



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

НА ТЕМУ:

«Вейвлет-шум»

Студент ИУ7-53Б(BIS_19)
(Группа)

(Подпись, дата)

Авдейкина В. П.
(И. О. Фамилия)

Руководитель НИР

(Подпись, дата)

Кострицкий А. С.
(И. О. Фамилия)

2023 г.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 Обзор вейвлет-шума	4
1.1 Математические основы	4
1.2 Вейвлет-шум	5
1.2.1 Получение R^\downarrow	6
1.2.2 Получение R^\downarrow	6
1.2.3 Получение $R^{\downarrow\uparrow}$	7
1.2.4 Получение N	7
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	9

ВВЕДЕНИЕ

За последние 15 лет генерация поверхностей с текстурами (стилями заполнения, имитирующими сложную рельефную объемную плоскость, выполненную из какого-то материала [1]) не перестала быть актуальной задачей компьютерной графики и упоминается в [2—6]. Таким образом, возникает необходимость нахождения методов, которые обеспечивают решение этой задачи.

Существует ряд решений описанной задачи, одним из которых является использование метода вейвлет-шума (вейвлет-шум) [7; 8], который будет рассмотрен далее.

1 Обзор вейвлет-шума

В данном разделе будут рассмотрены математические основы вейвлет-шума и его описание.

1.1 Математические основы

Суть вейвлет-шума заключается в использовании вейвлетов.

Вейвлет — функция независимой переменной, имеющая вид короткой волны (всплеска) [9—11]. Пример вейвлета можно наблюдать на рисунке 1.

[рисунок 1 — пример графика вейвлет функции]

Центр вейвлета — значение независимой переменной, через которое проходит вертикальная ось симметрии вейвлета.

Пространство вейвлетов W — набор функций, которые могут быть представлены линейной комбинацией сдвигов и масштабирования одного вейвлета. [12; 13]

Масштабирующая функция ξ — функция, для которой справедливо следующее равенство:

$$\xi(x) = \sum_k p_k \xi(2x - k), \quad (1.1)$$

при условии, что существуют такие числовые коэффициенты p_k . [7; 12]

Согласно [7], если $\phi(x)$ — функция из W , центр которой $x = 0$, то любая функция $F(x)$ может быть представлена следующим образом:

$$F(x) = \sum_i f_i \phi(x - i), \quad (1.2)$$

где $\phi(x - i)$ — функция из W с центром $x = i$, f_i — некоторые числовые коэффициенты.

Пространство S^0 — пространство, состоящее из функций вида 1.2.

Функции $G(x)$ вида

$$G(x) = \sum_i g_i \phi(2x - i) \quad (1.3)$$

аналогично составляют пространство S^1 . [7]

Если рассматриваемая в 1.3, 1.2 функция ϕ является масштабирующей, то S^1 расширяет S^0 , то есть включает все функции S^0 . [7; 12]

Вейвлет-анализ — процесс определения того, расширяет ли пространство S^1 пространство S^0 . [7].

Тогда функция $F(x)$ из 1.2 представляется с помощью коэффициентов f_i^\uparrow в пространстве S^1 :

$$F(x) = \sum_i f_i^\uparrow \phi(2x - i) \quad (1.4)$$

Коэффициенты f_i^\uparrow выражаются с использованием формулы 1.1:

$$f_i^\uparrow = \sum_k p_{i-2k} f_k \quad (1.5)$$

Согласно [7], коэффициенты g_i^\downarrow , необходимые для представления функции $G(x)$ из 1.3 в пространстве S^0 , вычисляются с помощью вейвлет-анализа и являются равными

$$g_i^\downarrow = \sum_k a_{k-2i} g_k \quad (1.6)$$

а функция $G(x)$ представляется как

$$G(x) = G^\downarrow(x) + D(x) \quad (1.7)$$

где $D(x)$ — функция из S^1 , которая не может быть выражена в S^0 через какие-либо коэффициенты.

1.2 Вейвлет-шум

Изображение X представляется набором числовых коэффициентов (\dots, x_i, \dots) :

$$X = (\dots, x_i, \dots) \quad (1.8)$$

Входные данные вейвлет-шума: функция $B(x)$ из W , изображение R .

Выходные данные вейвлет-шума: изображение N .

Авторы [7] представляют алгоритм вейвлет-шума тремя семантическими

шагами:

- 1) получение $R(x)$;
- 2) получение $R^\downarrow(x)$;
- 3) получение $R^{\downarrow\uparrow}(x)$;
- 4) получение $N(x)$.

После выполнения алгоритма для получения результата значение функции $N(x)$ вычисляется при заданном R . При заданном R вычисляется значение функции $N(x)$ и получается изображение $N = (\dots, n_i, \dots)$.

Пример визуализации получения результата алгоритма можно наблюдать на рис. 2.

[рисунки 2 — пример визуализации получения из R N [7]]

Рассмотрим представленные шаги более подробно, основываясь на информации из [7].

