

Movimento em uma dimensão

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

9 de Fevereiro de 2022

Sumário

- 1 **Posição e deslocamento**
- 2 **Velocidade**
- 3 **Aceleração**
- 4 **Apêndice**

O movimento

- ✓ O movimento retilíneo se dá ao longo de uma reta (vertical, horizontal e inclinada);
- ✓ Todo movimento deve ser analisado a partir de um referencial, por exemplo, um automóvel pode adquirir movimentos diferentes se o referencial for uma pessoa ao lado de um poste ou dentro de outro automóvel;
- ✓ Se o objeto não for uma partícula, todas as partes desse objeto se movem na mesma direção e com a mesma velocidade.

Corollary

A cinemática se preocupa em analisar e classificar o movimento dos objetos, mas sem se preocupar com a causa desse movimento.

Vetor posição e deslocamento

Posição

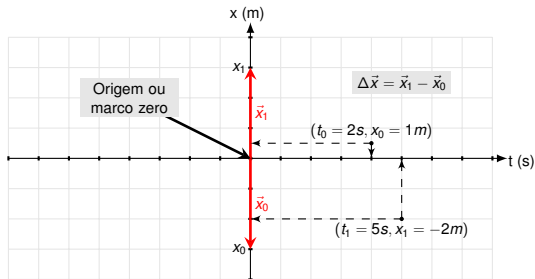
Localização de um objeto no espaço, plano ou uma reta,

$$\vec{r} \equiv \vec{x}.$$

Deslocamento

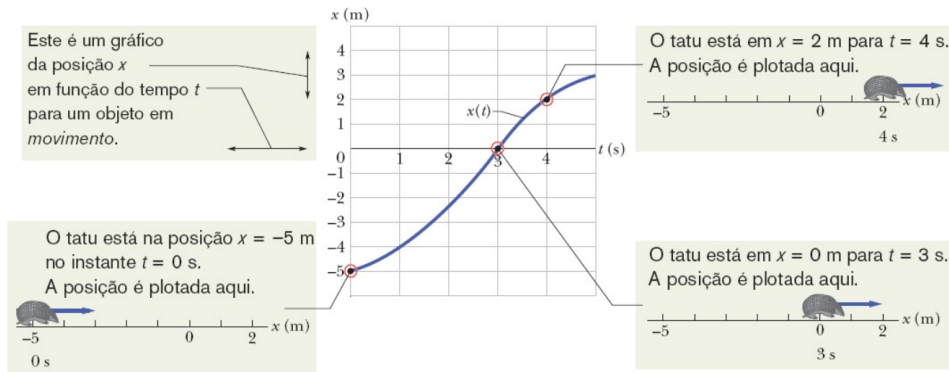
A uma mudança da posição x_0 para x_1 é associado um deslocamento Δx ,

$$\Delta \vec{x} = \vec{x}_1 - \vec{x}_0.$$



Representação de um movimento no eixo x.

Posição como função do tempo



Posição de um tatu no decorrer do tempo [1].

Velocidade escalar média

Usa-se a idéia de velocidade para expressar a rapidez do movimento de um objeto. Se quisermos determinar a rapidez de um objeto em percorrer uma certa distância em um intervalo de tempo Δt , usamos o conceito de velocidade escalar média,

$$s_{\text{médio}} = \frac{\text{distância percorrida}}{\Delta t}.$$



Trajetórias e distâncias percorridas diferentes para chegar na mesma posição.

Corollary

A velocidade escalar média é uma grandeza escalar e ela é sempre positiva.

Velocidade média

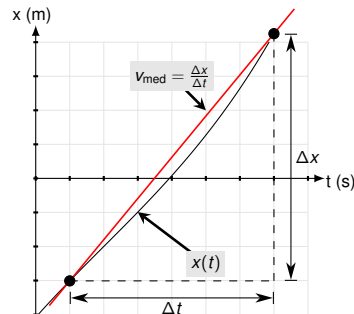
Outra maneira de expressar a rapidez de um movimento é através da velocidade média, que é a razão entre o deslocamento $\Delta \vec{x}$ e o intervalo de tempo Δt ,

$$\vec{v}_{\text{médio}} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}.$$

A velocidade média é uma grandeza vetorial e portanto depende da orientação.

