Hidrostática

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

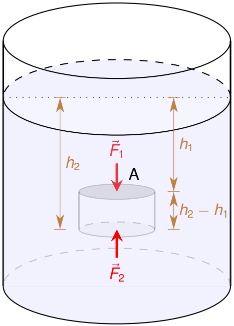
18 de Outubro de 2020

Sumário

Cálculo da pressão no interior de um fluido

Supondo um cilindro totalmente imerso e imóvel no interior de um fluido como mostra a figura ao lado, verificamos que

- O peso do cilindro aplica uma força puxando-o para baixo;
- O fluido pressiona as paredes do cilindro no intuito de espremê-lo de fora para dentro;
- A somatória da pressão na base produz uma força que empurra o cilindro para cima;
- A somatória da pressão no topo produz uma força que empurra o cilindro para baixo;



Forças atuando acima e abaixo do objeto submerso num fluido em repouso.

Variação da pressão com altitude e profundidade

Pela relação da pressão p e força F, $p = \frac{F}{A}$, temos

$$F = (p) \times (A),$$

portanto

$$F_1 = p_1 A,$$
$$F_2 = p_2 A.$$

Se o cilindro está em repouso, pela segunda Lei de Newton a força resultante deve ser zero, portanto

$$F_2 = F_1 + P.$$

Pela definição de densidade, $m = \rho V$, e sabendo que o volume do cilindro é a base A vezes a altura h temos

$$p_2 \cancel{A} = p_1 \cancel{A} + \rho g h \cancel{A},$$
$$\boxed{p_2 = p_1 + \rho g h.}$$

Variação da pressão com a profundidade

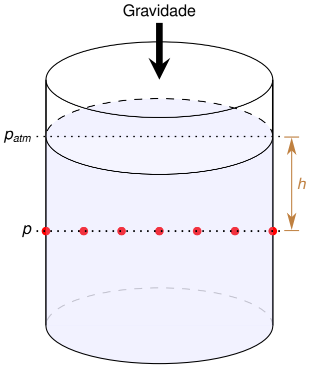
Lei de Stevin

Se a superfície de um fluido, cuja densidade é ρ, está submetida a uma pressão p_{atm}, a pressão p, no interior desse líquido, a uma profundidade h, é dada por

$$p = p_{atm} + \rho g h$$

Corollary

A força da gravidade puxa o fluido para baixo causando uma pressão na base e nas paredes do recipiente.

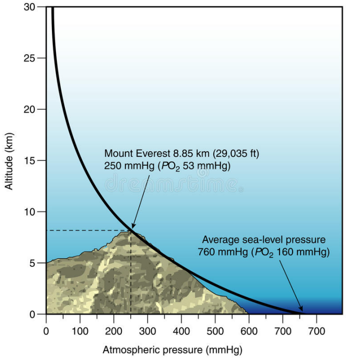


Pressão em função da profundidade h.

Variação da pressão com a altitude

Corollary

Para baixas altitudes ou profundidade a força da gravidade é praticamente constante, portanto a Lei de Stevin pode ser aplicada, mas para altas altitudes a força da gravidade diminui de modo que a pressão do ar varia de maneira praticamente exponencial com a altura.



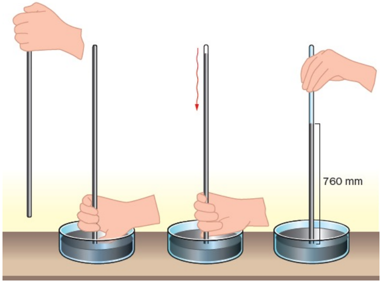
Variação da pressão com a altitude.

Experiência de Torricelli

Coloca-se mercúrio cuja densidade é conhecida num tubo fino e vira-o de cabeça para baixo. O líquido irá descer e irá preencher o recipiente da parte de baixo. A parte de cima como estava fechada não entrou ar e com a descida do líquido criou-se um vácuo, portanto a pressão da parte de cima será zero. Pela Lei de Stevin temos que a pressão da parte de baixo é dado por

$$p_{atm} = \rho g h,$$

onde h é a coluna de mercúrio (se for medido ao nível do mar h=760mm).

