

# Relatividade

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná  
Campus Irati

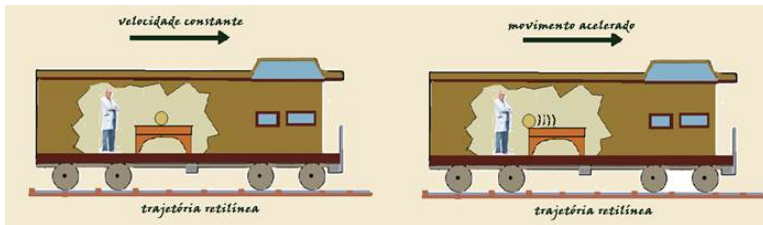
21 de Fevereiro de 2021

# Sumário

- 1 Abordagem histórica
- 2 A relatividade restrita
- 3 Aplicações
- 4 Apêndice

## O conceito de referenciais inerciais

Referenciais inerciais são aqueles que não estão sujeitos a aceleração.



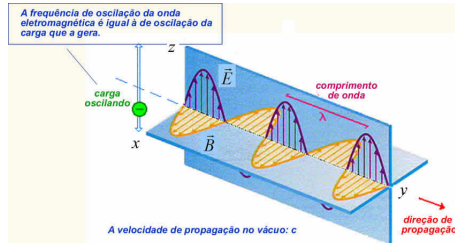
Exemplos de referencial inercial e não-inercial em um trem [2].

### Corollary

*O estado do movimento de um objeto depende do referencial adotado.*

## Independência da velocidade da luz com o referencial

Uma análise mais cuidadosa das equações de Maxwell mostra que a luz é uma onda eletromagnética que viaja no vácuo a uma velocidade de  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ , independente do movimento do observador ou da fonte.

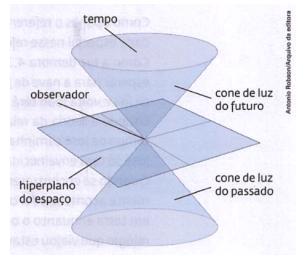


Onda eletromagnética produzido pela oscilação de uma carga q.

## Postulados da teoria da relatividade especial

**As leis físicas são as mesmas para quaisquer observadores em movimento uniforme:** Todo movimento é relativo, ou seja, não existe na natureza algum referencial privilegiado (como o Éter).

**A velocidade da luz no vácuo possui sempre o mesmo valor para quaisquer observador:** A luz possui a mesma velocidade ( $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ) independente do movimento da fonte emissora ou da direção de propagação.



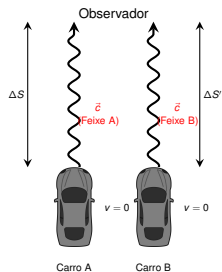
Espaço-tempo de Minkowski.

### Corollary

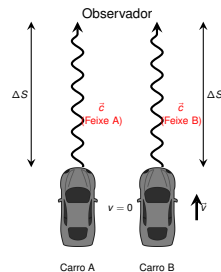
*Qualquer evento que pode ocorrer no tempo deve estar inserido no cone de luz.*

## Princípio da simultaneidade dos raios de luz

Os feixes de luz devem chegar simultaneamente ao observador independente do movimento das fontes.

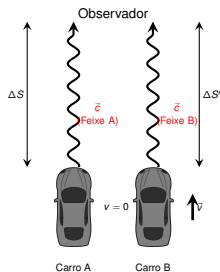


Carros A e B parados.



Carro A parado e B em movimento.

## Contração da distância

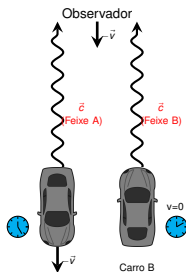


Pela mecânica Newtoniana, o feixe B deveria chegar no observador com uma velocidade  $v' = v + c$ , enquanto que o feixe A chegaria a velocidade  $c$ , o que violaria os postulados da relatividade restrita. Para igualar as velocidades, sabendo que  $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ , podemos dizer que haveria uma **contração na distância  $\Delta S'$  percorrida pelo carro B em relação a distância  $\Delta S$  percorrida pelo carro A** afim de ajustar a velocidade do feixe B para um valor igual a  $c$ .

