Movimento harmônico simples

Flaviano Williams Fernandes

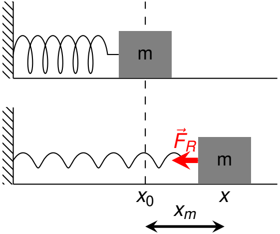
Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

21 de Dezembro de 2020

Sumário

Sistema massa-mola

Físico Robert Hooke.

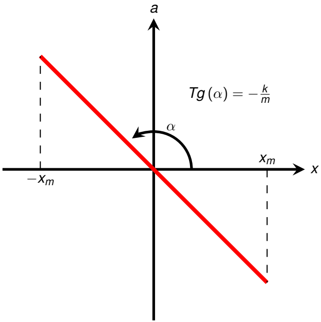


Sistema massa-mola.

Força restauradora ($\vec{F}_R$)

Obriga o sistema retornar para a sua posição de equilíbrio (x_0).

Lei de Hooke



Aceleração a em função do deslocamento x.

k: constante elástica (depende das propriedades do material);

Se $x_0 = 0$, pela Lei de Hooke $\vec{F} = -k\vec{x}$.

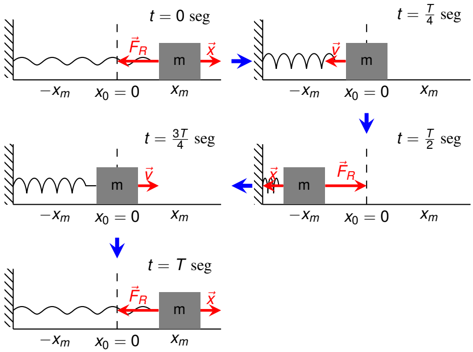
$$\vec{F} = m\vec{a},$$

$$\vec{a} = -\frac{k}{m}\vec{x}.$$

Corollary

A aceleração do objeto e a força restauradora possuem sentidos contrários ao deslocamento.

Movimento harmônico simples (MHS)



Quatro etapas de um ciclo completo do MHS.

Amplitude (x_m): Máximo deslocamento da mola;

Período (T): Tempo de cada ciclo;

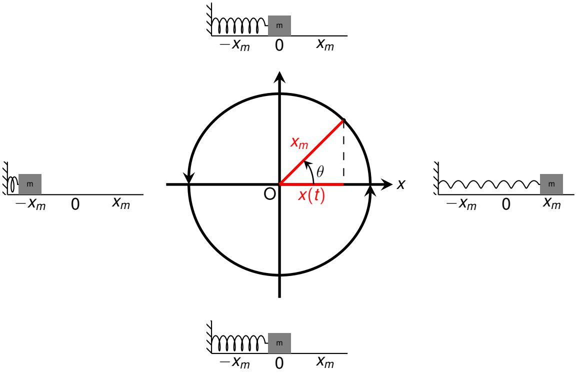
Frequência (f): Núm. de ciclos por segundo.

Corollary

Na ausência de atrito, o objeto realiza por tempo infinito um Movimento Harmônico Simples (MHS) a uma frequência de f ciclos por unidade de tempo,

$$f = \frac{1}{T}.$$

Sistema massa-mola e movimento circular uniforme (MCU)



Representação das quatro etapas do MHS no MCU.

Se $\theta = \omega t$, onde ω é a frequência angular,

$$x(t) = x_m cos\,(\theta)\,,$$

$$\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.}$$

Pelo MCU a aceleração centrípeta a_{cpt} é dada por

$$a_{cpt}(t) = \omega^2 x_m.$$

MHS e movimento circular uniforme

Pela Lei de Hooke, a aceleração máxima do objeto é dado por

$$a_m = \frac{k}{m} x_m.$$

Foi mostrado anteriormente que

$$a_{cpt} = \omega^2 x_m,$$

portanto

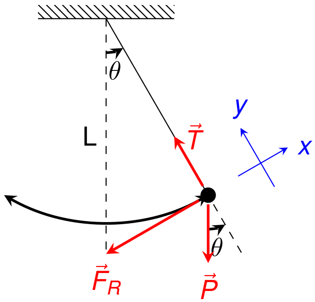
$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.}$$

Levando em consideração que $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Período de oscilação do sistema massa-mola

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Pêndulo simples



Pêndulo simples.

