

# Trabalho e energia

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná  
Campus Irati

19 de fevereiro de 2022

# Sumário

## O que é energia

Todo fenômeno da natureza está associado a uma energia, onde à partir do trabalho podemos transformar um tipo de energia em outro tipo de energia.



Tipos de energia e suas relações com trabalho.

### Corollary

*No SI a unidade de medida de energia é Joule (J).*

## Energia cinética

- ✓ A energia cinética é a energia associada ao estado de movimento de um objeto;
- ✓ Quanto mais depressa o objeto se move, maior será a sua energia cinética.
- ✓ Como será mostrado mais a frente, para um objeto de massa  $m$  cuja velocidade  $\vec{v}$  é muito menor que a velocidade da luz, a energia cinética é dado por

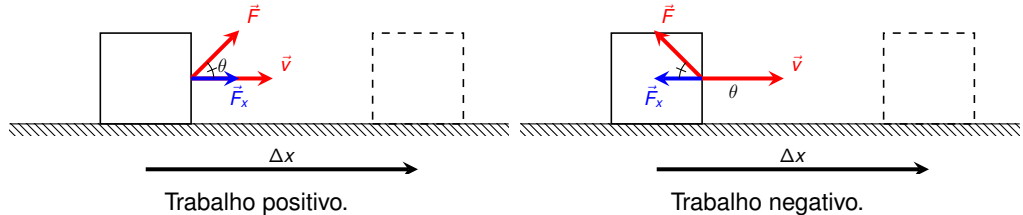
$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

### Corollary

$$1 \text{ J} = 1 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$$

## O que é trabalho

- ✓ Energia transferida para um objeto ou de um objeto por meio de uma força;
- ✓ Capacidade de transformar algum tipo de energia em energia de movimento;
- ✓ Para calcular o trabalho que uma força resultante realiza sobre um objeto quando este sofre um deslocamento usamos apenas a componente da força paralela ao deslocamento.



## Relação entre trabalho, força, deslocamento e energia cinética

Pela definição de trabalho podemos considerar que o trabalho  $W$  realizado por uma força resultante  $\vec{F}$  é igual a variação da energia cinética  $\Delta K$ , onde

$$W = \Delta K,$$

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2.$$

Se a força for constante, poderemos dizer que a aceleração também será constante.

Multiplicando ambos os lados da equação  $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$  por  $\frac{m}{2}$  teremos

$$\frac{m}{2}v_f^2 = \frac{m}{2}v_i^2 + \frac{m}{2}(2a\Delta x),$$
$$\frac{m}{2}v_f^2 - \frac{m}{2}v_i^2 = ma\Delta x.$$

mas  $\vec{F} = m\vec{a}$ , portanto

$$W = \Delta K = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x}.$$

### Corollary

*Trabalho é um grandeza escalar assim como a energia cinética.*

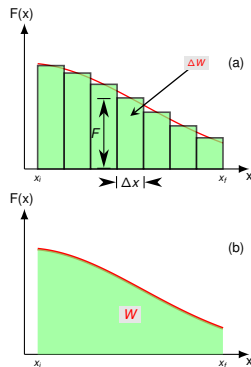
## Trabalho à partir do gráfico força versus deslocamento

O trabalho da força  $\vec{F}$  em um deslocamento  $\Delta x$  é a área do retângulo de base  $\Delta x$  e altura  $F$ . podemos dizer que o trabalho total durante a trajetória de  $i$  a  $f$  é a soma dos trabalhos individuais  $\Delta W$ ,

$$\Delta W = \sum F \Delta x.$$

Se  $\Delta x \rightarrow 0$  podemos aproximar a área abaixo da curva como se fosse a soma dos retângulos, portanto

$$W = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx.$$



Força em função da posição.

