



Materi 7

# Cross Product

Aljabar Linear



# Learning Outcomes

Setelah menyelesaikan pertemuan ini mahasiswa diharapkan dapat menghitung perkalian silang dari suatu vektor dan mengetahui contoh aplikasinya

# Sejatinya,

Perkalian Vektor dapat digunakan untuk:

- 01** Menghitung luas segitiga
- 02** Mendeteksi apakah 3 titik terletak pada bidang datar yang sama
- 03** Mencari persamaan bidang
- 04** Membuat nilai Alin menjadi A (Aamiin)



66

# Perkalian Silang

atau Cross Products



# Perkalian Silang (Cross Products)

vektor  $\mathbf{u}$  dan vektor  $\mathbf{v}$  di Ruang-3 dan mengapit sudut  $\theta$ ,

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) \quad \mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

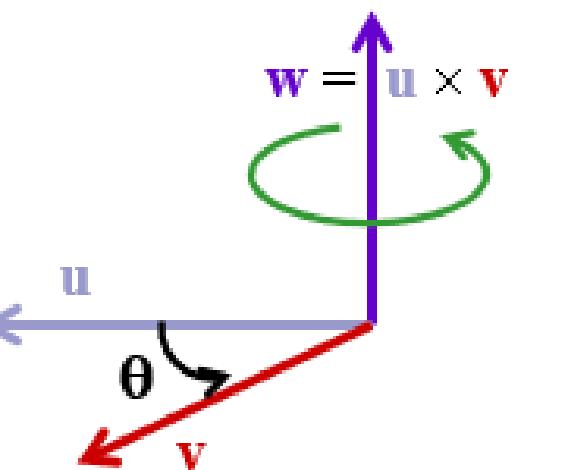
maka  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{w}$  di mana  $\mathbf{w}$  ortogonal terhadap  $\mathbf{u}$  dan  $\mathbf{v}$

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{u}_2 & \mathbf{u}_3 \\ \hline \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 \end{array} \right]_{W_1}, \quad - \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_3 \\ \hline \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_3 \end{array} \right]_{W_2}, \quad \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 \\ \hline \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 \end{array} \right]_{W_3}$$

Aturan tangan kanan:

Arah genggaman = arah  $\mathbf{u}$  ke  $\mathbf{v}$

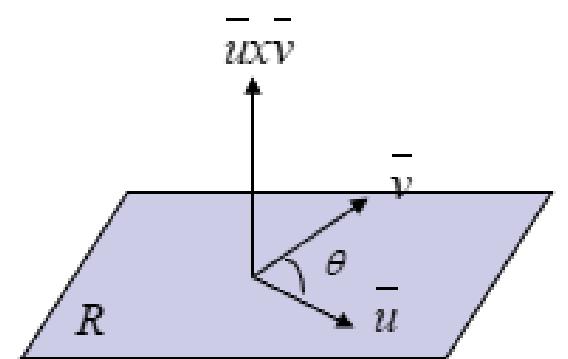
Arah ibu jari = arah  $\mathbf{w}$



# Hasil Kali Silang $\rightarrow$ Cross

## Hasil $\rightarrow$ Cross

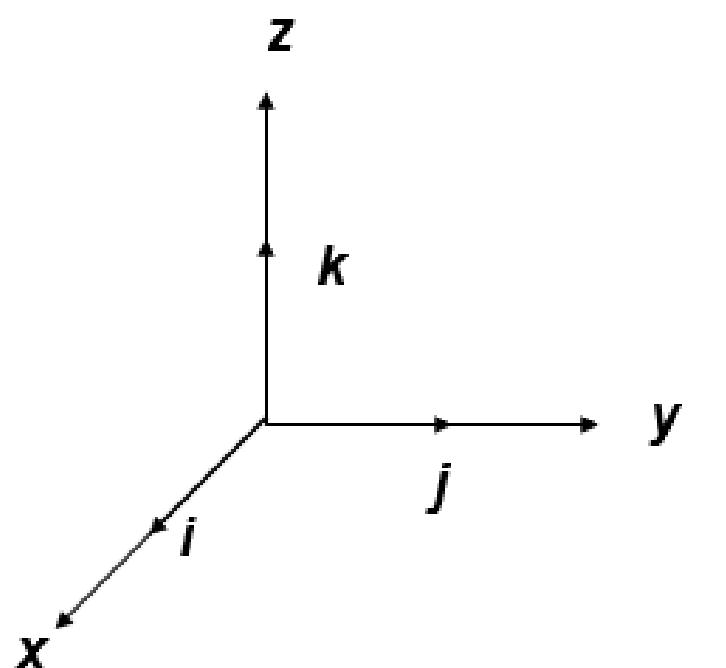
Berbeda dengan hasil kali titik, hasil  $\rightarrow$  skalar



Menggunakan >>  
kaidah tangan kanan

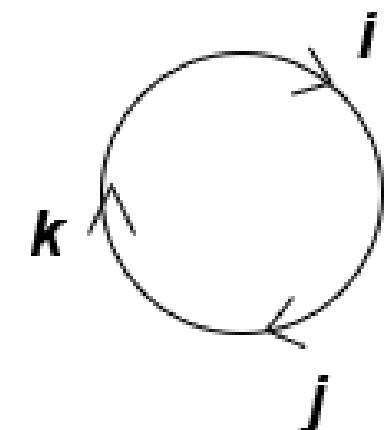
$$\begin{aligned} \bar{u} \times \bar{v} &\perp \bar{v} \\ \bar{u} \times \bar{v} &\perp \bar{u} \end{aligned} \left. \right\} \text{pada bidang R}$$

$$\begin{bmatrix} i (1,0,0) \\ j (0,1,0) \\ k (0,0,1) \end{bmatrix}$$



$$-\frac{v}{v} \begin{bmatrix} (v_1, v_2, v_3) \\ v_1 i + v_2 j + v_3 k \end{bmatrix}$$

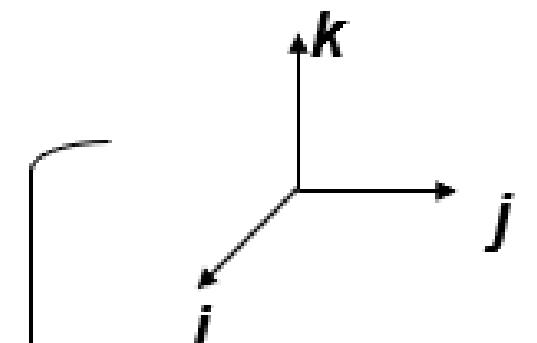
$$-\frac{v}{v} \begin{bmatrix} (2, -3, 4) \\ 2i - 3j + 4k \end{bmatrix}$$



