

ქაუციკოვის სახელობის XX ოლიმპიადის II შესრევი ტური

მ ა თ ე მ ა ც ი კ ა მ ი

22 ნოემბერი, 2023 წელი

ამოცანა N 4. წრეწირზე მონიშნეს წესიერი $2n$ კუთხედის წვეროები და ცალითონ გაავლონ n ცალი ქორდა ისე, რომ აითოყული წვეროდან გამოდიოდეს მხოლოდ ერთი ქორდა, ამასთან ყველა ქორდა იყოს სხვადასხვა სიგრძის. მოახერხებენ თუ არა ამას, თუ: ა) $n=5$; ბ) $n=6$; გ) $n=7$?

ამოცანა N 5. ABC სამკუთხედში B და C წვეროებთან შესაბამისად დაუშვეს BM და CN მართონები სამკუთხედის C და B კუთხეის ბისექტრისებზე. დაამტკიცეთ, რომ MN წრფე ABC სამკუთხედის AC და AB გვერდებს ამ გვერდების ხახაზულ წრეწირთან შეხების წერტილებში კვეთს.

ამოცანა N 6. x_n მიმდევრობა მოცემულია შემდეგი წირობით $x_1 = \frac{1}{2}$,

$$x_{n+1} = x_n^2 + x_n \quad (n=1, 2, \dots). \text{ იპოვეთ}$$

$$\frac{1}{x_1+1} + \frac{1}{x_2+1} + \dots + \frac{1}{x_{100}+1} \text{ რიცხვის მთელი ნაწილი.}$$

(შეგახსენებთ, რომ ნამდვილი რიცხვის მთელი ნაწილი ეწოდება უდიდეს მთელ რიცხვს, რომელიც მოცემულ ნამდვილ რიცხვს არ აღემატება).

აითოყული ამოცანა 7 ქულანია
სამუშაო დრო 4,5 საათი.