

Cari jarak antara bidang 1 dan 2 jika diketahui

- Bidang 1: $5x - 7y + 9z = 34$
- Bidang 2: $-15x + 21y - 27z = 67$

Persamaan yang digunakan untuk menyelesaikan soal:

$$\|d\| = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c \cdot z_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Untuk mencari jarak 2 bidang, kita perlu menentukan sembarang titik yang berada di salah satu bidang. Pada kali ini, kita coba untuk menggunakan titik (5, 0, 1) yang berada pada bidang 1.

Karena kita menggunakan titik pada bidang 1 yang dijadikan acuan, maka kita perlu mengubah bentuk persamaan bidang 2 menjadi:

$$-15x + 21y - 27z - 67 = 0$$

Lalu, kita identifikasi

$$a = -15 \quad b = 21 \quad c = -27 \quad d = -67$$

$$x_0 = 5 \quad y_0 = 0 \quad z_0 = 1$$

Sehingga,

$$\|d\| = \frac{|a \cdot x_0 + b \cdot y_0 + c \cdot z_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\|d\| = \frac{|[-15 \cdot 5] + [21 \cdot 0] + [(-27) \cdot 1] + (-67)|}{\sqrt{(-15)^2 + 21^2 + (-27)^2}} = \frac{|-75 + 0 - 27 - 67|}{\sqrt{225 + 441 + 729}} = \frac{|-169|}{\sqrt{1395}} = \frac{169}{\sqrt{1395}} = 4,52$$

Tips:

- Pilih Persamaan bidang yang menghasilkan kombinasi angka tidak terlalu rumit untuk menentukan titik.
- Jika titik tidak diberikan di soal, pilih titik sembarang yang sebisa mungkin memuat banyak angka 0 untuk memudahkan perhitungan

Nyatakan (-34, 14, -86) sebagai kombinasi linier dari (7, -4, 7) ; (8, 5, -2) ; (-4, -5, -6). Carilah nilai k1, k2 dan k3 dengan menggunakan Gauss-Jordan.

Langkah berikutnya, kita perlu mengubah vector-vektor di atas menjadi sebuah matriks Bernama A

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & -4 & -34 \\ -4 & 5 & -5 & 14 \\ 7 & -2 & -6 & -86 \end{pmatrix}$$

Kita perlu mengubah matriks tersebut menjadi bentuk gauss-jordan

$$\text{iterasi 1: } B_1 = B_1 \cdot \frac{1}{7}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ -4 \\ -34 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{7}$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,14 \\ -0,57 \\ -4,86 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,14 & -0,57 & -4,86 \\ -4 & 5 & -5 & 14 \\ 7 & -2 & -6 & -86 \end{pmatrix}$$

$$\text{iterasi 4: } B_2 = B_2 \cdot \frac{1}{9,56}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 9,56 \\ -7,28 \\ -5,44 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{9,56}$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,76 \\ -0,57 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,14 & -0,57 & -4,86 \\ 0 & 1 & -0,76 & -0,57 \\ 0 & -9,98 & -2,01 & -51,98 \end{pmatrix}$$

$$\text{iterasi 2: } B_2 = B_2 + B_1 \cdot 4$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -5 \\ 14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1,14 \\ -0,57 \\ -4,86 \end{pmatrix} \cdot 4$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -5 \\ 14 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 4,56 \\ -2,28 \\ -19,44 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9,56 \\ -7,28 \\ -5,44 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,14 & -0,57 & -4,86 \\ 0 & 9,56 & -7,28 & -5,44 \\ 7 & -2 & -6 & -86 \end{pmatrix}$$

$$\text{iterasi 5: } B_3 = B_3 + B_2 \cdot 9,98$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -9,98 \\ -2,01 \\ -51,98 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,76 \\ -0,57 \end{pmatrix} \cdot 9,98$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -9,98 \\ -2,01 \\ -51,98 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 9,98 \\ -7,58 \\ -5,69 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -9,59 \\ -57,67 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,14 & -0,57 & -4,86 \\ 0 & 1 & -0,76 & -0,57 \\ 0 & 0 & -9,59 & -57,67 \end{pmatrix}$$

$$\text{iterasi 3: } B_3 = B_3 + B_1 \cdot -7$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -6 \\ -86 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1,14 \\ -0,57 \\ -4,86 \end{pmatrix} \cdot -7$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ -6 \\ -86 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 \\ -7,98 \\ 3,99 \\ 34,02 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9,98 \\ -2,01 \\ -51,98 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,14 & -0,57 & -4,86 \\ 0 & 9,56 & -7,28 & -5,44 \\ 0 & -9,98 & -2,01 & -51,98 \end{pmatrix}$$

