

Mathematik

Kantonsschule Stadelhofen — Semester 1

Impressum

Präambel Eine geschlechtsneutrale Bezeichnung von Personen oder eine Bezeichnung verschiedener Geschlechter wurde weitgehend vermieden, um die Lesbarkeit des vorliegenden Dokuments zu erleichtern. Alle Leser sind selbstverständlich gleichermaßen angesprochen.

Rechte Diese Unterlagen sind Allgemeingut. Jegliches Kopieren (auch auszugsweise) ist gestattet und im Zusammenhang mit Ausbildung auch erwünscht. Einzig der/die Originalautor(en) und der Dokumenttitel sollten für Rückfragen und Verbesserungen bei jeder Kopie mit angegeben werden.

© Philipp G. Freimann & Flavio Lanfranconi (Inhalt: 17. 8. 2022, Druck: 22. August 2022)

Version: 0.8.1 (L^AT_EX)

Grafik/Bilder/Fotos (sofern nichts anderes vermerkt): Ph. G. Freimann

Editiert durch: GNU Emacs 26.3

Verleger: L^AT_EX pdfTeX 3.14159265-2.6-1.40.20 (TeX Live 2019/Debian)

Quellecode des Skripts: <https://github.com/pheek/bbwMathe>

(Feedback an philipp.freimann@bbw.ch)

Über den Autor Ph. G. Freimann studierte an der Universität Zürich Mathematik, Informatik und Physik. Von den Lieblingsfächern im Gymnasium waren Mathematik und Deutsch seine drei besten.

Inhaltsverzeichnis

A	Anhang	7
A.1	Das Summenzeichen	7
A.2	Das griechische Alphabet	10

Einstiegsaufgaben

«Der Anfang ist die Hälfte des Ganzen (Aristoteles)»

Abholen des Bekannten und Geübten

Einstiegstest



Online Test

Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich¹:

$$\sqrt{(7x)^2 + 17x^2 - 2x^2}$$

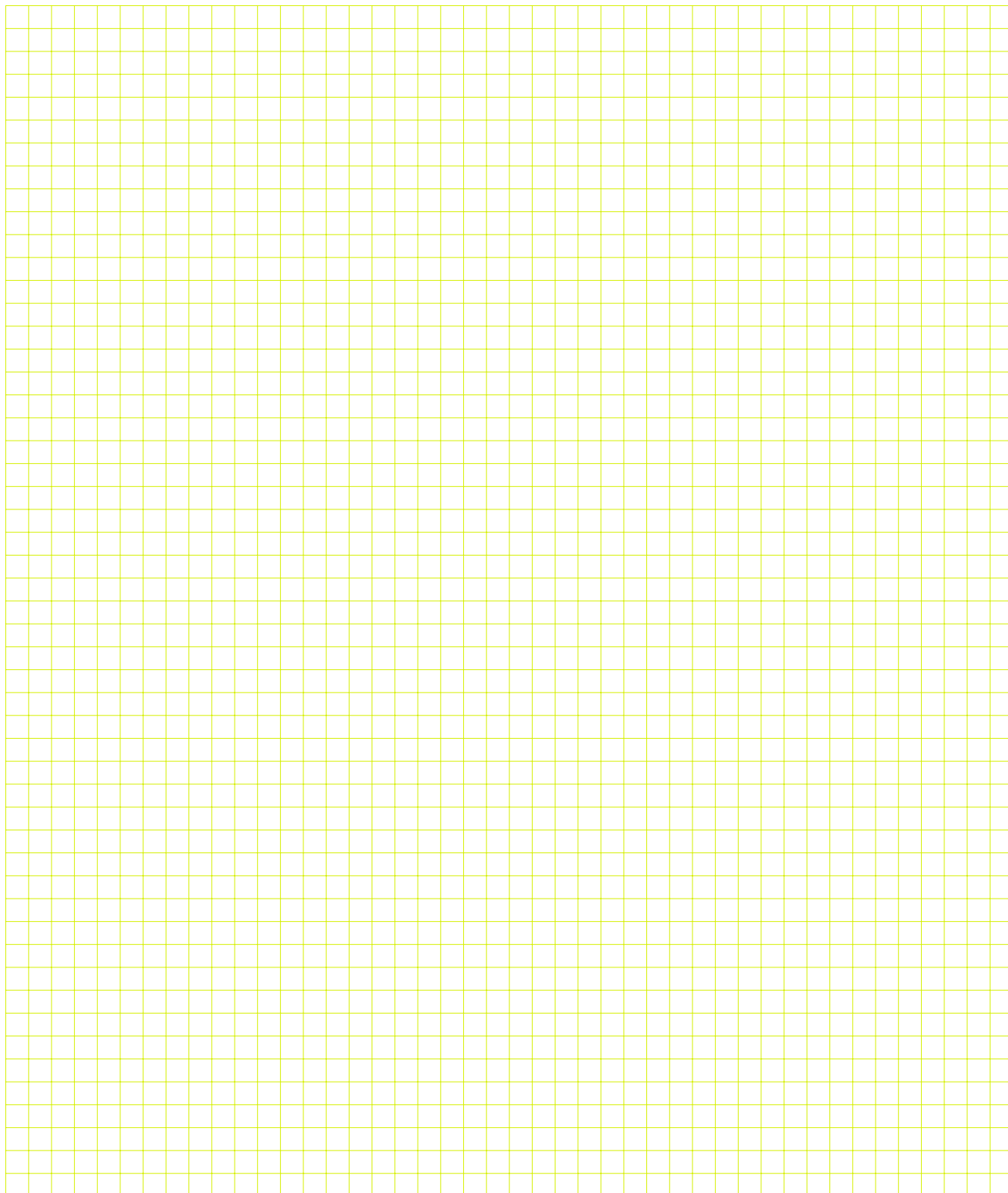
Berechnen Sie die Lösung der Gleichung:

$$x^2 + 11 = (x + 3)^2$$

¹Aufgaben aus BMS Aufnahmeprüfungen

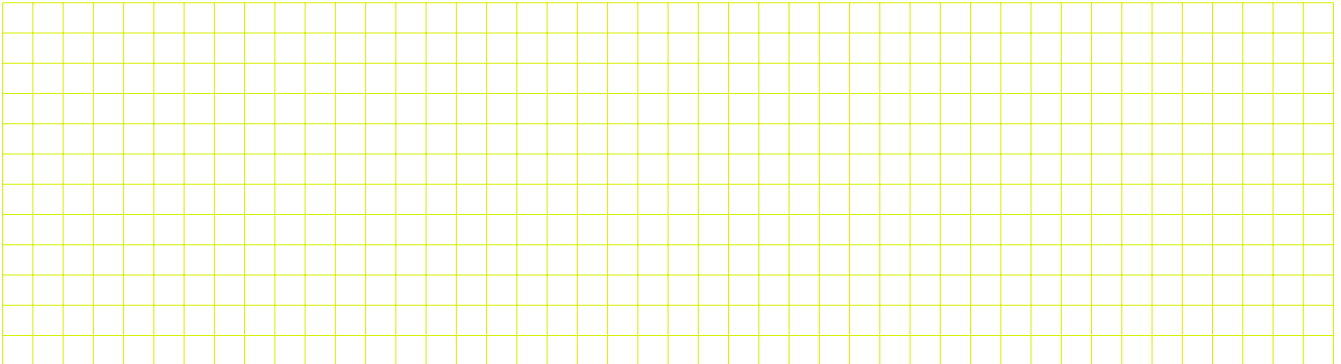
Vereinfachen Sie den Term so weit wie möglich:

$$\frac{4b^2}{2a} : \frac{b^2}{3a^2} - \frac{a}{5}$$



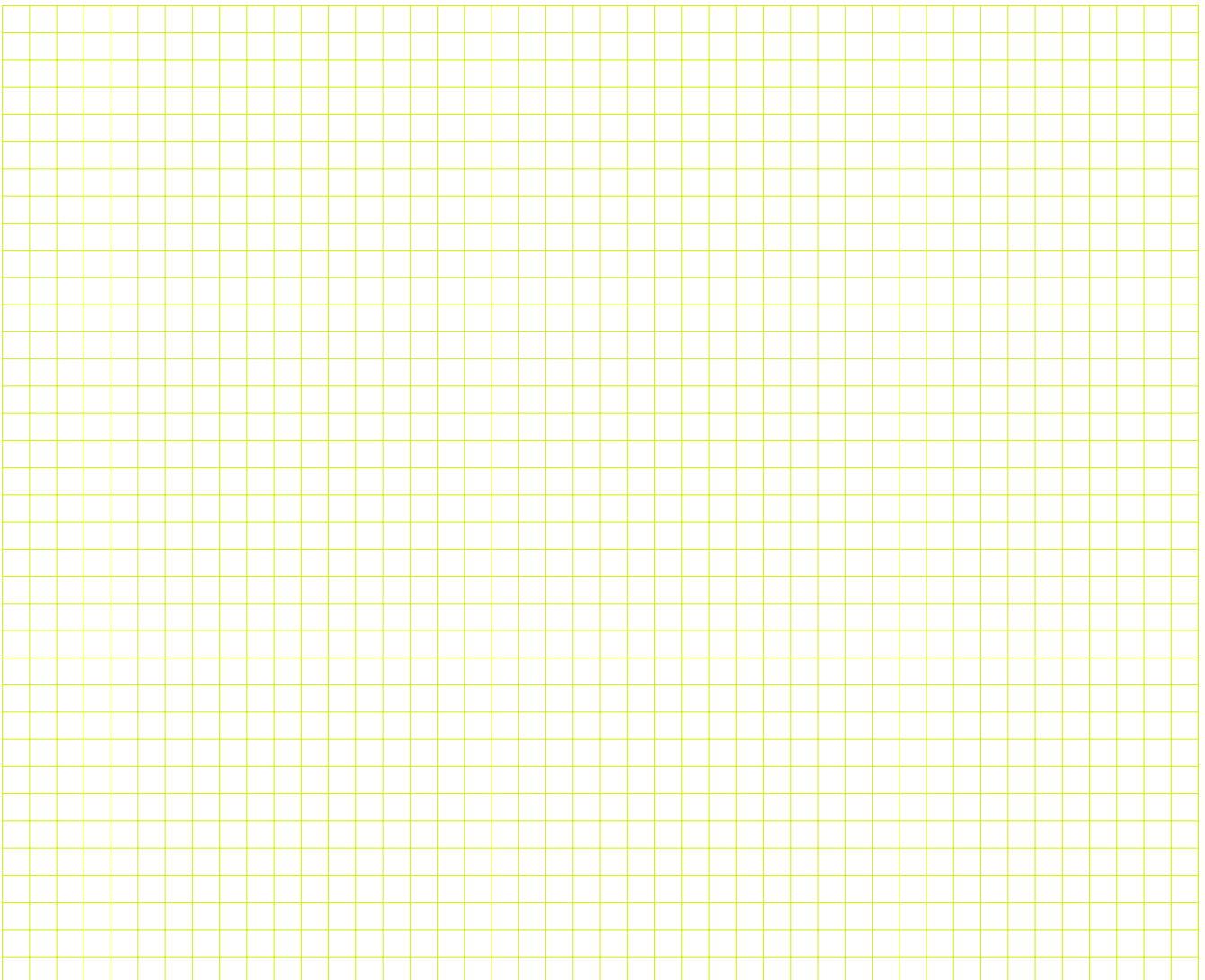
In einer Schachtel liegen vier grüne und fünf rote Kugeln. Sie ziehen nacheinander zwei Kugeln, ohne sie wieder zurückzulegen.

a) Zeichnen Sie einen entsprechenden Wahrscheinlichkeitsbaum und tragen Sie die Wahrscheinlichkeiten bei den Ästen ein.



b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, zwei grüne Kugeln zu ziehen.

Notizen / Berechnungen:



A Anhang

A.1 Das Summenzeichen

«Der Mathematiker zählt lieber, als dass er glaubt.»

