

Dispensa di Cinematica e Dinamica

Chapter 1

Cinematica del punto materiale

1.1 Moto rettilineo uniforme: MRU

1.1.1 Descrizione del moto

Il **moto rettilineo uniforme (MRU)** è un moto in cui un punto materiale:

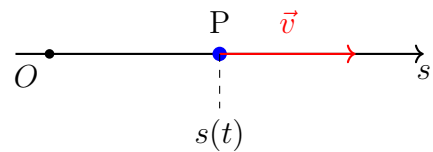
- si muove lungo una **retta**;
- mantiene **velocità costante** nel tempo;
- ha **accelerazione nulla**.

In questo tipo di moto il corpo percorre **spazi uguali in tempi uguali**.

1.1.2 Sistema di riferimento

Il moto è descritto lungo un asse orientato s , fissando:

- un'origine O ;
- un verso positivo;
- un istante iniziale $t = 0$.



La posizione del punto materiale è indicata con $s(t)$.

1.1.3 Definizioni cinematiche (moto in una dimensione)

Siano t_1 e t_2 due istanti con $t_2 > t_1$.

Intervallo di tempo

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Spostamento

$$\Delta s = s(t_2) - s(t_1)$$

Velocità media

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Nel moto rettilineo uniforme la velocità media ha lo stesso valore per qualunque intervallo temporale.

1.1.4 Legge oraria del MRU

La posizione del punto materiale varia linearmente nel tempo secondo la legge:

$$s(t) = s_0 + v t$$

dove:

- s_0 è la posizione iniziale;
- v è la velocità costante;
- t è il tempo.

Da questa relazione segue:

$$\Delta s = v \Delta t$$

1.1.5 Velocità e accelerazione

Nel MRU la velocità non varia nel tempo:

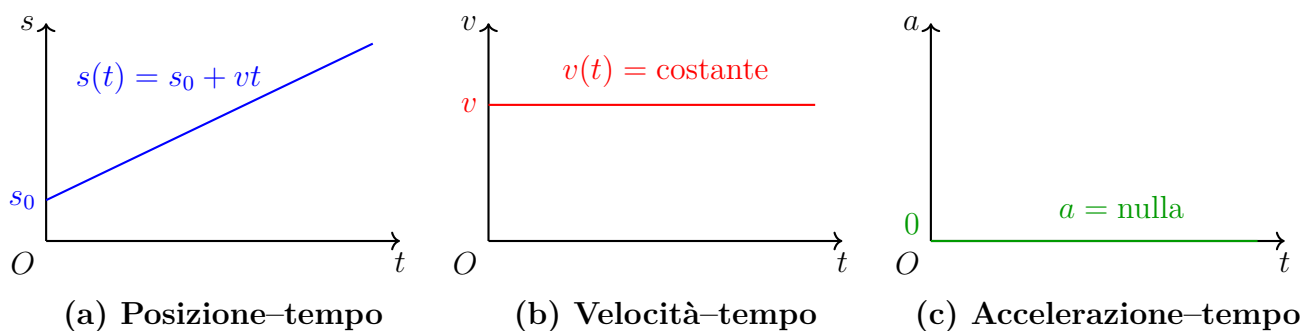
$$\Delta v = 0 \quad \text{per ogni intervallo di tempo}$$

Di conseguenza l'accelerazione è nulla:

$$a = 0$$

1.1.6 Grafici caratteristici del MRU

Nei seguenti grafici l'origine degli assi coincide con l'istante iniziale $t = 0$.



1.1.7 Interpretazione fisica

Nel MRU:

- la posizione cresce (o decresce) linearmente nel tempo;
- la pendenza del grafico $s(t)$ rappresenta la velocità;
- la velocità non cambia né in modulo né in verso.

1.1.8 Esempi di vita quotidiana

- Un'automobile che procede su un tratto rettilineo mantenendo velocità costante.
- Un treno in pianura che viaggia a velocità quasi costante.
- Un nastro trasportatore industriale.
- Una persona che cammina in linea retta mantenendo lo stesso passo.

1.2 Moto rettilineo uniformemente accelerato: MRUA

1.2.1 Descrizione del moto

Il **moto rettilineo uniformemente accelerato (MRUA)** è un moto in cui un punto materiale:

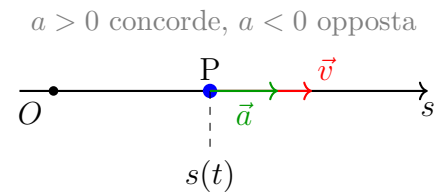
- si muove lungo una **retta**;
- ha **accelerazione costante** nel tempo;
- presenta una velocità che **varia linearmente** nel tempo.

