

# Indução eletromagnética

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná  
Campus Irati

11 de Abril de 2021

# Sumário

**1 Lei de Faraday-Lenz**

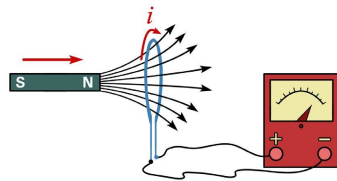
**2 Indutância**

**3 Apêndice**

## Resultado experimental

A figura mostra uma espira de material condutor ligada a um amperímetro. Como não existe bateria, não deveria haver corrente. Entretanto, quando aproximamos da espira um ímã, o amperímetro indica a passagem de corrente no fio.

- ✓ A corrente é observada somente se existe movimento relativo entre a espira e o ímã;
- ✓ Quanto mais rápido o movimento, maior a corrente.
- ✓ O sentido da corrente depende se aproximamos ou afastamos o ímã da espira e também do sentido das linhas de campo magnético do ímã que atravessa a espira.



Amperímetro revelando a existência de corrente na espira quando o ímã está em movimento em relação a espira.

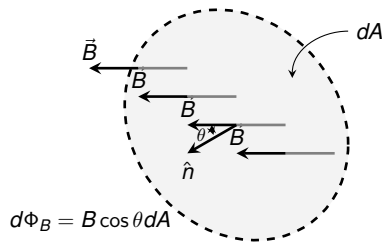
## Definição de fluxo magnético

Considere uma pequena área  $dA$ , o fluxo das linhas de campo magnético que atravessam essa área é dado por

$$d\Phi_B = B \cos \theta dA.$$

Somando todas as contribuições do fluxo  $d\Phi$  de cada parte  $dA$  que pertence a área  $A$  inserida no interior de uma espira temos o fluxo magnético total  $\Phi$  de  $\vec{B}$  que atravessa a espira,

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \hat{n} dA.$$



Fluxo magnético do campo  $\vec{B}$  que atravessa a área  $dA$ .  $\theta$  é o ângulo entre  $\vec{B}$  e o versor normal  $\hat{n}$  da superfície.

## Lei de Faraday

Baseado na observação experimental, podemos concluir que se houver uma variação do fluxo (**que pode ser definido por uma derivada temporal**) do campo magnético que atravessa uma espira fechada, essa variação irá produzir uma f.e.m. induzida  $\varepsilon$  ao longo da espira, ou seja,

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt},$$

No caso de uma bobina contendo  $N$  espiras, podemos somar a variação do fluxo em cada espira, o que resulta na expressão

$$\varepsilon = N \frac{d\Phi}{dt}.$$

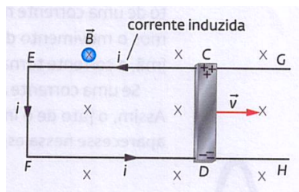
No SI a unidade de medida de fluxo magnético é Tesla-metro quadrado ou Weber (Wb).

### Corollary

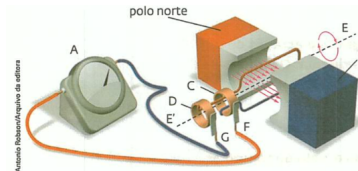
*O módulo da força eletromotriz induzida em uma espira condutora é igual à taxa de variação temporal do fluxo magnético que atravessa a espira.*

## Maneiras de como variar o fluxo magnético no tempo

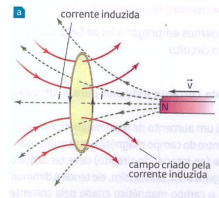
Pela definição de fluxo magnético, podemos perceber que o fluxo pode variar de três maneiras distintas, variando no tempo o campo magnético  $\vec{B}$ , a área da espira ou o ângulo entre  $\vec{B}$  e o vetor normal da espira.



Variação de  $A$  no tempo.



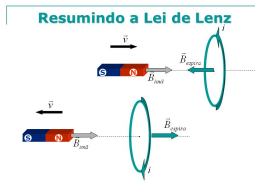
Variação de  $\theta$  no tempo.



Variação de  $B$  no tempo.

## Sentido da corrente induzida em relação a variação do fluxo

No caso do ímã, aproximando a parte norte na espira, se a corrente tiver sentido oposto ao previsto, pela lei de Ampère criaria um campo magnético induzido no mesmo sentido do campo do ímã. Isso atrairia o ímã para dentro da espira aumentando a sua energia cinética, e ao mesmo tempo produziria calor por efeito Joule, o que violaria a **lei da conservação da energia**.



Resumo da lei de Lenz.

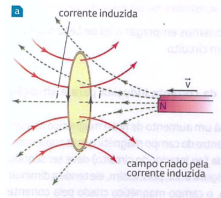
### Corollary

*A conservação da energia exige que a energia cinética dissipada pela corrente por efeito Joule se obtenha a custa de uma redução da energia cinética do ímã.*

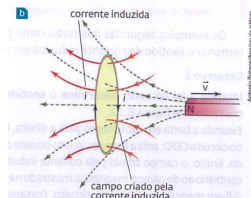
## Lei de Lenz e o significado físico do sentido da corrente

### Lei de Lenz

A corrente induzida em um circuito aparece sempre com um sentido tal que o campo magnético que ela cria tende a contrariar a variação do fluxo magnético que a originou.



$$\frac{d\Phi}{dt} > 0 \text{ no tempo.}$$



$$\frac{d\Phi}{dt} < 0 \text{ no tempo.}$$

### Lei de Faraday-Lenz

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\varepsilon$$

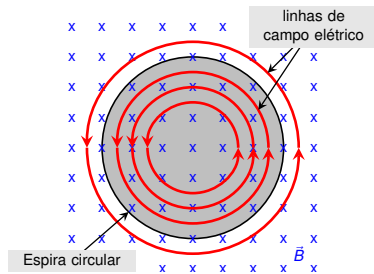


## Campo elétrico induzido

Pela definição de força eletromotriz sabemos que  $\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$ . Substituindo na definição da Lei de Faraday-Lenz,  $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ , temos

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

A equação acima nos diz que um campo magnético variável induz um campo elétrico circular.



