ზაფხულის სკოლის ოლიმპიადა

VI კლასი

სწორი პასუხები

ტესტური დავალებები:

1. გ 2.დ 3. ბ 4. ე 5. გ 6. დ

გასაფორმებელი ამოცანები:

7. (2 ქულა)

$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1$. 360-ის გამყოფის თანამამრავლად 2-ის ხარისხი შეგვიძლია ავარჩიოთ 4-ნაირად.

$2^0 = 1$, $2^1 = 2$, $2^2 = 4$ ან $2^3 = 8$.

3-ის ხარისხი - 3-ნაირად $3^0 = 1$, $3^1 = 3$, $3^2 = 9$. ხოლო 5-ის ხარისხი - 2-ნაირად $5^0 = 1$, $5^1 = 5$.

განმეორებითი შერჩევით ყველა სხვადასხვა შემთხვევა წარმოდგება $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$-ნაირად, მართლაც ეს გამყოფებია.

$360 \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180, 360\}$

პასუხი: 24 გამყოფი

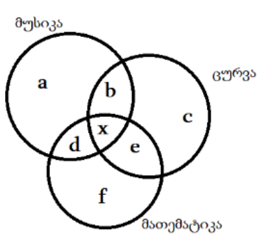
8. (3 ქულა)

15 ხეს მწკრივში 14 სამეზობლო შუალედი აქვს. შესაბამისად, ნინოს $14 \cdot 3 = 42$ ატმის ხე დაურგავს. ბექას და ნინოს დარგული ხეების საერთო რიცხვი 15+42=57-ია. 57-ის მესამედი 57 : 3 = 19-ია, თუ ამდენი ხე გახმა, 57 – 19 = 38 გადარჩენილა. მათ შორის 25 ატამია, ე.ი 38 – 25 = 13 ვაშლის ხე გადარჩენილა, ანუ 15 – 13 = 2 გამხმარა.

პასუხი: გახმა ვაშლის 2 ხე.

9. (3 ქულა)

ავაგოთ შესაბამისი ეილერის დიაგრამა,



სადაც მაგალითად b არის იმ ბავშვების რაოდენობა, რომლებიც დადიან მუსიკისა და ცურვის წრეზე, მაგრამ არ დადიან მათემატიკის წრეზე, ხოლო x იმ ბავშვების რაოდენობა, რომლებიც დადიან სამივე წრეზე და ა.შ. მაშინ ამოცანის პირობით ვწერთ ტოლობებს:

$$\begin{cases} a+b+d+x=11 \\ b+c+e+x=12 \\ \mathrm{d+e+f+x=15} \\ \mathrm{a+b+c+d+e+f+x=27} \end{cases}$$

და რადგან x=1, ამიტომ

$$\begin{cases} a+b+d=10 \quad (1) \\ b+c+e=11 \quad (2) \\ \mathrm{d+e+f=14} \quad (3) \\ \mathrm{a+b+c+d+e+f=26} \quad (4) \end{cases}$$

შევკრიბოთ (1), (2) და (3) ტოლობები, მივიღებთ a+c+f+2(b+d+e)=35

გამოვაკლოთ მიღებულს (4) ტოლობა, დაგვრჩება b+d+e=35-26=9

ჩავსვათ (4)-ში დაგვრჩება a+c+f+9=26 ანუ a+c+f=17.

a, c და f ჯამში არის სწორედ იმ ბავშვების რაოდენობა, რომლებიც ამ სამი წრიდან მხოლოდ ერთ წრეზე დადიან. პასუხი: 17 მოსწავლე.

მაგალითად მოვიყვანოთ ერთი მაინც რეალური სქემა, მართლაც თუ b=4, e=3, d=2, a=4, c=6, f=9 (ცხადია, სხვა სქემებიც არსებობს თუმცა a+c+f ყოველთვის 17-ის ტოლი იქნება).

