Déchiffre et Delettre

Chiffrement symétrique (clé unique) et asymétrique (RSA)

Introduction :

Nous n'allons pas voir en détail toute l'histoire de la cryptographie.

Depuis le fameux code César qui avait une clé à un nombre unique qu'on additionnait à chaque caractère du message.
Exemple si A=1 ; B=2 ; etc.
et que la clé est 6.
Le A est codé G. Le B est codé H.
Le message 'BABA' donne 'HGHG'.

Ce système est très mauvais car il suffit d'essayer toutes les clés de 1 à 26 ou même de 1 à 100 si on a chiffrer les majuscules, minuscules, caractères spéciaux, les accents, espace, les points, etc.

Meilleur système, on peut avoir une clé différente pour chaque caractère.
Mais tous les systèmes substituant un code différent pour chaque lettre mais identique pour une même lettre (chiffrement mono-alphabétique) est relativement facile à craquer plus le texte est long, si on connaît la langue du message clair. Car les lettres ont une fréquence d'apparition connue pour chaque langue.
Exemple en français la fréquence du "e" dans un texte est plus ou moins 17,26%, le "a" 8,4%, etc.

On va donc programmer :

1) Un système à clé secrète qui sous certaines conditions est "théoriquement" inviolable.
2) Le système RSA utilisé actuellement qui lui est "théoriquement" violable mais très très difficile à craquer rapidement.

Et dans un prochain atelier, nous ferons une simulation de la cryptographie dite "quantique" dont la sécurité est basée sur la certitude que la clé n'a pas été piratée (ou au contraire qu'elle l'a été. Dans ce cas on ne transmet pas le message).

Atelier n° 1:

Avec clé privée:

Identique pour le chiffrement et déchiffrement,
la plus longue possible,
les lettres identiques n'ont pas toutes le même chiffrement,

En particulier un théorème de Claude Shannon (Ingénieur et mathématicien) prouve (en gros et) en 1949, qu'un message chiffré avec :

une clé de même longueur que le message,
réellement aléatoire, (ne pas prendre un chapitre de livre au hasard)
à usage unique (One Time Pass)

est **indéchiffrable par quiconque ne connaissant pas la clé**.
https://www.lavachequicode.fr/cryptographie/cle-a-usage-unique
http://www.acrypta.com/telechargements/fichecrypto_300.pdf

Dans la version moderne de ces systèmes on prend comme valeur du caractère "clair" non pas sa position dans l'alphabet mais son code informatique c-à-d son code ASCII (ou Unicode).
Et l'opération de codage n'est pas une addition mais un "OU exclusif" ; ce qui est très proche :

Un message est une suite de bits.
Ex: "AB" est égal à en ascii à 0100.0001|0100.0010
Une clé est aussi une suite de bits aléatoires.
Ex: 0101.1001|1111.0110 ("Yö")
On chiffre ainsi
M= 0100.0001|0100.0010
XOR
K= 0101.1001|1111.0110
donne
C= 0001.1000 ...etc
On déchiffre ainsi
C= 0001.1000
XOR
K= 0101.1001
donne:
M= 0100.0001

Il vaut mieux grouper les octets de la clé et du message clair par **4** et stocker la valeur numérique de ces 4 octets dans un tableau.
Pourquoi ? Parce que en JS l'opérateur XOR (^) s'opère sur 32 bits max. 32=8x**4.**

Pour ça on fera tous les 4 caractères (de gauche à droite) :
C1 x256x256x256 + C2x256x256 + C3x256 + C4 => 1 élément du tableau
Explications
M= C1 x256 + C2 ~ Rajouter 8 zéro binaire à droite et additionner le caractère suivant.
En base 10 pour ajouter 8 zéros on multiplie par 10^8 = 100 000 000
et bien
en base 2 pour ajouter 8 zéros on multiplie par 2^8 = 100 000 000 binaire ~ 256
puis
M= M x256 + C3 puis M= M x256 + C4 ;

****

Inconvénient : Le transfert sécurisé des clés secrètes (une par message)

Pratique :

Création de la clé aléatoire :

