

Lógica Computacional 1

Equivalências entre princípios de indução

Flávio L. C. de Moura*

1 de maio de 2021

Ao longo do semestre vimos a importância do princípio da indução na construção de provas. Este princípio pode aparecer de formas distintas dependendo do contexto a ser utilizado. O objetivo deste trabalho é mostrar a equivalência entre duas das formas mais comuns de enunciar o princípio da indução sobre os números naturais. A forma mais comum é o princípio da indução matemática:

Princípio da Indução Matemática (PIM)

Seja P uma propriedade sobre o conjunto dos números naturais \mathbb{N} . Se

1. (BI) $P(0)$, isto é, o natural 0 satisfaz a propriedade P , e;
2. (PI) $\forall n, (P(n) \rightarrow P(n+1))$.

Então $\forall n, P(n)$.

Uma outra forma comum do princípio da indução é o chamado princípio da indução forte:

Princípio da Indução Forte (ou Completa) (PIF)

Seja Q uma propriedade sobre o conjunto dos números naturais \mathbb{N} . Se

$\forall n, (\forall m, m < n \rightarrow Q(m)) \rightarrow Q(n)$.

Então $\forall n, Q(n)$.

Prove a equivalência entre os dois princípios enunciados acima.

Este trabalho pode ser resolvido via uma prova manual (papel e lápis) ou no assistente de provas Coq (ou nos dois!). A(s) solução(ões) devem estar disponíveis no repositório GitHub até o dia 16/05/2021. Adicionalmente, este trabalho pode ser feito individualmente ou em dupla.

*flavio@flaviomoura.info, flaviomoura@unb.br