Pertemuan V

PENCOCOKAN KURVA:

INTERPOLASI

Materi Minggu Ini

- Interpolasi
- Interpolasi Polynomial
- Beda Hingga
- Interpolasi Newton-Gregory (F/B)
- Interpolasi Gauss (F/B)
- Interpolasi Lagrange
- Interpolasi Hermite
- *Tugas V*

Interpolasi (1)

Jika pada materi pencocokan kurva sebelumnya anda diminta menaksir bentuk fungsi melalui rangkaian data, maka sekarang kita diminta untuk mengestimasi nilai fungsi f(x) di antara beberapa nilai fungsi yang diketahui (tanpa diketahui bentuk fungsinya).

Suatu pendekatan yang umum dilakukan untuk masalah di atas adalah melakukan interpolasi. Atau jika sebaliknya, disebut interpolasi balik (*invers interpolation*), yaitu mencari nilai variabel x dari nilai fungsi f(x) yang diketahui (atau, diketahui f(x), ditanya berapa x-nya?),.

berapa nilai f(0,1)?
berapa nilai f(0,35)?
berapa nilai f(1,16)?

x	f(x)
0,0	0,000
0,2	0,406
0,4	0,846
0,6	1,368
0,8	2,060
1,0	3,114
1,2	5,114

berapa nilai x utk f(x) = 0,5?
berapa nilai x utk f(x) = 1,92?
berapa nilai x utk f(x) = 3,738?

Interpolasi (2)

x	f(x)
0,0	0,000
0,2	0,406
0,4	0,846
0,6	1,368
0,8	2,060
1,0	3,114
1,2	5,114

Tabel nilai fungsi ada yang memiliki Δx konstan (*equispaced*), ada pula yang tidak (*non-equispaced*).

Tabel di samping memiliki Δx = 0,2 (konstan), sehingga dapat disebut *equispaced table*.

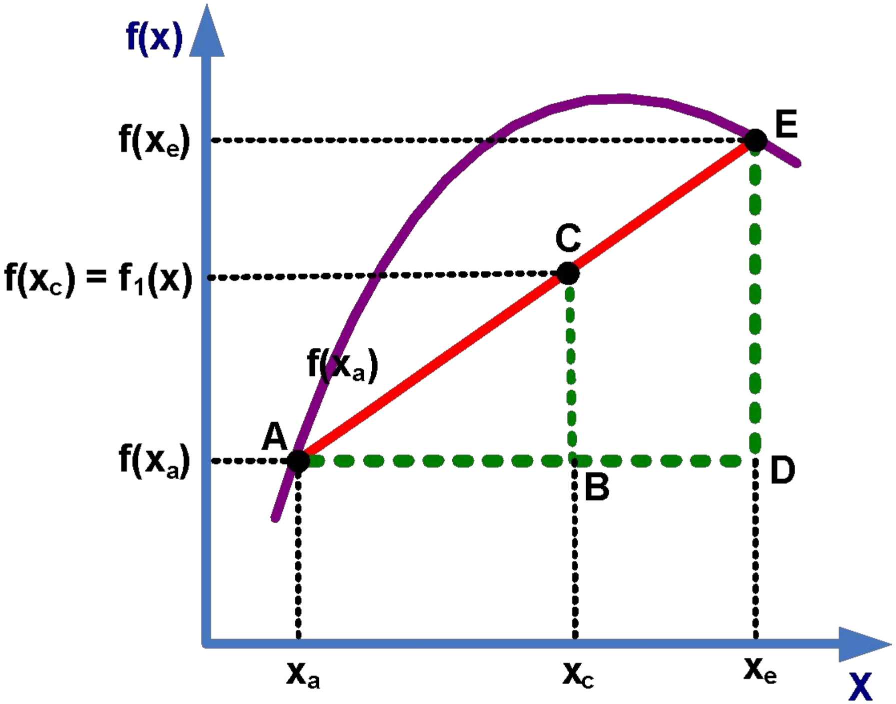
Untuk dapat menerapkan metode interpolasi, kita harus melakukan modifikasi terhadap *equispaced table*.

Modifikasi tersebut adalah dengan menambahkan informasi mengenai nilai² beda-hingga fungsi f(x).

Dan selanjutnya *equispaced* table ini akan disebut sebagai tabel beda-hingga (*difference table*).

