

# Lógica Fuzzy

Profa. Leticia T. M. Zoby  
([leticia.zoby@iesb.edu.br](mailto:leticia.zoby@iesb.edu.br))

# Lógica Fuzzy

## O que significa FUZZY???

- Palavra inglesa que significa INCERTO, DIFUSO, NUBULOSO, IMPRECISO, SUBJETIVO....entre outras.

## Pessoas resolvem problemas e tomam decisões com informações parcial ou aproximada

- Raciocínio em Incerteza
  - Abordagem utilizada para lidar com incerteza
    - Simbólica
    - Numérica
    - Fuzzy

# Lógica Fuzzy

## Conceitos Básicos

- Amplia a lógica booleana.
- Proposta por Loft Zadeh em 1965.
  - Objetivo de modelar conceitos vagos ou imprecisos
  - Expressa a falta de precisão de uma maneira quantitativa, introduzindo uma função de pertinência a conjuntos, que pode assumir valores entre 0 e 1.
- A teoria dos conjuntos fuzzy (tal como a lógica fuzzy) não é uma teoria vaga mas, sim, uma teoria para modelar conceitos vagos!



# Lógica Fuzzy

## Raciocínio Incerto

- Trânsito: Tomada de decisão
- Humano

“ O carro está rápido, pise no freio”

- Principio da incompatibilidade de Zadeh
- E um computador??

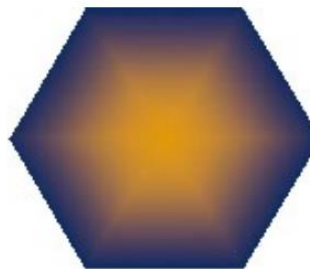
# Lógica Fuzzy

## Raciocínio Incerto

- Os copos estão cheios ou vazios?



- O hexágono é parcialmente azul, ou o hexágono é parcialmente amarelo.
- O hexágono é quase azul, ou quase amarelo.
- O hexágono é 55% azul, ou o hexágono é 45% amarelo.



# Lógica Fuzzy

## Raciocínio Incerto

- Conceitos vagos podem ser usados para resolver problemas complexos.
- No cotidiano usamos muitos termos vagos
  - O dólar está “estável”.
  - O trabalho está “parcialmente” feito.
  - A água está “quente”
  - A chuva está forte”.

# Lógica Fuzzy

## Questões

- O que você faz com um alimento que venceu ontem? Joga fora?  
Consome?
- Como fazer com que os computadores tenham um “raciocínio” semelhante ao nosso?

# REVISÃO da teoria clássica dos conjuntos

- Um conjunto é uma coleção de objetos que, por alguma razão, nos convém situar coletivamente como uma única entidade. Tais objetos são geralmente referidos como **elementos do conjunto**.
- Os elementos podem ser qualquer coisa como, por exemplo:
  - No conjunto das vogais do alfabeto, cada uma das vogais é um elemento.
  - No conjunto dos alunos de uma disciplina, cada um dos alunos é um elemento.
- É costume denotar conjuntos usando letras maiúsculas e seus elementos por letras minúsculas. Por exemplo: o conjunto A cujos elementos são a, b e c, será representado pela notação:

$$A = \{a, b, c\}$$



# REVISÃO da teoria clássica dos conjuntos

- A **relação de pertinência**: Para indicar que um elemento  $x$  pertence ao conjunto  $A$  (escreve  $x \in A$  ) e para indicar que um elemento  $y$  não pertence ao conjunto  $A$  (escreve  $y \notin A$  ).
- Um conjunto pode ser definido de uma das seguintes formas:
  - Listando seus elementos explicitamente.  
Por exemplo,  $A = \{0, 1, e, \pi\}$ .  
Esta forma só vale para conjuntos finitos (e, pequenos...)
  - Especificando uma propriedade dos seus elementos.  
Por exemplo,  $A = \{x \in \mathbb{R} : 9 \leq x \leq 11\}$ .

# REVISÃO da teoria clássica dos conjuntos

- Chama-se **conjunto universo** (ou apenas universo de uma teoria) o conjunto de todos os elementos que são considerados no estudo de uma teoria.
- O universo também é chamado de domínio e será representado pela letra  $U$ .
- De forma mais geral:

$$A = \{x \in U : x_A(x) \text{ é verdadeira}\}$$

em que  $X_A$ , chamada função característica, estabelece uma propriedade que deve ser satisfeita pelos elementos de  $A$  e  $U$  é o chamado universo de discurso.

# REVISÃO da teoria clássica dos conjuntos

- Considere o conjunto  $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 0\}$ . Note que não existe número real que satisfaça a condição  $x^2 < 0$ , logo essa é uma condição impossível.
- O conjunto dos elementos que verificam uma condição impossível é um conjunto sem elementos, portanto convencionaremos chamá-lo de conjunto vazio.
- A notação usual para o conjunto vazio é  $\emptyset$ .

