

# Movimento em uma dimensão

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná  
Campus Irati

27 de Janeiro de 2022

# Sumário

- 1 **Posição e deslocamento**
- 2 **Velocidade**
- 3 **Aceleração**
- 4 **Apêndice**

## O movimento

- ✓ O movimento retilíneo se dá ao longo de uma reta (vertical, horizontal e inclinada);
- ✓ Todo movimento deve ser analisado a partir de um referencial, por exemplo, um automóvel pode adquirir movimentos diferentes se o referencial for uma pessoa ao lado de um poste ou dentro de outro automóvel;
- ✓ Se o objeto não for uma partícula, todas as partes desse objeto se movem na mesma direção e com a mesma velocidade.

### Corollary

*A cinemática se preocupa em analisar e classificar o movimento dos objetos, mas sem se preocupar com a causa desse movimento.*

## Vetor posição e deslocamento

### Posição

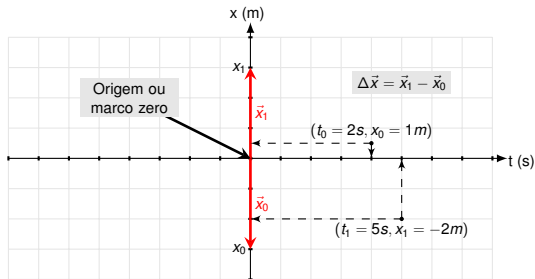
Localização de um objeto no espaço, plano ou uma reta,

$$\vec{r} \equiv \vec{x}.$$

### Deslocamento

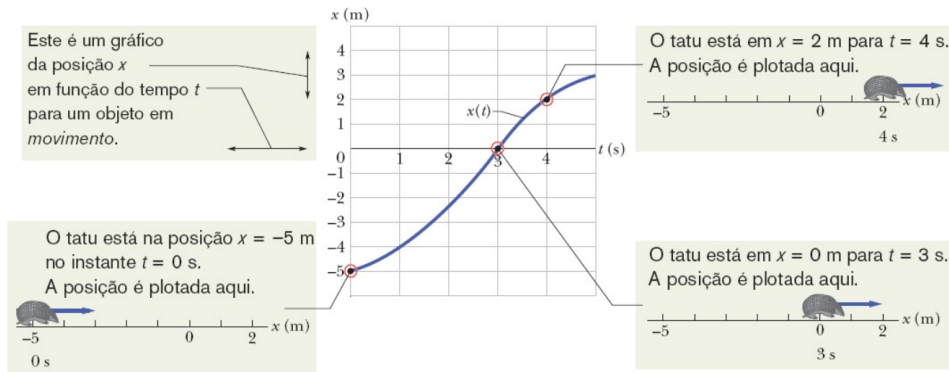
A uma mudança da posição  $x_0$  para  $x_1$  é associado um deslocamento  $\Delta x$ ,

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_1 - \vec{x}_0.$$



Representação de um movimento no eixo x.

## Posição como função do tempo



Posição de um tatu no decorrer do tempo [1].

## Velocidade escalar média

Usa-se a idéia de velocidade para expressar a rapidez do movimento de um objeto. Se quisermos determinar a rapidez de um objeto em percorrer uma certa distância em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , usamos o conceito de velocidade escalar média,

$$s_{\text{médio}} = \frac{\text{distância percorrida}}{\Delta t}.$$



Trajetórias e distâncias percorridas diferentes para chegar na mesma posição.

### Corollary

*A velocidade escalar média é uma grandeza escalar e ela é sempre positiva.*

## Velocidade média

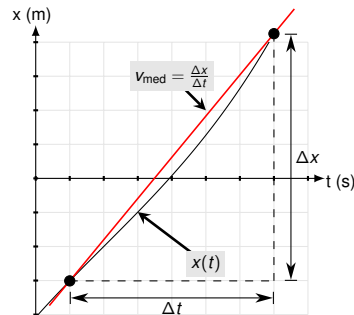
Outra maneira de expressar a rapidez de um movimento é através da velocidade média, que é a razão entre o deslocamento  $\Delta \vec{x}$  e o intervalo de tempo  $\Delta t$ ,

$$\vec{v}_{\text{médio}} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}.$$

A velocidade média é uma grandeza vetorial e portanto depende da orientação.

### Corollary

*A unidade de medida da velocidade no SI é metro por segundo (m/s).*



Cálculo da  $v_{\text{med}}$  a partir de  $x(t)$ .

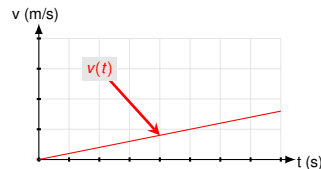
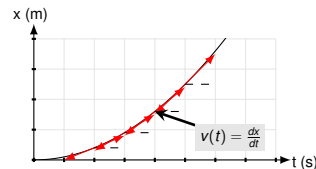
## Velocidade instantânea

Caso a velocidade varie com o tempo, para determiná-la usamos o conceito de velocidade instantânea. A velocidade instantânea é obtida a partir da velocidade média reduzindo o intervalo de tempo  $\Delta t$  a um valor infinitesimal,  $\Delta t \rightarrow 0$ ,

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}.$$

### Corollary

*A velocidade instantânea é a taxa de variação da posição em um determinado instante de tempo.*



Gráficos da posição e velocidade.



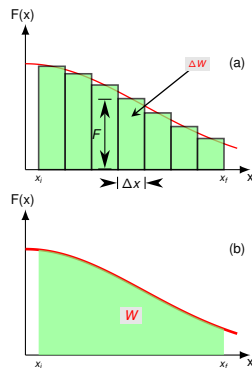
## Trabalho à partir do gráfico força versus deslocamento

O trabalho da força  $\vec{F}$  em um deslocamento  $\Delta x$  é a área do retângulo de base  $\Delta x$  e altura  $F$ . podemos dizer que o trabalho total durante a trajetória de  $i$  a  $f$  é a soma dos trabalhos individuais  $\Delta W$ ,

$$\Delta W = \sum F \Delta x.$$

Se  $\Delta x \rightarrow 0$  podemos aproximar a área abaixo da curva como se fosse a soma dos retângulos, portanto

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx.$$



Força em função da posição.

## Função horária da posição à partir da velocidade

Da definição de velocidade instantânea temos  $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ . Integrando os dois lados da equação chegamos a

$$\int_{t_0}^t v(t) dt = \int_{t_0}^t \frac{dx(t)}{dt} dt.$$

onde podemos usar a substituição infinitesimal  $dx = \frac{dx}{dt} dt$ ,

$$\int_{t_0}^t v(t) dt = \int_{x_0}^x dx,$$

$$\int_{t_0}^t v(t) dt = x|_{x_0}^x,$$
$$\int_{t_0}^t v(t) dt = x(t) - x_0.$$

Se a velocidade for constante e  $t_0 = 0$  s teremos a função horária da posição.

### Função horária da posição ( $v = \text{cte}$ )

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}t.$$

## Aceleração média

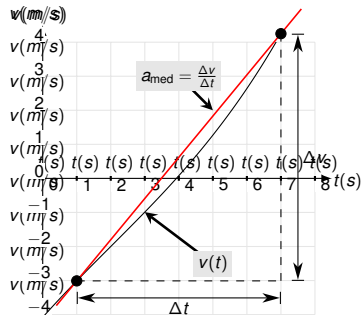
De maneira semelhante a velocidade média, definimos aceleração média como razão entre a variação da velocidade  $\Delta \vec{v}$  no intervalo de tempo  $\Delta t$ ,

$$\vec{a}_{\text{médio}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Assim como a velocidade a aceleração média é uma grandeza vetorial e depende da orientação.

### Corollary

*A unidade de medida da aceleração no SI é metro por segundo ao quadrado ( $m/s^2$ ).*



Cálculo de  $a_{\text{medio}}$  a partir de  $v(t)$ .

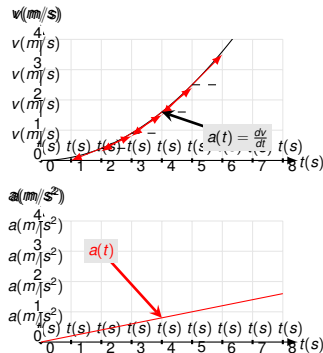
## Aceleração instantânea

Assim como no caso anterior, podemos determinar a aceleração instantânea a partir da aceleração média reduzindo o intervalo de tempo  $\Delta t$  a um valor infinitesimal,  $\Delta t \rightarrow 0$ ,

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

### Corollary

*A aceleração instantânea é a taxa de variação da velocidade num determinado instante de tempo.*



Gráficos da velocidade e aceleração.

## Função horária da velocidade à partir da aceleração

Da definição de velocidade instantânea temos  $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$ . Integrando os dois lados da equação chegamos a

$$\int_{t_0}^t a(t) dt = \int_{t_0}^t \frac{dv}{dt} dt,$$

onde podemos usar a substituição infinitesimal  $dv = \frac{dv}{dt} dt$ ,

$$\int_{t_0}^t a(t) dt = \int_{v_0}^v dv,$$

$$\int_{t_0}^t a(t) dt = v|_{v_0}^v,$$
$$\int_{t_0}^t a(t) dt = v(t) - v_0.$$

Se a aceleração for constante e  $t_0 = 0$  s teremos a função horária da posição.

### Função horária da velocidade se $a=cte$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

## Função horária da posição à partir da aceleração

Se  $a = \text{cte}$ , definimos a função horária da velocidade como  $v(t) = v_0 + at$ . Integrando novamente teremos

$$\int_{t_0}^t v(t) dt = \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt.$$

Temos do resultado anterior que  $\int_{t_0}^t v(t) dt = \Delta x$ , portanto

$$\Delta x = \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt.$$

Integrando o lado direito e considerando que a aceleração é constante teremos

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

Considerando  $t_0 = 0$  s teremos a função horária da posição.

### Função horária da posição se $a = \text{cte}$

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2.$$

## Equação de Torricelli

Considerando as funções horárias da posição  $x(t)$  e da velocidade  $v(t)$  podemos combiná-las de modo a eliminar a variável tempo. Primeiramente isolamos  $t$  em  $v(t)$ ,

$$v = v_0 + at,$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}.$$

Substituindo em  $x(t)$  temos

$$x = x_0 + v_0 \left( \frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left( \frac{v - v_0}{a} \right)^2,$$

$$x = x_0 + \frac{v_0 (v - v_0)}{a} + \frac{\cancel{a} (v - v_0)^2}{2\cancel{a}^2},$$

$$x = x_0 + \cancel{\frac{v_0 v}{a}} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v^2}{2a} - \cancel{\frac{v_0 v}{a}} + \frac{v_0^2}{2a}.$$

Somando os termos remanescentes, temos como opção

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x.$$

## Forma alternativa da função horária da posição

Podemos também eliminar  $v_0$  em  $v(t)$ ,

$$v_0 = v - at.$$

Substituindo em  $x(t)$  temos

$$x = x_0 + vt - at^2 + \frac{1}{2}at^2.$$

Resultando em

$$x(t) = x_0 + vt - \frac{1}{2}at^2.$$

Equações com aceleração constante.

Equação	Variável que falta
$v = v_0 + at$	$\Delta x$
$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$v$
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	$t$
$\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	$a$
$\Delta x = vt - \frac{1}{2}at^2$	$v_0$



## Transformar um número em notação científica

### Corollary

*Passo 1: Escrever o número incluindo a vírgula.*

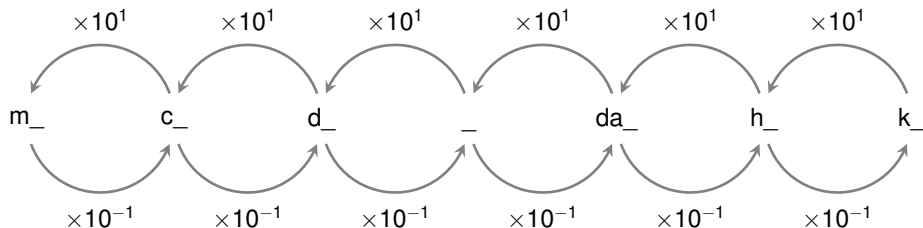
*Passo 2: Andar com a vírgula até que reste somente um número diferente de zero no lado esquerdo.*

*Passo 3: Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar" com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.*

### Exemplo

$$6\,590\,000\,000\,000\,000,0 = 6,59 \times 10^{15}$$

## Conversão de unidades em uma dimensão

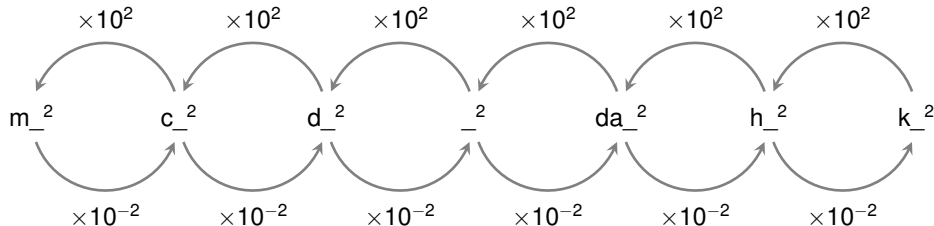


$$1 \text{ mm} = 1 \times 10^{(-1) \times 2} \text{ dm} \rightarrow 1 \times 10^{-2} \text{ dm}$$

$$2,5 \text{ kg} = 2,5 \times 10^{(1) \times 6} \text{ mg} \rightarrow 2,5 \times 10^6 \text{ mg}$$

$$10 \text{ ms} = 10 \times 10^{(-1) \times 3} \text{ s} \rightarrow 10 \times 10^{-3} \text{ s}$$

## Conversão de unidades em duas dimensões

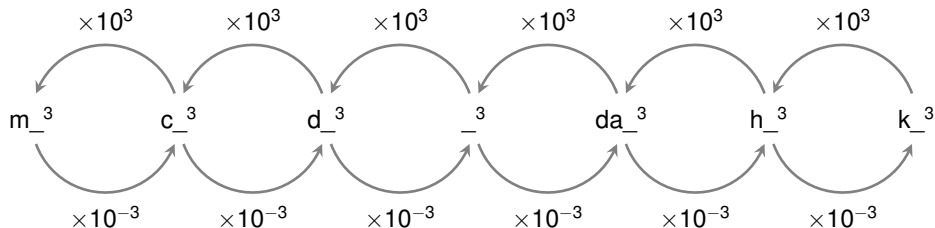


$$1 \text{ mm}^2 = 1 \times 10^{(-2) \times 2} \text{ dm}^2 \rightarrow 1 \times 10^{-4} \text{ dm}^2$$

$$2,5 \text{ m}^2 = 2,5 \times 10^{(2) \times 3} \text{ mm}^2 \rightarrow 2,5 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$10 \text{ ms}^2 = 10 \times 10^{(-2) \times 3} \text{ s}^2 \rightarrow 10 \times 10^{-6} \text{ s}^2$$

## Conversão de unidades em três dimensões



$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times 10^{(-3) \times 2} \text{ dm}^3 \rightarrow 1 \times 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$2,5 \text{ m}^3 = 2,5 \times 10^{(3) \times 3} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^9 \text{ mm}^3$$

$$2,5 \text{ km}^3 = 2,5 \times 10^{(3) \times 6} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{18} \text{ mm}^3$$

## Alfabeto grego

Alfa	$A$	$\alpha$	Ni	$N$	$\nu$
Beta	$B$	$\beta$	Csi	$\Xi$	$\xi$
Gama	$\Gamma$	$\gamma$	ômicon	$O$	$o$
Delta	$\Delta$	$\delta$	Pi	$\Pi$	$\pi$
Epsílon	$E$	$\epsilon, \varepsilon$	Rô	$P$	$\rho$
Zeta	$Z$	$\zeta$	Sigma	$\Sigma$	$\sigma$
Eta	$H$	$\eta$	Tau	$T$	$\tau$
Teta	$\Theta$	$\theta$	Ípsilon	$\Upsilon$	$v$
Iota	$I$	$\iota$	Fi	$\Phi$	$\phi, \varphi$
Capa	$K$	$\kappa$	Qui	$X$	$\chi$
Lambda	$\Lambda$	$\lambda$	Psi	$\Psi$	$\psi$
Mi	$M$	$\mu$	Ômega	$\Omega$	$\omega$

## Observações<sup>1</sup>

Esta apresentação está disponível para download no endereço  
<https://flavianowilliams.github.io/education>

---

<sup>1</sup>Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

## Referências

 D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Mecânica, v.1, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)