

# **Meeting's results**

**Monday 06 November 2023**

LECOURTIER Frédérique

# 1 Correction sur la prédiction du modèle sur $w$ entraîné sur le carré

Dans le but d'améliorer les résultats de Correction obtenus avec  $\phi$ -FEM, on cherche ici à apprendre la même solution que précédemment mais en entraînant le PINNs sur le carré tout entier (et pas seulement sur  $\Omega$  défini par un cercle). Dans le cas de l'entraînement sur le cercle, on considère les paramètres par défaut (CONFIG 0) pour le modèle :

Configuration	Model parameters		Trainer parameters					Training parameters			
	Layers	Activation Function	Learning rate	Decay	w_data	w_res	w_bc	n_epochs	n_collocation	n_bc_collocation	n_data
0	[20, 20, 20, 20]	sine	0.01	0.99	0.0	0.01	10.0	1000	500	500	0

FIGURE 1 – Paramètres du PINNs (entraînement sur le Cercle).

Dans le cas de l'entraînement sur le Carré, on considère les paramètres par défaut sauf pour le nombre de points de collocations (CONFIG 1). On considère en fait plus de points à l'intérieur et sur le bord (car sur le carré les paramètres par défaut n'étaient pas suffisants) :

Configuration	Model parameters		Trainer parameters					Training parameters			
	Layers	Activation Function	Learning rate	Decay	w_data	w_res	w_bc	n_epochs	n_collocation	n_bc_collocation	n_data
1	[20, 20, 20, 20]	sine	0.01	0.99	0.0	0.01	10.0	10000	2000	500	0

FIGURE 2 – Paramètres du PINNs (entraînement sur le Carré).

En entraînant le PINNs à déterminer  $u = \phi w$ , on obtient les résultats d'entraînement suivant - à gauche : résultat sur le carré / à droite : application d'un masque :

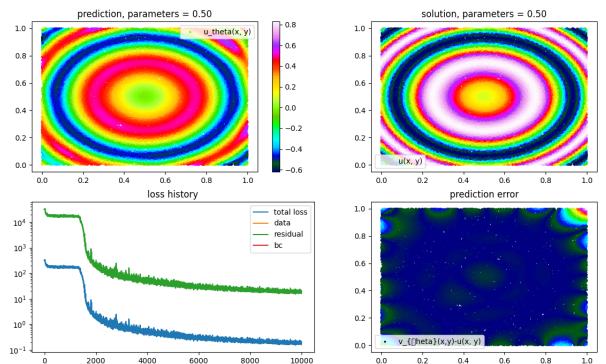


FIGURE 3 – Training  $f$  fixé sans le masque.

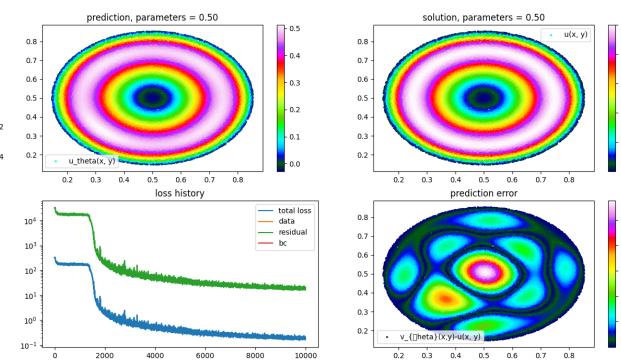


FIGURE 4 – Training  $f$  fixé avec le masque.