Se l'accelerazione ha verso opposto alla velocità iniziale, il moto prende il nome di **moto rettilineo uniformemente rallentato (MRUR)**.

1.2.2 Sistema di riferimento

Il moto è descritto lungo un asse orientato x , fissando:

- un'origine O ;
- un verso positivo;
- un istante iniziale $t = 0$.



Nel moto rettilineo uniformemente accelerato il punto materiale si muove lungo la retta con **accelerazione costante** a ; la velocità varia nel tempo.

1.2.3 Definizioni cinematiche (moto in una dimensione)

Siano t_1 e t_2 due istanti con $t_2 > t_1$.

Intervallo di tempo

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Variazione di velocità

$$\Delta v = v(t_2) - v(t_1)$$

Accelerazione media L'accelerazione media è definita come:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Nel MRUA l'accelerazione media assume lo stesso valore per qualunque intervallo di tempo.

1.2.4 Leggi orarie del MRUA

Sia $v_0 = v(0)$ la velocità iniziale e $s_0 = s(0)$ la posizione iniziale. Nel moto rettilineo uniformemente accelerato valgono le seguenti relazioni:

$$v(t) = v_0 + a t$$

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Da esse seguono le relazioni in forma incrementale:

$$\Delta v = a \Delta t \quad \Delta s = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

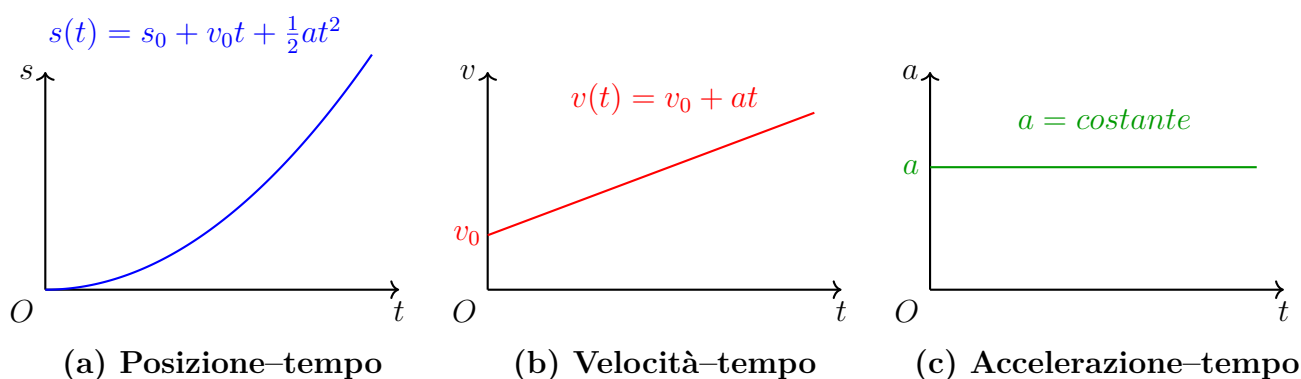
1.2.5 Velocità e accelerazione

Nel MRUA:

- l'accelerazione a è costante;
- la velocità aumenta o diminuisce linearmente nel tempo;
- nel caso $a < 0$ il moto è uniformemente rallentato.

1.2.6 Grafici caratteristici del MRUA

Nei seguenti grafici l'origine degli assi coincide con l'istante iniziale $t = 0$.



1.2.7 Interpretazione fisica

Nel MRUA:

- la velocità varia in modo uniforme nel tempo;
- il grafico $v(t)$ è una retta la cui pendenza rappresenta l'accelerazione;
- il grafico $s(t)$ è una parabola;
- l'area sottesa dal grafico $v(t)$ rappresenta lo spostamento.

1.2.8 Esempi di vita quotidiana

- Un'automobile che accelera in linea retta dopo un semaforo.
- Un veicolo che frena con decelerazione costante.
- Un ascensore nelle fasi di avvio o arresto.
- Un corpo che cade verticalmente in assenza di attrito dell'aria.

1.3 Moto circolare uniforme: MCU

1.3.1 Descrizione del moto

Il **moto circolare uniforme** (MCU) è un moto in cui un punto materiale:

- si muove lungo una **circonferenza** di raggio costante R ;
- mantiene **velocità angolare costante** nel tempo;
- ha **modulo della velocità costante**, ma direzione variabile.

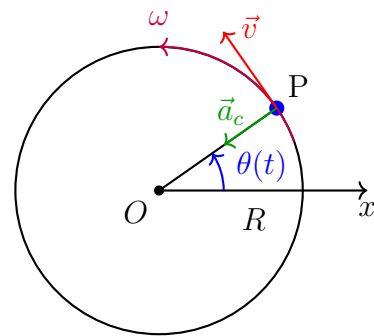
Nel moto circolare uniforme il punto percorre **archi uguali in tempi uguali**.

1.3.2 Sistema di riferimento

Il moto è descritto introducendo:

- un centro di rotazione O ;
- un raggio costante R ;
- un verso di percorrenza (orario o antiorario);
- un istante iniziale $t = 0$.

La posizione del punto è individuata dall'angolo $\theta(t)$ misurato a partire da una direzione di riferimento.



1.3.3 Definizioni cinematiche (moto circolare)

Siano t_1 e t_2 due istanti con $t_2 > t_1$.

Intervallo di tempo

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Spostamento angolare

$$\Delta\theta = \theta(t_2) - \theta(t_1)$$

Velocità angolare media

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \bar{\omega} = \frac{2\pi n}{60}$$

Nel moto circolare uniforme la velocità angolare è costante.

Periodo

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Frequenza

$$f = \frac{1}{T} \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

1.3.4 Legge oraria del MCU

Indicando con $\theta_0 = \theta(0)$ la posizione angolare iniziale e con ω la velocità angolare costante, vale:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

Lo spostamento angolare è quindi:

$$\Delta\theta = \omega \Delta t$$

1.3.5 Velocità lineare

La velocità lineare (tangenziale) ha modulo costante ed è legata alla velocità angolare dalla relazione:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = R\omega$$

dove $\Delta s = R\Delta\theta$ è l'arco di circonferenza percorso.

1.3.6 Accelerazione nel MCU

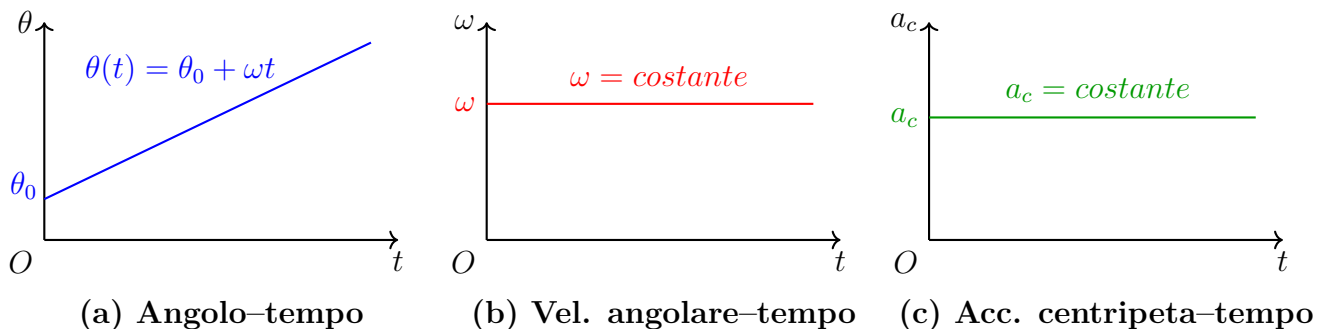
Nel moto circolare uniforme il modulo della velocità è costante, ma la direzione cambia continuamente. È quindi presente un'accelerazione, detta **accelerazione centripeta**, diretta verso il centro della traiettoria:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

Questa accelerazione è perpendicolare alla velocità istantanea.

1.3.7 Grafici caratteristici del MCU

Nei grafici seguenti l'origine degli assi coincide con l'istante iniziale $t = 0$.



1.3.8 Interpretazione fisica

Nel moto circolare uniforme:

- l'angolo cresce linearmente nel tempo;
- la velocità angolare è costante;
- il modulo della velocità lineare è costante;
- l'accelerazione è sempre diretta verso il centro della traiettoria.

1.3.9 Esempi di vita quotidiana

- Le lancette di un orologio.
- Un punto sul bordo di una ruota che gira a velocità costante.
- Un ventilatore in regime stazionario.
- Un satellite in orbita circolare uniforme (modello ideale).