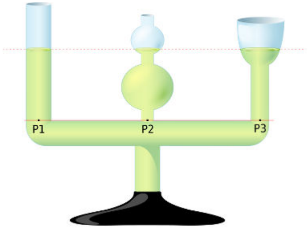


Representação da experiência de Torricelli.

Vasos comunicantes

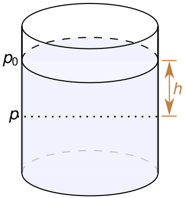
Corollary

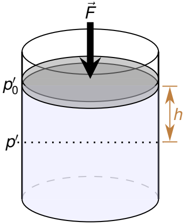
Pela Lei de Stevin a variação da pressão em um fluido homogêneo (ρ = constante) somente depende da profundidade do fluido e independe da posição do líquido ao longo da horizontal, portanto é esperado que a pressão seja a mesma para cada altura independente do recipiente que está contido o fluido.



Pressão do fluido em diferentes recipientes (O líquido atinge a mesma altura independente do recipiente).

Variação da pressão na superfície do recipiente





Pela Lei de Stevin a pressão nos pontos 1 e 2 equivale a

$$p = p_0 + \rho g h.$$

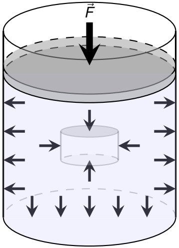
Pela Lei de Stevin a pressão nos pontos 1 e 2 equivale a

$$p' = p'_0 + \rho g h.$$

Variação da pressão ao longo das paredes do recipiente

Caculando o quanto a pressão na posição 1 aumenta temos

$$\Delta p = p' - p,$$
$$\Delta p = (p'_0 + \rho gh) - (p_0 + \rho gh),$$
$$\Delta p = p'_0 + \cancel{\rho gh} - p_0 - \cancel{\rho gh},$$
$$\boxed{\Delta p = \Delta p_0.}$$



Corollary

O acréscimo de pressão, em um ponto de um líquido em equilíbrio, transmite-se integralmente a todos os pontos desse líquido.

Máquinas hidráulicas

Pela definição de pressão podemos dizer que o aumento de pressão no pistão 1 é dado por

$$\Delta p_1 = \frac{F_1}{A_1}.$$

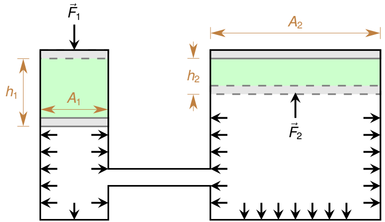
Pelo princípio de Pascal esse aumento será o mesmo no pistao 2, pois $\Delta p_1 = \Delta p_2$.

Princípio de Pascal

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}.$$

Corollary

O volume deslocado em um pistão é o mesmo deslocado em outro pistão.



Prensa hidráulica

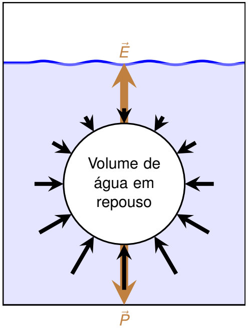
O que é empuxo?

Corollary

A somatória de todas as forças que o fluido atua nas paredes de um objeto imerso em um fluido é igual a força resultante que atua para cima no intuito de subir o objeto;

Se a força resultante $\vec{E}$ for de mesma intensidade da força peso $\vec{P}$ do volume do fluido deslocado, essa força é chamada de empuxo;

Se o empuxo for maior que a força peso o objeto flutua, e se for menor o objeto afunda.



Representação de empuxo como o peso da água deslocada.

Relação entre a densidade do fluido, do objeto e o princípio de Arquimedes

Pela definição de empuxo E podemos dizer que

$$E = m_{fluido} g,$$

mas pela definição de densidade temos $m_{fluido} = \rho_{fluido} V$, portanto

$$E = \rho_{fluido} V g$$

O peso P do objeto mergulhado no fluido é dado por $P = m_{obj} g$, portanto se o empuxo for igual ao peso do objeto temos

$$m_{obj} g = \rho_{fluido} V g,$$
$$\rho_{obj} \cancel{Vg} = \rho_{fluido} \cancel{Vg}.$$

Corollary

Se $\rho_{fluido} < \rho_{obj}$, o corpo afundará;

Se $\rho_{fluido} = \rho_{obj}$, o corpo ficará em equilíbrio;

Se $\rho_{fluido} > \rho_{obj}$, o corpo irá flutuar na superfície;

Transformar um número em notação científica

Corollary

Passo 1: Escrever o número incluindo a vírgula.

