X კლასი

1. უსასრულო კლებადი გეომეტრიული პროგრესიის ჯამი 9-ის ტოლია, ხოლო ამ პროგრესიის სამი წევრის ჯამი $\frac{26}{3}$ -ის. იპოვეთ პირველი წევრი და სხვაობა.

ამოხსნა:

ა) $\begin{cases} S = \dfrac{b_1}{1-q} = 9 \\ b_1 + b_2 + b_3 = \dfrac{26}{3} \end{cases}$

ბ) $\begin{cases} b_1 = 9(1-q) \\ b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = \dfrac{26}{3} \end{cases}$

გ) $9(1-q)(1+q+q^2) = \frac{26}{3}$

$$9(1-q^3) = \frac{26}{3}$$

$$1-q^3 = \frac{26}{27}$$

$$q = \frac{1}{3}$$

დ) $b_1 = 9 \cdot \frac{2}{3} = 6$

ე) $b_1 = 6 \quad q = \frac{1}{3}$

მოსწავლემ შეასრულა ა- 1 ქ
ბ - 1 ქ
გ - 2 ქ
დ - 1 ქ
ე - 1 ქ

2. ცნობილია, რომ $f(x)$ ფუნქცია პერიოდულია $T = 4$ პერიოდით და $[-1;1]$ შუალედში აქვს სახე: $y = x^2 - 2x$.
იპოვეთ $f(-5) + f(16) - f(45)$

ამოხსნა

ა) $f(x+Tk) = f(x)$
ბ) $f(-5) = f(-5+4) = f(-1) \quad x = -1 \in [-1;1], \quad f(-5) = 3$
გ) $f(16) = f(16-4\cdot 4) = f(0) \quad x = 0 \in [-1;1], \quad$ ე.ი. $f(16) = 0$
დ) $f(45) = f(45-4\cdot 11) = f(1) \quad x = 1 \in [-1;1], \quad f(1) = 1^3 - 2 = -1$

ე) $f(-5)+f(16)-f(45)=3+0+1=4$

პასუხი: 4

მოსწავლემ შეასრულა

ა ან ბ - 1 ქ

ა და ბ - 2 ქ

გ - 1 ქ

დ - 1 ქ

ე - 1 ქ

3. გამოთვალეთ

$-3\sin(-60^0)-2\cos(-30^0)+3tg(-60^0)-ctg45^0$

ამოხსნა

ა) $\sin(-60^0)=-\sin 60^0=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

ბ) $\cos(-30^0)=\cos 30^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$

გ) $tg(-60^0)=-\sqrt{3}$

დ) $ctg45^0=1$

ე) $-3\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-3\sqrt{3}-1=\frac{-5\sqrt{3}-2}{2}$

პასუხი: $\frac{-5\sqrt{3}-2}{2}$

მოსწავლემ შეასრულა ა- 1 ქ

ბ - 1 ქ

გ - 1 ქ

დ - 1 ქ

ე - 1 ქ

4. ცნობილია, რომ $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$ და $\pi<\alpha<\frac{3\pi}{2}$. იპოვეთ

$5\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+3ctg\left(\frac{7\pi}{2}+\alpha\right)-8tg(3\pi-\alpha)$ **გამოსახულების მნიშვნელობა**

ამოხსნა

ა) $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$

ბ) $ctg\left(\frac{7\pi}{2}+\alpha\right)=-tg\alpha$

გ) $tg(3\pi-\alpha)=-tg\alpha$

დ) $5\cos\alpha-3tg\alpha+8tg\alpha=5\cos\alpha+5tg\alpha=5(\cos\alpha+tg\alpha)$

ე) $\cos\alpha = -\sqrt{1-\frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$

ვ) $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{3}{4}$

ზ) $5(\cos\alpha + tg\alpha) = -5\cdot\frac{1}{20} = -\frac{1}{4}$

პასუხი: $-\frac{1}{4}$

მოსწავლემ შეასრულა

ა ან ბ ან გ- 1 ქ

დ - 2 ქ

ე ან ვ - 1 ქ

ზ - 1 ქ

5. იპოვეთ გამოსახულების უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობები

$$\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}\left(1+\frac{(1-\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha}\right)$$

ამოხსნა

ა) $\frac{(1-\cos\alpha)^2}{\sin^2\alpha} = \frac{(1-\cos\alpha)^2}{(1-\cos\alpha)(1+\cos\alpha)} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$

ბ) $1+\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1+\cos\alpha+1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{2}{1+\cos\alpha}$

გ) $\frac{1+\cos\alpha}{\sin\alpha}\cdot\frac{2}{1+\cos\alpha} = \frac{2}{\sin\alpha}$