1.4 Moto circolare uniformemente accelerato

1.4.1 Descrizione del moto

Il **moto circolare uniformemente accelerato (MCUA)** è un moto in cui un punto materiale:

- si muove lungo una **circonferenza** di raggio costante R ;
- ha **accelerazione angolare costante** nel tempo;
- presenta una velocità angolare che **varia linearmente** nel tempo.

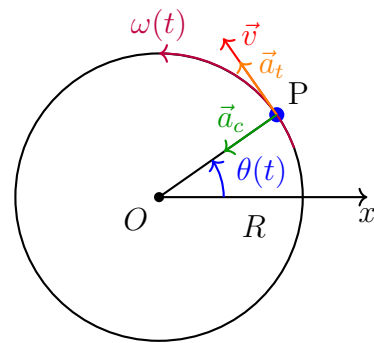
Se l'accelerazione angolare ha verso opposto alla velocità angolare iniziale, il moto è detto **uniformemente decelerato**.

1.4.2 Sistema di riferimento

Il moto è descritto introducendo:

- un centro di rotazione O ;
- un raggio costante R ;
- un verso di percorrenza (orario o antiorario);
- un istante iniziale $t = 0$.

La posizione del punto è individuata dall'angolo $\theta(t)$ misurato a partire da una direzione di riferimento.



1.4.3 Definizioni cinematiche

Siano t_1 e t_2 due istanti con $t_2 > t_1$.

Intervallo di tempo

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Spostamento angolare

$$\Delta\theta = \theta(t_2) - \theta(t_1)$$

Variazione di velocità angolare

$$\Delta\omega = \omega(t_2) - \omega(t_1)$$

Accelerazione angolare media

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Nel MCUA l'accelerazione angolare ha lo stesso valore per qualunque intervallo di tempo.

1.4.4 Leggi orarie del MCUA

Indicando con $\omega_0 = \omega(0)$ la velocità angolare iniziale e con $\theta_0 = \theta(0)$ la posizione angolare iniziale, valgono:

$$\begin{cases} \omega(t) = \omega_0 + \alpha t \\ \theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$$

1.4.5 Velocità e accelerazioni

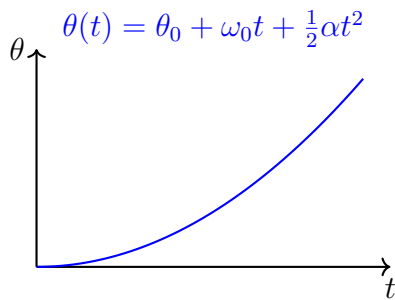
Nel moto circolare uniformemente accelerato:

- la velocità tangenziale è $v(t) = R\omega(t)$;
- l'accelerazione centripeta vale $a_c = R\omega^2(t)$;
- è presente anche l'**accelerazione tangenziale**

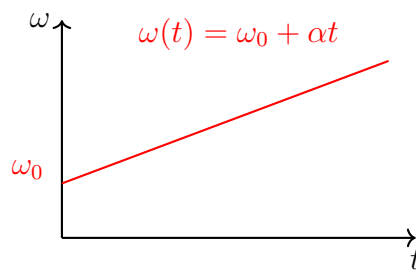
$$a_t = R\alpha,$$

diretta lungo la tangente alla traiettoria.

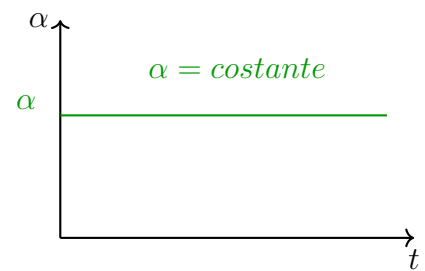
1.4.6 Grafici caratteristici del MCUA



(a) Angolo-tempo



(b) Vel. angolare-tempo



(c) Acc. angolare-tempo

1.4.7 Interpretazione fisica

Nel MCUA:

- la velocità angolare varia in modo uniforme;
- l'angolo percorso cresce quadraticamente nel tempo;
- il moto combina accelerazione tangenziale e centripeta.

1.4.8 Esempi di vita quotidiana

- Avviamento di un motore elettrico.
- Frenata di una ruota.
- Accelerazione di un ventilatore.
- Disco rotante che aumenta la velocità di rotazione.