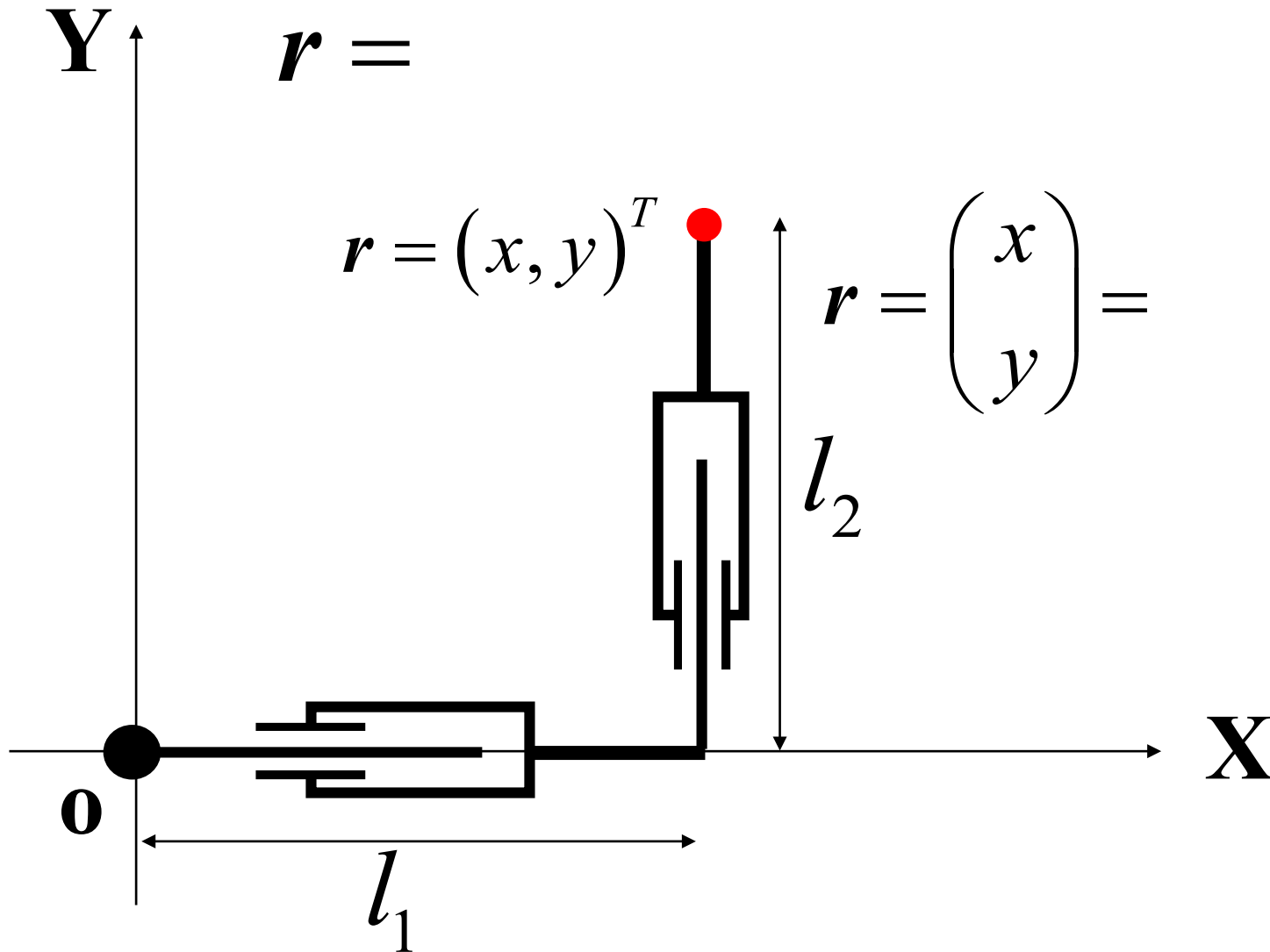
$$\mathbf{q} = (l_1, \theta_1)^T$$

$$\mathbf{r} = (x, y)^T$$

$$\mathbf{q} = \left( \begin{array}{|c|} \hline \phantom{\text{ }} \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \phantom{\text{ }} \\ \hline \end{array} \right)^T$$



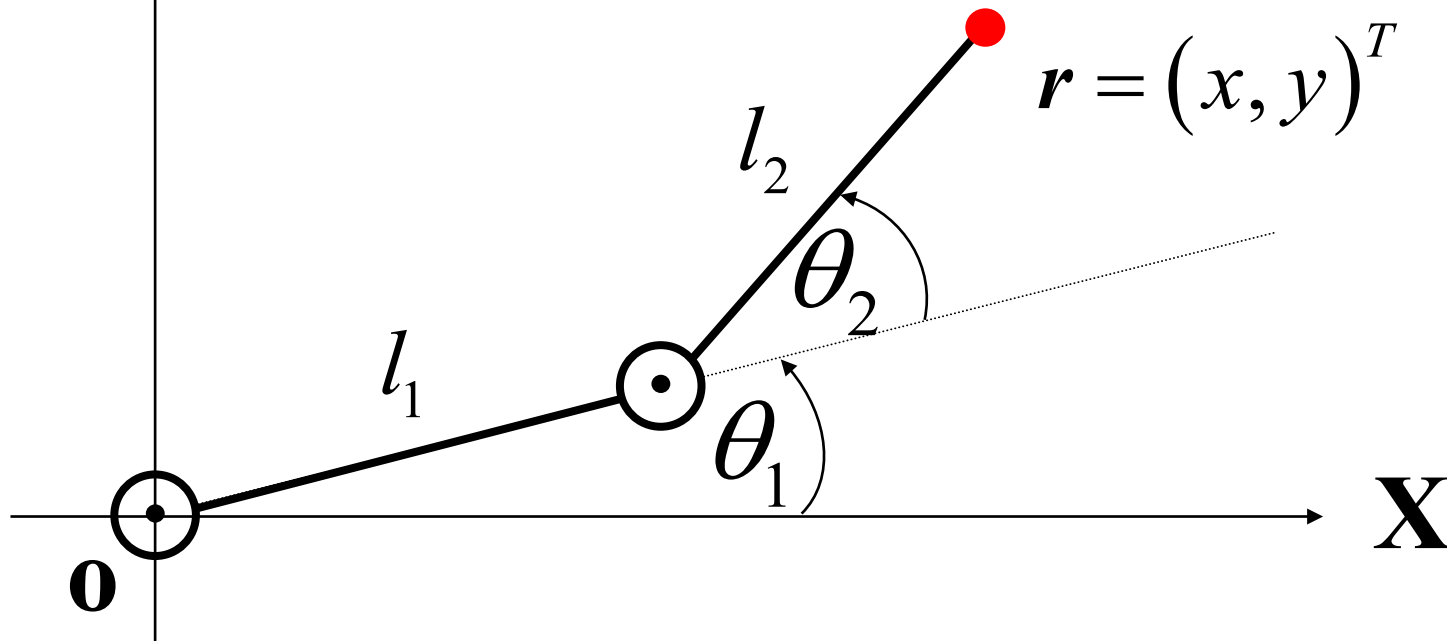
# 2自由度(T-T)ロボットの運動学



# 2自由度(R-R)ロボットの順運動学

関節変数:  $\mathbf{q} = (\quad)^T$        $\mathbf{r} = (x, y)^T$

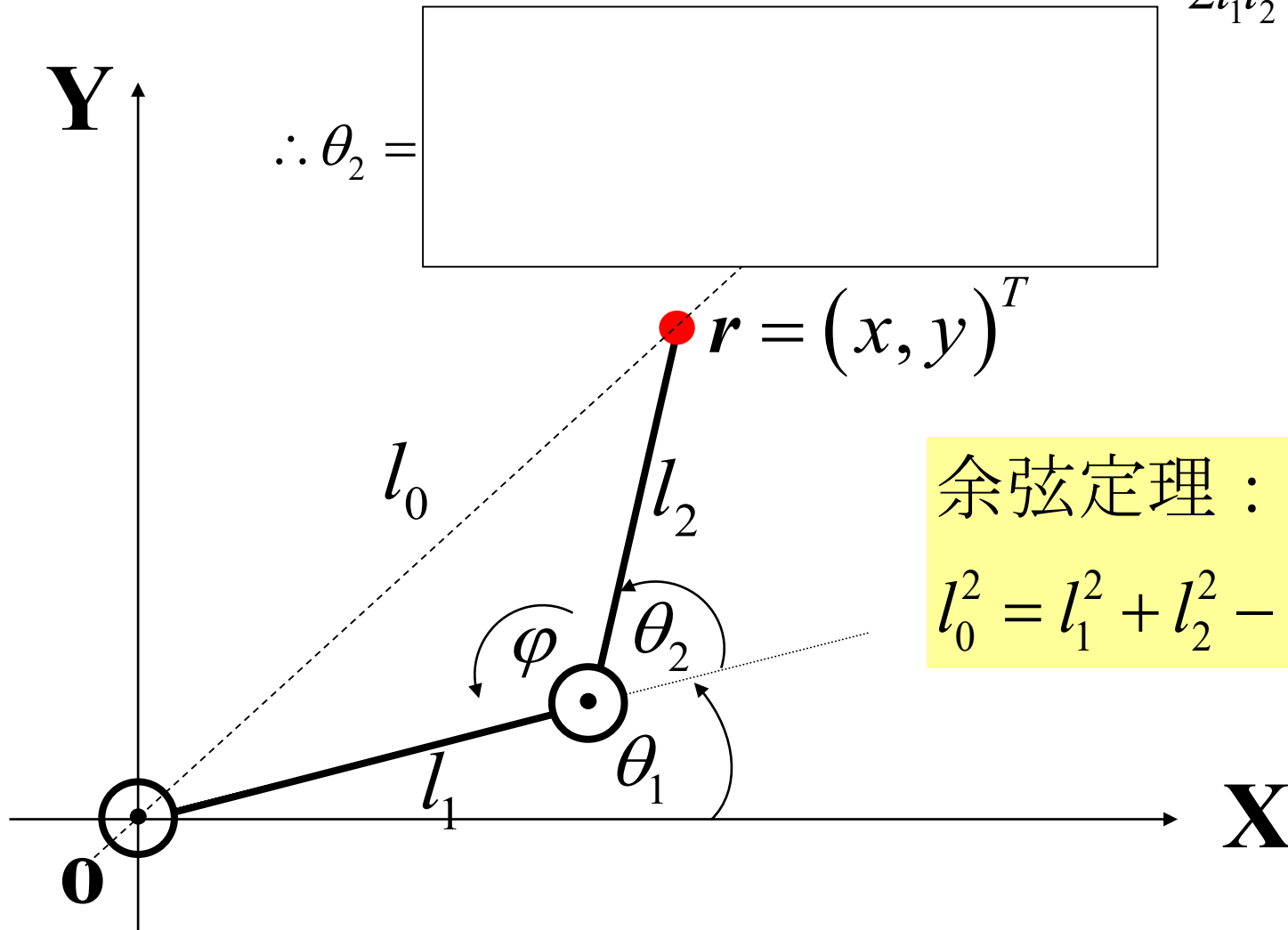
$$\mathbf{r} = \left( \begin{array}{c} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \right)$$