Interpolasi Polynomial (1)

Bentuk interpolasi yang paling sederhana adalah interpolasi ber-orde 1 atau Interpolasi Linier. Yaitu menghubungkan 2 titik data dengan sebuah garis lurus.



Hubungan antara 2 segitiga di samping dijelaskan sbb :

$$\frac{BC}{AB} = \frac{DE}{AD}$$

$$\frac{f(x_c) - f(x_a)}{x_c - x_a} = \frac{f(x_e) - f(x_a)}{x_e - x_a}$$

$$f(x_c) = f(x_a) + \frac{f(x_e) - f(x_a)}{x_e - x_a}(x_c - x_a)$$

Slope $(f(x_e) - f(x_a) / x_e - x_a)$ menunjukkan kemiringan garis. Dimana semakin kecil interval di antara titik data, maka hasil perkiraan akan semakin baik.

Interpolasi Polynomial (2)

contoh : jika diketahui ln 1 = 0; ln 4 = 1,3862944; dan ln 6 = 1,7917595.
carilah nilai ln 2 (diketahui nilai eksak ln 2 = 0,69314718)

Digunakan nilai ln 1 dan ln 6 :

$$f(2) = 0 + \frac{1,7917595 - 0}{6 - 1} \times (2-1)$$

$$= 0,35835190$$

Besar kesalahan :

$$Er = \frac{0,69314718 - 0,35835190}{0,69314718} \times 100\%$$

$$= 48,3\%$$

Digunakan interval dengan nilai lebih kecil, yaitu ln 1 dan ln 4 :

$$f(2) = 0 + \frac{1,3862944 - 0}{4 - 1} \times (2-1)$$

$$= 0,46209813$$

Besar kesalahan :

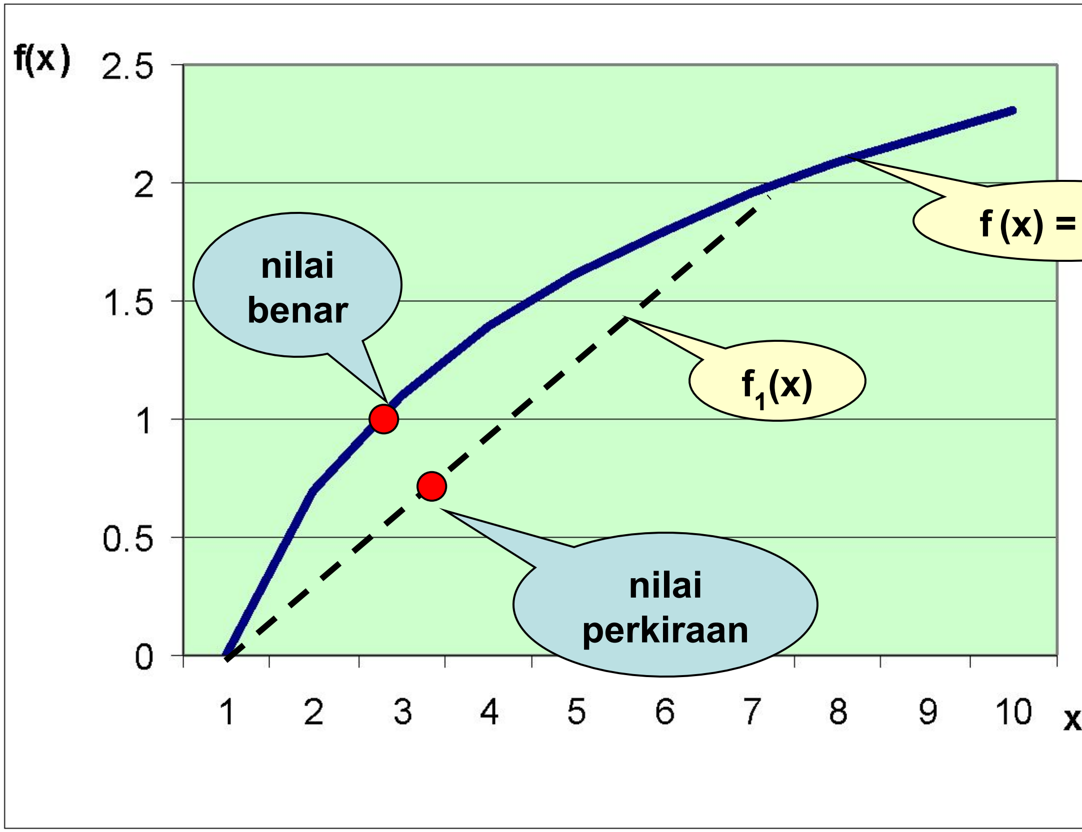
$$Er = \frac{0,69314718 - 0,46209813}{0,69314718} \times 100\%$$

$$= 33,3\%$$

Terlihat, besar interval mempengaruhi akurasi hasil perhitungan

Interpolasi Polynomial (3)