*searah jarum jam* = +  
*berlawanan jarum jam* = -

$$i \times j = k$$

$$j \times i = -k$$



*Kaidah tangan kanan*



$$\bar{u} = (u_1, u_2, u_3)$$

$$\bar{v} = (v_1, v_2, v_3)$$

$$\begin{aligned}\bar{u} \times \bar{v} &= \begin{cases} -4 (w_1, w_2, w_3) \\ -3 (u_2.v_3 - u_3.v_2, u_3.v_1 - u_1.v_3, u_1.v_2 - u_2.v_1) \\ -2 \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix} \\ \left( \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} \right) \\ 1 \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix}i - \begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix}j + \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix}k \end{cases}\end{aligned}$$

### Contoh 12

$$\|\bar{u} \times \bar{v}\| = \sqrt{\frac{w_1^2 + w_2^2 + w_3^2}{\|\bar{u}\| \cdot \|\bar{v}\|} \cdot \sin \theta}$$



## Contoh 12

Carilah  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$  dimana  $\mathbf{u} = (1, 2, -2)$  dan  $\mathbf{v} = (3, 0, 1)$

Pemecahan:  $\overline{\mathbf{u}} \times \overline{\mathbf{v}} \neq \overline{\mathbf{v}} \times \overline{\mathbf{u}} \rightarrow$  beda arah

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \left( \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} \right)$$
$$= (2, -7, -6)$$

Cari juga :

$$1. \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} =$$

$$2. \mathbf{V} \times \mathbf{u} =$$

$$3. |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| =$$

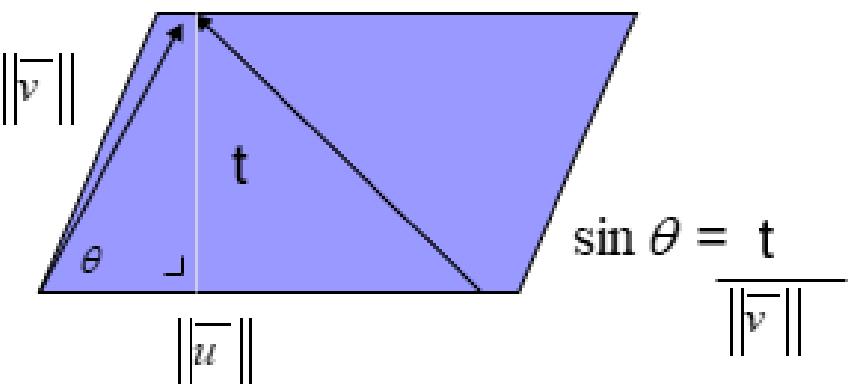


# Luas Jajar Genjang

Luas Jajar Genjang = alas x tinggi

$$= \|\bar{u}\| \|\bar{v}\| \sin \theta$$

$$= \|\bar{u} \times \bar{v}\|$$



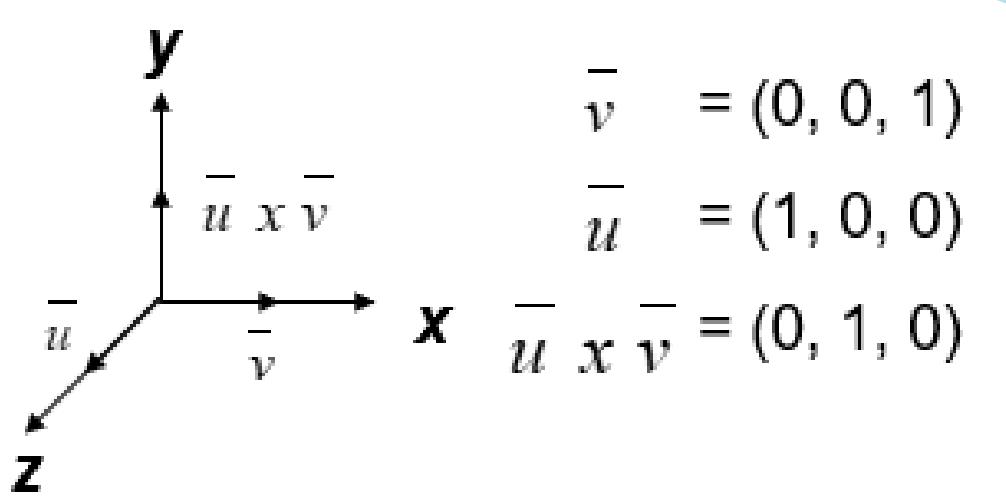
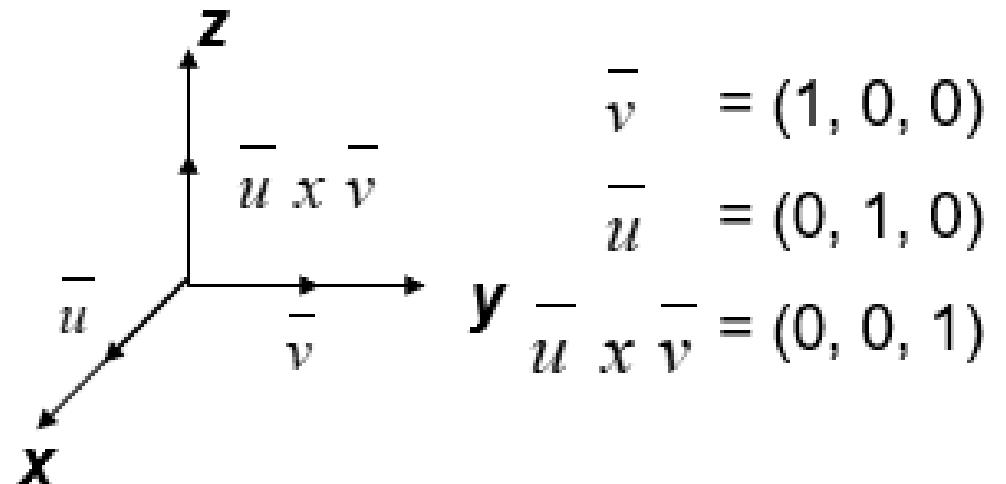
$$\text{Luas } \Delta = \frac{1}{2} \cdot \text{Ljg}$$

