Eletrodinâmica

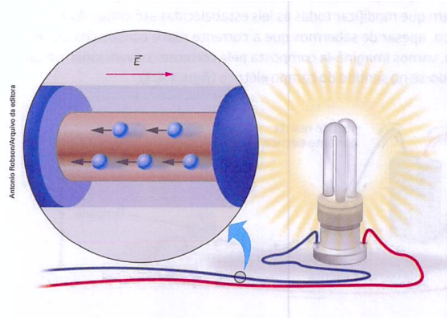
Flaviano Williams Fernandes

Instituto Federal do Paraná
Campus Irati

16 de Março de 2021

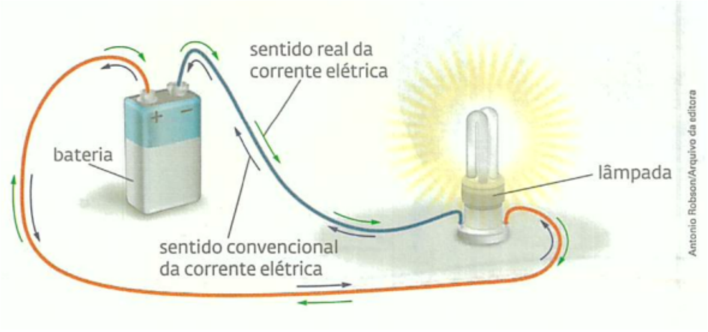
Sumário

Movimento de cargas em um condutor



- Em um condutor existe grande número de elétrons que estão fracamente ligados ao núcleo de cada átomo;
- Na presença de um campo elétrico, os elétrons livres, sob a ação da força elétrica, entram em movimento ordenado, formando a corrente elétrica;
- A corrente de elétrons sempre flui da região de menor potencial para a região de maior potencial elétrico.

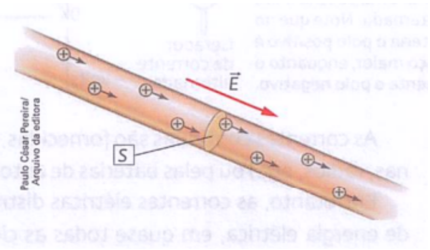
Corrente real e convencional



Corollary

Para estudar a corrente em um circuito elétrico usamos a corrente convencional.

Definição de corrente elétrica



Intensidade da corrente

Quando uma quantidade de carga infinitesimal dq atravessa a seção de um condutor, durante um intervalo de tempo dt, a intensidade da corrente i nessa seção é a taxa de variação da carga q no instante t,

$$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}.$$

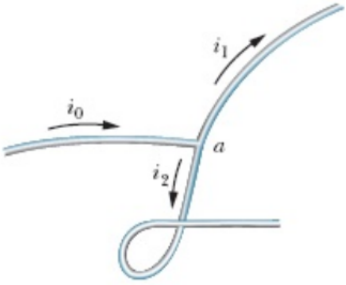
Corollary

No SI a unidade de medida da corrente é C/s ou Ampère (A).

Conservação da carga elétrica

No regime estacionário, a quantidade de carga que atravessa a seção 0 é a mesma que atravessa as seções i e 2 juntas. Pela conservação da carga elétrica, a soma das correntes nos dois ramos deve ser igual a corrente inicial, ou seja,

$$\boxed{i_0 = i_1 + i_2.}$$



Corrente inicial i_0 separada pelas correntes i_1 e i_2 após atravessar a ramificação no ponto a.

Corollary

As setas são usadas para indicar o sentido de movimento das cargas, já que i é um escalar.