Dari contoh ini terlihat bahwa walaupun kesalahan penaksiran sudah relatif kecil (33,3%), namun bagaimanapun tetap merupakan kesalahan. Hal ini disebabkan karena fungsi ln merupakan salah satu fungsi garis lengkung, yang 'dipaksakan' didekati (baca: interpolasi) dengan garis lurus.



Indeks 1 pada $f_1(x)$ berarti interpolasi dilakukan dengan polynomial orde-1

Interpolasi Polynomial (4)

Jika interpolasi polynomial menggunakan polynomial ber-orde 2, maka disebut Interpolasi Kuadrat. Dan agar dapat diinterpolasikan, maka bentuk umum polynomial ber-orde 2 harus ditulis menjadi :

$$f_2(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1)$$

Dan koefisien b_0, b_1 dan b_2, dapat diperoleh melalui rumus berikut :

$$b_0 = f(x_0)$$

$$b_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

$$b_2 = \frac{\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0}$$

Interpolasi Polynomial (5)

Perlu anda perhatikan bahwa, untuk n+1 titik data, hanya terdapat 1 polynomial (berderajat n atau kurang) yang melalui semua titik data tersebut.

misal, hanya terdapat 1 garis lurus (polynomial orde-1) yang menghubungkan 2 titik data.

atau, 3 titik dapat dihubungkan oleh sebuah parabola (polynomial orde-2).

sedang 4 titik dapat terhubung oleh kurva polynomial orde-3, dst.

Atau secara umum bentuk polynomial orde ke-n (untuk n+1 titik data) dapat ditulis seperti berikut:

$$f_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + \dots + b_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

Interpolasi Polynomial (6)

Dimana koefisien b_0, b_1, …, b_n dapat ditentukan melalui pemecahan fungsi² *diferensi terbagi hingga*:

$b_0 = f(x_0)$

Diferensi terbagi hingga pertama:

$b_1 = f[x_1, x_0] = (f(x_1) - f(x_0)) / (x_1 - x_0)$

Diferensi terbagi hingga kedua:

$b_2 = f[x_2, x_1, x_0] = (f[x_2, x_1] - f[x_1, x_0]) / (x_2 - x_0)$

…

Diferensi terbagi hingga ke-n:

$b_n = f[x_n, x_{n-1}, …, x_1, x_0] = (f[x_n, x_{n-1}, …, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, …, x_0]) / (x_n - x_0)$

Interpolasi Polynomial (7)

Sedemikian hingga nilai² koefisien b_0, b_1, ..., b_n yang diperoleh melalui *diferensi terbagi hingga* dapat disubstitusikan ke dlm persamaan tsb menjadi:

$$f_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_1, x_0] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_2, x_1, x_0] + \dots$$
$$+ (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_0]$$

Yang selanjutnya disebut sebagai Polynomial Interpolasi Diferensi Terbagi Newton.

Interpolasi Polynomial (8)

contoh : jika diketahui ln 1 = 0; ln 4 = 1,3862944; dan ln 6 = 1,7917595. dengan metode interpolasi polynomial, carilah nilai ln 2 (diketahui nilai eksak ln 2 = 0,69314718)

Karena yang diketahui ada 3 titik, maka dapat digunakan pendekatan interpolasi polynomial yang ber-orde 2, dengan bentuk umum persamaannya adalah :

$$f_2(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1)$$

dengan:

$b_0 = 0$ (krn $f(x_0) = 0$ → $\ln 1 = 0$)

$b_1 = (1{,}3862944 - 0) / (4 - 1)$
$= 0{,}46209813$

$b_2 = [((1{,}7917595 - 1{,}3862944) / (6 - 4)) - 0{,}46209813] / (6 - 1)$
$= -\,0{,}051873116$

Jadi pers polynomial : $f_2(x) = 0 + 0{,}46209813(x - 1) - 0{,}051873116(x - 1)(x - 4)$

Utk $x = 2$ → maka $\ln 2 \approx f_2(2) = 0{,}56584436$ (Er = 18,4%)

Beda Hingga (1)

Beda-hingga pada dasarnya ada rekapitulasi selisih antara dua nilai fungsi yang berurutan. Informasi beda-hingga umumnya direpresentasikan dalam bentuk tabel.