# 2自由度(R-R)ロボットの逆運動学(1)

$$\cos \varphi = \cos(\pi - \theta_2) = -\cos \theta_2 = \frac{(l_1^2 + l_2^2) - (x^2 + y^2)}{2l_1l_2}$$

$$\therefore \theta_2 =$$



余弦定理：

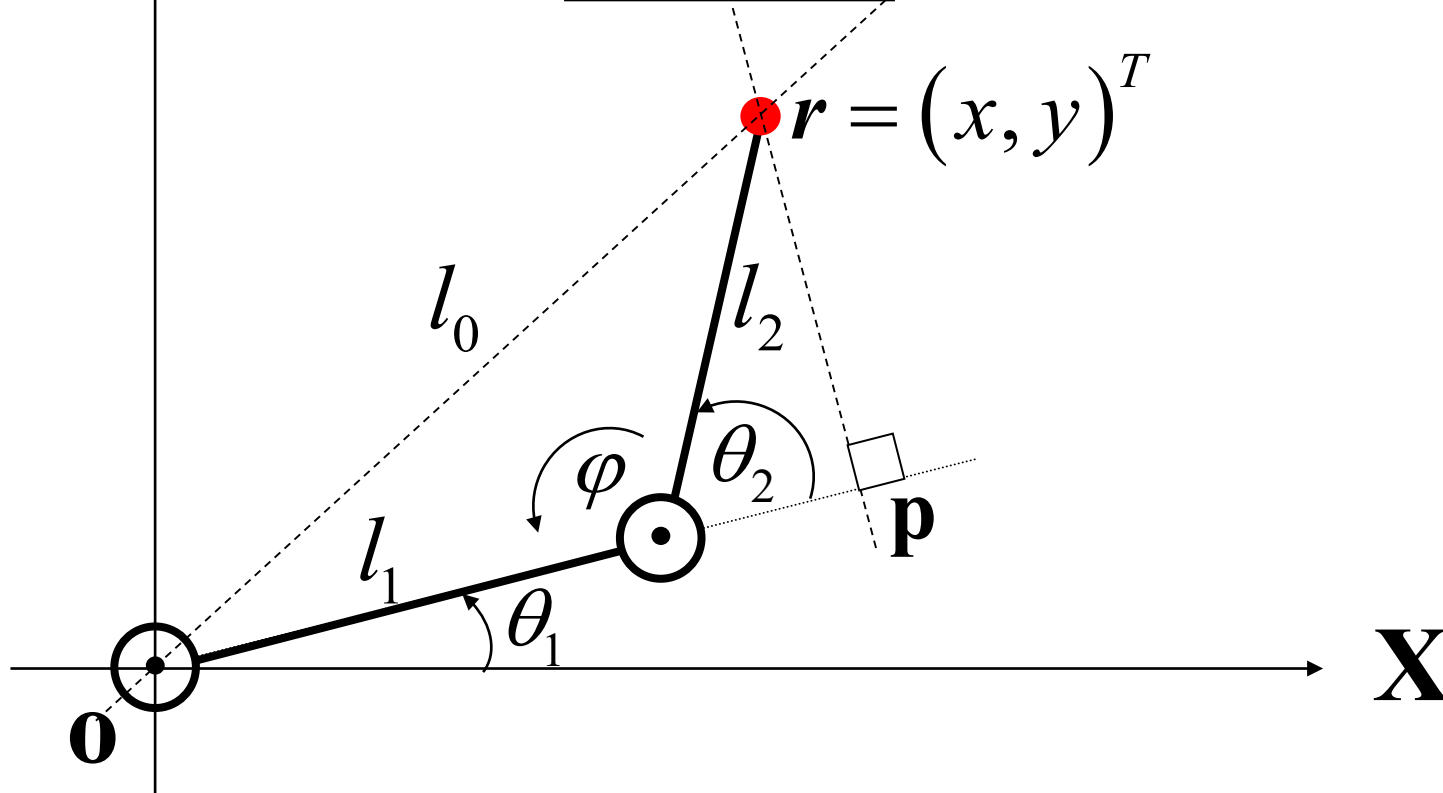
$$l_0^2 = l_1^2 + l_2^2 - 2l_1l_2 \cos \varphi$$

# 2自由度(R-R)ロボットの逆運動学(2)

直角三角形 $Orp$ に着目する。

$$\overline{Or} = l_0 = \boxed{\phantom{000}}, \quad \overline{rp} = l_2 \boxed{\phantom{000}}$$

$$\overline{Op} = l_1 + \boxed{\phantom{000}}$$

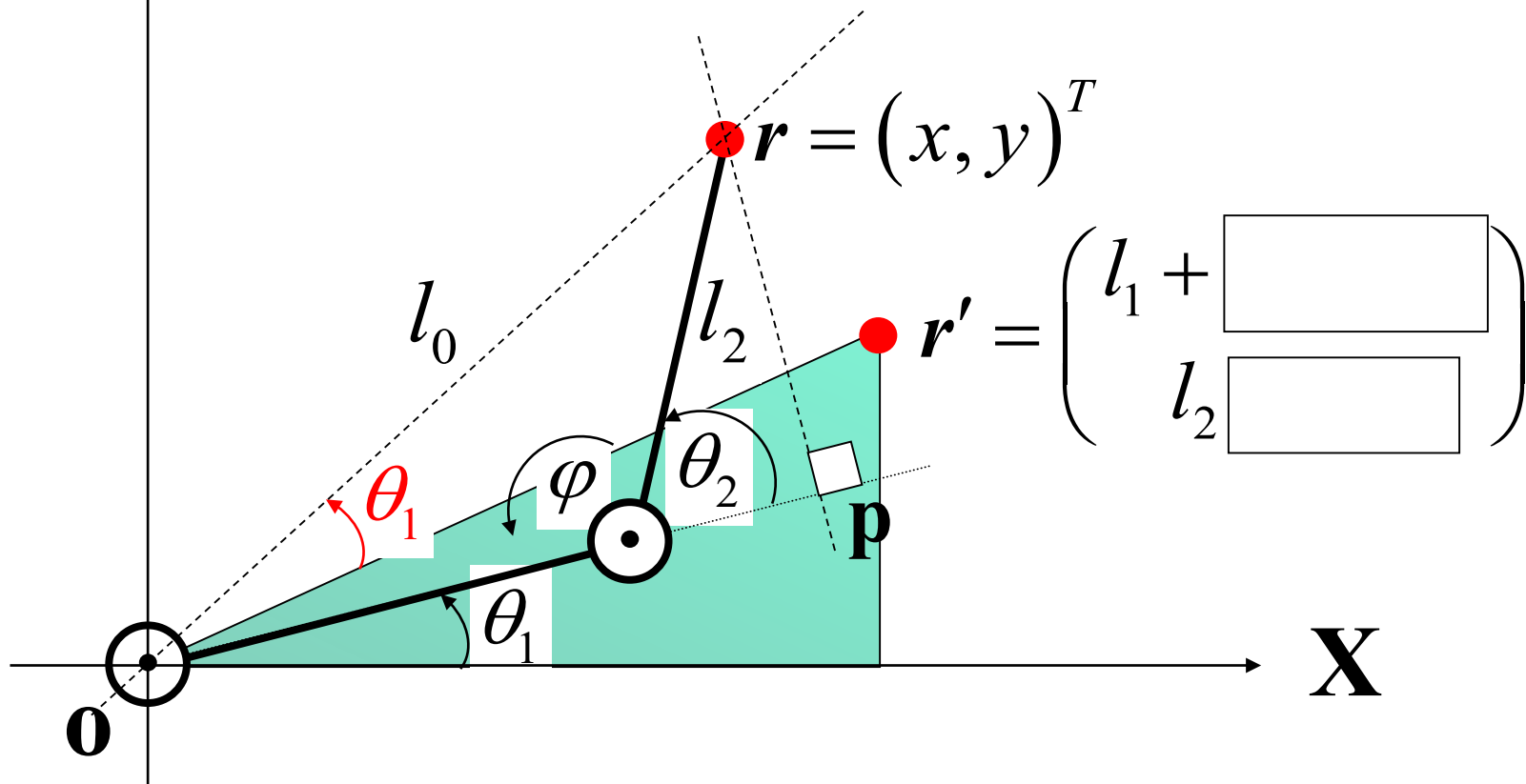




# 2自由度(R-R)ロボットの逆運動学(3)

直角三角形 $Orp$ が $\theta_1$ だけ右回転した時、  
三角形 $Orr'$ に着目。

$$\text{内積}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = |\mathbf{r}| |\mathbf{r}'|$$



