

# Berechnung\_Waermedurchgang

September 2, 2021

## 1 Berechnung zur Ermittlung des Wärmestroms von Widerständen in Umgebung

```
[1]: #import der nötigen Libraries
import matplotlib.pyplot as plt
from math import *
import numpy as np
from IPython import display
from sympy import *
import scipy.constants as const
import nbconvert
```

### 1.1 Rahmenbedingungen:

1A UsB + 1A Display + 1A Horn + 1A Backlight + 1A Highbeam + 1A LowBeam = 6A

$P_{\text{nenn}} = 5 \times 12W + 1 \times 5W = 65W$

Anzahl der Belasteten Widerstände: 6x Arcol HS50

### 1.2 Fragestellungen

Ziel: Abführen der 65W Wärmeleistung über den Pfad: Widerstände/Haltplatte/Grundplatte/Freie Konvektion/Strahlung

Wie groß ist der Wärmeübergang Grundplatte zu Luft?

Welche Strömungsart herrscht?

Wie hoch ist der Anteil der Strahlung?

### 1.3 Modellbeschreibung

Die auf dem Aluwinkel montierten Widerstände haben eine Verlustleistung von 65W. Diese muss über Wärmeleitung/Konvektion und Strahlung an die Umgebung abgeführt werden.

Der Aluwinkel und die Grundplatte stellt also ein Kühlkörper dar, welcher nun auf ausreichende Wirkung überprüft wird. Die Aluminiumkörper werden mit dem Modell der "ebenen Platte - Freie Konvektion" angenähert.

Differenztemperatur wird des Modells wird erhöht bis sich ein Wärmestrom von 65W ergibt. Berechnung wird dann mit Messung verglichen.

### 1.3.1 Modelldarstellung mit thermische Widerstände

```
[2]: display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/
↳thermische%20Widerst%C3%A4nde.png")
```

[2]:

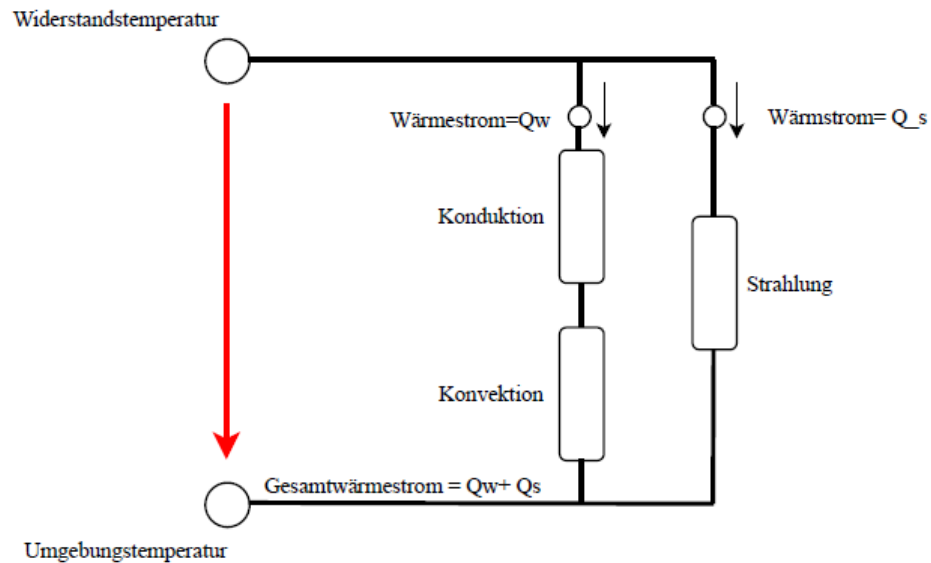


Abbildung 1: Modelldarstellung mit thermischen Widerständen

```
[3]: display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/
↳Schema_W%C3%A4rmedurchgang.png")
```

[3]:

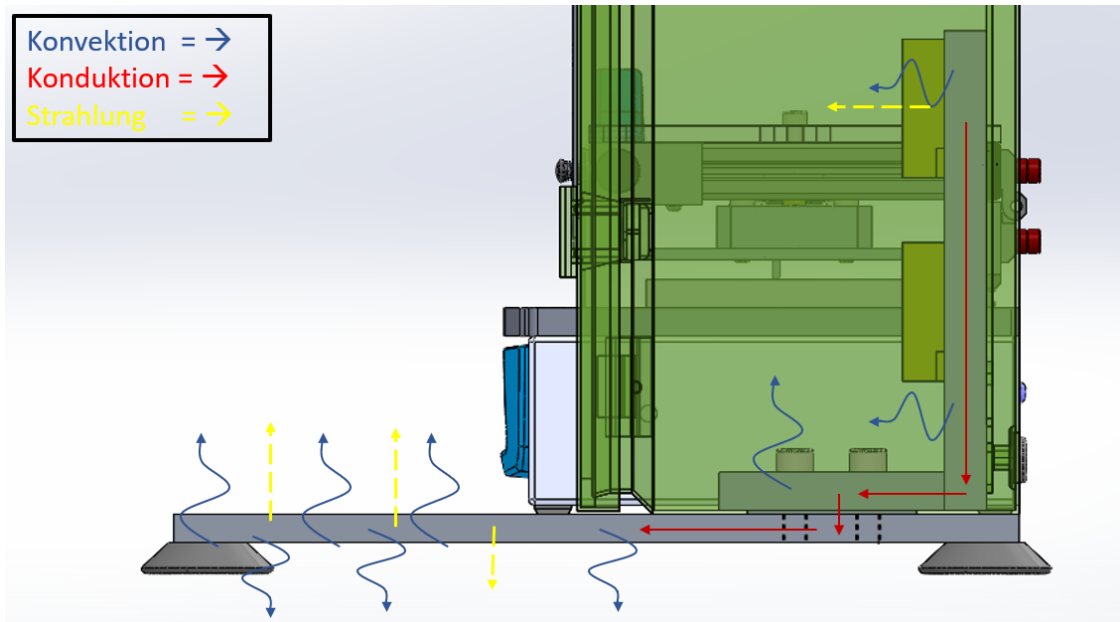


Abbildung 2: schematische Modelldarstellung

## 1.4 Verwendete Formeln und Rechenwege:

folgend werden Screenshots der im Skript verwendeten Formeln angezeigt um das Verständnis zu erhöhen.

### 1.4.1 Zur Berechnung des Konvektionsanteil:

```
[7]: display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/
↳Gesamtwa%C3%A4rmestrom.png")
#Schweizer FN, Zugriff: 20.09.2021, https://www.schweizer-fn.de/waerme/
↳waermeuebergang/waerme_uebergang.php
```

[7]:

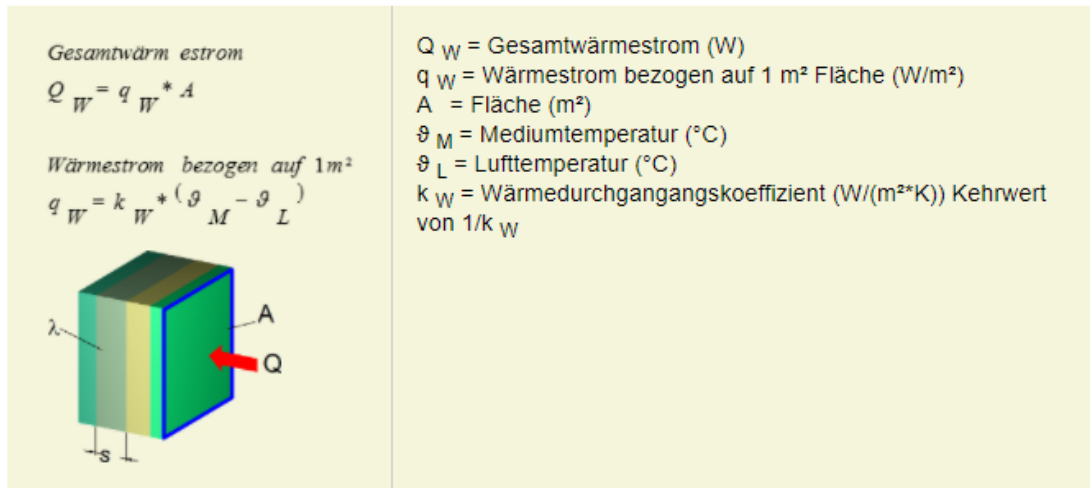


Abbildung 3: Berechnung des Wärmestroms

```
[8]: display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/
↳W%C3%A4rmedurchlass.png")
#Schweizer FN, Zugriff: 20.09.2021, https://www.schweizer-fn.de/waerme/
↳waermeuebergang/waerme_uebergang.php
```