$$\text{iterasi 6: } B_3 = B_3 \cdot \frac{1}{-9,59}$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -9,59 \\ -57,67 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{-9,59}$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6,01 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,14 & -0,57 & -4,86 \\ 0 & 1 & -0,76 & -0,57 \\ 0 & 0 & 1 & 6,01 \end{pmatrix}$$

iterasi 7: $B_2 = B_2 + B_3 \cdot 0,76$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,76 \\ -0,57 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6,01 \end{pmatrix} \cdot 0,76$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -0,76 \\ -0,57 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,76 \\ 4,57 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,14 & -0,57 & -4,86 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6,01 \end{pmatrix}$$

iterasi 9: $B_1 = B_1 + B_2 \cdot -1,14$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,14 \\ 0 \\ -1,43 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot -1,14$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,14 \\ 0 \\ -1,43 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1,14 \\ 0 \\ -4,56 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -5,99 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -5,99 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6,01 \end{pmatrix}$$

iterasi 8: $B_1 = B_1 + B_3 \cdot 0,57$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,14 \\ -0,57 \\ -4,86 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 6,01 \end{pmatrix} \cdot 0,57$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,14 \\ -0,57 \\ -4,86 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,57 \\ 3,43 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1,14 \\ 0 \\ -1,43 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1,14 & 0 & -1,43 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 6,01 \end{pmatrix}$$

Tips:

- Perhatikan angka saat menghitung menggunakan metode gauss-jordan
- Perhatikan urutan pengerjaan metode gauss-jordan
- Perhatikan urutan peletakan angka dari vector menjadi matriks
- Perhatikan baris dan kolom mana yang ditanyakan dalam soal

REMINDER

Pada Iterasi ke-6, berapa isi sel (3,4)

Berarti yang dicari adalah **BARIS 3 KOLOM 4**

Carilah general solusi untuk $A \cdot X = B$. Kerjakan dengan Gauss – Jordan.

-6	x1	-4	x2	6	x3	5	x4	6	x5	-2	x6	=	-96
3	x1	9	x2	-3	x3	-4	x4	-3	x5	9	x6	=	160
9	x1	2	x2	5	x3	7	x4	9	x5	-2	x6	=	16

Kita mengubah persamaan di atas menjadi bentuk matriks

$$\begin{pmatrix} -6 & -4 & 6 & 5 & 6 & -2 & -96 \\ 3 & 9 & -3 & -4 & -3 & 9 & 160 \\ 9 & 2 & 5 & 7 & 9 & -2 & 16 \end{pmatrix}$$

*untuk tahapan pengerjaan bisa mengecek di PPT 11 Alin

Setelah mengerjakan dengan metode gauss-jordan, diperoleh hasil akhir:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0,29 & 0,29 & -0,46 & 0,74 \\ 0 & 1 & 0 & -0,22 & 0 & 1,15 & 16,02 \\ 0 & 0 & 1 & 0,97 & 1,29 & -0,02 & -4,53 \end{pmatrix}$$

Dari matriks tersebut, kita bisa memperoleh 3 persamaan:

1. $x_1 + 0,29x_4 + 0,29x_5 - 0,46x_6 = 0,74$
2. $x_2 - 0,22x_4 + 1,15x_6 = 16,02$
3. $x_3 + 0,97x_4 + 1,29x_5 - 0,02x_6 = -4,53$

Dari ketiga persamaan akhir yang diperoleh, kita mendapati bahwa x_1, x_2 , dan x_3 tidak memiliki koefisien di depannya. Sehingga kita bisa mengubah menjadi:

1. $x_1 = 0,74 - 0,29x_4 - 0,29x_5 + 0,46x_6$
2. $x_2 = 16,02 + 0,22x_4 - 1,15x_6$
3. $x_3 = -4,53 - 0,97x_4 - 1,29x_5 + 0,02x_6$

Dari hasil di atas, kita dapati pula bahwa nilai x_4, x_5 , dan x_6 bisa diisi angka berapapun atau bisa dikatakan jika kita masukkan sembarang angka maka hasil akan selalu benar. Maka, kita bisa memisalkan 3 variabel tersebut dengan sembarang huruf, kali ini kita akan memisalkan dengan r, s, dan t

Untuk pemisalan ini, kita bisa urutkan permisalan dari indeks x terbesar ke terkecil. Dalam kasus seperti ini, maka kita perlu memisalkan x_6 terlebih dahulu, baru x_5 dan terakhir x_4 . Sehingga :

$$x_6 = r$$

$$x_5 = s$$

$$x_4 = t$$

$$x_3 = -4,53 - 0,97t - 1,29s + 0,02r$$

$$x_2 = 16,02 + 0,22t - 1,15r$$

$$x_1 = 0,74 - 0,29t - 0,29s + 0,46r$$