

Práticas no \LaTeX relacionadas com noções básicas da trigonometria

Flank D. M. Bezerra¹ 

Resumo

Neste trabalho produzimos algumas animações relacionadas a conceitos básicos da trigonometria usando os pacotes gráficos \LaTeX ‘animate’, ‘multido’ e ‘tikz’. Compartilhamos todos os códigos necessários para a edição e reprodução das animações.

Palavras-chave: animações; animate; latex; tikz; trigonometria.

Abstract

In this work, we produced some animations related to basic trigonometry concepts using the graphic packages \LaTeX ‘animate’, ‘multido’, and ‘tikz’. We share all the code necessary for editing and playing the animations.

Keywords: animations; animate; latex; tikz; trigonometry

1. Introdução

Neste trabalho exploramos o pensamento computacional na educação matemática elementar, experimentando e compartilhando os conjuntos de códigos \LaTeX necessários para produção, edição, exibição de animações relacionadas a conceitos básicos presentes em qualquer aula de introdução à trigonometria.

A ‘trigonometria’ e o ‘pensamento computacional’ são tópicos presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), veja [2]. Enquanto, a trigonometria na BNCC é abordada como habilidade a ser adquirida pelos estudantes no último ano do Ensino Fundamental, e Ensino Médio, veja [2, Habilidade EF09MA13 e Habilidade EM13MAT306]. O pensamento computacional na BNCC é tratado com uma competência essencial para a formação integral dos estudantes, preparando-os para os desafios do mundo digital, veja [2, EI03CO01].

Embora o \TeX não tenha sido originalmente projetado para trabalhos gráficos, hoje temos muitos argumentos que podem gerar ilustrações de alta qualidade. Essas ilustrações geradas podem ser integradas aos nossos documentos em um estilo consistente com o texto ao redor. Aqui, usamos o \LaTeX e alguns dos seus pacotes gráficos vetoriais, como o ‘animate’, ‘tikz’ e o ‘multido’ para estimular o exercícios da iteração entre trigonometria e o pensamento computacional. Entendemos

¹Parcialmente apoiado pelo CNPq/Finance Code # 303039/2021-3

que a nossa proposta pode estimular à capacidade de compreender, analisar, modelar, resolver e automatizar problemas de forma metódica e sistemática, utilizando conceitos e métodos elementares da Ciência da Computação.

Para reprodução das animações aqui apresentadas, recomendamos que o leitor use o leitor de texto PDF ‘Adobe Acrobat Reader’ em um computador. Em [1] e [3] há exemplos de outros leitores de texto PDF capazes de reproduzir as animações construídas com o pacote L^AT_EX ‘animate’.

O presente artigo está estruturado da seguinte forma. Na Seção 2 exploramos o apelo intuitivo geométrico associado com a definição da medida angular radiano. Na Seção 3 exploramos o o ‘animate’, ‘tikz’ e o ‘multido’ para ilustrar o que seria π . Na Seção 4 exploramos o o ‘animate’, ‘tikz’ e o ‘multido’ para ilustrar o que seria 2π . Na Seção 5 exploramos o apelo intuitivo geométrico por trás da definição das funções cosseno, seno e tangente. Na Seção 6 ilustramos a involuta de uma circunferência. Finalmente, na Seção 7 apresentamos animações relacionadas à cicloide.

2. Um radiano

Definição 1. Um radiano (rad) é definido como o ângulo central de um círculo onde o comprimento do arco é igual ao raio do círculo. Em outras palavras, um radiano é o ângulo que subtende um arco com comprimento igual ao raio no centro do círculo.

Veja a animação da Figura 1.

Figura 1: $1 \text{ rad} \approx 57,29577951^\circ$

Compartilhamos agora os códigos em L^AT_EX necessários para gerar a animação da Figura 1.

<https://github.com/flankbezerra-hue/NovoBezerra-PMO-SBM>

3. Constante π

O número π é uma constante matemática que é definida como sendo a razão entre o comprimento de uma circunferência e o seu diâmetro. Veja a animação da Figura 2.

Figura 2: $\pi \approx 3,14$ rad

Compartilhamos agora os códigos em \LaTeX necessários para gerar a animação da Figura 2.

<https://github.com/flankbezerra-hue/NovoBezerra-PMO-SBM>

4. Constante 2π

O número 2π é uma constante matemática que é definida como sendo o comprimento de uma circunferência de raio igual a 1. Veja a animação da Figura 3.

