Escalas de medición

(Nominal, ordinal, de intervalo o de razón)

La escala de medición determina la cantidad de información contenida en el dato e indica la manera más apropiada de resumir y de analizar estadísticamente los datos.

IMAGEN DE EJEMPLO

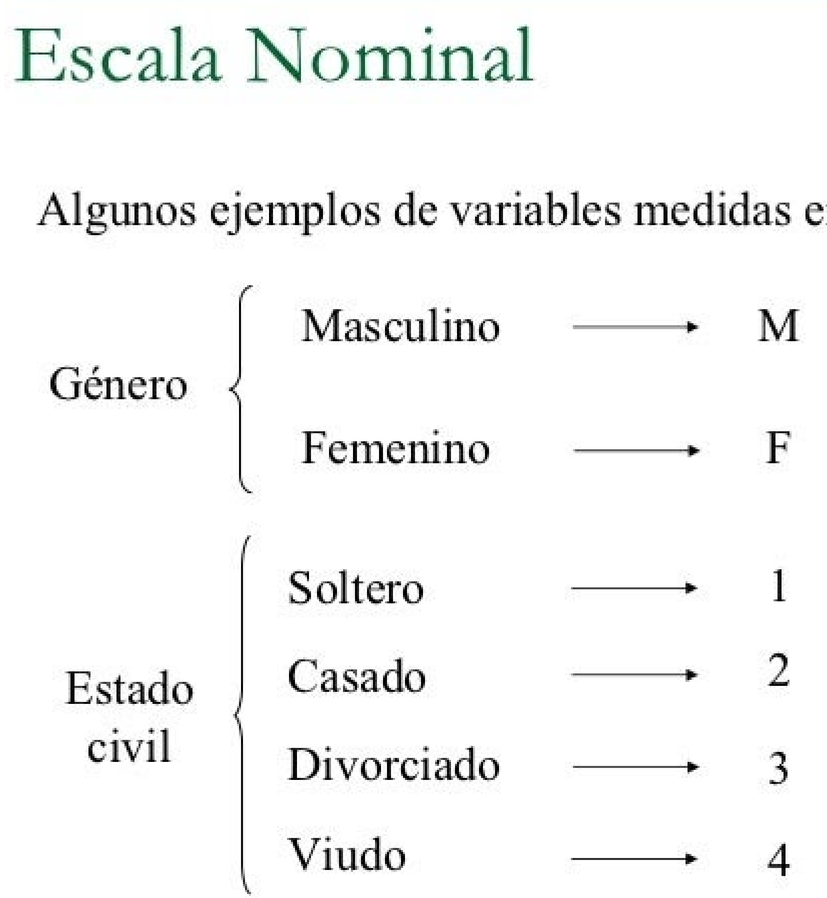
TABLA 1.1 CONJUNTO DE DATOS DE 25 EMPRESAS S&P 500

Empresa	Bolsa de valores	Denominación abreviada Ticker	Posición en *BusinessWeek*	Precio por acción ($)	Ganancia por acción ($)
Abbott Laboratories	N	ABT	90	46	2.02
Altria Group	N	MO	148	66	4.57
Apollo Group	NQ	APOL	174	74	0.90
Bank of New York	N	BK	305	30	1.85
Bristol-Myers Squibb	N	BMY	346	26	1.21
Cincinnati Financial	NQ	CINF	161	45	2.73
Comcast	NQ	CMCSA	296	32	0.43
Deere	N	DE	36	71	5.77
eBay	NQ	EBAY	19	43	0.57
Federated Dept. Stores	N	FD	353	56	3.86
Hasbro	N	HAS	373	21	0.96
IBM	N	IBM	216	93	4.94
International Paper	N	IP	370	37	0.98
Knight-Ridder	N	KRI	397	66	4.13
Manor Care	N	HCR	285	34	1.90
Medtronic	N	MDT	53	52	1.79
National Semiconductor	N	NSM	155	20	1.03
Novellus Systems	NQ	NVLS	386	30	1.06
Pitney Bowes	N	PBI	339	46	2.05
Pulte Homes	N	PHM	12	78	7.67
SBC Communications	N	SBC	371	24	1.52
St. Paul Travelers	N	STA	264	38	1.53
Teradyne	N	TER	412	15	0.84
UnitedHealth Group	N	UNH	5	91	3.94
Wells Fargo	N	WFC	159	59	4.09

Fuente: Business Week (4 de abril de 2005).

ESCALA NOMINAL

Cuando el dato de una variable es una etiqueta o un nombre que identifica un atributo de un elemento

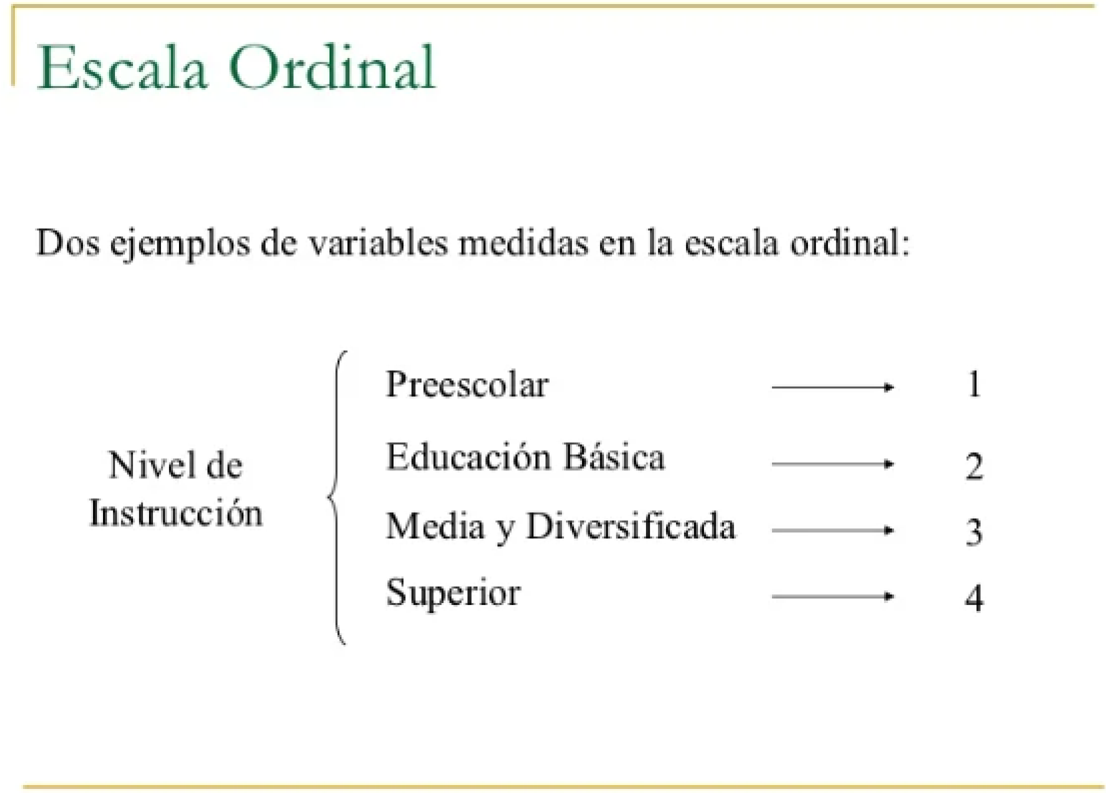


Cuando la escala de medición es nominal, se usa un código o una etiqueta no numérica

Por ejemplo, en relación con la tabla 1.1 la escala de medición para la variable bolsa de valores (mercado bursátil) es nominal porque N y NQ son etiquetas que se usan para indicar dónde cotiza la acción de la empresa

ESCALA ORDINAL

Si los datos muestran las propiedades de los datos nominales y además tiene sentido el orden o jerarquía de los datos



Por ejemplo, en la tabla 1.1 la posición de los datos en BusinessWeek es un dato ordinal. Da una jerarquía del 1 al 500 de acuerdo con la evaluación de BusinessWeek sobre la fortaleza de la empresa

ESCALA DE INTERVALO

Si los datos tienen las características de los datos ordinales y el intervalo entre valores se expresa en términos de una unidad de medición fija. Los datos de intervalo siempre son numéricos

-La unidad de medición es arbitraria, el cero es convencional y pueden existir cantidades negativas; la medición de la temperatura y del coeficiente intelectual

-Se pueden hacer comparaciones por medio de diferencias o de sumas, pero no se admiten comparaciones por medio de multiplicaciones, divisiones o porcentajes

-En las escalas de este tipo, se emplea un cero arbitrario, es decir, un cero que no indica la ausencia de valor, sino el punto más bajo que puede adoptar una variable

Escala de Intervalo

Tres ejemplos de variables medidas en una escala de intervalo:

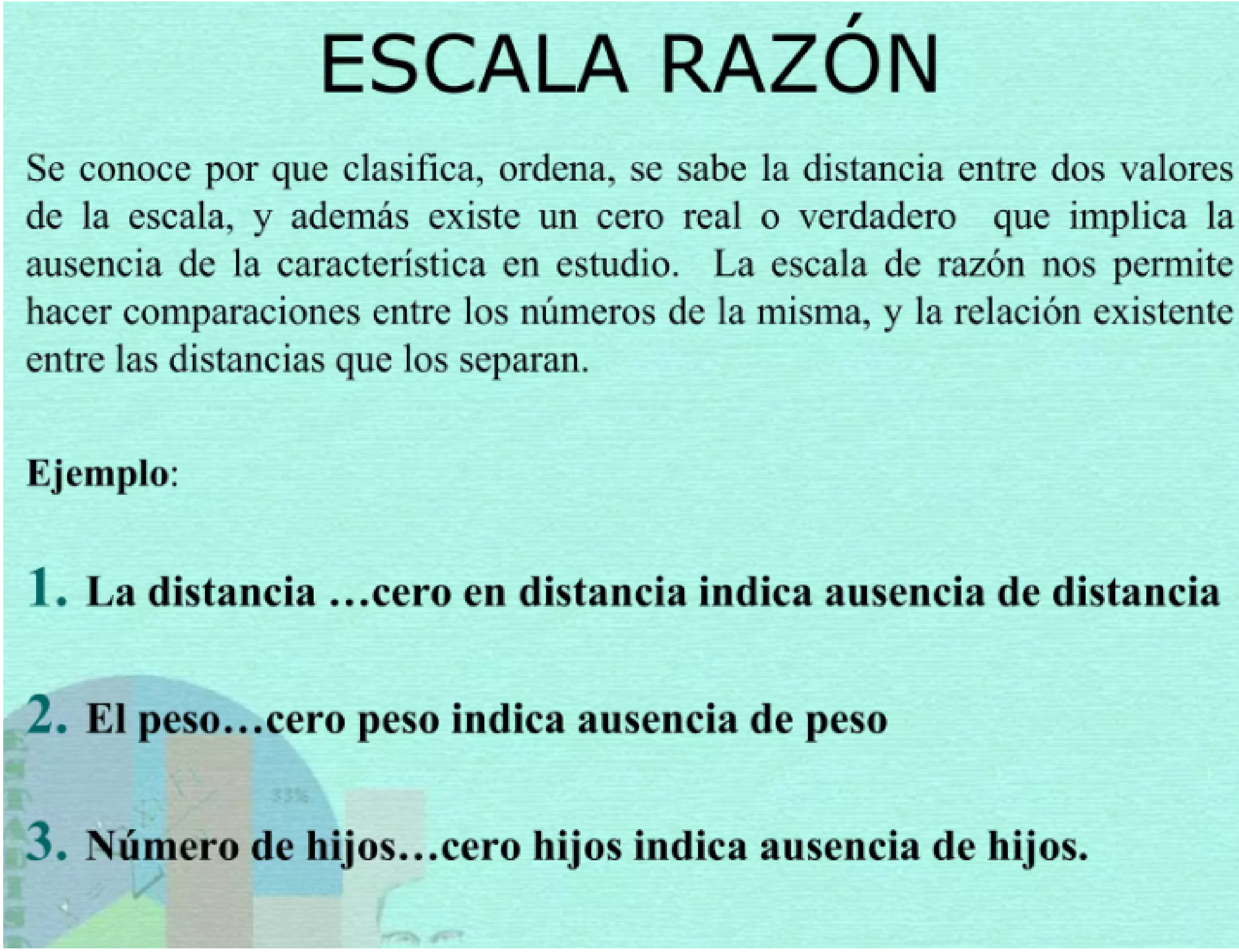
1. La temperatura de una ciudad medida en grados Fahrenheit o Celsius.
2. La altura de las ciudades usando como referencia el nivel del mar.
3. El rendimiento académico medido en una escala del 0 al 20.

Para cada variable mencionada el cero es "arbitrario".

Por ejemplo, las calificaciones en una prueba de aptitudes escolares. Las calificaciones obtenidas por tres alumnos en la prueba de matemáticas con 620, 550 y 470, pueden ser ordenadas en orden de mejor a peor. Además las diferencias entre las calificaciones tienen significado. Por ejemplo, el estudiante 1 obtuvo 620 - 550 = 70 puntos más que el estudiante 2 mientras que el estudiante 2 obtuvo 550 - 470 = 80 puntos más que el estudiante tres

ESCALA DE RAZON

Si los datos tienen todas las propiedades de los datos de intervalo y la proporción entre dos valores tiene significado



Variables como distancia, altura, peso y tiempo usan la escala de razón en la medición

Requiere que se tenga el valor cero para indicar que en este punto no existe la variable. Por ejemplo, considere el costo de un automóvil. El valor cero para el costo indica que el automóvil no cuesta, que es gratis. Además, si se compara el costo de un automóvil de $30 000, con el costo de otro automóvil, $15 000, la propiedad de razón muestra que $30 000/$15 000 □ 2: el primer automóvil cuesta el doble del costo del segundo

Datos cualitativos y cuantitativos

Los datos cualitativos comprenden etiquetas o nombres que se usan para identificar un atributo de cada elemento. Emplean la escala nominal o la ordinal y pueden ser numéricos o no
Una variable cualitativa es una variable con datos cualitativos

Los datos cuantitativos requieren valores numéricos que indiquen cuánto o cuántos. Se obtienen usando las escalas de medición de intervalo o de razón

El análisis estadístico adecuado para una variable depende de si la variable es cualitativa o cuantitativa

Si la variable es cualitativa, el análisis estadístico es limitado. Los datos se resumen contando el número de observaciones o calculando la proporción de observaciones en cada categoría cualitativa. Aun cuando para los datos cualitativos se use un código numérico, las operaciones aritméticas de adición, sustracción, multiplicación o división no tienen sentido.

Las operaciones aritméticas sí tienen sentido en las variables cuantitativas. Ej. Cuando se tienen variables cuantitativas, los datos se pueden sumar y luego dividir entre el número de observaciones para calcular el valor promedio.

Datos de sección transversal y de series de tiempo

Datos de sección transversal son los obtenidos en el mismo o aproximadamente el mismo momento (punto en el tiempo)

Ej. Los datos de la tabla 1.1 son datos transversales porque describen las cinco variables de las 25 empresas del 25 S&P en un mismo momento

TABLA 1.1 CONJUNTO DE DATOS DE 25 EMPRESAS S&P 500

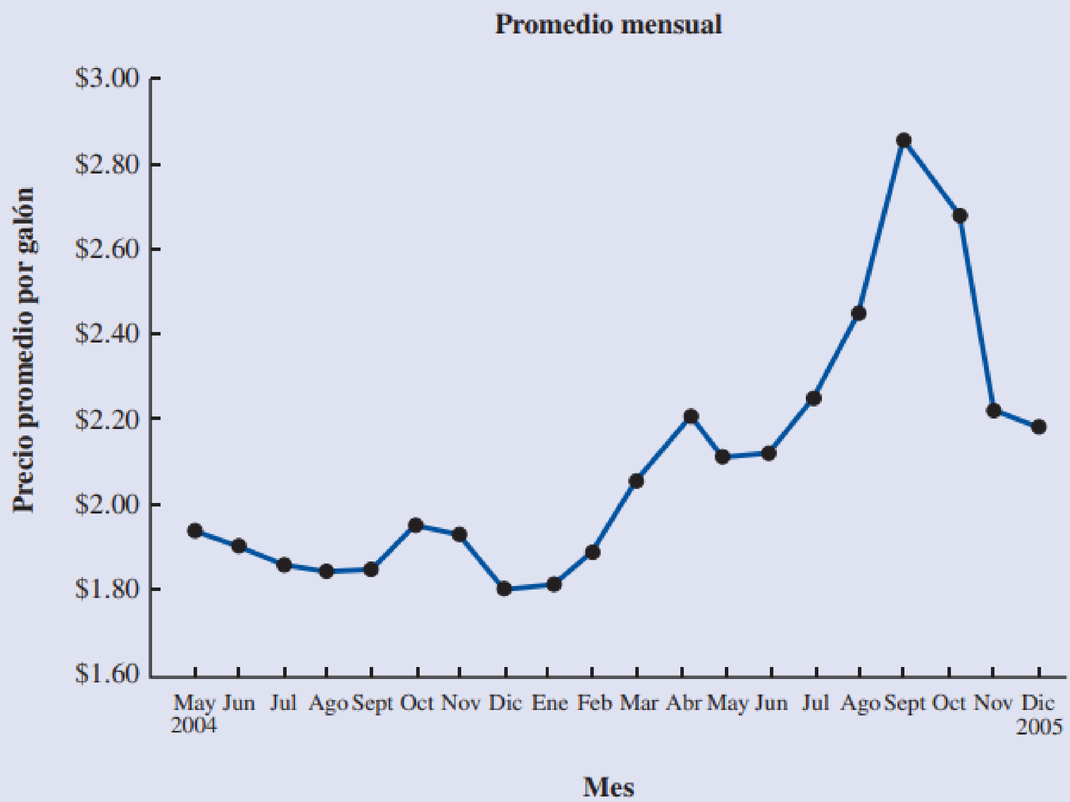
Empresa	Bolsa de valores	Denominación abreviada Ticker	Posición en *BusinessWeek*	Precio por acción ($)	Ganancia por acción ($)
Abbott Laboratories	N	ABT	90	46	2.02
Altria Group	N	MO	148	66	4.57
Apollo Group	NQ	APOL	174	74	0.90
Bank of New York	N	BK	305	30	1.85
Bristol-Myers Squibb	N	BMY	346	26	1.21
Cincinnati Financial	NQ	CINF	161	45	2.73
Comcast	NQ	CMCSA	296	32	0.43
Deere	N	DE	36	71	5.77
eBay	NQ	EBAY	19	43	0.57
Federated Dept. Stores	N	FD	353	56	3.86
Hasbro	N	HAS	373	21	0.96
IBM	N	IBM	216	93	4.94
International Paper	N	IP	370	37	0.98
Knight-Ridder	N	KRI	397	66	4.13
Manor Care	N	HCR	285	34	1.90
Medtronic	N	MDT	53	52	1.79
National Semiconductor	N	NSM	155	20	1.03
Novellus Systems	NQ	NVLS	386	30	1.06
Pitney Bowes	N	PBI	339	46	2.05
Pulte Homes	N	PHM	12	78	7.67
SBC Communications	N	SBC	371	24	1.52
St. Paul Travelers	N	STA	264	38	1.53
Teradyne	N	TER	412	15	0.84
UnitedHealth Group	N	UNH	5	91	3.94
Wells Fargo	N	WFC	159	59	4.09