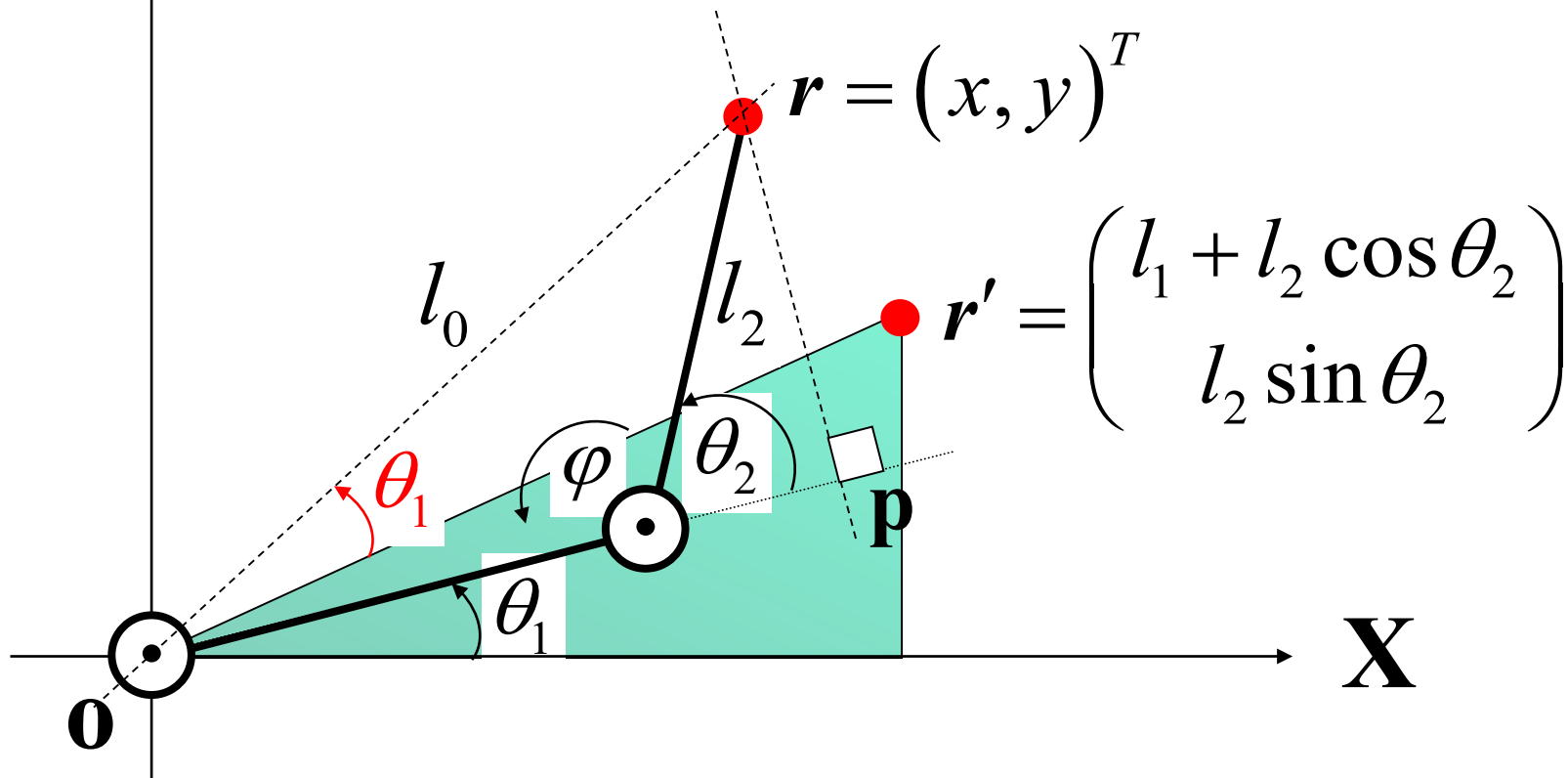
# 2自由度(R-R)ロボットの逆運動学(4)

$$(\mathbf{r}, \mathbf{r}') =$$

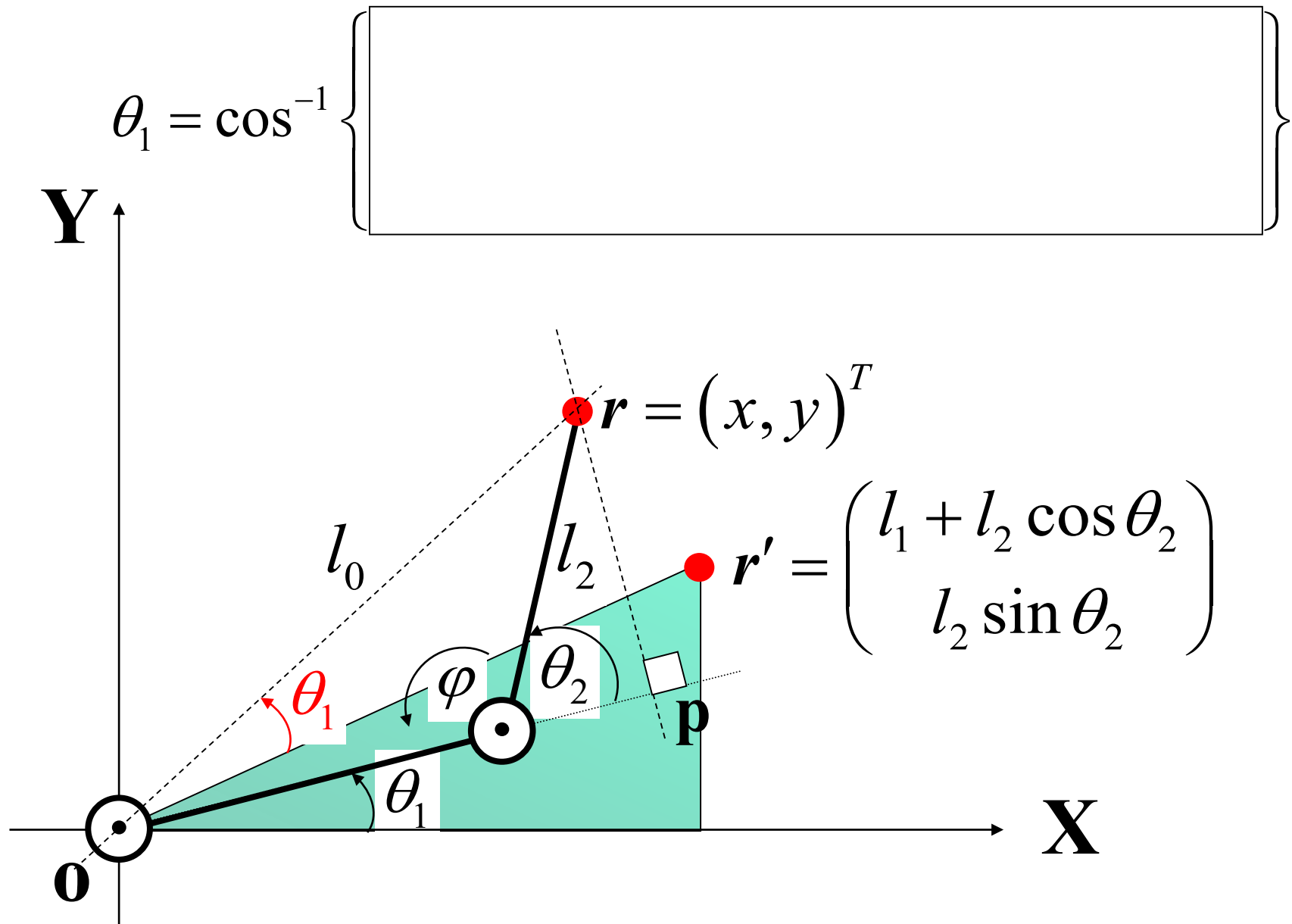
**Y**

$$|\mathbf{r}| =$$

$$|\mathbf{r}'| =$$



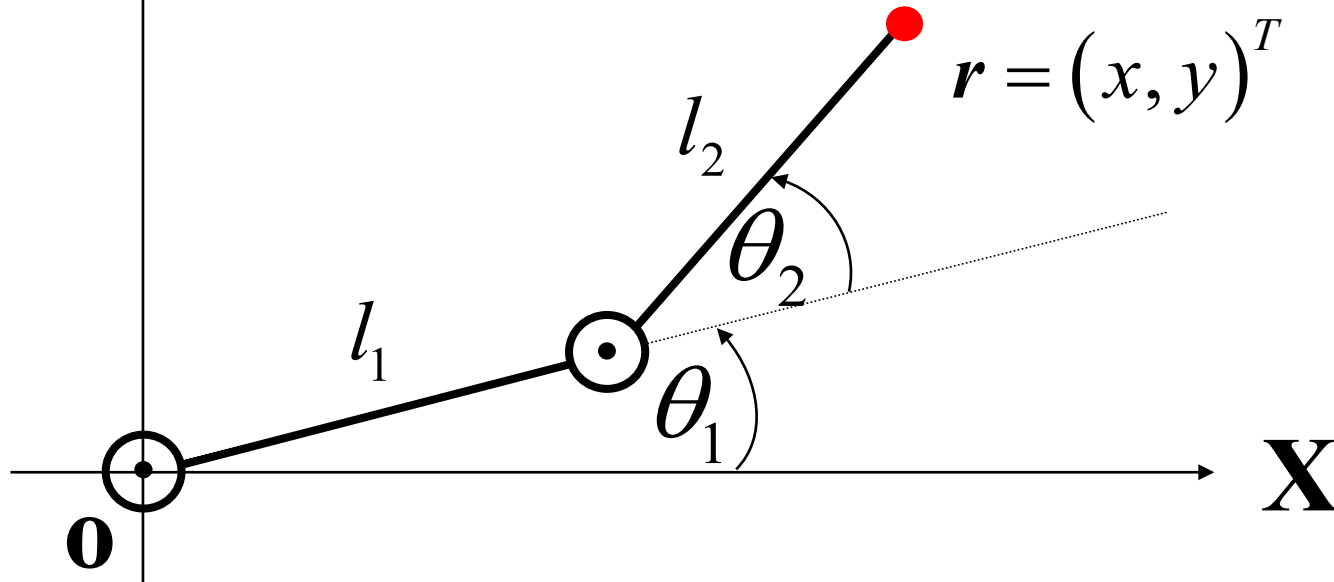
# 2自由度(R-R)ロボットの逆運動学(5)



