Movimento em uma dimensão

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

28 de Janeiro de 2022

Sumário

O movimento

- ✓ O movimento retilíneo se dá ao longo de uma reta (vertical, horizontal e inclinada);
- ✓ Todo movimento deve ser analisado a partir de um referencial, por exemplo, um automóvel pode adquirir movimentos diferentes se o referencial for uma pessoa ao lado de um poste ou dentro de outro automóvel;
- ✓ Se o objeto não for uma partícula, todas as partes desse objeto se movem na mesma direção e com a mesma velocidade.

Corollary

A cinemática se preocupa em analisar e classificar o movimento dos objetos, mas sem se preocupar com a causa desse movimento.

Vetor posição e deslocamento

Posição

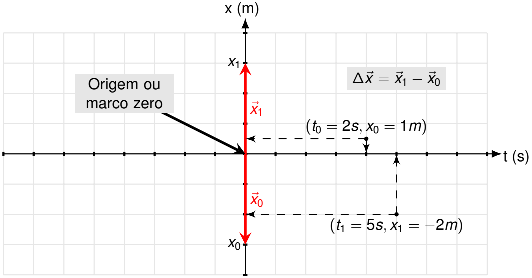
Localização de um objeto no espaço, plano ou uma reta,

$$\vec{r} \equiv \vec{x}.$$

Deslocamento

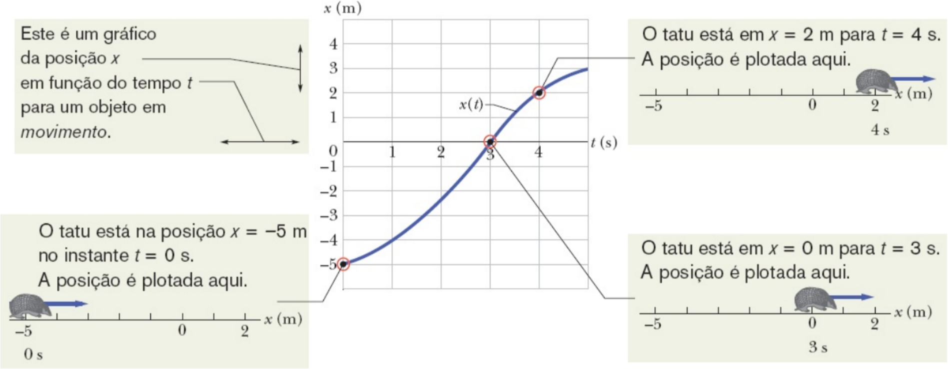
A uma mudança da posição x_0 para x_1 é associado um deslocamento Δx,

$$\Delta\vec{x} = \vec{x}_1 - \vec{x}_0.$$



Representação de um movimento no eixo x.

Posição como função do tempo

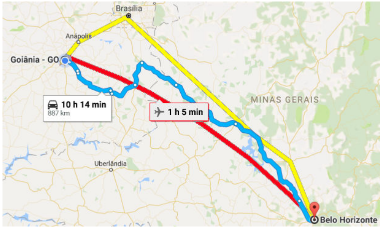


Posição de um tatu no decorrer do tempo [1].

Velocidade escalar média

Usa-se a idéia de velocidade para expressar a rapidez do movimento de um objeto. Se quisermos determinar a rapidez de um objeto em percorrer uma certa distância em um intervalo de tempo Δt, usamos o conceito de velocidade escalar média,

$$\boxed{s_{\text{médio}} = \frac{\text{distância percorrida}}{\Delta t}.}$$



Trajetórias e distâncias percorridas diferentes para chegar na mesma posição.

Corollary

A velocidade escalar média é uma grandeza escalar e ela é sempre positiva.

