UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

MÍNIMOS QUADRADOS ORDINÁRIOS: UMA APLICAÇÃO NA ANÁLISE DAS QUESTÕES INSTITUCIONAIS DE MUNICÍPIOS BRASILEIROS

Flávio Hugo Pangracio Silva
flaviopangracio@cedeplar.ufmg.br
Cedeplar - UFMG

Guilherme Gomes Ferreira
guilhermegf2019@cedeplar.ufmg.br
Cedeplar - UFMG

DOCENTE: Ana Hermeto.

Belo Horizonte - MG

Abril - 2024

LISTA DE FIGURAS

1 Histograma do PIB per capita 5
2 Coeficiente de Intensidade da Gestão Empresarial (CI) 5
3 Centralidade de Gestão Pública (CGP) 6

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **1**

2 O MODELO CLÁSSICO DE REGRESSÃO LINEAR **1**

2.1 Linearidade do modelo 2

2.2 Posto Completo 2

2.3 Exogeneidade 2

2.4 Homocedasticidade e não autocorrelação residual 2

2.5 Processo Gerador dos dados para a regressão 3

2.6 Normalidade dos erros 3

3 REGRESSÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS **3**

4 ESTIMAÇÃO **3**

4.1 Análise Descritiva 4

5 REFERÊNCIAS **7**

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho se propõe a explorar de maneira detalhada o método de mínimos quadrados ordinários (MQO), apresentando uma aplicação na análise das questões institucionais presentes nos municípios brasileiros. Este método estatístico é amplamente utilizado na análise econômica, sendo fundamental para compreender as relações entre variáveis e realizar previsões.

A escolha desse enfoque se justifica pela relevância crescente do estudo das instituições no contexto municipal brasileiro, visto que as políticas públicas e a gestão eficiente dessas instituições desempenham um papel fundamental no desenvolvimento socioeconômico local. Nesse sentido, compreender como diferentes variáveis institucionais estão relacionadas entre si e como influenciam indicadores de crescimento e desenvolvimento municipal torna-se uma questão de interesse.

Por meio deste trabalho, pretendemos não apenas apresentar a aplicação prática do modelo de MQO, mas também fornecer uma base sólida de compreensão teórica, destacando os fundamentos matemáticos e estatísticos subjacentes a esse método. Para isso, organizaremos o conteúdo em várias seções, nas quais abordaremos desde os princípios básicos da regressão linear até aspectos mais avançados, passando pela discussão sobre a formulação teórica do modelo de MQO.

Inicialmente, abordaremos os principais conceitos e definições relacionados à regressão linear, discutindo os pressupostos e as limitações desse modelo estatístico. Posteriormente, dedicaremos atenção especial à formulação teórica do modelo de MQO, descrevendo o processo de estimativa dos parâmetros e apresentando as principais propriedades estatísticas dos estimadores obtidos por esse método. Além disso, discutiremos técnicas de diagnóstico e avaliação da qualidade do modelo, destacando a importância da interpretação correta dos resultados obtidos.

Por fim, demonstraremos a aplicação do modelo de MQO na análise das questões institucionais de municípios brasileiros, utilizando dados da REGIC para ilustrar o processo de formulação, estimação e interpretação do modelo. Espera-se que este trabalho contribua para ampliar o entendimento sobre o método de MQO e sua aplicação.

2. O MODELO CLÁSSICO DE REGRESSÃO LINEAR

A priori, antes de adentrar em detalhes do estimador de MQO, é preciso explicar o modelo clássico de regressão linear, bem como suas hipóteses subjacentes. Nesse sentido, deve se salientar que o modelo clássico de regressão linear admite a forma simples e a forma múltipla. No modelo simples, também conhecido como modelo de regressão bivariada, temos apenas uma variável explicada e uma variável explicativa, além de um intercepto e dos resíduos do modelo.

