NUMERI COMPLESSI

$\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$: un numero complesso è un punto sul piano di Gauss

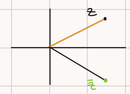
SOMMA: $\mathbb{C} \ni z = (a,b)$, $\mathbb{C} \ni w = (c,d) \rightsquigarrow z+w = (a,b)+(c,d) = (a+c, b+d)$

PRODOTTO: $z \cdot w = (a,b)(c,d) = (ac-bd, ad+bc)$

possiamo esprimerli in diverse forme:

forma algebrica: $a+ib$ dove i è detta unità immaginaria

da cui troviamo il coniugato di un numero complesso: $z = a+ib \rightsquigarrow \bar{z} = a-ib$



forma trigonometrica: possiamo esprimere $z \in \mathbb{C}$ come: $z = |z| \cdot \frac{z}{|z|} = \rho \cdot w$

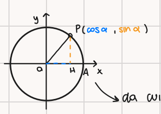
osserviamo come $|w| = \frac{|z|}{||z||} = \frac{|z|}{|z|} = 1$, dunque w è sul centro unitario: $w = \cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta$

da cui: $z = \rho \cdot w = |z|(\cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta)$, quindi: $Re(z) = |z|\cos\theta$, $Im(\theta) = |z|\,\text{sen}\,\theta$ dove θ è detto **ARGOMENTO** di z ed è uguale a:

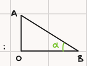
$$\theta = \begin{cases} \arctan\left(\frac{b}{a}\right) & \text{se } a>0 \\ \arctan\left(\frac{b}{a}\right)+\pi & \text{se } a<0 \end{cases}$$

forma esponenziale: definiamo $e^{i\theta} = \cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta$, dunque $z = \rho e^{i\theta} = |z|e^{i\theta}$

TRIGONOMETRIA

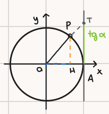


dato $\widehat{AOB}$:



$\cos\alpha = \frac{OB}{AB}$, $\sin\alpha = \frac{AO}{AB}$

da cui $(OH^2 + HP^2) = OP = 1$: $\cos(\alpha)^2 + \sin(\alpha)^2 = 1$



$\widehat{OPH}$ è SIMILE a $\widehat{OTA} \rightsquigarrow PH : OH = TA : AO \rightsquigarrow TA = \frac{PH}{OH}$: $tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

ASINTOTI

asintoti verticali: possono essere destri, sinistri o entrambi

asintoti orizzontali: " " " " " ", INOLTRE possono essere intersecati dal grafico della funzione infinite volte

asintoti obliqui: $y = mx+q \rightarrow \lim \frac{f(x)}{x} = m$, $\lim(f(x)-mx) = q$

SERIE NUMERICHE

partendo dalle successioni queste sono funzioni $a: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ indicate con a_n $(=a(n))$.

una successione è inferiormente (superiormente) limitata se $\exists\, m \in \mathbb{R}$ $(M \in \mathbb{R})$ t.c. $a_n \geq m$ $(a_n \leq M)$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

si dice LIMITATA se lo è sia sup. che inf.

una successione è MONOTONA CRESCENTE (decrescente) se $a_n \leq a_{n+1}$ $(a_n \geq a_{n+1})$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

" " " MONOTONA STRETTAMENTE CRESCENTE (decrescente) se $a_n < a_{n+1}$ $(a_n > a_{n+1})$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

una successione può ACQUISTARE una proprietà dopo $N \in \mathbb{N}$ se la rispetta $\forall n \geq N$.

inoltre questa può DIVERGERE a $+/- \infty$, CONVERGERE o essere INDETERMINATA.

SERIE NUMERICHE: Σ successione, si dividono in:

GEOMETRICHE: $\Sigma \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$, $\lim_n S_n = \begin{cases} \frac{1}{1-q} & \text{se } |q|<1 \\ +\infty & \text{se } q \geq 1 \\ \text{N.E.} & \text{se } q \leq -1 \end{cases}$

CONTENTS
TEMPLATES
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

MENGOLI : $\sum \frac{1}{n(n+1)}$, $\lim_{n} S_n = \lim_{n} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1$

INTEGRALI

RAZIONALI: $y = \frac{n(x)}{d(x)}$

1 se $grd(d(x)) \leq grd(n(x))$

dividi numeratore per denominatore

2 fattorizzi denominatore (1° grado o 2° non scomp.)

3 decomponi frazione

4 integri

ES: $\int \frac{x^3-3x-1}{x^2-x-2}\,dx$

1
$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x - 1 & x^2 - x - 2 \\ \cline{2-2} -x^3 + x^2 + 2x & x+1 \\ \cline{1-1} // \; x^2 - x - 1 & \\ -x^2 + x + 2 & \\ \cline{1-1} // \quad // \quad 1 & \end{array}$$

$\frac{x^3-3x-1}{x^2-x-2} = x+1+\frac{1}{x^2-x-2}$

2 $x^2 - x - 2$: prodotto -2 , somma -1 : $(x-2)(x+1)$

3 $\frac{1}{x^2-x-2} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+1} = \frac{Ax + A + Bx - 2B}{x^2-x-2}$: $A - 2B = 1$ $B = -\frac{1}{3}$

$A + B = 0$: $A = -B$

4 $\int x+1+\frac{1}{3}\frac{1}{x-2} - \frac{1}{3}\frac{1}{x+1}\,dx = \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{3}\log|x-2| - \frac{1}{3}\log|x+1| =$

$= \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{3}\log\left|\frac{x-2}{x+1}\right| + c$

E SE IL DEN. NON È SCOMPONIBILE IN PRO. DI 1° GRADO?

ES: $\int \frac{1}{x^3+x}\,dx$

2 $\frac{1}{x(x^2+1)}$

3 $\frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

⋮