# 2自由度(R-R)ロボットの逆運動学(まとめ)

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left\{ \frac{(x^2 + y^2) - (l_1^2 + l_2^2)}{2l_1l_2} \right\}$$

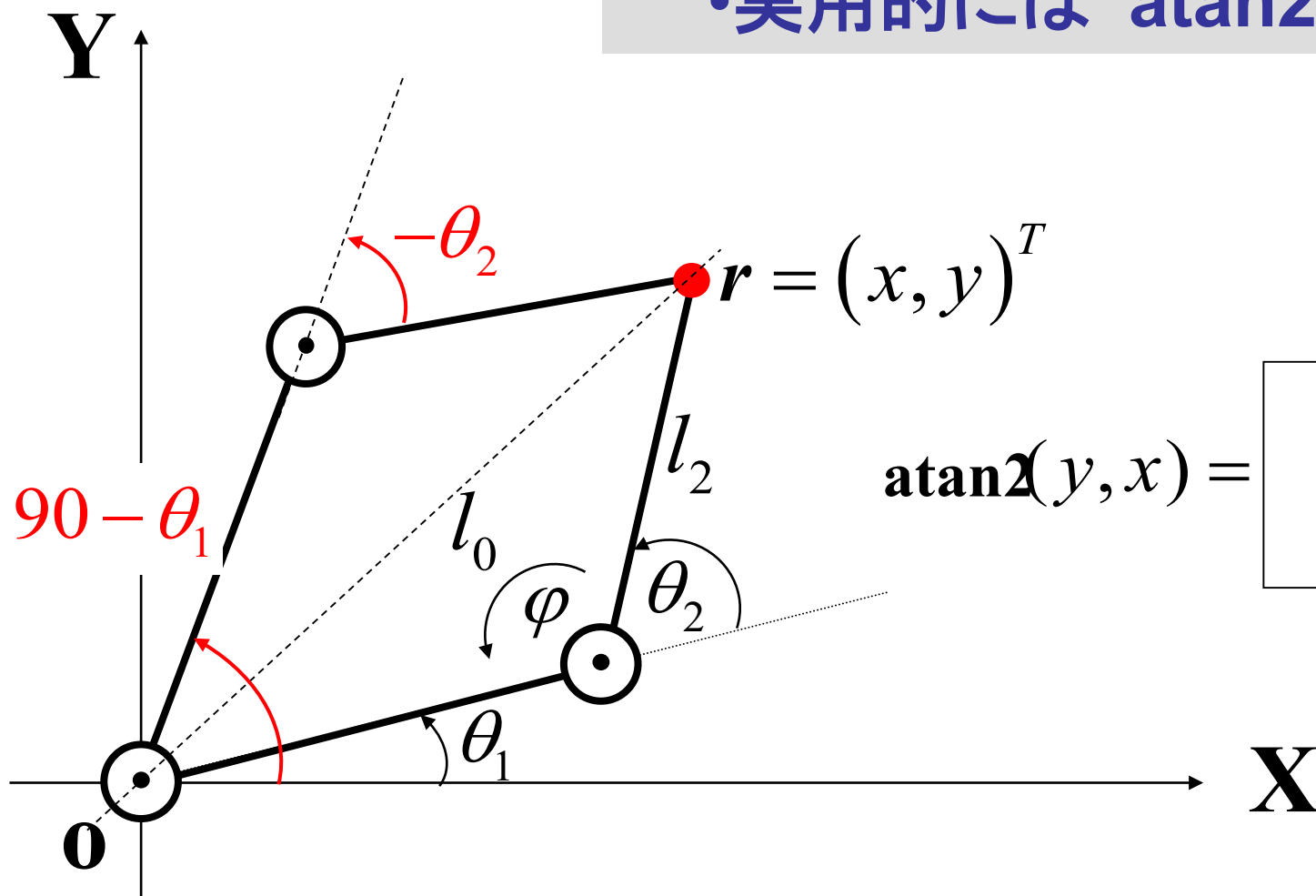
$$\theta_1 = \cos^{-1} \left\{ \frac{x(l_1 + l_2 \cos \theta_2) + yl_2 \sin \theta_2}{\sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{(l_1 + l_2 \cos \theta_2)^2 + (l_2 \sin \theta_2)^2}} \right\}$$



