Tugas 4 Komnum

William Hans Chandra 5025241138
Yoseph Kevin Hendrata 5025241146
Maulana Ikhsan 5025241163

1. y(2,1)

x	f(x)	▲f(x)	▲f_2(x)	▲f_3(x)	▲f_4(x)
2	9.68	1.28	0.08	0	0
4	10.96	1.36	0.08	0	
6	12.32	1.44	0.08		
8	13.76	1.52			
10	15.28				

a. Interpolasi Polar
Menggunakan nilai x = 2 dan x = 4
f(2,1) = $9,68 + \frac{10,96 - 9,68}{4-2}(2,1 - 2)$
f(2,1) = $9,68 + \frac{1,28}{2}(0,1)$
f(2,1) = 9,68 + 0,064
f(2,1) = 9,744

b. Interpolasi Kuadratik
Menggunakan nilai x = 2, 4, 6
f(x) = b0 + b1(x-x0) + b2(x-x0)(x-x1)
b0 = f(x0) = 9,68

b1 = $\frac{10,96 - 9,68}{4-2} = \frac{1,28}{2} = 0,64$

b2 = $\frac{\frac{12,32 - 10,96}{6-4} - \frac{10,96 - 9,68}{4-2}}{6-2} = \frac{0,68 - 0,64}{4} = 0,01$

f(2,1) = 9,68 + 0,64(2,1-2) + 0,01 (2,1-2) (2,1-4)
f(2,1) = 9,68 + 0,064 - 0,0019
f(2,1) = 9,7421

c. NGF
Menggunakan tabel beda-hingga
Ambil nilai atas

s = $\frac{2,1 - 2}{4-2} = 0,05$

f(2,1) =$9,68 + 0,05(1,28) + \frac{0,05(0,05-1)(0,08)}{2!} + \frac{0,05(0,05-1)(0,05-2)(0)}{3!} + \frac{0,05(0,05-1)(0,05-2)(0,05-3)(0)}{4!}$

f(2,1) = 9,68 + 0,064 - 0,0019 + 0 + 0
f(2,1) = 9,7421

d. Langrange

$$f(2,1) = 9,68\frac{(2,1-4)(2,1-6)(2,1-8)(2,1-10)}{(2-4)(2-6)(2-8)(2-10)} + 10,96\frac{(2,1-2)(2,1-6)(2,1-8)(2,1-10)}{(4-2)(4-6)(4-8)(4-10)}$$

$$+ 12,32\frac{(2,1-2)(2,1-4)(2,1-8)(2,1-10)}{(6-2)(6-4)(6-8)(6-10)} + 13,76\frac{(2,1-2)(2,1-4)(2,1-6)(2,1-10)}{(8-2)(8-4)(8-6)(8-10)}$$

$$+ 15,28\frac{(2,1-2)(2,1-4)(2,1-6)(2,1-8)}{(10-2)(10-4)(10-6)(10-8)}$$

f(2,1) = 8,7064566875 + 2,07531025 - 1,70476075 + 0,839059 - 0,1739651875
f(2,1) = 9,7421

2. Mencari nilai $e^{2.00}$ dengan NGB

x	f(x)	▲f(x)	▲f_2(x)	▲f_3(x)	▲f_4(x)
0.1	1.1052	0.7169	0.4652	0.3015	0.1962
0.6	1.8221	1.1821	0.7667	0.4977	
1.1	3.0042	1.9488	1.2644		
1.6	4.953	3.2132			
2.1	8.1662				

Menggunakan tabel beda-hingga
Ambil nilai bawah

$$s = \frac{2,00 - 2,1}{0,6-0,1} = -0.2$$

$$e^{2,00} = 8,1662 + (-0,2)(3,2132) + \frac{(-0,2)(-0,2+1)(1,2644)}{2!} + \frac{(-0,2)(-0,2+1)(-0,2+2)(0,4977)}{3!} + \frac{(-0,2)(-0,2+1)(-0,2+2)(-0,2+3)(0,1962)}{4!}$$

$e^{2,00}$ = 8,1662 - 0,64264 - 0,101152 - 0,0238896 - 0,00659232
$e^{2,00}$ **= 7,39192608**

3. Mencari nilai sin(0.28)

a. Gauss Forward

x	f(x)	▲f(x)	▲f_2(x)
0.15	0.1494		
0.2	0.1986		
0.25	0.2474	0.0481	-0.0007
0.3	0.2955	0.0474	
0.35	0.3429		

Menggunakan x0 = 0,25 sebagai pusat

s = $\frac{0,28-0,25}{0,20-0,15} = 0,6$

sin(0,28) = $0,2474 + 0,6(0,0481) + \frac{0,6(0,6-1)(-0,0007)}{2!}$

sin(0,28) = 0,2484 + 0,02886 + 0,000084

sin(0,28) = 0,277344

b. Gauss Backward

x	f(x)	▲f(x)	▲f_2(x)	▲f_3(x)
0.15	0.1494	0.0492	-0.0004	-0.0003
0.2	0.1986	0.0488	-0.0007	
0.25	0.2474	0.0481		
0.3	0.2955			
0.35	0.3429			