Um problema fundamental do modelo de regressão simples, no entanto, é a dificuldade de fazer uma análise parcial com apenas uma variável explicativa, ignorando todas outras variáveis que afetam a variável explicada, Y, e são não correlacionadas com a variável independente, X. É nesse sentido que existe o modelo de regressão linear múltipla, o qual permite explicar uma variável através de uma junção de mais variáveis independentes e não correlacionadas uma com a outra. Doravante, este trabalho focará no modelo de regressão linear múltipla, com a justificativa de que os pressupostos são análogos aos pressupostos do modelo simples e que com mais variáveis, o que só é permitido neste modelo, é possível fazer uma análise mais robusta.

Nesta perspectiva, para a definição do modelo clássico de regressão linear, são necessárias algumas hipóteses:

2.1. Linearidade do modelo

A primeira hipótese implica que o modelo deve ser linear nos parâmetros estimados. Disso decorre que as variáveis explicativas podem ser não lineares. Essa hipótese basicamente indica que a relação das variáveis independentes com o parâmetro estimado é linear, ou seja, uma variação marginal nas variáveis independentes resultará em uma variação constante na variável explicada.

2.2. Posto Completo

Essa hipótese é uma condição necessária do MCRL, haja vista que, se não satisfeita, é impossível estimar os paramêtros do modelo. Em termos matriciais, implica que a matriz das variáveis independentes deve ser não singular o que, por sua vez, exige que essas variáveis não sejam combinações lineares perfeitas umas das outras. Também é conhecida como condição de identificação

2.3. Exogeneidade

Tal condição garante que a média condicional do erro dadas as variáveis explicativas é igual a zero. Também conhecida como exogeneidade estrita, seu significado é de que as variáveis explicativas não possuem relação com o termo de perturbação. Além disso, é importante ressaltar que, como a média condicional do erro é zero, sua média incondicional também é zero, o que é garantido pela lei das expectativas iteradas. Essa é uma forte implicação que garante que uma estimação pelo MCRL sempre acerta na média.Ademais, o MCRL garante a aleatoriedade dos resíduos, isto é, a média condicional do erro i, dado um erro j qualquer é zero.

2.4. Homocedasticidade e não autocorrelação residual

Essa quarta hipótese define que a variância condicional do erro é constante e que a covariância condicional dos erros é zero. A variância constante é conhecida como homocedasticidade, o que significa que para qualquer ponto da amostra, a variância sempre será a mesma. Quando isso não ocorre, dizemos que a variância é heterocedástica.

Já o fato da covariância condicional dor erros ser igual a zero define a não autocorrelação entre os termos de perturbação. Em termos matriciais, temos que a matriz de erros vezes a sua transposta é igual a matriz identidade vezes a variância dos resíduos. Vale ressaltar que isso não implica que as observações não são autocorrelacionadas.

2.5. Processo Gerador dos dados para a regressão

A quinta premissa se refere a não aleatoriedade do vetor de variáveis explicativas, em outras palavras, ele é não estocástico. Isso quer dizer que o vetor de variáveis explicativas é gerado exogenamente. No entanto, usualmente isso é de difícil aplicação, haja vista que o vetor x tende a ser aleatório, tal qual o vetor y. Desse modo, uma forma alternativa é assumir x como um vetor aleatório e tratar da distribuição conjunta de x e y. Desse modo, essa premissa firma que x pode ser fixo ou aleatório.

2.6. Normalidade dos erros

Implica que os termos de perturbação são normalmente distribuídos, possuindo média zero e variância constante. Essa premissa é bastante razoável, haja vista que o teorema do limite central garante essa normalidade, pelo menos, assintoticamente. Todavia, essa suposição geralmente não é necessária para obter a maioria dos resultados em uma regressão linear.

Finalizada esta parte, apresentou-se as premissas do MCRL, as quais servem como base para a construção de um modelo econométrico. O objetivo seguinte será descrever métodos de estimação de modelos, dentre eles, o famoso e amplamente utilizado, método de mínimos quadrados ordinários.

3. REGRESSÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

4. ESTIMAÇÃO

Carregando pacotes:

```
library(readxl)
library(dplyr)
```

Carregando a base da REGIC 2018 e ajustando as variáveis de interesse:

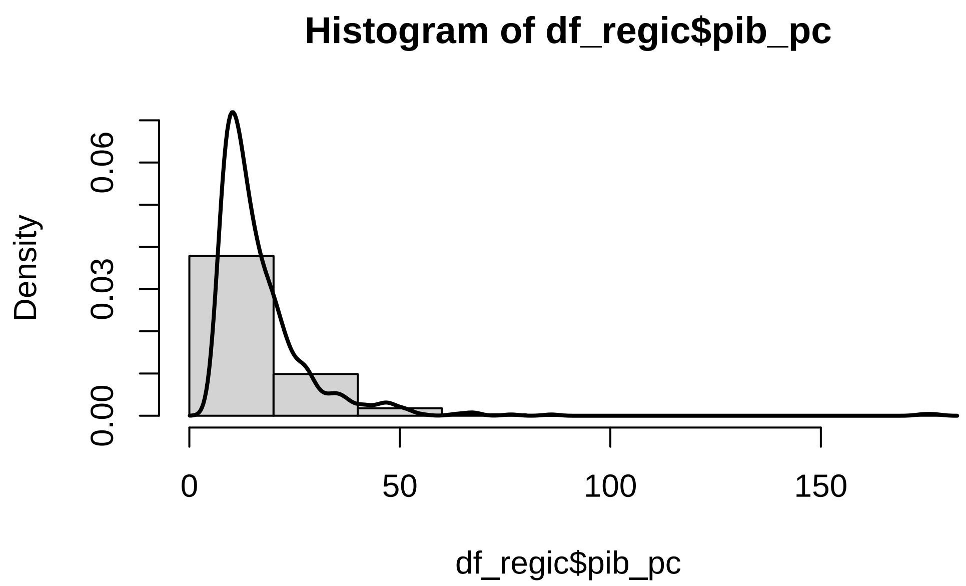
```
df_regic <- readxl::read_xlsx(
  path = "data/REGIC2018 Cidades v2.xlsx",
  sheet="Base de dados por Cidades"
```

```r
) |>
  dplyr::filter(
    UF == "MG"
  ) |>
  dplyr::select(
    "COD_CIDADE",
    "NOME_CIDADE",
    "VAR01",
    "VAR03",
    "VAR23",
    "VAR29",
    "VAR85",
    "VAR89"
  ) |>
  dplyr::rename(
    "populacao" = "VAR01",
    "pib" = "VAR03",
    "cige" = "VAR23",
    "cgp" = "VAR29"
  ) |>
  dplyr::mutate(
    "populacao" = as.numeric(populacao),
    "pib" = as.numeric(pib),
    "cige" = as.numeric(cige),
    "cgp" = as.numeric(cgp),
    "banco_publico" = ifelse(VAR85 | VAR89, 1, 0),
    "log_cige" = ifelse(as.numeric(cige) < 1, 0, log(as.numeric(cige))),
    "log_cgp" = ifelse(as.numeric(cgp) < 1, 0, log(as.numeric(cgp)))
  )

df_regic[is.na(df_regic)] <- 0

df_regic$pib_pc <- df_regic$pib / df_regic$populacao
```

4.1. Análise Descritiva

```r
## PIB per capita
hist(df_regic$pib_pc, freq=FALSE, ylim=c(0,.07))
lines(density(df_regic$pib_pc), lwd=2)
```

Figura 1: Histograma do PIB per capita

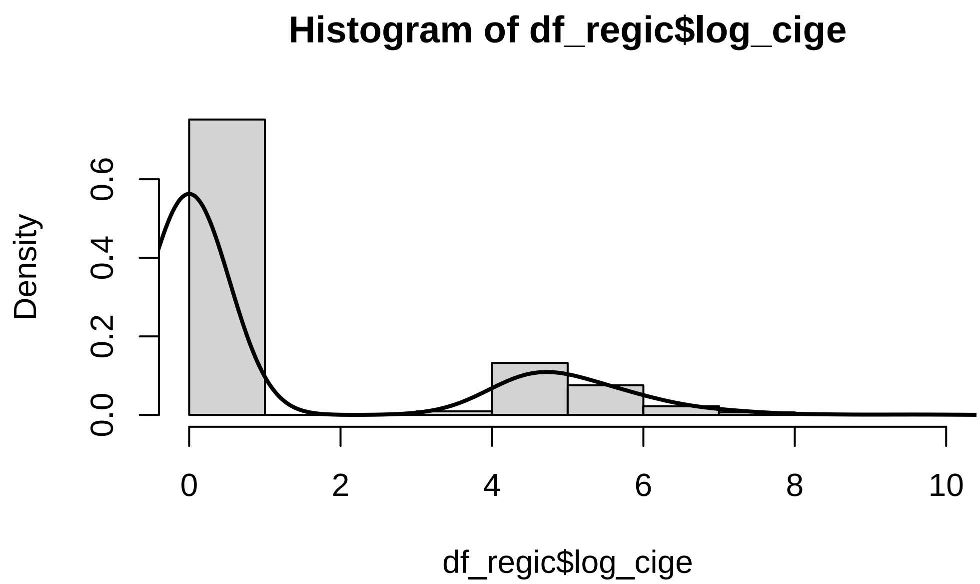



```r
summary(df_regic$pib_pc)
```

```
 Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max. 
5.388   9.945  13.484  17.128  19.856 177.101 
```

```r
hist(df_regic$log_cige, freq=FALSE)
lines(density(df_regic$log_cige), lwd=2)
```

Figura 2: Coeficiente de Intensidade da Gestão Empresarial (CI)

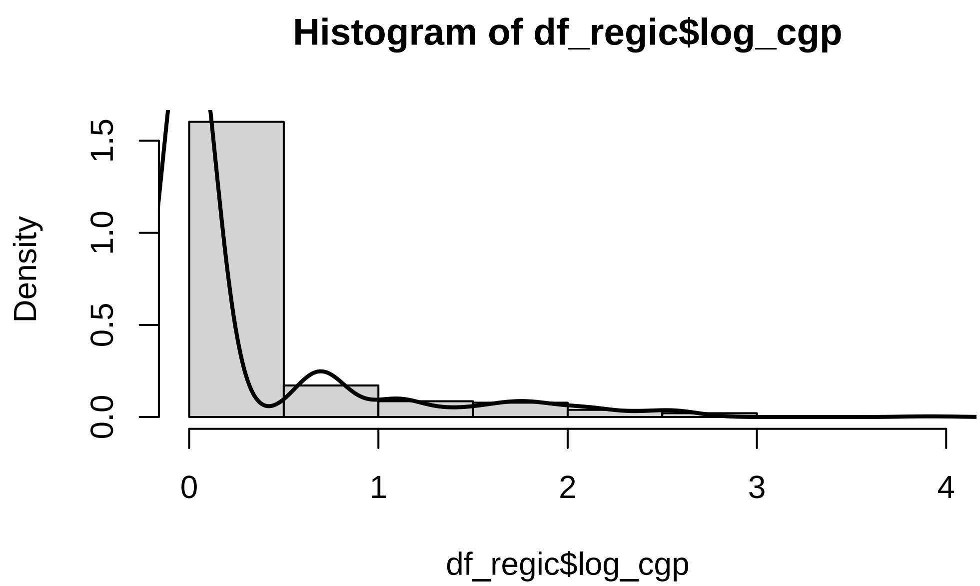


```r
summary(df_regic$log_cige)
```

```
 Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
0.000   0.000   0.000   1.258   0.000   9.627
```

```r
hist(df_regic$log_cgp, freq=FALSE)
lines(density(df_regic$log_cgp), lwd=2)
```

Figura 3: Centralidade de Gestão Pública (CGP)




```r
summary(df_regic$log_cige)
```

```
 Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
0.000   0.000   0.000   1.258   0.000   9.627
```

Heiss (2020) Greene (2019)

5. REFERÊNCIAS

GREENE, W. H. **Econometric Analysis Global Edition**. 8. ed. [s.l.] Pearson-prentice Hall, 2019.

HEISS, F. **Using R for Introductory Econometrics**. 2. ed. [s.l: s.n.].