Corso di
Laboratorio di *Architettura degli Elaboratori*
a.a. 2020/2021

Codifica dell'informazione: Numeri Binari

“Esistono 10 tipi di persone: quelle che utilizzano la codifica binaria e quelle che non la utilizzano”

Dalla base r alla base 10

Base 2

cifre usate 0 e 1 (bit)

1 0 0 1 0.01$_2$ $= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$

$= 16 + 2 + 0.25 = 18.25_{10}$

Base 8

cifre usate 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

1 0 5 1 7.25 $= 1 \times 8^4 + 0 \times 8^3 + 5 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2}$

$= 4096 + 320 + 8 + 7 + 0.25 + 0.078125 = 4431.328125$

Base 16

cifre usate 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

D E . C $= 13 \times 16^1 + 14 \times 16^0 + 12 \times 16^{-1}$

$= 208 + 14 + 0.75 = 222.75$

Dalla base r alla base 10

Base 2

cifre usate 0 e 1 (bit)

1 1 0 . 1 0 1 1 = $1 \times 2^{2} + 1 \times 2^{1} + 0 \times 2^{0} + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$

$= 4 + 2 + 0.5 + 0.125 + 0.0625 = 6.6875$

Base 8

cifre usate 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

3 2 . 1 1 = $3 \times 8^{1} + 2 \times 8^{0} + 1 \times 8^{-1} + 1 \times 8^{-2}$

$= 24 + 2 + 0.125 + 0.015625 = 26.140625$

Base 16

cifre usate 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

1A.F = $1 \times 16^{1} + 10 \times 16^{0} + 15 \times 16^{-1}$

$= 16 + 10 + 0.9375 = 26.9375$

Dalla base 10 alla base r

Parte intera

1. Inizio;
2. Dividere il numero decimale per la base di arrivo r;
3. Il resto della divisione è una cifra nella nuova base a partire dalla cifra meno significativa ;
4. Il quoziente della divisione intera è il nuovo dividendo;
5. Se quoziente $\neq 0$ torna a 2);
6. Fine.

Dalla base 10 alla base r

- Consideriamo ad esempio il numero **13_{10}** e calcoliamo la sua rappresentazione in base due:

  13/2 = 6 resto 1
  6/2 = 3 resto 0
  3/2 = 1 resto 1
  1/2 = 0 resto 1

- Leggendo i resti dal basso verso l'alto, si ha che la rappresentazione binaria del numero **13_{10}** è **1101_2**

Dalla base 10 alla base r

- Consideriamo ad esempio il numero 42_{10} e calcoliamo la sua rappresentazione in base due:

  42/2 = 21 resto 0
  21/2 = 10 resto 1
  10/2 = 5 resto 0
  5/2 = 2 resto 1
  2/2 = 1 resto 0
  1/2 = 0 resto 1

- Leggendo i resti dal basso verso l'alto, si ha che la rappresentazione binaria del numero 42_{10} è 101010_2

Dalla base 10 alla base r

- Consideriamo ad esempio il numero **345_{10}** e calcoliamo la sua rappresentazione in base due:

  345/2 = 172 resto 1
  172/2 = 86 resto 0
  86/2 = 43 resto 0
  43/2 = 21 resto 1
  21/2 = 10 resto 1
  10/2 = 5 resto 0
  5/2 = 2 resto 1
  2/2 = 1 resto 0
  1/2 = 0 resto 1

- Leggendo i resti dal basso verso l'alto, si ha che la rappresentazione binaria del numero **345_{10}** è **101011001_2**

Dalla base 10 alla base r

- Consideriamo ad esempio il numero **345_{10}** e calcoliamo la sua rappresentazione in base sedici:

  345/16 = 21 resto 9
  21/16 = 1 resto 5
  1/16 = 0 resto 1

- Leggendo i resti dal basso verso l'alto, si ha che la rappresentazione esadecimale del numero **345_{10}** è **159_{16}**

Dalla base 10 alla base r

Parte frazionaria

1. Inizio;
2. Moltiplicare la parte frazionaria del numero decimale per la base di arrivo;
3. Separare parte intera e parte frazionaria;
4. La parte intera dà una cifra nella nuova base a partire dalla cifra più significativa ;
5. Se non ottengo 0 o non raggiungo la precisione richiesta torna a 2);
6. Fine.