Note :
Dans le prog. principal, on a
```
  var o=createKey (plainTxt.length);
  var key=o.key;
```
On écrit donc la function :

```
/**
* Random key creation
* @param  len                    Length of plain text
* @return object with
*                        key     Created key
*                        binKey          binary string of key (only to display it)
*/
function createKey (len) {
        var key="";var binKey8=""; var binKey=""; var splitter=".";
        for (i=0;i<len*8;i++) {
                var bit=random();
                binKey8+=""+bit; // binKey8+= String(bit);
                if ( i%8==7) {
                        if (i==(len*8)-1) splitter="";
                        var c = parseInt(binKey8, 2);
                        key+=String.fromCharCode(c);
                        binKey+=binKey8+splitter;
                        binKey8="";
                }
        }
        //log("len key="+key.length);
        //log("len binStr="+binKey.length);
        return {binKey:binKey , key:key};
}


// …

// Random utililty function

function random () {
        return Math.floor(Math.random() * 2); // Expliquer
};
```

Notes :
Dans le prog. principal, après
```
  var o=createKey (plainTxt.length);
  var key=o.key;
```
On a dans key une clé de même longueur que la message (var plainText)

Regroupement de 4 octets par une valeur de 32bits et rangement dans un tableau (Array).

Note :
Dans le prog. principal, on a

```
// Convert plain text to array of 4 bytes elements
var arrBy= toArrayOfBy(plainTxt,by);
```

et

```
// Convert key to array of 4 bytes elements
var keyBy=toArrayOfBy(key,by);
```

La function est déjà écrite :

```
/**
* Creation of an aray of 4 bytes (32 bits) elements
* @param  str                A text string (message or key)
* @param  by                 Number of  bytes (by=4)
* @return An array of 32 bits elements
*/
function toArrayOfBy (str,by) {
        var arrOut=[]; var c=0;
        for (i=0;i<str.length;i++) {
                c=c*256+str.substr(i,1).charCodeAt(0) ;
                if (i%by==(by-1)) {
                        arrOut.push(c);       c=0;
                }
        }
        if (c!=0) arrOut.push(c);
        return arrOut;
}
```

Notes :
Dans le prog. principal, après

```
var arrBy= toArrayOfBy(plainTxt,by);
```

et

```
var keyBy=toArrayOfBy(key,by);
```

On a 2 tableaux de même longueur contenant chacun des valeurs de 32 bits.

Chiffrement (encodage)

Note :
Dans le prog. principal, on a

```
// Ciphering
var cipherArr=cipher (arrBy,keyBy);
```

On écrit donc le corps de la function :

```
/**
* Ciphering
* @param  msgArr                    Message's 32 bits array
* @param  keyArr                    Key's 32 bits array
* @return Ciphered message's 32 bits array
*/
function cipher (msgArr,keyArr) {
        var arrOut=[]; var j=0;
        for (var i in msgArr) {
                if (j>keyArr.length-1) j=0 ;
                arrOut.push((msgArr[i] ^ keyArr[j]));
                j++;
        }
        return arrOut;
}
```

Déchiffrement

Note :
Dans le prog. principal, on a
```
  // Ciphering
  var cipherArr=cipher (arrBy,keyBy);
```

On écrit donc le corps de la function :

```
/**
* Unciphering
* @param  cipherArr                  Message's 32 bits array
* @param  keyArr                     Key's 32 bits array
* @return Ciphered message's 32 bits array
*/
function uncipher (cipherArr,keyArr) {
        var arrOut=[]; var j=0;
        for (var i in cipherArr) {
                if (j>keyArr.length-1) j=0 ;
                arrOut.push((cipherArr[i] ^ keyArr[j]));
                //log("cipherArr[i]="+cipherArr[i]+" / keyArr[j]="+keyArr[j]);
                j++;
        }
        return arrOut;
}
```

Conversion de tableau déchiffré en texte

Note :
Dans le prog. principal, on a

```
// Uncipher array to string
var unciphText=arrayByToString (uncipherArr,by)
```

La fonction est déjà écrite :

```
/**
* Reconstruction of plain text
* @param  arr                Unciphered array
* @param  by                 Number of  bytes (by=4)
* @return Original text reconstituted
*/
function arrayByToString (arr,by) {
        var str=""; var strBy=""; var c;
        for (var i=0;i<arr.length;i++) {
                var nBy=arr[i];
                for (var j=0;j<by;j++) {
                        c=nBy%256;
                 n       if (c!=0) {
                                strBy=String.fromCharCode(c)+strBy;
                                nBy=Math.floor(nBy/256);
                        }
                }
                str+=strBy;strBy="";
        }
        return str;
}
```

*** ON TESTE avec des messages + ou – longs ***

Atelier n° 2 : RSA (Rivest, Shamir et Adleman).