Densidade de corrente

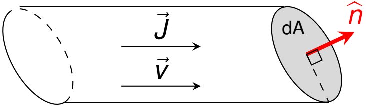
Para descrever o fluxo de cargas usamos a densidade de corrente J, que tem a mesma direção e sentido da velocidade das cargas positivas. Portanto, a corrente que atravessa perpendicularmente o elemento de área dA é dado por

$$\boxed{i = \int \vec{J} \cdot d\vec{A}.}$$

Se a corrente é uniforme e paralela a $\widehat{n}$ teremos

$$i = \int JdA = J \int dA = JA.$$

$$\boxed{J = \frac{i}{A}.}$$

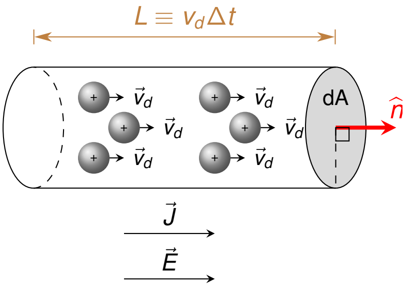


Cilindro de carga.

Visão microscópica da densidade de corrente

Na presença de um campo elétrico $\vec{E}$ no interior de um condutor, os elétrons se movem aleatoriamente, mas tendem a derivar com uma velocidade chamada velocidade de deriva $\vec{d}_d$. Podemos supor que cada portador de carga possui em média a mesma velocidade $\vec{d}_d$, podemos dizer que cada volume V de um fio terá n portadores de carga e a cada intervalo de tempo Δt, onde Δq é dado por

$$\Delta q = (V)ne = (LdA)ne.$$



Portadores de carga positivos se movendo com velocidade $\vec{v}_d$ na direção do campo elétrico $\vec{E}$.

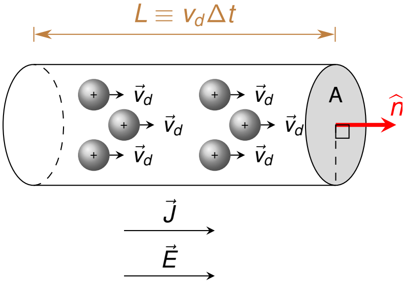
Visão microscópica da densidade de corrente (continuação)

Podemos perceber que $L = v_d \Delta t$. Considerando que a corrente é estacionária i não se altera com o tempo, ou seja, $i = \Delta q / \Delta t$. Portanto

$$i = \frac{ndA\cancel{L}e}{(\cancel{L}/v_d)},$$
$$i = (nev_d)dA.$$

Sabendo que $i = JdA$, chegamos na expressão da densidade de carga em função de $\vec{v}_d$,

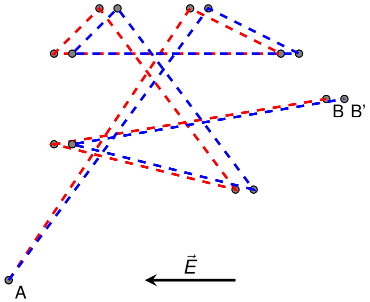
$$\boxed{\vec{J} = (ne)\vec{v}_d.}$$



Portadores de carga positivos se movendo com velocidade $\vec{v}_d$ na direção do campo elétrico $\vec{E}$.

Visão microscópica da resistividade de um material

Os elétrons em um condutor se comportam como as moléculas de um gás livre (gás de elétrons!), se movendo aleatoriamente em todas as direções e colidindo com os átomos da rede cristalina, mudando o movimento em cada colisão. Quando submetido a um campo elétrico $\vec{E}$, os elétrons se movem ligeiramente para o lado, com a velocidade de deriva muito menor que a velocidade efetiva dos elétrons (semelhante a um enxame de abelhas se deslocando de um lado a outro).



Movimento de um elétron em um condutor na presença de um campo elétrico $\vec{E}$.