Dalla base 10 alla base r

0.875	***1***.75
0.75	***1***.5
0.5	***1***.0

0 . 1 1 1

7 6 5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3

Dalla base 10 alla base r

0.24	***0***.48
0.48	***0***.96
0.96	***1***.92
0.92	***1***.84
0.84	***1***.68

0 . 0 0 1 1 1

5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5

Dalla base 10 alla base 16

0.24	***3***.84
0.84	***13***.44
0.44	***7***.04
0.04	***0***.64
0.64	***10***.24
….	….

0 . 3 D 7 0 A

5 4 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5

Esempio 35,59375

35	1	Per la parte intera	0.59375	***1***.1875
17	1		0.1875	***0***.375
8	0		0.375	***0***.75
4	0		0.75	***1***.5
2	0		0.5	***1***.0
1	1			

1	0	0	0	1	1	.	1	0	0	1	1
5	4	3	2	1	0		-1	-2	-3	-4	-5

Parte intera: perché?

$$35 = a_5 \times 2^5 + a_4 \times 2^4 + a_3 \times 2^3 + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0$$

$$17 \times 2 + 1 = a_5 \times 2^5 + a_4 \times 2^4 + a_3 \times 2^3 + a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0$$

$$17 \times 2 + 1 = (a_5 \times 2^4 + a_4 \times 2^3 + a_3 \times 2^2 + a_2 \times 2^1 + a_1 \times 2^0) \times 2 + a_0 \qquad 1 = a_0$$

$$17 = a_5 \times 2^4 + a_4 \times 2^3 + a_3 \times 2^2 + a_2 \times 2^1 + a_1 \times 2^0$$

$$8 \times 2 + 1 = (a_5 \times 2^3 + a_4 \times 2^2 + a_3 \times 2^1 + a_2 \times 2^0) \times 2 + a_1 \qquad 1 = a_1$$

$$8 = a_5 \times 2^3 + a_4 \times 2^2 + a_3 \times 2^1 + a_2 \times 2^0$$

$$4 \times 2 + 0 = (a_5 \times 2^2 + a_4 \times 2^1 + a_3 \times 2^0) \times 2 + a_2 \qquad 0 = a_2$$

...

Parte decimale: perché?

$$0.59375 = a_1 \times 2^{-1} + a_2 \times 2^{-2} + a_3 \times 2^{-3} + a_4 \times 2^{-4} + a_5 \times 2^{-5} + \ldots$$

$$0.59375 \times 2 = (a_1 \times 2^{-1} + a_2 \times 2^{-2} + a_3 \times 2^{-3} + a_4 \times 2^{-4} + a_5 \times 2^{-5} + \ldots) \times 2$$

$$1.1875 = a_1 + a_2 \times 2^{-1} + a_3 \times 2^{-2} + a_4 \times 2^{-3} + a_5 \times 2^{-4} + \ldots$$

$$1 + 0.1875 = a_1 + a_2 \times 2^{-1} + a_3 \times 2^{-2} + a_4 \times 2^{-3} + a_5 \times 2^{-4} + \ldots \quad 1 = a_1$$

$$0.1875 = a_2 \times 2^{-1} + a_3 \times 2^{-2} + a_4 \times 2^{-3} + a_5 \times 2^{-4} + \ldots$$

$$0.1875 \times 2 = (a_2 \times 2^{-1} + a_3 \times 2^{-2} + a_4 \times 2^{-3} + a_5 \times 2^{-4} + \ldots) \times 2$$

$$0 + 0.375 = a_2 + a_3 \times 2^{-1} + a_4 \times 2^{-2} + a_5 \times 2^{-3} + \ldots \quad 0 = a_2$$

$$0.375 = a_3 \times 2^{-1} + a_4 \times 2^{-2} + a_5 \times 2^{-3} + \ldots$$

...

Conversione tra basi: bin ↔ ott

Binario ➡ Ottale

(62.875)

$$\underbrace{1\quad 1\quad 1}_{7}\quad \underbrace{1\quad 1\quad 0}_{6}\quad .\quad \underbrace{1\quad 1\quad 1}_{7}$$

(62.875)

Ottale ➡ Binario

(82.5)

$$\overbrace{0\quad 0\quad 1}^{1}\quad \overbrace{0\quad 1\quad 0}^{2}\quad \overbrace{0\quad 1\quad 0}^{2}\quad .\quad \overbrace{1\quad 0\quad 0}^{4}$$

(82.5)

