

AB-701: Desempenho de Aeronaves

Modelo atmosférico e velocidades

Flávio Ribeiro Mauricio Morales Flávio Silvestre

Departamento de Mecânica do Voo
Divisão de Engenharia Aeroespacial
Instituto Tecnológico de Aeronáutica



2017

PARTE I

Modelo Atmosférico e Velocidades

Atmosfera

A atmosfera é definida pelas seguintes propriedades:

- ▶ temperatura
- ▶ pressão
- ▶ densidade

FUNÇÕES DA ALTITUDE

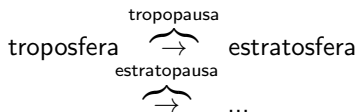
Pergunta:
A atmosfera terrestre
é constante?



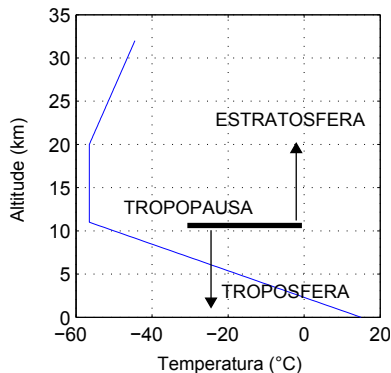
Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

- ▶ International Standard Atmosphere (ISA): USAF 1962
- ▶ temperatura padrão ao nível do mar (SL): 288,150 K (15°C)
- ▶ variação da temperatura com a altitude



- ▶ casos práticos de desempenho abordados na engenharia aeronáutica: até a estratosfera



Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Condição (**definidas**) padrão ao nível do mar (SL, índice 0), na **Atmosfera ISA**:

| | |
|--------------------------|--|
| altitude, | $H_0 = 0 \text{ m}$ |
| pressão, | $p_0 = 101325.0 \text{ N/m}^2$ |
| densidade, | $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ |
| temperatura, | $T_0 = 288.15 \text{ K } (15^\circ\text{C})$ |
| aceleração da gravidade, | $g_0 = 9.80665 \text{ m/s}^2$ |
| velocidade do som, | $a_0 = 340.294 \text{ m/s}$ |

Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Equações da atmosfera (1):

- ▶ equação geral dos gases (gás perfeito):

$$p = \rho R T$$

onde:

- ▶ R: constante específica do gás: para o ar, $287 \text{ J}/(\text{kg K})$
- ▶ p: pressão
- ▶ T: temperatura

Exemplo: uma aeronave voa a uma pressão externa de 70 kPa (70000 N/m^2) e a uma temperatura de -28°C ($-28 + 273,15 \text{ K} = 245,15 \text{ K}$). Qual é a densidade do ar nestas condições?



Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Equações da atmosfera (1):

- ▶ equação geral dos gases (gás perfeito):

$$p = \rho R T$$

onde:

- ▶ R: constante específica do gás: para o ar, $287 \text{ J}/(\text{kg K})$
- ▶ p: pressão
- ▶ T: temperatura

Exemplo: uma aeronave voa a uma pressão externa de 70 kPa ($70000 \text{ N}/\text{m}^2$) e a uma temperatura de -28°C ($-28 + 273,15 \text{ K} = 245,15 \text{ K}$). Qual é a densidade do ar nestas condições?

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{70000}{287 \times 245,15} \approx 0,99 \text{ kg}/\text{m}^3$$

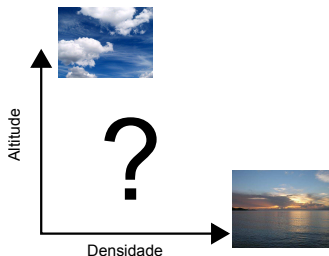


Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Os parâmetros de desempenho são determinados em termos da **altitude** do voo.

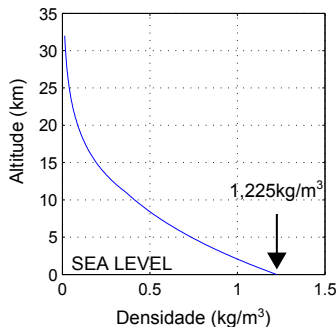
Como varia a densidade com a altitude?



Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Como varia a densidade com a altitude?



Vamos aprender a determinar esta variação!

Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

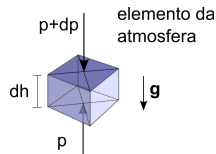
Equações da atmosfera (2):

- ▶ equilíbrio de forças sobre elemento de ar:

$$(p + dp)A - pA + \underbrace{\rho (A dh)}_{\text{massa}} g = 0 \Leftrightarrow dp = -\rho g dh$$

onde:

- ▶ p é a pressão atmosférica
- ▶ dp é a variação de pressão
- ▶ dh é a variação de altitude
- ▶ A é a área do “elemento” de ar assumido



Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

- ▶ Da equação da atmosfera (1) - equação geral dos gases:

$$p = \rho R T \Rightarrow \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{p} - \frac{dT}{T}$$

- ▶ Da equação da atmosfera (2) - equilíbrio de forças sobre elemento de ar:

$$dp = -\rho g dh$$

- ▶ substituindo (2) em (1):

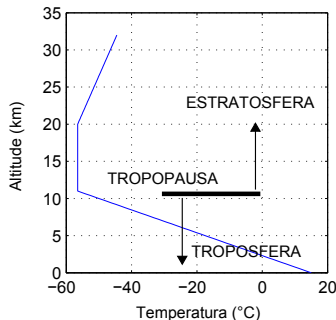
$$\frac{d\rho}{\rho} = - \left(\frac{g}{RT} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dh} \right) dh$$

Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Como varia a temperatura com a altitude?

Em atmosfera padrão, esse comportamento é assumido:



Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \left(\frac{g}{RT} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dh} \right) dh$$

Em atmosfera padrão, Troposfera (0 - 11km):

- ▶ variação linear da temperatura em cada camada da atmosfera de interesse:

$$T = T_0 + T'h, \quad T' = -6,5 \times 10^{-3} K/m$$

- ▶ integrando a partir do SL (índice 0):

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{T'}{T_0} h \right)^{-\frac{1}{T'} \left(\frac{g}{R} + T' \right)}$$

Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Em atmosfera padrão, Estratosfera (para porção onde $T = \text{cte}$, 11 - 20km)

- ▶ variação linear da temperatura em cada camada da atmosfera de interesse:

$$T = T_1 = 216,65 K$$

- ▶ integrando a partir de 11000m (ρ_1):

$$\rho = \rho_1 e^{-\frac{g}{RT_1}(h-h_1)}$$

Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

Exemplo: uma aeronave voa em atmosfera padrão, a uma altitude de 5000m. Determine a densidade do ar nestas condições.

É sabido em uma atmosfera padrão (ISA) que:

- ▶ $T_0 = 288,15 K (15^\circ C)$
- ▶ $\rho_0 = 1,225 kg/m^3$
- ▶ $T' = \frac{dT}{dh} = -6,5 \times 10^{-3} K/m$
- ▶ $g = 9,80665 m/s^2$
- ▶ $R = 287 J/(kgK)$



Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

- ▶ $T_0 = 288,15K (15^\circ C)$
- ▶ $\rho_0 = 1,225kg/m^3$
- ▶ $T' = \frac{dT}{dh} = -6,5 \times 10^{-3} K/m$
- ▶ $g = 9,80665m/s^2$
- ▶ $R = 287J/(kgK)$



A 5000m estamos na troposfera, logo, na ISA:

$$\begin{aligned}
 \rho &= \rho_0 \left(1 + \frac{T'}{T_0} h \right)^{-\frac{1}{T'} \left(\frac{g}{R} + T' \right)} \\
 &= 1,225 \left(1 + \frac{-6,5 \times 10^{-3}}{288,15} 5000 \right)^{-\frac{1}{-6,5 \times 10^{-3}} \left(\frac{9,80665}{287} + (-6,5 \times 10^{-3}) \right)} \\
 &= 0.7360kg/m^3
 \end{aligned}$$

Atmosfera

Atmosfera terrestre padrão, ISA

retirado do livro do YECHOUT

Appendix B

Properties of the U.S. Standard Atmosphere

In this appendix the properties of the 1962 U.S. Standard Atmosphere are tabulated in accordance with Eqs. (1.5–1.17) and (1.21–1.22) of Chapter 1. Two tables are given: Table B1 in English units and Table B2 in Metric units.