Contoh 15

$\bar{u} \times \bar{v} \rightarrow$  Bebas Koordinat,

Meskipun koordinat diganti tetapi arah vektor

$\bar{u} \times \bar{v}$  tetap sama



# Contoh Soal

## Soal 1

Carilah luas segitiga yang ditentukan oleh titik -  
titik  $P_1 = (1, -2, -3)$   $P_2 = (5, 4, -3)$   $P_3 = (5, -1, 7)$   
(titik pusatnya adalah  $P_3$ )



Jawabannya ada di next slide.  
(cekidott)

jawab :

$$\text{luas } \Delta = \frac{1}{2} | P_3 P_1 \times P_3 P_2 |$$

$P_1$  ↗  
 $P_2$   
 $P_3$

$$P_3 P_1 = P_1 - P_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{1} \quad = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$P_3 P_2 = P_2 - P_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{3} \quad P_3 P_1 \times P_3 P_2 = \begin{bmatrix} -4 & -1 & -10 \\ 0 & 5 & -10 \end{bmatrix}$$

$$= \left( \begin{vmatrix} -1 & -10 \\ 5 & -10 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} -4 & -10 \\ 0 & -10 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} \right)$$

$$\textcircled{4} \quad = (60, -40, -20)$$



titik pusat adalah P3 maka perkalian  
crossnya adalah  $P_3P_1 \times P_3P_2$

$$\begin{aligned} ② |P_3P_1 \times P_3P_2| &= \sqrt{60^2 + (-40)^2 + (-20)^2} \\ &= \sqrt{5600} \\ ② &= 74,83 \end{aligned}$$
$$\text{luar } \Delta = \frac{1}{2} |P_3P_1 \times P_3P_2|$$
$$\begin{aligned} ② &= \frac{1}{2} \cdot 74,83 \\ ② &= 37,42 \end{aligned}$$



# Contoh Soal

## Soal 3

Carilah luas segitiga yang ditentukan oleh titik-titik  $P_1(-2, 3, 4)$ ,  $P_2(7, -1, 3)$  dan  $P_3(4, 7, 2)$ . Titik pusat adalah  $P_2$ .

Geser kanan untuk jawaban.....



$P_1 =$	-2	$P_2 P_1$	$= P_1 - P_2$		
	3		$x =$	-9	nilai 1
	4		$y =$	4	nilai 1
			$z =$	1	nilai 1
$P_2 =$	7				
	-1				
	3				
$P_3 =$	4	$P_2 P_3$	$= P_3 - P_2$		
	7		$x =$	-3	nilai 1
	2		$y =$	8	nilai 1
			$z =$	-1	nilai 1
$p_2 p_1 \times p_2 p_3$	-9	4	1		
	-3	8	-1		
	$x =$	-12			
	$y =$	-12		nilai 3	
	$z =$	-60		nilai 3	
luas segitiga	31.17691		nilai 3		



# Contoh Soal

## Soal 6

Carilah luas segitiga yang ditentukan oleh titik-titik  $P_1 (4, -8, 2)$ ,  $P_2(6, 3, -5)$  dan  $P_3 (8, 2, 5)$ .

- Catt : titikpusatadalah  $P_3$  maka perkalian crossnya adalah  $P_3P_1 \times P_3P_2$

Next slide untuk yang mencari jawab



$P_1 =$	4		$P_3P_1$	$= P_1 - P_3$			
	-8			$x =$	-4	nilai 1	
	2			$y =$	-10	nilai 1	
				$z =$	-3	nilai 1	
$P_2 =$	6						
	3						
	-5						
$P_3 =$	8		$P_3P_2$	$= P_2 - P_3$			
	2			$x =$	-2	nilai 1	
	5			$y =$	1	nilai 1	
				$z =$	-10	nilai 1	
$p_3p_1 \times p_3p_2$	-4	-10	-3				
		-2	1	-10			
	$x =$	103					
	$y =$	-34		nilai 3			
	$z =$	-24		nilai 3			
<b>luas segitiga</b>	55,55			nilai 3			



# Contoh Soal

## Soal 4

Carilah luas segitiga yang ditentukan oleh titik-titik  $r (8, 9, -4)$   $s (-5, 4, 8)$  dan  $t (9, -4, 7)$ , titik pusat adalah  $t$  dan perkalian crossnya adalah  $tr \times ts$

$$\begin{array}{l} r = \begin{matrix} 8 & 9 & -4 \end{matrix} \\ s = \begin{matrix} -5 & 4 & 8 \end{matrix} \\ t = \begin{matrix} 9 & -4 & 7 \end{matrix} \end{array}$$

