

GR reading group

- **Metodi di energia in Schwarzschild–de Sitter**

- $\square_g \phi = 0$ in Schwarzschild–de Sitter.
- Buco nero in un universo in espansione.
- Metodi di energia nel caso $\Lambda > 0$ (decadimenti esponenziali invece che polinomiali).
- **Riferimento:** Dafermos–Rodnianski [arXiv:0709.2766](#).

- **Black hole interiors**

- Singolarità all'interno di buchi neri: orizzonte di Cauchy vs singolarità spacelike.
- Motivazione: con che regolarità è possibile estendere una soluzione delle equazioni di Einstein oltre l'orizzonte di Cauchy?
- 1) *Caso lineare: stabilità C^0*
 - * $\square_g \phi = 0$ su (interno di) Reissner–Nordström.
 - * Estendibilità continua delle soluzioni fino all'orizzonte di Cauchy.
 - * **Riferimento:** A. Franzen, [arXiv:1407.7093](#).
- 2) *Caso non-lineare (simmetria sferica): Einstein–Maxwell–real scalar field model*
 - * Risultati non lineari in simmetria sferica.
 - * Costruzione di buchi neri senza singolarità spacelike.
 - * Comparsa di singolarità nulle deboli (*weak null singularities*).
 - * **Riferimento:** Dafermos (Black holes without spacelike singularities) [arXiv:1201.1797](#).
- 3) *Caso non-lineare senza simmetrie*
 - * Equazioni di Einstein nel vuoto, caso non lineare.
 - * Assenza di ipotesi di simmetria.
 - * Costruzione di singolarità nulle deboli (estendibilità continua ma, in alcuni casi, le soluzioni deboli non possono essere estese).
 - * **Riferimento:** Luk (weak null singularities) [arXiv:1311.4970](#).

- **PDEs in universi in espansione (FLRW)**

- Spazi-tempo FLRW: universi omogenei e isotropi in espansione.
- Primo passo verso la stabilità come soluzioni di Einstein–matter: studio di PDE su un background FLRW fissato.
- 1) *Equazioni di Eulero su FLRW:*
 - * Effetto dell'espansione cosmologica sulla dinamica dei fluidi.
 - * Miglioramento delle proprietà di stabilità.
 - * **Riferimento:** Fajman–Ofner–Wyatt, [CQG review article](#).
- 2) *Equazioni delle onde semilineari su FLRW:*
 - * Metodi di energia e bootstrap.

- * Esistenza globale per dati iniziali piccoli.
 - * **Riferimento:** Costa-Franzen-Oliver [arXiv:2201.05210](#).
- 3) *Equazione di Vlasov su FLRW*:
 - * Collisionless plasma.
 - * L'espansione cosmologica influenza il decadimento dell'energia e della densità.
 - * **Riferimento:** Taylor-Veloza [arXiv:2512.04214](#).
- **Il problema di Cauchy per le equazioni di Einstein**
 - Dati iniziali: varietà riemanniana e tensore simmetrico (2a forma fondamentale).
 - Costruzione del maximal globally hyperbolic development (MGHD).
 - *Approccio costruttivo senza il lemma di Zorn*:
 - * **Riferimento:** Sbierski [arXiv:1309.7591](#).
- **Onde gravitazionali e Christodoulou memory effect**
 - Effetto permanente sullo stato dei rivelatori dopo il passaggio di un'onda gravitazionale.
 - Il memory effect è intrinsecamente non lineare.
 - **Riferimento:** Christodoulou [PhysRevLett.67.1486](#).
- **Modello a due fasi per il collasso gravitazionale stellare**
 - Modello matematico del collasso di una stella verso la formazione di un buco nero.
 - Stella descritta come self-gravitating fluid.
 - Struttura a due fasi:
 - * hard core: dust fluid (pressione nulla).
 - * soft core: stiff fluid (velocità del suono uguale a quella della luce).
 - **Riferimento:** Christodoulou [Arch. Rational Mech. Anal. 130 \(1995\) 343-400](#).
- **Self-similar singular solutions to the vacuum Einstein equations**
 - R-S-R in GAFA
 - R-S-R in Annals of Math.
- **Carleman estimates for wave equation**
 - R-T in CMP
 - Moschidis in Ann. PDE
- **Characteristic IVP for Einstein equations**
 - Rendall
 - Luk in IMRN