[8]:

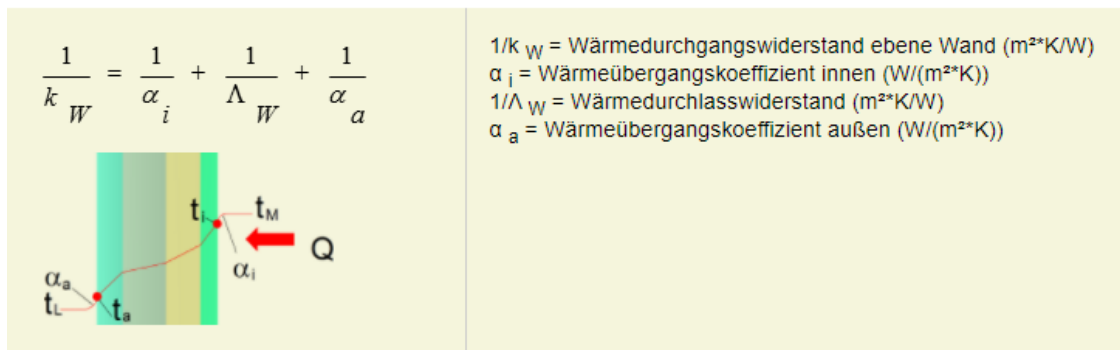


Abbildung 4: Berechnung des Wärmedurchgangswiderstands

```
[4]: display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/
↳Kennzahlen.png")
#Schweizer FN, Zugriff: 20.09.2021, https://www.schweizer-fn.de/waerme/
↳waermeuebergang/waerme_uebergang.php
```

[4]:

Die **Wärmeübergangszahl** berechnet sich aus folgenden Parametern:

$$\text{Wärmeübergangszahl (W/(m}^2\text{*K)) } \alpha = \frac{Nu * \lambda_F}{L}$$

Mit der **Nußelt** Zahl kann der Wärmeübergang nach einer Ähnlichkeitstheorie berechnet werden.

$$\text{Nußelt Zahl (-) } Nu = \frac{\alpha * L}{\lambda_F}$$

Für die Beschreibung von erzwungener und freier Konvektion, die in ihrer Strömungsform ähnlich sind, werden folgende dimensionslose Kennzahlen herangezogen.

Die **Reynolds** Zahl beschreibt im wesentlichen die Strömungsform.

$$\text{Reynolds Zahl (-) } Re = \frac{v * L}{\nu} = \frac{v * L * \rho}{\eta}$$

Die **Prandtl** Zahl erfasst im Wesentlichen die Stoffgrößen im Wärmeübergang.

$$\text{Prandtl Zahl (-) } Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{v * c_p * \rho}{\lambda_F} = \frac{\eta * c_p}{\lambda_F}$$

Die **Grashof** Zahl kennzeichnet die Strömung bei freier Konvektion.

$$\text{Grashof Zahl (-) } Gr = \frac{L^3 * g * \Delta t * \gamma}{\nu^2}$$

Die **Peclet** Zahl gibt das Verhältnis von konvektiv transportierter zu geleiteter Wärmemenge wieder.

$$\text{Peclet Zahl (-) } Pe = Re * Pr = \frac{v * L}{a} = \frac{v * L * \rho * c_p}{\lambda_F}$$

Die **Rayleigh** Zahl fasst Stoffgrößen und die Strömungsgrößen bei freier Strömung zusammen.

$$\text{Rayleigh Zahl (-) } Ra = Gr * Pr = \frac{L^3 * g * \Delta t * \gamma}{\nu * a}$$

Nu = Nußelt Zahl (-)  
 α = Wärmeübergangszahl (W/(m²\*K))  
 λ<sub>F</sub> = Wärmeleitfähigkeit des Fluids (W/(m\*K))  
 L = kennzeichnende Abmessung des Strömungsfeldes (m)  
 Re = Reynolds Zahl (-)  
 v = Strömungsgeschwindigkeit (m/s)  
 ν = kinematische Viskosität (m²/s)  
 η = dynamische Viskosität (Pa\*s)  
 ρ = Dichte (kg/m³)  
 Pr = Prandtl Zahl (-)  
 a = Temperaturleitzahl (m²/s)