1.2.1 Получение R^\downarrow

Согласно формуле 1.8 изображение R представляется следующим образом:

$$R = (\dots, r_i, \dots) \quad (1.9)$$

Аналогично формуле 1.3 выражается $R(x)$:

$$R = \sum_i r_i B(2x - i) \quad (1.10)$$

1.2.2 Получение R^\downarrow

Согласно формуле 1.7:

$$R(x) = R^\downarrow(x) + N(x) \quad (1.11)$$

$N(x)$ выражается из формулы 1.11 как

$$N(x) = R(x) - R^\downarrow(x) \quad (1.12)$$

С помощью формулы 1.2 получаем

$$R^\downarrow(x) = \sum_i r_i^\downarrow B(x - i) \quad (1.13)$$

где r_i^\downarrow выражаются с помощью формулы 1.6:

$$r_i^\downarrow = \sum_k a_{k-2i} r_k \quad (1.14)$$

1.2.3 Получение $R^{\downarrow\uparrow}$

С помощью формул 1.10 и 1.13 выражение 1.12 преобразовывается как

$$N(x) = \sum_i r_i B(2x - i) - \sum_i r_i^\downarrow B(x - i) \quad (1.15)$$

С учетом формулы 1.4 и 1.13 получается выражение

$$R^{\downarrow\uparrow}(x) = \sum_i r_i^{\downarrow\uparrow} B(2x - i) \quad (1.16)$$

где коэффициенты $r_i^{\downarrow\uparrow}$ выражаются с учетом формулы 1.5:

$$r_i^{\downarrow\uparrow} = \sum_k p_{i-2k} r_k^\downarrow \quad (1.17)$$

1.2.4 Получение N

С использованием формулы 1.16 выражение 1.15 записывается как

$$N(x) = \sum_i r_i B(2x - i) - \sum_i r_i^{\downarrow\uparrow} B(2x - i) = \sum_i n'_i B(2x - i) \quad (1.18)$$

где $n'_i = r_i - r_i^{\downarrow\uparrow}$.

Для получения изображения $N = (\dots, n_i, \dots)$ значение функции $N(x)$ вычисляется при задаваемых значениях x .

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Порев В.* Компьютерная графика. — СПб : БХВ-Петербург, 2002. — С. 432.
2. *Pai H.-Y.* Texture designs and workflows for physically based rendering using procedural texture generation // 2019 IEEE Eurasia Conference on IoT, Communication and Engineering (ECICE). — 2019. — С. 195—198.
3. Weakly-Supervised Photo-realistic Texture Generation for 3D Face Reconstruction / X. Yin [и др.] // 2023 IEEE 17th International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition (FG). — 2023. — С. 1—8.
4. Digital preservation of Brazilian indigenous artworks: Generating high quality textures for 3D models [Электронный ресурс] / B. Trinchão Andrade [и др.] // Journal of Cultural Heritage. — 2012. — Т. 13, № 1. — С. 28—39. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.culher.2011.05.002>. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1296207411000513> (дата обращения: 24.11.2023).
5. *Quintana G., Ciurana J., Ribatallada J.* Surface Roughness Generation and Material Removal Rate in Ball End Milling Operations // Materials and Manufacturing Processes. — 2010. — Т. 25, № 6. — С. 386—398. — (дата обращения: 24.11.2023).
6. A Papier-Mâché Approach to Learning 3D Surface Generation / T. Groueix [и др.] // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). — 2018.
7. *Cook R., De Rose T.* Wavelet Noise [Электронный ресурс]. — URL: <https://graphics.pixar.com/library/WaveletNoise/paper.pdf> (дата обращения: 11.11.2023).
8. Procedural Noise/Categories [Электронный ресурс]. — URL: [https://physbam.stanford.edu/cs448x/old/Procedural_Noise\(2f\)Categories.html](https://physbam.stanford.edu/cs448x/old/Procedural_Noise(2f)Categories.html) (дата обращения: 11.11.2023).
9. *Крыжевич Л., Ковалев В.* Задача очистки изображения от шума и вейвлет-подходы к ее решению // Актуальные исследования в области математики, информатики, физики и методики их изучения в совре-

- менном образовательном пространстве. — 2016. — Т. 1, № 1. — С. 39—44.
10. *Смоленцев Н.* Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB. — Москва : ДМК Пресс, 2014. — С. 628.
 11. *Малла С.* Вэйвлеты в обработке сигналов. — Москва : Мир, 2005. — С. 671.
 12. *Новиков Л.* Модифицированные вейвлеты в обработке данных аналитических приборов. I. основы теории. — 2006. — URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modifitsirovannye-veyvlety-v-obrabotke-dannyh-analiticheskikh-priborov-i-osnovy-teorii> (дата обращения: 25.11.2023).
 13. *Meyer Y.* Wavelets: Algorithms and applications. — Philadelphia : S.I.A.M., 1993. — С. 129.