Visão microscópica da resistividade de um material (continuação)

Se um elétron de massa m é submetido a um campo elétrico $\vec{E}$ ele sofre uma aceleração a dado por

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}.$$

Supondo que o intervalo de tempo médio τ entre colisões o elétron adquire uma velocidade de deriva dado por $v_d = a\tau$. Portanto

$$v_d = a\tau,$$
$$v_d = \frac{eE\tau}{m}.$$

Sabendo que $J = nev_d$ temos $\frac{J}{ne} = \frac{eE\tau}{m}$, ou seja,

$$\boxed{E = \rho J,}$$

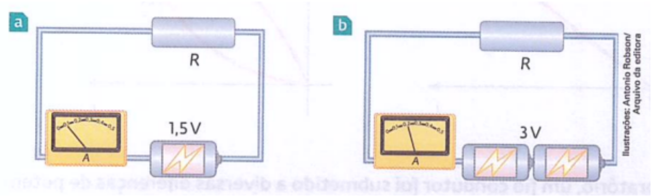
onde $\rho = \frac{m}{e^2 n\tau}$. ρ é definido como resistividade do material.

Resistor ôhmico

Para um grande número de condutores (como os metais), o valor da resistência permanece constante, não dependendo da diferença de potencial aplicada ao condutor.

$$\frac{(\Delta V)_1}{i_1} = \frac{(\Delta V)_2}{i_2} = \cdots ,$$

$$\boxed{\frac{V}{i} = R = \text{constante.}}$$



Aumentanto a tensão a corrente aumenta proporcionalmente

Resistência a partir da resistividade

Considere um pedaço L de um fio retilíneo que possui uma resistividade ρ e seção reta A, Se o fio for ôhmico a resistência é dado por $R = V/i$. Sabemos que a relação entre o campo elétrico $\vec{E}$ e a ddp entre os terminais do fio é dado por $V = EL$. Sabemos também que a corrente estacionária no fio é dado por $i = JA$. Substituindo

$$R = \frac{V}{i} = \frac{EL}{JA}.$$

Mas $E = \rho J$, portanto

$$\boxed{R = \rho\frac{L}{A}.}$$

Corollary

A resistência é uma propriedade de um dispositivo e a resistividade de um material.

Lei de Ohm

- ✓ A corrente que atravessa um circuito é sempre diretamente proporcional à diferença de potencial aplicada ao dispositivo;
- ✓ Um dispositivo obedece à lei de Ohm se a resistência não depende da diferença de potencial nem do campo elétrico aplicado;
- ✓ Na prática a resistividade do material aumenta linearmente com a temperatura segundo a relação

$$\rho = \rho_0 \alpha (T - T_0).$$

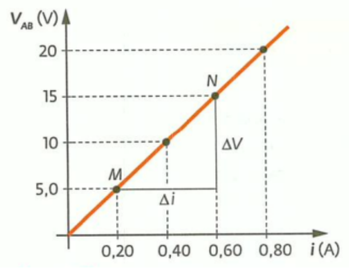


Gráfico tensão versus corrente de um resistor ôhmico.

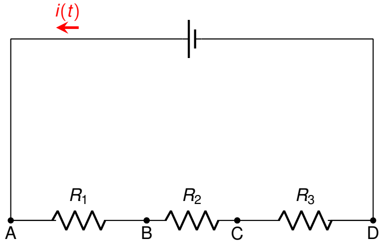
Resistores ligados em série

A mesma corrente i passa pelos resistores R_1, R_2 e R_3, portanto

$$V_{AB} = R_1 i,$$
$$V_{BC} = R_2 i,$$
$$V_{CD} = R_3 i.$$

A diferença de potencial entre os terminais A e D é dado por

$$V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD}.$$

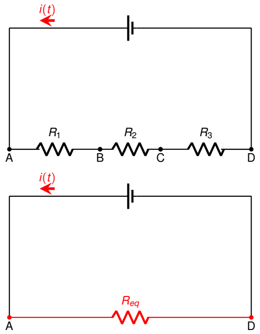


Resistores R_1, R_2 e R_3 ligados em série.

Resistência equivalente em ligações em série

Substituindo V_{AB}, V_{BC} e V_{CD} temos

$$V_{AD} = V_{AB} + V_{BC} + V_{CD},$$
$$V_{AD} = R_1 i + R_2 i + R_3 i,$$
$$V_{AD} = \underbrace{(R_1 + R_2 + R_3)}_{R_{eq}} i.$$



Resistores R_1, R_2 e R_3 ligados em série (Acima). Resistência equivalente R_{eq} do conjunto (abaixo).

