Pembahasan Kuis 3 Aljabar Linear 2023 B

Cari persaman parametrik untuk garis perpotongan 2 bidang. Carilah nilai x, y dan z dengan menggunakan Gauss-Jordan.

-4	x	5	y	-7	z	-388	=	0
9	x	6	y	-2	z	215	=	0

Dengan persamaan bidang di atas, kita perlu mengubahnya menjadi matriks seperti di bawah ini:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & -7 & -388 \\ 9 & 6 & -2 & 215 \end{pmatrix}$$

Lalu kita perlu mengubah nya menjadi bentuk gauss-jordan

*Langkah perhitungan nya bisa di cek di **PPT 9**

Setelah dilakukan perhitungan, kita mendapat hasil akhir:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0,46 & -49,33 \\ 0 & 1 & -1,03 & 38,14 \end{pmatrix}$$

Dari matriks tersebut, kita bisa memperoleh 2 persamaan:

1. $x + 0,46z = -49,33$
2. $y - 1,03z = 38,14$

Dari kedua persamaan akhir yang diperoleh, kita mendapati bahwa $x\ dan\ y$ tidak memiliki koefisien di depannya. Sehingga kita bisa mengubah menjadi:

1. $x = -49,33 - 0,46z$
2. $y = 38,14 + 1,03z$

Dari hasil di atas, kita dapati pula bahwa nilai z bisa diisi angka berapapun atau bisa dikatakan jika kita masukkan sembarang angka maka hasil akan selalu benar. Maka, kita bisa memisalkan variabel tersebut dengan sembarang huruf, kali ini kita akan memisalkan dengan t. Sehingga hasil akhir dari nilai tiap variable:

$z = t$

$x = -49,33 - 0,46t$

$y = 38,14 + 1,03t$

Nyatakanlah (128, 6, 30, -52) sebagai kombinasi linier dari (-7, 3, -5, 9), (4, -2, 6, -8) dan (9, 4, -4, 5) Carilah nilai k1, k2 dan k3 dengan menggunakan Gauss-Jordan.

Dari vector-vektor yang diberikan dalam soal di atas, kita bisa mengubahnya menjadi sebuah matriks:

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 4 & 9 & 128 \\ 3 & -2 & 4 & 6 \\ -5 & 6 & -4 & 30 \\ 9 & -8 & 5 & -52 \end{pmatrix}$$

Lalu kita proses dengan mengubahnya menjadi bentuk gauss-jordan

$iterasi\ 1: B_1 = B_1 \cdot \frac{1}{-7}$

$$B_1 = \begin{pmatrix} -7 \\ 4 \\ 9 \\ 128 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{-7}$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -4 \\ 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ -2{,}85 \\ -6{,}45 \\ -91{,}45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3{,}15 \\ -10{,}45 \\ -61{,}45 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}57 & -1{,}29 & -18{,}29 \\ 3 & -2 & 4 & 6 \\ -5 & 6 & -4 & 30 \\ 9 & -8 & 5 & -52 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 2: B_2 = B_2 + B_1 \cdot -3$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -0{,}57 \\ -1{,}29 \\ -18{,}29 \end{pmatrix} \cdot -3$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 1{,}71 \\ 3{,}87 \\ 54{,}87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}29 \\ 7{,}87 \\ 60{,}87 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}57 & -1{,}29 & -18{,}29 \\ 0 & -0{,}29 & 7{,}87 & 60{,}87 \\ -5 & 6 & -4 & 30 \\ 9 & -8 & 5 & -52 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 3: B_3 = B_3 + B_1 \cdot 5$

$$B_3 = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -4 \\ 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -0{,}57 \\ -1{,}29 \\ -18{,}29 \end{pmatrix} \cdot 5$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -4 \\ 30 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ -2{,}85 \\ -6{,}45 \\ -91{,}45 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3{,}15 \\ -10{,}45 \\ -61{,}45 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}57 & -1{,}29 & -18{,}29 \\ 0 & -0{,}29 & 7{,}87 & 60{,}87 \\ 0 & 3{,}15 & -10{,}45 & -61{,}45 \\ 9 & -8 & 5 & -52 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 4: B_4 = B_4 + B_1 \cdot -9$