Chiffrement avec clé publique / déchiffrement avec clé privée:
Les clés sont construites par le destinataire qui donne la clé publique à (aux) expéditeur(s).
Seule la clé privée permet le décodage.
Utilisation de grand nombre pour construire les clés (>512 ou 2048 bits).

RSA est basé sur le fait qu'il est très difficile de factoriser en 2 nombres 1ers, un nombre entier très grand. Même avec un ordinateur le calcul prend un temps "exponentiellement" long.
Ex : A partir de 15 il est facile de dire que 5x3=15 mais donner moi les facteurs de 221 (17x13). Avec 283.189 (503 x 563)

Inconvénients :
Le temps de calcul pour retrouver la clé privée doit être supérieur au le temps durant lequel le secret doit être conservé.
Nous ne sommes pas à l'abri d'un(e) mathématicien(e) "génial(e)" trouvant un algorithme rapide de factorisation.

Théorie :
Création de la clé publique :

Choix de 2 nombre premiers p et q.	=>	p=239 et q=293
Calcul de n = p x q	=> 239x293	n=70 027
Calcul d'un nombre φ = (p-1 x q-1)	=> 238x292	φ=69 496
et d'un nombre e qui doit être		
1/ > à p et q		
2/ être premier par rapport à φ		
soit (PGCD(e,φ)==1)	=>	e=295
nb : Il faut un algo. pour le calculer.		
On a donc la clé publique (e,n)	=>	**e=295 et n=70 027**

Variables de départ et calculs intermédiaires
p=239 et q=293
n=70 027
φ=69 496
Clé publique
e=295 et n=70 027

Note :
On emploi le terme "chiffrer" plutôt que coder ou crypter pour bien faire la différence avec un format (coder) et indiquer qu'on transforme une suite de chiffres (binaires) en une autre suite de chiffres.

n doit être plus grand que le nombre que l'on veut chiffrer. Ex : si on veut chiffrer une suite de nombres sur 16 bits alors n doit être plus grand que 2^16 soit 65536.

Pratique :

Note :

Dans le prog. principal, on a

```
var p = 239 ;
var q = 293 ;
var n = p*q ;

var phi= phiOf (p,q) ;
var e=primeOf(phi,p,q);
var by=2 ;      // On va regrouper les caractères du message clair par 2. POURQUOI ?
                // pour ne pas avoir le même code qui se répète.

var len16=5; // long de la string hexa (16^len16 > n) (i.e. 16^5 = 1,048,576 > 70 027)
                // alors que 16^4 =65536 < 70 027)
                // cette string ne sert que pour la transmission.
                // On pourrait convertir en base64 ou un array en json.
```

On écrit les functions :

```
/**
* @param pp         First integer
* @param qq         Second integer
* @return Phi
*/
function phiOf (pp,qq) {
        return (pp-1)*(qq-1) ;
}
```

