Indução eletromagnética

Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

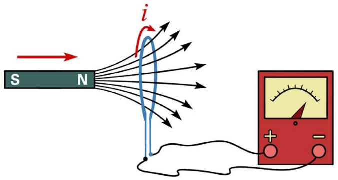
28 de novembro de 2022

Sumário

Resultado experimental

A figura mostra uma espira de material condutor ligada a um amperímetro. Como não existe bateria, não deveria haver corrente. Entretanto, quando aproximamos da espira um íman, o amperímetro indica a passagem de corrente no fio.

- ✓ A corrente é observada somente se existe movimento relativo entre a espira e o íman;
- ✓ Quanto mais rápido o movimento, maior a corrente.
- ✓ O sentido da corrente depende se aproximamos ou afastamos o íman da espira e também do sentido das linhas de campo magnético do íman que atravessa a espira.



Amperímetro revelando a existência de corrente na espira quando o íman está em movimento em relação a espira.

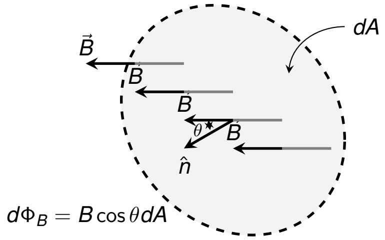
Definição de fluxo magnético

Considere uma pequena área dA, o fluxo das linhas de campo magnético que atravessam essa área é dado por

$$d\Phi_B = B\cos\theta dA.$$

Somando todas as contribuições do fluxo $d\Phi$ de cada parte dA que pertence a área A inserida no interior de uma espira temos o fluxo magnético total Φ de $\vec{B}$ que atravessa a espira,

$$\boxed{\Phi_B = \int \vec{B}\cdot\widehat{n}dA.}$$



Fluxo magnético do campo $\vec{B}$ que atravessa a área dA. θ é o ângulo entre $\vec{B}$ e o versor normal $\widehat{n}$ da superfície.

Lei de Faraday

Baseado na observação experimental, podemos concluir que se houver uma variação do fluxo (que pode ser definido por uma derivada temporal) do campo magnético que atravessa uma espira fechada, essa variação irá produzir uma f.e.m. induzida ε ao longo da espira, ou seja,

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt},$$

No caso de uma bobina contendo N espiras, podemos somar a variação do fluxo em cada espira, o que resulta na expressão

$$\boxed{\varepsilon = N\frac{d\Phi}{dt}.}$$

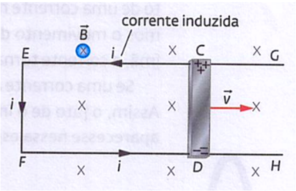
No SI a unidade de medida de fluxo magnético é Tesla-metro quadrado ou Weber (Wb).

Corollary

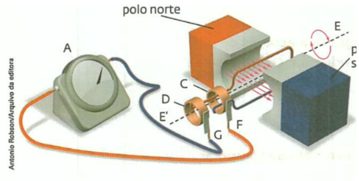
O módulo da força eletromotriz induzida em uma espira condutora é igual à taxa de variação temporal do fluxo magnético que atravessa a espira.

Maneiras de como variar o fluxo magnético no tempo

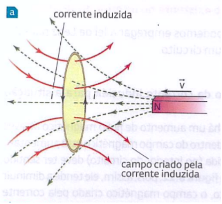
Pela definição de fluxo magnético, podemos perceber que o fluxo pode variar de três maneiras distintas, variando no tempo o campo magnético $\vec{B}$, a área da espira ou o ângulo entre $\vec{B}$ e o versor normal da espira.



Variação de A no tempo.



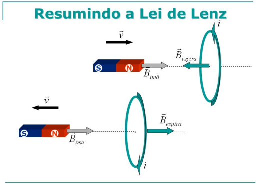
Variação de θ no tempo.



Variação de B no tempo.

Sentido da corrente induzida em relação a variação do fluxo

No caso do íman, aproximando a parte norte na espira, se a corrente tiver sentido oposto ao previsto, pela lei de Ampère criaria um campo magnético induzido no mesmo sentido do campo do íman. Isso atrairia o íman para dentro da espira aumentando a sua energia cinética, e ao mesmo tempo produziria calor por efeito Joule, o que violaria a lei da conservação da energia.



Resumo da lei de Lenz.

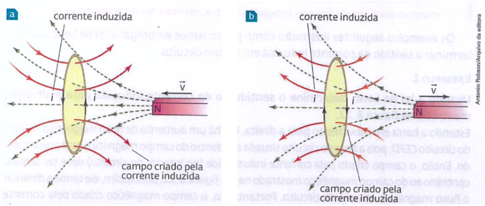
Corollary

A conservação da energia exige que a energia cinética dissipada pela corrente por efeito Joule se obtenha a custa de uma redução da energia cinética do íman.

Lei de Lenz e o significado físico do sentido da corrente

Lei de Lenz

A corrente induzida em um circuito aparece sempre com um sentido tal que o campo magnético que ela cria tende a contrariar a variação do fluxo magnético que a originou.



$\frac{d\Phi}{dt} > 0$ no tempo. $\frac{d\Phi}{dt} < 0$ no tempo.