### Corollary

*A contração do espaço sempre ocorre na direção da velocidade.*

## Dilatação do tempo



Como a velocidade  $c$  deve ser a mesma, independente do referencial, e pela relação  $c = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ , tanto no referencial do carro A quanto no referencial do carro B, os feixes A ou B deveriam chegar ao mesmo tempo no observador. Podemos dizer que isso seria possível se o carro B percebesse que o tempo marcado no relógio do carro A andasse mais rápido que o tempo marcado no seu relógio, ou seja, **o tempo no carro A andaria mais rápido enquanto que o tempo no carro B andaria mais devagar.**

### Corollary

*Não existe referencial absoluto, ou seja, todo movimento é relativo.*



## Cinemática relativística

Einstein percebeu que a única maneira de dois observadores, com um movimento relativo entre si, conseguirem medir o mesmo valor para a velocidade da luz, seria se um deles achasse que a régua ou o relógio do outro não estava coincidindo com o seu.

O observador parado irá ver o comprimento  $L$  do objeto em movimento contraído por um valor  $L = \frac{L'}{\gamma}$ , onde  $L'$  é o seu comprimento próprio.

O objeto em movimento irá ver o tempo do observador andar mais rápido que o seu, segundo a relação  $\Delta t = \gamma \Delta t'$ .

### Fator de Lorentz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \gamma \geq 1.$$

## Dinâmica relativística

Na mecânica newtoniana, o momento de um objeto é definido por  $\vec{p} = m\vec{v}$ , onde  $\vec{v}$  é a velocidade e  $m$  a massa. Porém, cálculos da velocidade relativa mostra que para a conservação do momento seja satisfeita na relatividade restrita, a massa deve mudar com a velocidade do objeto,

$$m(v) = \gamma(v)m_0,$$

onde  $m_0$  representa a massa do objeto

no seu estado de repouso. Portanto, a expressão que define o momento do objeto também muda, na forma

$$\vec{p} = \gamma(v)m_0\vec{v}.$$

Na relatividade, a expressão da energia também depende do fator de Lorentz, na forma

$$E = \gamma(v)m_0c^2.$$

## Equação geral da relatividade

Considere o momento de um objeto dado pela equação  $p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ . Elevando ao quadrado temos

$$p^2 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)^2 m_0^2 v^2,$$
$$p^2 = \frac{c^2}{(c^2 - v^2)} m_0^2 v^2.$$

Somando e subtraindo o lado direito por

$\frac{m_0^2 c^2}{c^2 - v^2}$  nos fornece

$$p^2 = c^2 \left( \frac{m_0^2 v^2}{c^2 - v^2} + m_0^2 - m_0^2 \right),$$
$$p^2 = c^2 \left( -m_0^2 + \gamma^2 m_0^2 \right).$$

Mas  $\gamma^2 m_0^2 = \frac{E^2}{c^4}$ , portanto

$$p^2 = -m_0^2 c^2 + \frac{E^2}{c^2}.$$

## Equivalência entre massa e energia

Considere a relação  $p^2 = -m_0^2 c^2 + \frac{E^2}{c^2}$ , se o objeto está em repouso, ou seja  $v=0$ , temos  $p=0$ , portanto

$$\frac{E^2}{c^2} = m_0^2 c^2,$$
$$E = \pm m_0 c^2.$$

A solução  $E = -m_0 c^2$  revela que toda matéria de massa  $m_0$  possui a sua versão antimatéria, cuja massa tem a mesma quantidade  $m_0$ .

