Conservação de energia

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

27 de Maio de 2021

Sumário

1. Forças conservativas e dissipativas
2. Energia potencial
3. Conservação da energia
4. Força e energia potencial
5. Apêndice

Leis de conservação do movimento

Existem três Leis de conservação no estudo do movimento de um sistema físico:

- ✓ Lei de conservação da energia: A energia total do sistema físico é invariante ao longo do tempo;
- ✓ Lei de conservação do momento linear: O momento linear total do sistema físico é invariante mediante translação;
- ✓ Lei de conservação do momento angular: O momento angular total do sistema físico é invariante mediante rotação.

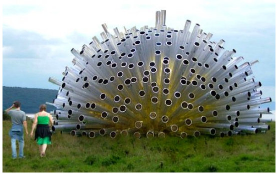
Corollary

Todas as Leis de conservação estão diretamente associadas a algum tipo de simetria (tempo, translação ou rotação).

Forças dissipativas e conservativas

- ✓ Uma força é dissipativa quando o trabalho por ela realizado converte toda ou parte da energia cinética de um objeto em outra forma de energia, que não pode mais ser reaproveitada como energia cinética.
- ✓ Uma força é conservativa quando o trabalho por ela realizado conserva toda a energia associada a um objeto, sendo reaproveitada novamente na forma de energia cinética.

Calor gerado pelo atrito.



Som gerado pelo vento.

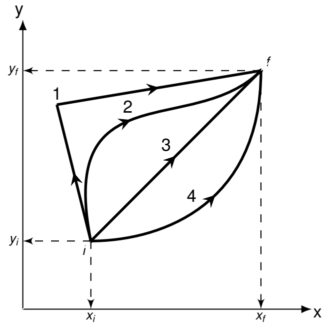
Forças conservativas

✓ Dizemos que uma força é conservativa quando o trabalho por ela realizado entre dois pontos é independente do caminho percorrido;

✓ O trabalho realizado pela força conservativa depende somente de informações da energia nos pontos inicial e final.

Na figura ao lado, o trabalho realizado pela força durante a trajetória c_1 é igual ao trabalho realizado pela força na trajetória c_2, c_3..., ou seja,

$$W_{c_1} = W_{c_2} = W_{c_3} = W_{c_4} = \cdots$$



Diversos caminhos que uma partícula pode ter de i a f.

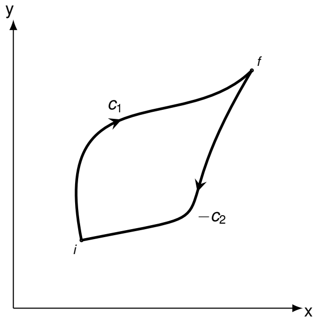
Trabalho em um caminho fechado

Se a partícula decide percorrer um caminho contrário podemos considerar que cada trecho do percurso terá sinal contrário, $d\vec{r} \to -d\vec{r}$, portanto a integral mudará de sinal,

$$\int_{c_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{c_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Sabendo que o caminho fechado é a combinação de ambos os caminhos, podemos considerar que o trabalho total em um caminho fechado é zero, ou seja,

$$\boxed{W = \oint_c \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0.}$$



Caminho c fechado formado pelos caminhos c_1 e o inverso de c_2.

Energia potencial

Sabendo que trabalho representa a transformação de algum tipo de energia em energia cinética, ou vice-versa, deve haver uma energia (chamada de energia potencial U) que depende somente da posições i e f, de modo que a variação da energia potencial ΔU é convertida em energia cinética pela força conservativa, de modo que

$$W = \Delta K \Rightarrow \Delta U.$$

Sabendo que a energia potencial deve diminuir para aumentar a energia cinética, atribuímos um sinal negativo na expressão acima, de modo que

$$W = \Delta K = -\Delta U.$$

Pela relação entre trabalho, força e deslocamento podemos dizer que

$$\boxed{\Delta U = -\int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}.}$$

Energia potencial gravitacional

Considerando uma partícula de massa m, que se move verticalmente ao longo do eixo y (com o sentido positivo para cima). Quando a partícula se desloca da posição y_i para a posição y_f, a força gravitacional $\vec{F}_g = m\vec{g}$ realiza trabalho sobre ela. Podemos determinar a variação da energia potencial ΔU usando a equação anterior,

$$\Delta U = -\int_c \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

$$\Delta U = -\int_{y_i}^{y_f} (-mg)dy,$$

$$\Delta U = mg \int_{y_i}^{y_f} dy,$$

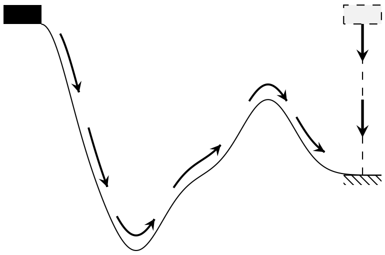
$$\Delta U = mg(y_f - y_i).$$

Sabendo que $\Delta U = U(y_f) - U(y_i)$ teremos

$$\boxed{U(y) = mgy.}$$

Relação entre altura e energia potencial gravitacional

- ✓ A energia potencial gravitacional associada a um sistema partícula-Terra depende apenas da posição vertical y da partícula em relação à posição de referência (y=0).
- ✓ A energia potencial gravitacional é a mesma em qualquer posição em um plano paralelo ao solo, onde y=0;
- ✓ Na figura ao lado, se não houver atrito, o trabalho realizado sobre o bloco é justamente o trabalho calculado ao longo da trajetória tracejada.



Trajetória realizada por um objeto ao longo de um caminho sinuoso.