დ) თუ $\sin\alpha = -1$ $\quad \frac{2}{\sin\alpha} = -2$

თუ $\sin\alpha = 1$ $\quad \frac{2}{\sin\alpha} = 2$

ე) $\frac{2}{\sin\alpha}$ გამოსახულების უდიდესი და უმცირესი მნიშვნელობების გარკვევა შეუძლებელია

6. ცნობილია, რომ $|\vec{a}| = 4;$ $|\vec{b}| = 1$. $\vec{a}$ და $\vec{b}$ ვექტორებს შორის კუთხეა 120⁰. იპოვეთ $|3\vec{a}-2\vec{b}|$

ამოხსნა

ა) $|3\vec{a}-2\vec{b}| = \sqrt{(3\vec{a}-2\vec{b})^2} = \sqrt{9\vec{a}^2-12\vec{a}\vec{b}+4\vec{b}^2}$

ბ) $\sqrt{9\vec{a}^2-12\vec{a}\vec{b}+4\vec{b}^2} = \sqrt{9|\vec{a}|^2-12|\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha+4|\vec{b}|^2}$

გ) $9|\vec{a}|^2 = 9\cdot 4^2 = 144$
$4|\vec{b}|^2 = 4\cdot 1^2 = 4$

დ) $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\alpha = 4\cdot 1\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) = -2$

ე) $|3\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{144+24+4} = \sqrt{172} = 2\sqrt{43}$

მოსწავლემ შეასრულა ა- 1 ქ
ბ - 1 ქ
გ - 1 ქ
დ - 1 ქ
ე - 1 ქ
ვ -1 ქ

7. ცნობილია, რომ პარალელური გადატანისას $A(-2;3)$ წერტილი აისახა $B(-1;-5)$ წერტილზე. დაწერეთ იმ წრფის განტოლება, რომელშიც აისახება $y=-2x+7$ წრფე იმავე პარალელური გადატანით.

ამოხსნა

ა) ვიპოვოთ პარალელური გადატანის ვექტორი $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (1;-8)$

ბ) ჩავწეროთ გარდაქმნის ფორმულები

$\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \end{cases}$ $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y - b \end{cases}$

გ) $\begin{cases} x = x' - 1 \\ y = y' + 8 \end{cases}$

დ) ჩავსვათ $y=-2x+7$ წრფის განტოლებაში

$y' + 8 = -2(x' - 1) + 7$

$y' + 8 = -2x' + 9$

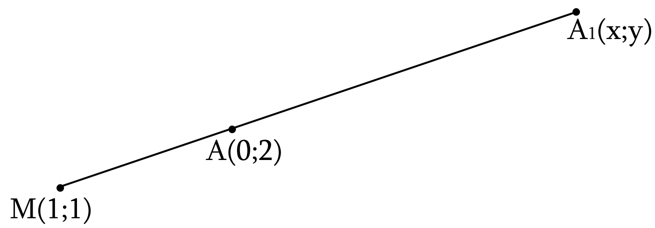
$y' = -2x' + 1$

ე) პასუხი: საძიებელი წრფის განტოლებაა $y=-2x+1$

მოსწავლემ შეასრულა ა- 1 ქ
ბ - 1 ქ
გ - 1 ქ
დ - 1 ქ
ე - 1 ქ
ვ -1 ქ
ამოხსნა სხვა ხერხით და მიიღო სწორი პასუხი 5 ქ

8. ჰომოთეტია, რომლის ცენტრია $M(1;1)$ წერტილი და კოეფიციენტია 3. $A(0;2)$ წერტილი A_1 წერტილში გადაიყვანს. იპოვეთ A_1 წერტილის კოორდინატები და იმ A_2 წერტილის კოორდინატები, რომელშიც აისახება A_1 წერტილი $f(x;y) = (x+2y;-3x)$ ასახვით.

ამოხსნა



ა) $\overrightarrow{MA_1} = K\overrightarrow{MA}$

ბ) $\overrightarrow{MA_1} = (x-1; y-1)$

$\overrightarrow{MA_1} = (-1;1)$

გ) $3\overrightarrow{MA} = (-3;3)$

დ) $x-1 = 3(-1) \Rightarrow x = -2$

$y-1 = 3\cdot 1 \Rightarrow y = 4$

ე.ი. $A_1(-2;4)$

ე) $x+2y = -2+8 = 6$

$-3x = 6$

ამიტომ $A_2(6;6)$

პასუხი: $A_1(-2;4)$ $A_2(6;6)$

1. მოსწავლემ შეასრულა ა- 1 ქ
2. ბ - 1 ქ
3. გ - 1 ქ
4. დ - 1 ქ
5. ე - 1 ქ