Menggunakan x0 = 0,30 sebagai pusat

s = $\frac{0,28-0,30}{0,20-0,15} = -0,4$

sin(0,28) =

$0,2955 + (-0,4)(0,0481) + \frac{(-0,4)(-0,4+1)(-0,0007)}{2!} + \frac{(-0,4)(-0,4+1)(-0,4+2)(-0,0003)}{3!}$

sin(0,28) = 0,2955 - 0,01924 + 0,000084 + 0,0000192

sin(0,28) = 0,2763632

c. Hermite

$$\sin(0{,}28) = 0,1494\frac{\sin(0{,}28-0{,}20)\sin(0{,}28-0{,}25)\sin(0{,}28-0{,}30)\sin(0{,}28-0{,}35)}{\sin(0{,}15-0{,}20)\sin(0{,}15-0{,}25)\sin(0{,}15-0{,}30)\sin(0{,}15-0{,}35)}$$

$$+\ 0,1986\frac{\sin(0{,}28-0{,}15)\sin(0{,}28-0{,}25)\sin(0{,}28-0{,}30)\sin(0{,}28-0{,}35)}{\sin(0{,}20-0{,}15)\sin(0{,}20-0{,}25)\sin(0{,}20-0{,}30)\sin(0{,}20-0{,}35)}$$

$$+\ 0,2474\frac{\sin(0{,}28-0{,}15)\sin(0{,}28-0{,}20)\sin(0{,}28-0{,}30)\sin(0{,}28-0{,}35)}{\sin(0{,}25-0{,}15)\sin(0{,}25-0{,}20)\sin(0{,}25-0{,}30)\sin(0{,}25-0{,}35)}$$

$$+\ 0,2955\frac{\sin(0{,}28-0{,}15)\sin(0{,}28-0{,}20)\sin(0{,}28-0{,}25)\sin(0{,}28-0{,}35)}{\sin(0{,}30-0{,}15)\sin(0{,}30-0{,}20)\sin(0{,}30-0{,}25)\sin(0{,}30-0{,}35)}$$

$$+\ 0,3429\frac{\sin(0{,}28-0{,}15)\sin(0{,}28-0{,}20)\sin(0{,}28-0{,}25)\sin(0{,}28-0{,}30)}{\sin(0{,}35-0{,}15)\sin(0{,}35-0{,}20)\sin(0{,}35-0{,}25)\sin(0{,}35-0{,}30)}$$

sin(0,28) = 0.0033815862522421 - 0.0289856918292497 + 0.143999223721271
+ 0.172340564038353 - 0.0143851186476669

sin(0,28) = 0.276350563534949

4. Mencari tekanan uap pada temperatur 372^0
   Menggunakan Interpolasi Langrange karena selisih tidak konstan (non-equispaced)

$$P(372) = 154,9\frac{(372-367)(372-378)(372-387)(372-399)}{(361-367)(361-378)(361-387)(361-399)}$$

$$+\ 167,0\frac{(372-361)(372-378)(372-387)(372-399)}{(367-361)(367-378)(367-387)(367-399)}$$

$$+\ 191,0\frac{(372-361)(372-367)(372-387)(372-399)}{(378-361)(378-367)(378-387)(378-399)}$$

$$+\ 212,5\frac{(372-361)(372-367)(372-378)(372-399)}{(387-361)(387-367)(387-378)(387-399)}$$

$$+\ 244,2\frac{(372-361)(372-367)(372-378)(372-387)}{(399-361)(399-367)(399-378)(399-387)}$$

P(372) = - 18.6754286734937 + 105.6796875 + 120.378151260504
- 33.7139423076923 + 3.94472509398496

P(372) = 177.613192873303

5. Interpolasi Spline
   a. Konsep Dasar
      - Interpolasi spline adalah metode interpolasi numerik yang menyusun beberapa polinomial sederhana untuk masing-masing segmen antara titik data.
      - Tujuannya adalah menghasilkan kurva halus yang melewati semua titik tanpa menggunakan polinomial tinggi tunggal (yang bisa berosilasi besar).
      - Cocok untuk data dengan banyak fluktuasi atau distribusi titik tidak merata.
      - Spline adalah solusi untuk masalah osilasi yang sering terjadi pada interpolasi polinomial orde tinggi (seperti fenomena Runge).

   b. Spline Linier
      - Tiap segmen antara dua titik data dihubungkan oleh garis lurus.
      - Kontinu pada semua titik, tapi tidak halus (turunannya tidak kontinu di sambungan titik).
      - Mudah dihitung, cocok untuk pendekatan kasar.
      - Estimasi cepat untuk data besar.
      - Visualisasi awal pola tren data.

      Fungsi berbentuk:
      $S_i(x)=a_i+b_i(x-x_i), x\in[x_i,x_{i+1}]$

   c. Spline Kuadratik
      - Gunakan polinomial orde 2 (kuadrat) untuk tiap segmen.
      - Kontinu hingga turunan pertama, artinya kurva lebih halus dari spline linier.
      - Masih relatif mudah dihitung.
      - Tambahan kondisi batas atau asumsi untuk menyelesaikan sistem (karena lebih banyak koefisien yang harus ditentukan).

      Fungsi umum:
      $S_i(x)=a_i+b_i(x-x_i)+c_i(x-x_i)^2$

   d. Spline Kubik
      - Paling umum digunakan. Gunakan polinomial orde 3 (kubik) antar setiap dua titik.
      - Kontinu sampai turunan kedua: sangat halus.
      - Tidak hanya bentuknya lembut, tetapi juga perubahannya halus.
      - Natural Spline: turunan kedua di ujung-ujung = 0.
      - Clamped Spline: nilai turunan pertama di ujung ditentukan.
      - Not-a-knot: gunakan titik-titik dalam untuk mengurangi kompleksitas.
      - Aplikasi: grafika komputer, simulasi gerak, fitting kurva halus dalam data saintifik.

      Fungsi:
      $S_i(x)=a_i+b_i(x-x_i)+c_i(x-x_i)^2+d_i(x-x_i)^3$