Titik pusat  $\Rightarrow t$

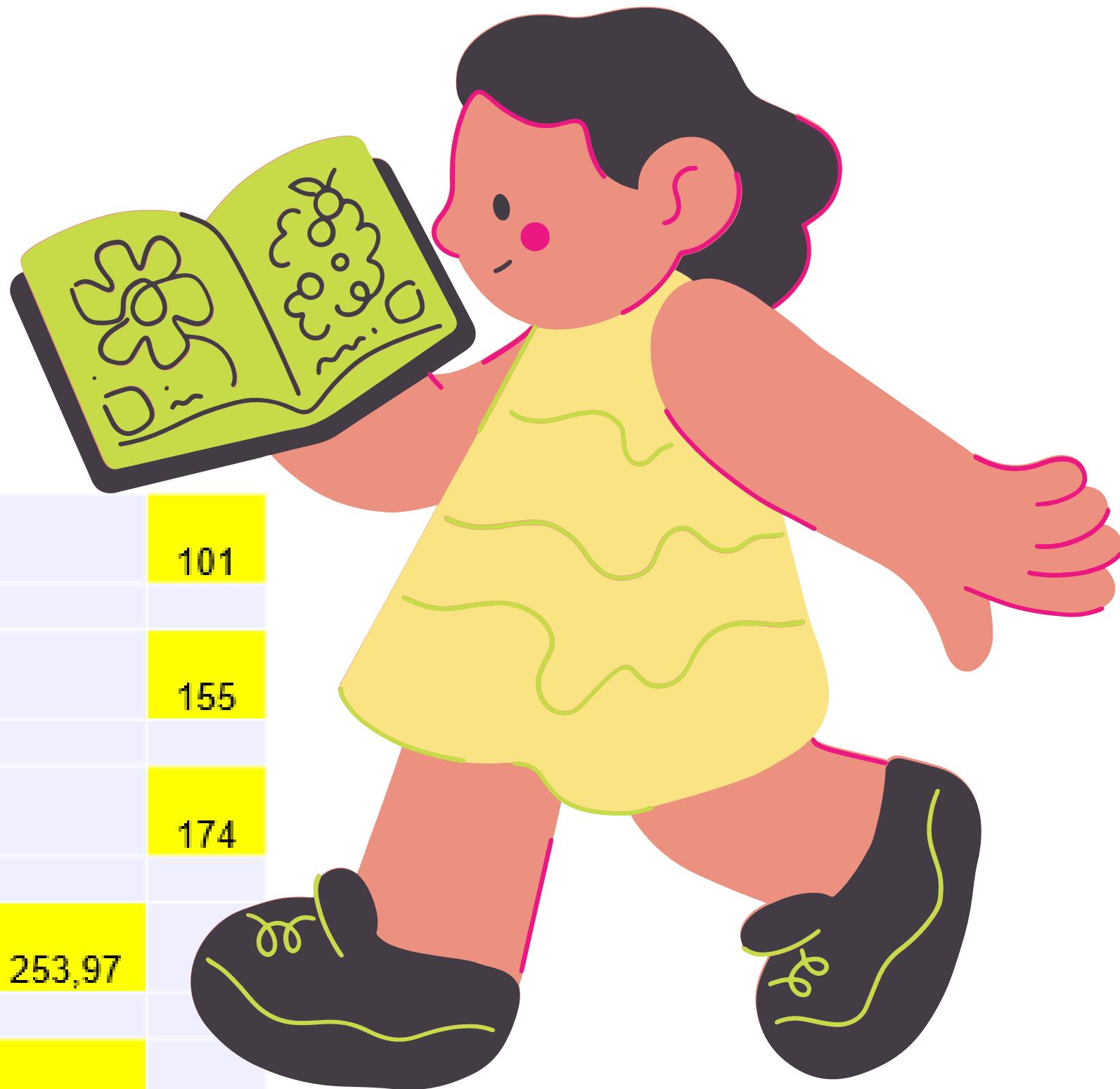
$$\begin{array}{l} tr = \begin{matrix} -1 & 13 & -11 \end{matrix} \\ ts = \begin{matrix} -14 & 8 & 1 \end{matrix} \end{array}$$

$$tr \times ts = \begin{matrix} 101 & 155 & 174 \end{matrix}$$

$$|tr \times ts| = 253,97$$

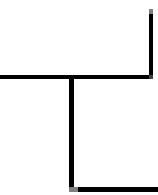
$$\text{luas} = 126,99$$

Q11	nilai variabel x pada perkalian cross adalah	101
Q12	nilai variabel y pada perkalian cross adalah	155
Q13	nilai variabel z pada perkalian cross adalah	174
Q14	Berpakah luas jajaran genjang ?	253,97
Q15	berapakah luas segitiga ?	126,99



# Rumus:

$$1.) \bar{u} \cdot (\bar{u} \times \bar{w}) = 0$$



Vektor yang  $\perp$  terhadap  $\bar{u}$

$$2.) \bar{v} \cdot (\bar{u} \times \bar{v}) = 0$$

$$3.) \|\bar{u} \times \bar{v}\|^2 = \|\bar{u}\|^2 \cdot \|\bar{v}\|^2 - (\bar{u} \cdot \bar{v})^2$$

$$4.) \bar{u} \times \bar{v} = -(\bar{v} \times \bar{u})$$

$$5.) \bar{u} \times (\bar{v} + \bar{w}) = (\bar{u} \times \bar{v}) + (\bar{u} \times \bar{w})$$

$$6.) (\bar{u} + \bar{v}) \times \bar{w} = (\bar{u} \times \bar{w}) + (\bar{v} \times \bar{w})$$

$$7.) k(\bar{u} \times \bar{v}) = (k(\bar{u})) \times \bar{v} = \bar{u} \times (k\bar{v})$$

$$8.) \bar{u} \times 0 = 0 \times \bar{u} = 0$$

$$9.) \bar{u} \times \bar{u} = 0$$



# Contoh lain:

Example 2, Consider the Vectors

$$u = (1, 2, -2) \text{ and } v = (3, 0, 1)$$

In example 1 we showed that

$$(\bar{u} \times \bar{v}) \cdot u = \emptyset$$

$$u \times v = (2, -7, -6) \quad (\bar{u} \times \bar{v}) \cdot v = \emptyset$$

Since

$$u \cdot (u \times v) = (1)(2) + (2)(-7) - (2)(-6) = 0$$

And

$$v \cdot (u \times v) = (3)(2) + (0)(-7) - (1)(-6) = 0$$

$u \times v$  is orthogonal to both  $u$  and  $v$  as guaranteed by theorem 3.4.1



$$\begin{aligned} u \cdot v &= 1.3 + 2.0 + -2.1 \\ &= 3 + 0 - 2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v \times u &= \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} \\ &= \left( \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) \\ &= (-2, 7, 6) \end{aligned}$$

$$(u \times v) \cdot u = \emptyset$$

$$\begin{aligned} (-2, -7, -6) \cdot (1, 2, -2) &= 2 - 14 + 12 \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |u \times v| &= \sqrt{2^2 + (-7)^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{4 + 49 + 36} \end{aligned}$$



# Definisi

Jika  $u$ ,  $v$ , dan  $w$  merupakan vektor di ruang-3,  
maka  $u \cdot (v \times w)$  disebut sebagai hasil kali skalar  
ganda tiga (scalar triple product) dari  $u$ ,  $v$ , dan  $w$   
(determinan)

$$u \cdot (v \times w) = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{vmatrix}$$



# Teorema

## 3.4.5

Jika  $u$ ,  $v$ , dan  $w$  merupakan vektor di ruang-3, dan ketiga titik inisialnya berimpit, maka ketiga vektor tersebut terletak dalam satu bidang datar jika dan hanya jika

$$u \cdot (v \times w) = 0$$

$$(u \times v) \cdot w = 0$$

$$(u \times w) \cdot v = 0$$

$$(v \times w) \cdot u = 0$$



# Contoh Soal

## No.3

### SOAL 5

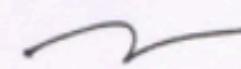
Apakah  $A = (6, 7, -1)$ ,  $B = (-1, 2, 4)$ , dan  $C = (7, -3, 0)$  terletak pada bidang datar yang sama jika di pastikan sedemikian sehingga titik-titik inisialnya berimpit.

