VII კლასში მისაღებ გამოცდაზე გამოყენებული საკითხების ამოხსნა

1. გამოთვალეთ $\frac{1}{39}+\frac{1}{130}-\frac{1}{66}$

ა) $\frac{1}{39}+\frac{1}{130}=\frac{1}{3\cdot13}+\frac{1}{10\cdot13}=\frac{10+3}{3\cdot10\cdot13}=\frac{13}{3\cdot10\cdot13}=\frac{1}{30}$

ბ) $\frac{1}{30}-\frac{1}{66}=\frac{1}{5\cdot6}-\frac{1}{6\cdot11}=\frac{11-5}{5\cdot6\cdot11}=\frac{6}{5\cdot6\cdot11}=\frac{1}{55}$

პასუხი: გ) $\frac{1}{55}$

2. ვთქვათ, ახლა X საათია, მაშინ დღის დასრულებამდე დარჩენილი ყოფილა 24-X საათი (დღე-ღამეში 24 საათია), ე.ი ამოცანის პირობით

x – (24 – x)სთ = 2 სთ 24 წთ => 2x – 24 სთ = 2 სთ 24 წთ => 2x = 26 სთ 24 წთ ანუ საბოლოოდ x = 13 სთ 12წთ

პასუხი: დ) 13 სთ და 12 წთ

3. სულ 5 კენტი რიცხვი არსებობს. დავალაგოთ ისინი ზრდადობით, მივიღებთ 133579.

ადვილი მისახვედრია, რომ 4 ნიშნა რიცხვის მისაღებად საკმარისია ერთ-ერთი ციფრის წაშლა ამ ხუთნიშნა რიცხვიდან. ამის გაკეთება კი 5-ნაირად შეიძლება.

შესაბამისად მივიღებთ ოთხნიშნა ხუთეულს: 3579, 1579, 1379, 1359, 1357.

პასუხი: დ) 5

4. 1-დან 150-მდე რიცხვებში ყოველი მესამე 3-ის ჯერადია, მათი რაოდენობაა 150:3=50. ყოველი მეხუთე 5-ის ჯერადია, მათი რაოდენობაა 150:5=30.

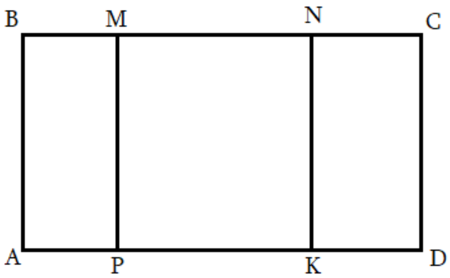
ამათ შორის ორჯერ ვიანგარიშეთ რიცხვები, რომლებიც 3-ზეც იყოფიან და 5-ზეც (ანუ 15-ზე). მათი რიცხვი 150:15=10-ია. ე.ი ყვითელი ალამი მხოლოდ 50 – 10 = 40 ხეზეა. ხოლო ლურჯი კი 30 – 10 = 20 ხეზე. ანუ სულ 40 + 20 = 60 ხეზე.

პასუხი: ა) 60 ხე

5. ამოხსენით განტოლება: $\left(\left((107-3x)\cdot2+7\right):17=x-10\right) <=> \left((214-6x)+7=17(x-10)\right) <=> (221-6x=17x-170)) <=> (23x=391) <=> (x=17)$

პასუხი: გ) x = 17

6. ვთქვათ თავდაპირველი მართკუთხედის AB სიგანე x სმ-ია, მაშინ სიგრძე



ნახ.1

(21 –x) სმ იქნება. (რადგან სიგრძის და სიგანის ჯამი პერიმეტრის ნახევარი, ანუ 21 სმ-ია)

ცხადია, (იხ. ნახ.1) AB = PM = KN = DC = x. ამოცანის პირობით: P_{ABMP} = 20 ანუ BM = 10 – x, P_{PMNK} = 28 ანუ MN = 14 –x და P_{KNCD} = 18 ანუ NC = 9 –x

საბოლოოს BC = BM + MN +NC ანუ (21 – x = 10 – x +14 –x + 9 –x), საიდანაც (21 – x = 33 – 3x) => (2x=12) => (x=6). ანუ სიგრძე BC = 21-6=15სმ, ხოლო სიგრძისა და სიგანის სხვაობა 15–6=9(სმ)

პასუხი: დ) 9სმ-ით

7. $\overline{abc} = 100a + 10b + c$

$\overline{cba} = 100c + 10b + a$

ცხადია, ამ 3 ნიშნა რიცხვების სხვაობა დარჩება 99a-99c=99(a–c), სადაც a და c ციფრებია და შესაბამისად ადვილი მისახვედრია, რომ რაც 99ზე იყოფა, აუცილებლად გაიყოფა 33-ზეც.