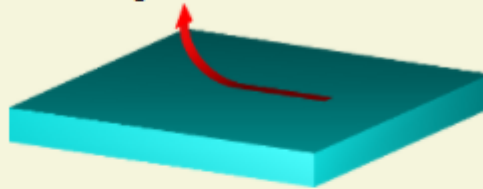
Abbildung 5: Berechnung der dimensionslosen Kennzahlen

```
[6]: display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/  
↪Anstr%C3%B6mung_waagerechtePlatte.png")  
#Schweizer FN, Zugriff: 20.09.2021, https://www.schweizer-fn.de/waerme/  
↪waermeuebergang/waerme\_uebergang.php
```

[6]:

## Waagrechte Platte

Fluid von unten beheizt oder von oben gekühlt  
*Laminare Strömung*



Gültigkeitsbereich:  $Ra \cdot F_1 < 7 \cdot 10^4$   
 $0 < Pr < \infty$

$$Nu_m = 0,766 \cdot (Ra \cdot F_1)^{\frac{1}{5}}$$

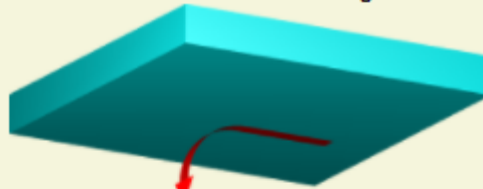
*Turbulente Strömung*

Gültigkeitsbereich:  $7 \cdot 10^4 < Ra \cdot f(Pr)$   
 $0 < Pr < \infty$

$$Nu_m = 0,15 \cdot (Ra \cdot F_1)^{\frac{1}{3}}$$

$$F_1 = \left[ 1 + \left( \frac{0,322}{Pr} \right)^{\frac{11}{20}} \right]^{-\frac{20}{11}}$$

Fluid von oben beheizt oder von unten gekühlt



Gültigkeitsbereich:  $10^3 < Ra \cdot F_2 < 7 \cdot 10^{10}$   
 $0 < Pr < \infty$

$$Nu_m = 0,6 \cdot (Ra \cdot F_2)^{\frac{1}{5}}$$

$$F_2 = \left[ 1 + \left( \frac{0,492}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{-\frac{16}{9}}$$

Bezugstemperatur für Stoffwerte:  $t_B = \frac{t_W + t_F}{2}$

$Nu_m$  = mittl. Nußelt Zahl (-)

$Ra$  = Rayleigh Zahl (-)

$Pr$  = Prandtl Zahl (-)

$t_B$  = Bezugstemperatur für Stoffwerte (°C)

$t_W$  = Wandtemperatur (°C)

$t_F$  = Fluidtemperatur (°C)

$L = A / U$  = kennz. Abmessung (m)

$A$  Fläche der Platte (m²)

$U$  Umfang der Platte (m)

Abbildung 6: Auswahl und Berechnung der Nusseltkorrelation

#### 1.4.2 Zur Berechnung des Strahlungsanteils:

```
[14]: display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/
↳F_12_Strahlung.png")
# VDI Wärmeatlas S. 1089
```

[14]:

## 2.1 Einfache Fälle

Für zwei parallele schwarze Oberflächen 1 und 2 von gleicher Größe beträgt der durch Strahlung entstehende Netto-Wärmestrom  $\dot{Q}_{12}$  in der Einheit W:

$$\dot{Q}_{12} = \sigma A (T_1^4 - T_2^4). \quad (11)$$

Für die Gültigkeit von Gl. (11) müssen die linearen Ausdehnungen der Flächen bedeutend größer sein als ihr Abstand voneinander, der Raum zwischen den Flächen darf keine strahlungsaktiven, d.h. absorbierende oder Strahlung streuende Gase enthalten.