$$B_4 = \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \\ 5 \\ -52 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -0{,}57 \\ -1{,}29 \\ -18{,}29 \end{pmatrix} \cdot -9$$

$$B_4 = \begin{pmatrix} 9 \\ -8 \\ 5 \\ -52 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 5{,}13 \\ 11{,}61 \\ 164{,}61 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2{,}87 \\ 16{,}61 \\ 112{,}61 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}57 & -1{,}29 & -18{,}29 \\ 0 & -0{,}29 & 7{,}87 & 60{,}87 \\ 0 & 3{,}15 & -10{,}45 & -61{,}45 \\ 0 & -2{,}87 & 16{,}61 & 112{,}61 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 5: B_2 = B_2 \cdot \frac{1}{-0{,}29}$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -0{,}29 \\ 7{,}87 \\ 60{,}87 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{-0{,}29}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -27{,}14 \\ -209{,}9 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}57 & -1{,}29 & -18{,}29 \\ 0 & 1 & -27{,}14 & -209{,}9 \\ 0 & 3{,}15 & -10{,}45 & -61{,}45 \\ 0 & -2{,}87 & 16{,}61 & 112{,}61 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 6: B_3 = B_3 + B_2 \cdot -3{,}15$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3{,}15 \\ -10{,}45 \\ -61{,}45 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -27{,}14 \\ -209{,}9 \end{pmatrix} \cdot -3{,}15$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3{,}15 \\ -10{,}45 \\ -61{,}45 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -3{,}15 \\ 85{,}49 \\ 661{,}19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 75{,}04 \\ 599{,}74 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0{,}57 & -1{,}29 & -18{,}29 \\ 0 & 1 & -27{,}14 & -209{,}9 \\ 0 & 0 & 75{,}04 & 599{,}74 \\ 0 & -2{,}87 & 16{,}61 & 112{,}61 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 7: B_4 = B_4 + B_2 \cdot 2,87$

$$B_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2,87 \\ 16,61 \\ 112,61 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -27,14 \\ -209,9 \end{pmatrix} \cdot 2,87$$

$$B_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2,87 \\ 16,61 \\ 112,61 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2,87 \\ -77,89 \\ -602,41 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -61,28 \\ -489,8 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0,57 & -1,29 & -18,29 \\ 0 & 1 & -27,14 & -209,9 \\ 0 & 0 & 75,04 & 599,74 \\ 0 & 0 & -61,28 & -489,8 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 8: B_3 = B_3 \cdot \dfrac{1}{75,04}$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 75,04 \\ 599,74 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{75,04}$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 7,99 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -0,57 & -1,29 & -18,29 \\ 0 & 1 & -27,14 & -209,9 \\ 0 & 0 & 1 & 7,99 \\ 0 & 0 & -61,28 & -489,8 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 9: B_4 = B_4 + B_3 \cdot 61,28$

$$B_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -61,28 \\ -489,8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 7,99 \end{pmatrix} \cdot 61,28$$

$$B_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -61,28 \\ -489,8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 61,28 \\ 489,63 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,17 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -0,57 & -1,29 & -18,29 \\ 0 & 1 & -27,14 & -209,9 \\ 0 & 0 & 1 & 7,99 \\ 0 & 0 & 0 & -0,17 \end{pmatrix}$$

Let S = {v1, v2, v3} be the basis for R3. Find the coordinate vektor of v = (14, 60, -20) with respect to S. Carilah nilai c1, c2 dan c3 dengan menggunakan gauss-jordan. v1 = (-6, 4, 3)   v2 = (7, -4, 2) v3 = (9, 6, -3)

Untuk menyelesaikan soal di atas, kita perlu mengubah vector-vektor yang diberikan di soal menjadi sebuah matriks

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 7 & 9 & 14 \\ 4 & -4 & 6 & 60 \\ 3 & 2 & -3 & -20 \end{pmatrix}$$