Corollary

A unidade de medida da velocidade no SI é metro por segundo (m/s).



Cálculo da v_{med} a partir de $x(t)$.

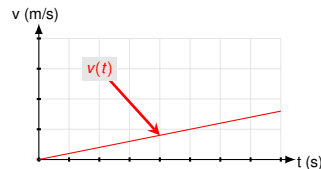
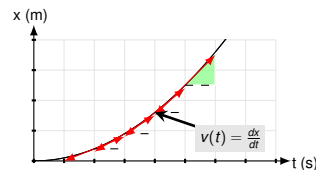
Velocidade instantânea

Caso a velocidade varie com o tempo, para determiná-la usamos o conceito de velocidade instantânea. A velocidade instantânea é obtida a partir da velocidade média reduzindo o intervalo de tempo Δt a um valor infinitesimal, $\Delta t \rightarrow 0$,

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}.$$

Corollary

A velocidade instantânea é a taxa de variação da posição em um determinado instante de tempo.



Gráficos da posição e velocidade.

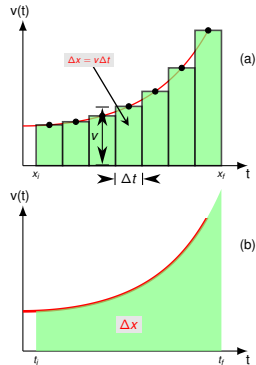
Deslocamento à partir da velocidade instantânea

Considere o intervalo entre t_i a t_f , separando-o em vários trechos Δt e multiplicando pela altura temos a área dos retângulos. Sabendo que a altura corresponde a velocidade em cada trecho temos o deslocamento Δx . Somando a área de todos os retângulos teremos

$$\Delta x = \sum v \Delta t.$$

Se $\Delta t \rightarrow 0$ a área dos retângulos se aproxima da área abaixo da curva, onde

$$\Delta x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum v \Delta t = \int_{t_i}^{t_f} v(t) dt.$$



Força em função da posição.

Função horária da posição à partir da velocidade

Da definição de velocidade instantânea temos $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$. Integrando os dois lados da equação chegamos a

$$\int_{t_0}^t v(t) dt = \int_{t_0}^t \frac{dx(t)}{dt} dt.$$

onde podemos usar a substituição infinitesimal $dx = \frac{dx}{dt} dt$,

$$\int_{t_0}^t v(t) dt = \int_{x_0}^x dx,$$

$$\int_{t_0}^t v(t) dt = x|_{x_0}^x,$$
$$\int_{t_0}^t v(t) dt = x(t) - x_0.$$

Se a velocidade for constante e $t_0 = 0$ s teremos a função horária da posição.

Função horária da posição ($v = \text{cte}$)

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}t.$$

Aceleração média

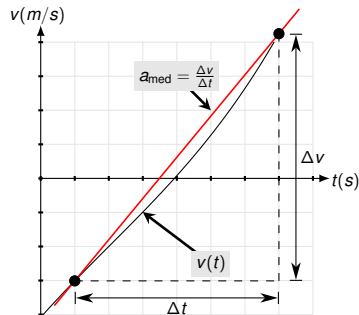
De maneira semelhante a velocidade média, definimos aceleração média como razão entre a variação da velocidade $\Delta \vec{v}$ no intervalo de tempo Δt ,

$$\vec{a}_{\text{médio}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

Assim como a velocidade a aceleração média é uma grandeza vetorial e depende da orientação.

Corollary

A unidade de medida da aceleração no SI é metro por segundo ao quadrado (m/s^2).



Cálculo de a_{medio} a partir de $v(t)$.