Pour  $S = 0.5$ , on obtient les résultats suivants pour la correction par addition avec FEM :

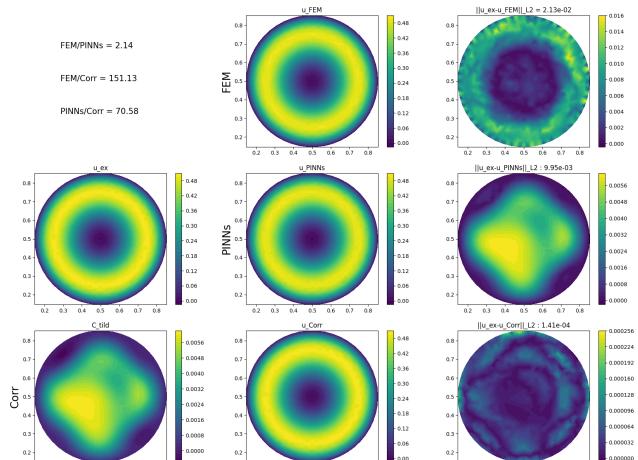


FIGURE 5 – Correction avec FEM (en apprenant sur le Carré).

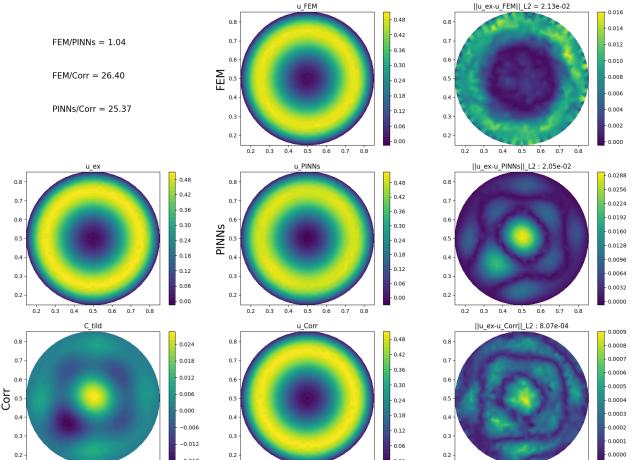


FIGURE 6 – Correction avec FEM (en apprenant sur le Cercle).

**Observation.** Cas entraînement sur le carré (VS entraînement sur le cercle) :

- PINNs ↘
- correction avec FEM sur la prédiction ↘
- précision finale en comparaison de FEM standard ↘

Pour  $S = 0.5$ , on obtient les résultats suivants pour la correction par addition avec  $\phi$ -FEM :

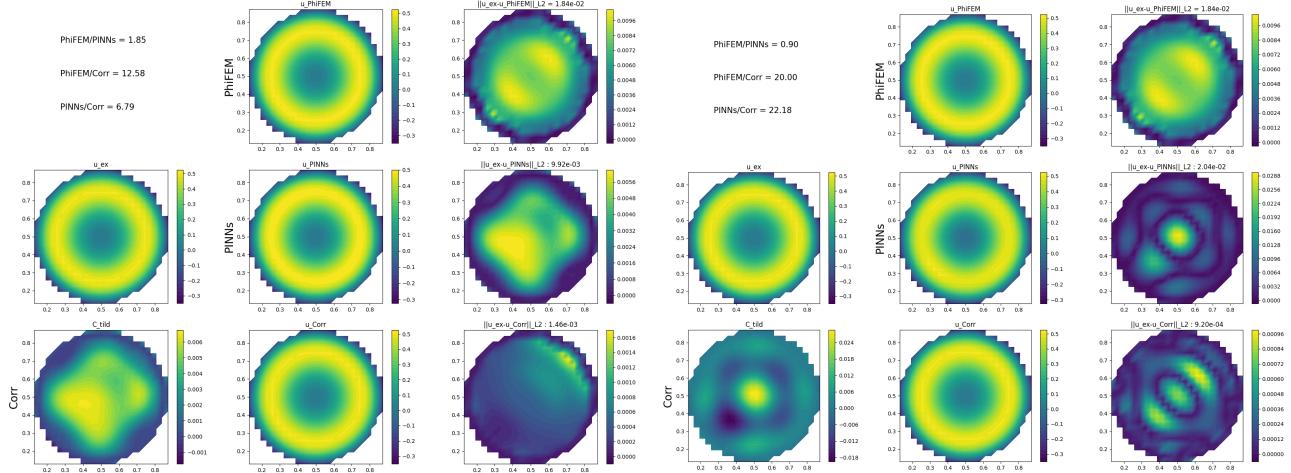


FIGURE 7 – Correction avec  $\phi$ -FEM (en apprenant sur le cercle).

FIGURE 8 – Correction avec  $\phi$ -FEM (en apprenant sur le carré).

**Observation.** Cas entraînement sur le carré (VS entraînement sur le cercle) :

- PINNs ↘ (moins bon que  $\phi$ -FEM standard)
- correction avec  $\phi$ -FEM sur la prédiction ↗
- précision finale en comparaison de  $\phi$ -FEM standard ↗
- + précision finale pour FEM et  $\phi$ -FEM du même ordre

Pour  $\phi$ -FEM on s'intéresse en fait à l'erreur sur  $\Omega$  (et non  $\Omega_h$ ), voici les résultats obtenus en projetant la solution sur  $\Omega$  :

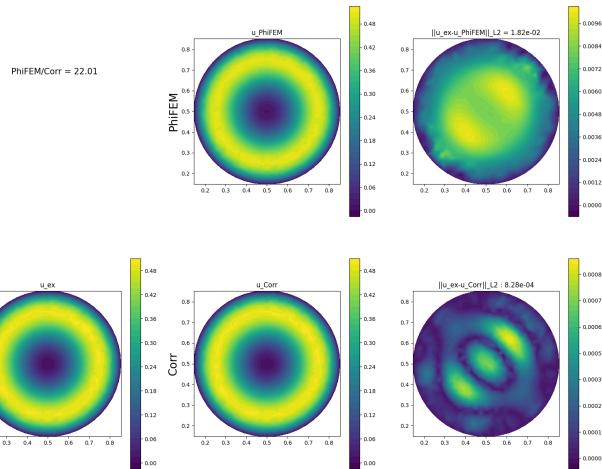


FIGURE 9 – Correction avec  $\phi$ -FEM (en apprenant sur le carré) - projection sur  $\Omega$ .

**Observation.** Résultats assez similaire sur  $\Omega$  et  $\Omega_h$ .

## 2 Correction sur la prédition du modèle sur $u$ avec recalage de la fonction levelset

On sélectionne des points assez proche du bord puis on fait une descente de gradient (en quelque sorte à pas optimale) sur 50 itérations dans le but de recaler la levelset sur le bord :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leftarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \phi(x, y) \cdot \nabla \phi(x, y)$$

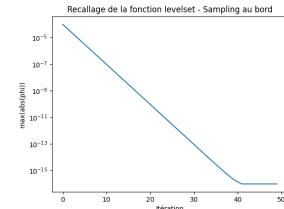


FIGURE 10 – Valeur maximale de la levelset en fonction des itérations.

**Observation.** *A la fin, la valeur maximale de  $\phi$  en les points choisis (en valeur absolue) est de 1e-17.*

En entraînant le modèle avec les paramètres par défaut (CONFIG 0) à apprendre  $u$  uniquement sur  $\Omega$  (avec loss = loss résidu + loss bc), on obtient les résultats d’entraînement suivant - à gauche : sans recalage / à droite avec recalage :

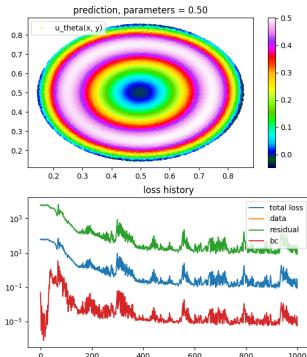


FIGURE 11 – Entraînement sans recalage de la levelset.