Carilah determinan dengan kofaktor baris pertama!!



# Carilah determinan dengan kofaktor baris pertama

Jawab



Cek apakah  $A \cdot (B \times C) = 0$

③  $A \cdot (B \times C) = \begin{vmatrix} 6 & 7 & -1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 7 & -3 & 0 \end{vmatrix}$

③  $= 6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} - 7 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 7 & -3 \end{vmatrix}$

$= 6 \cdot (12) - 7 \cdot (-28) - 1 \cdot (3 - 14)$

③  $= 279$

③ krn  $\neq 0$  mk  $A B C$  tidak terletak dlm bidang datar yg sama

# Contoh Soal

## No.3

### SOAL 5

1. Apakah  $j(3,6,2)$   $k(-3, 7, 9)$  dan  $L(9, 5, 3)$  terletak pada bidangdatar yang sama ?
2. Carilah Determinan dengan merubah menjadi segitiga atas



# Carilah determinan dengan merubah menjadi segitiga atas

	3	6	2
A =	-3	7	9
	9	5	3
	3	6	2
Ke - 1	A =	0	13 11
		9	5 3
	3	6	2
Ke - 2	A =	0	13 11
		0	-13 -3
	3	6	2
ke - 3	A =	0	13 11
		0	0 8
	Det A =		312

Q05	Pada iterasi pertama, berapakah isi sel (2,2)	13
Q06	Pada iterasi pertama, berapakah isi sel (2,3)	11
Q07	pada iterasi kedua, berapakah isi sel (3,2)	-13
Q08	pada iterasi kedua, berapakah isi sel (3,3)	-3
Q09	pada iterasi ketiga, berapakah isi sel (3,3)	8
Q10	berapakah determinan ?	312

Karena Det  $\neq 0$ ,  
maka j, k, L tidak terletak pada bidang yang sama



# Garis dan Bidang di Ruang-3

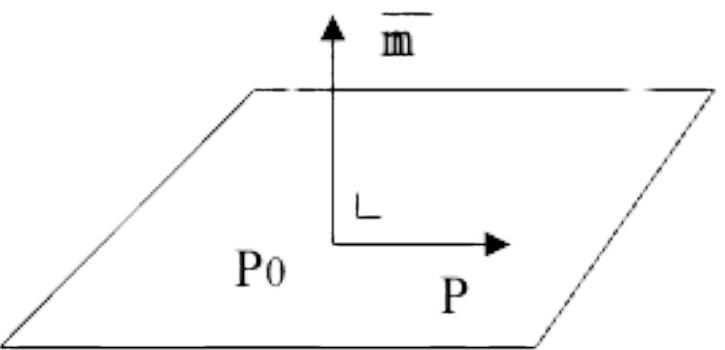
**Bab 3.5**



# Learning Outcomes

Setelah menyelesaikan pertemuan ini mahasiswa diharapkan dapat menyelesaikan permasalahan garis dalam ruang-2 dan ruang-3 dengan pendekatan vektor.

## 3.5 Garis dan bidang di ruang 3



$$\overline{P_0 P} \cdot \bar{n} = 0$$

variabel  $\leftarrow P = (x, y, z)$

angka

$$P_0 = (X_0, y_0, Z_0)$$

$$\bar{n} = (a, b, c)$$

$\rightarrow$  titik pada bidang

vektor normal

vektor yang

$\perp$  thdp bidang

$$\text{Pers. bidang} \rightarrow \overline{P_0 P} \cdot \bar{n} = 0$$

$$(x - X_0, y - y_0, z - Z_0) \cdot (a, b, c) = 0$$

$$a(x - X_0) + b(y - y_0) + c(z - Z_0) = 0 \rightarrow \text{bentuk titik normal}$$