# 2自由度(R-R)ロボットの逆運動学(冗長解)

## 注意すべき事

- 解は  つ存在する
- 実用的には“atan2”を使う



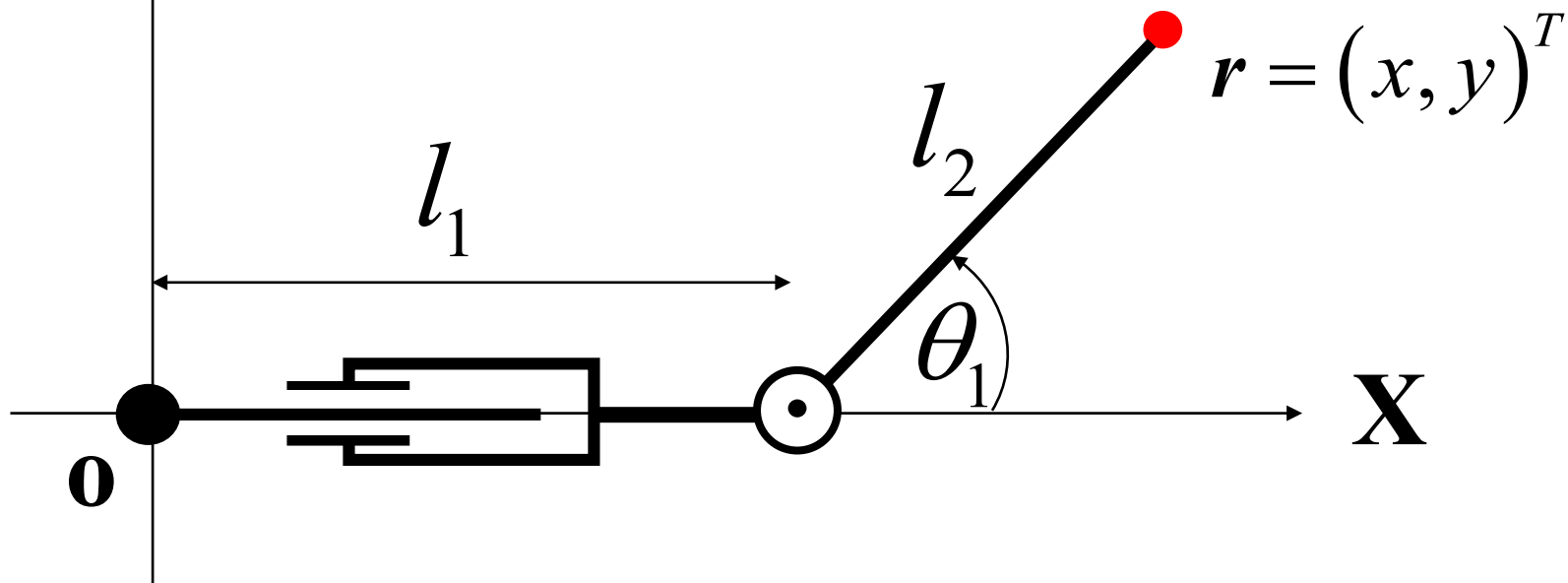
# 小テスト

# 2自由度(T-R)ロボットの順運動学

関節変数:  $\mathbf{q} = (\quad)^T$

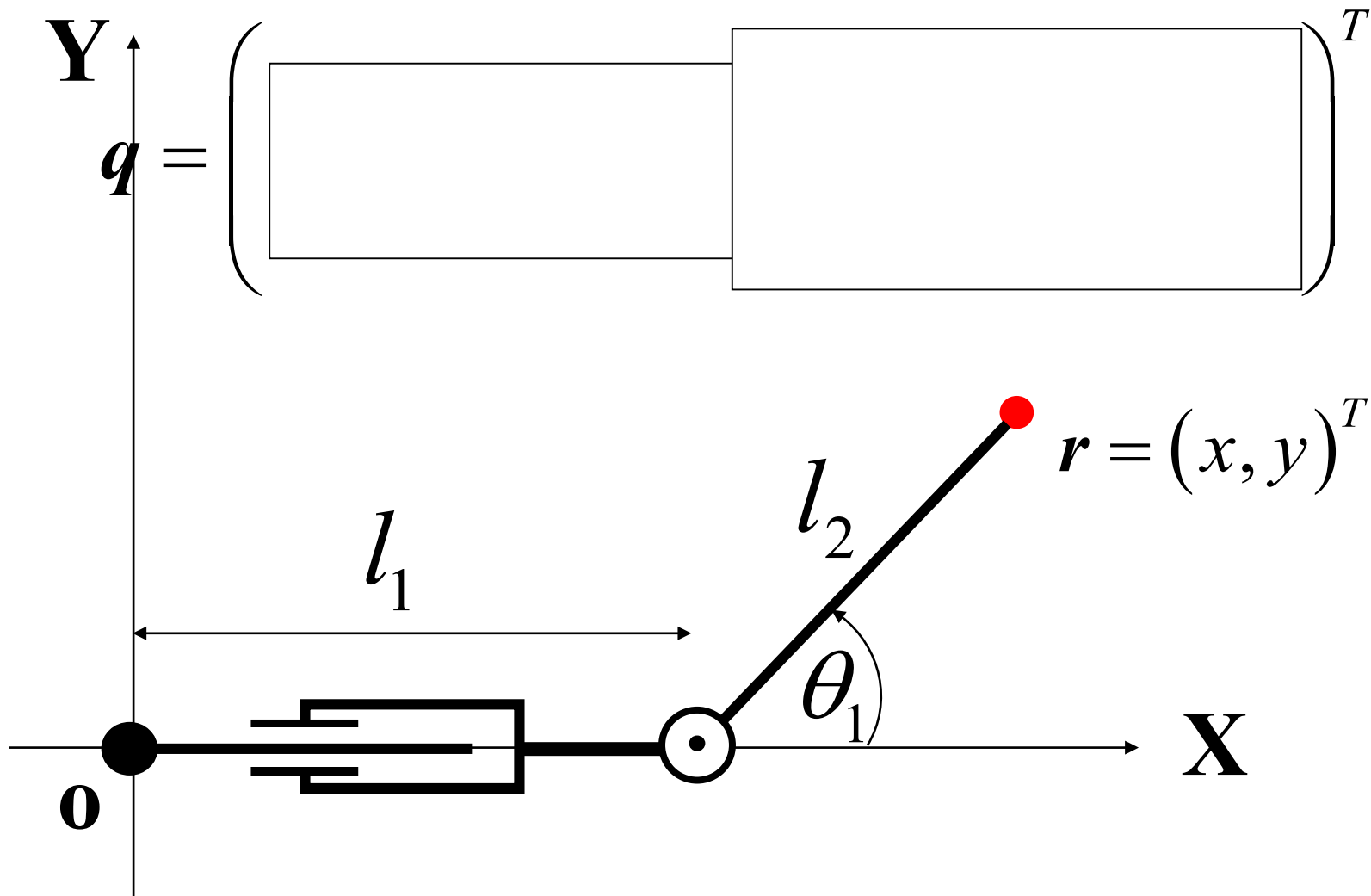
手先位置:  $\mathbf{r} = \quad$

$$\mathbf{r} = \left( \quad, \quad \right)^T$$



# 2自由度(T-R)ロボットの逆運動学

$$\mathbf{q} = (l_1, \theta_1)^T \quad \mathbf{r} = (x, y)^T$$

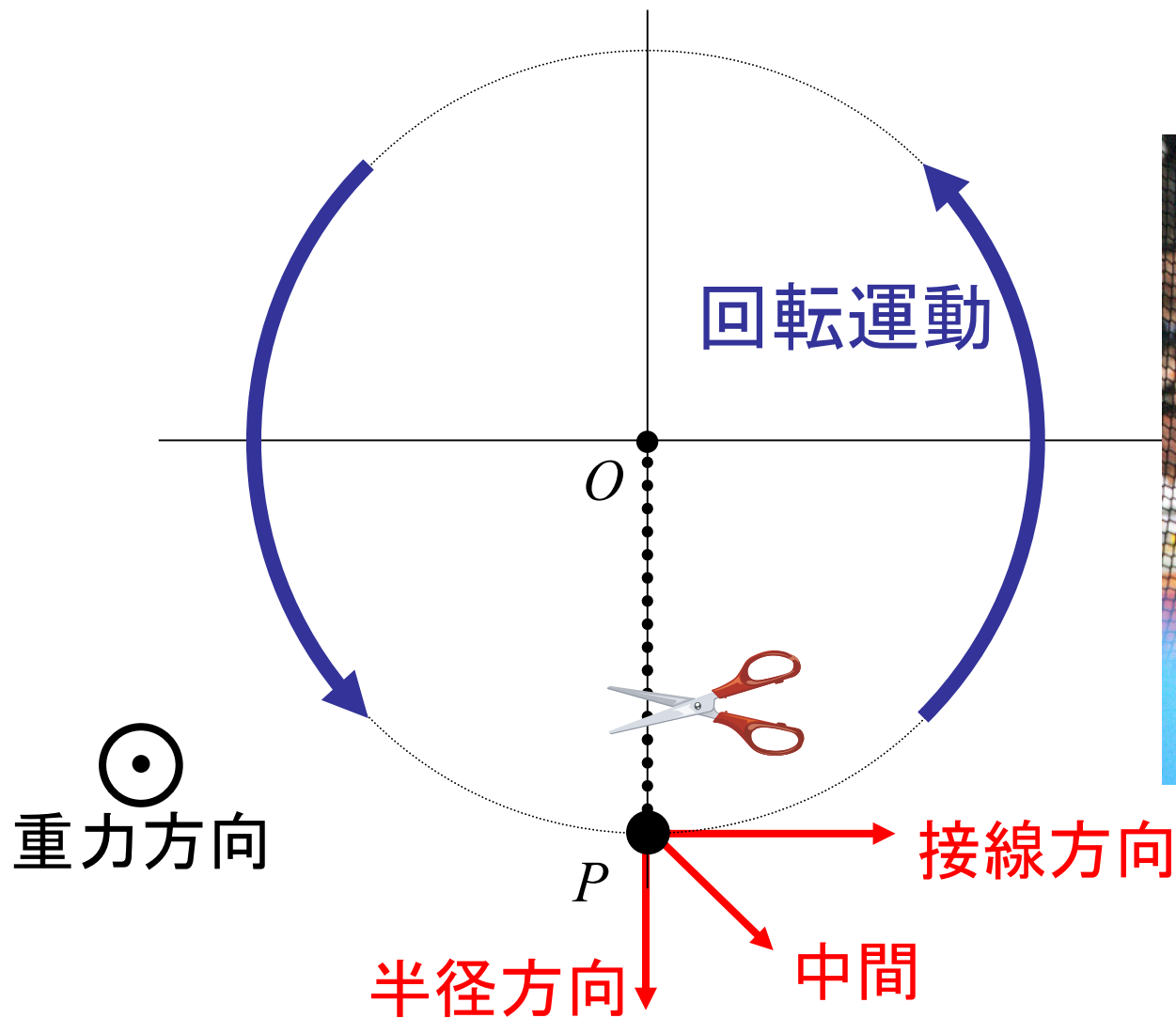




# 運動学(速度と力)

1. 質点の位置と速度との関係
2. 順運動学(速度の関係)
3. 逆運動学(速度の関係)

糸が切れた瞬間、錘はどちらに飛ぶか？



# 質点の位置と速度との関係

質点の位置ベクトル： $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$

質点の速度ベクトル： $\boxed{\phantom{000}} = \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$

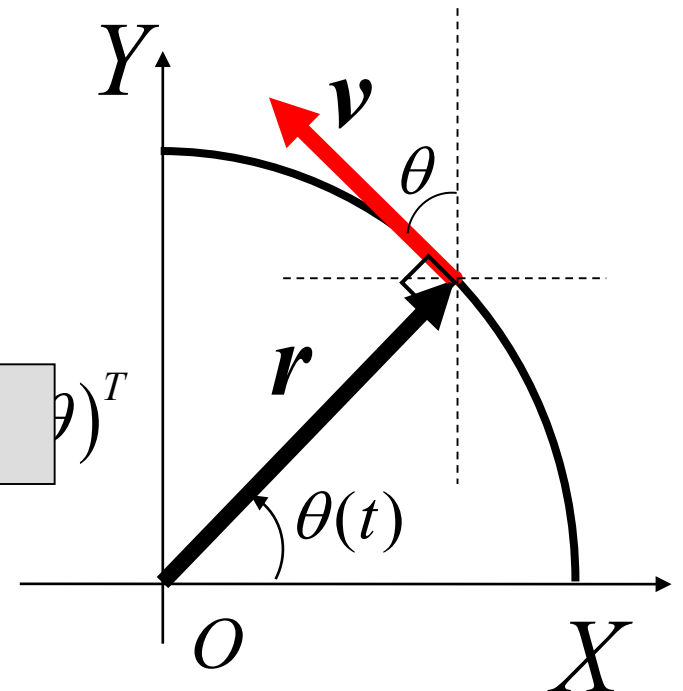
円運動の例題： $\mathbf{r}(t) = (r \cos \theta(t), r \sin \theta(t))^T$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v} = \left( \boxed{\phantom{000}} \right)^T$$

$\dot{\theta} \equiv \omega$  (角速度) と定義すると

$$\mathbf{v} = \left( \boxed{\phantom{000}} \right)^T = r\omega \left( \boxed{\phantom{000}} \right)^T$$

