

Conservação de energia

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

27 de Maio de 2021

Sumário

- 1 **Forças conservativas e dissipativas**
- 2 **Energia potencial**
- 3 **Conservação da energia**
- 4 **Força e energia potencial**
- 5 **Apêndice**

Leis de conservação do movimento

Existem três Leis de conservação no estudo do movimento de um sistema físico:

- ✓ Lei de conservação da energia: A energia total do sistema físico é invariante ao longo do tempo;
- ✓ Lei de conservação do momento linear: O momento linear total do sistema físico é invariante mediante translação;
- ✓ Lei de conservação do momento angular: O momento angular total do sistema físico é invariante mediante rotação.

Corollary

Todas as Leis de conservação estão diretamente associadas a algum tipo de simetria (tempo, translação ou rotação).

Forças dissipativas e conservativas

- ✓ Uma força é dissipativa quando o trabalho por ela realizado converte toda ou parte da energia cinética de um objeto em outra forma de energia, que não pode mais ser reaproveitada como energia cinética.
- ✓ Uma força é conservativa quando o trabalho por ela realizado conserva toda a energia associada a um objeto, sendo reaproveitada novamente na forma de energia cinética.



Calor gerado pelo atrito.



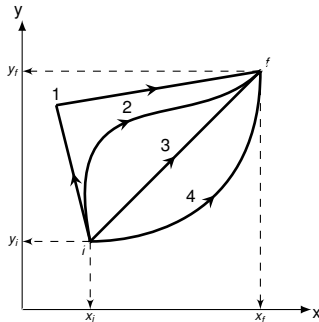
Som gerado pelo vento.

Forças conservativas

- ✓ Dizemos que uma força é conservativa quando o trabalho por ela realizado entre dois pontos é independente do caminho percorrido;
- ✓ O trabalho realizado pela força conservativa depende somente de informações da energia nos pontos inicial e final.

Na figura ao lado, o trabalho realizado pela força durante a trajetória c_1 é igual ao trabalho realizado pela força na trajetória $c_2, c_3...$, ou seja,

$$W_{c_1} = W_{c_2} = W_{c_3} = W_{c_4} = \dots$$



Diversos caminhos que uma partícula pode ter de i a f.

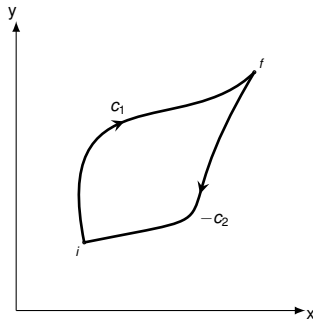
Trabalho em um caminho fechado

Se a partícula decide percorrer um caminho contrário podemos considerar que cada trecho do percurso terá sinal contrário, $d\vec{r} \rightarrow -d\vec{r}$, portanto a integral mudará de sinal,

$$\int_{c_1} \vec{F} \cdot d\vec{r} = - \int_{c_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Sabendo que o caminho fechado é a combinação de ambos os caminhos, podemos considerar que o trabalho total em um caminho fechado é zero, ou seja,

$$W = \oint_c \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0.$$



Caminho c fechado formado pelos caminhos c_1 e o inverso de c_2 .

Energia potencial

Sabendo que trabalho representa a transformação de algum tipo de energia em energia cinética, ou vice-versa, deve haver uma energia (chamada de energia potencial U) que depende somente das posições i e f , de modo que a variação da energia potencial ΔU é convertida em energia cinética pela força conservativa, de modo que

$$W = \Delta K \Rightarrow \Delta U.$$

Sabendo que a energia potencial deve diminuir para aumentar a energia cinética, atribuímos um sinal negativo na expressão acima, de modo que

$$W = \Delta K = -\Delta U.$$

Pela relação entre trabalho, força e deslocamento podemos dizer que

$$\Delta U = - \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Energia potencial gravitacional

Considerando uma partícula de massa m , que se move verticalmente ao longo do eixo y (com o sentido positivo para cima). Quando a partícula se desloca da posição y_i para a posição y_f , a força gravitacional $\vec{F}_g = m\vec{g}$ realiza trabalho sobre ela. Podemos determinar a variação da energia potencial ΔU usando a equação anterior,

$$\Delta U = - \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy,$$

$$\Delta U = mg \int_{y_i}^{y_f} dy,$$

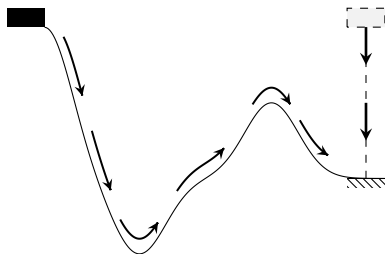
$$\Delta U = mg(y_f - y_i).$$

Sabendo que $\Delta U = U(y_f) - U(y_i)$ teremos

$$U(y) = mgy.$$

Relação entre altura e energia potencial gravitacional

- ✓ A energia potencial gravitacional associada a um sistema partícula-Terra depende apenas da posição vertical y da partícula em relação à posição de referência ($y=0$).
- ✓ A energia potencial gravitacional é a mesma em qualquer posição em um plano paralelo ao solo, onde $y=0$;
- ✓ Na figura ao lado, se não houver atrito, o trabalho realizado sobre o bloco é justamente o trabalho calculado ao longo da trajetória traçada.



Trajetória realizada por um objeto ao longo de um caminho sinuoso.

Energia mecânica

Como foi mostrado anteriormente, (se **não houver forças dissipativas**) teremos $W = \Delta k = -\Delta U$. Substituindo as expressões de Δk e ΔU teremos

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = -(U_f - U_i),$$

Separando todos os termos referentes ao estado inicial i de um lado da equação e os termos referentes ao estado fi-

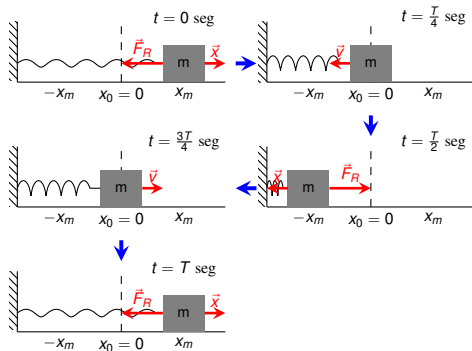
nal f do outro lado teremos

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + U_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + U_f.$$

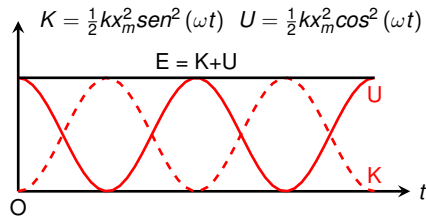
Onde podemos associar as energias referentes a cada estado de movimento como uma única energia, chamada **energia total** ou **energia mecânica E** ,

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + U.$$

Energia mecânica em caminhos fechados



Quatro etapas de um ciclo completo do MHS.



Energia mecânica, cinética e potencial em função do tempo do sistema massa mola.

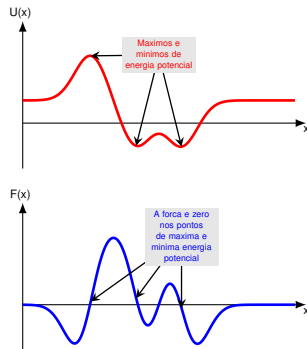
Cálculo da força à partir do potencial

O trabalho realizado por uma força \vec{F} para mover uma partícula de massa m em um deslocamento dx ao longo do eixo x positivo é dado por $dW = Fdx$. Pela relação entre trabalho e variação da energia potencial podemos dizer que

$$dU = -F(x)dx,$$

Pela regra de diferencial podemos dizer que

$$F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}.$$

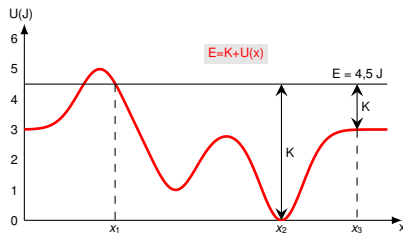


Energia potencial $U(x)$ e força $F(x)$ em função da posição x .

Energia cinética à partir do gráfico energia potencial versus posição

Na figura ao lado

- ✓ A energia mecânica é igual a 4,5 J em qualquer posição;
- ✓ Em x_1 a energia cinética é zero e $U=4,5$ J;
- ✓ Em x_2 a energia cinética é máxima, $K=4,5$ J;
- ✓ A energia cinética é igual a 1,5 J em $x \geq x_3$.



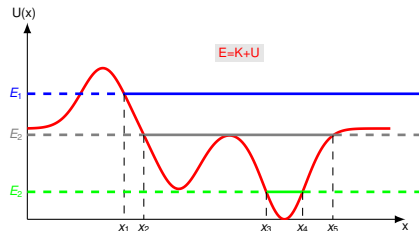
Energia potencial em função da posição.

Corollary

A energia cinética somente pode assumir valores positivos.

Análise do movimento à partir do gráfico energia potencial versus posição

- ✓ A partícula com energia E_1 somente pode se mover na região à direita de x_1 ;
- ✓ A partícula com energia E_2 está aprisionada na região entre x_2 e x_5 ;
- ✓ A partícula com energia E_3 somente pode se mover na região entre x_3 e x_4 .



Regiões proibidas e função da energia.

Corollary

A partícula não pode se mover em regiões energeticamente proibidas.

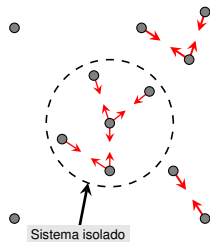
Sistema isolado

Em um sistema isolado, o sistema não troca energia com o ambiente externo, portanto o trabalho total realizado sobre a partícula corresponderá a variação da energia mecânica, ΔE , caso exista forças dissipativas. No sistema que não é isolado, energia é adicionada ou retirada dele para o ambiente externo, assim o trabalho total será o trabalho realizado pelas forças internas somado a energia extra E_{extra} , ou seja,

$$W = \Delta E + E_{extra}.$$

Corollary

A força de atrito converte parte da energia cinética em energia térmica.



Sistema isolado de partículas.

Cálculo da força à partir do potencial em três dimensões

O trabalho de uma força \vec{F} responsável por mover uma partícula de massa m ao longo de um deslocamento $d\vec{r}$ é dado por $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Mas, se a força for conservativa teremos $dW = -dU$, ou seja,

$$-dU = \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Usando a definição de diferencial teremos

$$F \cos \theta = -\frac{dU}{dr}.$$

Se considerarmos o vetor posição como $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ e $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ podemos

determinar as componentes da força \vec{F} na direção x usando a regra da cadeia,

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial x} &= \frac{dU}{dr} \frac{\partial r}{\partial x} = (-F \cos \theta) \left(\frac{x}{r} \right), \\ \frac{\partial U}{\partial x} &= -\vec{F} \cdot \hat{i} = -F_x.\end{aligned}$$

Usando o mesmo raciocínio nas direções y e z teremos

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}.$$

Observações¹

Esta apresentação está disponível para download no endereço
<https://flavianowilliams.github.io/education>

¹Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

Referências

 D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Mecânica, v.1, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)