

Математическая статистика, Пятый семестр, ДЗ №2, Группа №1

Захаренко Артем Олегович

20 сентября 2022 г.

Задание №2

Для начала $E(X_1) = E(\bar{X}) = \alpha$.

Оценка смещенная, так как при $n = 1$ $E(1/\bar{X}) = E(1/X_1) = \int_0^{+\infty} \frac{\alpha^{-1}e^{-x/\alpha}}{x} dx$, а этот интеграл расходится. При этом она состоятельная:

$$\begin{aligned} P\left(\left|\frac{1}{\bar{X}_n} - \frac{1}{\alpha}\right| > \varepsilon\right) &= P\left(\frac{|\alpha - \bar{X}_n|}{\alpha \cdot \bar{X}_n} > \varepsilon\right) \rightarrow 0 \quad \forall \varepsilon > 0 \iff P\left(\frac{|\alpha - \bar{X}_n|}{\bar{X}_n} > \varepsilon\right) \rightarrow \\ &0 \quad \forall \varepsilon > 0 \\ P\left(\frac{|\alpha - \bar{X}_n|}{\bar{X}_n} > \varepsilon\right) &= P\left(\left|\frac{\alpha}{\bar{X}_n} - 1\right| > \varepsilon\right) = 1 - P\left(1 - \varepsilon < \frac{\alpha}{\bar{X}_n} < 1 + \varepsilon\right) = 1 - \\ P\left(\frac{\alpha}{1 + \varepsilon} < \bar{X}_n < \frac{\alpha}{1 - \varepsilon}\right). &\text{ Второе слагаемое стремится к 1 по ЗБЧ, тогда изначальное} \\ \text{выражение стремится к 0, чтд.} \end{aligned}$$