Tabel beda-hingga dapat direpresentasi secara diagonal atau horisontal.

Sementara dari cara memperoleh nilai beda-nya, ada tabel beda yang disebut Tabel Beda Maju, ada pula Tabel Beda Mundur.

Untuk tabel beda-hingga maju, nilai beda-nya dihitung melalui rumus :

$$\Delta^n f(x) = \Delta^{n-1} f(x+h) - \Delta^{n-1} f(x)$$

Sedang untuk tabel beda-hingga mundur, nilai beda-nya didapat dari :

$$\nabla^n f(x) = \nabla^{n-1} f(x) - \nabla^{n-1} f(x+h)$$

dengan $h = \Delta x$

Beda Hingga (2)

Tabel Beda Diagonal Maju

s	x	f(x)	Δf(x)	$\Delta^2 f(x)$	$\Delta^3 f(x)$	$\Delta^4 f(x)$	…
0	x_0	f_0					
			Δf_0				
1	x_1	f_1		$\Delta^2 f_0$			
			Δf_1		$\Delta^3 f_0$		
2	x_2	f_2		$\Delta^2 f_1$		$\Delta^4 f_0$	
			Δf_2		$\Delta^3 f_1$		
.	.	.					
.	.	.					
.	.	.					
					$\Delta^3 f_{n-4}$		
n-2	x_{n-2}	f_{n-2}		$\Delta^2 f_{n-3}$		$\Delta^4 f_{n-4}$	
			Δf_{n-2}		$\Delta^3 f_{n-3}$		
n-1	x_{n-1}	f_{n-1}		$\Delta^2 f_{n-2}$			
			Δf_{n-1}				
n	x_n	f_n					

Beda Hingga (3)

Tabel Beda Horisontal Maju

s	x	f(x)	$\Delta f(x)$	$\Delta^2 f(x)$	$\Delta^3 f(x)$	$\Delta^4 f(x)$	…
0	x_0	f_0	Δf_0	$\Delta^2 f_0$	$\Delta^3 f_0$	$\Delta^4 f_0$	
1	x_1	f_1	Δf_1	$\Delta^2 f_1$	$\Delta^3 f_1$	$\Delta^4 f_1$	
2	x_2	f_2	Δf_2	$\Delta^2 f_2$	$\Delta^3 f_2$	$\Delta^4 f_2$	
.	.	.					
.	.	.					
n-3	x_{n-3}	f_{n-3}	Δf_{n-3}	$\Delta^2 f_{n-3}$	$\Delta^3 f_{n-3}$		
n-2	x_{n-2}	f_{n-2}	Δf_{n-2}	$\Delta^2 f_{n-2}$			
n-1	x_{n-1}	f_{n-1}	Δf_{n-1}				
n	x_n	f_n					

Beda Hingga (4)

Tabel Beda Diagonal Mundur

s	x	f(x)	$\nabla f(x)$	$\nabla^2 f(x)$	$\nabla^3 f(x)$	$\nabla^4 f(x)$	...
0	x_0	f_0					
			∇f_0				
1	x_1	f_1		$\nabla^2 f_0$			
			∇f_1		$\nabla^3 f_0$		
2	x_2	f_2		$\nabla^2 f_1$		$\nabla^4 f_0$	
			∇f_2		$\nabla^3 f_1$		
.	.	.					
.	.	.					
.	.	.					
					$\nabla^3 f_{n-4}$		
n-2	x_{n-2}	f_{n-2}		$\nabla^2 f_{n-3}$		$\nabla^4 f_{n-4}$	
			∇f_{n-2}		$\nabla^3 f_{n-3}$		
n-1	x_{n-1}	f_{n-1}		$\nabla^2 f_{n-2}$			
			∇f_{n-1}				
n	x_n	f_n					

Interpolasi Newton-Gregory (1)

