Pembahasan Kuis 4 Aljabar Linier 2023 Tipe C

Find a subset of the vector v1, v2, v3, v4, v5 that forms a basis for the space spanned by these vectors (using gauss)

v1 =	6	-2	7	6
v2 =	4	-2	4	-3
v3 =	-5	6	-6	-5
v4 =	5	-7	4	-9
v5 =	-4	5	7	-3

Untuk mengerjakan soal ini, kita perlu mengubah matriks A benjadi bentuk Transpose nya (A^T), sehingga berubah menjadi:

$$A^T = \begin{pmatrix} -6 & 4 & -5 & 5 & -4 \\ -2 & -2 & 6 & -7 & 5 \\ 7 & 4 & -6 & 4 & 7 \\ 6 & -3 & -5 & -9 & -3 \end{pmatrix}$$

Berikutnya, setelah kita Transpose, Matriks Transpose tersebut lah yang akan kita gunakan untuk merubahnya menjadi bentuk Gauss

***PENGERJAAN SILAHKAN MELIHAT PPT 13 SLIDE 28**

Terapkan proses Gram Schimt untuk mentransformasikan basis u1, u2, u3 ke dalam basis ortonormal.

u1	=	8	-3	4
u2	=	-6	7	3
u3	=	-8	4	-5

$$v_1 = \frac{u_1}{|u_1|}$$

$$|u_1| = \sqrt{(8)^2 + (-3)^2 + (4)^2} = 9{,}43$$

$$v_1 = \frac{(8, -3, 4)}{9{,}43}$$

$$v_1 = (0{,}85\,; -0{,}32\,; 0{,}42)$$

$$v_2 = \frac{u_2 - \langle u_2\,, v_1\rangle \cdot v_1}{|u_2 - \langle u_2\,, v_1\rangle \cdot v_1|}$$

$\langle u_2\,, v_1\rangle$

$= [(-6 \cdot 0{,}85) + (7 \cdot -0{,}32) + (3 \cdot 0{,}42)]$

$= [(-5{,}1) + (-2{,}24) + (1{,}26)]$

$= -6{,}08$

$\langle u_2\,, v_1\rangle \cdot v_1$

$$= -6{,}08 \cdot \begin{pmatrix} 0{,}85 \\ -0{,}32 \\ 0{,}42 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -5{,}17 \\ 1{,}95 \\ -2{,}55 \end{pmatrix}$$

$u_2 - \langle u_2 , v_1 \rangle \cdot v_1$
$= \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -5{,}17 \\ 1{,}95 \\ -2{,}55 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} -0{,}83 \\ 5{,}05 \\ 5{,}55 \end{pmatrix}$

$|u_2 - \langle u_2 , v_1 \rangle \cdot v_1|$
$= \sqrt{(-0{,}83)^2 + (5{,}05)^2 + (5{,}55)^2} = 7{,}55$

$\therefore\ v_2 = \dfrac{u_2 - \langle u_2 , v_1 \rangle \cdot v_1}{|u_2 - \langle u_2 , v_1 \rangle \cdot v_1|}$
$= \dfrac{(-0{,}83\,;5{,}05\,;\ 5{,}55)}{7{,}55}$
$= (-0{,}11\,;0{,}67\,;\ 0{,}74)$

$v_3 = \dfrac{u_3 - \langle u_3 , v_2 \rangle \cdot v_2 - \langle u_3 , v_1 \rangle \cdot v_1}{|u_3 - \langle u_3 , v_2 \rangle \cdot v_2 - \langle u_3 , v_1 \rangle \cdot v_1|}$

$\langle u_3 , v_2 \rangle$

$= [(-8 \cdot -0{,}11) + (4 \cdot 0{,}67) + (-5 \cdot 0{,}74)]$

$= [(0{,}88) + (2{,}68) + (-3{,}7)]$
$= -0{,}14$

$\langle u_3 , v_1 \rangle$

$= [(-8 \cdot 0{,}85) + (4 \cdot -0{,}32) + (-5 \cdot 0{,}42)]$

$= [(-6{,}8) + (-1{,}28) + (-2{,}1)]$
$= -10{,}18$

$\langle u_3 , v_2 \rangle \cdot v_2$
$= -0{,}14 \cdot \begin{pmatrix} -0{,}11 \\ 0{,}67 \\ 0{,}74 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 0{,}02 \\ -0{,}09 \\ -0{,}1 \end{pmatrix}$

$\langle u_3 , v_1 \rangle \cdot v_1$
$= -10{,}18 \cdot \begin{pmatrix} 0{,}85 \\ -0{,}32 \\ 0{,}42 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} -8{,}65 \\ 3{,}26 \\ -4{,}28 \end{pmatrix}$

$u_3 - \langle u_3 , v_2 \rangle \cdot v_2 - \langle u_3 , v_1 \rangle \cdot v_1$
$= \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0{,}02 \\ -0{,}09 \\ -0{,}1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -8{,}65 \\ 3{,}26 \\ -4{,}28 \end{pmatrix}$
$= \begin{pmatrix} 0{,}63 \\ 0{,}83 \\ -0{,}62 \end{pmatrix}$

$|u_3 - \langle u_3 , v_2 \rangle \cdot v_2 - \langle u_3 , v_1 \rangle \cdot v_1|$
$= \sqrt{(0{,}63)^2 + (0{,}83)^2 + (-0{,}62)^2}$
$= 1{,}21$

$\therefore\ v_3 = \dfrac{u_3 - \langle u_3 , v_2 \rangle \cdot v_2 - \langle u_3 , v_1 \rangle \cdot v_1}{|u_3 - \langle u_3 , v_2 \rangle \cdot v_2 - \langle u_3 , v_1 \rangle \cdot v_1|}$
$= \dfrac{(0{,}63\,;0{,}83\,;\ -0{,}62)}{1{,}21}$
$= (0{,}52\,;0{,}69\,;\ -0{,}51)$

find a basis for the row space of A consisting entirely of row vectors from A (using gauss)

	-6	7	-9	7	2
A=	9	-4	6	-2	6
	-4	9	-5	7	-3
	7	-7	5	2	8

Untuk mengerjakan soal ini, kita langsung saja mengubah data-data di atas menjadi matriks

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 7 & -9 & 7 & 2 \\ 9 & -4 & 6 & -2 & 6 \\ -4 & 9 & -5 & 7 & -3 \\ 7 & -7 & 5 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Lalu mengubahnya menjadi bentuk Gauss

TIPS:

- Jika bingung, apakah matriks perlu **DI-TRANSPOSE ATAU TIDAK,** Coba Cek ukuran matriks yang ada di soal. Lalu cek pertanyaan iterasi yang muncul

  Semisal: Matriks A (4x5) maka dalam setiap iterasi **TIDAK AKAN PERNAH DITEMUI BARIS KE 5.** Namun, jika ternyata ditemui ada pertanyaan iterasi yang menyebutkan **BARIS KE-5, MAKA PERLU DI TRANSPOSE**.

- Ingat Kembali definisi Matriks Transpose. Matriks ini adalah operasi Dimana komponen baris suatu matriks berubah menjadi komponen kolom nya.