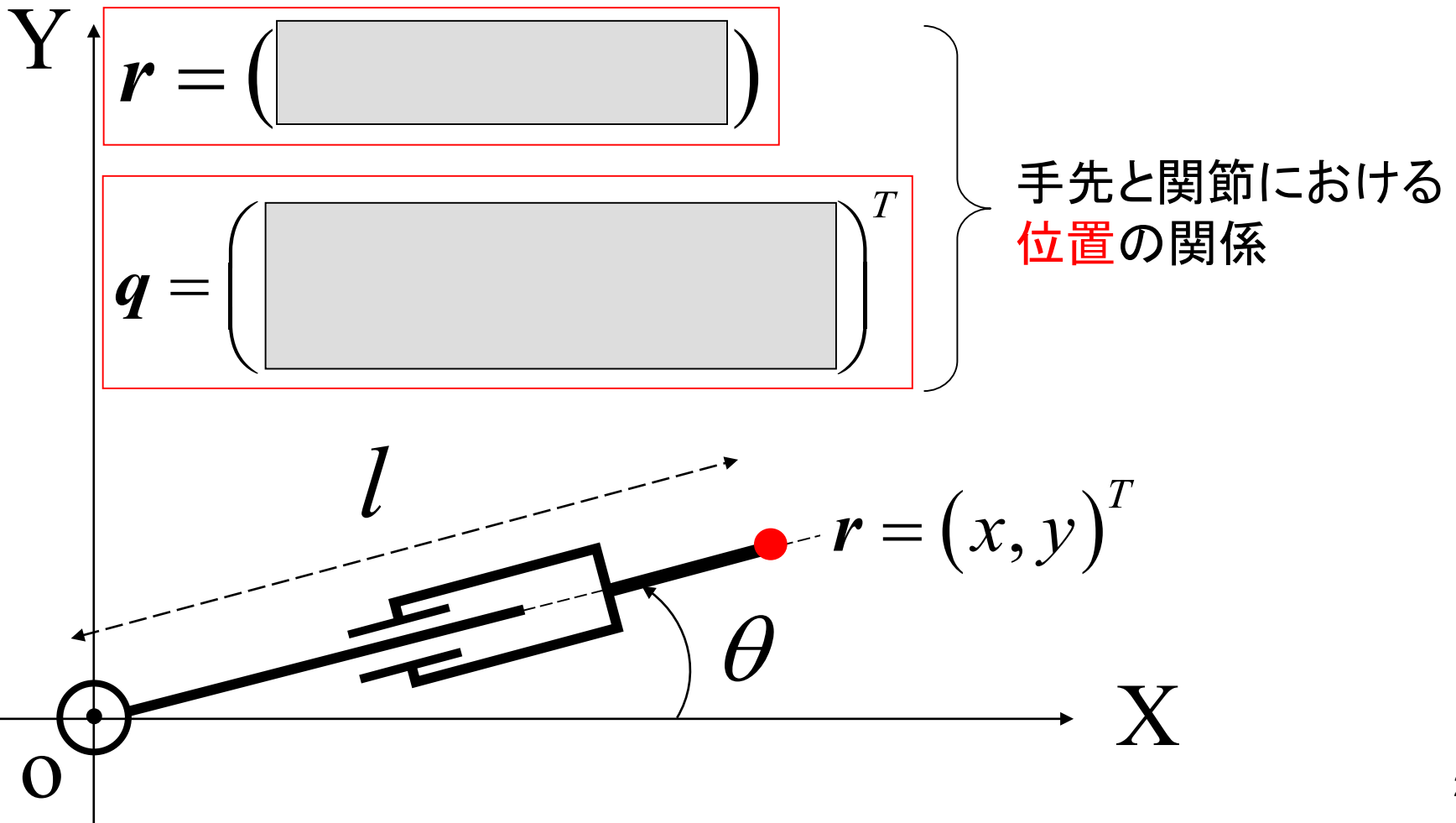
$$|\mathbf{v}| = \sqrt{\left( \boxed{\phantom{000}} \right)^2 + \left( \boxed{\phantom{000}} \right)^2} = \boxed{\phantom{000}}$$



# 2自由度(R-T)ロボットの運動学(**位置**)

関節変数:  $\mathbf{q} = (l, \theta)^T$

手先位置:  $\mathbf{r} = (x, y)^T$



# 2自由度(R-T)ロボットの運動学(速度)

関節変数:  $\mathbf{q} = (l, \theta)^T$

手先位置:  $\mathbf{r} = (x, y)^T$

手先速度  
ベクトル

$$\mathbf{r} = (l \cos \theta, l \sin \theta)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phantom{\dot{x}} \\ \phantom{\dot{y}} \end{pmatrix}$$

関節速度  
ベクトル

$$= \begin{pmatrix} \phantom{\dot{x}} \\ \phantom{\dot{y}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{l} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = J(\mathbf{q}) \begin{pmatrix} \dot{l} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$

$J(\mathbf{q})$ : Jacobian(ヤコビアン)行列

# 2自由度(R-T)ロボットの逆運動学(速度)

$$\text{関節変数: } \mathbf{q} = (l, \theta)^T$$

$$\text{手先位置: } \mathbf{r} = (x, y)^T$$

$$\mathbf{r} = (l \cos \theta, l \sin \theta)$$

$$J(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -l \sin \theta \\ \sin \theta & l \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{r}} = J(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$

$$\dot{\mathbf{q}} =$$



手先と関節における  
速度の関係

$$J^{-1}(\mathbf{q}) = \frac{\begin{pmatrix} \text{ } \\ \text{ } \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} \text{ } \\ \text{ } \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} \text{ } \\ \text{ } \end{pmatrix}$$

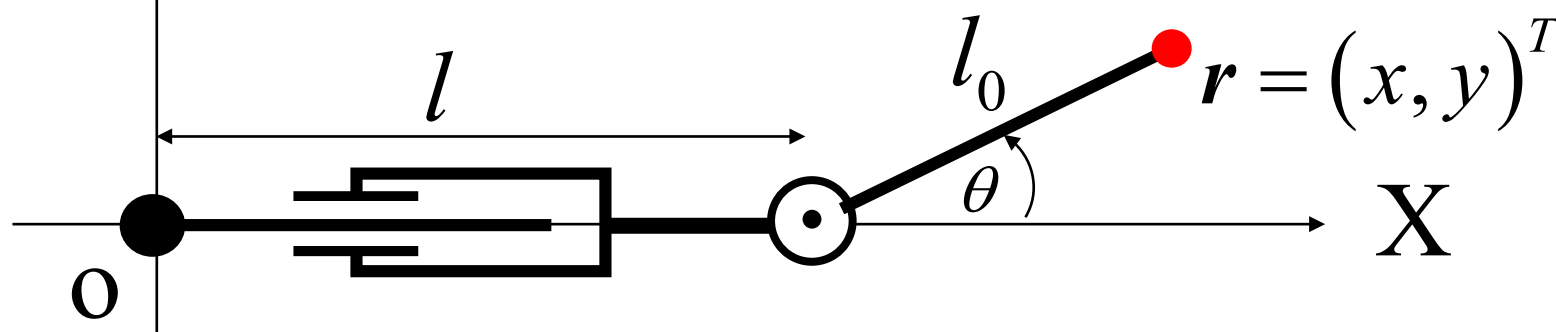
# 2自由度(T-R)ロボットの順運動学(1)

関節変数:  $\mathbf{q} = (l, \theta)^T$

手先位置:  $\mathbf{r} = (x, y)^T$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \phantom{\text{box}} \end{pmatrix}^T$$
$$\dot{\mathbf{r}} = \begin{pmatrix} \phantom{\text{box}} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \phantom{\text{box}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{l} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix}$$
$$|J(\mathbf{q})| = \begin{pmatrix} \phantom{\text{box}} \end{pmatrix}$$