Velocidade média

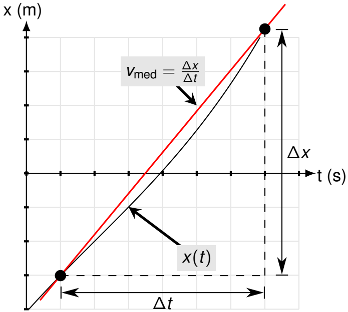
Outra maneira de expressar a rapidez de um movimento é através da velocidade média, que é a razão entre o deslocamento $\Delta\vec{x}$ e o intervalo de tempo Δt,

$$\boxed{\vec{v}_{\text{médio}} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}.}$$

A velocidade média é uma grandeza vetorial e portanto depende da orientação.

Corollary

A unidade de medida da velocidade no SI é metro por segundo (m/s).



Cálculo da v_{med} a partir de x(t).

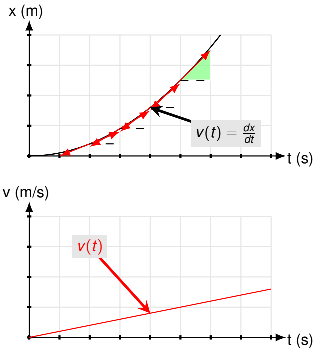
Velocidade instantânea

Caso a velocidade varie com o tempo, para determiná-la usamos o conceito de velocidade instantânea. A velocidade instantânea é obtida a partir da velocidade média reduzindo o intervalo de tempo Δt a um valor infinitesimal, $\Delta t \to 0$,

$$\boxed{\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}.}$$

Corollary

A velocidade instantânea é a taxa de variação da posição em um determinado instante de tempo.



Gráficos da posição e velocidade.

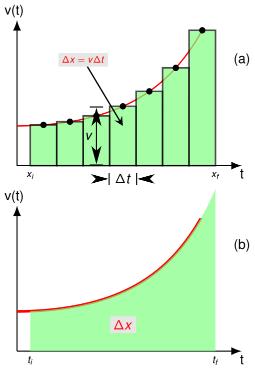
Deslocamento à partir da velocidade instantânea

Considere o intervalo entre t_i a t_f, separando-o em vários trechos Δt e multiplicando pela altura temos a área dos retângulos. Sabendo que a altura corresponde a velocidade em cada trecho temos o deslocamento Δx. Somando a área de todos os retângulos teremos

$$\Delta x = \sum v \Delta t.$$

Se $\Delta t \rightarrow 0$ a área dos retângulos se aproxima da área abaixo da curva, onde

$$\boxed{\Delta x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta t = \int_{t_i}^{t_f} v(t)dt.}$$



Força em função da posição.

Função horária da posição à partir da velocidade

Da definição de velocidade instantânea temos $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Integrando os dois lados da equação chegamos a

$$\int_{t_0}^{t} v(t)dt = \int_{t_0}^{t} \frac{dx(t)}{dt} dt.$$

onde podemos usar a substituição infinitesimal $dx = \frac{dx}{dt} dt$,

$$\int_{t_0}^{t} v(t)dt = \int_{x_0}^{x} dx,$$

$$\int_{t_0}^{t} v(t)dt = x|_{x_0}^{x},$$

$$\int_{t_0}^{t} v(t)dt = x(t) - x_0.$$

Se a velocidade for constante e $t_0 = 0$ s teremos a função horária da posição.

Função horária da posição (v = cte)

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}t.$$

Aceleração média

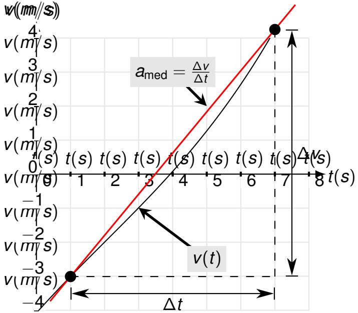
De maneira semelhante a velocidade média, definimos aceleração média como razão entre a variação da velocidade $\Delta \vec{v}$ no intervalo de tempo Δt,

$$\boxed{\vec{a}_{\text{médio}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.}$$

Assim como a velocidade a aceleração média é uma grandeza vetorial e depende da orientação.

Corollary

A unidade de medida da aceleração no SI é metro por segundo ao quadrado (m/s^2).



Cálculo de a_{medio} a partir de v(t).