A.1.1 Notation

Um Summen mit vielen Summanden abzukürzen, wird das mathematische Summenzeichen (ein griechisches Sigma) Σ benutzt:

Definition A.1:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 =: \sum_{z=1}^5 z$$

Sprich «Summe über alle z ; von z gleich eins bis fünf».

A.1.2 Laufvariable

Es spielt keine Rolle, mit welchem Variablennamen der Laufindex abgekürzt wird. Üblich sind Buchstaben wie i , j , k , m , n :

$$\sum_{n=1}^5 n = \sum_{i=1}^5 i = \sum_{k=1}^5 k = 15$$

Die Laufvariable erhöht ihren Wert für jeden Summanden um 1 (eins).

Beispiel A.1 (Summenzeichen):

$$\sum_{n=3}^5 n^7 = 3^7 + 4^7 + 5^7$$

Beispiel A.2:

$$\sum_{s=5}^8 (3s - 4) = (3 \cdot 5 - 4) + (3 \cdot 6 - 4) + (3 \cdot 7 - 4) + (3 \cdot 8 - 4)$$

Aber:

Beispiel A.3:

$$\sum_{s=5}^8 3s - 4 = (3 \cdot 5) + (3 \cdot 6) + (3 \cdot 7) + (3 \cdot 8) - 4$$

A.1.3 Übungsaufgaben

Berechnen Sie

$$\sum_{x=3}^5 x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sum_{x=2}^4 (x+1)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sum_{n=-40}^{60} (n-10) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sum_{i=1}^{10} \frac{1}{i} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Für Spezialisten:

$$\sum_{i=3}^{10} (i^6 - (i-1)^6) = \underline{\hspace{2cm}}$$

Tipp: Schreiben Sie die ersten drei und die letzten beiden Summanden explizit hin.

$$\sum_{i=0}^{n-1} x^i (x-1) = \underline{\hspace{2cm}}$$

A.1.4 Mittelwert, Indizes

Im Zusammenhang mit Indizes (i) (z. B. bei Datenreihen) wird meist diese Notation benutzt.

Seien also $x_1 = 5$, $x_2 = 8$, $x_3 = 6$ und $x_4 = 5$ vier Messwerte. Betrachten wir die Summe über alle x_i von i gleich eins bis vier:

$$5 + 8 + 6 + 5 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =: \sum_{i=1}^4 x_i = 24$$

Dies wird z. B. beim Mittelwert (arithmetisches Mittel) verwendet. Seien wieder $x_1 = 5$, $x_2 = 8$, $x_3 = 6$ und $x_4 = 5$. So ist \bar{x} wie folgt berechnet:

$$\bar{x} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 x_i$$

Dabei ist

$$\frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 x_i = \frac{1}{4} \cdot \left(\sum_{i=1}^4 x_i \right) = \frac{1}{4} \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

oder ganz allgemein für n Datensätze. Der Mittelwert der n Datensätze ist der n -te Teil der Summe über alle x_i für i gleich eins bis n :

Gesetz A.1 (Mittelwert):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Ausgeschrieben:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot (x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)$$

A.2 Das griechische Alphabet

«33ω-Witz: Ist schon gebratenes λ? Nein, das φ ist noch ρ.»

αA	«alfa»	νN	«nüü»
βB	«beta»	ξΞ	«gsii»
γΓ	«gamma»	οΟ	«oh-micron»
δΔ	«delta»	πΠ	«pi»
εΕ	«epsilon»	ρΡ	«rho»
ζΖ	«zeta»	σΣ	«sigma»
ηΗ	«eta»	τΤ	«tau»
θΘ	«theta»	υΥ	«üpsilon»
ιΙ	«iota»	φΦ	«phii»
κΚ	«kappa»	χΧ	«chii»
λΛ	«lambda»	ψΨ	«psii»
μΜ	«müü»	ωΩ	«Oh! Mega!»

Legende: Sind drei griechische Buchstaben angegeben, so bezeichnen die ersten beiden zwei verschiedene Varianten der Kleinschreibung.