Indução Estrutural em Coq

Flávio L. C. de Moura

19 de agosto de 2020

Considere a estrutura de listas definida como a seguir: $l ::= nil \mid a :: l$

onde nil representa a lista vazia, e $a :: l$ representa a lista com primeiro elemento a e cauda l. O comprimento de uma lista é definido recursivamente por:

$$|l| = \begin{cases} 0, & \text{se } l = nil \\ 1 + |l'|, & \text{se } l = a :: l' \end{cases}$$

A concatenação de listas também pode ser definida por uma função recursiva:

$$l_1 \circ l_2 = \begin{cases} l_2, & \text{se } l_1 = nil \\ a :: (l' \circ l_2), & \text{se } l_1 = a :: l' \end{cases}$$

O reverso de listas é definido por:

$$rev(l) = \begin{cases} l, & \text{se } l = nil \\ (rev(l')) \circ (a :: nil), & \text{se } l = a :: l' \end{cases}$$

1. Prove que $|l_1 \circ l_2| = |l_1| + |l_2|$, quaisquer que sejam as listas l_1, l_2.
2. Prove que $l \circ nil = l$, qualquer que seja a lista l.
3. Prove que a concatenação de listas é associativa, isto é, $(l_1 \circ l_2) \circ l_3) = l_1 \circ (l_2 \circ l_3)$ quaisquer que sejam as listas l_1, l_2 e l_3.
4. Prove que $|rev(l)| = |l|$, qualquer que seja a lista l.
5. Prove que $rev(l_1 \circ l_2) = (rev(l_2)) \circ (rev(l_1))$, quaisquer que sejam as listas l_1, l_2.
6. Prove que $rev(rev(l)) = l$, qualquer que seja a lista l.
7. Defina as funções comprimento de lista, concatenação e reverso em Coq.
8. Prove os exercícios de 1 a 6 em Coq.