### Energia de repouso

$$E = m_0 c^2.$$

### Corollary

*A combinação de matéria e antimatéria acarretaria na transformação de toda massa  $2m_0$  numa quantidade de energia equivalente a  $E = 2m_0 c^2$ .*

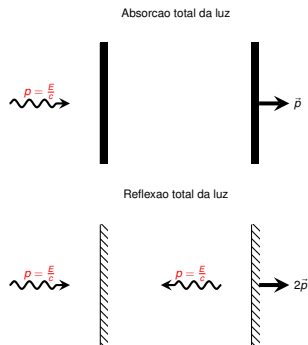
## Pressão de radiação

Se um objeto se move a velocidade da luz ( $v = c$ ), temos  $\gamma \rightarrow \infty$ . Sabendo que  $E_c = (\gamma - 1) m_0 c^2$ , necessitaríamos de uma energia infinita para levar um objeto de massa  $m$  a velocidade da luz.

No caso da luz temos  $m = 0$ , portanto

$$p^2 = \frac{E^2}{c^2} - m_0^2 c^2,$$

$$p = \pm \frac{E}{c}.$$



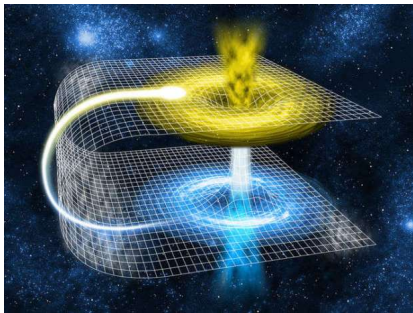
## Sistema de posicionamento global



Distância entre satélites e receptor [3].

O sistema GPS funciona através do método chamado "trilateração" de no mínimo três satélites que orbitam ao redor da Terra a velocidades elevadas. Para isso, os satélites enviam sinais de rádio para a Terra informando a sua localização e a distância da pessoa até o satélite através da fórmula  $\Delta S = c \cdot \Delta t$ . Como eles estão em alta velocidade, cálculos relativísticos são necessários afim de corrigir o tempo de seus relógios internos, antes de serem enviados para a terra.

## Buraco de verme



Buraco de verme ou buraco de minhoca.

Buraco de verme é uma conexão entre dimensões diferentes de uma dobra ou curva do mesmo espaço-tempo em que estamos, que é como um atalho e não uma máquina do tempo, o que há dentro dessa curva, podemos chamar de transespaço e o que há dentro do **wormhole**, podemos chamar de **hiperespaço**.

## Transformar um número em notação científica

### Corollary

*Passo 1: Escrever o número incluindo a vírgula.*

*Passo 2: Andar com a vírgula até que reste somente um número diferente de zero no lado esquerdo.*

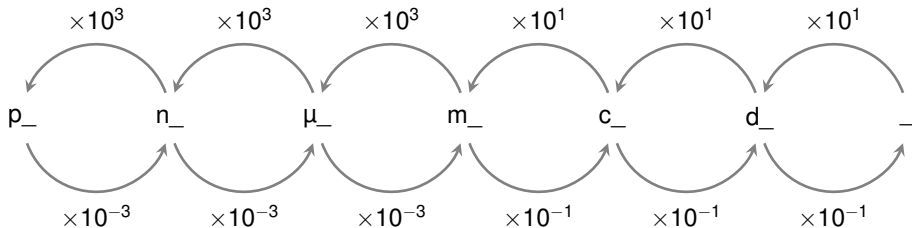
*Passo 3: Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar" com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.*

### Exemplo

$$6\,590\,000\,000\,000\,000,0 = 6,59 \times 10^{15}$$



## Conversão de unidades em uma dimensão

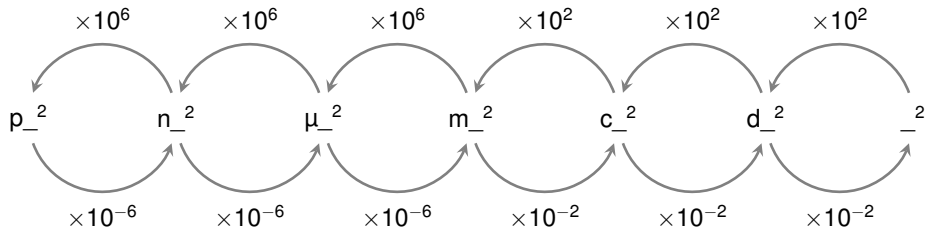


$$1 \text{ mm} = 1 \times 10^{(-1) \times 2} \text{ dm} \rightarrow 1 \times 10^{-2} \text{ dm}$$