# REVISÃO da teoria clássica dos conjuntos

- As operações elementares com conjuntos são definidas como segue para  $A, B \in \mathcal{P}(U)$ .
  - Intersecção:  $A \cap B = \{x \in U : x \in A \text{ e } x \in B\}$ .
  - União:  $A \cup B = \{x \in U : x \in A \text{ ou } x \in B\}$ .
  - Complemento:  $A^c = \{x \in U : x \notin A\}$ .

**Vamos relembrar Conceitos de Lógica???**

# REVISÃO Conceitos de Lógica

- A lógica é constituída por proposições, que são sentenças declarativas que ou são falsas ou são verdadeiras.

A conjunção de duas proposições  $p$  e  $q$ , denotada por  $p \wedge q$  ou  $C(p, q)$ , é verdadeira somente se ambas  $p$  e  $q$  forem verdadeiras.

A disjunção de  $p$  e  $q$ , denotada por  $p \vee q$  ou  $D(p, q)$ , é verdadeira se uma das duas proposições  $p$  ou  $q$  forem verdadeiras.

A negação de  $p$ , denotada por  $\neg p$  ou  $\eta(p)$ , é verdadeira se  $p$  for falsa, e vice-versa.



# REVISÃO Conceitos de Lógica

- Identificando o valor de uma proposição por
  - 0 (zero) se for falso;
  - 1 (um) se for verdadeiro.

Obtém as Tabelas-verdade para os conectivos básicos:

| Conjunção |   |   |
|-----------|---|---|
| $\wedge$  | 0 | 1 |
| 0         | 0 | 0 |
| 1         | 0 | 1 |

| Disjunção |   |   |
|-----------|---|---|
| $\vee$    | 0 | 1 |
| 0         | 0 | 1 |
| 1         | 1 | 1 |

| Negação |          |
|---------|----------|
| $p$     | $\neg p$ |
| 0       | 1        |
| 1       | 0        |

- Outro conectivo importante na lógica: Implicação ou Condicional
- A implicação, denotada por  $p \rightarrow q$  ou  $I(p, q)$ , é falsa somente quando  $p$  é verdadeira e  $q$  é falsa. A tabela-verdade da implicação é:

| $p \rightarrow q$ | $q = 0$ | $q = 1$ |
|-------------------|---------|---------|
| $p = 0$           | 1       | 1       |
| $p = 1$           | 0       | 1       |

# REVISÃO da teoria clássica dos conjuntos

## Inclusão e Igualdade de Conjuntos

- Se todo elemento de um conjunto  $A \in \mathcal{P}(U)$  é também um elemento de  $B \in \mathcal{P}(U)$ , então diremos que  $A$  está contido, está incluído ou é um subconjunto de  $B$  e escrevemos  $A \subseteq B$ . Alternativamente, podemos dizer que  $B$  contém  $A$  se  $A \subseteq B$ .
- Usando o conceito de implicação da lógica:

$$A \subseteq B \iff (\forall x \in U, x \in A \Rightarrow x \in B).$$

- Dizemos que dois conjuntos  $A \in \mathcal{P}(U)$  e  $B \in \mathcal{P}(U)$  são iguais, escreve  $A=B$ , se  $A \subseteq B$  e  $B \subseteq A$ .
- E  $A \neq B$  se um conjunto possui pelo menos um elemento que não pertence ao outro.

# REVISÃO da teoria clássica dos conjuntos

## Resumindo:

- De forma mais geral:

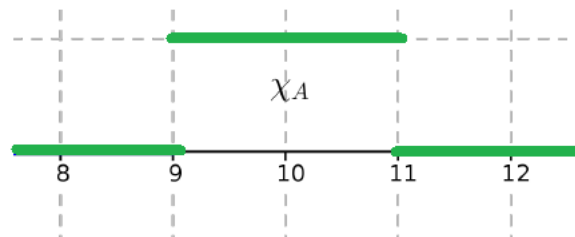
$$A = \{x \in U : x_A(x) \text{ é verdadeira}\}$$

em que  $x_A$ , chamada função característica e  $U$  é o universo de discurso.