$$ax + by + cz + \underbrace{(-aX_0 - b y_0 - c Z_0)}_{d} = 0$$

$$ax + by + cz + d = 0 \rightarrow \text{Pers. bidang}$$



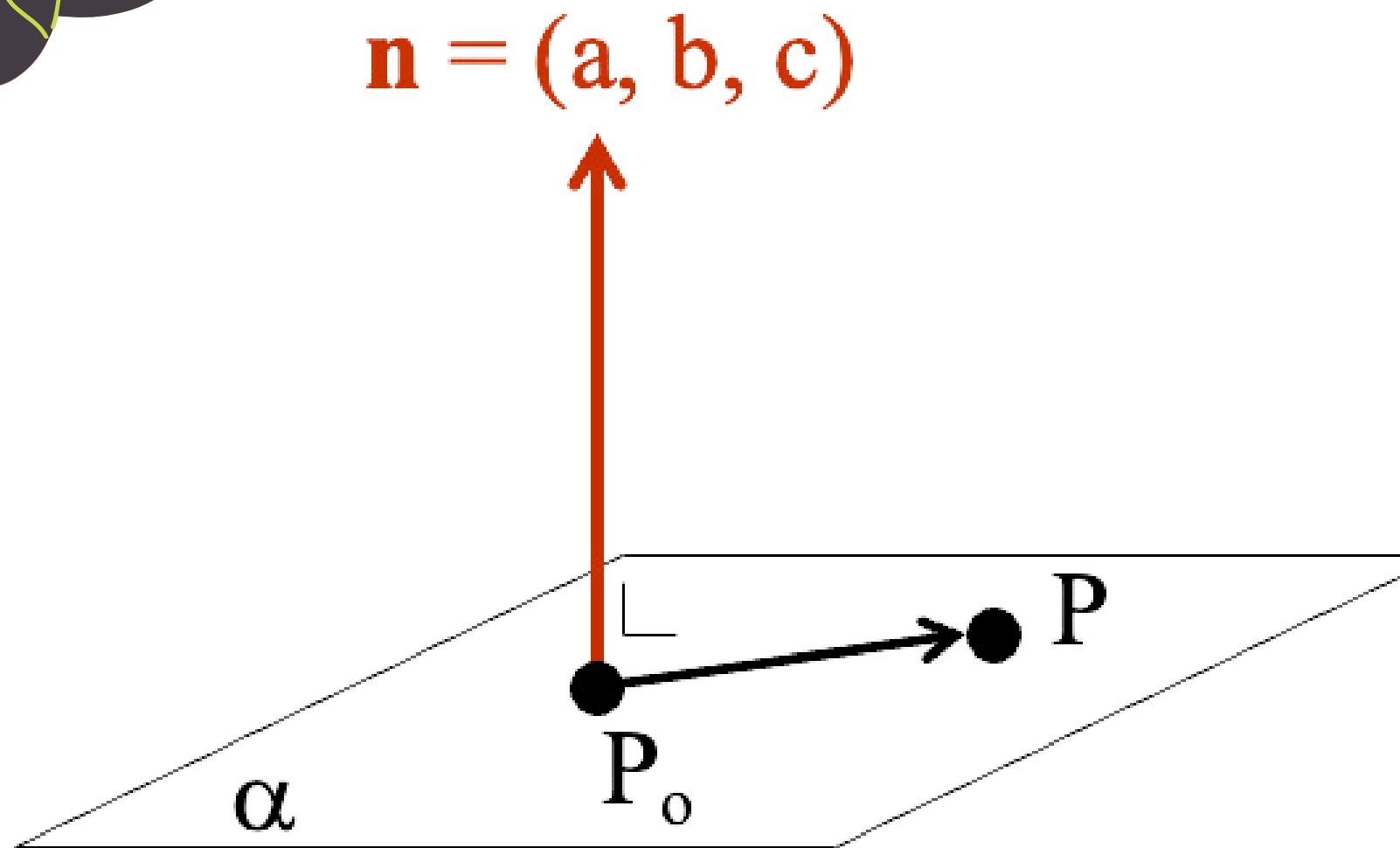


# Bidang Datar

## Persamaan normal-titik (Point normal form):

Titik  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  dan titik  $P(x, y, z)$  terletak di bidang datar  $\alpha$

Vektor normal  $\mathbf{n} = (a, b, c)$  ortogonal terhadap bidang  $\alpha$



Vektor  $P_0P = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$

Karena  $\mathbf{n}$  ortogonal terhadap  $\alpha$ ,  
maka  $\mathbf{n}$  juga ortogonal terhadap  
vektor  $P_0P$ , sehingga

$$\mathbf{n} \cdot P_0P = 0$$

Bidang Datar  $\alpha$  dinyatakan dengan  
persamaan:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

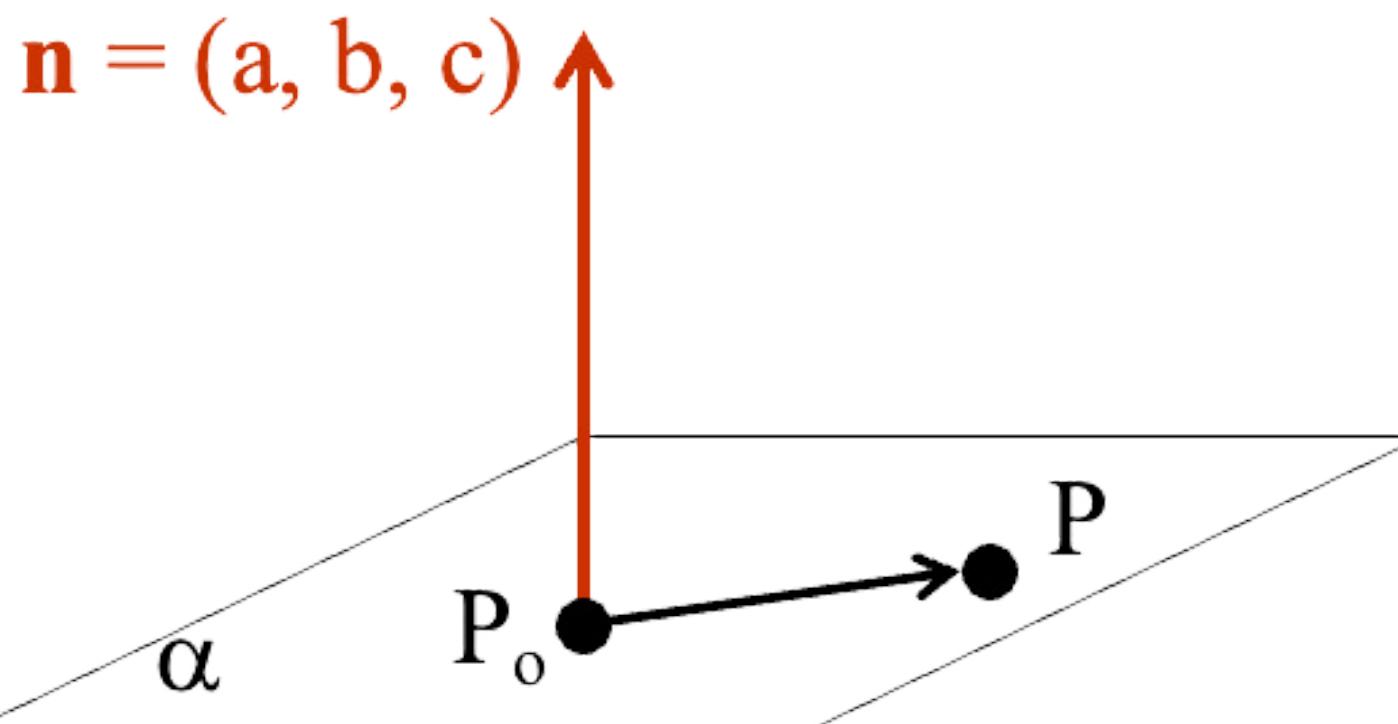
# Bidang Datar

## Bentuk Umum Persamaan Bidang Datar:

Dari Persamaan Normal-titik (point normal form):