Fuente: Business Week (4 de abril de 2005).

Datos de series de tiempo son datos obtenidos a lo largo de varios periodos.

Ej. La figura 1.1 presenta una gráfica de los precios promedio por galón de gasolina normal en las ciudades de Estados Unidos. En la gráfica se observa que los precios son bastantes estables entre $1.80 y $2.00 desde mayo de 2004 hasta febrero de 2005. Después el precio de la gasolina se vuelve volátil. Se eleva en forma notable culminando en un agudo pico en septiembre de 2005

FIGURA 1.1 PRECIO PROMEDIO POR GALÓN DE GASOLINA NORMAL EN LAS CIUDADES DE ESTADOS UNIDOS



Fuente: U.S. Energy Information Administration, enero de 2006.

Estadística descriptiva e inferencial

Estadística descriptiva

Se limita a analizar un conjunto de datos sin sacar conclusiones del grupo mayor que lo contenga.

Estadística inferencial

Partiendo de los antecedentes de una muestra, concluye con observaciones sobre la población de donde proviene.

Análisis Combinatorio - Combinatoria - Variedad

<table>
<tr><th colspan="5">Analisis Combinatorio - Combinatoria - Variedad</th></tr>
<tr><td colspan="5">Rama de la matematica que teoriza las tecnicas de conteo y el de cuantas maneras</td></tr>
<tr><td>Principio Fundamental</td><td colspan="4">Principio de la Multiplicacion</td></tr>
<tr><td rowspan="7"></td><td colspan="4">Establece que</td></tr>
<tr><td colspan="2">si un primer evento tiene</td><td colspan="2">y un segundo evento tiene</td></tr>
<tr><td>m</td><td>posibilidades</td><td>n</td><td>posibilidades</td></tr>
<tr><td colspan="4">El total de la cantidad de formas posibles</td></tr>
<tr><td colspan="4">en que se pueden dar ambos eventos juntos es igual a</td></tr>
<tr><td colspan="4">producto= m*n</td></tr>
</table>

EJERCICIO PATENTES

Para saber cuantas patentes se pueden armar y cuantas hay desde la AAA000 a la ZZZ999

LETRAS
Por el lado de las letras, es una variación con repetición, porque puede estar repetida la misma letra, pero la misma letra ubicada en distintos lugares son casos distintos, como ACB, BAC u CBA. Es decir, importa el orden
Si se acepta repetición, habrán subgrupos de 26 símbolos (porque hay 26 letras en total) elevados a la 3, es decir, agrupados de a 3
Por el lado de las letras hay 17576 grupos de variaciones distintas (desde la AAA hasta la ZZZ)

NUMEROS
Por el lado de los números, son 10 símbolos que también son elevados/tomados de a 3, y de ahí surgen 1000 grupos de variaciones distintas

---

PRINCIPIO DE LA MULTIPLICACION
El total de las patentes va a ser la multiplicación de todas las combinaciones de letras posibles 17576 (AAA a ZZZ) combinadas con los 1000 números diferentes

17576*1000 = 17.576.000

Patentes Posibles de las anteriores		
AAA000 al ZZZ999	3 letras	3 numeros
	Var con Rep	Var con Rep
	26^3	10^3
	17576	1000

Habrán 17.576.000 patentes posibles

Las patentes nuevas están formadas por dos letras, tres números y nuevamente dos letras
Tanto en las letras como en los números existe una variable con repetición, hay 26 símbolos (letras) que se agruparan de a 2, luego 10 números que se agruparan de a 3 y nuevamente 26 símbolos que se agruparan de a 2.

26*2 = 676
10*3 = 1000
26*2 = 676

Que es lo mismo que hacer;
26*4 = 456.976
10*3 = 1000
Porque al multiplicar podemos cambiar el orden y juntar el numero de letras

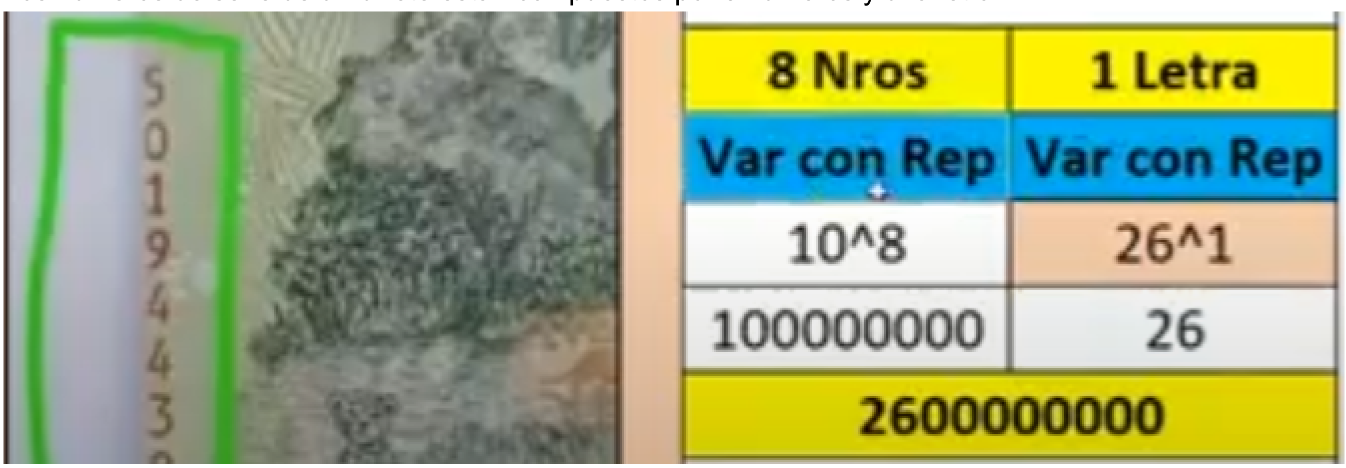
Patentes Nuevas		
AA	123	BB
Var con Rep	Var con Rep	Var con Rep
26^2	10^3	26^2
676	1000	676

Habrán 456.976.000 patentes posibles

EJERCICIO BILLETE

Productos de variaciones con repetición de elementos

Los números de serie de un billete están compuestos por 8 números y una letra



8 Nros	1 Letra
Var con Rep	Var con Rep
10^8	26^1
100000000	26
2600000000	

Existe una variación con repetición de 10 números agrupados de a 8 y de 26 símbolos agrupados de a 1

10*8 = 100.000.000

26*1 = 26

Habrán 2.600.000.000 números de serie posibles

Probabilidad

La Probabilidad es una medida de la certidumbre o incertidumbre de un evento			
Experimento Aleatorio		Sus resultados son al azar	
Suceso	S	Un Resultado posible	A/B/C/D
Espacio Muestral	E	Todos los Resultados Posibles	{A;B;C;D}
Probabilidad de un Suceso		$P(S) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número total de casos}} = \frac{\#S}{\#E}$	

Suceso 'S' ; Uno de los resultados posibles que puede salir en un evento. Ej. A/B/C/D
Espacio Muestral 'E' ; Conjunto de todos los resultados posibles que puede salir en un experimento. Ej. {A;B;C;D}

EJEMPLO TIRAR UN DADO

	Ejemplo
Experimento Aleatorio	Tirar un Dado
Suceso	Obtener un 6 S=6
Espacio Muestral	E={1;2;3;4;5;6}

Experimento Aleatorio: Tirar un Dado
Suceso : Obtener un 6 S=6
Espacio Muestral : E=[1;2;3;4;5;6]

FORMULA PROBABILIDAD DE UN SUCESO

Probabilidad de un Suceso	$P(S) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número total de casos}} =$

P(S)= Numero de casos favorables/Numero total de casos= #S/#E

EJEMPLO TIRAR UN DADO (Una sola vez)

