

A11: Het Compton effect in een Röntgen apparaat

Doel van het experiment:

Eindtermen	De student kan de nauwkeurigheid van een Geiger-Müller buis bepalen. De student begrijpt hoe het röntgen-apparaat werkt. De student kan een aantal experimenten uitvoeren en de resultaten analyseren. De student kan een meetrapport maken volgens de standaardindeling.
Beschrijving	Het inleidende deel van het experiment is het onderzoek en beschrijving van de werking van een Geiger-Müller telbuis. Het voornaamste deel van het experiment behandelt Bragg-reflectie en het Compton effect.

A11 het Compton effect in een Röntgen apparaat

1 Introductie

Bij deze proef maken we kennis met het specifieke gebied van Röntgenstraling. Door de korte golflengte van deze elektromagnetische straling is het bij uitstek geschikt voor onderzoek naar atomaire eigenschappen. Röntgenapparatuur is een onder andere een bekend hulpmiddel in ziekenhuizen om een 3d scan van lichaamsdelen te verkrijgen.

Het doel van dit experiment is om bekend te worden met het röntgenapparaat, de interactie van deze straling met materie, het gebruik van een Geiger-Müller (GM) teller, de berekening van Bragg diffractie en de werking van het Comptoneffect bij verschillende materialen.

De metingen moeten uiteindelijk worden verwerkt in een verslag en worden voorzien van een foutenanalyse. De details van de foutenanalyse kunnen in een bijlage verwerkt worden.

2 Apparatuur

2.1 Het röntgenapparaat

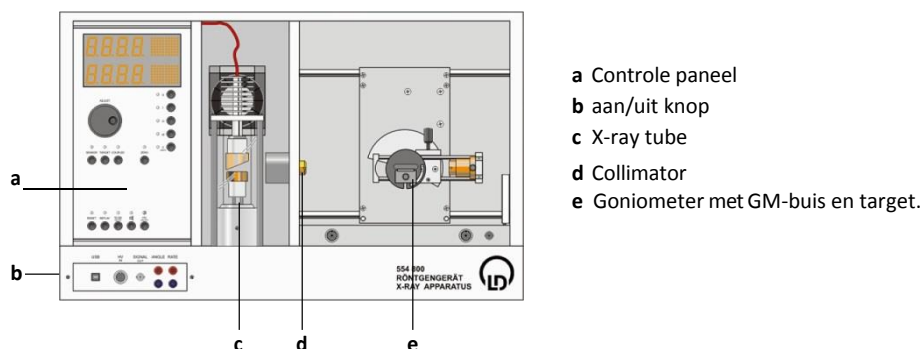
Het röntgenapparaat bij dit experiment is een door Leybold Didactic ontworpen, door een microprocessor aangestuurd apparaat speciaal ontwikkeld voor het uitvoeren van diverse experimenten. Een beknopte handleiding ligt naast het apparaat.

Het apparaat is opgebouwd uit een controlepaneel, een kamer met een röntgenbuis en een experimenteer ruimte. In de experimenteer ruimte is een target-tafel en een GM-buis die bij de start van het experiment verbonden is met de interne 'GM tube' connector.

De beide ruimtes zijn afgesloten met panelen van loodglas om de straling tegen te houden, als deze panelen niet goed afgesloten zijn werkt het apparaat niet.

Op het controlepaneel zijn een aantal knoppen om parameters te veranderen en om verschillende modi van meten in te stellen. Het display is normaal gesproken verbonden met de interne GM-buis en toont het aantal counts per seconde.

In de plaat tussen de röntgenkamer en de experimenteer kamer is een gat waardoor de straling voor het experiment komt. Deze straling is erg divergent dus is er een zogenaamde collimator met een spleet van 1 mm in het gat geplaatst om de straling goed te kunnen richten op het target en/of de sensor. Het targettafeltje kan een beetje in hoogte ingesteld worden met een schroef om het sample vast te zetten. The GM-teller (sensor) en het targettafeltje kunnen los van elkaar of gekoppeld ingesteld worden op het controlepaneel. De tafel en sensor draaien weer naar een vooraf ingestelde nul waarde met de ZERO knop.



Figuur 1: Het leybold didactic Röntgenapparaat.

Met de andere knoppen op het panel kan het voltage U en de emissiestroom I van de röntgenbuis ingesteld worden.

De $\Delta\beta$, β -limits en Δt knoppen worden gebruikt in de scanning modus voor automatische metingen (met de SCAN-knop).