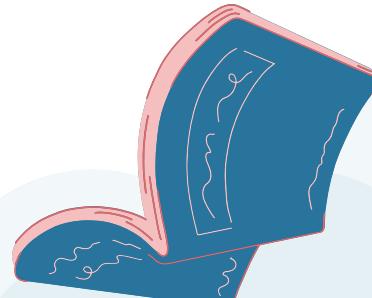
$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$ax + by + \cancel{cz} + \underbrace{(-ax_0 - by_0 - cz_0)}_{d} = 0$$

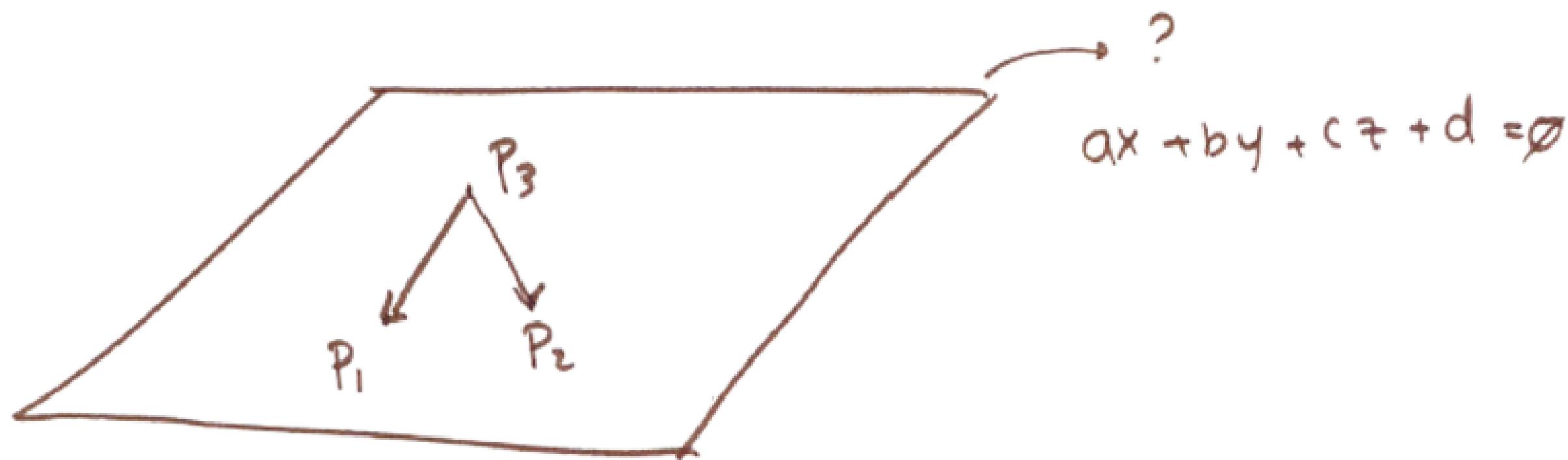


Bidang Datar  $\alpha$  dinyatakan dengan persamaan:

$$ax + by + \cancel{cz} + d = 0$$



?????



# Contoh Soal

**SOAL 17**

Cari persamaan bidang yang melewati  $(3, -1, 7)$

dan  $\perp$  thdp  $n = (4, 2, -5)$



# Persamaan Bidang Melewati 1 Titik

Jawab:

$$P_0 P \cdot n = 0$$

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot (a, b, c) = 0$$

$$4(x - 3) + 2(y + 1) + -5(z - 7) = 0$$

$$4x + 2y - 5z + (-12 + 2 + 35) = 0$$

$$4x + 2y - 5z + 25 = 0 \rightarrow \text{pers. bidang}$$

bukti: kita masukkan  $P_0 = (3, -1, 7)$  ke dlm persamaan:

$$\Rightarrow 4.3 + 2.-1 + 5.7 + 25 = 0$$

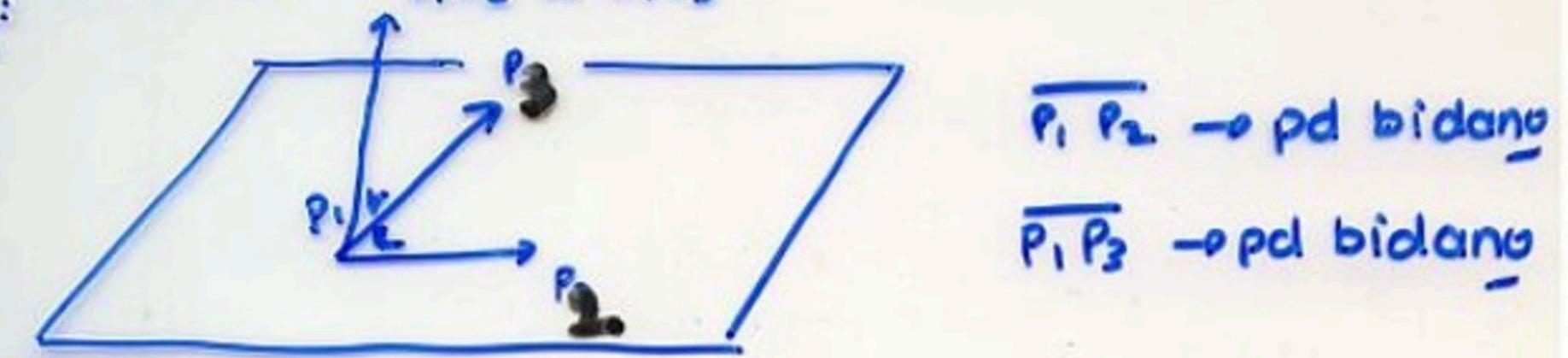
$$12 - 2 - 35 + 25 = 0$$

$$0 = 0 \rightarrow \text{terbukti}$$

# Contoh Soal 6

Contoh 18

Cari pers. bid.  $y_0$  melalui  $P_1 (1, 2, -1)$   $P_2 (2, 3, 1)$   
&  $P_3 (3, -1, 2)$   
*[w.b.:*