Newton-Gregory Forward (NGF)

$$f(x_s) = f_0 + s\Delta f_0 + \frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 f_0 + \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}\Delta^3 f_0 + \dots + \frac{s(s-1)(s-2)\dots(s-n+1)}{n!}\Delta^n f_0$$

$$s = \frac{x_s - x_0}{h}$$

Newton-Gregory Backward (NGB)

$$f(x_s) = f_0 + s\Delta f_{-1} + \frac{s(s+1)}{2!}\Delta^2 f_{-2} + \frac{s(s+1)(s+2)}{3!}\Delta^3 f_{-3} + \dots + \frac{s(s+1)(s+2)\dots(s+n-1)}{n!}\Delta^n f_{-n}$$

$$s = \frac{x_s - x_0}{h}$$

Interpolasi Newton-Gregory (2)

Newton-Gregory : *facts and figures*

1. Metode Newton-Gregory hanya dapat menyelesaikan masalah[2] yang bersifat *equispaced;*

1. Optimal jika digunakan untuk mencari nilai fungsi $f(x_s)$ untuk x_s di dekat titik awal x_0 atau x_1 (NGF) dan nilai fungsi $f(x_s)$ untuk x_s di dekat titik akhir (NGB);

1. Metode Newton-Gregory (F & B) tidak dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan permasalahan interpolasi balik (*invers interpolation*);

Beberapa alternatif penulisan lain untuk rumus Newton-Gregory bisa anda baca selengkapnya di buku : Soehardjo, "Analisa Numerik"

Interpolasi Newton-Gregory (3)

contoh : carilah nilai $f(x_s)$ untuk x_s = 1,03, jika diketahui fungsi tsb menghasilkan nilai² sbb :

x	1,0	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8
f(x)	1,449	2,060	2,645	3,216	3,779	4,338	4,898

Langkah 1 mencari nilai beda

x	f(x)	$\Delta f(x)$	$\Delta^2 f(x)$	$\Delta^3 f(x)$	$\Delta^4 f(x)$	$\Delta^5 f(x)$	$\Delta^6 f(x)$
1,0	<u>1,449</u>						
		<u>0,611</u>					
1,3	2,060		<u>-0,026</u>				
		0,585		<u>0,012</u>			
1,6	2,645		-0,014		<u>-0,006</u>		
		0,571		0,006		<u>0,004</u>	
1,9	3,216		-0,008		-0,002		<u>-0,001</u>
		0,563		0,004		0,003	
2,2	3,779		-0,004		0,001		
		0,559		0,005			
2,5	4,338		0,001				
		0,560					
2,8	4,898						

1,03 ada di dekat titik awal. shg NGF lebih cocok digunakan.

Interpolasi Newton-Gregory (4)

Langkah 2 mencari nilai s (lebar interval)

$$s = (1{,}03 - 1) / (1{,}3 - 1) = 0{,}1$$

Langkah 3 mencari nilai $f(x_s)$

$$f(1{,}03) = 1{,}449 + 0{,}1(0{,}611) + \frac{0{,}1\,(0{,}1 - 1)}{2!} \,.\, -0{,}026 + \frac{0{,}1\,(0{,}1 - 1)(0{,}1 - 2)}{3!} \,.\, 0{,}012$$

$$+ \frac{0{,}1\,(0{,}1 - 1)(0{,}1 - 2)(0{,}1 - 3)}{4!} \,.\, -0{,}006 + \frac{0{,}1\,(0{,}1 - 1)(0{,}1 - 2)(0{,}1 - 3)(0{,}1 - 4)}{5!} \,.\, 0{,}004$$

$$+ \frac{0{,}1\,(0{,}1 - 1)(0{,}1 - 2)(0{,}1 - 3)(0{,}1 - 4)(0{,}1 - 5)}{6!} \,.\, -0{,}001$$

$$= 1{,}5118136$$

Interpolasi Newton-Gregory (5)

contoh : carilah nilai $f(x_s)$ untuk x_s = 2,67, jika diketahui fungsi tsb menghasilkan nilai² sbb :

x	1,0	1,3	1,6	1,9	2,2	2,5	2,8
f(x)	1,449	2,060	2,645	3,216	3,779	4,338	4,898

Langkah 1 mencari nilai beda

x	f(x)	$\Delta f(x)$	$\Delta^2 f(x)$	$\Delta^3 f(x)$	$\Delta^4 f(x)$	$\Delta^5 f(x)$	$\Delta^6 f(x)$
1,0	1,449						
		0,611					
1,3	2,060		-0,026				
		0,585		0,012			
1,6	2,645		-0,014		-0,006		
		0,571		0,006		0,004	
1,9	3,216		-0,008		-0,002		-0,001
		0,563		0,004		0,003	
2,2	3,779		-0,004		0,001		
		0,559		0,005			
2,5	4,338		0,001				
		0,560					
2,8	4,898						

2,67 ada di dekat titik akhir. Jadi NGB adalah pilihan terbaik.