Bei grau strahlenden Oberflächen mit den Emissionsverhältnissen  $\varepsilon_1$  und  $\varepsilon_2$  ergibt sich infolge der zu beachtenden Reflexionen ein etwas komplizierter Zusammenhang:

$$\dot{Q}_{12} = C_{12} A (T_1^4 - T_2^4). \quad (12)$$

Abbildung 7: Berechnung des Wärmestrom aufgrund von Strahlung

```
[15]: display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/
↳F_13_%20Faktor_Strahlung.png")
# VDI Wärmeatlas S. 1099
```



[15] :

Dabei bezeichnet man

$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (13)$$

als Strahlungsaustauschzahl. Diese wird durch die Geometrie und durch  $\varepsilon$  bestimmt. So ergibt sich für den Strahlungsaustausch zwischen einem Innen- und einem Mantelrohr gemäß Abb. 7 bei grauen Strahlern

$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}. \quad (14)$$

Zur Bestimmung des Wärmestroms  $\dot{Q}_{12}$  nach Gl. (12) wird in diesem Fall die Innenfläche  $A_1$  eingesetzt.

Sonderfälle:

$A_1 \ll A_2$  (z.B. Rohrleitung in einem großen Raum):

$$C_{12} = \varepsilon_1 \sigma;$$

$A_1 \approx A_2$  (Innenrohr schmiegt sich dem Mantelrohr eng an):

$$C_{12} = \frac{\sigma}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}.$$

Dieser Sonderfall entspricht dem System paralleler Platten. Die Temperaturen in Gl. (11) und (12) sind, wie in allen Beziehungen zur Wärmeübertragung durch Strahlung, thermodynamische Temperaturen in Kelvin.

Abbildung 8: Berechnung der Strahlungsaustauschzahl

## 2 Berechnung:

### 2.0.1 Berechnung der mittleren Querschnitte der Wärmeleitung

Wärmeleitung findet innerhalb des Materials statt. Um den Wärmefluss zu berechnen sind Werte für Querschnitt und Länge des Materials nötig. Dies wurde mit der Annahme vereinfacht, dass der Wärmestrom von den Widerständen bis zur Mitte der Bodenplatte fließt. Da die drei Platten eine Reihenschaltung von thermischen Widerständen darstellen, wurde hier ein Mittelwert ermittelt.