Lei de Faraday-Lenz

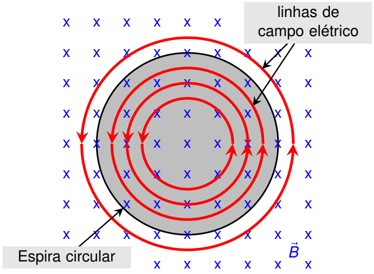
$$\frac{d\Phi}{dt} = -\varepsilon$$

Campo elétrico induzido

Pela definição de força eletromotriz sabemos que $\varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$. Substituindo na definição da Lei de Faraday-Lenz, $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$, temos

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

A equação acima nos diz que um campo magnético variável induz um campo elétrico circular.



Linhas de campo elétrico circular.

Corollary

Um campo magnético variável produz um campo elétrico circular.

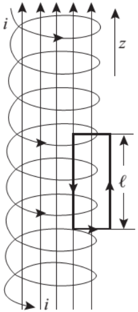
Fluxo magnético no interior de um solenóide

Considere um solenóide infinito de área A, o fluxo magnético que atravessa cada espira do solenóide é dado por

$$\Phi_B = BA.$$

Pela lei de Ampere, determinamos o campo magnético $\vec{B}$ induzido no interior de um solenóide de densidade n de espiras, dado por $B = \mu_0 in$. Substituindo temos

$$\boxed{\Phi_B = \mu_0 inA.}$$



Fluxo do campo magnético Φ_B no interior de um solenóide.

Indutância

Considere agora um segmento do solenóide que possui um comprimento l. O número de espiras desse segmento vale $N = nl$. O fluxo total do campo magnético no seu interior é a soma do fluxo que atravessa cada espira, ou seja,

$$N\Phi_B = (nl)\Phi_B,$$
$$N\Phi_B = (nl)(\mu_0 inA),$$

$$N\Phi_B = (\mu_0 n^2 iA)l.$$

O termo entre parênteses depende somente da geometria do solenóide, recebendo o nome de indutância L, onde a indutância por comprimento vale

$$\boxed{\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A.}$$

Corollary

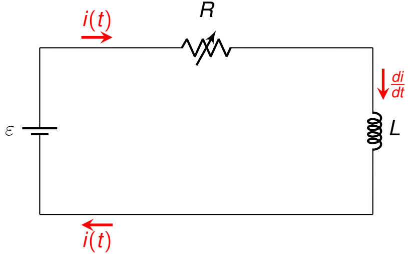
A permeabilidade magnética pode ser representada em unidades de H/m.

Autoindução

Como foi mostrado, o fluxo que atravessa um segmento de um solenóide vale $N\Phi_B = Li$. Pela lei de Faraday-Lenz temos que a f.e.m. induzida ao longo do solenóide é dado por

$$\varepsilon_L = -\frac{d(N\Phi_B)}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt},$$

$$\boxed{\varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}.}$$



Circuito RL contendo resistência variável.

Corollary

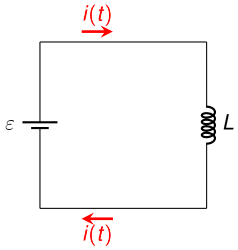
Uma f.e.m. irá aparecer no indutor se houver uma variação da corrente nele.

Conservação da energia em um circuito contendo um indutor

Considere um circuito contendo um gerador de corrente alternada e um indutor com indutância L. Sabemos que o gerador terá uma potência elétrica dado por $\frac{dW}{dt} = \varepsilon i$, onde ε é a f.e.m. associada ao gerador. Por conservação de energia, poderemos dizer que neste caso a energia fornecida a cada intervalo de tempo será convertida em energia magnética no indutor, onde pela lei de Faraday-Lenz teremos

$$\varepsilon i = \varepsilon_L i = -i\frac{d\Phi_B}{dt},$$

onde ε_L é a f.e.m. induzida no solenóide.



Circuito contendo indutor L.

Energia armazenada em um campo magnético

Integrando $\frac{dW}{dt} = \varepsilon i$ teremos

$$W = -\Delta U = -\int_0^t \left(-i\frac{d\Phi_B}{dt}\right) dt,$$

$$\Delta U = \int_0^t Li\frac{di}{dt}dt.$$

Sabendo que $di = \frac{di}{dt}dt$ e considerando que a energia magnética no indutor em t=0 é zero, teremos

$$U(I) = L\int_0^I idi,$$

$$\boxed{U(I) = \frac{1}{2}LI^2.}$$

Corollary

A energia armazenada em um indutor dependerá da corrente I e da sua indutância.

Densidade de energia de um campo magnético

No solenóide temos $L = \mu_0 l n^2 A$. Substituindo na expressão anterior teremos

$$U = \frac{1}{2}(\mu_0 n^2 l i^2 A),$$
$$U = \frac{1}{2\mu_0}(\mu_0 n i)^2 A l$$

O termo entre parêntesis corresponde ao campo $\vec{B}$ no interior do solenóide e $V = Al$ o seu volume. Portanto

$$U = \frac{1}{2\mu_0} B^2 V$$

Dividindo pelo volume temos a densidade de energia magnética no indutor,

$$\boxed{\frac{U}{V} = u = \frac{1}{2\mu_0} B^2.}$$

Corollary

A densidade de energia magnética aumenta com o quadrado do campo magnético.

Observações[1]

Esta apresentação está disponível para download no endereço
https://flavianowilliams.github.io/education

[1] Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.

Referências

- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Eletromagnetismo, v.3, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)
- R. D. Knight, Física: Uma abordagem estratégica, v.3, 2nd ed., Porto Alegre, Bookman (2009)
- H. M. Nussenzveig, Curso de física básica. Eletromagnetismo, v.1, 5. ed., São Paulo, Blucher (2014)
- https://pt.m.wikipedia.org/wiki/