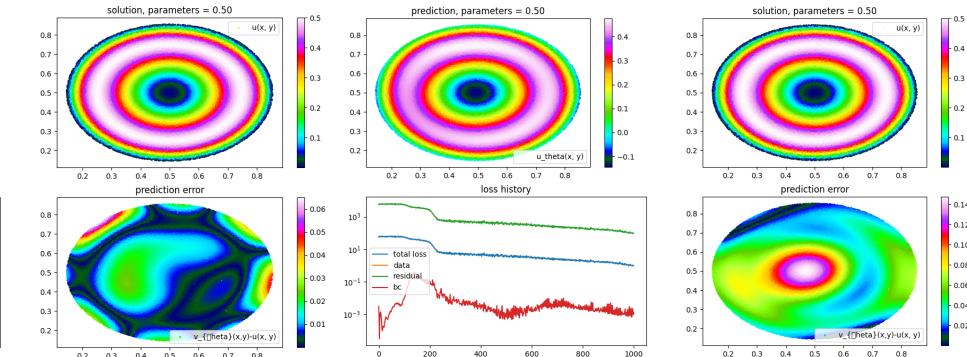


FIGURE 12 – Entraînement avec recalage de la levelset.

**Observation.** *Il semblerait que l’entraînement du modèle avec recalage de la levelset ne fournit pas les résultats attendus.*

On essaye de ré-entraîner le modèle en modifiant les paramètres de la manière suivante (CONFIG 2) :

Configuration	Model parameters		Trainer parameters					Training parameters				
	Layers	Activation Function	Learning rate	Decay	w_data	w_res	w_bc	n_epochs	n_collocation	n_bc_collocation	n_data	
2	[20, 20, 20, 20, 20]	sine	0.01	0.99	0.0	0.01	10.0	1000	10000	2000	0	

FIGURE 13 – Paramètres du PINNs.

On obtient les résultats d’entraînement suivant :

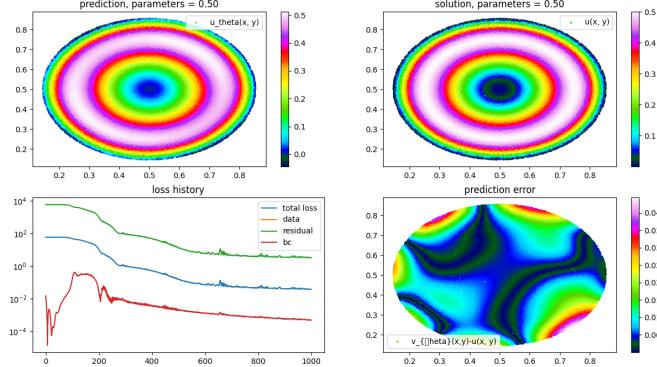


FIGURE 14 – Entraînement avec recalage de la levelset.

Pour  $S = 0.5$ , on obtient les résultats suivants pour la correction par addition avec FEM - à gauche : sans recalage (CONFIG 0) / à droite : avec recalage (CONFIG 2) :

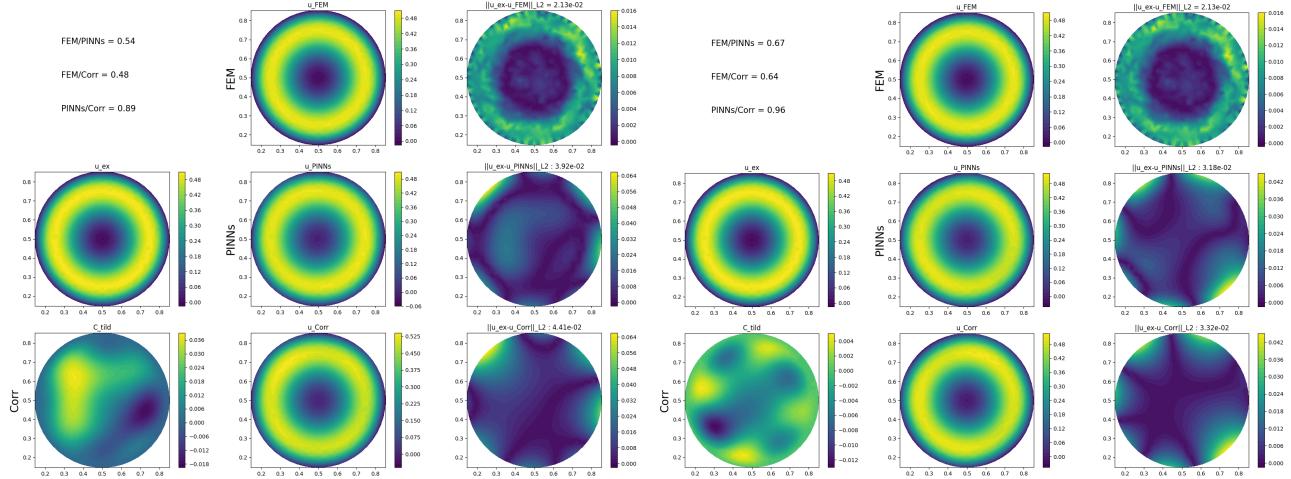


FIGURE 15 – Correction avec FEM (sans recalage - à gauche : sans recalage (CONFIG 0)).

FIGURE 16 – Correction avec FEM (avec recalage - à droite : avec recalage (CONFIG 2)).

**Observation.** Cas avec recalage (VS sans recalage) :

- PINNs ↗ (moins bon que FEM standard)
- correction avec FEM sur la prédiction ↗
- précision finale en comparaison de FEM standard ↗

On remarque tout de même que les résultats sont très insuffisant mais très similaire.

ATTENTION : On ne compare pas les mêmes modèles ici (pas les mêmes configs).

### 3 Variation du terme source $f$

On veut faire varier le second membre en prenant  $S \in [0.1, 1]$ . On considère la configuration par défaut et on apprend  $u = \phi w$ .

Pour  $S = 0.55$  (car moyenne des paramètres), on obtient les résultats d'entraînement suivant - à gauche : avec  $f$  fixé / à droite : avec  $f$  qui varie :

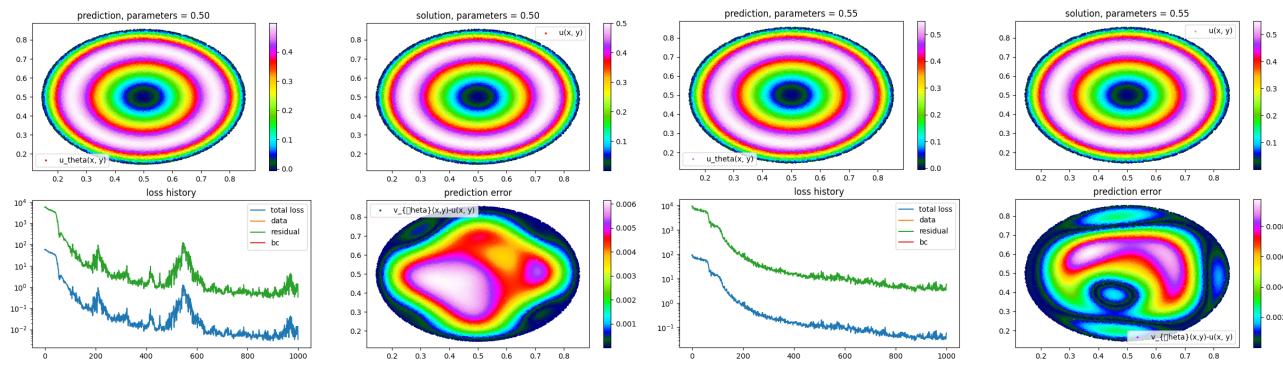


FIGURE 17 – Training  $f$  fixé.

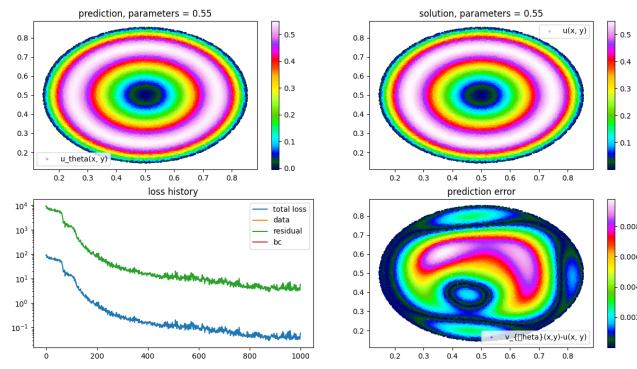


FIGURE 18 – Training  $f$  qui varie.

Pour  $S = 0.5$ , on obtient les résultats suivants pour la correction par addition avec FEM :

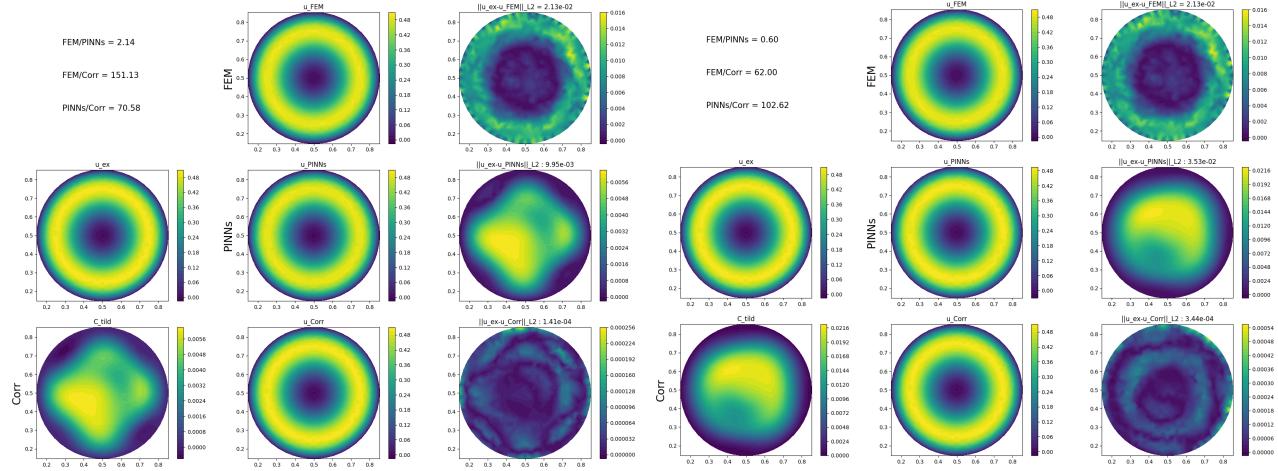


FIGURE 19 – Correction avec FEM -  $f$  fixé.

**Observation.** Cas  $f$  qui varie (VS cas  $f$  fixé) :

- PINNs ↘ (moins bon que FEM standard)
- correction avec FEM sur la prédiction ↗
- précision finale en comparaison de FEM standard ↘

Pour  $S = 0.5$ , on obtient les résultats suivants pour la correction par addition avec  $\phi$ -FEM :

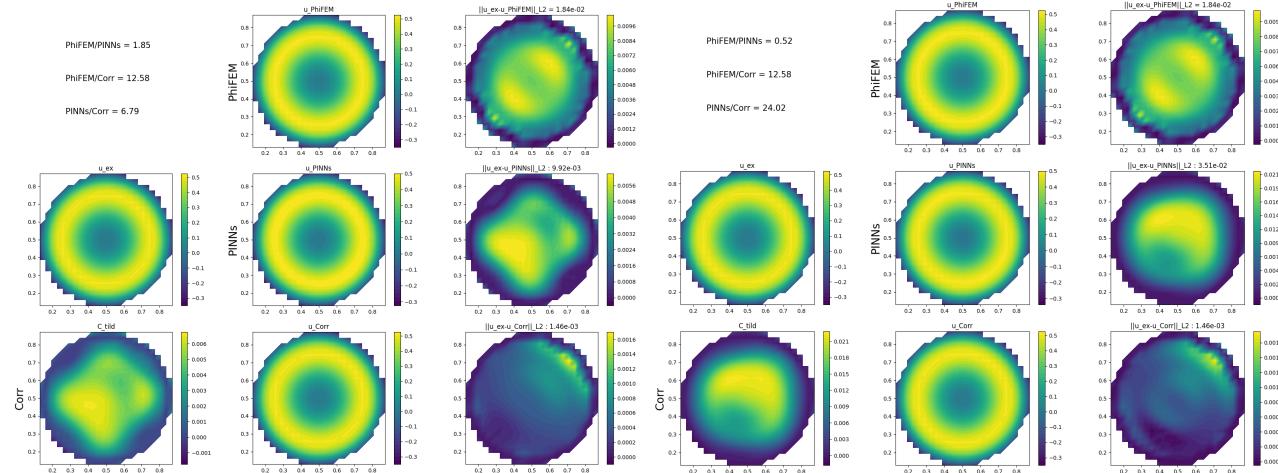


FIGURE 21 – Correction avec  $\phi$ -FEM -  $f$  fixé.

**Observation.** Cas  $f$  qui varie :

- PINNs ↘ (moins bon que FEM standard)
- correction avec  $\phi$ -FEM sur la prédiction ↗
- précision finale en comparaison de FEM standard = (peut être due au fait que seul  $S$  varie ?  $\Rightarrow$  tester ajout de nouveaux paramètres dans l'entraînement comme la fréquence)

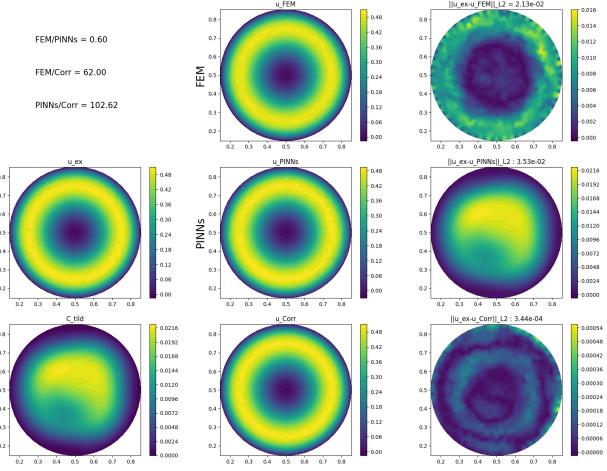


FIGURE 20 – Correction avec FEM -  $f$  qui varie.

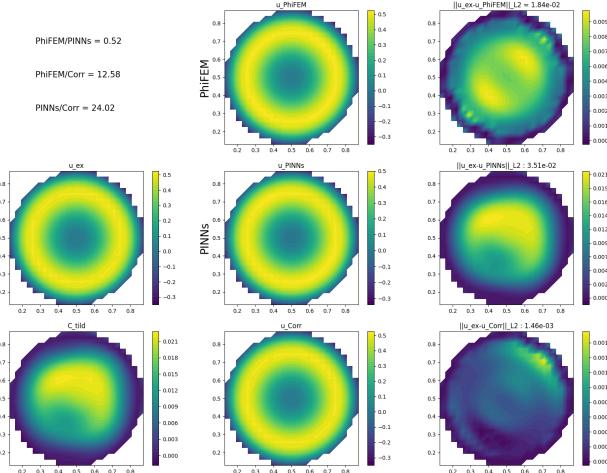


FIGURE 22 – Correction avec  $\phi$ -FEM -  $f$  qui varie.