Trabalho e energia

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

30 de Setembro de 2022

Sumário

O que é energia

Todo fenômeno da natureza está associado a uma energia, onde à partir do trabalho podemos transformar um tipo de energia em outro tipo de energia.

Tipos de energia e suas relações com trabalho.

Corollary

No SI a unidade de medida de energia é Joule (J).

Energia cinética

- ✓ A energia cinética é a energia associada ao estado de movimento de um objeto;
- ✓ Quanto mais depressa o objeto se move, maior será a sua energia cinética.
- ✓ Como será mostrado mais a frente, para um objeto de massa m cuja velocidade $\vec{v}$ é muito menor que a velocidade da luz, a energia cinética é dado por

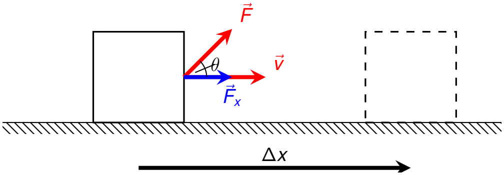
$$\boxed{K = \frac{1}{2}mv^2.}$$

Corollary

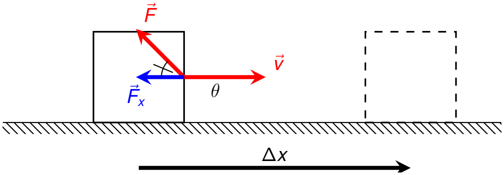
$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{kgm^2/s^2}$$

O que é trabalho

- ✓ Energia transferida para um objeto ou de um objeto por meio de uma força;
- ✓ Capacidade de transformar algum tipo de energia em energia de movimento;
- ✓ Para calcular o trabalho que uma força resultante realiza sobre um objeto quando este sofre um deslocamento usamos apenas a componente da força paralela ao deslocamento.



Trabalho positivo.



Trabalho negativo.

Relação entre trabalho, força, deslocamento e energia cinética

Pela definição de trabalho podemos considerar que o trabalho W realizado por uma força resultante $\vec{F}$ é igual a variação da energia cinética ΔK, onde

$$W = \Delta K,$$
$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2.$$

Se a força for constante, poderemos dizer que a aceleração também será constante.

Multiplicando ambos os lados da equação $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$ por $\frac{m}{2}$ teremos

$$\frac{m}{2}v_f^2 = \frac{m}{2}v_i^2 + \frac{m}{\cancel{2}}(\cancel{2}a\Delta x),$$
$$\frac{m}{2}v_f^2 - \frac{m}{2}v_i^2 = ma\Delta x.$$

mas $\vec{F} = m\vec{a}$, portanto

$$\boxed{W = \Delta K = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x}.}$$

Corollary

Trabalho é um grandeza escalar assim como a energia cinética.

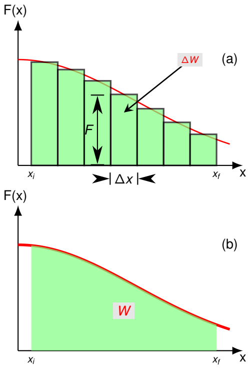
Trabalho à partir do gráfico força versus deslocamento

O trabalho da força $\vec{F}$ em um deslocamento Δx é a área do retângulo de base Δx e altura F. podemos dizer que o trabalho total durante a trajetória de i a f é a soma dos trabalhos individuais ΔW,

$$\Delta W = \sum F \Delta x.$$

Se $\Delta x \rightarrow 0$ podemos aproximar a área abaixo da curva como se fosse a soma dos retângulos, portanto

$$\boxed{W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx.}$$



Força em função da posição.

Potência média e potência instantânea

Definimos como potência instantânea gerada por uma força F como a taxa de variação do trabalho realizado por essa força no instante de tempo t,

$$P(t) = \frac{dW}{dt}.$$

Calculando $\frac{dW}{dt}$ teremos

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\vec{F} \cdot d\vec{r}\right).$$

Para uma força $\vec{F}$ constante no tempo podemos dizer que

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{dr}{dt},$$

$$\boxed{P(t) = \vec{F} \cdot \vec{v}(t).}$$

Corollary

No SI a unidade de medida de potência é J/s ou Watt (W).

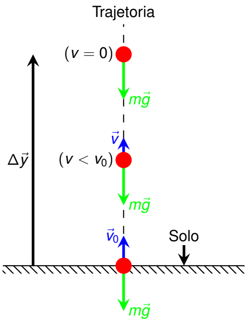
Trabalho realizado pela força gravitacional

Considerando a orientação do eixo y como mostra a figura, o sentido da força gravitacional é dado por $\vec{F} = -mg\hat{j}$. Portanto, o trabalho realizado pela gravidade pode ser representado por

$$W = (-mg\hat{j}) \cdot (\Delta y\hat{j}).$$

Durante a subida podemos dizer que $\theta = 180°$, e no caso da descida teremos $\theta = 0°$, portanto

$$W = \Delta K = -mg\Delta y, \qquad \text{(subida)},$$
$$W = \Delta K = +mg\Delta y, \qquad \text{(descida)}.$$

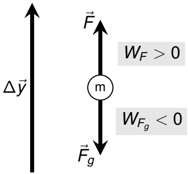


Subida de um objeto de massa m com velocidade inicial $\vec{v}_0$ até a uma altura Δy.

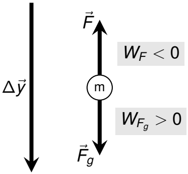
Trabalho realizado para levantar ou abaixar um objeto

Para levantar um objeto de massa m é necessário aplicar uma força $\vec{F}$ equivalente a força de gravidade $\vec{F}_g$. No caso o objeto sobe com velocidade constante, onde $\Delta K = 0$. Sabendo que $W = \Delta K$ temos

$$\Delta K = W_F + W_{F_g} = 0,$$
$$W_F = -W_{F_g}.$$



Deslocamento para cima.



Deslocamento para baixo.

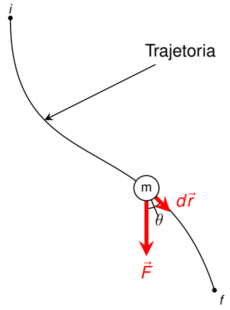
Trabalho realizado ao longo de um caminho

Cada deslocamento $d\vec{r}$ que a partícula realiza, a componente da força $\vec{F}$ paralela ao deslocamento realiza trabalho dW, onde

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Para determinar o trabalho total realizado por $\vec{F}$ durante a trajetória da partícula ao longo do caminho c, somamos cada contribuição dW na forma de integral,

$$\boxed{W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}.}$$



Sentido do trabalho e deslocamento infinitesimal de uma partícula de massa m.

Trabalho e variação da energia cinética

Substituindo $\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$ na expressão do trabalho temos

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

$$W = m\int_c \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r}.$$

No entanto, sabemos que $d\vec{r} = \frac{d\vec{r}}{dt}dt$. Substituindo temos

$$W = \int \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right) \cdot \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) dt.$$

Mas podemos perceber também que $d\vec{v} = \frac{d\vec{v}}{dt}dt$.

$$W = m\int \vec{v} \cdot d\vec{v}.$$

Além disso, podemos dizer que $\vec{v} \cdot d\vec{v} \equiv vdv$, portanto

$$W = m\int vdv,$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2.}$$

Observações[1]

Esta apresentação está disponível para download no endereço
https://flavianowilliams.github.io/education

[1] Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

Referências

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Mecânica, v.1, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)