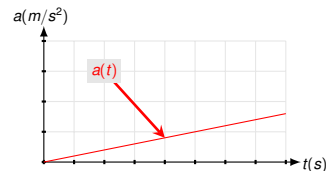
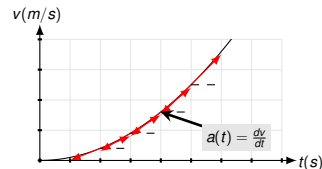
Aceleração instantânea

Assim como no caso anterior, podemos determinar a aceleração instantânea a partir da aceleração média reduzindo o intervalo de tempo Δt a um valor infinitesimal, $\Delta t \rightarrow 0$,

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Corollary

A aceleração instantânea é a taxa de variação da velocidade num determinado instante de tempo.



Gráficos da velocidade e aceleração.

Função horária da velocidade à partir da aceleração

Da definição de velocidade instantânea temos $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$. Integrando os dois lados da equação chegamos a

$$\int_{t_0}^t a(t) dt = \int_{t_0}^t \frac{dv}{dt} dt,$$

onde podemos usar a substituição infinitesimal $dv = \frac{dv}{dt} dt$,

$$\int_{t_0}^t a(t) dt = \int_{v_0}^v dv,$$

$$\int_{t_0}^t a(t) dt = v|_{v_0}^v,$$
$$\int_{t_0}^t a(t) dt = v(t) - v_0.$$

Se a aceleração for constante e $t_0 = 0$ s teremos a função horária da posição.

Função horária da velocidade se $a=cte$

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

Função horária da posição à partir da aceleração

Se $a = \text{cte}$, definimos a função horária da velocidade como $v(t) = v_0 + at$. Integrando novamente teremos

$$\int_{t_0}^t v(t) dt = \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt.$$

Temos do resultado anterior que $\int_{t_0}^t v(t) dt = \Delta x$, portanto

$$\Delta x = \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt.$$

Integrando o lado direito e considerando que a aceleração é constante teremos

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

Considerando $t_0 = 0$ s teremos a função horária da posição.

Função horária da posição se $a = \text{cte}$

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2.$$

Equação de Torricelli

Considerando as funções horárias da posição $x(t)$ e da velocidade $v(t)$ podemos combiná-las de modo a eliminar a variável tempo. Primeiramente isolamos t em $v(t)$,

$$v = v_0 + at,$$

$$t = \frac{v - v_0}{a}.$$

Substituindo em $x(t)$ temos

$$x = x_0 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{1}{2} a \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2,$$

$$x = x_0 + \frac{v_0 (v - v_0)}{a} + \frac{\cancel{a} (v - v_0)^2}{2\cancel{a}^2},$$

$$x = x_0 + \frac{\cancel{v_0} v}{\cancel{a}} - \frac{v_0^2}{a} + \frac{v^2}{2a} - \frac{\cancel{v_0} v}{\cancel{a}} + \frac{v_0^2}{2a}.$$

Somando os termos remanescentes, temos como opção

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x.$$

Forma alternativa da função horária da posição

Podemos também eliminar v_0 em $v(t)$,

$$v_0 = v - at.$$

Substituindo em $x(t)$ temos

$$x = x_0 + vt - at^2 + \frac{1}{2}at^2.$$

Resultando em

$$x(t) = x_0 + vt - \frac{1}{2}at^2.$$

Equações com aceleração constante.

Equação	Variável que falta
$v = v_0 + at$	Δx
$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	v
$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	t
$\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	a
$\Delta x = vt - \frac{1}{2}at^2$	v_0

Transformar um número em notação científica

Corollary

Passo 1: Escrever o número incluindo a vírgula.

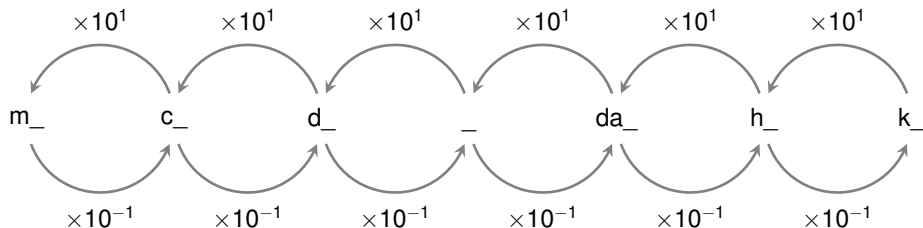
Passo 2: Andar com a vírgula até que reste somente um número diferente de zero no lado esquerdo.