Table B1 U.S. Standard atmosphere in English units

| Altitude | Temperature | Temperature ratio | Pressure | Pressure ratio | Density | Density ratio | Coefficient of viscosity | Speed of sound |
|----------|-------------|-------------------|-----------|----------------|--|---------------|---|----------------|
| h , ft | T , °R | θ | P , psf | δ | ρ slugs $\frac{\text{ft}^3}{\text{ft}^3}$ $\times 10^{-3}$ | σ | μ $\frac{\text{lb} \cdot \text{sec}}{\text{ft}^2}$ $\times 10^{-7}$ | a , ft/s |
| 0 | 518.7 | 1.000 | 2116 | 1.000 | 2.377 | 1.000 | 3.737 | 1,116.4 |
| 1,000 | 515.1 | 0.9932 | 2041 | 0.9644 | 2.3081 | 0.97106 | 3.717 | 1,112.6 |
| 2,000 | 511.5 | 0.9863 | 1963 | 0.9298 | 2.2409 | 0.94277 | 3.697 | 1,108.7 |
| 3,000 | 508.0 | 0.9794 | 1879 | 0.8962 | 2.1751 | 0.91512 | 3.677 | 1,104.0 |
| 4,000 | 504.4 | 0.9725 | 1828 | 0.8637 | 2.1109 | 0.88809 | 3.657 | 1,101.0 |
| 5,000 | 500.8 | 0.9657 | 1761 | 0.8320 | 2.0481 | 0.86167 | 3.636 | 1,097.1 |
| 6,000 | 497.3 | 0.9588 | 1696 | 0.8014 | 1.9868 | 0.83586 | 3.616 | 1,093.2 |
| 7,000 | 493.7 | 0.9519 | 1633 | 0.7716 | 1.9268 | 0.81064 | 3.596 | 1,089.2 |
| 8,000 | 490.1 | 0.9459 | 1572 | 0.7428 | 1.8683 | 0.78602 | 3.575 | 1,085.3 |
| 9,000 | 486.6 | 0.9382 | 1513 | 0.7148 | 1.8111 | 0.76196 | 3.555 | 1,081.4 |
| 10,000 | 483.0 | 0.9313 | 1456 | 0.6877 | 1.7533 | 0.73848 | 3.534 | 1,077.4 |

Atmosfera

Atmosfera terrestre real: $ISA + \Delta T$

- ▶ atmosfera real \neq atmosfera padrão
- ▶ convencionou-se **relacioná-la com a atmosfera padrão**
- ▶ conceitos importantes:

altitude-pressão

altitude-densidade

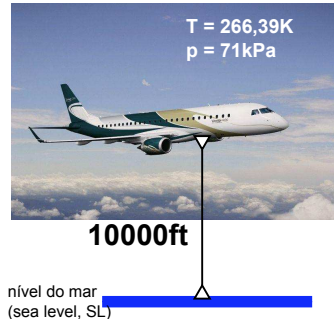
Atmosfera

Atmosfera terrestre real: $ISA + \Delta T$

Considere a aeronave a seguir, voando a 10000ft (3,048km) de altitude:

- ▶ o sensor de temperatura indica $-6,76^{\circ}\text{C}$ (266,39K)
- ▶ o sensor de pressão (estática) indica: 71kPa

A aeronave voa em atmosfera ISA?



Atmosfera

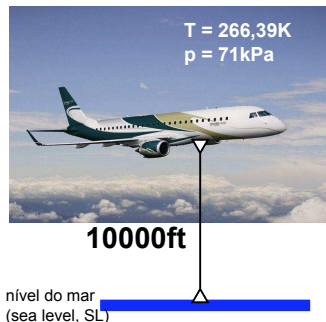
Atmosfera terrestre real: $ISA + \Delta T$

Para 3,048km (10000ft), a ISA nos fornece:

$$\begin{aligned} T &= T_0 + T' h \\ &= 288,15 - 6,5 \times 10^{-3} 3048 = 268,33K \end{aligned}$$

Resposta: **NÃO!**

Diz-se que a aeronave voa em $ISA + \Delta T$.
Neste caso, \approx **ISA -2°C**.



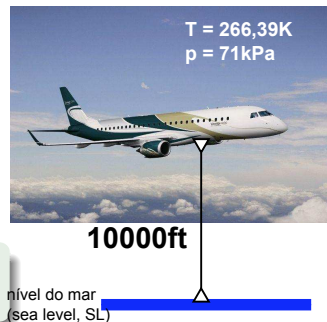
Atmosfera

Atmosfera terrestre real: $ISA + \Delta T$

Considerando agora somente a pressão: 71kPa. Se a aeronave estivesse voando ISA, usando a tabela ($p = \rho(h)R(T_0 + T'h)$), teríamos uma altitude equivalente de **2895m (9500ft)**.

Diz-se que a aeronave voa em **altitude-pressão de 9500ft ou 2895m**, ou seja,

na altitude da ISA correspondente à pressão atual da aeronave.