$$2,5 \text{ g} = 2,5 \times 10^{(1) \times 3} \text{ mg} \rightarrow 2,5 \times 10^3 \text{ mg}$$

$$10 \mu\text{C} = 10 \times 10^{[(-3) \times 1 + (-1) \times 3]} \text{ C} \rightarrow 10 \times 10^{-6} \text{ C}$$

## Conversão de unidades em duas dimensões

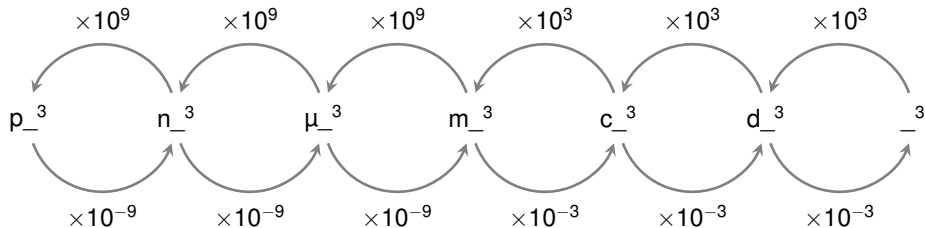


$$1 \text{ mm}^2 = 1 \times 10^{(-2) \times 2} \text{ dm}^2 \rightarrow 1 \times 10^{-4} \text{ dm}^2$$

$$2,5 \text{ m}^2 = 2,5 \times 10^{(2) \times 3} \text{ mm}^2 \rightarrow 2,5 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$10 \mu\text{m}^2 = 10 \times 10^{[(-6) \times 1 + (-2) \times 3]} \text{ m}^2 \rightarrow 10 \times 10^{-12} \text{ m}^2$$

## Conversão de unidades em três dimensões



$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times 10^{(-3) \times 2} \text{ dm}^3 \rightarrow 1 \times 10^{-6} \text{ dm}^3$$




$$2,5 \text{ m}^3 = 2,5 \times 10^{(3) \times 3} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^9 \text{ mm}^3$$

$$10 \mu\text{m}^3 = 10 \times 10^{[(-9) \times 1 + (-3) \times 3]} \text{ m}^3 \rightarrow 10 \times 10^{-18} \text{ m}^3$$

## Alfabeto grego

Alfa	$A$	$\alpha$	Ni	$N$	$\nu$
Beta	$B$	$\beta$	Csi	$\Xi$	$\xi$
Gama	$\Gamma$	$\gamma$	ômicon	$O$	$o$
Delta	$\Delta$	$\delta$	Pi	$\Pi$	$\pi$
Epsílon	$E$	$\epsilon, \varepsilon$	Rô	$P$	$\rho$
Zeta	$Z$	$\zeta$	Sigma	$\Sigma$	$\sigma$
Eta	$H$	$\eta$	Tau	$T$	$\tau$
Teta	$\Theta$	$\theta$	Ípsilon	$\Upsilon$	$v$
Iota	$I$	$\iota$	Fi	$\Phi$	$\phi, \varphi$
Capa	$K$	$\kappa$	Qui	$X$	$\chi$
Lambda	$\Lambda$	$\lambda$	Psi	$\Psi$	$\psi$
Mi	$M$	$\mu$	Ômega	$\Omega$	$\omega$

## Referências

-  A. Máximo, B. Alvarenga, C. Guimarães, Física. Contexto e aplicações, v.1, 2.ed., São Paulo, Scipione (2016)
-  <http://fisicacomentada.blogspot.com/2012/05/introducao-teoria-da-relatividade.html>
-  <http://www.opensat.com.br/blog/outros/como-rastrear-um-celular.html>

Esta apresentação está disponível para download no endereço  
<https://flavianowilliams.github.io/education>