Resistência equivalente

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N.$$

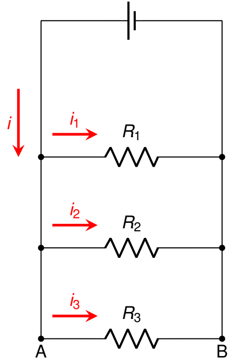
Resistores ligados em paralelo

A corrente i que atravessa o fio condutor é dividida nos terminais A e B, o que resulta

$$i = i_1 + i_2 + i_3.$$

Sabendo que $i = \frac{V}{R}$ temos

$$\frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{V_{R_1}}{R_1} + \frac{V_{R_2}}{R_2} + \frac{V_{R_3}}{R_3}.$$



Resistores R_1, R_2 e R_3 ligados em paralelo.

Resistores ligados em paralelo (continuação)

Mas a tensão entre os terminais A e B da bateria é a mesma nos terminais dos resistores R_1, R_2 e R_3, ou seja,

$$V_{AD} = V_{R_1} = V_{R_2} = V_{R_3} = V,$$

portanto

$$\frac{V_{AB}}{R_{eq}} = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3},$$

$$\frac{\cancel{V}}{R_{eq}} = \cancel{V}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right),$$

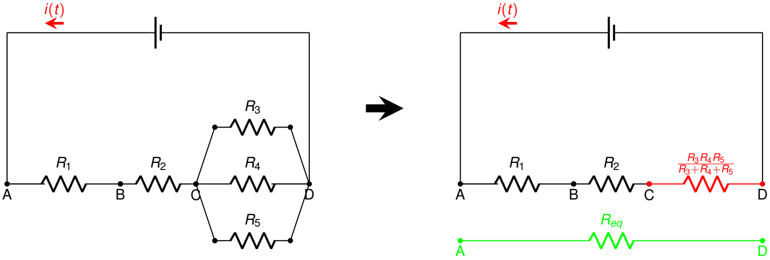
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3},$$

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R_2R_2R_3}{R_1R_3 + R_2R_3 + R_1R_2}.}$$

Resistência equivalente de ligação em paralelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}.$$

Associação mista de resistores



Resistência equivalente R_{eq} de uma associação mista de resistores.

Circuito misto

Associação mista de ligações de resistores em série e paralelo.

Potência em circuitos elétricos

Para deslocar uma quantidade de carga dq de um terminal a outro de um circuito é necessário realizar um trabalho dW dado por

$$dW = Vdq.$$

Pela definição de corrente podemos dizer que $dq = idt$, portanto

$$dW = Vidt.$$

Pela definição de potência P, sabemos que $dW = Pdt$, portanto podemos dizer que a taxa de transferência de energia necessária para deslocar a quantidade de carga q por segundo de um terminal a outro é dado por

$$\boxed{P = Vi.}$$

Efeito Joule

No caso de um resistor ôhmico temos $V = Ri$, substituindo temos a taxa de energia elétrica dissipada a cada segundo em um resistor,

$$P = (Ri)i = Ri^2,$$

$$P = V\left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V^2}{R}.$$

Efeito Joule

Capacidade de um resistor em realizar trabalho convertendo energia elétrica em energia térmica.

Força eletromotriz

Para que ocorra uma corrente elétrica ao longo do circuito é necessário um dispositivo, como uma bateria ou gerador, que realize um trabalho τ afim de deslocar uma quantidade de carga Δq de um ponto a outro desse circuito. Portanto, o trabalho ε necessário para deslocar cada elemento de carga do terminal positivo para o terminal negativo de uma bateria ou gerador é chamado força eletromotriz da bateria.