პასუხი: დ) აუცილებლად გაიყოფა 33-ზე

შენიშვნა: მოიყვანეთ მაგალითები, როდესაც სხვა პასუხები თანმიმდევრულად გამოირიცხება.

8. სიგრძე 140 სმ = 14 დმ. სიგანე სიგრძის 30% ანუ $\frac{140 \cdot 30}{100} = 42\textit{სმ} = 4{,}2\textit{დმ}$

სიმაღლე სიგანეზე 8სმ-ით მეტია ანუ 42 + 8 = 50სმ = 5დმ.

მაშინ მოცულობა $V = 14\textit{დმ} \cdot 4{,}2\textit{დმ} \cdot 5\textit{დმ} = 14 \cdot 21 = 294(\textit{დმ}^3) = 294\textit{ლტ}$, რადგან 1დმ^3=1 ლიტრს.

პასუხი: ე) 294 ლ

9. $1 < a < b < c < d$ ნატურალური რიცხვებია, $ad = 54$, $bc = 55$

ცხადია, 55=5*11, $1 < b < c$ *მხოლოდ* $b = 5$ და $c = 11$ დააკმაყოფილებენ.

რადგან $1 < a < b$, *აშკარაა* $a = 2$ *ან* $a = 3$, რადგან 54 არ იყოფა 4-ზე.

ა) თუ $a = 2$, *მაშინ* $d = 54{:}\,2 = 27$ და $a + b + c + d = 2 + 5 + 11 + 27 = 45$

ბ) თუ $a = 3$, *მაშინ* $d = 54{:}\,3 = 18$ და $a + b + c + d = 3 + 5 + 11 + 18 = 37$

პასუხი: დ) ან 45-ს ან 37-ს.

10. ვთქვათ, შოკოლადი ღირდა x ლარი.

სამჯერ გაძვირების შემდეგ მისი ფასი გახდა 3x ლარი.

თუ შემდეგ 40%-ით გააიაფეს, ე.ი დატოვეს მიღებული ფასის 60% ანუ $\frac{60}{100} \cdot 3x = 1{,}8x$ *ლარი*,

რაც 0,8x-ით უფრო ძირია თავდაპირველზე. 0,8x კი x-ის 80%-ია.

პასუხი: გაიზარდა 80%-ით.

11. რადგან R=60მ, არენის სიგრძე $\ell = 2\pi R \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot 60 \approx 376{,}8$ მეტრია.

თუ ველოსიპედისტი 1 სთ-ში 40კმ-ს გადის, ეს ნიშნავს, რომ ის 60 წუთში 40 000 მეტრს გადის ანუ 3 წუთში 2 000 მეტრს ⇒ 105 წუთში ის გაივლის 35*2000=70 000 მეტრს, რაც 70 0000:376,8≈185,7 წრეს ანუ 185 სრულ წრეს.

პასუხი: გ) 185 სრულ წრეს.

12. კენტი რაოდენობის კენტი რიცხვების ჯამი კენტია, ხოლო ლუწი რაოდენობის კენტი რიცხვების ჯამი ლუწი. რადგან 119 კენტი რიცხვია, ამიტომ მომდევნო კენტი რიცხვების რაოდენობა კენტი ყოფილა (ანუ 2k+1) მაშინ ცხადია, იარსებებს შუანა ამ რიცხვებს შორის, სწორედ ის აღვნიშნოთ x-ით. მაშინ მისი წინა რიცხვი იქნება x-2, შემდეგი კი x+2, ანუ ჯამი 2x, და ასე შემდეგ ყველა წყვილისთვის (რადგან მეზობელი კენტი რიცხვები 2-ით განსხვავდებიან).

ყველას ჯამი გამოვა $\underbrace{x + 2x + 2x + \ldots}_{k-ჯერ}$=(2k+1)x=119=7*17

7 და 17 მარტივი რიცხვებია, მაშინ ცხადია, რომ ან 2k+1=7, x=17 ან 2k+1=17 და x=7. პირველ შემთხვევაში ეს რიცხვებია 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23. მეორე შემთხვევაში მივიღებთ უარყოფით რიცხვებს, რაც პირობას ეწინააღმდეგება.

უდიდესის და უმცირესის სხვაობაა 23-11=12

პასუხი: დ) 12

13. ციფრულ საათზე 4 ადგილია $\boxed{x}\,\boxed{y} : \boxed{z}\,\boxed{t}$.

