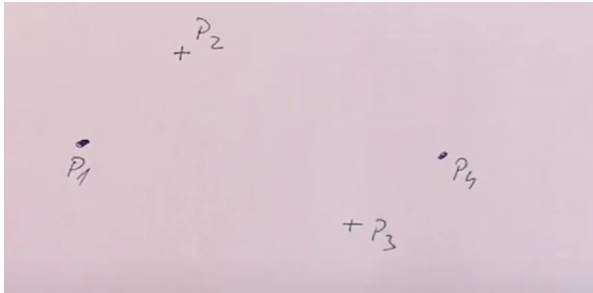


BEZIEROVA KRIVULJA

Bezierova krivulja glavna je krivulja vektorske grafike. Današnje predavanje veže se uz njen izvod te s obzirom da se koristi u svim vektorskim programima bitno je da znamo iz kojih razloga je pretekla ostale.

Započnemo crtajući osnovne 4 točke koje definiraju krivulju:

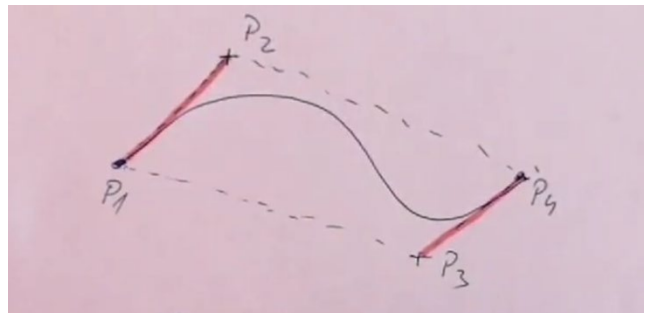


Druge točke označavaju se „plusićem“. P1P2 i P3P4 matematički su povezane te ih spajamo isprekidanim linijama i tvorimo poligon unutar kojeg nastaje krivulja.

Glavna zakonitost ove krivulje glasi da će se tijelo krivulje kretati unutar nastalog omeđenog poligona:

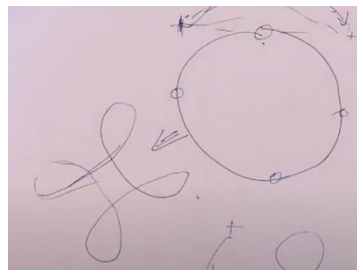
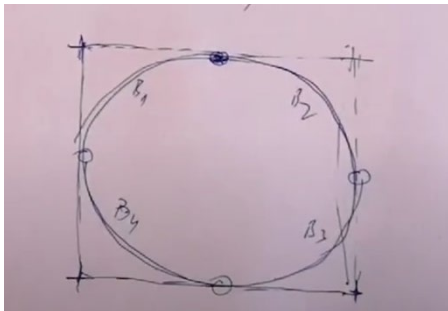
→ P1P2 će činiti tangentu na točku P1

→ P3P4 čine tangentu na točki P4



Zatim možemo vidjeti ponašanje krivulje kada drugačije rasporedimo točke P1P2 i P3P4 te ćemo dobiti različitu krivulju ovisno o indeksima P-ova. Ponekad nepažljiva numeracija dovodi do stvaranja „petlje“, no ona se u programima razriješava zamjenjivanjem točaka (npr. Fontforge), za Bezierova krivulja pripada u obitelj predvidljivih krivulja te je to njena glavna prednost. Iduća problematika nastaje kada se točka P1 i P4 nađu u istoj točki te nastaje „kapljica“ pa zamjenjivanjem indeksa mijenjamo tok funkcije.

Kružnicu Bezierom dobijemo pomoću 4 Bezierove krivulje:



Te pluseve možemo pomicati i zatim napraviti „rozetu“ koja se koristi i pri zaštiti dokumenata.

Matematički izvod Bezierove krivulje:

Za stvaranje krivulje potrebne su nam njene koordinate $\rightarrow P_1 (P_1^x, P_1^y), P_2 (P_2^x, P_2^y), P_3 (P_3^x, P_3^y), P_4 (P_4^x, P_4^y)$; dakle krivulja je definirana sa 8 brojeva. Ona je *parametarska krivulja trećeg stupnja*, njeno parametarsko svojstvo rađa koordinate krivulje.