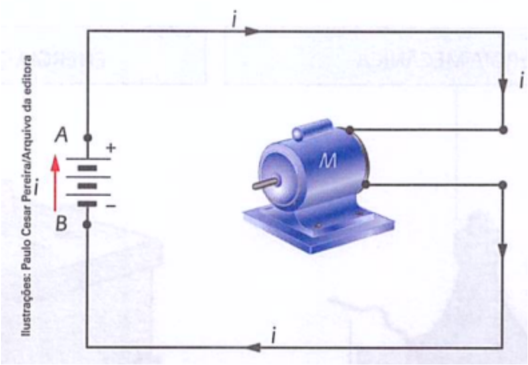
Força eletromotriz (f.e.m.)

$$\varepsilon = \lim_{\Delta q \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta q} = \frac{dW}{dq}.$$

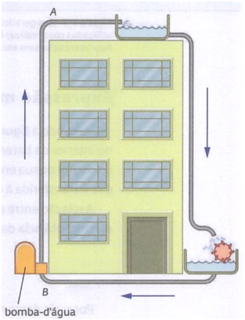
Corollary

A unidade de medida de f.e.m. no SI é J/C $\equiv$ Volts.

Analogia como o sistema mecânico



Representação da f.e.m. de uma bateria.



Analogia com o sistema mecânico.

Potência fornecida por uma bateria

Vimos que o trabalho realizado por uma bateria para deslocar uma quantidade de carga dq é dado por $dW = \varepsilon dq$. Pela definição de corrente tempos $dq = idt$. Substituindo encontramos

$$dW = \varepsilon idt.$$

Pela definição de potência, $P = \frac{dW}{dt}$, encontramos

$$dW = \varepsilon idt,$$

$$\boxed{P = \varepsilon i.}$$

sendo i a corrente que atravessa os terminais da bateria e ε a f.e.m. da bateria.

Potência elétrica de uma bateria

$$P = \varepsilon \cdot i.$$

A equação do circuito

Podemos resumir num circuito ao lado que a cada segundo

Na bateria, a energia química se transforma em energia elétrica;

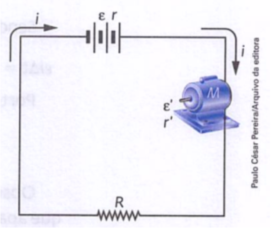
No resistor, a energia elétrica se transforma em energia térmica;

No motor, a energia elétrica se transforma em energia mecânica.

Por conservação da energia, a potência necessária para girar o motor e aquecer o resistor deve ser igual a potência fornecida pela bateria.

$$\underbrace{\varepsilon i}_{(Bateria)} = \underbrace{\varepsilon' i + r' i^2}_{(Motor)} + \underbrace{Ri^2}_{(Resistor)} ,$$

$$\boxed{\varepsilon' + r'i + Ri - \varepsilon = 0.}$$



Circuito fechado.

Lei de Kirchhoff

A soma dos potenciais em um circuito fechado deve ser zero.

Transformar um número em notação científica

Corollary

Passo 1: *Escrever o número incluindo a vírgula.*

Passo 2: *Andar com a vírgula até que reste somente um número diferente de zero no lado esquerdo.*

Passo 3: *Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que "andar"com a vírgula. Se ao andar com a vírgula o valor do número diminuiu, o expoente ficará positivo, se aumentou o expoente ficará negativo.*

Exemplo

$$6\,590\,000\,000\,000\,000,0 = 6{,}59 \times 10^{15}$$

Conversão de unidades em uma dimensão

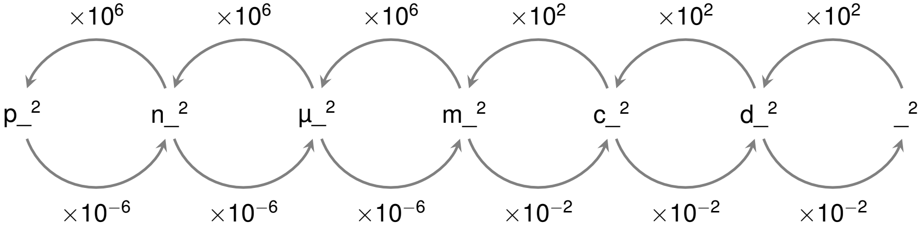
$$
\begin{tikzcd}
p\_ \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & n\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mu\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & m\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & c\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & d\_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-1}"'] & \_ \arrow[l, bend right, "\times 10^{1}"']
\end{tikzcd}
$$