რადგან დღე-ღამეში 2 საათია, x-ის ადგილას შეიძლება დაიწეროს მხოლოდ 0, 1 ან 2 ანუ ჩვენი ციფრებიდან მხოლოდ 0 ან 1 (2 შესაძლებლობა).

y-ის ადგილი შეიძლება დაიკავოს ნებისმიერმა ციფრმა, მაგრამ რადგან ჩვენ 4 ციფრიდან ერთი უკვე გამოვიყენეთ x-ის ჩაწერისას გვაქვს 3 თანაბარი შესაძლებლობა, ანუ სულ საათებში შეიძლება ჩავწეროთ 2·3=6 სხვადასხვა რიცხვი, ესენია: 01, 03, 05, 10, 13, 15. z და t ადგილი დარჩენილი ორი ციფრიდან ნებისმიერმა შეიძლება დაიკავოს ორნაირად (მაგალითად 01:35 და 01:53).

ე.ი სულ ვარიანტების რაოდენობა იქნება 6·2=12.

პასუხი: გ) 12

14. მხატვარს რომ 7-ით მეტი ფანქარი ჰქონდეს, ის მათ მოათავსებდა როგორც 12-იან ყუთებში (5+7=12), ისევე 17-იანებშიც (10+7=17). ანუ მისი ფანქრების რაოდენობა იქნებოდა 12·17-ის ჯერადი (12 და 17 ურთიერთმარტივი რიცხვებია).

პირველი ასეთი რიცხვია 12·17-7=197, მეორე 2·12·17-7=401, მესამე 3·12·17-7=605 და ა.შ. ცხადია, ერთ-ერთი რიცხვი, რომელიც 300<x<500 პირობას აკმაყოფილებს 401. მხატვარმა რომ ეს ფანქრები 20-იან ყუთში მოათავსოს, 1 ფანქარი მორჩება, რადგან 401=20*20+1

პასუხი: დ) 1

15. ავტომობილის სიჩქარე $\frac{216}{3} = 72კმ/სთ$ ყოფილა, რაც $72 \cdot \frac{5}{18} = 20\ მ/წმ - ია.$ მოტოციკლეტი თუ ყოველ წამში 5 მ-ით ნაკლებ მანძილს გადის, მისი სიჩქარე 15მ/წმ-ია ანუ $15 \cdot \frac{18}{5} = 54კმ/სთ$ და ის 216 კმ მანძილს გაივლის 216:54=4 სთ-ში.

პასუხი: ა) 4 საათში.

16. დაფაზე დაწერილი 31 ნატურალური რიცხვის ჯამი 31·17=527 ყოფილა. 32 რიცხვის დაწერის შემდეგ კი 32·19=608 გაუტოლდა. ე.ი კოტეს 608-527=81 დაუწერია.

პასუხი: ბ) 81

17. 24=1·3·8=1·4·6=2·2·6=2·3·4 (სხვაგვარად ის 3 ციფრის ნამრავლის სახით არ იშლება. აქედან 3 შემთხვევაში 1, 3, 8; 1, 4, 6 და 2, 3, 4 ციფრები რიცხვში არ მეორდებიან, ამიტომ თითოეულ შემთხვევაში 6-6 ასეთი რიცხვი იარსებებს ანუ სულ 3·6=18 შემთხვევა. მას დაემატება კიდევ 3 რიცხვი 226, 262 და 622 და სულ ასეთი 21 შემთხვევა მიიღება.

პასუხი: გ) 21

18. კარგი იქნება, სამშაბათი და პარასკევი ორივე ლუწი რიცხვი თუ იქნება. ეს შეიძლება მოხდეს თვის ბოლოს, თუ თვე 31 დღითაა, სამშაბათი კი 30 რიცხვია. მაშინ მივიღებთ თანმიმდევრობას:

ორშაბათი – 29, სამშაბათი – 30, ორშაბათი – 31, ხუთშაბათი – 1, პარასკევი – 2, შაბათი – 3 და აღმოჩნდება, რომ 6-ვე თანმიმდევრულ დღეს ცოტნეს მოუწევს წასვლა საცურაოდ.

პასუხი: ა) 6

19. ვთქვათ, 16 ნაყინი ღირს x ლარი, მაშინ პირობით x ნაყინი ღირს 81 ლარი. პროპორციით

$\frac{16}{x} = \frac{x}{81} \Rightarrow x^2 = 16*81,\ \ x = 4*9 = 36.$ ანუ 16 ნაყინი ღირს 36 ლარი. მაშინ ცხადია, 18 ლარად ვიყიდით 8 ნაყინს, ხოლო 54=18*3 ლარად 8*3=24 ნაყინს.

პასუხი: ბ) 24 ნაყინი.

20. ვთქვათ, რომ x<y ნატურალურებია და $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 12$

ცხადია, $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ (ტოლმრიცხველიანი წილადები) შესაბამისად $\frac{1}{x} + \frac{1}{x} > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$

ანუ $\frac{2}{x} > \frac{1}{12} = \frac{2}{24}$, ანუ x < 24, მაგრამ x > 13. ასეთი რიცხვი სულ ათია: 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22 და 23.

