Hidrostática

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

28 de Fevereiro de 2020

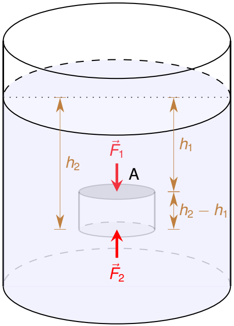
Sumário

1. Lei de Stevin
2. Princípio de Pascal
3. Princípio de Arquimedes
4. Apêndice

Cálculo da pressão no interior de um fluido

Supondo um cilindro totalmente imerso e imóvel no interior de um fluido como mostra a figura ao lado, verificamos que

- O peso do cilindro aplica uma força puxando-o para baixo;
- O fluido pressiona as paredes do cilindro no intuito de espremê-lo de fora para dentro;
- A somatória da pressão na base produz uma força que empurra o cilindro para cima;
- A somatória da pressão no topo produz uma força que empurra o cilindro para baixo;



Forças atuando acima e abaixo do objeto submerso num fluido em repouso.

Variação da pressão com altitude e profundidade

Pela relação da pressão p e força F, $p = \frac{F}{A}$, temos

$$F = (p) \times (A),$$

portanto

$$F_1 = p_1 A,$$
$$F_2 = p_2 A.$$

Se o cilindro está em repouso, pela segunda Lei de Newton a força resultante deve ser zero, portanto

$$F_2 = F_1 + P.$$

Pela definição de densidade, $m = \rho V$, e sabendo que o volume do cilindro é a base A vezes a altura h temos

$$p_2 \cancel{A} = p_1 \cancel{A} + \rho g h \cancel{A},$$
$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho g h.}$$

Variação da pressão com a profundidade

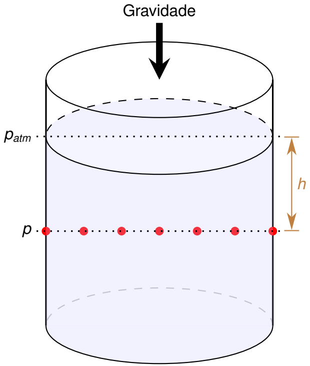
Lei de Stevin

Se a superfície de um fluido, cuja densidade é ρ, está submetida a uma pressão p_{atm}, a pressão p, no interior desse líquido, a uma profundidade h, é dada por

$$p = p_{atm} + \rho g h$$

Corollary

A força da gravidade puxa o fluido para baixo causando uma pressão na base e nas paredes do recipiente.

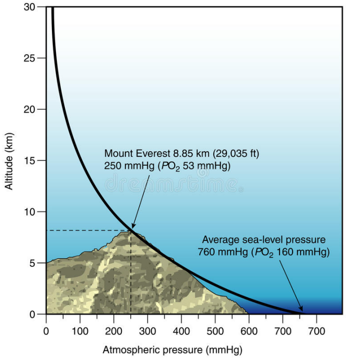


Pressão em função da profundidade h.

Variação da pressão com a altitude

Corollary

Para baixas altitudes ou profundidade a força da gravidade é praticamente constante, portanto a Lei de Stevin pode ser aplicada, mas para altas altitudes a força da gravidade diminui de modo que a pressão do ar varia de maneira praticamente exponencial com a altura.



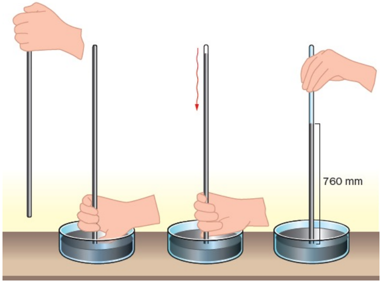
Variação da pressão com a altitude.

Experiência de Torricelli

Coloca-se mercúrio cuja densidade é conhecida num tubo fino e vira-o de cabeça para baixo. O líquido irá descer e irá preencher o recipiente da parte de baixo. A parte de cima como estava fechada não entrou ar e com a descida do líquido criou-se um vácuo, portanto a pressão da parte de cima será zero. Pela Lei de Stevin temos que a pressão da parte de baixo é dado por

$$p_{atm} = \rho g h,$$

onde h é a coluna de mercúrio (se for medido ao nível do mar h=760mm).

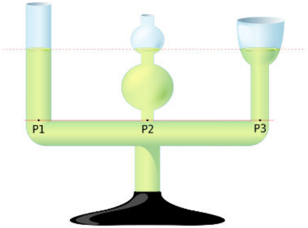


Representação da experiência de Torricelli.

Vasos comunicantes

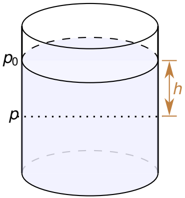
Corollary

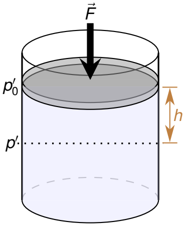
Pela Lei de Stevin a variação da pressão em um fluido homogêneo ($\rho =$ constante) somente depende da profundidade do fluido e independe da posição do líquido ao longo da horizontal, portanto é esperado que a pressão seja a mesma para cada altura independente do recipiente que está contido o fluido.



Pressão do fluido em diferentes recipientes (O líquido atinge a mesma altura independente do recipiente).

Variação da pressão na superfície do recipiente





Pela Lei de Stevin a pressão nos pontos 1 e 2 equivale a

$$p = p_0 + \rho g h.$$

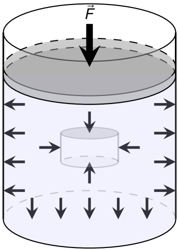
Pela Lei de Stevin a pressão nos pontos 1 e 2 equivale a

$$p' = p'_0 + \rho g h.$$

Variação da pressão ao longo das paredes do recipiente

Caculando o quanto a pressão na posição 1 aumenta temos

$$\Delta p = p' - p,$$
$$\Delta p = (p_0' + \rho g h) - (p_0 + \rho g h),$$
$$\Delta p = p_0' + \cancel{\rho g h} - p_0 - \cancel{\rho g h},$$
$$\boxed{\Delta p = \Delta p_0.}$$



Corollary

O acréscimo de pressão, em um ponto de um líquido em equilíbrio, transmite-se integralmente a todos os pontos desse líquido.

Máquinas hidráulicas

Pela definição de pressão podemos dizer que o aumento de pressão no pistão 1 é dado por

$$\Delta p_1 = \frac{F_1}{A_1}.$$

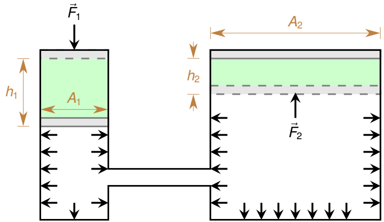
Pelo princípio de Pascal esse aumento será o mesmo no pistao 2, pois $\Delta p_1 = \Delta p_2$.

Princípio de Pascal

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}.$$

Corollary

O volume deslocado em um pistão é o mesmo deslocado em outro pistão.



Prensa hidráulica

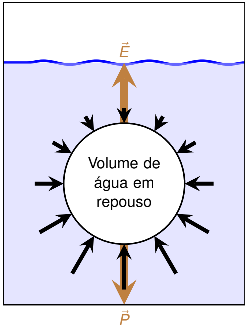
O que é empuxo?

Corollary

A somatória de todas as forças que o fluido atua nas paredes de um objeto imerso em um fluido é igual a força resultante que atua para cima no intuito de subir o objeto;

Se a força resultante $\vec{E}$ for de mesma intensidade da força peso $\vec{P}$ do volume do fluido deslocado, essa força é chamada de empuxo;

Se o empuxo for maior que a força peso o objeto flutua, e se for menor o objeto afunda.



Representação de empuxo como o peso da água deslocada.

Relação entre a densidade do fluido, do objeto e o princípio de Arquimedes

Pela definição de empuxo E podemos dizer que

$$E = m_{fluido} g,$$

mas pela definição de densidade temos $m_{fluido} = \rho_{fluido} V$, portanto

$$E = \rho_{fluido} V g$$

O peso P do objeto mergulhado no fluido é dado por $P = m_{obj} g$, portanto se o empuxo for igual ao peso do objeto temos

$$m_{obj} g = \rho_{fluido} V g,$$
$$\rho_{obj} \cancel{Vg} = \rho_{fluido} \cancel{Vg}.$$

Corollary

Se $\rho_{fluido} < \rho_{obj}$, o corpo afundará;

Se $\rho_{fluido} = \rho_{obj}$, o corpo ficará em equilíbrio;

Se $\rho_{fluido} > \rho_{obj}$, o corpo irá flutuar na superfície;

Transformar um número em notação científica

Corollary

Passo 1: Escrever o número incluindo a vírgula.

Passo 2: Andar com a vírgula até que somente reste um número diferente de zero no lado esquerdo.

Passo 3: Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar"com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.

Exemplo

$$6\ 590\ 000\ 000\ 000\ 000,0 = 6{,}59 \times 10^{15}$$

Conversão de unidades em uma dimensão

$$
\begin{tikzcd}[column sep=large]
\text{m\_} \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \text{c\_} \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \text{d\_} \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \text{\_} \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \text{da\_} \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \text{h\_} \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \text{k\_} \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"']
\end{tikzcd}
$$

$$1 \text{ mm} = 1 \times 10^{(-1)\times \color{red}{2}} \text{ dm} \rightarrow 1 \times 10^{-2} \text{ dm}$$

$$2,5 \text{ kg} = 2,5 \times 10^{(1)\times \color{red}{6}} \text{ mg} \rightarrow 2,5 \times 10^{6} \text{ mg}$$

$$10 \text{ ms} = 10 \times 10^{(-1)\times \color{red}{3}} \text{ s} \rightarrow 10 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Conversão de unidades em duas dimensões

$$
\begin{tikzcd}
m\_^2 \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & c\_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^2"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & d\_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^2"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & \_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^2"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & da\_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^2"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & h\_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^2"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & k\_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^2"']
\end{tikzcd}
$$

$$1 \text{ mm}^2 = 1 \times 10^{(-2)\times 2} \text{ dm}^2 \rightarrow 1 \times 10^{-4} \text{ dm}^2$$

$$2,5 \text{ m}^2 = 2,5 \times 10^{(2)\times 3} \text{ mm}^2 \rightarrow 2,5 \times 10^{6} \text{ mm}^2$$

$$10 \text{ ms}^2 = 10 \times 10^{(-2)\times 3} \text{ s}^2 \rightarrow 10 \times 10^{-6} \text{ s}^2$$

Conversão de unidades em três dimensões

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge] m\_^3 \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & c\_^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & d\_^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \_^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & da\_^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & h\_^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & k\_^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \end{tikzcd}$$

$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times 10^{{\color{red}2}\times(-3)} \text{ dm}^3 \rightarrow 1 \times 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$2,5 \text{ m}^3 = 2,5 \times 10^{{\color{red}3}\times(3)} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{9} \text{ mm}^3$$

$$2,5 \text{ km}^3 = 2,5 \times 10^{{\color{red}6}\times(3)} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{18} \text{ mm}^3$$

Alfabeto grego

Alfa	A	α	Ni	N	ν
Beta	B	β	Csi	Ξ	ξ
Gama	Γ	γ	ômicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsílon	E	ϵ,ε	Rô	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Teta	Θ	θ	Ípsilon	Υ	υ
Iota	I	ι	Fi	Φ	ϕ,φ
Capa	K	κ	Qui	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mi	M	μ	Ômega	Ω	ω

Referências e observações[1]

A. Máximo, B. Alvarenga, C. Guimarães, Física. Contexto e aplicações, v.1, 2.ed., São Paulo, Scipione (2016)

[1] Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.