$$1 \text{ mm} = 1 \times 10^{(-1)\times 2} \text{ dm} \rightarrow 1 \times 10^{-2} \text{ dm}$$

$$2,5 \text{ g} = 2,5 \times 10^{(1)\times 3} \text{ mg} \rightarrow 2,5 \times 10^{3} \text{ mg}$$

$$10\ \mu\text{C} = 10 \times 10^{[(-3)\times 1 + (-1)\times 3]} \text{ C} \rightarrow 10 \times 10^{-6} \text{ C}$$

Conversão de unidades em duas dimensões



$$1\ \text{mm}^2 = 1 \times 10^{(-2)\times 2}\ \text{dm}^2 \rightarrow 1 \times 10^{-4}\ \text{dm}^2$$

$$2,5\ \text{m}^2 = 2,5 \times 10^{(2)\times 3}\ \text{mm}^2 \rightarrow 2,5 \times 10^{6}\ \text{mm}^2$$

$$10\ \mu\text{m}^2 = 10 \times 10^{[(-6)\times 1+(-2)\times 3]}\ \text{m}^2 \rightarrow 10 \times 10^{-12}\ \text{m}^2$$

Conversão de unidades em três dimensões

$$\begin{tikzcd}[column sep=large]
\mathrm{p_}^3 \arrow[r, bend right, "\times 10^{-9}"'] & \mathrm{n_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{9}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-9}"'] & \mu_^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{9}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-9}"'] & \mathrm{m_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{9}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mathrm{c_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & \mathrm{d_}^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"'] \arrow[r, bend right, "\times 10^{-3}"'] & _^3 \arrow[l, bend right, "\times 10^{3}"']
\end{tikzcd}$$

$$1\ \text{mm}^3 = 1 \times 10^{(-3)\times 2}\ \text{dm}^3 \rightarrow 1 \times 10^{-6}\ \text{dm}^3$$

$$2,5\ \text{m}^3 = 2,5 \times 10^{(3)\times 3}\ \text{mm}^3 \rightarrow 2,5 \times 10^{9}\ \text{mm}^3$$

$$10\ \mu\text{m}^3 = 10 \times 10^{[(-9)\times 1+(-3)\times 3]}\ \text{m}^3 \rightarrow 10 \times 10^{-18}\ \text{m}^3$$

Alfabeto grego

Alfa	A	α
Beta	B	β
Gama	Γ	γ
Delta	Δ	δ
Epsílon	E	ϵ, ε
Zeta	Z	ζ
Eta	H	η
Teta	Θ	θ
Iota	I	ι
Capa	K	κ
Lambda	Λ	λ
Mi	M	μ
Ni	N	ν
Csi	Ξ	ξ
ômicron	O	o
Pi	Π	π
Rô	P	ρ
Sigma	Σ	σ
Tau	T	τ
Ípsilon	Υ	υ
Fi	Φ	ϕ, φ
Qui	X	χ
Psi	Ψ	ψ
Ômega	Ω	ω

Referências e observações[1]

- D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, Fundamentos de física. Eletromagnetismo, v.3, 10. ed., Rio de Janeiro, LTC (2016)
- R. D. Knight, Física: Uma abordagem estratégica, v.3, 2nd ed., Porto Alegre, Bookman (2009)
- H. M. Nussenzveig, Curso de física básica. Eletromagnetismo, v.1, 5. ed., São Paulo, Blucher (2014)

Esta apresentação está disponível para download no endereço
https://flavianowilliams.github.io/education

[1] Este material está sujeito a modificações. Recomenda-se acompanhamento permanente.