Interpolasi Newton-Gregory (6)

Langkah 2 mencari nilai s (lebar interval)

$$s = (2{,}67 - 2{,}8) / (1{,}3 - 1) = -0{,}43333$$

Langkah 3 mencari nilai $f(x_s)$

$$f(1{,}03) = 4{,}898 + -0{,}433(0{,}560) + \frac{-0{,}433\,(-0{,}433 + 1)}{2!} \,.\, 0{,}001 + \frac{-0{,}433\,(-0{,}433 + 1)(-0{,}433 + 2)}{3!} \,.\, 0{,}005$$

$$+ \frac{0{,}433\,(0{,}433 + 1)(0{,}433 + 2)(0{,}433 + 3)}{4!} \,.\, 0{,}001$$

$$+ \frac{0{,}433\,(0{,}433 + 1)(0{,}433 + 2)(0{,}433 + 3)(0{,}433 + 4)}{5!} \,.\, 0{,}003$$

$$+ \frac{0{,}433\,(0{,}433 + 1)(0{,}433 + 2)(0{,}433 + 3)(0{,}433 + 4)(0{,}433 + 5)}{6!} \,.\, -0{,}001$$

$$= 4{,}654783$$

Interpolasi Gauss (1)

Gauss Forward

$$f(x_s) = f_0 + s\Delta f_0 + \frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 f_{-1} + \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}\Delta^3 f_{-1} + \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)}{4!}\Delta^4 f_{-2}$$

$$+ \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)(s-4)}{5!}\Delta^5 f_{-2} + \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)(s-4)(s-5)}{6!}\Delta^6 f_{-3} + \ldots$$

Gauss Backward

$$f(x_s) = f_0 + s\Delta f_{-1} + \frac{s(s-1)}{2!}\Delta^2 f_{-1} + \frac{s(s-1)(s-2)}{3!}\Delta^3 f_{-2} + \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)}{4!}\Delta^4 f_{-2}$$

$$+ \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)(s-4)}{5!}\Delta^5 f_{-3} + \frac{s(s-1)(s-2)(s-3)(s-4)(s-5)}{6!}\Delta^6 f_{-3} + \ldots$$

Interpolasi Lagrange (1)

$$f(x_s) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_n)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3) \dots (x_0 - x_n)} \cdot f_0$$

$$+ \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3) \dots (x - x_n)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \dots (x_1 - x_n)} \cdot f_1$$

$$+ \dots$$

$$+ \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{n-1})}{(x_n - x_1)(x_n - x_2)(x_n - x_3) \dots (x_n - x_{n-1})} \cdot f_n$$

Interpolasi Lagrange : *facts and figures*

1. Lagrange tidak memerlukan tabel beda;
2. Aplikatif untuk kasus *equispaced* (h konstan) maupun *non-equispaced* (h tidak konstan);
3. Aplikatif untuk kasus interpolasi dan *invers interpolation;*
4. Efisien untuk mencari nilai fungsi di dekat titik awal, tengah, maupun akhir;

Interpolasi Lagrange (2)

contoh : carilah nilai log 656, jika diketahui nilai[2] log 654 = 2,8156, log 658 = 2,8182, log 659 = 2,8189, log 661 = 2,8202

n	Log	Nilai
0	654	2,8156
1	658	2,8182
3	659	2,8189
3	661	2,8202

$$\text{Log } 656 = \frac{(656-658)(656-659)(656-661)}{(654-658)(654-659)(654-661)} \cdot (2{,}8156)$$

$$+ \frac{(656-654)(656-659)(656-661)}{(658-654)(658-659)(658-661)} \cdot (2{,}8182)$$

$$+ \frac{(656-654)(656-658)(656-661)}{(659-654)(659-658)(659-661)} \cdot (2{,}8189)$$

$$+ \frac{(656-654)(656-658)(656-659)}{(661-654)(661-654)(661-654)} \cdot (2{,}8202)$$