Za početak definiramo ju u jednoj dimenziji gdje se krivulja definira sa **c**, a parametar sa **t**:

Handwritten mathematical derivation of the Bezier curve equation in one dimension. The title is "PARAMETARSKA KRIVULJA TREĆEG STUPNJA". The equation is $C(t) = [t^3 \ t^2 \ t \ 1] \times B \times \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}$. The matrix B is given as $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Dimensions are noted: 1×5 for the first row, 4×4 for matrix B , and 4×1 for the column vector of points.

Zbroj svakog reda daje nam **0**.

Zbrajanjem stupaca također dobivamo **0**, osim zadnjeg koji je **1** i među stupcima i retcima.

Krivulja u drugoj dimenziji definira se kao **x** i pri njenom određivanju množimo raspisane brojeve matrične formule sa formulom jedne dimenzije (**množimo svaki red**). Također množimo sve sa P_n^x s obzirom da ovim načinom određujemo **x**. Cijeli proces ponavljamo, ali i za **y** dimenziju samo što množimo sa P_n^y . Zatim u formule uvrštavamo **t=0** te time dobivamo točku **P1**; **t=1** (možemo isčitati iz matrice) daje **P4**.

Zaključujemo iz navedenog da je:

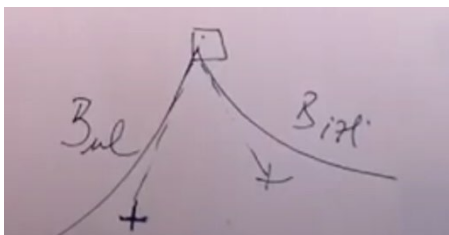
$$t \in [0,1]$$

Handwritten equations for the x and y coordinates of a Bezier curve. The x-coordinate equation is $x(t) = (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \cdot P_1^x + (3t^3 - 6t^2 + 3t) \cdot P_2^x + (-3t^3 + 3t^2) \cdot P_3^x + t^3 \cdot P_4^x$. The y-coordinate equation is $y(t) = (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \cdot P_1^y + (3t^3 - 6t^2 + 3t) \cdot P_2^y + (-3t^3 + 3t^2) \cdot P_3^y + t^3 \cdot P_4^y$.

Spojne Bezierove krivulje:

3 vrste spojnih Bezierovih točaka:

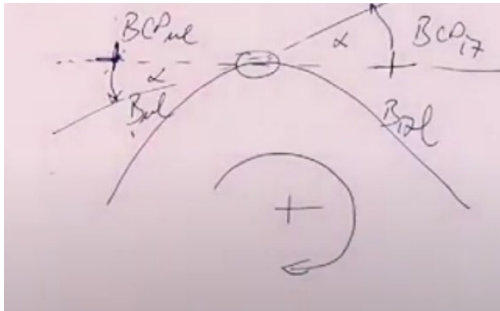
1) KUTNI SPOJ (oznaka: kvadrat)



Definicijom kretanja krivulje (*orijentacijom*) određujemo ulaznu i izlaznu točku spoja.

Kutni spoj je potpuno neovisan \rightarrow redizajn izlaza i ulaza ne utječu jedan na drugog.

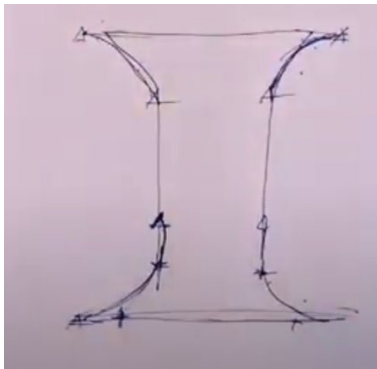
2)KRIVULJNI SPOJ (oznaka: krug)



BCP (Bezier Control Point)

$BCP_{izlazni}$ je u funkciji pravca BCP_{ulazni} te ih veže spojna točka. Pomicanjem jednog utječemo na drugi.

3)TANGENTNI SPOJ (oznaka: trokut)



Koristi se kada želimo napraviti promjenu smjera tj.kad želimo napraviti idealnu krivulju.

U uporabi pri izradi serifa kod fontova.