10. (3 ქულა)

დავიწყოთ სანდროს გამონათქვამიდან, თუ ამ ოთხნიშნა რიცხვის ციფრებიდან მხოლოდ ერთია ლუწი და სამი კენტი, მაშინ ციფრთა ჯამი (კ+კ+კ+ლ=კ) კენტი ყოფილა. გოგის გამონათქვამიდან რიცხვი 9-ზე იყოფა, ანუ მისი ციფრთა ჯამიც 9-ზე იყოფა, ე.ი ან 9-ის, ან 27-ის, ან 45-ის და ა.შ ტოლია თუმცა ვიცით, რომ ის 12-სა და 36-ს შორისაა (4-ნიშნაა და 57-ით იწყება) ე.ი ციფრთა ჯამი 27 ყოფილა. ანუ წაშლილი 2 ციფრის ციფრთა ჯამია 27-12=15. ასეთი 2-ნიშნა რიცხვები კი სულ 4-ია; 69; 78; 87 და 96. და თუ ლელას ნათქვამსაც გავიხსენებთ ამ 4-დან 4-ზე მხოლოდ 96 იყოფა, ე.ი ეს რიცხვი ყოფილა 5796

პასუხი: 5796

11. (4 ქულა)

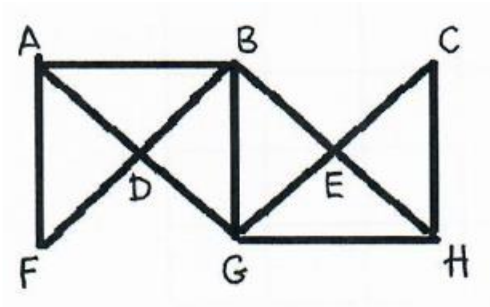
ამოცანის ამოხსნის ერთ-ერთი გზაა ამოხსნის დაწყება ბოლოდან. მართლაც, ბოლოს თითოეულს დარჩა 72:3=24 ვაშლი. მას შემდეგ, რაც III ძმამ I-ს აჩუქა თავისი ვაშლების 1/3 ნაწილი, თავად დარჩა 2/3. ანუ 24 ვაშლი, ანუ I-თვის უჩუქებია 12 ვაშლი. ე.ი ბოლო მოქმედების წინ I-ს 12, II-ს 24 და III-ს 36 ვაშლი აქვს. ანალოგიური მსჯელობით ბოლოსწინა მოქმედებისას II-მ აჩუქა III-ს მისი ვაშლების 1/3 ნაწილი, დარჩა 24 ანუ 2/3 ნაწილი, ე.ი უჩუქებია 12. ანუ I მოქმედების შემდეგ I-ს 12, II-ს 36 და III-ს 24 ვაშლი აქვს.

მივიღეთ, რომ I მოქმედების შემდეგ I ძმას დარჩა თავისი ვაშლების 2/3 ნაწილი ანუ 12 ვაშლი, ანუ სულ მას 12+6=18 ვაშლი ჰქონია თავდაპირველად.

(ცხადია, II-ს 30, ხოლო III-ს 24 ვაშლი)

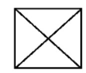
პასუხი: 18 ვაშლი

12. (4 ქულა)



დავთვალოთ (იხ.ნახ) რამდენი მონაკვეთი შედის თითოეულ წერტილში. A(3) B(4) C(2) D(4) E(4) F(2) G(4) H(3). როგორც ვხედავთ, მხოლოდ A და H წერტილებში შედის კენტი რაოდენობის მონაკვეთთა ბოლო წერტილი, რაც იმას ნიშნავს, რომ უწყვეტი ანუ ხელაუღებელი გადაადგილების ერთი ბოლო A წერტილშია, მეორე კი H-ში. (თუ ბოლო ამ წერტილებში არ იქნა, ნიშნავს, რომ შესვლა-გამოსვლით მოვაკელით ამ წერტილს ზუსტად 2 მონაკვეთი, თუმცა 2-ით შემცირება ნიშნავს, რომ იმ მონაკვეთთა რაოდენობა, რომლის ერთ-ერთი ბოლო წერტილშია, კვლავ კენტია, ანუ შესვლა-გამოსვლებით ამ მონაკვეთებს ვერ ამოვწურავთ). ანუ ხელაუღებელ გავლას მონაკვეთებისას მოვახერხებთ მხოლოდ მაშინ, თუ დავიწყებთ A-დან და დავასრულებთ H-ში ან პირიქით. მაგალითად

A-F-D-A-B-D-G-B-E-G-H-E-C-H

P.S თუ კენტი წერტილების რაოდენობა 2-ზე მეტი იქნებოდა (დაამტკიცეთ, რომ მათი რაოდენობა ლუწია), მაშინ ხელაუღებლად ამ გზის გავლას ჩვენ ვერ შევძლებდით. ასე მაგალითად  ამ ფიგურაში.