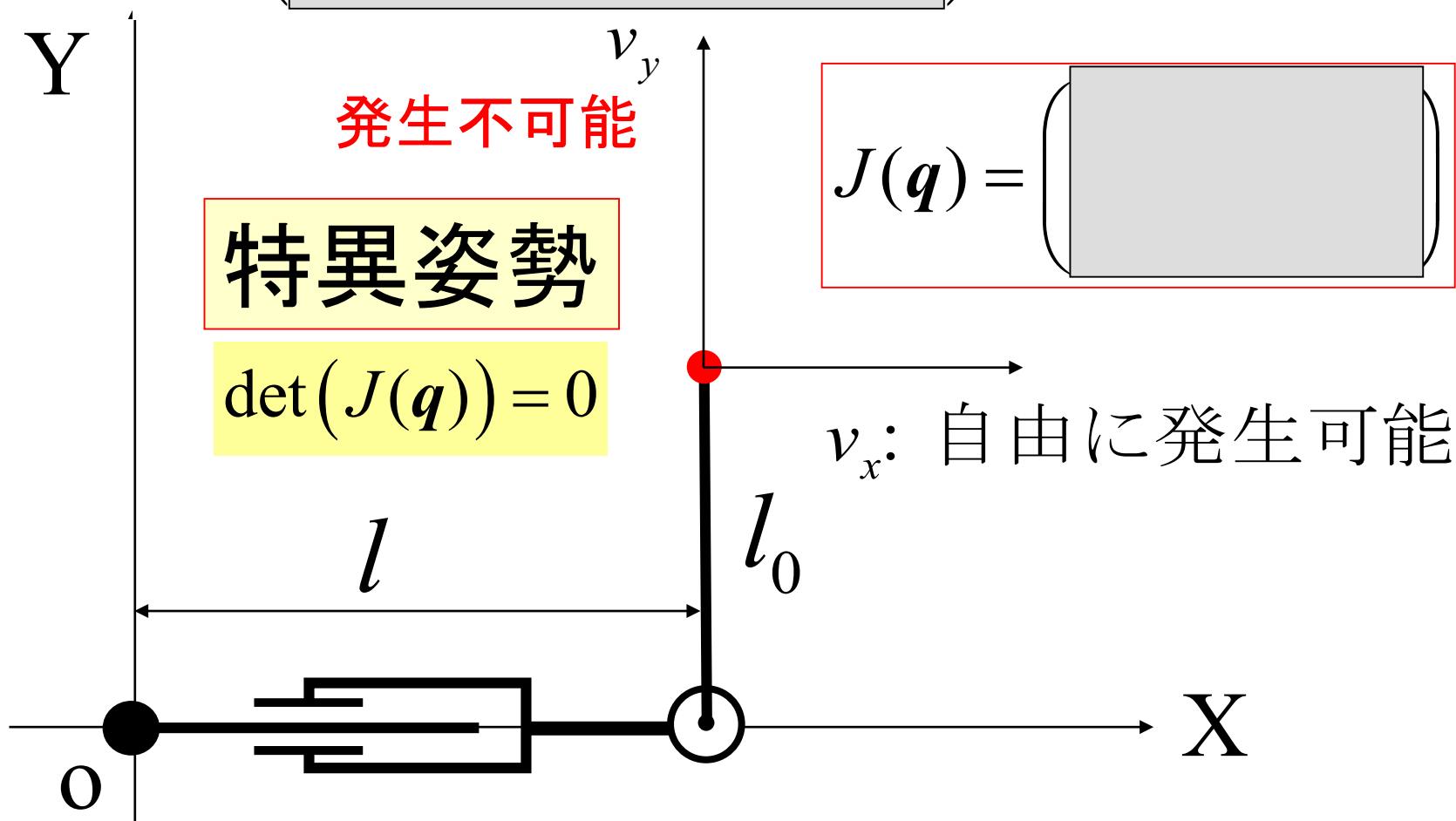
ヤコビアン



## 2自由度(T-R)ロボットの順運動学(2)

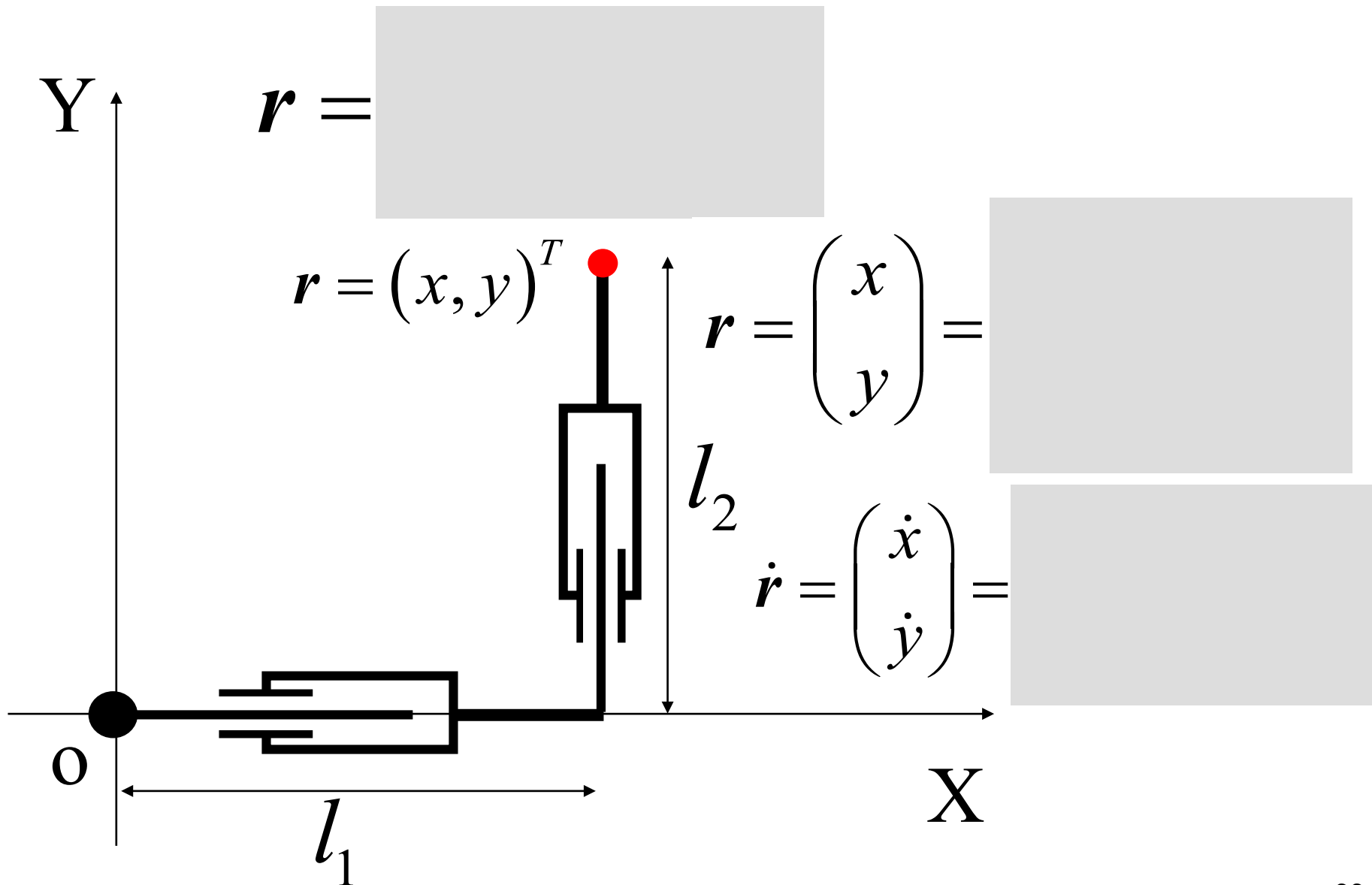
$|J(\mathbf{q})| = l_0 \cos \theta = 0 (\because \theta = 90^\circ)$ の意味

$$\dot{\mathbf{r}} = \left( \begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right)^T = J(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}$$





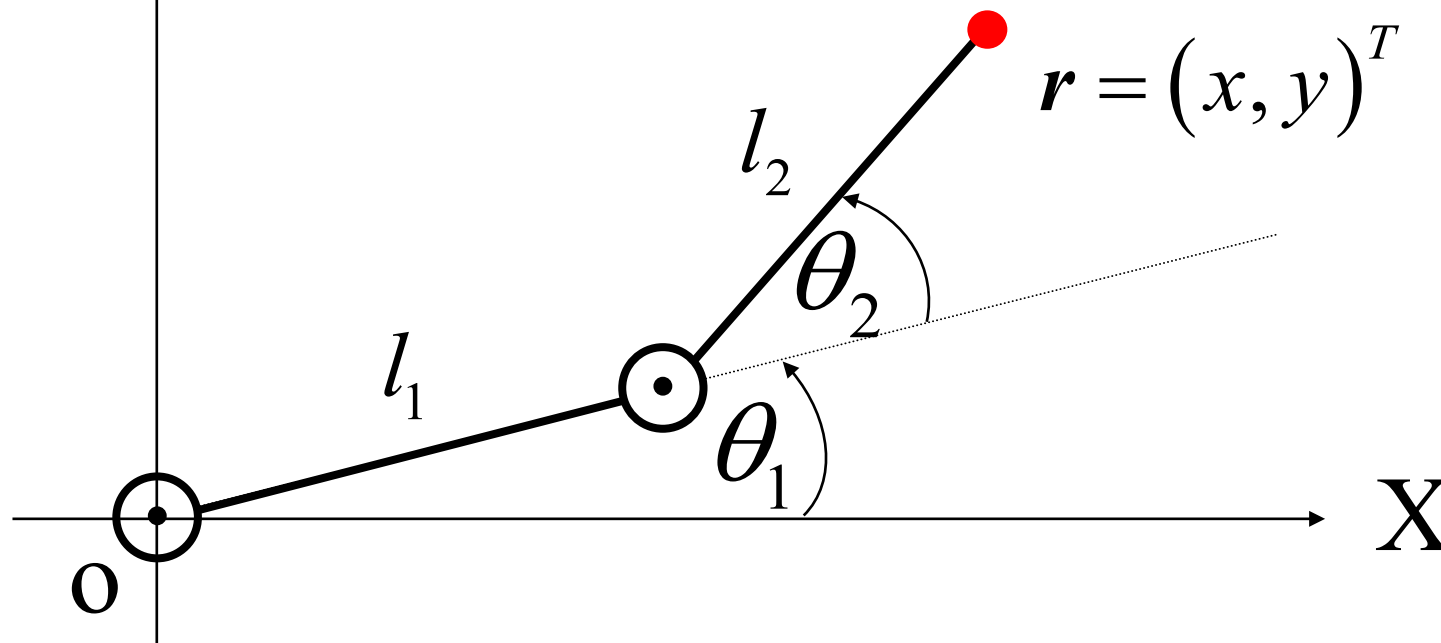
# 2自由度(T-T)ロボットの運動学



# 2自由度(R-R)ロボットの順運動学(位置)

関節変数:  $\mathbf{q} = (\text{ })^T$        $\mathbf{r} = (x, y)^T$

$$\mathbf{r} = \left( \text{ } \right)$$



# 2自由度(R-R)ロボットの順運動学(速度)

$$\mathbf{r} = \left( \begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \left( \begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right) = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \left( \begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right)$$

$$S_1 = \sin \theta_1, C_1 = \cos \theta_1,$$

$$S_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2), C_{12} = \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

とおくと

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}) = \left( \begin{array}{c} \text{ } \end{array} \right)$$