Compartilhamos agora os códigos em \LaTeX necessários para gerar a animação da Figura 3.

<https://github.com/flankbezerra-hue/NovoBezerra-PMO-SBM>

Figura 3: $2\pi \approx 6,28$ rad

5. Funções cosseno, seno e a cicloide

A animação na Figura 4 destaca o círculo trigonométrica e o comportamento das funções cosseno, seno e tangente, veja [4].

Figura 4: Funções cosseno, seno e tangente

Compartilhamos agora os códigos em $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ necessários para gerar a animação da Figura 4.

<https://github.com/flankbezerra-hue/NovoBezerra-PMO-SBM>

6. A involuta de uma circunferência

Definição 2. A involuta de uma circunferência é uma curva plana obtida pela trajetória de um ponto na extremidade de um fio imaginário, enquanto esse fio é desenrolado, mantido sempre esticado, de uma circunferência fixa. Em outras palavras, é a curva que se forma quando um fio, preso a um ponto na circunferência, é desenrolado como se fosse uma linha de costura em um carretel.

Teorema 1. A parametrização da involuta de uma circunferência de raio r centrada no ponto $(0, 0)$ do plano xy , traçada pelo ponto $P = (r, 0)$ no final do fio é dada pelas seguintes equações

$$x(\theta) = r(\cos(\theta) + \theta \sin(\theta)), \quad y(\theta) = r(\sin(\theta) - \theta \cos(\theta)), \quad \theta \in [0, 2\pi].$$

Veja [4] para mais detalhes.

Compartilhamos agora os códigos em $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$ necessários para gerar a animação da Figura 5.

<https://github.com/flankbezerra-hue/NovoBezerra-PMO-SBM>

Figura 5: Involuta de uma circunferência

7. Cicloide

Problemas associados a circunferências que rolam sem deslizar são encontrados em exames de larga escala, aqueles aplicados a um grande número de estudantes. Veja a animação da Figura 6.

Figura 6: Um ponto sobre uma circunferência que rola sem deslizar

Compartilhamos agora os códigos em \LaTeX necessários para gerar a animação da Figura 6.

<https://github.com/flankbezerra-hue/NovoBezerra-PMO-SBM>

Definição 3. A cicloide é a curva traçada por um ponto fixo de uma circunferência que rola sem deslizar sobre uma reta.

Teorema 2. As equações paramétricas de uma cicloide, curva descrita por um ponto fixo em uma circunferência de raio $r > 0$ rolando sobre uma reta, eixo x , no plano xy , são

$$x(\theta) = r(\theta - \sin(\theta)), \quad y(\theta) = r(1 - \cos(\theta)), \quad \theta \in \mathbb{R}.$$

Veja [4] para mais detalhes.

Compartilhamos agora os códigos em \LaTeX necessários para gerar a animação da Figura 7.

<https://github.com/flankbezerra-hue/NovoBezerra-PMO-SBM>

Agradecimentos

Gostaríamos de agradecer ao professor doutor Angelo Aliano Filho da UTFPR pela ajuda com o \LaTeX . Também agradecemos ao referee anônimo pela sugestão do uso de plataformas online para hospedar, gerenciar e compartilhar projetos de código-fonte.

Referências

- [1] F. D. M. Bezerra, *Compartilhando práticas com os pacotes gráficos \LaTeX ‘Animate’ e ‘TikZ’ na educação matemática elementar*. PMO **12** (2), 2024. <https://doi.org/10.21711/2319023x2024/pmo1218>

Figura 7: Um arco de cicloide

- [2] Brasil, M. d. E. *Base Nacional Comum Curricular*. 2025. Disponível em: <https://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 04 de maio de 2025.
- [3] C. F. Costa, *O uso do L^AT_EX na construção e animações de figuras geométricas como auxílio no ensino de geometria*, Dissertação do PROFMAT/UFCA, 2022. Disponível [aqui](#).
- [4] H. Alencar, W. Santos, e G. S. Neto, *Geometria Diferencial das Curvas no R²*, 1a edição, SBM, Rio de Janeiro, 2020.

Flank D. M. Bezerra
Departamento de Matemática, Universidade Federal da Paraíba, 58051-900, João Pessoa - PB,
Brasil
<flank@mat.ufpb.br>

Recebido: 20/04/2020
Publicado: