



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

**MÍNIMOS QUADRADOS ORDINÁRIOS: UMA APLICAÇÃO NA ANÁLISE DAS  
QUESTÕES INSTITUCIONAIS DE MUNICÍPIOS BRASILEIROS**

Flávio Hugo Pangrácio Silva   
flaviopangracao@cedeplar.ufmg.br  
Cedeplar - UFMG

Guilherme Gomes Ferreira   
guilhermegf2019@cedeplar.ufmg.br  
Cedeplar - UFMG

DOCENTE: Ana Hermeto.

Belo Horizonte - MG

Abril - 2024

## **LISTA DE FIGURAS**

**LISTA DE TABELAS**

**SUMÁRIO**

<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>O MODELO CLÁSSICO DE REGRESSÃO LINEAR</b>	<b>1</b>
Linearidade do modelo: . . . . .	2
Posto Completo: . . . . .	2
Exogeneidade . . . . .	2
Homocedasticidade e não autocorrelação residual . . . . .	2
Processo Gerador dos dados para a regressão . . . . .	3
Normalidade dos erros . . . . .	3
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>4</b>

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho se propõe a explorar de maneira detalhada o método de mínimos quadrados ordinários (MQO), apresentando uma aplicação na análise das questões institucionais presentes nos municípios brasileiros. Este método estatístico é amplamente utilizado na análise econômica, sendo fundamental para compreender as relações entre variáveis e realizar previsões.

A escolha desse enfoque se justifica pela relevância crescente do estudo das instituições no contexto municipal brasileiro, visto que as políticas públicas e a gestão eficiente dessas instituições desempenham um papel fundamental no desenvolvimento socioeconômico local. Nesse sentido, compreender como diferentes variáveis institucionais estão relacionadas entre si e como influenciam indicadores de crescimento e desenvolvimento municipal torna-se uma questão de interesse.

Por meio deste trabalho, pretendemos não apenas apresentar a aplicação prática do modelo de MQO, mas também fornecer uma base sólida de compreensão teórica, destacando os fundamentos matemáticos e estatísticos subjacentes a esse método. Para isso, organizaremos o conteúdo em várias seções, nas quais abordaremos desde os princípios básicos da regressão linear até aspectos mais avançados, passando pela discussão sobre a formulação teórica do modelo de MQO.

Inicialmente, abordaremos os principais conceitos e definições relacionados à regressão linear, discutindo os pressupostos e as limitações desse modelo estatístico. Posteriormente, dedicaremos atenção especial à formulação teórica do modelo de MQO, descrevendo o processo de estimativa dos parâmetros e apresentando as principais propriedades estatísticas dos estimadores obtidos por esse método. Além disso, discutiremos técnicas de diagnóstico e avaliação da qualidade do modelo, destacando a importância da interpretação correta dos resultados obtidos.

Por fim, demonstraremos a aplicação do modelo de MQO na análise das questões institucionais de municípios brasileiros, utilizando dados da REGIC para ilustrar o processo de formulação, estimação e interpretação do modelo. Espera-se que este trabalho contribua para ampliar o entendimento sobre o método de MQO e sua aplicação.

## O MODELO CLÁSSICO DE REGRESSÃO LINEAR

A priori, antes de adentrar em detalhes do estimador de MQO, é preciso explicar o modelo clássico de regressão linear, bem como suas hipóteses subjacentes. Nesse sentido, deve se salientar que o modelo clássico de regressão linear admite a forma simples e a forma múltipla. No modelo simples, também conhecido como modelo de regressão bivariada, temos apenas uma variável explicada e uma variável explicativa, além de um intercepto e dos resíduos do modelo.