## 2自由度(R-R)ロボットの特異姿勢(1)

$$\det J(\boldsymbol{q}) = \det$$
$$=$$
$$=$$
$$= 0 \text{となるのは}$$

$S_1 C_{12} = C_{\quad}$ の時。

$$\sin \theta_1 \cos (\theta_1 + \theta_2) = \frac{1}{2} \sin 2 \theta_1 \cos (\theta_1 + \theta_2) \quad \text{よ り}$$

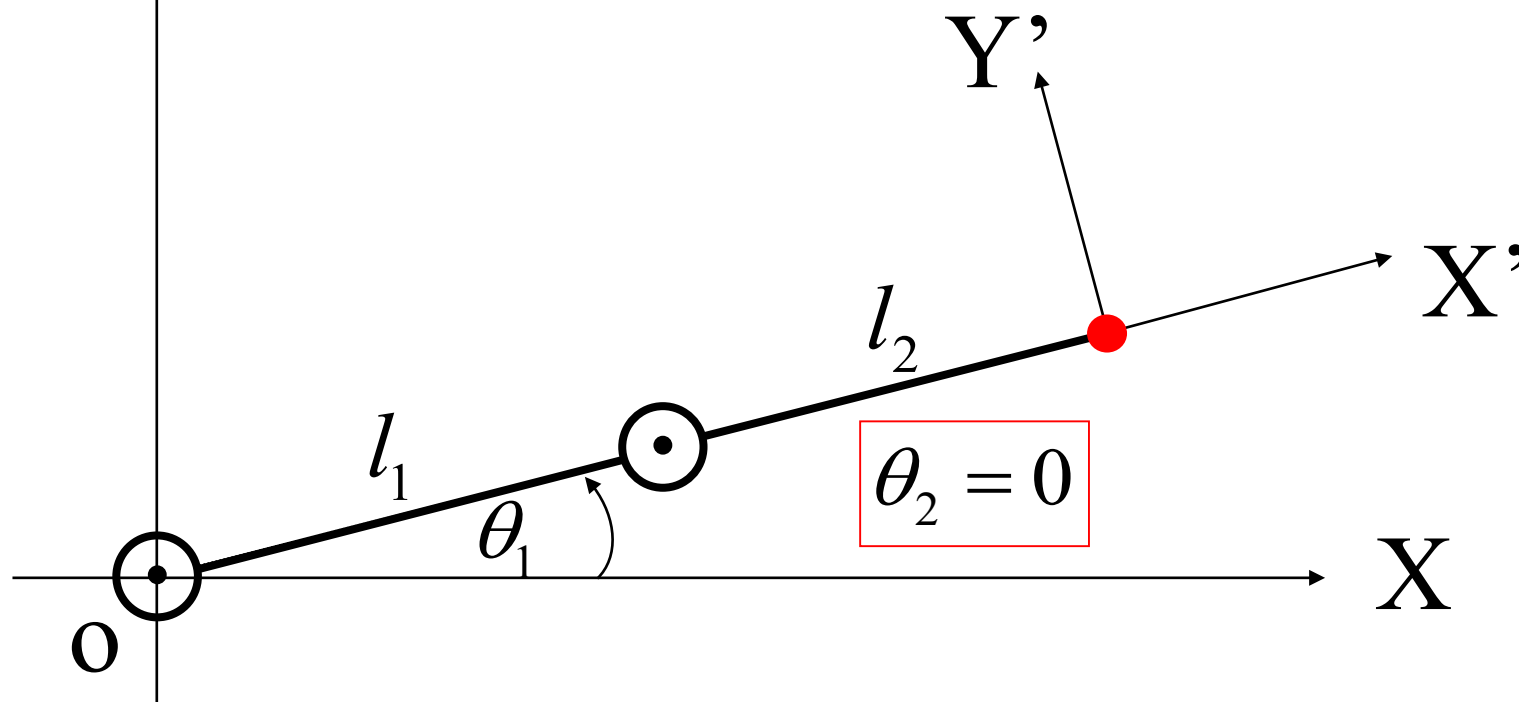
$$\frac{1}{2} \sin 2 \theta_1 \cos (\theta_1 + \theta_2) = \tan (\theta_1 + \theta_2)$$

$\therefore \theta_1 = \theta_1 + \theta_2 \therefore \theta_1 = \theta_1 + \theta_2$  の時, 特異姿勢をとる。

## 2自由度(R-R)ロボットの特異姿勢(2)

■ 方向の速度は発生不可能

Y 制御演算が崩壊するので、ロボットは ■ は避けるべき。  
しかし ■ は特異姿勢を大いに利用している。




# 運動学のまとめ(位置と速度)

関節変数:  $\mathbf{q} \in R^n$  ( $n$ 自由度), 手先位置:  $\mathbf{r} \in R^m$  ( $m$ 自由度)

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mathbf{r} = \boxed{\phantom{J}}(\mathbf{q}) = \boxed{\phantom{J}}(\mathbf{q}) & \text{順運動学(位置)} \\ \mathbf{q} = \boxed{\phantom{J}}(\mathbf{r}) & \text{逆運動学(位置)} \\ \dot{\mathbf{r}} = \boxed{\phantom{J}}\dot{\mathbf{q}} & \text{順運動学(速度)} \\ \dot{\mathbf{q}} = \boxed{\phantom{J}}\dot{\mathbf{r}} & \text{逆運動学(速度)} \end{array} \right.$$

$\det J(\mathbf{q}) = 0$ の時、

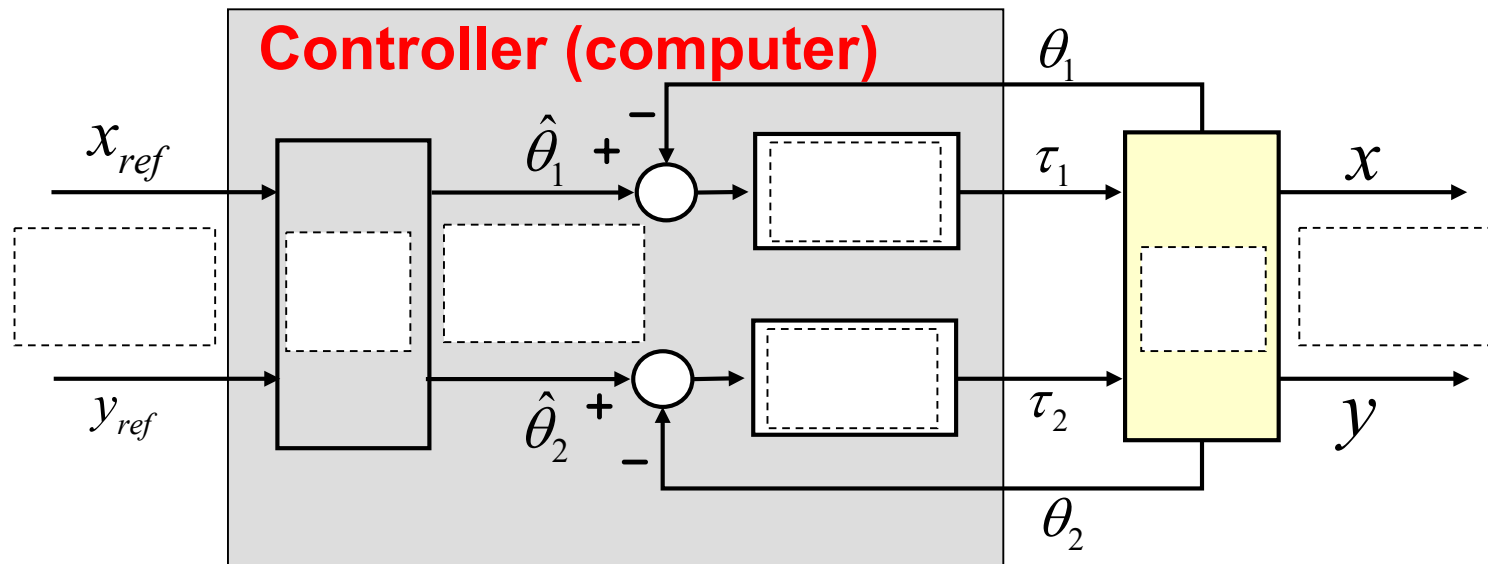


$n > m$ の時:  ロボット

$n < m$ の時:  ロボット

# 平面2自由度(R-R)ロボットの位置制御系

## - IKを用いた独立関節制御系 -



FD:Forward Dynamics  
(順動力学)  
メカニズムとして

# ロボットの教示

- 意味と特徴

- 手先の動きシーケンスのプログラム  
(Move A to Bの連続)

- 多大な時間が必要

- ティーチングモード

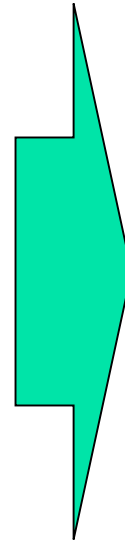
- ペンダント(リモコン操作)
- ダイレクト(エンドエフェクタを手で操作)
- オフライン(シミュレータ上操作)



# ロボットプログラムの例

タスクの内容：

**P1**に移動（一般的な安全位置）  
**P2**に移動（**P3**に接近）  
**P3**に移動（物体を拾い上げる位置）  
グリッパーを閉じる  
**P4**に移動（**P5**に接近）  
**P5**に移動（物体を置く位置）  
グリッパーを開く  
**P1**に移動し終了



PROGRAM

```
1. MOVE P1  
2. MOVE P2  
3. MOVE P3  
4. CLOSEI 0.00  
5. MOVE P4  
6. MOVE P5  
7. OPENI 0.00  
8. MOVE P1  
.END
```

# 最近の産業用ロボットピック

- アマゾンピックアップチャレンジ
- COBOT(人間・ロボット共存型)