ცხადია, $\frac{1}{y} = \frac{1}{12} - \frac{1}{x} = \frac{x-12}{12 \cdot x}$ ახლა ადვილი საჩვენებელია, რომ თუ x=14, 15, 16, 18, 20, 21, მაშინ

x-12=5, 7 10, 11 და 12-ს. x-ზე შეკვეცა სრული არ იქნება. x<y წყვილი სულ 6 იქნება.

პასუხი: ბ) 6

21. გადავიდეთ წამებში. A სანთელი 8·60=480 წამში დაიწვება, B კი 7·60=420 წამში. A სანთელის მესამედი 480:3=160სმ-ში დაიწვება, ე.ი A და B სანთელი ერთად 480-160=320წმ-ის განმავლობაში იწვებიან. შესაბამისად, A სანთელი სრულად დაიწვა, B სანთელი კი ჯერ 420-320=100წმ დარჩა დასაწვავად, რაც მთელი მისი დროის $\frac{100}{420} = \frac{5}{21}$ ნაწილია.

პასუხი: დ) $\frac{5}{21}$ ნაწილი

22. ნინოს დუტასთან შედარებით 104-47=57 ლარით მეტი აქვს, თუმცა კუპიურები იმდენივე აქვს, რამდენიც დუტას. ეს იმიტომ, რომ მას 5 ლარიანები მეტი აქვს, დუტას კი 2 ლარიანები. 57: (5-3)=19. ე.ი ნინოს 19-ით მეტი 5 ლარიანი აქვს ვიდრე დუტას. ე.ი 19·5=95 ლარი უკვე აქვს 5 ლარიანებით. დარჩენილი 104-95=9 ლარი კი ერთადერთნაირად იშლება 2 და 5 ლარიანებად – 2 ცალი 2 ლარიანი და 1 ცალი 5 ლარიანი. ე.ი ნინოს ჰქონია 20 ცალი 5 ლარიანი და 2 ცალი 2 ლარიანი, დუტას კი 1 ცალი 5 ლარიანი და 21 ცალი 2 ლარიანი. ანუ 22-22 კუპიურა თითოეულს.

პასუხი: დ) 22

23. ვთქვათ, x ეს ორნიშნა რიცხვია. მარჯვნიდან 8-ის მიწერა ნიშნავს ჯერ მის გამრავლებას 10-ზე, ხოლო შემდეგ 8-ის მიმატებას. ხოლო მარცხნიდან 1-ის მიწერა კი 1000-ის დამატებას (რადგან უკვე რიცხვი 4 ნიშნა გახდა და 1-იანი ათასეულების თანრიგის ციფრია) ანუ მივიღეთ 10x+1008, ამოცანის პირობით რიცხვი 26-ჯერ გაიზარდა, ანუ მივიღეთ განტოლება

10x+1008=26x

16x=1008

X=63

პასუხი: დ) 63

შემოწმება: 1638=63·26

24. (1,2 ქულა) ორნიშნა ნატურალურ რიცხვებში ზუსტად 18 რიცხვია 5-ის ჯერადი:

$A = \{10, 15, 20, \ldots, 90, 95\}$

18 გვაძლევს ნაშთს 1-ს: $B = \{11, 16, 21, \ldots, 91, 96\}$

18 გვაძლევს ნაშთს 2-ს: $C = \{12, 17, 22, \ldots, 92, 97\}$

18 გვაძლევს ნაშთს 3-ს: $D = \{13, 18, 23, \ldots, 93, 98\}$

18 გვაძლევს ნაშთს 4-ს: $E = \{14, 19, 24, \ldots, 94, 99\}$.

სულ ცხადია 90 ორნიშნა რიცხვია. A სიმრავლიდან მხოლოდ 1 რიცხვის ამორჩევა შეგვიძლია, რადგან ნებისმიერი 2-ის ჯამი 5-ზე გაიყოფა ისევე როგორც C და D სიმრავლეებიდან. ამიტომ ყველაზე უკეთეს შემთხვევაში შეგვიძლია ავარჩიოთ მაგალითად B სიმრავლის ყველა რიცხვი, C სიმრავლის ყველა რიცხვი და კიდევ 1 რიცხვი A სიმრავლიდან. ე.ი სულ 18+18+1=37 რიცხვი.

პასუხი: ე) 37 რიცხვი.

25. რიცხვი, რომელსაც ზუსტად 15 გამყოფი აქვს, არის შემდეგი სახის p^{14} ან p^2q^4 (სადაც p და q მარტივი რიცხვებია).

p^{14} სახის კენტ რიცხვებს შორის უმცირესი 3^{14}

p^2q^4 სახის კენტ რიცხვებს შორის უმცირესი $5^2 3^4$

ამ ორი რიცხვიდან უმცირესი $5^2 \cdot 3^4$=2025

პასუხი: დ) 2025