Um problema fundamental do modelo de regressão simples, no entanto, é a dificuldade de fazer uma análise parcial com apenas uma variável explicativa, ignorando todas outras variáveis que afetam a variável explicada,  $Y$ , e são não correlacionadas com a variável independente,  $X$ . É nesse sentido que existe o modelo de regressão linear múltipla, o qual permite explicar uma variável através de uma junção de mais variáveis independentes e não correlacionadas uma com a outra. Doravante, este trabalho focará no modelo de regressão linear múltipla, com a justificativa de que os pressupostos são análogos aos pressupostos do modelo simples e que com mais variáveis, o que só é permitido neste modelo, é possível fazer uma análise mais robusta.

Nesta perspectiva, para a definição do modelo clássico de regressão linear, são necessárias algumas hipóteses:

#### Linearidade do modelo:

A primeira hipótese implica que o modelo deve ser linear nos parâmetros estimados. Disso decorre que as variáveis explicativas podem ser não lineares. Essa hipótese basicamente indica que a relação das variáveis independentes com o parâmetro estimado é linear, ou seja, uma variação marginal nas variáveis independentes resultará em uma variação constante na variável explicada.

#### Posto Completo:

Essa hipótese é uma condição necessária do MCRL, haja vista que, se não satisfeita, é impossível estimar os parâmetros do modelo. Em termos matriciais, implica que a matriz das variáveis independentes deve ser não singular o que, por sua vez, exige que essas variáveis não sejam combinações lineares perfeitas umas das outras. Também é conhecida como condição de identificação

#### Exogeneidade

Tal condição garante que a média condicional do erro dadas as variáveis explicativas é igual a zero. Também conhecida como exogeneidade estrita, seu significado é de que as variáveis explicativas não possuem relação com o termo de perturbação. Além disso, é importante ressaltar que, como a média condicional do erro é zero, sua média incondicional também é zero, o que é garantido pela lei das expectativas iteradas. Essa é uma forte implicação que garante que uma estimação pelo MCRL sempre acerta na média. Ademais, o MCRL garante a aleatoriedade dos resíduos, isto é, a média condicional do erro  $i$ , dado um erro  $j$  qualquer é zero.

#### Homocedasticidade e não autocorrelação residual

Essa quarta hipótese define que a variância condicional do erro é constante e que a covariância condicional dos erros é zero. A variância constante é conhecida como

homocedasticidade, o que significa que para qualquer ponto da amostra, a variância sempre será a mesma. Quando isso não ocorre, dizemos que a variância é heterocedástica.

Já o fato da covariância condicional dos erros ser igual a zero define a não autocorrelação entre os termos de perturbação. Em termos matriciais, temos que a matriz de erros vezes a sua transposta é igual a matriz identidade vezes a variância dos resíduos. Vale ressaltar que isso não implica que as observações não são autocorrelacionadas.

#### Processo Gerador dos dados para a regressão

A quinta premissa se refere a não aleatoriedade do vetor de variáveis explicativas, em outras palavras, ele é não estocástico. Isso quer dizer que o vetor de variáveis explicativas é gerado exogenamente. No entanto, usualmente isso é de difícil aplicação, haja vista que o vetor  $x$  tende a ser aleatório, tal qual o vetor  $y$ . Desse modo, uma forma alternativa é assumir  $x$  como um vetor aleatório e tratar da distribuição conjunta de  $x$  e  $y$ . Desse modo, essa premissa firma que  $x$  pode ser fixo ou aleatório.

#### Normalidade dos erros

Implica que os termos de perturbação são normalmente distribuídos, possuindo média zero e variância constante. Essa premissa é bastante razoável, haja vista que o teorema do limite central garante essa normalidade, pelo menos, assintoticamente. Todavia, essa suposição geralmente não é necessária para obter a maioria dos resultados em uma regressão linear.

Heiss (2020) Greene (2019)

## REFERÊNCIAS

GREENE, W. H. **Econometric Analysis Global Edition**. 8. ed. [s.l.] Pearson-prentice Hall, 2019.

HEISS, F. **Using R for Introductory Econometrics**. 2. ed. [s.l: s.n.].