Atmosfera

Atmosfera terrestre real: $ISA + \Delta T$

Se fizermos o mesmo para a densidade:

densidade atual:

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{71000}{287 \times 266,39} = 0,93 \text{ kg/m}^3$$



tabela ISA



**altitude ISA correspondente: $\approx 2795\text{m}$
($\approx 9170\text{ft}$)**

Diz-se que a aeronave voa em **altitude-
densidade de 9170ft ou 2795m**, ou seja,

na altitude da ISA correspondente
à densidade atual da aeronave.



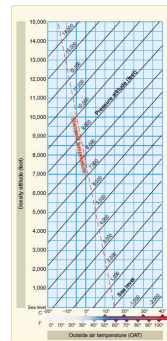
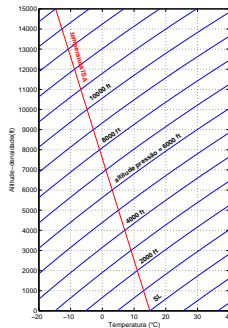
10000ft

nível do mar
(sea level, SL)

Atmosfera

Atmosfera terrestre real: $ISA + \Delta T$

- ▶ mede-se a pressão atmosférica (altitude-pressão)
- ▶ mede-se a temperatura atual
- ▶ usa-se o gráfico de altitude densidade
- ▶ verifica-se o desempenho para a altitude densidade correspondente



fonte: FAA

Atmosfera

Atmosfera terrestre real: $ISA + \Delta T$

Exemplo: determinada aeronave voa em altitude-pressão de 5000ft, conforme indicado pelo altímetro. O piloto, checando o AFM (*Aircraft Flight Manual*) observa que para esta condição e para o peso da aeronave, ela necessita de 790ft de pista para decolar, **em condições padrão (ISA)**.

Operando em uma temperatura 20°C superior à temperatura padrão, isto é, em atmosfera **ISA+20**, ele verifica que a altitude-densidade é aproximadamente 7400ft.

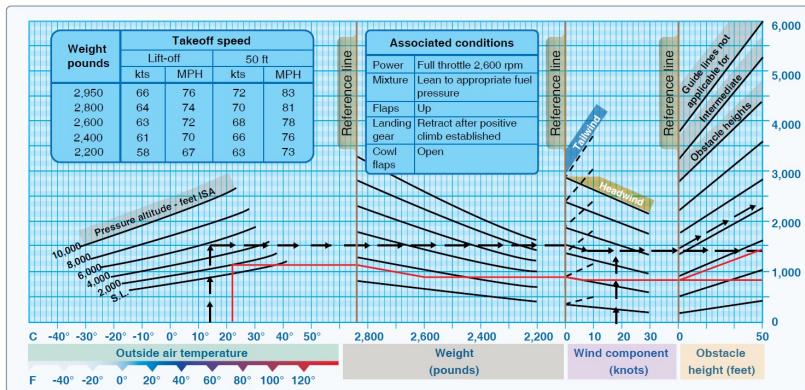
Checando o AFM para este valor de altitude-densidade, o piloto verifica que a pista necessária para decolagem é de 1000ft.

mais quente \rightarrow densidade menor \rightarrow piora no desempenho

Atmosfera

Atmosfera terrestre real: $ISA + \Delta T$

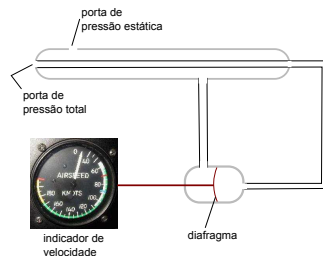
Exemplo de um diagrama genérico de desempenho em decolagem (FAA):



Medida de velocidade

Sistema Pitot-Estático

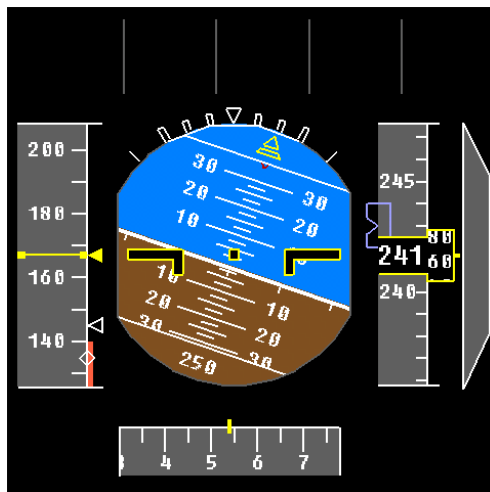
- ▶ medida de velocidade indiretamente através de medidas de pressão
- ▶ pressão total: pressão estática + pressão dinâmica
- ▶ medida da pressão dinâmica através da diferença entre total e estática: tubo de Pitot / fonte de pressão estática
- ▶ **velocidade indicada**, IAS, V_i : mostrada no indicador de velocidade (cockpit)