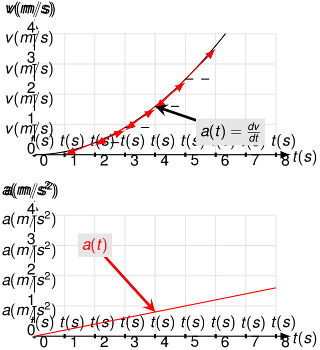
Aceleração instantânea

Assim como no caso anterior, podemos determinar a aceleração instantânea a partir da aceleração média reduzindo o intervalo de tempo Δt a um valor infinitesimal, $\Delta t \to 0$,

$$\boxed{\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.}$$

Corollary

A aceleração instantânea é a taxa de variação da velocidade num determinado instante de tempo.



Gráficos da velocidade e aceleração.

Função horária da velocidade à partir da aceleração

Da definição de velocidade instantânea temos $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$. Integrando os dois lados da equação chegamos a

$$\int_{t_0}^{t} a(t)dt = \int_{t_0}^{t} \frac{dv}{dt}dt,$$

onde podemos usar a substituição infinitesimal $dv = \frac{dv}{dt}dt$,

$$\int_{t_0}^{t} a(t)dt = \int_{v_0}^{v} dv,$$

$$\int_{t_0}^{t} a(t)dt = v\Big|_{v_0}^{v},$$

$$\int_{t_0}^{t} a(t)dt = v(t) - v_0.$$

Se a aceleração for constante e $t_0 = 0$ s teremos a função horária da posição.

Função horária da velocidade se a=cte

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

Função horária da posição à partir da aceleração

Se a=cte, definimos a função horária da velocidade como $v(t) = v_0 + at$. Integrando novamente teremos

$$\int_{t_0}^{t} v(t)dt = \int_{t_0}^{t} (v_0 + at)dt.$$

Temos do resultado anterior que $\int_{t_0}^{t} v(t)dt = \Delta x$, portanto

$$\Delta x = \int_{t_0}^{t} (v_0 + at)dt.$$

Integrando o lado direito e considerando que a aceleração é constante teremos

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2.$$

Considerando $t_0 = 0$ s teremos a função horária da posição.

Função horária da posição se a=cte

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2.$$

Equação de Torricelli

Considerando as funções horárias da posição $x(t)$ e da velocidade $v(t)$ podemos combiná-las de modo a eliminar a variável tempo. Primeiramente isolamos t em $v(t)$,

$$v = v_0 + at,$$
$$t = \frac{v - v_0}{a}.$$

Substituindo em $x(t)$ temos

$$x = x_0 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2,$$
$$x = x_0 + \frac{v_0\left(v - v_0\right)}{a} + \frac{\cancel{a}(v - v_0)^2}{2a\cancel{^2}},$$
$$x = x_0 + \cancel{\frac{v_0 v}{a}} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v^2}{2a} - \cancel{\frac{v_0 v}{a}} + \frac{v_0^2}{2a}.$$

Somando os termos remanescentes, temos como opção

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x.}$$

Forma alternativa da função horária da posição

Podemos também eliminar v_0 em $v(t)$,

$$v_0 = v - at.$$

Substituindo em $x(t)$ temos

$$x = x_0 + vt - at^2 + \frac{1}{2}at^2.$$

Resultando em

$$\boxed{x(t) = x_0 + vt - \frac{1}{2}at^2.}$$

Equações com aceleração constante.