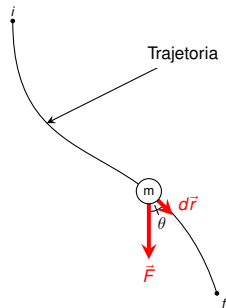
## Trabalho realizado ao longo de um caminho

Cada deslocamento  $d\vec{r}$  que a partícula realiza, a componente da força  $\vec{F}$  paralela ao deslocamento realiza trabalho  $dW$ , onde

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$

Para determinar o trabalho total realizado por  $\vec{F}$  durante a trajetória da partícula ao longo do caminho  $c$ , somamos cada contribuição  $dW$  na forma de integral,

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}.$$



Sentido do trabalho e deslocamento infinitesimal de uma partícula de massa  $m$ .



## Trabalho e variação da energia cinética

Substituindo  $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$  na expressão do trabalho temos

$$W = \int_c \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

$$W = m \int_c \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r}.$$

No entanto, sabemos que  $d\vec{r} = \frac{d\vec{v}}{dt} dt$ .  
Substituindo temos

$$W = \int \left( \frac{d\vec{v}}{dt} \right) \cdot \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dt.$$

Mas podemos perceber também que  $d\vec{v} = \frac{d\vec{v}}{dt} dt$ .

$$W = m \int \vec{v} \cdot d\vec{v}.$$

Além disso, podemos dizer que  $\vec{v} \cdot d\vec{v} \equiv v dv$ , portanto

$$W = m \int v dv,$$

$$W = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2.$$

## Potência média e potência instantânea

Definimos como potência instantânea gerada por uma força  $F$  como a taxa de variação do trabalho realizado por essa força no instante de tempo  $t$ ,

$$P(t) = \frac{dW}{dt}.$$

Calculando  $\frac{dW}{dt}$  teremos

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{F} \cdot d\vec{r}).$$

Para uma força  $\vec{F}$  constante no tempo podemos dizer que

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt},$$

$$P(t) = \vec{F} \cdot \vec{v}(t).$$

### Corollary

*No SI a unidade de medida de potência é J/s ou Watt (W).*

## Trabalho realizado pela força gravitacional

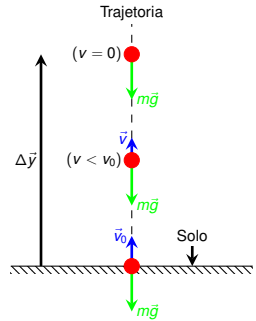
Considerando a orientação do eixo  $y$  como mostra a figura, o sentido da força gravitacional é dado por  $\vec{F} = -mg\hat{j}$ . Portanto, o trabalho realizado pela gravidade pode ser representado por

$$W = (-mg\hat{j}) \cdot (\Delta y\hat{j}).$$

Durante a subida podemos dizer que  $\theta = 180^\circ$ , e no caso da descida teremos  $\theta = 0^\circ$ , portanto

$$W = \Delta K = -mg\Delta y, \quad (\text{subida}),$$

$$W = \Delta K = +mg\Delta y, \quad (\text{descida}).$$



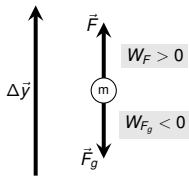
Subida de um objeto de massa  $m$  com velocidade inicial  $\vec{v}_0$  até a uma altura  $\Delta y$ .

## Trabalho realizado para levantar ou abaixar um objeto

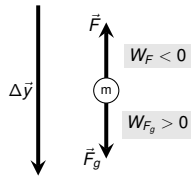
Para levantar um objeto de massa  $m$  é necessário aplicar uma força  $\vec{F}$  equivalente a força de gravidade  $\vec{F}_g$ . No caso o objeto sobe com velocidade constante, onde  $\Delta K = 0$ . Sabendo que  $W = \Delta K$  temos

$$\Delta K = W_F + W_{F_g} = 0,$$

$$W_F = -W_{F_g}.$$



Deslocamento para cima.



Deslocamento para baixo.

## Observações<sup>1</sup>

Esta apresentação está disponível para download no endereço  
<https://flavianowilliams.github.io/education>

---

<sup>1</sup>Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

## Referências

 D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Mecânica, v.1, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)