Lalu, kita operasikan untuk mengubahnya menjadi bentuk gauss-jordan

$iterasi\ 1: B_1 = B_1 \cdot \frac{1}{-6}$

$$B_1 = \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 9 \\ 14 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{-6}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1,17 \\ -1,5 \\ -2,33 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1,17 & -1,5 & -2,33 \\ 4 & -4 & 6 & 60 \\ 3 & 2 & -3 & -20 \end{pmatrix}$$

$iterasi\ 2: B_2 = B_2 + B_1 \cdot -4$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 6 \\ 60 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1,17 \\ -1,5 \\ -2,33 \end{pmatrix} \cdot -4$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 6 \\ 60 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 4,68 \\ 6 \\ 9,32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,68 \\ 12 \\ 69,32 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1,17 & -1,5 & -2,33 \\ 0 & 0,68 & 12 & 69,32 \\ 3 & 2 & -3 & -20 \end{pmatrix}$$

$$iterasi\ 3: B_3 = B_3 + B_1 \cdot -3$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \\ -20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1{,}17 \\ -1{,}5 \\ -2{,}33 \end{pmatrix} \cdot -3$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \\ -20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 3{,}51 \\ 4{,}5 \\ 6{,}99 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5{,}51 \\ 1{,}5 \\ -13{,}01 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1{,}17 & -1{,}5 & -2{,}33 \\ 0 & 0{,}68 & 12 & 69{,}32 \\ 0 & 5{,}51 & 1{,}5 & -13{,}01 \end{pmatrix}$$

$$iterasi\ 4: B_2 = B_2 \cdot \tfrac{1}{0{,}68}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0{,}68 \\ 12 \\ 69{,}32 \end{pmatrix} \cdot \tfrac{1}{0{,}68}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 17{,}65 \\ 101{,}94 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1{,}17 & -1{,}5 & -2{,}33 \\ 0 & 1 & 17{,}65 & 101{,}94 \\ 0 & 5{,}51 & 1{,}5 & -13{,}01 \end{pmatrix}$$

$$iterasi\ 5: B_3 = B_3 + B_2 \cdot -5{,}51$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5{,}51 \\ 1{,}5 \\ -13{,}01 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 17{,}65 \\ 101{,}94 \end{pmatrix} \cdot -5{,}51$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5{,}51 \\ 1{,}5 \\ -13{,}01 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -5{,}51 \\ -97{,}25 \\ -561{,}69 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -95{,}75 \\ -574{,}7 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1{,}17 & -1{,}5 & -2{,}33 \\ 0 & 1 & 17{,}65 & 101{,}94 \\ 0 & 0 & -95{,}75 & -574{,}7 \end{pmatrix}$$

$$iterasi\ 6: B_3 = B_3 \cdot \frac{1}{-95{,}75}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -95{,}75 \\ -574{,}7 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{-95{,}75}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1{,}17 & -1{,}5 & -2{,}33 \\ 0 & 1 & 17{,}65 & 101{,}94 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$iterasi\ 7: B_2 = B_2 + B_3 \cdot -17{,}65$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 17{,}65 \\ 101{,}94 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot -17{,}65$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 17{,}65 \\ 101{,}94 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -17{,}65 \\ -105{,}9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -3{,}96 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1{,}17 & -1{,}5 & -2{,}33 \\ 0 & 1 & 0 & -3{,}96 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$iterasi\ 8: B_1 = B_1 + B_3 \cdot 1{,}5$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1{,}17 \\ -1{,}5 \\ -2{,}33 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot 1{,}5$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1{,}17 \\ -1{,}5 \\ -2{,}33 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1{,}5 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1{,}17 \\ 0 \\ -6{,}67 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1{,}17 & 0 & -6{,}67 \\ 0 & 1 & 0 & -3{,}96 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$iterasi\ 8: B_1 = B_1 + B_2 \cdot 1{,}17$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1{,}17 \\ 0 \\ -6{,}67 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -3{,}96 \end{pmatrix} \cdot 1{,}17$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1{,}17 \\ 0 \\ -6{,}67 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1{,}17 \\ 0 \\ -4{,}63 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -11{,}3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -11{,}3 \\ 0 & 1 & 0 & -3{,}96 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$