Passo 2: Andar com a vírgula até que somente reste um número diferente de zero no lado esquerdo.

Passo 3: Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar"com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.

Exemplo

$$6\ 590\ 000\ 000\ 000\ 000,0 = 6{,}59 \times 10^{15}$$

Conversão de unidades em uma dimensão

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge]
m_ \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & c_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & d_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & _ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & da_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & h_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & k_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"']
\end{tikzcd}$$

$$1 \text{ mm} = 1 \times 10^{(-1)\times 2} \text{ dm} \rightarrow 1 \times 10^{-2} \text{ dm}$$

$$2,5 \text{ kg} = 2,5 \times 10^{(1)\times 6} \text{ mg} \rightarrow 2,5 \times 10^{6} \text{ mg}$$

$$10 \text{ ms} = 10 \times 10^{(-1)\times 3} \text{ s} \rightarrow 10 \times 10^{-3} \text{ s}$$

Conversão de unidades em duas dimensões

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge]
\mathrm{m}_^2 \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & \mathrm{c}_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^{2}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & \mathrm{d}_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^{2}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & _^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^{2}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & \mathrm{da}_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^{2}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & \mathrm{h}_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^{2}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-2}"'] & \mathrm{k}_^2 \arrow[l, bend right, "\times 10^{2}"']
\end{tikzcd}$$

$$1\ \mathrm{mm}^2 = 1 \times 10^{(-2)\times\color{red}{2}}\ \mathrm{dm}^2 \rightarrow 1 \times 10^{-4}\ \mathrm{dm}^2$$

$$2,5\ \mathrm{m}^2 = 2,5 \times 10^{(2)\times\color{red}{3}}\ \mathrm{mm}^2 \rightarrow 2,5 \times 10^{6}\ \mathrm{mm}^2$$

$$10\ \mathrm{ms}^2 = 10 \times 10^{(-2)\times\color{red}{3}}\ \mathrm{s}^2 \rightarrow 10 \times 10^{-6}\ \mathrm{s}^2$$

Conversão de unidades em três dimensões

$$
\begin{tikzcd}[column sep=huge]
\text{m\_}^3 \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \text{c\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \text{d\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \text{\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \text{da\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \text{h\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \text{k\_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"']
\end{tikzcd}
$$

$$1 \text{ mm}^3 = 1 \times 10^{{\color{red}2}\times(-3)} \text{ dm}^3 \rightarrow 1 \times 10^{-6} \text{ dm}^3$$

$$2,5 \text{ m}^3 = 2,5 \times 10^{{\color{red}3}\times(3)} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{9} \text{ mm}^3$$

$$2,5 \text{ km}^3 = 2,5 \times 10^{{\color{red}6}\times(3)} \text{ mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{18} \text{ mm}^3$$

Alfabeto grego

Alfa	A	α
Beta	B	β
Gama	Γ	γ
Delta	Δ	δ
Epsílon	E	ϵ,ε
Zeta	Z	ζ
Eta	H	η
Teta	Θ	θ
Iota	I	ι
Capa	K	κ
Lambda	Λ	λ
Mi	M	μ
Ni	N	ν
Csi	Ξ	ξ
ômicron	O	o
Pi	Π	π
Rô	P	ρ
Sigma	Σ	σ
Tau	T	τ
Ípsilon	Υ	υ
Fi	Φ	ϕ,φ
Qui	X	χ
Psi	Ψ	ψ
Ômega	Ω	ω

Referências e observações[1]

A. Máximo, B. Alvarenga, C. Guimarães, Física. Contexto e aplicações, v.1, 2.ed., São Paulo, Scipione (2016)

Esta apresentação está disponível para download no endereço
https://flavianowilliams.github.io/teaching

[1] Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.