Conversione tra basi: bin ↔ esa

Binario ⇒ Esadecimale

(146.5625)

$$\underbrace{1\quad 0\quad 0\quad 1}_{9}\quad \underbrace{0\quad 0\quad 1\quad 0}_{2}\ .\ \underbrace{1\quad 0\quad 0\quad 1}_{9}$$

(146.5625)

Esadecimale ⇒ Binario

(207.625)

$$\overbrace{1\quad 1\quad 0\quad 0}^{C}\quad \overbrace{1\quad 1\quad 1\quad 1}^{F}\ .\ \overbrace{1\quad 0\quad 1\quad 0}^{A}$$

(207.625)

Conversione tra basi: bin $\leftrightarrow$ ott

$$N = \cdots d_8 r^8 + d_7 r^7 + d_6 r^6 + d_5 r^5 + d_4 r^4 + d_3 r^3 + d_2 r^2 + d_1 r^1 + d_0 r^0$$

$$N = \cdots (d_8 r^2 + d_7 r + d_6) r^6 + (d_5 r^2 + d_4 r + d_3) r^3 + (d_2 r^2 + d_1 r + d_0)$$

Si operi un cambiamento di base: $R = r^3$

Ne consegue che: $D = d'' r^2 + d' r + d$

è una cifra nella nuova base R, poichè vale la relazione:

$$0 \leq D \leq R - 1$$

Addizione binaria

x_i	y_i	c_{i-1}	s_i	c_i
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Addizione binaria

1	0	0	1	1	0	0	1	+	153 +
		1	1	0	0	1	1	=	51 =
1	1	0	0	1	1	0	0		204

Addizione binaria

1	0	0	1	1	0	.	0	1	+	38.25 +
		1	1	0	0	.	1	1	=	12.75 =
1	1	0	0	1	1	.	0	0		51.00

Addizione esadecimale

	A	F	E	.	D	A	+	2814.8515625	+
	9	F	D	.	D	F	=	2557.87109375	=
1	4	F	C	.	B	9		5372.72265625	

Esercizi

- Un elaboratore esprime gli interi su 16 bit. Scrivere le rappresentazioni in binario puro dei numeri 256, 10, 27, 32768 e 65536. Sono tutti rappresentabili su 16 bit?
- Trovare le basi per la quali sono esatte le seguenti relazioni:
  - 17 + 41 + 22 = 102
  - $10^{10}=100$
  - $14^{2}=193$
  - $\sqrt{171}=13$
- Qual è la minima base N per cui la relazione $53_N > 63_{10}$ è valida ?

Corso di
Laboratorio di *Architettura degli Elaboratori*
a.a. 2020/2021

Codifica dei numeri relativi

Rappresentazione modulo e segno

- Codificare in rappresentazione modulo e segno su 12 bit i seguenti numeri:
  - 10 :
  - -10 :
  - 1024 :
  - -1024 :

Rappresentazione modulo e segno

- Codificare in rappresentazione modulo e segno su 12 bit i seguenti numeri:
  - 10 : 000000001010
  - -10 : 100000001010
  - 1024 : 010000000000
  - -1024 : 110000000000
- Cadono nell'intervallo di rappresentazione!

Rappresentazione modulo e segno

- Codificare in rappresentazione modulo e segno su 12 bit i seguenti numeri:
  - 410 :
  - -15 :
  - 924 :
  - -21 :

Rappresentazione modulo e segno

- Codificare in rappresentazione modulo e segno su 12 bit i seguenti numeri:
  - 410 : 000110011010
  - -15 : 100000001111
  - 924 : 001110011100
  - -21 : 100000010101
- Cadono nell'intervallo di rappresentazione!

Rappresentazione modulo e segno

- Data la sequenza di bit, espressa in esadecimale, calcolare il decimale corrispondente, sapendo che il numero è rappresentato in modulo e segno:
  - 152 :
  - FFF :
  - F62 :

Rappresentazione modulo e segno

- Data la sequenza di bit,espressa in esadecimale, calcolare il decimale corrispondente, sapendo che il numero è rappresentato in modulo e segno:
  - 152 : 0001 0101 0010 = 338 $= 1x16^2+5*16^1+2*16^0$
  - FFF:111111111111=-2047 $= -(7x16^2+15*16^1+15*16^0)$
  - F62:111101100010=-1890 $= -(7x16^2+6*16^1+2*16^0)$

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=4 bit il seguente numero decimale: X=-5
- Che valore ha la stringa (sequenza di bit) ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=4 bit il seguente numero decimale: X=-5
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-(2^{N-1}-1),2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? Si
  - Il numero X è negativo? Si
  - Calcolo il suo opposto: -X=5
  - Codifico –X in modulo e segno su N bit: 0101
  - Ne calcolo il complemento a 1 ottenendo 1010 (rappresentazione di X)
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?
  - 1010_2 è 10_{10}
  - ovvero, $(2^N-1)-|X|$
  - per cui avrei potuto rappresentare su N bit il numero 10_{10} senza segno

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=5 bit il seguente numero decimale: X=-11
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=5 bit il seguente numero decimale: X=-11
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-(2^{N-1}-1),2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? Si
  - Il numero X è negativo? Si
  - Calcolo il suo opposto: -X=11
  - Codifico –X in modulo e segno su N bit: 01011
  - Ne calcolo il complemento a 1 ottenendo 10100 (rappresentazione di X)
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?
  - 10100_2 è 20_{10}
  - ovvero, $(2^N-1)-|X|$
  - per cui avrei potuto rappresentare su N bit il numero 20_{10} senza segno

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=10
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=10
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-(2^{N-1}-1),2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? Si
  - Il numero X è negativo? No
  - Codifico X in modulo e segno su N bit: 000000001010 (rappresentazione di X)
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?
  - 000000001010_2 è 10_{10}

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=1024
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=1024
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-(2^{N-1}-1),2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? Si
  - Il numero X è negativo? No
  - Codifico X in modulo e segno su N bit: 010000000000 (rappresentazione di X)
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?
  - 010000000000_2 è 1024_{10}

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=6454
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 1

- Codificare in rappresentazione complemento a 1 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=6454
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-(2^{N-1}-1),2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? NO!!
  - NON RAPPRESENTABILE

Complemento a 1

- Dato un numero X codificato in complemento a 1 come si calcola il valore decimale corrispondente?
  - se il numero è positivo (bit più significativo uguale a 0) allora converto da binario a decimale (notazione posizionale in base 2)
  - se il numero è negativo (bit più significativo uguale a 1) allora si può:
    - calcolare il complemento a 1, convertire da base 2 a base 10 e prefiggere con il segno meno, oppure
    - tradurre da base 2 a base 10 ottenendo Y e calcolare X sapendo che $Y=2^N-1-|X|$

Complemento a 1

- Data la sequenza di N=5 bit 01101 in complemento a 1 qual è il numero codificato?
  - Il bit di segno è 0 (numero positivo)? Si
  - Converto da base 2 a base 10 ottenendo 13

Complemento a 1

- Data la sequenza di N=5 bit 10010 in complemento a 1 qual è il numero codificato?
  - Il bit di segno è 0 (numero positivo)? No
  - Converto da base 2 a base 10 ottenendo Y=18
  - Dato che $Y=2^N-1-|X|$ allora X=13 per cui il numero codificato è -13 (ricordate che il bit di segno era 1)
- Oppure
  - Il bit di segno è 0 (numero positivo)? No
  - calcolo il complemento a 1 ottenendo 01101
  - Converto da base 2 a base 10 ottenendo 13
  - Prefiggo con il segno meno ottenendo -13

Complemento a 1

- Data la sequenza di bit espressa in esadecimale calcolare il numero da essa codificato sapendo che la rappresentazione è il complemento a 1:
  - F5A :
  - FFF:
  - 6F2:

Complemento a 1

- Data la sequenza di bit espressa in esadecimale calcolare il numero da essa codificato sapendo che la rappresentazione è il complemento a 1:
  - F5A : 1111 0101 1010 ……….
  - FFF : 1111 1111 1111 ……….
  - 6F2 : 0110 1111 0010 ………..

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=4 bit il seguente numero decimale: X=-5
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=4 bit il seguente numero decimale: X=-5
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? Si
  - Il numero X è negativo? Si
  - Calcolo il suo opposto: -X=5
  - Codifico –X in modulo e segno su N bit: 0101
  - Ne calcolo il complemento a 2 ottenendo 1011 (rappresentazione di X)
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?
  - 1011_2 è 11_{10}
  - ovvero, $2^N-|X|$
  - per cui avrei potuto rappresentare su N bit il numero 11_{10} senza segno

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=5 bit il seguente numero decimale: X=-11
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=5 bit il seguente numero decimale: X=-11
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? Si
  - Il numero X è negativo? Si
  - Calcolo il suo opposto: -X=11
  - Codifico –X in modulo e segno su N bit: 01011
  - Ne calcolo il complemento a 2 ottenendo 10101 (rappresentazione di X)
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?
  - 10101_2 è 21_{10}
  - ovvero, $2^N-|X|$
  - per cui avrei potuto rappresentare su N bit il numero 21_{10} senza segno

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=10
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=10
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-2^{N-1},2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? Si
  - Il numero X è negativo? No
  - Codifico X in modulo e segno su N bit: 000000001010 (rappresentazione di X)
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?
  - 000000001010_2 è 10_{10}

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=1024
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=1024
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? Si
  - Il numero X è negativo? No
  - Codifico X in modulo e segno su N bit: 010000000000 (rappresentazione di X)
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?
  - 010000000000_2 è 1024_{10}

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=6454
- Che valore ha la stringa ottenuta, se considerata in binario puro?

Complemento a 2

- Codificare in rappresentazione complemento a 2 su N=12 bit il seguente numero decimale: X=6454
  - Qual è l'intervallo rappresentabile? $[-2^{N-1}, 2^{N-1}-1]$
  - Il numero X cade all'interno? NO!!
  - NON RAPPRESENTABILE

Complemento a 2

- Dato un numero X codificato in complemento a 2 come si calcola il valore decimale corrispondente?
  - se il numero è positivo (bit più significativo uguale a 0) allora converto da binario a decimale (notazione posizionale in base 2)
  - se il numero è negativo (bit più significativo uguale a 1) allora si può:
    - calcolare il complemento a 2, convertire da base 2 a base 10 e prefiggere con il segno meno, oppure
    - tradurre da base 2 a base 10 ottenendo Y e calcolare X sapendo che $Y=2^N-|X|$

Complemento a 2

- Data la sequenza di N=5 bit 01101 in complemento a 2 qual è il numero codificato?
  - Il bit di segno è 0 (numero positivo)? Si
  - Converto da base 2 a base 10 ottenendo 13

Complemento a 2

- Data la sequenza di N=5 bit 10010 in complemento a 2 qual è il numero codificato?
  - Il bit di segno è 0 (numero positivo)? No
  - Converto da base 2 a base 10 ottenendo Y=18
  - Dato che $Y=2^N-|X|$ allora X=14 per cui il numero codificato è -14 (ricordate che il bit di segno era 1)
- Oppure
  - Il bit di segno è 0 (numero positivo)? No
  - calcolo il complemento a 2 ottenendo 01110
  - Converto da base 2 a base 10 ottenendo 14
  - Prefiggo con il segno meno ottenendo -14

Complemento a 2

- Data la sequenza di bit espressa in esadecimale calcolare il numero da essa codificato sapendo che la rappresentazione è il complemento a 2:
  - F5A :
  - FFF:
  - 6F2:

Complemento a 2

- Data la sequenza di bit espressa in esadecimale calcolare il numero da essa codificato sapendo che la rappresentazione è il complemento a 2:
  - F5A : 1111 0101 1010 ……….
  - FFF : 1111 1111 1111 ……….
  - 6F2 : 0110 1111 0010 ……….

Corso di

Laboratorio di *Architettura degli Elaboratori*

a.a. 2020/2021

Codifica dei numeri in virgola mobile

Conversione da base 10 a IEEE 754

- Dato un numero in base 10 della forma I.F (Intero e parte frazionaria) si deve:
  - Convertire la parte intera I (a sinistra del punto) in base 2
  - Convertire la parte frazionaria F (a destra del punto) in base 2
  - Sommare le due rappresentazioni in base 2
  - Scrivere il risultato in notazione scientifica in base 2
  - Scrivere in forma normalizzata secondo lo standard IEEE 754 (a sinistra del punto ci deve essere un 1)
  - Convertire l'esponente di 2 in notazione eccesso 127: sommare 127 all'esponente, convertire il risultato in base 2 senza segno, scrivere il risultato su 8 cifre)
  - Scrivere il bit di segno, scrivere i primi 23 bit della mantissa a partire dalla forma normalizzata. Se ci sono meno di 23 bit riempire con 0 i bit meno significativi.

Standard IEEE 754

432	0
216	0
108	0
54	0
27	1
13	1
6	0
3	1
1	1

Convertire il numero 432

$$1\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,0 = 1\,.\,1\,0\,1\,1 \times 2^{8}$$

$$1\,1\,0\,1\,1\,0\,0\,0\,0 \times 2^{0} = 1\,.\,1\,0\,1\,1 \times 2^{8}$$

$$127+8 = 135|_{10} =$$
$$10000111|_{2}$$

8 bit — 23 bit

0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

segno

Esponente
eccesso 127

mantissa

Standard IEEE 754

Convertire il numero 42.6875

42	0
21	1
10	0
5	1
2	0
1	1
0	

0.6875	1.375
0.375	0.75
0.75	1.5
0.5	1.0

1 0 1 0 1 0 . 1 0 1 1

$$101010.1011 \times 2^0 = 1.01010101 1 \times 2^5$$

$$127+5 = 132|_{10} = 10000100|_2$$

8 bit | 23 bit

0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

segno

Esponente eccesso 127

mantissa

Standard IEEE 754

Convertire il numero -0,078125

$$-0.000101$$

0	0	0.078125	0.15625
		0.15625	0.3125
		0.3125	0.625
		0.625	1.25
		0.25	0.5
		0.5	1.0

$$-0.000101 \times 2^{0} = -1.01 \times 2^{-4}$$

$$127 - 4 = 123|_{10} = 01111011|_{2}$$

8 bit 23 bit

1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

segno

Esponente
eccesso 127

mantissa

Conversione da IEEE 754 a base 10

- Dato un numero su 32 bit in formato IEEE 754 a precisione singola si deve:
  - Scrivere il numero in notazione normalizzata

    $$(-1)^{segno} \times 1.mantissa \times 2^{esponente-127}$$

  - Manipolare l'esponente e la mantissa se necessario
  - Convertire parte intera e parte frazionaria in base 10

Conversione da IEEE 754 a base 10

Considerare la rappresentazione binaria in virgola mobile IEEE 754, in precisione semplice. Determinare i valori decimali corrispondenti alle seguenti sequenze binarie:

a) 0 1000 0011 0000 0000 0000 0000 0000 000
b) 1 0011 0001 0000 0000 0000 0000 0000 000
c) 0 1000 0001 0100 0000 0000 0000 0000 000

Conversione da IEEE 754 a base 10

Considerare la rappresentazione binaria in virgola mobile IEEE 754, in precisione semplice. Determinare i valori decimali corrispondenti alle seguenti sequenze binarie:

a) 0 1000 0011 0000 0000 0000 0000 0000 000

numero positivo perché il bit di segno è 0

$1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \times 2^{(131-127)}=$

$=1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \times 2^{4}=$

$=10000.\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \times 2^{0}=16.0$

Conversione da IEEE 754 a base 10

Considerare la rappresentazione binaria in virgola mobile IEEE 754, in precisione semplice. Determinare i valori decimali corrispondenti alle seguenti sequenze binarie:

b) 1 0011 0001 0000 0000 0000 0000 0000 000

numero negativo perché il bit di segno è 1

$-1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \times 2^{(49-127)}=$

$=-1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \times 2^{-78}=$

$=-3.3087225\text{x}10^{-24}$

Conversione da IEEE 754 a base 10

Considerare la rappresentazione binaria in virgola mobile IEEE 754, in precisione semplice. Determinare i valori decimali corrispondenti alle seguenti sequenze binarie:

c) 0 1000 0001 0100 0000 0000 0000 0000 000

numero positivo perché il bit di segno è 0

$1.0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \times 2^{(129-127)}=$

$=1.0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \times 2^{2}=$

$=101.00\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 000 \times 2^{0}=5$

Conversione da IEEE 754 a base 10

Considerare la rappresentazione binaria (espressa in esadecimale) in virgola mobile IEEE 754, in precisione semplice. Determinare i valori decimali corrispondenti alle seguenti sequenze:

a) 41800000

b) 98800000

c) 40A00000

Moltiplicazione tra numeri in base 2

- Algoritmo di moltiplicazione tra due numeri binari Y e Z (interi e senza segno):
  - Z viene espresso come somma di potenze di 2 (ovvero, la notazione posizionale): $Z=\sum_i b_i*2^i$
  - $Y * Z = Y * (\sum_i b_i*2^i) = \sum_i Y * b_i*2^i = \sum_i \text{shift\_left}(Y,i) * b_i$

- Esempio:
  $15*7=15*(2^2+2^1+2^0)=15*2^2+15*2^1+15*2^0=$
  =shift_left(15,0)+shift_left(15,1)+shift_left(15,2)

shift_left(15,0)	0001111+
shift_left(15,1)	0011110+
shift_left(15,2)	0111100=

	1101001 ovvero, 105