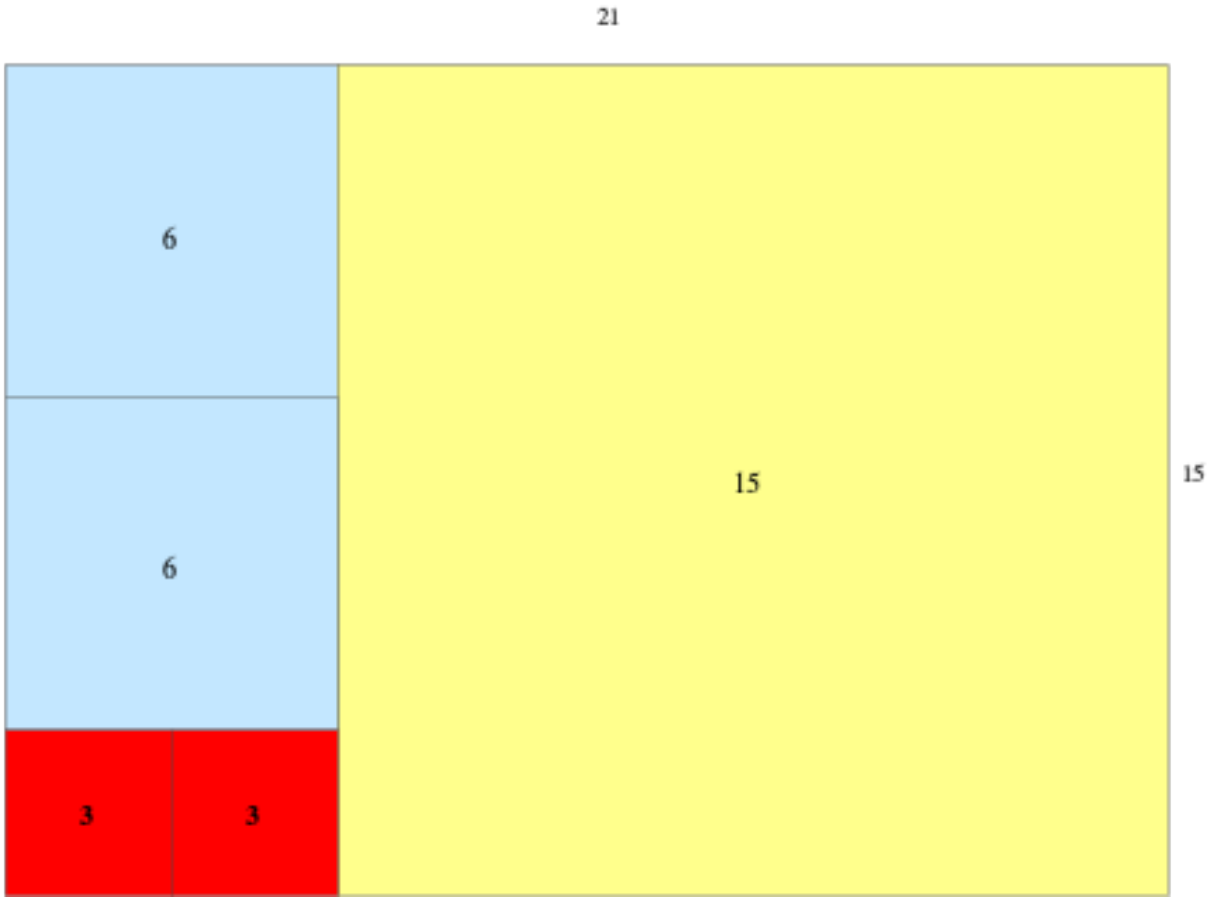
ET

```
/**
* Creation of number e used to cipher
* @param phii       (p-1) * (q-1)
* @param pp                 first prime number
* @param qq                 second prime number
* @return the e number
*/
function primeOf(phii,pp,qq) {
        var min=Math.max(pp,qq)+1;
        for (var ee=min;ee<phii;ee++) {
                if (GCD(phii,ee)==1) break;
        }
        return ee;
}
```

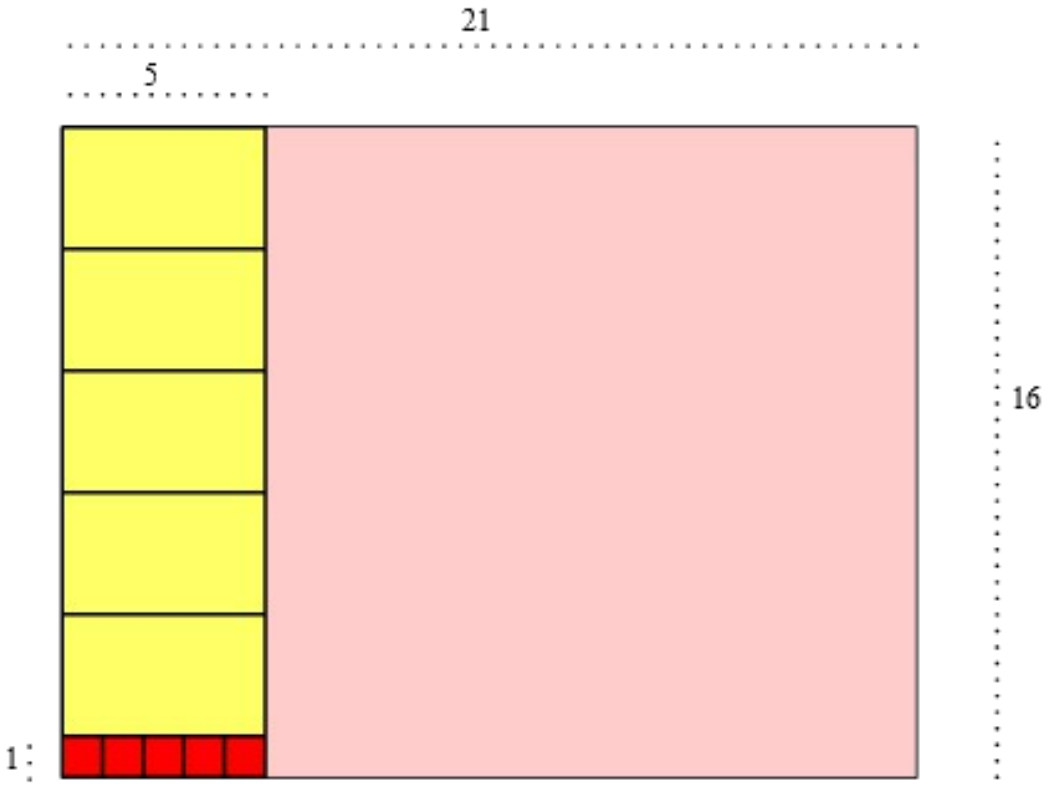
ET

```
/**
* Compute the Greatest Common Denominator between a and b
* @param a  First integer
* @param b  Second integer
* @return the GCD
*/
function GCD (a,b) {
        var r=a%b;
        while (r!=0) {
                a=b;
                b=r;
                r=a%b;
        }
        return b;
}
```