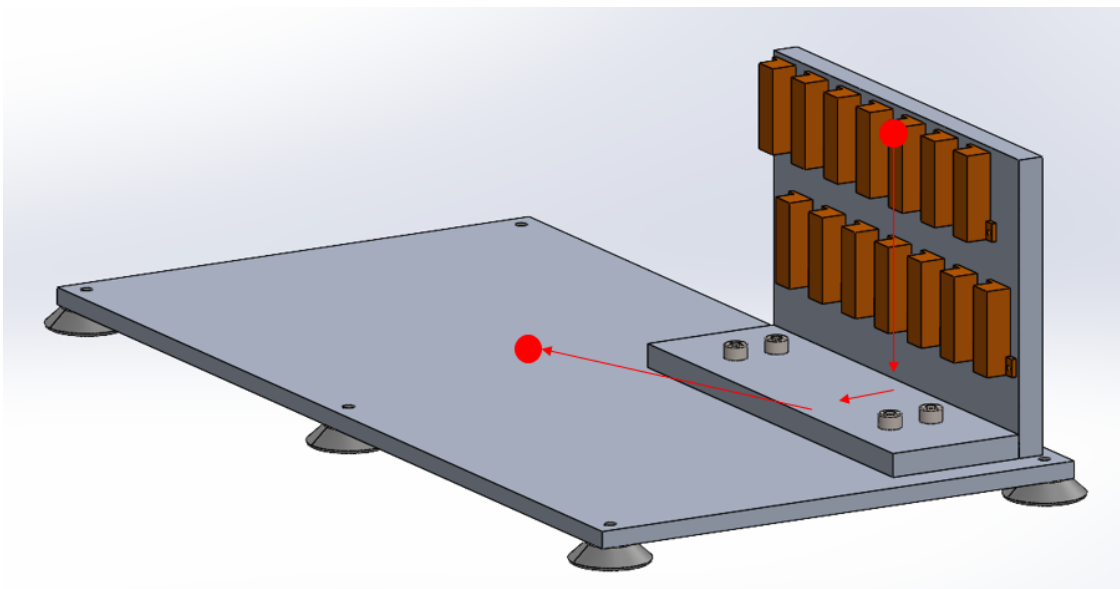
```
[9]: #Ermittlung der mittleren Querschnitte der Wärmeleitung

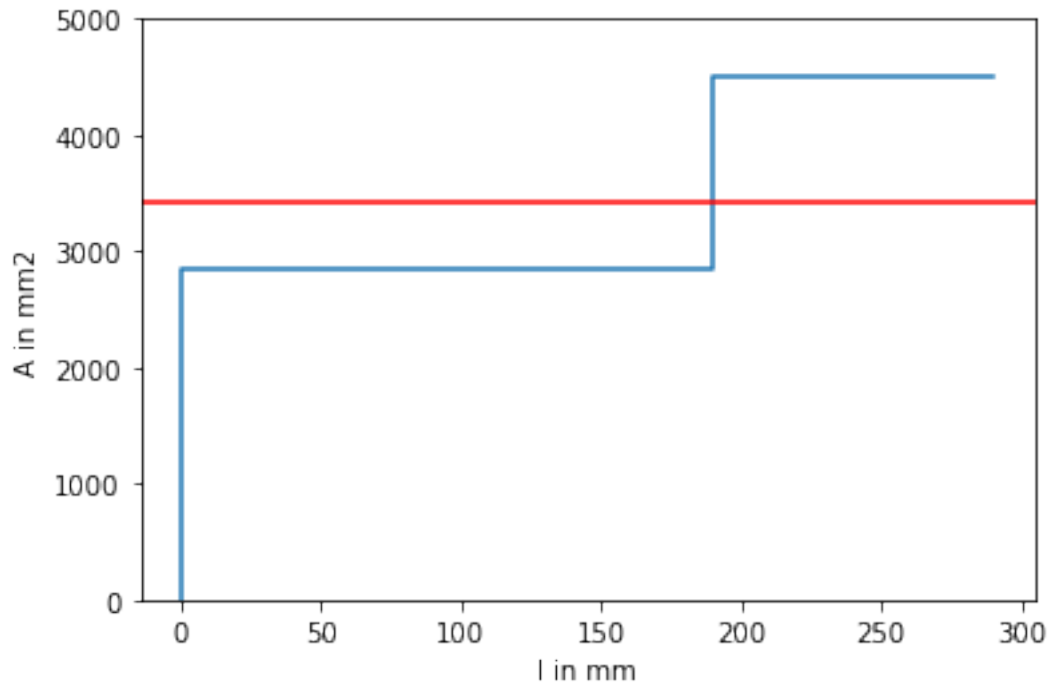
A=[0,2850, 2850, 2850, 4500, 4500] # [mm2], Ermittelte Querschnitte der
    ↳Aluminiumelemente
l_v= [0,0, 140, 190, 190, 290] #[mm], Ermittelte Längen der Aluminiumelemente
plt.plot(l_v,A)
plt.xlabel('l in mm')
plt.ylabel('A in mm2')
plt.ylim([0, 5000])

plt.axhline(y=3418, color='r', linestyle='-') # Durchschnittsquerschnitt über
    ↳über Länge

display.Image("https://raw.githubusercontent.com/flauhoff/Jupyter_test/main/
    ↳W%C3%A4rmeleitung.png")
```

[9]:





## 2.1 Berechnung des Wärmestroms:

```
[17]: #Ebene Platte, Fluid von unten beheizt

#Variablen initialisierung
Pnenn= 65#W]
dt= 1 # Differenztemperatur in Kelvin
Qw=0 # Wärmestrom, Konvektion, Konduktion
Qges=np.array([0]) # array für Gesamtwärmestrom
dt_v= np.array([0])# array der Differenztemperatur
Q_s=0 # Wärmestrom Strahlung
ct=0 # Schleifenzähler

# Festlegen von Konstanten und Geometrischen Größen
L= 0.6 # [m]Länge der Bodenplatte
g= 9.81 # [m/s²]
v_l= 153*pow(10,-7) # [m²/s] VDI Wärmeatlas, D2.2 Tabelle 1
cp= 1.007#[kJ/kg*K] von Luft @ 25°C
beta= 0.003674 # VDI Wärmeatlas, D2.2 Tabelle 10
yps= (3/2) * beta #beta & yps sind Ausehnungskoeffizienten
#a= 223.2 *pow(10,-7) # Temperaturleitzahl in [m²/s] VDI D2.2 Tabelle 15
lambda_klein= 135 # Wärmeleitfähigkeit Aluminium [W/m*K]
l= 0.29 # [m], länge der Wärmeleitung
```

```

Pr= 0.7081 #Prandtlzahl VDI Wärmeatlas D2.2 Tabelle 1, dimesionslos

# iterative Berechnung des Wärmestrom, pro Schleifendurchgang
↳Differenztemperatur +1Klewin
while Qges[len(Qges)-1]<Pnenn:      #Abbruch wenn Qges==65W
    ct= ct+1
    dt_v= np.append(dt_v,ct) # Differenztemperatur in [K]
    dt= dt_v[len(dt_v)-1]      #letzter, neuester Temperaturwert

    #Grashofzahl
    Gr= (pow(L,3)* 9.81* dt * (yps))/pow(v_l,2) #dimesionslose Kennzahl
    #Rayleighzahl
    Ra= Gr*Pr #dimesionslose Kennzahl

    #F1 koeffizient
    F1_zw = 1+pow((0.322/Pr),11/20) #dimesionslose Kennzahl
    F1= pow(F1_zw, -20/11) #dimesionslose Kennzahl

    #Wärmeleitfähigkeit Luft
    lambda_l= 0.026 #W/mK VDI Wärmeatlas, D2.2 Tabelle 12

    if F1*Ra<(7*pow(10,-7)):
        #print('Strömung laminar - Nusseltkorrelation für laminare Strömung
↳wählen')
        Nu= 0.766 *pow(Ra*F1,1/5)
    else:
        #print('Strömung turbulent - Nusseltkorrelation für Turbulente Strömung
↳wählen ')
        Nu= 0.15 *pow(Ra*F1,1/3)

    #Wärmeübergangskoeffizient
    alpha= (Nu*lambda_l)/L #Wärmeübergangskoeffizient bestimmt
    #zum vergleich Tabellenwert bzw. Näherungswert= 5.6

    #Bestimmung des Wärmedurchlasswiderstand des Aluminiums
    lambda_groß= lambda_klein/l

    A1= 3419* pow(10,-6) #[m2] Querschnittsfläche Wärmeleitung
    A2= 0.6*0.3 *2 + 0.17*0.27#[m2] Oberfläche freie Konvektion
    A3= 5912*pow(10,-6)*6 #[m2] Oberfläche von sechs Widerständen

    # Formel zum Wärmestrom aufgrund von Konvektion ausmultipliziert,
    #berückstigung der höheren Oberfläche Wärmeübertragung(alpha)
    Qw= 1/((1/(lambda_groß*A1)+(1/(alpha*A2)))) * dt #[W] sh. Abb. 3 und 4