Passo 3: Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar" com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.

Exemplo

$$6\,590\,000\,000\,000\,000,0 = 6,59 \times 10^{15}$$

Conversão de unidades em uma dimensão

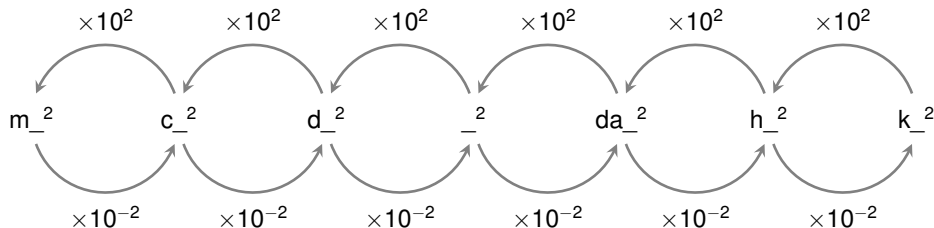


$$1 \text{ mm} = 1 \times 10^{(-1) \times 2} \text{ dm} \rightarrow 1 \times 10^{-2} \text{ dm}$$

$$2,5 \text{ kg} = 2,5 \times 10^{(1) \times 6} \text{ mg} \rightarrow 2,5 \times 10^6 \text{ mg}$$

$$10 \text{ ms} = 10 \times 10^{(-1) \times 3} \text{ s} \rightarrow 10 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Conversão de unidades em duas dimensões

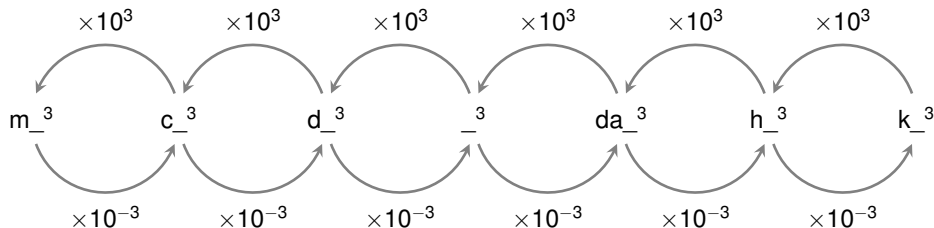


$$1 \text{ mm}^2 = 1 \times 10^{(-2) \times 2} \text{ dm}^2 \rightarrow 1 \times 10^{-4} \text{ dm}^2$$

$$2,5 \text{ m}^2 = 2,5 \times 10^{(2) \times 3} \text{ mm}^2 \rightarrow 2,5 \times 10^6 \text{ mm}^2$$

$$10 \text{ ms}^2 = 10 \times 10^{(-2) \times 3} \text{ s}^2 \rightarrow 10 \times 10^{-6} \text{ s}^2$$

Conversão de unidades em três dimensões



$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times 10^{(-3) \times 2} \text{ dm}^3 \rightarrow 1 \times 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$2,5 \text{ m}^3 = 2,5 \times 10^{(3) \times 3} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^9 \text{ mm}^3$$

$$2,5 \text{ km}^3 = 2,5 \times 10^{(3) \times 6} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{18} \text{ mm}^3$$

Alfabeto grego

Alfa	A	α	Ni	N	ν
Beta	B	β	Csi	Ξ	ξ
Gama	Γ	γ	ômicon	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsílon	E	ϵ, ε	Rô	P	ρ
Zeta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Eta	H	η	Tau	T	τ
Teta	Θ	θ	Ípsilon	Υ	v
Iota	I	ι	Fi	Φ	ϕ, φ
Capa	K	κ	Qui	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mi	M	μ	Ômega	Ω	ω

Observações¹

Esta apresentação está disponível para download no endereço
<https://flavianowilliams.github.io/education>

¹Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

Referências

 D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Mecânica, v.1, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)