Medida de velocidade

Sistema Pitot-Estático

Indicador moderno (A340)



Medida de velocidade

Velocidades

- ▶ velocidade verdadeira: TAS (= *true airspeed*), V : velocidade do movimento relativo à massa de ar atmosférico
- ▶ TAS é função da pressão e densidade: equação de Bernouilli

$$V = \sqrt{\frac{7p}{\rho} \left[\left(\frac{\Delta p}{p} + 1 \right)^{\frac{1}{3.5}} - 1 \right]}$$

- ▶ densidade não é medida, porém calculada
- ▶ instrumento calibrado nas condições padrão ao nível do mar: velocidade calibrada, CAS, V_c

$$V_c = \sqrt{\frac{7p_{SL}}{\rho_{SL}} \left[\left(\frac{\Delta p}{p_{SL}} + 1 \right)^{\frac{1}{3.5}} - 1 \right]}$$

- ▶ erros do sistema de medição ΔV_p : dependentes da condição de vôo, catalogados durante campanha de testes

$$V_c = V_i + \Delta V_p$$

Medida de velocidade

Velocidades

- ▶ velocidade equivalente, EAS, V_e : corrigida para a pressão atual

$$V_e = \sqrt{\frac{7p}{\rho_{SL}} \left[\left(\frac{\Delta p}{p} + 1 \right)^{\frac{1}{3.5}} - 1 \right]}$$

- ▶ fator de correção entre V_c e V_e : f

$$V_e = fV_c$$

- ▶ valor de f catalogado para altitude-pressão e CAS
- ▶ a velocidade verdadeira TAS (V) pode ser obtida da EAS através de:

$$V = V_e \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho}}$$

Medida de velocidade

Velocidades

RESUMO:

- ▶ IAS \rightarrow CAS: correção do erro de instalação (também chamado de erro de posição)

$$V_c = V_i + \Delta V_p$$

- ▶ CAS \rightarrow EAS: ajuste para a pressão atual

$$V_e = f V_c$$

- ▶ EAS \rightarrow TAS: ajuste para a densidade atual

$$V = V_e \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho}}$$

- ▶ TAS \rightarrow velocidade em relação ao solo: correção da velocidade do vento

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{V} + \mathbf{V}_W$$

Medida de velocidade

Velocidades

Exemplo: uma aeronave voa a 200 nós de velocidade indicada, em uma altitude de 25000ft, nas condições de atmosfera padrão (ISA). Se o erro de posição do sistema pitot-estático nesta condição é de +1kt, determine a velocidade verdadeira (TAS).

(1 nó = 1,85km/h ; 1ft = 0,3048m)

Dados:

- ▶ $\rho_{SL} = 0,00238 \text{ slug/ft}^3$
- ▶ $\rho_{25000\text{ft}} = 0,00107 \text{ slug/ft}^3$
- ▶ para a altitude-pressão 25000ft: $f = 0,982$

Medida de velocidade

Velocidades

Exemplo: uma aeronave voa a 200kt de velocidade indicada, em uma altitude de 25000ft, nas condições de atmosfera padrão (ISA). Se o erro de posição do sistema pitot-estático nesta condição é de + 1kt, determine a velocidade verdadeira (TAS).

(1kt = 1,85km/h ; 1ft = 0,3048m)

Dados:

- ▶ $\rho_{SL} = 0,00238 \text{ slug/ft}^3$
- ▶ $\rho_{25000\text{ft}} = 0,00107 \text{ slug/ft}^3$
- ▶ para a altitude-pressão 25000ft: $f = 0,982$

Resposta:

- ▶ velocidade calibrada: $V_c = V_i + \Delta V_p = 200 + 1 \text{ kt} = 201 \text{ kt}$
- ▶ velocidade equivalente: $V_e = f V_c = 0,982 \times 201 \text{ kt} = 197,4 \text{ kt}$
- ▶ velocidade verdadeira: $V = V_e \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho_{25000\text{ft}}}} = 294,4 \text{ kt}$