$\overline{P_1 P_2} \rightarrow$  pd bidang

$\overline{P_1 P_3} \rightarrow$  pd bidang

$$\begin{aligned}\overline{P_1 P_2} &= (1, 1, 2) \\ \overline{P_1 P_3} &= (2, -3, 3)\end{aligned}$$

$$\frac{\overline{P_1 P_2} \times \overline{P_1 P_3}}{n} = (9, 1, -5) \quad \text{~\(\rightarrow\) vektor normal} \quad \text{~\(\perp\) thp } \overline{P_1 P_2} \text{ & } \perp \text{ thp } \overline{P_1 P_3}$$

$$\text{Pers. bidang} \rightarrow \overline{P_0 P} \cdot \overline{n} = 0 \quad \left[ \begin{array}{l} \Rightarrow P_0 = P_1 = (1, 2, -1) \\ \Rightarrow \overline{n} = (9, 1, -5) \end{array} \right]$$

$$(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \cdot (a, b, c) = 0$$

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

$$9(x - 1) + 1(y - 2) + -5(z + 1) = 0$$

$$9x + y - 5z + (-9 - 2 - 5) = 0$$

$$9x + y - 5z - 16 = 0$$



# Persamaan Bidang Melewati 3 Titik

• Po dpt di titik  $P_1$  or  $P_2$  or  $P_3$ , km hasilnya sama  $\rightarrow$  terletak pd. bid

ex

$$P_0 = P_2 = (2, 3, 1)$$

$$\vec{n} = (9, 1, -5)$$

$$\Rightarrow 9(x-2) + 1(y-3) - 5(z-1) = 0$$

$$9x + 4 - 5z + (-18 - 3 + 5) = 0$$

$$9x + 4 - 5z - 16 = 0 \rightarrow$$
 sama not diatas

CK

$$P_0 = P_3 = (3, -1, 2)$$

$$\vec{n} = (9, 1, -5)$$

$$\Rightarrow 9(x-3) + 1(y+1) - 5(z-2) = 0$$

$$9x + 4 - 5z + (-27 + 1 + 10) = 0$$

$$9x + 4 - 5z - 16 = 0$$

# Contoh Soal 5

## SOAL 7

Mencari persamaan bidang yang melalui  $P_1 (-3, 2, 0)$ ,  $P_2 (0, -1, 2)$ , dan  $P_3 (5, 1, 3)$ . (Titik pusat  $P_2$ ) dan  $P_0 = P_1$ .



# Persamaan Bidang Melewati 3 Titik

Pers. bidang  $\rightarrow \overline{P_0 P} \cdot \bar{n} = 0$

$$\textcircled{2} \quad P_0 = (-3, 2, 0)$$

$$P = (x, y, z)$$

$$n = P_2 P_1 \times P_2 P_3$$

$$P_2 P_1 = P_1 - P_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$P_2 P_3 = P_3 - P_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad P_2 P_1 \times P_2 P_3 = \begin{bmatrix} -3 & 3 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{2} \quad = \left( \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \right)$$

$$\textcircled{2} \quad P_2 P_1 \times P_2 P_3 = \bar{n} = (7, -7, -21)$$

$$\textcircled{2} \quad \overline{P_0 P} \cdot \bar{n} = 0$$

$$\textcircled{2} \quad ((x+3), (y-2), (z-0)) \cdot (7, -7, -21) = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 7(x+3) - 7(y-2) - 21z = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 7x - 7y - 21z + 35 = 0$$

# Contoh Soal 6

## SOAL 8

Carilah persamaan bidang yang melalui  $P_1(-3, 3, 6)$ ,  $P_2(2, -4, 6)$  dan  $P_3(3, 4, 2)$ . Titik pusat adalah  $P_3$ .



# Persamaan Bidang Melewati 3 Titik

<b>P1</b>	-3	<b>p3p1</b>	= P1 - P3		
	3		x =	-6	nilai 1
	6		y =	-1	nilai 1
			z =	4	nilai 1
<b>P2</b>	2				
	-4				
	6				
<b>P3</b>	3	<b>p3p2</b>	= P2 - P3		
	4		x =	-1	nilai 1
	2		y =	-8	nilai 1
			z =	4	nilai 1
<b>p3p1 x p3p2</b>	-6	-1	4		
	-1	-8	4		
<b>vektor normal</b>					
	x =	28			nilai 3
	y =	20			nilai 3
	z =	47			nilai 3
<b>PoP . Normal = 0</b>					
<b>po = p1</b>					
<b>po</b>	x =	-3	a =	28	
	y =	3	b =	20	
	z =	6	c =	47	
<b>a(x - xo) + b(y - yo) + c(z - zo) = 0</b>					nilai 3
<b>28(x + 3) + 20(y - 3) + 47(z - 6) = 0</b>					nilai 3
<b>28x + 84 + 20y - 60 + 47z - 282 = 0</b>					nilai 3
<b>28x + 20y + 47z - 258 = 0</b>					nilai 3

# Contoh Soal 7

## SOAL 9

1. Carilah persamaan bidang yang melalui titik  
 $f (-2, 4, 9)$ ,  $g (6, -9, 4)$  dan  $h (8, 3, -2)$ .
2. Titik pusat adalah  $g$  sehingga vektor  
normal adalah  $gf \times gh$ .
3.  $Po = h$



# Persamaan Bidang Melewati 3 Titik

$f =$	-2	4	9				
$g =$	6	-9	4				
$h =$	8	3	-2				
titik pusat $\Rightarrow g$						$Po = h$	
$gf =$	-8	13	5				
$gh =$	2	12	-6				
$n = gf \times gh =$		<b>-138</b>	<b>-38</b>	<b>-122</b>			
$PoP \cdot N = 0$							

Q01	nilai variabel x pada persamaan bidang adalah	<b>-138</b>
Q02	nilai variabel y pada persamaan bidang adalah	<b>-38</b>
Q03	nilai variabel z pada persamaan bidang adalah	<b>-122</b>
Q04	nilai variabel d (konstanta) pada persamaan bidang adalah	<b>974</b>

$$(x - 8) -138 + (y - 3) -38 + (z - 2) -122 = 0$$

$$-138 + x + -38 + y + -122 + z + 974 = 0$$

Dot Product



# Tugas Kelompok

1. Membuat contoh soal sendiri (ppt) boleh mengarangsendiri atau dari internet.
2. Satu kelompok = 1 soal
3. Dijawab step by step seperti yang saya ajarkan
4. Upload ke drive (share)
5. Nilai max PR adalah : 91,

Note: Jika ada yang tidak aktif, anggota yang aktif langsung memberi tau asisten, dan asisten akan mengurangi nilai nya.

66

# Terimakasih.....

Semangat Quiz 2!!!!

