

# GR reading group

- **Metodi di energia in Schwarzschild–de Sitter**

- $\square_g \phi = 0$  in Schwarzschild–de Sitter.
- Buco nero in un universo in espansione.
- Metodi di energia nel caso  $\Lambda > 0$  (decadimenti esponenziali invece che polinomiali).
- Riferimento: Dafermos–Rodnianski arXiv:0709.2766.

- **Black hole interiors**

- Singolarità all'interno di buchi neri: orizzonte di Cauchy vs singolarità spacelike.
- Motivazione: con che regolarità è possibile estendere una soluzione delle equazioni di Einstein oltre l'orizzonte di Cauchy?
  - 1) *Caso lineare: stabilità  $C^0$* 
    - \*  $\square_g \phi = 0$  su (interno di) Reissner–Nordström.
    - \* Estendibilità continua delle soluzioni fino all'orizzonte di Cauchy.
    - \* Riferimento: A. Franzen, arXiv:1407.7093.
  - 2) *Caso non-lineare (simmetria sferica): Einstein-Maxwell-real scalar field model*
    - \* Risultati non lineari in simmetria sferica.
    - \* Costruzione di buchi neri senza singolarità spacelike.
    - \* Comparsa di singolarità sulle deboli (*weak null singularities*).
    - \* Riferimento: Dafermos (Black holes without spacelike singularities) arXiv:1201.1797.
  - 3) *Caso non-lineare senza simmetrie*
    - \* Equazioni di Einstein nel vuoto, caso non lineare.
    - \* Assenza di ipotesi di simmetria.
    - \* Costruzione di singolarità sulle deboli (estendibilità continua ma, in alcuni casi, le soluzioni deboli non possono essere estese).
    - \* Riferimento: Luk (weak null singularities) arXiv:1311.4970.

- **PDEs in universi in espansione (FLRW)**

- Spazi-tempo FLRW: universi omogenei e isotropi in espansione.
- Primo passo verso la stabilità come soluzioni di Einstein-matter: studio di PDE su un background FLRW fissato.
  - 1) *Equazioni di Eulero su FLRW:*
    - \* Effetto dell'espansione cosmologica sulla dinamica dei fluidi.
    - \* Miglioramento delle proprietà di stabilità.
    - \* Riferimento: Fajman-Ofner-Wyatt, CQG review article .
  - 2) *Equazioni delle onde semilineari su FLRW:*
    - \* Metodi di energia e bootstrap.

- \* Esistenza globale per dati iniziali piccoli.
- \* Riferimento: Costa-Franzen-Oliver arXiv:2201.05210.
- 3) *Equazione di Vlasov su FLRW:*
  - \* Collisionless plasma.
  - \* L'espansione cosmologica influenza il decadimento dell'energia e della densità.
  - \* Riferimento: Taylor-Velozzo arXiv:2512.04214.

- **Il problema di Cauchy per le equazioni di Einstein**

- Dati iniziali: varietà riemanniana e tensore simmetrico (2a forma fondamentale).
- Costruzione del maximal globally hyperbolic development (MGHD).
- *Approccio costruttivo senza il lemma di Zorn:*
  - \* Riferimento: Sbierski arXiv:1309.7591.

- **Onde gravitazionali e Christodoulou memory effect**

- Effetto permanente sullo stato dei rivelatori dopo il passaggio di un'onda gravitazionale.
- Il memory effect è intrinsecamente non lineare.
- Riferimento: Christodoulou PhysRevLett.67.1486.

- **Modello a due fasi per il collasso gravitazionale stellare**

- Modello matematico del collasso di una stella verso la formazione di un buco nero.
- Stella descritta come self-gravitating fluid.
- Struttura a due fasi:
  - \* hard core: dust fluid (pressione nulla).
  - \* soft core: stiff fluid (velocità del suono uguale a quella della luce).
- Riferimento: Christodoulou Arch. Rational Mech. Anal. 130 (1995) 343-400.

- **Self-similar singular solutions to the vacuum Einstein equations**

- R-S-R in GAFA
- R-S-R in Annals of Math.

- **Carleman estimates for wave equation**

- R-T in CMP
- Moschidis in Ann. PDE

- **Characteristic IVP for Einstein equations**

- Rendall
- Luk in IMRN