$$= 2{,}8168$$

Interpolasi Hermite (1)

$$f(x_s) = \frac{\sin(x - x_1)\sin(x - x_2)\sin(x - x_3)\ldots\sin(x - x_n)}{\sin(x_0 - x_1)\sin(x_0 - x_2)\sin(x_0 - x_3)\ldots\sin(x_0 - x_n)} \cdot f_0$$

$$+ \frac{\sin(x - x_0)\sin(x - x_2)\sin(x - x_3)\ldots\sin(x - x_n)}{\sin(x_1 - x_0)\sin(x_1 - x_2)\sin(x_1 - x_3)\ldots\sin(x_1 - x_n)} \cdot f_1$$

$$+ \ldots$$

$$+ \frac{\sin(x - x_0)\sin(x - x_1)\sin(x - x_2)\ldots\sin(x - x_{n-1})}{\sin(x_n - x_1)\sin(x_n - x_2)\sin(x_n - x_3)\ldots\sin(x_n - x_{n-1})} \cdot f_n$$

Interpolasi Hermite : *facts and figures*

1. *Hermite is truly dedicated for periodic function's problems* (makanya disebut juga interpolasi trigonometrik);
2. Karena 'diturunkan' dari rumus Interpolasi Lagrange, maka kelebihan & kekurangannya secara umum sama dengan Interpolasi Lagrange;

Interpolasi Hermite (2)

contoh : carilah nilai f(x) untuk x = 0,6 radian, jika diketahui tabel berikut :

x	0,4	0,5	0,7	0,8
f(x)	0,0977	0,0088	-0,1577	-0,2192

$$f(0,6) = \frac{\sin(0,6-0,5)\sin(0,6-0,7)\sin(0,6-0,8)}{\sin(0,4-0,5)\sin(0,4-0,7)\sin(0,4-0,8)} \,.\, (0,0977)$$

$$+ \frac{\sin(0,6-0,4)\sin(0,6-0,7)\sin(0,6-0,8)}{\sin(0,5-0,4)\sin(0,5-0,7)\sin(0,5-0,8)} \,.\, (0,0088)$$

$$+ \frac{\sin(0,6-0,4)\sin(0,6-0,5)\sin(0,6-0,8)}{\sin(0,7-0,4)\sin(0,7-0,5)\sin(0,7-0,8)} \,.\, (-0,1577)$$

$$+ \frac{\sin(0,6-0,4)\sin(0,6-0,5)\sin(0,6-0,7)}{\sin(0,8-0,4)\sin(0,8-0,5)\sin(0,8-0,7)} \,.\, (-0,2192)$$

$$= -\,0,07915$$

Latihan (1)

1. Carilah nilai y(2,1) menggunakan Interpolasi Linier, Kuadratik, NGF, dan Lagrange, jika diketahui data^2 berikut :

x	2	4	6	8	10
y	9,68	10,96	12,32	13,76	15,28

2. Carilah nilai $e^{2,00}$ menggunakan Interpolasi NGB, jika diketahui data^2 berikut :

x	0,1	0,6	1,1	1,6	2,1
y	1,1052	1,8221	3,0042	4,9530	8,1662

3. Carilah nilai sin(0,28) menggunakan Interpolasi Gauss Forward, Gauss Backward, dan Hermite, jika diketahui data^2 berikut :

x	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
sin(x)	0,1494	0,1986	0,2474	0,2955	0,3429

4. Tentukan tekanan uap pada temperatur 372^0, jika diketahui hubungan antara tekanan uap dan temperatur sebuah bejana adalah sbb :

T	361^0	367^0	378^0	387^0	399^0
P	154,9	167,0	191,0	212,5	244,2

Latihan (2)

5. **Fungsi interpolasi polynomial yang telah anda pelajari akan sulit digunakan apabila fungsi yang hendak diinterpolasikan memiliki banyak fluktuasi, sehingga akan memerlukan banyak titik data.**

   metode alternatif yang dapat digunakan adalah menerapkan fungsi interpolasi polynomial untuk bagian per bagian kurva. Metode ini dikenal dengan sebutan *Interpolasi Spline*.

   buatlah sebuah paparan untuk menjelaskan tentang Interpolasi Spline, yang meliputi: konsep dasar, Spline Linier, Spline Kuadratik, & Spline Kubik.