- Identificando o valor verdadeiro por 1 (um) e o falso com 0 (zero), a função característica de um conjunto  $A$  é da forma

$$x_A : U \rightarrow \{0,1\} \text{ em que } x_A(X) = \begin{cases} 1, & X \in A \\ 0, & X \notin A \end{cases}$$

- A função característica  $A = \{x \in \mathbb{R} : 9 \leq x \leq 11\}$  é representada por:





# Aplicações - Lógica Fuzzy

- A aplicação mais bem difundida da lógica nebulosa tem sido, no entanto, o seu emprego no desenvolvimento de controladores industriais, referenciados na literatura como controladores nebulosos (Fuzzy Controller).
- Outras áreas:

| <b>Processos de tomada de decisão (decision making)</b> | <b>Reconhecimento de padrões</b>  |
|---|---|
| Computação com palavras                                 | Navegação autónoma  |
| Raciocínio aproximado                                   | Sistemas de seguro de saúde   |
| Monitoração e supervisão de processos                   | Sistemas especialistas  |
| Automação da manufatura                                 | Robótica  |
| Controle de processos                                   | Setor financeiro no desenvolvimento de sistemas de avaliação de crédito |

# Aplicações - Lógica Fuzzy

Tabela 1 - Produtos Comerciais que usam a lógica nebulosa (Pimentel, 2014).

| Produto                            | Empresa                                 | Função da Lógica Nebulosa   |
|------------------------------------|---|---|
| Condicionador de Ar                | Hitachi, Sharp, Matsushita, Mitsubishi, | <i>Controle de temperatura.</i>   |
| Freios "Anti-lock"                 | Nissan                                  | <i>Controla o freio em situações perigosas, baseado na velocidade e aceleração do carro.</i>  |
| Motor Automático                   | NOK/Nissan                              | <i>Controla a injeção e ignição, baseado na regulação do acelerador, temperatura da água de refrigeração, concentração de oxigênio, RPM, volume de combustível.</i> |
| Transmissão Automática             | Honda, Nissan, Subaru                   | <i>Seleciona a relação de engrenagens de transmissão, baseado na carga do motor, estilo do motorista e condições da estrada.</i>                                    |
| Máquina Copiadora                  | Canon                                   | <i>Ajusta a voltagem do tambor, baseado na densidade da imagem, temperatura e umidade.</i>  |
| Controle de Velocidade de Cruzeiro | Isuzu, Nissan, Mitsubishi               | <i>Ajusta a regulação do acelerador para manter velocidade de cruzeiro, baseado na velocidade e aceleração do carro.</i>  |
| Máquina de Lavar Louça             | Matsushita                              | <i>Ajusta o ciclo de limpeza e enxágue, e a estratégia de lavagem, baseado no número de louças, no tipo e na quantidade de comida encrostada na louça.</i>          |
| Secadora                           | Matsushita                              | <i>Ajusta a estratégia e tempo de secagem, baseado no tamanho da carga e tipo de tecido.</i>  |
| Controle de Elevador               | Fujitec, Mitsubishi Electric, Toshiba   | <i>Reduz o tempo de espera, baseado no tráfego de passageiro.</i>   |
| Sistema de Gerenciamento de Saúde  | Omron                                   | <i>Avalia e acompanha a saúde e disposição de empregados de uma empresa.</i>  |

|                         |  |  |
|-------------------------|--|--|
| Forno de Microondas     | Hitachi, Sanyo, Sharp, Toshiba                       | <i>Ajusta a estratégia e potência de cozimento.</i>  |
| "Plasma etching"        | Mitsubishi Electric                                  | <i>Ajusta a estratégia e tempo de etch.</i>  |
| Refrigerador            | Sharp  | <i>Ajusta o tempo de descongelamento e resfriamento.</i>   |
| "Rice Cooker"           | Matsushita, Sony                                     | <i>Ajusta o método e o tempo de cozimento, baseado no volume do arroz, temperatura e vapor.</i>                          |
| Câmara Fixa             | Canon, Minolta                                       | <i>Acha o objeto em qualquer lugar do quadro e ajusta o autofoco.</i>  |
| Televisão               | Hitachi, Samsung, Sony                               | <i>Ajusta a cor e textura da tela para cada quadra, e estabiliza o volume baseado na localização do espectador.</i>      |
| Tostadeira              | Sony   | <i>Ajusta o aquecimento e o tempo de tostagem para cada tipo de pão.</i>   |
| Aspirador de Pó         | Hitachi, Matsushita, Toshiba                         | <i>Ajusta a estratégia do motor de sucção, baseado na quantidade de poeira e tipo do piso.</i>                           |
| Câmara de Vídeo         | Canon, Sony  | <i>Ajusta autofoco e iluminação.</i>   |
|                         | Panasonic  | <i>Ajusta autofoco e cancela a distorção por tremor de imagem.</i>   |
| Máquina de Lavar Roupas | Goldstar, Sharp, Hitachi, Matsushita, Samsung, Sony, | <i>Ajusta a estratégia de lavagem, baseado no nível sujeira, tipo de tecido, na quantidade de roupa, e nível d'água.</i> |

# Referências

- LUGER, George F. **Inteligência Artificial**. Pearson (Edição Digital). 2015.
- PIMENTEL, Carlos. **Lógica Nebulosa: Uma Introdução**. 3 ed. Fortaleza: UFCE: 2014 .

