ქართველების სახელობის XX ოლიმპიადა
უსათუოდ ვერიოს ამოცანების
ამოხსნები და შეფასების კრიტერიუმები
მათე მა ტი კა

1. **ამოცანა:** ა) რადგან თითოეულ მყობადს სხვადასხვა მაჩვენი 10 წვერო უნდაერთდა
ყოველმა ჩვევგლოი ხირ $\frac{10 \cdot 9}{2} = 45$ წყვატი ხხე მყობადზე ცალაცეალ
ვკისხი ურთდებისო (10 წვასა ტომი 45 წყვოი მებგ) — 1 ქ.

ბ) რადგან თითოეული წყვატი ეხთი ვისკი არ ხვდა ურძნენარს, და
40 მყობადისს ტოჩხაცი 45-45 წყვაი არ გატაისცება, ასუ ამ
სხოლყომის წყვასით სულ მერი $40 \cdot 45 = 1800$ წყვოი მებგ — 3 ქ.

გ) აუ სხოლყომში n წყვა, მატი ყველათ ლომენას $\frac{n(n-1)}{2}$-ო — 4 ქ.

დ) $\frac{n(n-1)}{2} > 1800$ ასუ $n^2 - n - 3600 > 0$ $\Rightarrow$ $n \geq 61$ ნადან
n ნუცურული ხიმბა, ი.ი სხოლყომში 60-წ გნი წყვა ა.ც — 7 ქ.

2. **ამოცანა:** ა) განვიხილოთ მცხი ხიჯმ ოხი ჩოლიონი t კვული მამი
$$P_1(t) = (t-a)(t-b)(t-c) \quad \text{და} \quad P_2(t) = (t-x)(t-y)(t-z)$$
(ცხდი თითოეულ 3 ვკი აჯს, $P_1(t)$ აის ამომხსნა სიხვეუო $\{a, b, c\}$
ხოლო $P_2(t)$ აის ჯი — $\{x, y, z\}$. — 2 ქ.

ბ) განვიხილოთ $P_1(t) - P_2(t)$ ჯუ იმ კიარომშინერია, ნობ
$abc = xyz$ და $a+b+c = x+y+z$ ძიგოლბი, ნობ $P_1(t) - P_2(t) = kt$
სდა.ც $k = ab + ac + bc - xy - xz - yz$ — 4 ქ.

გ) ვიჯნომა ნობ $K = 0$. მგიამი ც განვიხილი
$$P_1(a) - P_2(a) = K a = 0 - (a-x)(a-y)(a-z) \leq 0 \quad (\text{ხიჯმ } a$$
ყცელტი a, b, c, x, y, z ხუბჯვს ტომის) ამგომი, ხიჯან $a > 0 \Rightarrow K \leq 0$ — 5 ქ.

დ) ასათიუხის
$$P_1(c) - P_2(c) = KC = 0 - (c-x)(c-y)(c-z) \geq 0 \quad (\text{ნიჯა } C$$
ყცეხტი a, b, c, x, y, z გელბოი ხუბჯოს) $\Rightarrow K \leq 0 \Rightarrow K = 0$ — 6 ქ.

ე) აუ $k = 0 \Rightarrow P_1(t) = P_2(t) \Rightarrow \{a, b, c\} = \{x, y, z\}$ ჩ.ე.ზ. — 7 ქ.
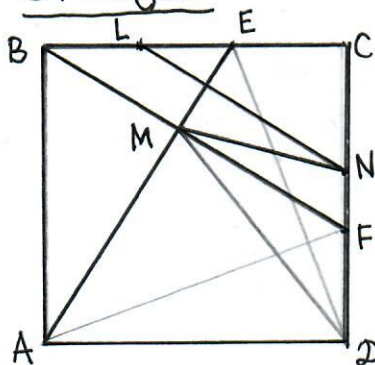
3. **ამოცანა**

ამოცანის ამოხსნის ერთ-ერთი ხერხი ასეთია

ა) $\triangle ABE = \triangle BCF$ (კათეტებით) იქვე ხიჯოჩხს $\triangle ECD = \triangle FDA \Rightarrow$
$\triangle AED = \triangle BFA$ (სამივ გვგჩით) - ჯუ ღყკნი წყვიჯო ჯიგეჯო მოხსუცება - 2 ქ.

ბ) $AMFD$ ოთხკუთხედი (კიხკეთა, ჩაჯა $\angle BAE = \angle CBF = EBM \Rightarrow AE \perp BF \Rightarrow$
$\angle AMF = \angle ADF = 90° \Rightarrow \angle MFA = \angle MDA$, მანამე ა) ჯან $\angle AED = \angle BFA$
უცხსამიხის $\angle AED = \angle MDA \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ADM$ (ოხი ჯყაკით) — 4 ქ.

გ) $\triangle AED \sim \triangle ADM$ მგვკენ ნხონჩიცით $AM \cdot AE = AD^2 \Rightarrow \triangle MED$-ზ
უკამიცულ ნიგნინკიდი AD მგხს მიცაკით ე.ი ამ ნიგნიხდ ცეცჩი
CD ნიცვხა, მეხიჩ ეცვ ცცცჩი ME ჯიჩჯს მგიმიტზა, ჯ ა LN ცცცა ($LN \parallel BF, BF \perp ME, BL = LE$)
$\Rightarrow \triangle MED$-ზ მგიმოსაცუი ნიგნინცხ ცცცჩი N წცჩედი $\Rightarrow NE = MN = ND$ ჩ.ე.ზ. — 7 ქ.