explication de l'algo de GCD()
https://fr.wikipedia.org/wiki/Algorithme_d%27Euclide



21%15 = 6
15%6 = 3
6%3 = 0 => PGCD = 3




```
var r=a%b;
   while (r!=0) {
      a=b;
      b=r;
      r=a%b;
   }
   return b;
```

```
a=21 ; b=16 ; r=5
?(r!=0)
   a=16
   b=5
   r=1
?(r!=0)
   a=5;
   b=1
   r=0
?(r!=0)

return 1
```

Théorie au tableau :

Principe de chiffrement :

Pour chaque caractères ou groupe de 2 caractères (16 bits) ,
on a la valeur dans la var
cp
on calcul la valeur chiffrée cc par
cc = (cp^e)%n
ou e et n sont les composants de la clé publique.

Principe de déchiffrement :

On calcul à partir de φ , e , p , q et n (p*q)
le 1er nombre **d** supérieur à p et q et inférieur à n (par une boucle)
qui vérifie :

(e * d) % φ est égal à 1

Par un petit algorithme on obtient d=16255.

Ce qui donne la clé privé de déchiffrement :
(d,n)

Avec les valeurs
p =503 et q=563
n =283 189
φ =282 124
Clé privé
d=140313 et n=283 189

Je ne fais pas ici la démonstration mathématique
Voir
https://fr.wikipedia.org/wiki/Chiffrement_RSA
ou
http://culturemath.ens.fr/maths/pdf/nombres/RSA.pdf

On note juste qu'on ne peut pas retrouver cp avec e et cc car il y a une infinité de nombre qui donne le même reste de sa division par e.

Pratique :

Note :

Dans le prog. principal, on a :

```
// On vérifie que la valeur d'un bloc de 'by' octets est plus petit que n
if (Math.pow(256,by)>n) {
        var str="Public key n="+n+" too small !";
        log(str );
        throw(str);
}

// Bob a reçu (comme tout le monde) la clé publique,
// Prisonnier dans une tour par un dragon il envoie un message à Alice...
// il écrit son message à Alice
var plainTxt="Help me !";

// Il regroupe les octets de son message 2 par 2 dans un tableau.
var arrBy= toArrayOfBy(plainTxt,by);

// On a déjà vu cette fonction dans le programme avec clé secrète
// La seule différence est que les valeurs sont des BigNumber ()
arrOut.push(new BigNumber(c));
// car JS avec Math.pow(n,e) ; ne fonctionne pas avec des grands nombres.
// On utiliseras plus tard c.pow(n,e) ;

puis
// Chiffrement
var cipherArr=cipher (arrBy,e,n);
//
// puis
// Conversion du texte chiffrer en une string hexa
var cipheredTxt=toHexaString(cipherArr,len16);
// On aurait pu remplacer par une transmission en json ou base64. Ce serait juste un autre format.
```

On va écrire la fonction *cipher* et étudier la fonction *toHexaString* :

```
/**
* Ciphering with public key (e,n)
* @param arr          16 bits elements array with plain text
* @param ee                   Number e of public key
* @param nn                   Number n (p*q)
* @return 16 bits elements array with ciphered text
*/
Voir <script type="text/javascript" src="js/bignumber.js"></script>    dans index.html
function cipher (arr,ee,nn) {
        BigNumber.config({ RANGE: 1000000 });
        BigNumber.config({ POW_PRECISION: 0 }) ; // No limit of significative digits
        var arrOut=[];
        for (var i in arr) {
                var cp=arr[i];
                // On applique
                var v=cp.pow(e);
                var cc=v.mod(nn) ;  // cp.pow(e).mod(nn) ;
                arrOut.push(cc);
        }
        return arrOut;
}
```