Linhas de campo elétrico circular.

### Corollary

*Um campo magnético variável produz um campo elétrico circular.*

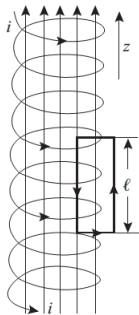
## Fluxo magnético no interior de um solenóide

Considere um solenóide infinito de área  $A$ , o fluxo magnético que atravessa cada espira do solenóide é dado por

$$\Phi_B = BA.$$

Pela lei de Ampere, determinamos o campo magnético  $\vec{B}$  induzido no interior de um solenóide de densidade  $n$  de espiras, dado por  $B = \mu_0 in$ . Substituindo temos

$$\Phi_B = \mu_0 inA.$$



Fluxo do campo magnético  $\Phi_B$  no interior de um solenóide.

## Indutância

Considere agora um segmento do solenóide que possui um comprimento  $l$ . O número de espiras desse segmento vale  $N = nl$ . O fluxo total do campo magnético no seu interior é a soma do fluxo que atravessa cada espira, ou seja,

$$N\Phi_B = (nl)\Phi_B,$$

$$N\Phi_B = (nl)(\mu_0 inA),$$

$$N\Phi_B = (\mu_0 n^2 l A) i.$$

O termo entre parênteses depende somente da geometria do solenóide, recebendo o nome de indutância  $L$ , onde a indutância por comprimento vale

$$\boxed{\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A.}$$

### Corollary

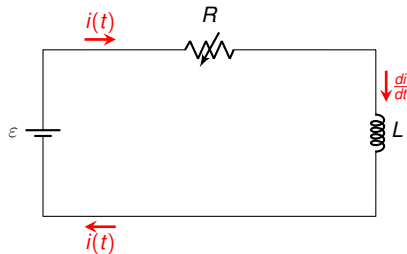
*A permeabilidade magnética pode ser representada em unidades de H/m.*

## Autoindução

Como foi mostrado, o fluxo que atravessa um segmento de um solenóide vale  $N\Phi_B = Li$ . Pela lei de Faraday-Lenz temos que a f.e.m. induzida ao longo do solenóide é dado por

$$\varepsilon_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt},$$

$$\boxed{\varepsilon_L = -L \frac{di}{dt}}.$$



Circuito RL contendo resistência variável.

### Corollary

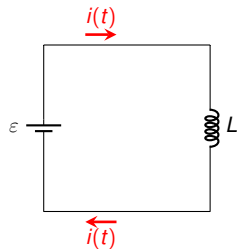
*Uma f.e.m. irá aparecer no indutor se houver uma variação da corrente nele.*

## Conservação da energia em um circuito contendo um indutor

Considere um circuito contendo um gerador de corrente alternada e um indutor com indutância  $L$ . Sabemos que o gerador terá uma potência elétrica dado por  $\frac{dW}{dt} = \varepsilon i$ , onde  $\varepsilon$  é a f.e.m. associada ao gerador. Por conservação de energia, poderemos dizer que neste caso a energia fornecida a cada intervalo de tempo será convertida em energia magnética no indutor, onde pela lei de Faraday-Lenz teremos

$$\varepsilon i = \varepsilon_L i = -i \frac{d\Phi_B}{dt},$$

onde  $\varepsilon_L$  é a f.e.m. induzida no solenóide.



Circuito contendo indutor  $L$ .

## Energia armazenada em um campo magnético

Integrando  $\frac{dW}{dt} = \varepsilon i$  teremos

$$W = -\Delta U = - \int_0^t \left( -i \frac{d\Phi_B}{dt} \right) dt,$$
$$\Delta U = \int_0^t Li \frac{di}{dt} dt.$$

Sabendo que  $di = \frac{di}{dt} dt$  e considerando que a energia magnética no indutor em  $t=0$  é zero, teremos

$$U(I) = L \int_0^I i di,$$

$$U(I) = \frac{1}{2} LI^2.$$

### Corollary

*A energia armazenada em um indutor dependerá da corrente  $I$  e da sua indutância.*

## Densidade de energia de um campo magnético

No solenóide temos  $L = \mu_0 l n^2 A$ . Substituindo na expressão anterior teremos

$$U = \frac{1}{2}(\mu_0 n^2 l i^2 A),$$
$$U = \frac{1}{2\mu_0}(\mu_0 n i)^2 A l$$

O termo entre parêntesis corresponde ao campo  $\vec{B}$  no interior do solenóide e

$V = Al$  o seu volume. Portanto

$$U = \frac{1}{2\mu_0} B^2 V$$

Dividindo pelo volume temos a densidade de energia magnética no indutor,

$$\boxed{\frac{U}{V} = u = \frac{1}{2\mu_0} B^2.}$$

### Corollary

*A densidade de energia magnética aumenta com o quadrado do campo magnético.*

## Observações<sup>1</sup>





Esta apresentação está disponível para download no endereço  
<https://flavianowilliams.github.io/education>

---

<sup>1</sup> Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.



## Referências

-  D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Eletromagnetismo, v.3, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)
-  R. D. Knight, Física: Uma abordagem estratégica, v.3, 2nd ed., Porto Alegre, Bookman (2009)
-  H. M. Nussenzveig, Curso de física básica. Eletromagnetismo, v.1, 5. ed., São Paulo, Blucher (2014)
-  <https://pt.m.wikipedia.org/wiki/>