Probabilidad de obtener un 3 en un dado de 6 caras	Casos Fav	1	16,67%	0,1667
	Casos Posibles	6		

CASO
Probabilidad de obtener un 3 en un dado de 6 caras (tirando el dado una sola vez)
Casos favorables: 1
Casos posibles: 6

FORMULA
En porcentaje
1/6x100 = 16, 67
En decimal
1/6 = 0,1667

EJEMPLO TIRAR UN DADO (Una sola vez)

Probabilidad de obtener 1 o 2 o 3 o 4 o 5 o 6	Casos Fav	6	**100,00%**	**1,0000**
	Casos Posibles	6		

CASO
Probabilidad de obtener 1, 2, 3, 4, 5 o 6
Casos favorables: 6
Casos posibles: 6

FORMULA
En porcentaje
6/6x100 = 100
En decimal
6/6 = 1,0000

PROPIEDAD BASICA
$0 \leq P(S) \geq 1$

Propiedad Basica	$0 \leq P(S) \leq 1$

La probabilidad siempre es un numero entre 0% y 1%. Si dejamos el formato como decimal seria entre 0 y 1

---

4 Enfoques o Definiciones de Probabilidad			
Probabilidad Clasica	Axiomatica	Empirico	Subjetivo
Equiprobabilidad	Fundamentos	Logistico	
		Frecuentista	
Laplace	Kolmogorov	Pascal	Savage- Keynes

La probabilidad es mas reciente que la estadística

ENFOQUE EMPIRICO LOGISTICO (Von Mieses)

Definicion	Ejemplo
Empirica	
Logistica Von Mieses	Cual es la probabilidad de que al tirar una moneda obtengamos cara?
Frecuencia Relativa	Hay 2 casos posibles: Cara y Ceca
Frecuencia Absoluta Evidencia Empirica	Tiramos la moneda y vamos anotando los resultados

Se basa en analizar la Frecuencia Relativa y Absoluta, como la Evidencia Empírica

EJEMPLO

Cual es la probabilidad de que al tirar una moneda obtengamos cara?

Hay 2 casos posibles: Cara y Ceca (Existe una tercera posibilidad que seria de canto)

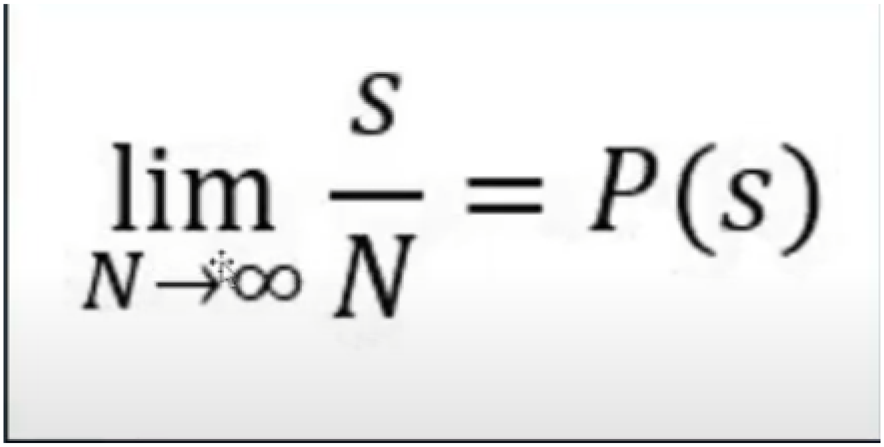
Tiramos la moneda y vamos anotando los resultados

		Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa
Lanzamiento	Resultado	Cant Acum de Caras	Frec Abs Acum / Cant Lanzamientos
1	Cara	1	100%
2	Ceca	1	50%
3	Ceca	1	33%
4	Ceca	1	25%
5	Cara	2	40%
6	Cara	3	50%
7	Cara	4	57%
8	Ceca	4	50%
9	Ceca	4	44%
10	Cara	5	50%
...	...	...	...

Lanzamiento: Numero de lanzamiento (Cantidad de lanzamiento)
Resultado: Cara, Ceca, De canto
Frecuencia Absoluta: Cantidad acumulativa de caras (**cantidad de veces que se repite un suceso al realizar un número determinado de experimentos aleatorios**)
Frecuencia Relativa: Frecuencia Absoluta acumulativa dividido por la cantidad de Lanzamientos

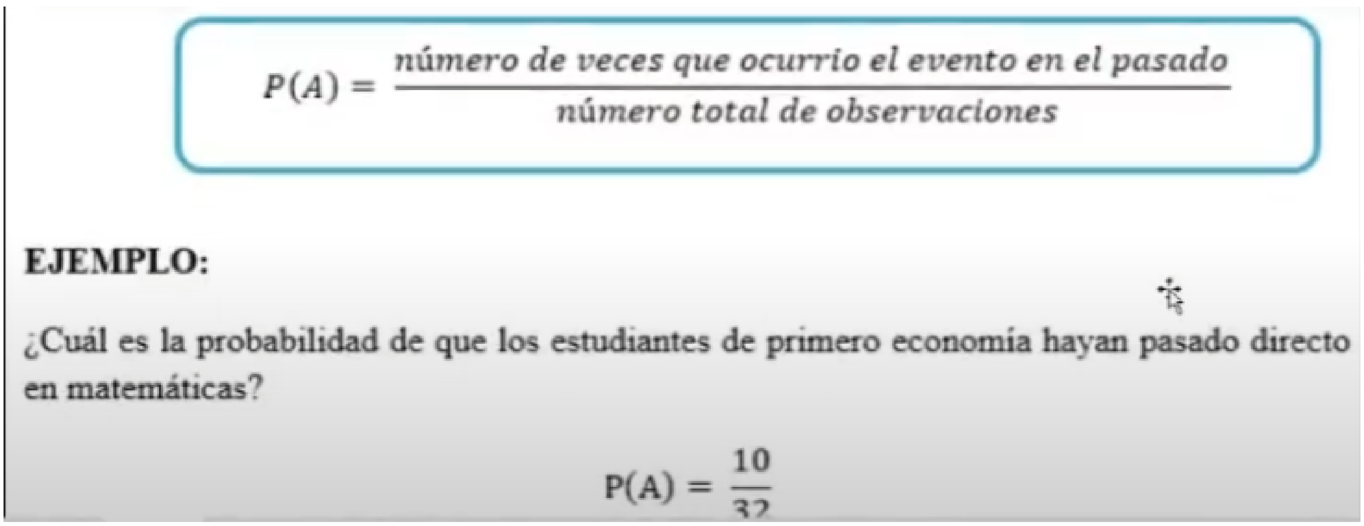
A medida que la cantidad de observaciones aumenta la Probabilidad Empírica se parece cada vez mas a la Probabilidad Clásica

DEFINICION DE LA PROBABILIDAD EMPIRICA



Limite de N tendiendo a infinito de
S: Sucesos
-: Sobre
N: Numero de casos analizados
=: Igual a
P (S): Probabilidad de ese suceso

EJEMPLO PROBABILIDAD EMPIRICA



La probabilidad empírica se puede calcular como el numero de veces que ocurrió el evento el pasado dividido sobre el numero total de observaciones

P(A) = numero de veces que ocurrió el evento el pasado/numero total de observaciones

EJEMPLO:
Cual es la probabilidad de que los estudiantes de primero de economía hayan pasado directo en matemáticas?

Supongamos que de un grupo de 32 pasaron 10
P(A) = 10/32

P(A) = 0,31 = 31%

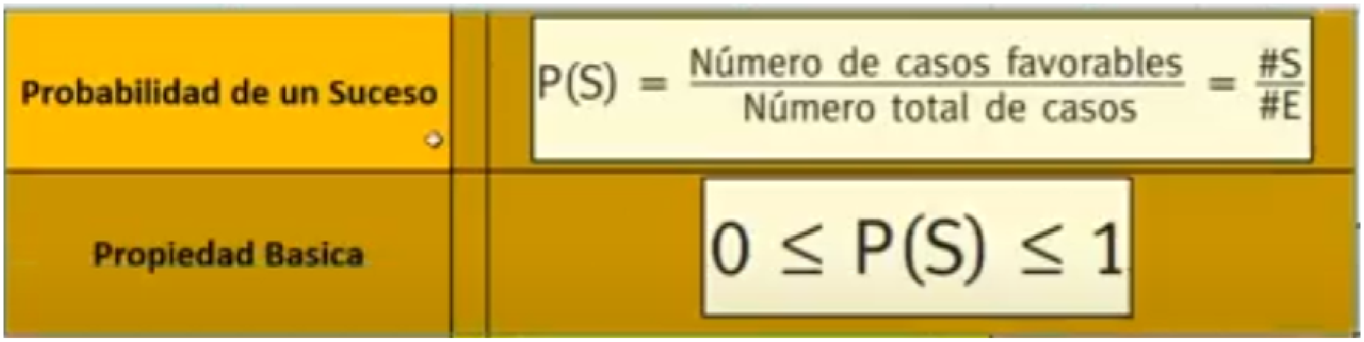
R// La probabilidad es 0,31 = 31%

EJEMPLO PRONOSTICO/CLIMA (ENFOQUE EMPIRICO)

Probabilidad de que llueva hoy Humedad- Temperatura
Miden Condiciones Atmosféricas Vientos- Presión Atmosférica
Se compara con días y situaciones donde hubo las mismas características
Se mira de todos esos días y situaciones cuantos de ellos tuvieron lluvia

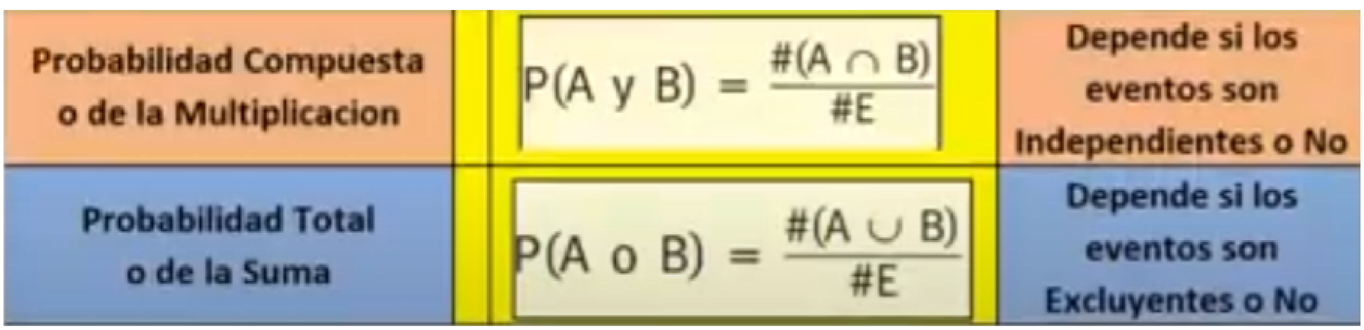
Frecuencia Relativa
Cantidad de Días con Mismas Condiciones y Llovió/(dividido)Cantidad de Días con Mismas Condiciones
30/2000 = 0,015 o 1,50%
De los 2000 días con las mismas condiciones solo hubo 30 ocasiones que llovió

PROBABILIDAD CLASICA



Probabilidad de un Suceso	$P(S) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número total de casos}} = \frac{\#S}{\#E}$
Propiedad Basica	$0 \leq P(S) \leq 1$

PROBABILIDAD AXIOMATICA



Probabilidad Compuesta o de la Multiplicacion	$P(A \text{ y } B) = \frac{\#(A \cap B)}{\#E}$	Depende si los eventos son Independientes o No
Probabilidad Total o de la Suma	$P(A \text{ o } B) = \frac{\#(A \cup B)}{\#E}$	Depende si los eventos son Excluyentes o No

Probabilidad Compuesta o de la Multiplicación
P(A y B) = #(A⌒B)/#E
Depende si los eventos son independientes o no

Ej. Que tan probable es que suceda A y B al mismo tiempo

Probabilidad Total o de la Suma
P(A o B) = #(A◡B)/#E
Depende si los eventos son excluyentes o no

Ej. Que tan probable es que suceda A o B

SUCESOS

Sucesos Mutuamente Excluyentes = no pueden suceder al mismo tiempo

Mutuamente Excluyentes
P(A y B) = 0
Ej. Que tan probable es que llueva y que no llueva (no se puede, porque llueve o no llueve, es una de las dos)
Ej. Tengo un grupo de autos rojos y azules, son excluyentes (un auto no puede ser rojo y azul)

P(A o B) = P(A) + P(B)
Ej. Que tan probable es que salga el resultado A o B? Si son Mutuamente excluyentes se utiliza la formula; P(A) + P(B) ,que es sumar la probabilidad de A con la probabilidad de B

EJEMPLO

Tengo estos 18 autos en un Estacionamiento					
A	A	A	A	B	B
V	V	V	N	N	N
R	R	G	G	G	G

Tengo 18 autos en un estacionamiento;
4 Azules
2 Blancos
3 Verdes
3 Negros
2 Rojos
4 Grises

Que tan probable es elegir al azar un auto azul o rojo?

FORMULA (P significa probabilidad)
Probabilidad Total o de la Suma en Sucesos Mutuamente Excluyentes
P(A o R) = P(A∪R) = P(A) + P(R)
4/18 + 2/18 = 22,22% + 11,11% = 33,33%

Sucesos No Mutuamente Excluyentes = pueden suceder al mismo tiempo

No Mutuamente Excluyentes
P(A o B) = P(A) + P(B) - P(A y B)

EJEMPLO

Tengo estos 15 autos en un Estacionamiento					
A L		A C	A C	B C	B C
V C	V L		N C	R L	
R C	R C	G C	G C	G C	G C

Tengo 15 autos en un estacionamiento;
3 Azules - 1 largo - 2 cortos
2 Blancos - 2 cortos
2 Verdes - 1 largo - 1 corto
1 Negros - 1 corto
3 Rojos - 1 largo - 2 cortos
4 Grises - 4 cortos

Que tan probable es elegir al azar un auto rojo o largo?

FORMULA
Probabilidad Total o de la Suma en Sucesos No Mutuamente Excluyentes
P(R o L) = P(R) + P(L) - P(R y L)
3/15 + 3/15 - 1/15
20% + 20% - 6,67%
40% - 6,66% = 33,33%

Se resta la probabilidad de rojo y largo combinados porque sino se duplican las probabilidades

OTROS EJEMPLOS...
Probabilidad Total o de la Suma en Sucesos Mutuamente Excluyentes

Probabilidad Total o de la Suma en Sucesos No Mutuamente Excluyentes

Probabilidad Combinatoria

Combinatoria				
Permutacion	Se toman todos los Elementos	Si Importa el Orden	Sin Repeticion	$P_n = n!$
			Con Repeticion	$P_n^{\alpha,\beta,\delta,\ldots\gamma} = \frac{n!}{\alpha!\ \beta!\ \delta!\ \ldots\ \gamma!}$
Combinacion	No se Toman todos los Elementos	No Importa el Orden	Sin Repeticion	$C_n^m = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n!\ (m-n)!}$
			Con Repeticion	$C'^m_n = \binom{m+n-1}{n}$
Variacion	No se Toman todos los Elementos	Si Importa el Orden	Sin Repeticion	$V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$
			Con Repeticion	$V'^m_n = m^n$

PERMUTACION
Se toman todos los Elementos
Si Importa el orden;
> Sin Repetición

$$P_n = n!$$

>Con Repetición

$$P_n^{\alpha,\beta,\delta,\ldots\gamma} = \frac{n!}{\alpha!\ \beta!\ \delta!\ \ldots\ \gamma!}$$

COMBINACION
No se Toman todos los Elementos
No Importa el Orden;
> Sin Repetición

$$C_n^m = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n!\ (m-n)!}$$

> Con Repetición

$$C'^m_n = \binom{m+n-1}{n}$$

VARIACION
No se Toman todos los Elementos
Si Importa el Orden
> Sin Repetición

$$V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$$

> Con Repetición

$$V'^{m}_{n} = m^{n}$$

ANALISIS COMBINATORIO - COMBINATORIA - VARIEDAD

Rama de la matemática que teoriza las técnicas de conteo y el de cuantas maneras

Analisis Combinatorio - Combinatoria - Variedad				
Rama de la matematica que teoriza las tecnicas de conteo y el de cuantas maneras				
Principio Fundamental	Principio de la Multiplicacion			
	Establece que			
	si un primer evento tiene		y un segundo evento tiene	
	m	posibilidades	n	posibilidades
	El total de la cantidad de formas posibles			
	en que se pueden dar ambos eventos juntos es igual a			
	producto= m*n			

EJEMPLO CAMISA Y PANTALON

Ejemplos	Tengo que vestir de camisa y pantalon		
	Pantalones	4	
	Camisas	7	
	Total de Formas Conjuntas		28

Tengo que vestir de camisa y pantalón

Cuantos posibles conjuntos de ropa se podrían formar?

Pantalones: 4

Camisas: 7

FORMULA

4*7 = 28 Total de Formas Conjuntas (Posibles conjuntos de ropa)

EJEMPLO RESTAURANTE

Ejemplos	Tengo un restaurante		
	Que tiene 5 opciones de almuerzos		
	y 3 opciones de postres		
De cuantas maneras posibles se pueden combinar almuerzos y postres?			
	Total	15	

Tengo un restaurante que tiene 5 opciones de almuerzos y 3 opciones de postres

De cuantas maneras posibles se pueden combinar almuerzos y postres?

FORMULA

5*3 = 15 Total de combinaciones posibles

GRAFICO

Opciones	Almuerzos	Postres
1		1
2	1	2
3		3
4		1
5	2	2
6		3
7		1
8	3	2
9		3
10		1
11	4	2
12		3
13		1
14	5	2
15		3

COMBINATORIA

PERMUTACION

Es tomar un conjunto completo de datos o elementos en donde SI importa el orden de lo que vamos a generar, es decir, les vamos a cambiar el orden. Lo que importa del conjunto de elementos es si HAY o NO HAY repetición, ya que cambia su formula.

Sin Repetición

$$\boxed{P_n = n!}$$

Permutar n elementos es igual a hacer el calculo de n factorial

CALCULAR UN FACTORIAL

El factorial de un numero n se define así;

n! = n.(n-1).(n-2).(n-3).(n-4). ….3.2.1 (Se sigue multiplicando hasta que aparezca x3, x2 o x1)

Es tomar un numero y multiplicarlo por todos los números enteros siguientes hasta el 1 (o 2)

0! = 1 = 1

1! = 1 = 1

2! = 2.1 = 2

3! = 3.2.1 = 6

4! = 4.3.2.1 = 24

5! = 5.4.3.2.1 = 120

120! = 120.119.118.117... 4.3.2.1

CALCULAR UN FACTORIAL GRANDE (Ej. 6!) EN EXCEL

FORMULA

=FACT()

---------------- N ------ F -------

FACTORIAL 6 720

FACTORIAL 7 5040

FACTORIAL 8 40320

FACTORIAL 10 3628800

FACTORIAL 15 1307674368000,00

CUENTAS CON FACTORIAL Y PROPIEDADES

5! = 5. 4.3.2.1 = 120 4.3.2.1 es lo mismo que decir 4!

5! = 5. 4! = 120 Por lo tanto, el 5! se puede descomponer en 5.4!

5! = 5.4.3! = 120 También es lo mismo que 5.4.3!

5! = 5.4.3.2! = 120 Y así sucesivamente

EJERCICIO CON DIVISION Y FACTORIAL

(Se puede tachar el 3! que esta multiplicando al numerador y el 3! que esta multiplicando abajo al denominador)

3! 3! 1 1

-- = -------- = ------ = -----

6! 6.5.4. 3! 6.5.4.1 120

9! 9.8.7.6. 5! 9.8.7.6

-- = ------------ = -------- = 3024

5! 5! 1

5!.5! 5! 5.4. 3! 5.4 20 10

----- = ------------ = ----- = ----- = -----

6!.3! 6. 5! . 3! 6 6 3

PERMUTACIONES SIN REPETICION

CASO 1

De cuantas maneras se pueden estacionar 3 autos de color verde, azul y rojo en 3 espacios consecutivos?

n Elementos
Verde
Azul
Rojo
n!
3!=6

Si quisiéramos realizarlo mediante una formula seria n!, siendo n la cantidad de elementos (3) que los voy a permutar, es decir, tomarlos todos y cambiarles el orden

3!=6 (3.2.1)

Que coincide (6) con el cuadro manual

1	Verde	Azul	Rojo
2	Verde	Rojo	Azul
3	Azul	Verde	Rojo
4	Azul	Rojo	Verde
5	Rojo	Verde	Azul
6	Rojo	Azul	Verde

CASO 2

De cuantas maneras se pueden ordenar los 7 tomos de una enciclopedia en una biblioteca?

Posiciones						
1	2	3	4	5	6	7

Si convertimos los tomos en letras, se podrían realizar estas posibles combinaciones...y mas.

Permutacion
Factorial de 7
5040

1er	A	B	C	D	E	F	G
2da	B	C	D	E	F	G	A
3ra	C	D	E	F	G	A	B
	G	F	E	D	C	B	A

Ante la cantidad de posibles combinaciones, se tardaría demasiado al realizarlo manualmente, por lo que convendría utilizar la formula de Permutación:

PROBABILIDAD COMBINATORIA - PERMUTACION SIN REPETICION

FORMULA FACTORIAL

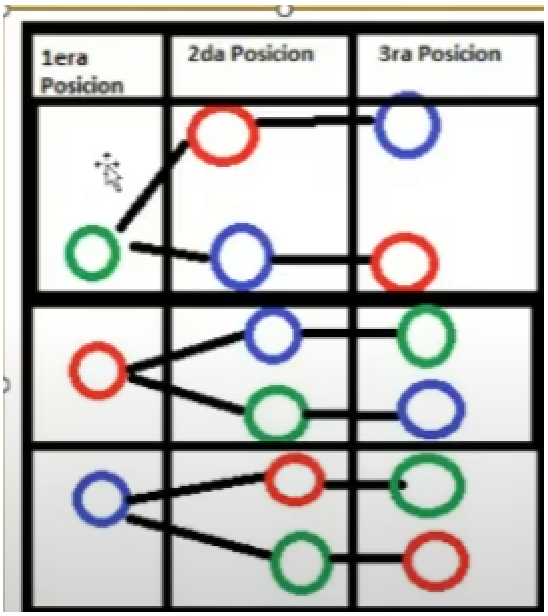
7! = 7.6.5.4.3.2.1= 5040

Extra:
Una *permutación* es el número de maneras distintas en las que se puede ordenar los elementos de un conjunto

---

EXPLICACION DE POR QUE ES N!

Árbol con las combinaciones (permutaciones) posibles



$$\boxed{3! = 3.2.1}$$

PERMUTACION CON REPETICION

FORMULA

$$P_n^{\alpha,\beta,\delta,\dots\gamma} = \frac{n!}{\alpha!\ \beta!\ \delta!\ \dots\ \gamma!}$$

Se lee: Permutación de n elementos habiendo alfa, beta, sigma y gamma repeticiones. Es igual a n factorial dividido alfa factorial, beta factorial, sigma factorial, gamma factorial

CASO 1

Cuantas palabras distintas (con o sin sentido) de 4 letras se puede formar con todas las letras de la palabra CAMA?

Resolución manual;
Las A se repiten, pero si fueran dos símbolos diferentes podríamos identificarlas con un color distinto, obteniendo 24 palabras

Si fueran el mismo símbolo, no estaría la segunda columna y habrían solo 12 casos

	4!	24	
1	CAMA	CAMA	13
2	CAAM	CAAM	14
3	CMAA	CMAA	15
4	MCAA	MCAA	16
5	AAMC	AAMC	17
6	AACM	AACM	18
7	MAAC	MAAC	19
8	MACA	MACA	20
9	AMAC	AMAC	21
10	ACAM	ACAM	22
11	AMCA	AMCA	23
12	ACMA	ACMA	24
n!/r!	4!/2!	24 / 2	

FORMULA SIN REPETICION

Si fueran 4 símbolos(letras) distintos la cuenta seria 4!. Escrito en excel;

=FACT(4)

FORMULA CON REPETICION

Con 2 símbolos(repetidos) la cuenta seria n!/r! -> 4!/2! =

24/2 =

12

EXPLICACION

Del total que, originalmente seria 4! = 24, podemos observar que la mitad aparece repetida, luego, las palabras formadas se reducen a 12.

En general, las permutaciones diferentes de n elementos dados, entre los cuales hay r elementos repetidos entre sí, q elementos repetidos entre sí y z elementos repetidos entre sí son, en total:

$$P_{n\,(r,\,q,\,z)} = \frac{n!}{r! \cdot q! \cdot z!} \qquad \text{con } n, r, q, z \in \mathbb{N}$$

Se lee: Permutación de n elementos habiendo r, q, y z repetidos es igual a n factorial sobre el producto de r factorial por q factorial y por z factorial. n, r, q y z tienen que pertenecer al conjunto de los números naturales (Siempre trabajamos con enteros positivos)

CASO 2 PERMUTACION CON REPETICION

Cuantas palabras distintas (con o sin sentido) de 9 letras se pueden formar con todas las letras de la palabra AAABBCCCC?

Simbolos	9	
Pero		
A se repite	3	Veces
B se repite	2	Veces
C se repite	4	Veces

n!	9!	362880	1260
a!*b!*c!	3!*2!*4!	288	

FORMULA
9!/3!.2!.4! = 362880 / 288 = 1260

EN EXCEL
=+FACT(3)*FACT(2)*FACT(4)

OTRA FORMA DE RESOLVERLO (Simplificamos el 4!)

9*8*7*6*5*4!	9*8*7*6*5	15120	1260
3!*2!*4!	3!*2!	12	

PERMUTACION CIRCULAR

PERMUTACION EXPLICACION
Es tomar todos los elementos y armar todas las opciones posibles cambiándoles el orden

SIN REPETICION
Lineal -> n!
Circular -> (n-1)!

EJEMPLO DE PERMUTACION CIRCULAR
5 personas van a jugar cartas sentadas alrededor de una mesa redonda.
De cuantas maneras diferentes se pueden ubicar

PERSONAS

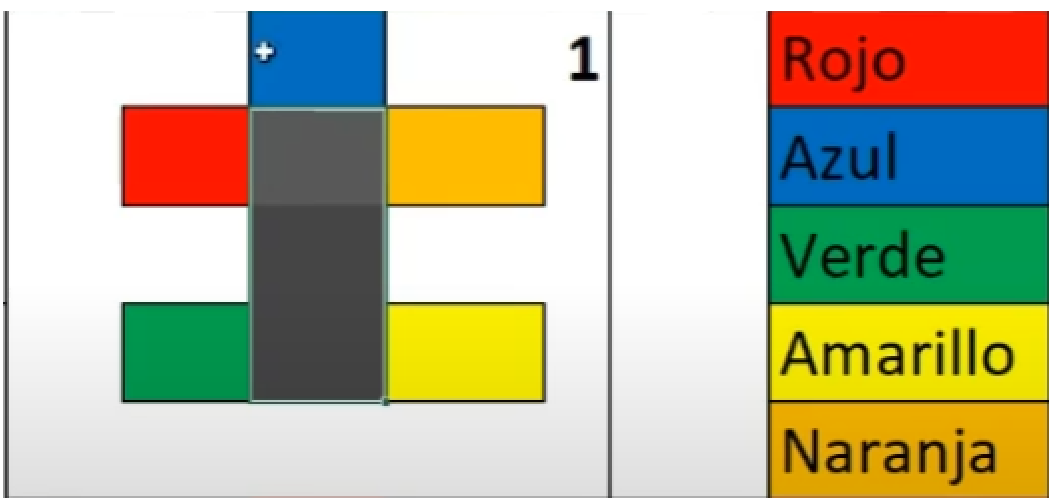
Supongamos que cada persona corresponde un color

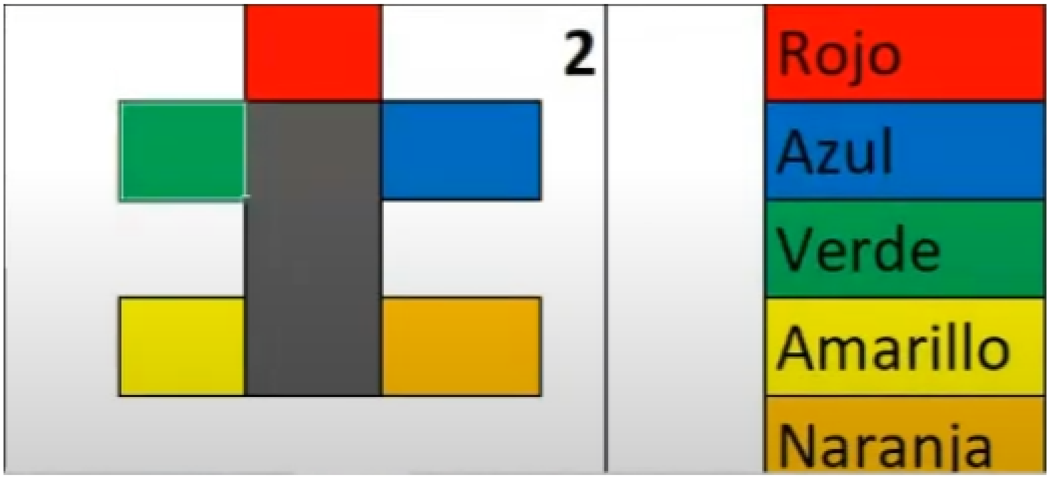
Rojo
Azul
Verde
Amarillo
Naranja

FORMULA

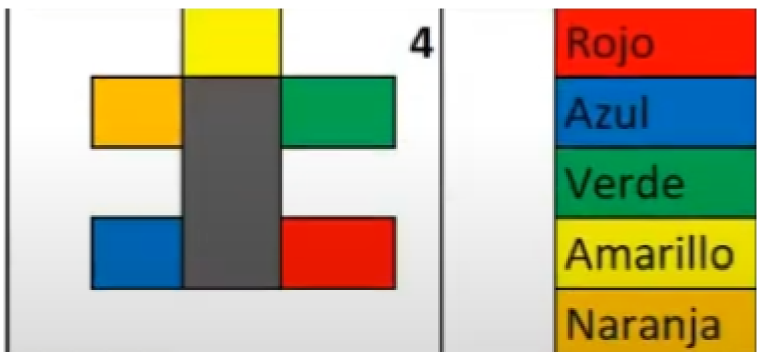
(n-1)!
(5-1)!
4!
24

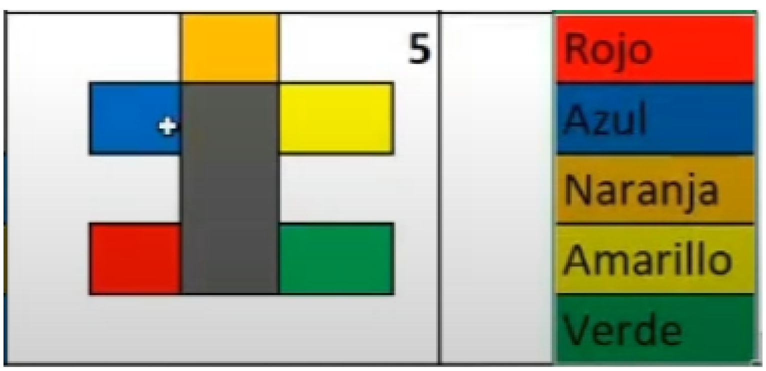
MESA REDONDA

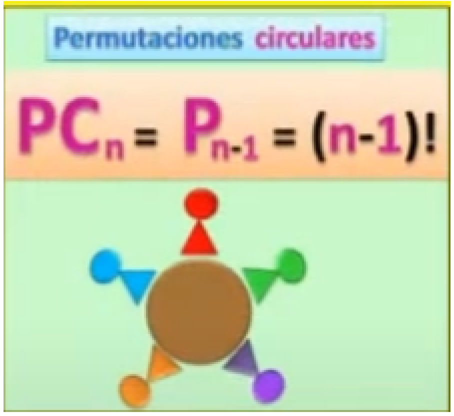



2
Rojo
Azul
Verde
Amarillo
Naranja


3
Rojo
Azul
Naranja
Amarillo
Verde


4
Rojo
Azul
Verde
Amarillo
Naranja


5
Rojo
Azul
Naranja
Amarillo
Verde



La Formula original en realidad es	$n!/n$	
	$5!/5$	$\frac{5.4.3.2.1}{5}$
		4.3.2.1
	$n!/n$	
	$(n-1)!$	$4!$

Como son 5 personas, si las roto 5 veces esos casos forman uno solo. A todas las opciones posibles las divido por 5 porque cada 5 rotaciones vuelve al inicio

CASO 2 PERMUTACION SIN REPETICION CIRCULAR

De cuantas maneras distintas se pueden sentar alrededor de una mesa redonda una familia de 8 personas?

	$(n-1)!$	=	$(8-1)!$	=	$7!$	=	5040
Se pueden ubicar de 5040 formas distintas							

ANALISIS COMBINATORIO

COMBINACION SIN REPETICION

Combinacion	No se Toman todos los Elementos	No Importa el Orden	Sin Repeticion	$C^m_n = \binom{m}{n} = \frac{m!}{n!\,(m-n)!}$
			Con Repeticion	$C'^m_n = \binom{m+n-1}{n}$

Se lee: Combinación de m elementos totales tomados de a n elementos, es igual al numero combinatorio de m elementos tomados de a n, igual a m factorial sobre n factorial por m menos n factorial
Supongamos que hay un grupo total que tiene 100 elementos (m) y tomo grupos de 5 elementos (n)

EXPLICACION
k y n son 2 números naturales, donde n es mayor o igual que k. Se define al numero combinatorio n sobre k

Numero Combinatorio
k y n son 2 numeros naturales
n>=k
Se define al **Numero combinatorio n sobre k**
$\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,.\,(n-k)!}$

Se lee: Combinación de n elementos tomados de a k es igual a n factorial sobre k factorial por n menos k factorial

EJEMPLO

$$\binom{6}{4} = \frac{6!}{4!\,.\,(6-4)!} = \frac{6!}{4!\,.\,2!} = \frac{6.5.4!}{4!\,.\,2!} = \frac{6.5}{2!} = \frac{30}{2} = 15$$

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{3!\,.\,(8-3)!} = \frac{8!}{3!\,.\,5!} = \frac{8.7.6.5!}{3!\,.\,5!} = \frac{8.7.6}{3!} = \frac{336}{6} = 56$$

1 *Numero combinatorio de 6 tomados de a 4*
2 Numero combinatorio de 8 tomados de a 3

CASO 1

Un profesor de educacion fisica
tiene 20 alumnos parar armar el equipo de 5
para el torneo intercolegial de basket
¿Cuántos equipos de 6 jugadores (5+1 suplente) puede armar,
sin tomar en cuenta las posiciones de los jugadores?

Combinacion			
$\binom{20}{6}$	20!	2,4329E+18	**Resultado**
	6! * (20-6)!	6,27684E+13	**38760**

EN EXCEL
=+FACT(20)
=+FACT(6)*FACT(14)

2,4329E+18	38760 ×
6276836966400	=F8/F9

CASO 2

De un grupo de 9 jugadores de una escuela

¿cuantos distintos equipos de voley de 6 jugadores cada uno se pueden formar?

Jugadores

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Posibles grupos

1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9

=	6	1	2	3	4	5
=	7	2	3	4	5	6

En las combinaciones no importa el orden (como los voy eligiendo) en este caso, solo importa tomar 6 personas

Numero Combinatorio
9 tomados de a 6

$$\binom{9}{6} = \frac{9!}{6!\,.\,(9-6)!} = \frac{9!}{6!\,.\,3!} = \frac{362880}{4320} = 84$$

CASO 3

¿Cuantos grupos de 2 personas distintas puedo armar con estas 4?

Juan
Pedro
Pablo
Maria

m	4	
n	2	
Parejas		
Juan	Juan	No es valido
Juan	Pedro	
Juan	Pablo	

Juan	Maria	son 1 solo caso
Maria	Juan	

Permutacion no es	$C_n^m = \binom{m}{n} = \dfrac{m!}{n!\,(m-n)!}$
Es sin repeticion	
Combinacion	NO importa el orden

$\underline{4!}$	$\underline{24}$	$\underline{24}$	**6**
$2!*(4-2)!$	$2!*2!$	4	

Se pueden formar 6 parejas posibles

COMBINACION CON REPETICION

$$CR_m^n = \binom{m}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

$$C'^{m}_{n} = \binom{m+n-1}{n}$$

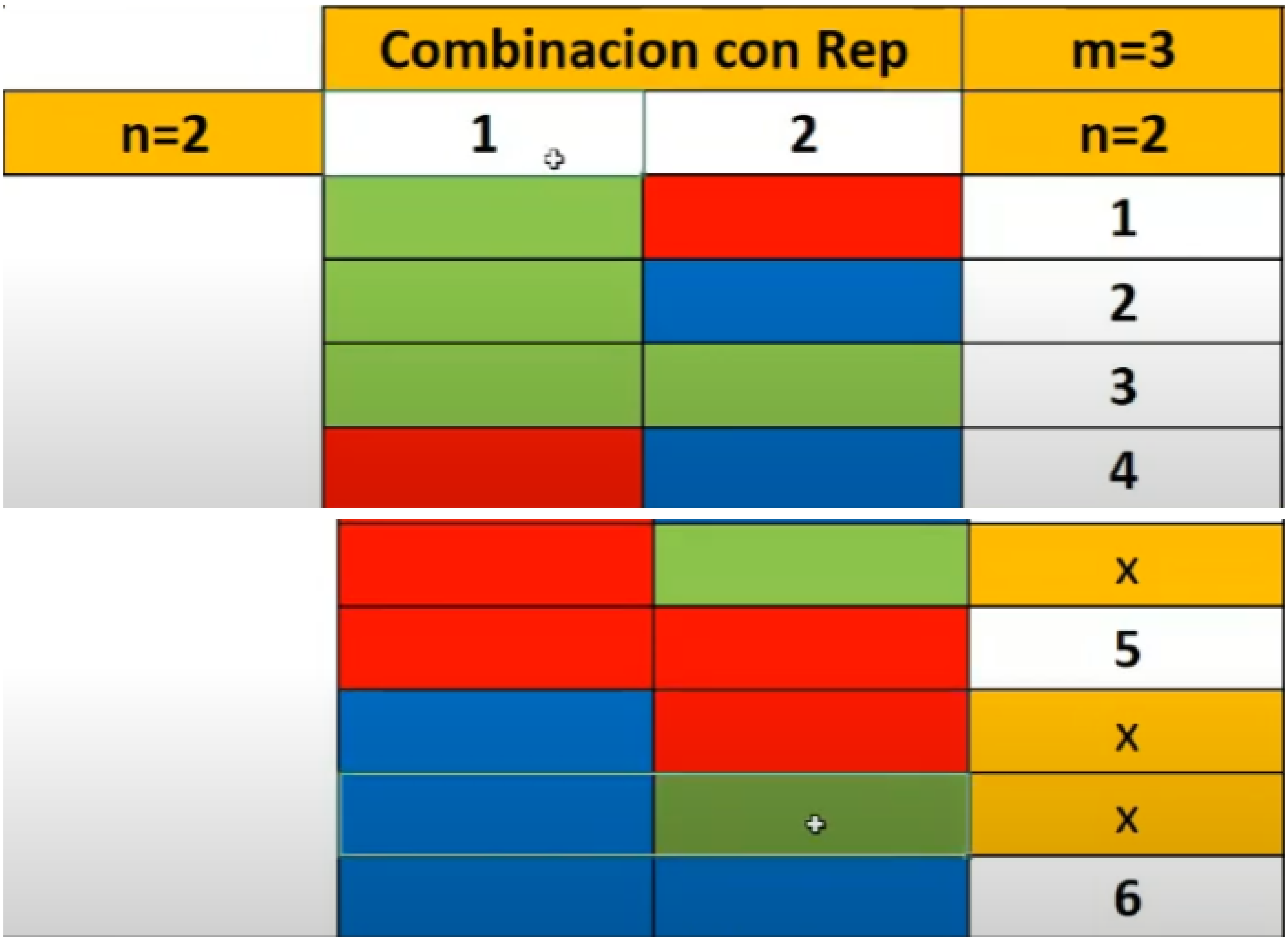
Se lee: Combinación con repetición (') de m tomados de a n es igual al numero combinatorio de m mas n menos 1 tomados de a n

Y m es el total

CASO 1

Tengo una paleta con 3 colores
Voy a extraer 2 colores al azar para hacer un dibujo
y voy a permitir que se acepte la repeticion

Donde m es el total;
m = 3 (3 elementos)
n = 2 (subgrupos de 2)



Las cruces indican combinaciones con repetición
Hay 6 casos distintos, como no importa el orden (no hay exclusividad ordenándolos de forma distinta) hay que sacar los elementos repetidos

Se pueden repetir los colores pero no los casos

Formula	(m+n-1)!	(3+2-1)!	4!	24	6
	n!*(m-1)!	2!*(3-1)!	2!*2!	4	

No importa el orden
asi que 2 combinaciones formadas
por los 2 mismos colores
son una sola en realidad

Análisis Combinatorio

VARIACION

Variacion	No se Toman todos los Elementos	Si Importa el Orden	Sin Repeticion	$V^m_n = \frac{m!}{(m-n)}$
			Con Repeticion	$V'^m_n = m^n$

Tanto en la combinación como en la variación no tomamos todos los elementos, de ese grupo total tomamos un subgrupo. Pero en la variación si nos importa el orden, entonces la combinación rojo-azul y azul-rojo son dos casos distintos. En las variaciones habrá mas casos que en la combinación, porque como nos importa el orden diferenciamos mas casos

VARIACION SIN REPETICION

$$V^m_n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Se lee: Variación de m elementos tomados de a n, es igual a m factorial sobre m menos n factorial

VARIACION CON REPETICION

$$V'^m_n = m^n$$

Se lee: Variación con repetición de m elementos tomados de a n, es igual a m a la n

	Variacion
Sin Repeticion	Variaciones **sin** repeticion de elementos son las diversas formas que existen para agrupar **m** elementos distintos en grupos diferentes de **n** elementos
Con Repeticion	Variaciones **con** repeticion de elementos son las diversas formas que existen para agrupar m elementos distintos en grupos diferentes de **n** elementos

---

VARIACION SIN REPETICION

No admito que se repitan

CASO 1

m elementos
grupos de n elementos
Me importa el Orden

¿Cuantas formulas presidenciales se pueden hacer con estos 4 candidatos del partido tomando uno para el puesto de Presidente y otro como Vicepresidente?

Juan
Pedro
Pablo
Maria

CONDICION

No puedo tomar a la misma persona para los dos puestos

Es una variación sin repetición porque no es lo mismo Juan (presidente) Pedro (vicepresidente) que Pedro (presidente) Juan (vicepresidente), ya que no es lo mismo que Juan sea presidente a que Juan sea vicepresidente, como son casos distintos se considera una variación (voy a contar mas)

m	4	
n	2	
Presidente	Vicepresidente	
Juan	Pedro	Estos son 2
Pedro	Juan	Casos distintos

$$V_n^m = \frac{m!}{(m-n)!}$$

Variacion Sin Repeticion

4!	4!	24	12
(4-2)!	2!	2	

VARIACION CON REPETICION

CASO 1 PASSWORD

Cuantas contraseñas se pueden armar de 4 caracteres?

Contraseña de 4 caracteres
Los caracteres se pueden repetir

	Simbolos
Letras	30
Numeros	10
Otros Simbolos	20
Total	**60**

Supongamos que trabajamos con un idioma que tenga 30 letras, 10 números, del 0 al 9 y otros símbolos (?.-,*,%). En total unos 60 caracteres o símbolos

Si queremos armar con 60 símbolos contraseñas de 4 caracteres donde aceptamos la repetición;

Permutacion No es porque no tomamos los 60
Combinacion No es porque importa el orden
Es variacion y con Repeticion

Es una variación porque tomo un subgrupo de 4 caracteres, me va a importar el orden porque son casos distintos y se permite la repetición de caracteres

m	60	$V'^{m}_{n} = m^n$	**12960000**
n	4		

m: total de símbolos

n: subgrupos

EN EXCEL

=+B15^B16

Si fuera contraseña de 8 caracteres	167961600000000,0

EN EXCEL

=60^8

CASO 2 COLORES

Tengo una paleta con 3 colores
Voy a extraer 2 colores al azar para hacer un dibujo
y voy a permitir que se acepte la repeticion
y me va a importar el orden de los colores para hacer el dibujo
porque con el 1er color pinto el techo de una casa y con el 2do las paredes

1:04:40