Cette fonction est déjà écrite. Explication.

```
/**
* Creation of an hexa string before send ciphered text
* @param  arr                A text string
* @param  len16              Number hexa digits (len16=5)
* @return Ciphered text as hexa string
*/
function toHexaString (arr,len16) {
        var hxChars="0123456789abcdef"; // Hexa digits from 0 to f
        var hxStr="";
        for (var i in arr) {                        // for each value in array
                var v=arr[i]; var str16="";             // store in v
                while (v>0) {                           // while value hasn't been processed
                        var d=v%16;                     // extract right value from 0 to 15
                        var ch=hxChars.substr(d,1); // find corresponding hexa digit
                        str16=ch+str16;                 // store right to left the hexa digit
                        v=Math.floor(v/16);             // put in v the left rest
                }
                for (var j=str16.length;j<len16;j++) {
                        str16="0"+str16;                // zero left padding
                }
                hxStr+=str16;
        }
        return hxStr;
}
```

Note :
Alice reçoit le message (string hexa) de Bob.

Dans le prog. principal, on a :

```
// Alice calcul d donc sa clé privée (d,n) si ce n'est déjà fait.
var d=dCompute(phi,p,q,e);

// et
Convertit la string hexa en array
var decArr=toDecArray(cipheredTxt,len16);
// (qui au passage est égal à l'array chiffré de Bob)
```

…/

On va écrire la fonction *dCompute* et étudier la fonction *toDecArray* qui n'est que l'inverse de *toHexaString*

```
/** Compute of number d of private key (d,n)
* @param phii        (p-1) * (q-1)
* @param pp          first prime number p
* @param qq          second prime number q
* @param e           Number e (idem in public key)
* @return the d number
*/
function dCompute(phii,pp,qq,e) {
        var min=Math.max(pp,qq)+1;
        if (min==null || phii==null || phi<=min) {
                var str="error in  dCompute(phi,p,q) = ("+phii+","+pp+","+qq+")";
                log(str );
                throw(str);
        }
        for (var dd=min;dd<(p*q);dd++) {
                if ((e*dd)%phii==1) break;
        }
        return dd;
}
```

Cette fonction est déjà écrite. Explication.

```
/**
* Convert hexa string ciphered text into array
* @param  str        hexa string
* @param  len16     Number hexa digits (len16=5)
* @return Ciphered array
*/
function toDecArray (str,len16) {
        var arr=[];
        for (var i=0;i< str.length ; i+=len16) { // i target the first right digit of hexa string
                var str16=str.substr(i,len16);        // get the hexa string of 5 digits
                var v=Number('0x'+str16) ;            // convert to decimal
                arr.push(v);                          // store in returned array
        }
        return arr;
}
```

Note :
Alice déchiffre le message de Bob (array)

Dans le prog. principal, on a :

```
// déchiffrement
uncipherArr=uncipher(decArr,d,(p*q)) ;
// et
// Convertion de l'array déchiffré en text clair.
var unciphText=arrayByToString(uncipherArr,by);
```

On ne va écrire que la fonction *uncipher* car la fonction *arrayByToString* a déjà été vue dans exercice précédent.

```
/**
* Unciphering with private key (d,n)
* @param arr          16 bits elements array with ciphered text
* @param dd                  Number d of private key
* @param nn                  Number n (p*q)
* @return 16 bits elements array with unciphered text
*/
function uncipher (arr,dd,nn) {
        BigNumber.config({ RANGE: 1000000000 }); // Number of significative digits
        BigNumber.config({ POW_PRECISION: 0 }) ; // No limit of significative digits       //
        var arrOut=[];
        for (var i in arr) {
                var cc=new BigNumber(arr[i]);
                var v=cc.pow(d);
                var pc=v.mod(nn) ;
                arrOut.push(pc.toNumber());
        }
        return arrOut;
}
```

Alice lit le message et décide sur son cheval blanc, de partir terrasser le dragon et délivré Bob !!

**** On teste ***

Puis je fais juste ma démo du programme de simulation quantique.