

Trabalho e energia

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

26 de Maio de 2021

Sumário

- 1 **Energia**
- 2 **Trabalho**
- 3 **Potência**
- 4 **Casos especiais**
- 5 **Apêndice**

O que é energia

Todo fenômeno da natureza está associado a uma energia, onde a partir do trabalho podemos transformar um tipo de energia em outro tipo de energia.



Tipos de energia e suas relações com trabalho.

Corollary

No SI a unidade de medida de energia é Joule (J).

Energia cinética

- ✓ A energia cinética é a energia associada ao estado de movimento de um objeto;
- ✓ Quanto mais depressa o objeto se move, maior será a sua energia cinética.
- ✓ Como será mostrado mais a frente, para um objeto de massa m cuja velocidade \vec{v} é muito menor que a velocidade da luz, a energia cinética é dado por

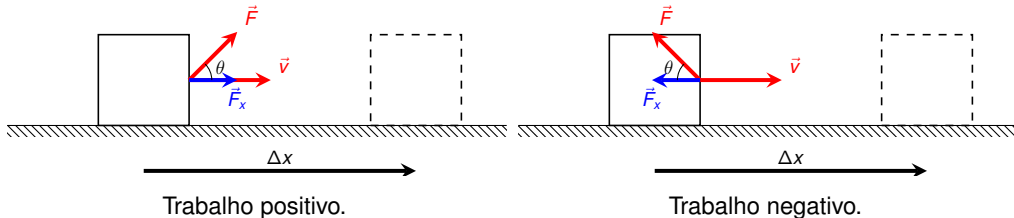
$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Corollary

$$1 \text{ J} = 1 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$$

O que é trabalho

- ✓ Energia transferida para um objeto ou de um objeto por meio de uma força;
- ✓ Capacidade de transformar algum tipo de energia em energia de movimento;
- ✓ Para calcular o trabalho que uma força resultante realiza sobre um objeto quando este sofre um deslocamento usamos apenas a componente da força paralela ao deslocamento.



Relação entre trabalho, força, deslocamento e energia cinética

Pela definição de trabalho podemos considerar que o trabalho W realizado por uma força resultante \vec{F} é igual a variação da energia cinética ΔK , onde

$$W = \Delta K,$$

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2.$$

Se a força for constante, poderemos dizer que a aceleração também será constante.

Multiplicando ambos os lados da equação $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$ por $\frac{m}{2}$ teremos

$$\begin{aligned}\frac{m}{2}v_f^2 &= \frac{m}{2}v_i^2 + \frac{m}{2}(2a\Delta x), \\ \frac{m}{2}v_f^2 - \frac{m}{2}v_i^2 &= ma\Delta x.\end{aligned}$$

mas $\vec{F} = m\vec{a}$, portanto

$$W = \Delta K = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}.$$

Corollary

Trabalho é um grandeza escalar assim como a energia cinética.

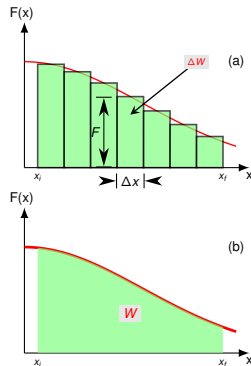
Trabalho à partir do gráfico força versus deslocamento

O trabalho da força \vec{F} em um deslocamento Δx é a área do retângulo de base Δx e altura F . podemos dizer que o trabalho total durante a trajetória de i a f é a soma dos trabalhos individuais ΔW ,

$$\Delta W = \sum F \Delta x.$$

Se $\Delta x \rightarrow 0$ podemos aproximar a área abaixo da curva como se fosse a soma dos retângulos, portanto

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx.$$



Força em função da posição.

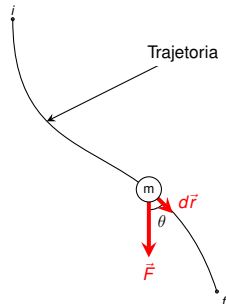
Trabalho realizado ao longo de um caminho

Cada deslocamento $d\vec{r}$ que a partícula realiza, a componente da força \vec{F} paralela ao deslocamento realiza trabalho dW , onde

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Para determinar o trabalho total realizado por \vec{F} durante a trajetória da partícula ao longo do caminho c , somamos cada contribuição dW na forma de integral,

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$



Sentido do trabalho e deslocamento infinitesimal de uma partícula de massa m .

Trabalho e variação da energia cinética

Substituindo $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ na expressão do trabalho temos

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

$$W = m \int_c \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r}.$$

No entanto, sabemos que $d\vec{r} = \frac{d\vec{v}}{dt} dt$.
Substituindo temos

$$W = \int_c \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \right) \cdot \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) dt.$$

Mas podemos perceber também que $d\vec{v} = \frac{d\vec{v}}{dt} dt$.

$$W = m \int_c \vec{v} \cdot d\vec{v}.$$

Além disso, podemos dizer que $\vec{v} \cdot d\vec{v} \equiv v dv$, portanto

$$W = m \int_c v dv,$$

$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2.$$

Potência média e potência instantânea

Definimos como potência instantânea gerada por uma força F como a taxa de variação do trabalho realizado por essa força no instante de tempo t ,

$$P(t) = \frac{dW}{dt}.$$

Calculando $\frac{dW}{dt}$ teremos

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{F} \cdot d\vec{r}).$$

Para uma força \vec{F} constante no tempo podemos dizer que

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt},$$

$$P(t) = \vec{F} \cdot \vec{v}(t).$$

Corollary

No SI a unidade de medida de potência é J/s ou Watt (W).

Trabalho realizado pela força gravitacional

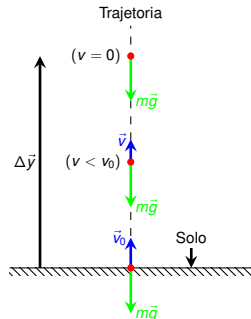
Considerando a orientação do eixo y como mostra a figura, o sentido da força gravitacional é dado por $\vec{F} = -mg\hat{j}$. Portanto, o trabalho realizado pela gravidade pode ser representado por

$$W = mg\Delta y \cos\theta.$$

Durante a subida podemos dizer que $\theta = 180^\circ$, e no caso da descida teremos $\theta = 0^\circ$, portanto

$$W = \Delta K = -mg\Delta y \cos\theta < 0, \quad (\text{subida}),$$

$$W = \Delta K = +mg\Delta y \cos\theta > 0, \quad (\text{descida}).$$



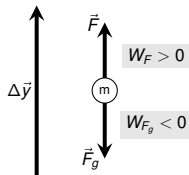
Subida de um objeto de massa m com velocidade inicial \vec{v}_0 até a uma altura Δy .

Trabalho realizado para levantar ou abaixar um objeto

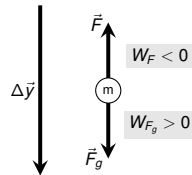
Para levantar um objeto de massa m é necessário aplicar uma força \vec{F} equivalente a força de gravidade \vec{F}_g . No caso o objeto sobe com velocidade constante, onde $\Delta K = 0$. Sabendo que $W = \Delta K$ temos

$$\Delta K = W_F + W_{F_g} = 0,$$

$$W_F = -W_{F_g}.$$



Deslocamento para cima.



Deslocamento para baixo.

Observações¹

Esta apresentação está disponível para download no endereço
<https://flavianowilliams.github.io/education>

¹Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

Referências

 D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Mecânica, v.1, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)