Energia mecânica

Como foi mostrado anteriormente, (se não houver forças dissipativas) teremos $W = \Delta k = -\Delta U$. Substituindo as expressões de Δk e ΔU teremos

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = -(U_f - U_i),$$

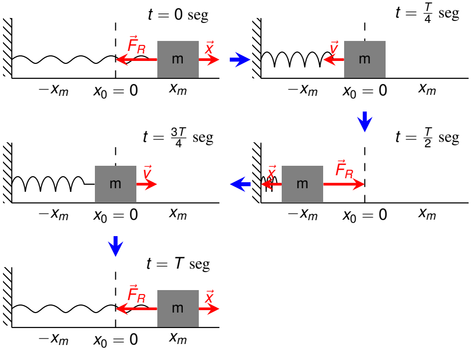
Separando todos os termos referentes ao estado inicial i de um lado da equação e os termos referentes ao estado final f do outro lado teremos

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + U_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + U_f.$$

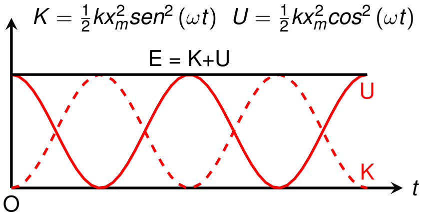
Onde podemos associar as energias referentes a cada estado de movimento como uma única energia, chamada energia total ou energia mecânica E,

$$\boxed{E = \frac{1}{2}mv^2 + U.}$$

Energia mecânica em caminhos fechados



Quatro etapas de um ciclo completo do MHS.



Energia mecânica, cinética e potencial em função do tempo do sistema massa mola.

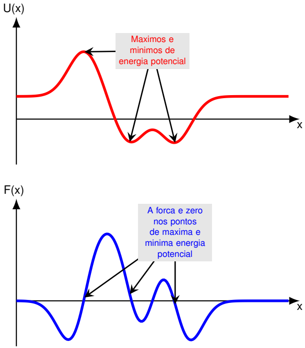
Cálculo da força à partir do potencial

O trabalho realizado por uma força $\vec{F}$ para mover uma partícula de massa m em um deslocamento dx ao longo do eixo x positivo é dado por $dW = Fdx$. Pela relação entre trabalho e variação da energia potencial podemos dizer que

$$dU = -F(x)dx,$$

Pela regra de diferencial podemos dizer que

$$\boxed{F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}.}$$

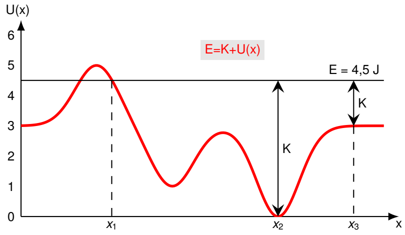


Energia potencial U(x) e força F(x) em função da posição x.

Energia cinética à partir do gráfico energia potencial versus posição

Na figura ao lado

- ✓ A energia mecânica é igual a 4,5 J em qualquer posição;
- ✓ Em x_1 a energia cinética é zero e U=4,5 J;
- ✓ Em x_2 a energia cinética é máxima, K=4,5 J;
- ✓ A energia cinética é igual a 1,5 J em $x \geq x_3$.



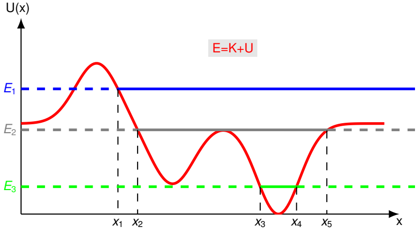
Energia potencial em função da posição.

Corollary

A energia cinética somente pode assumir valores positivos.

Análise do movimento à partir do gráfico energia potencial versus posição

- ✓ A partícula com energia E_1 somente pode se mover na região à direita de x_1;
- ✓ A partícula com energia E_2 está aprisionada na região entre x_2 e x_5;
- ✓ A partícula com energia E_3 somente pode se mover na região entre x_3 e x_4.



Regiões proibidas e função da energia.

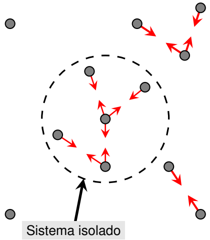
Corollary

A partícula não pode se mover em regiões energeticamente proibidas.

Sistema isolado

Em um sistema isolado, o sistema não troca energia com o ambiente externo, portanto o trabalho total realizado sobre a partícula corresponderá a variação da energia mecânica, ΔE, caso exista forças dissipativas. No sistema que não é isolado, energia é adicionada ou retirada dele para o ambiente externo, assim o trabalho total será o trabalho realizado pelas forças internas somado a energia extra E_{extra}, ou seja,

$$\boxed{W = \Delta E + E_{extra}.}$$



Sistema isolado de partículas.

Corollary

A força de atrito converte parte da energia cinética em energia térmica.

Cálculo da força à partir do potencial em três dimensões

O trabalho de uma força $\vec{F}$ responsável por mover uma partícula de massa m ao longo de um deslocamento $d\vec{r}$ é dado por $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Mas, se a força for conservativa teremos dW = -dU, ou seja,

$$-dU = \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Usando a definição de diferencial teremos

$$Fcos\theta = -\frac{dU}{dr}.$$

Se considerarmos o vetor posição como $\vec{r} = x\widehat{i} + y\widehat{j} + z\widehat{k}$ e $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ podemos determinar as componentes da força $\vec{F}$ na direção x usando a regra da cadeia,

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{dU}{dr}\frac{\partial r}{\partial x} = (-Fcos\theta)\left(\frac{x}{r}\right),$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\vec{F} \cdot \widehat{i} = -F_x.$$

Usando o mesmo raciocínio nas direções y e z teremos

$$\boxed{F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}.}$$

Observações[1]

Esta apresentação está disponível para download no endereço
https://flavianowilliams.github.io/education

[1] Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

Referências

D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Mecânica, v.1, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)