```

```

#Berechnung des Wärmestroms aufgrund von Strahlung
Tm= dt+(273+22) # [K] Widerstandstemperatur
Tl= 22+273      # [K] Umgebungstemperatur

sigma= const.Stefan_Boltzmann #Stefan-Boltzmannkonstante aus scipy library

eps1= 0.9# [W/m4*K4]
C12_1=eps1*sigma # [W/m4*K4]
Q_s1= C12_1*A3*(pow(Tm,4)-pow(Tl,4)) # [W] Strahlungsleistung der Widerstände

eps2= 0.049 # VDI Wärmeatlas K1 Tabelle 2, Aluminum Walzblank
C12_2= eps2* sigma
Q_s2= eps2*sigma*A2*(pow(Tm,4)-pow(Tl,4))# [W] #Strahlungsleistung der
→Platten

Q_s= Q_s1+Q_s2 # [W] Gesamtstrahlungsleistung

Q_s=round(Q_s, 2)
Qw= round(Qw,2)
Qges=np.append(Qges, Q_s+ Qw)

print('Wärmestrom der Strahlung: Q_s=',Q_s, '[W]')
print('Gesamtwärmestrom=', Qges[len(Qges)-1], '[W]')
print('alpha=',round(alpha,2), '[W/m2*k]')
print('Differenztemperatur=',dt,'[K]')
plt.plot(Qges,dt_v)
plt.xlabel('Wärmestrom in [W]')
plt.ylabel('Differenztemperatur in Kelvin')

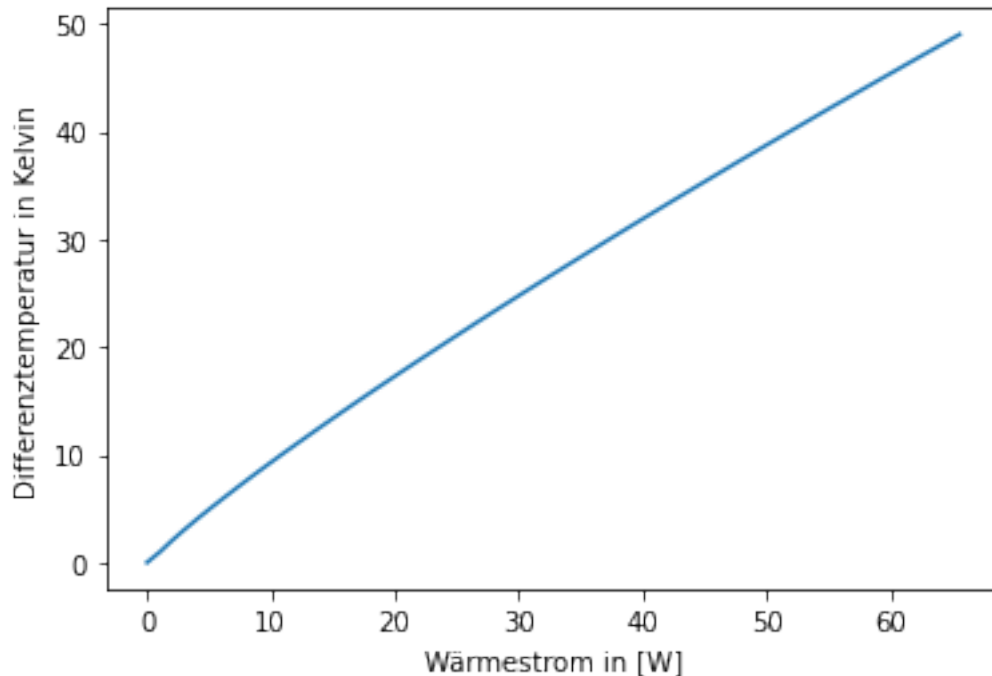
```

```

Wärmestrom der Strahlung: Q_s= 19.19 [W]
Gesamtwärmestrom= 65.61 [W]
alpha= 5.76 [W/m2*k]
Differenztemperatur= 49 [K]

```

```
[17]: Text(0, 0.5, 'Differenztemperatur in Kelvin')
```



## 2.2 Berechnung aufgenommen Wärme durch therm. Kapazitäten

```
[12]: m_g= (600*300*10+ 290*150*16 +70*290*15)*(2.7*pow(10, -6)) # Masse der
      ↳ Wärmeleiter in kg
      print('Masse=', m_g, '[kg]')
```

Masse= 7.56135 [kg]

```
[13]: #Berechnung der Wärmekapazität der Leiter

c=880 #[J/kg*K]', spezifische Wärmekapazität Aluminiumlegierungen , VDI
      ↳ Wärematlas D6.7 Tab. 6
Qc= (m_g*dt*c)/3600 #Wärmeenergie zu Erwärmung des Masse m_g auf dt, Einheit:
      ↳ [Wh]
      print('Qc=', Qc, '[Wh]')
```

Qc= 90.568170000000001 [Wh]

## 2.3 Fazit

Die Oberflächentemperatur der Widerstände erhöht sich um 49°C. Im Versuch entsteht nach einer Betriebsdauer 100 min eine Differenztemperatur von 42°C. Das kommt der Berechnung schon recht Nahe. Durch die hohe Wärmekapazität der Aluminiumplatten stellt sich erst nach sehr langer Betriebsdauer ein stationärer Zustand ein.

Im realen Prüfprozess spielt also eine Erwärmung des Prüfstands keine Rolle. Erst wenn der

Prüfstand zu Versuchszwecken in der Entwicklung verwendet wird, können sich Messabweichungen ergeben welche hingenommen werden.

Ein sicherer Betrieb der Widerstände ist bis zu 200°C zugelassen.