Se $\theta \ll 1$ temos $sen\left(\theta\right) \approx \theta = \frac{x}{L}$,

$$F_R = -mgsen\left(\theta\right),$$

$$\cancel{m}a = -\cancel{m}\frac{g}{L}x,$$

$$a = -\frac{g}{L}x.$$

Comparando com o sistema massa-mola temos $a = -\omega^2 x$, ou seja,

$$\omega^2 = \frac{g}{L}.$$

Pêndulo simples (continuação)

Sabendo que o quadrado da frequência angular de oscilação do pêndulo simples equivale a $\omega^2 = \frac{g}{L}$ temos

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}.$$

Porém, foi mostrado anteriormente que $\omega = \frac{2\pi}{T}$, portanto

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}.$$

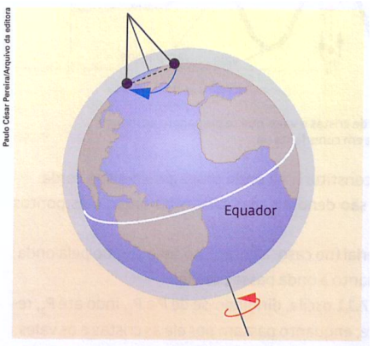
Período de oscilação do pêndulo simples

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Corollary

O período de oscilação do pêndulo depende somente do comprimento L do fio.

Aplicações envolvendo pêndulo simples



Pêndulo de Foucault.

Relógio de pêndulo.

Transformar um número em notação científica

Corollary

Passo 1: Escrever o número incluindo a vírgula.

Passo 2: Andar com a vírgula até que reste somente um número diferente de zero no lado esquerdo.

Passo 3: Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar"com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.

Exemplo

$$6\ 590\ 000\ 000\ 000\ 000,0 = 6{,}59 \times 10^{15}$$

Conversão de unidades em uma dimensão

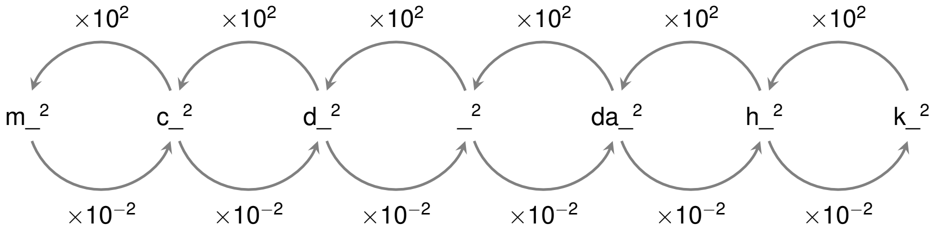
$$
\begin{tikzcd}[column sep=huge]
m\_ \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & c\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & d\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & da\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & h\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & k\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"']
\end{tikzcd}
$$

$$1 \text{ mm} = 1 \times 10^{(-1)\times 2} \text{ dm} \rightarrow 1 \times 10^{-2} \text{ dm}$$

$$2,5 \text{ kg} = 2,5 \times 10^{(1)\times 6} \text{ mg} \rightarrow 2,5 \times 10^{6} \text{ mg}$$

$$10 \text{ ms} = 10 \times 10^{(-1)\times 3} \text{ s} \rightarrow 10 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Conversão de unidades em duas dimensões



$$1\ \text{mm}^2 = 1 \times 10^{(-2)\times 2}\ \text{dm}^2 \rightarrow 1 \times 10^{-4}\ \text{dm}^2$$

$$2,5\ \text{m}^2 = 2,5 \times 10^{(2)\times 3}\ \text{mm}^2 \rightarrow 2,5 \times 10^{6}\ \text{mm}^2$$

$$10\ \text{ms}^2 = 10 \times 10^{(-2)\times 3}\ \text{s}^2 \rightarrow 10 \times 10^{-6}\ \text{s}^2$$

Conversão de unidades em três dimensões

$$
\begin{tikzcd}
\mathrm{m\_}^3 \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mathrm{c\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mathrm{d\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mathrm{\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mathrm{da\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mathrm{h\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mathrm{k\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"']
\end{tikzcd}
$$

$$1\ \mathrm{mm}^3 = 1 \times 10^{(-3)\times 2}\ \mathrm{dm}^3 \to 1 \times 10^{-6}\ \mathrm{dm}^3$$

$$2,5\ \mathrm{m}^3 = 2,5 \times 10^{(3)\times 3}\ \mathrm{mm}^3 \to 2,5 \times 10^{9}\ \mathrm{mm}^3$$

$$2,5\ \mathrm{km}^3 = 2,5 \times 10^{(3)\times 6}\ \mathrm{mm}^3 \to 2,5 \times 10^{18}\ \mathrm{mm}^3$$

Alfabeto grego

Alfa	A	α	Ni	N	ν
Beta	B	β	Csi	Ξ	ξ
Gama	Γ	γ	ômicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsílon	E	ϵ, ε	Rô	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Teta	Θ	θ	Ípsilon	Υ	υ
Iota	I	ι	Fi	Φ	ϕ, φ
Capa	K	κ	Qui	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mi	M	μ	Ômega	Ω	ω

Referências e observações[1]

A. Máximo, B. Alvarenga, C. Guimarães, Física. Contexto e aplicações, v.2, 2.ed., São Paulo, Scipione (2016)

Esta apresentação está disponível para download no endereço
https://flavianowilliams.github.io/education

[1] Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.