Equação	Variável que falta
$v = v_0 + at$	Δx
$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	t
$\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)\, t$	a
$\Delta x = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

Transformar um número em notação científica

Corollary

Passo 1: *Escrever o número incluindo a vírgula.*

Passo 2: *Andar com a vírgula até que reste somente um número diferente de zero no lado esquerdo.*

Passo 3: *Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar"com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.*

Exemplo

$$6\,590\,000\,000\,000\,000,0 = 6{,}59 \times 10^{15}$$

Conversão de unidades em uma dimensão

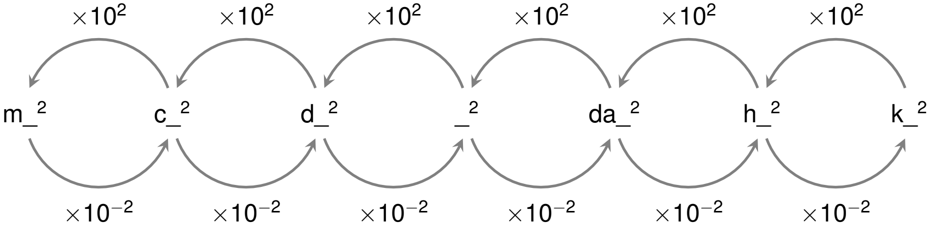
$$
\begin{tikzcd}
\mathrm{m}\_ \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \mathrm{c}\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \mathrm{d}\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \mathrm{da}\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \mathrm{h}\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \mathrm{k}\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"']
\end{tikzcd}
$$

$$1 \text{ mm} = 1 \times 10^{(-1)\times 2} \text{ dm} \rightarrow 1 \times 10^{-2} \text{ dm}$$

$$2,5 \text{ kg} = 2,5 \times 10^{(1)\times 6} \text{ mg} \rightarrow 2,5 \times 10^{6} \text{ mg}$$

$$10 \text{ ms} = 10 \times 10^{(-1)\times 3} \text{ s} \rightarrow 10 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Conversão de unidades em duas dimensões

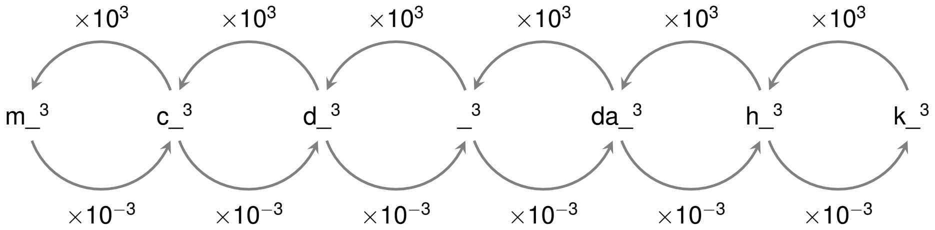


$$1\ \text{mm}^2 = 1 \times 10^{(-2)\times 2}\ \text{dm}^2 \rightarrow 1 \times 10^{-4}\ \text{dm}^2$$

$$2,5\ \text{m}^2 = 2,5 \times 10^{(2)\times 3}\ \text{mm}^2 \rightarrow 2,5 \times 10^{6}\ \text{mm}^2$$

$$10\ \text{ms}^2 = 10 \times 10^{(-2)\times 3}\ \text{s}^2 \rightarrow 10 \times 10^{-6}\ \text{s}^2$$

Conversão de unidades em três dimensões



$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times 10^{(-3)\times 2} \text{ dm}^3 \rightarrow 1 \times 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$2,5 \text{ m}^3 = 2,5 \times 10^{(3)\times 3} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{9} \text{ mm}^3$$

$$2,5 \text{ km}^3 = 2,5 \times 10^{(3)\times 6} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{18} \text{ mm}^3$$

Alfabeto grego

Alfa	A	α
Beta	B	β
Gama	Γ	γ
Delta	Δ	δ
Epsílon	E	ϵ,ε
Zeta	Z	ζ
Eta	H	η
Teta	Θ	θ
Iota	I	ι
Capa	K	κ
Lambda	Λ	λ
Mi	M	μ

Ni	N	ν
Csi	Ξ	ξ
ômicron	O	o
Pi	Π	π
Rô	P	ρ
Sigma	Σ	σ
Tau	T	τ
Ípsilon	Υ	υ
Fi	Φ	ϕ,φ
Qui	X	χ
Psi	Ψ	ψ
Ômega	Ω	ω

Observações[1]

Esta apresentação está disponível para download no endereço
https://flavianowilliams.github.io/education

[1] Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

Referências

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Mecânica, v.1, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)