De röntgenstraling wordt aangezet door de HV (High Voltage) knop op de voorzijde van het apparaat. Het loodglas en de behuizing moeten ervoor zorgen dat de straling op 10 cm. afstand hoogstens $1 \mu\text{Sievert}$ per uur is (om dit te controleren is een losse gele stralingsmeter 'Gamma Scout' aanwezig).

N.B. : De targettafel en de GM-buis niet met de hand instellen, dit beschadigt de apparatuur.

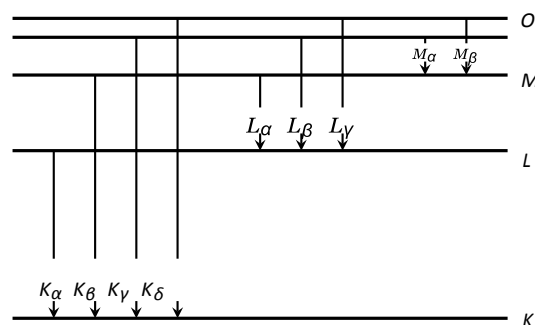
N.B 2 : Er zitten 2 kabels aan de voorkant van het apparaat, één voor communicatie met een PC en één voor externe hoogspanning. Deze kabels niet verwijderen.

Wanneer een hoge spanning wordt aangelegd over de röntgenbuis, worden de elektronen versneld vanuit de katode van de buis. Wanneer deze snel bewegende elektronen botsen met de anode, gemaakt van het metaal molybdeen, wordt röntgenstraling gegenereerd, dat bestaat uit een continu spectrum met verschillende scherpe pieken bij bepaalde golflengtes.

Het lage continue spectrum wordt veroorzaakt door zgn. Bremsstrahlung (remstraling) die de elektronen uitzenden wanneer ze vertraagd worden door interactie met materie, terwijl de scherpe pieken karakteristiek zijn voor de energieniveaus in de molybdeenatomen.

Wanneer hoogenergetische elektronen in de atomen van het anodemateriaal doordringen worden elektronen vanuit een lage schil van het atoom aangeslagen naar een hogere toestand. Deze 'gaten' worden dan weer opgevuld door elektronen uit hogere orbitalen waarbij röntgenstraling wordt uitgezonden met een specifieke golflengte afhankelijk van het energieniveau van de orbitalen.

In figuur 1 is een schematische weergave te zien van de orbitalen in een atomaire schil. De lijnen staan voor de energieniveaus van de betreffende elektronenschillen. Van binnen naar buiten worden deze aangegeven met de letter K,L,M,N enz. Bij absorptie van de juiste hoeveelheid energie kan een electron aangeslagen raken naar een hoger energieniveau, als elektronen terugvallen naar een lagere laag komt straling vrij met een specifieke golflengte. In de figuur zijn de overgangen naar een bepaald niveau aangegeven. Straling van een overgang naar het K- niveau wordt bijvoorbeeld aangegeven door K_{α} , K_{β} , K_{γ} , enz.

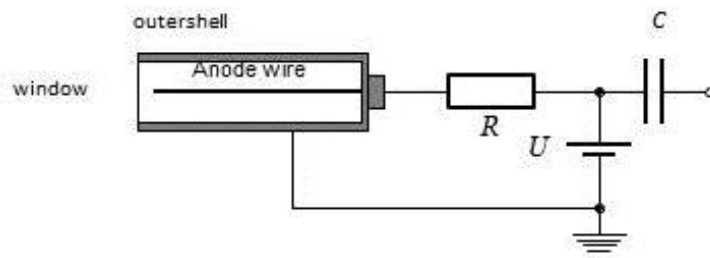


Figuur 2: Karakteristieke vervallijnen in de schil van een atoom.

2.2 De Geiger-Müller teller

Het röntgenapparaat genereert intern de voedingsspanning voor de Geiger-Müller teller die het aantal pulsen per seconde doorgeeft aan het display of de daarvoor bestemde software 'STX' of 'X-ray apparaat'.

Figuur 3 geeft een schematische weergave van de GM-teller die in dit experiment wordt gebruikt. Het is een buis die gevuld is met een gasmengsel bij lage druk. De röntgenstraling ioniseert een van de gassen en het geïoniseerde gas (en de elektronen) worden aangetrokken door de elektroden in de buis en zorgen voor een elektrische stroom. Iedere keer dat een γ -deeltje een gasdeeltje ioniseert wordt er een puls gegenereerd die gedetecteerd wordt door een teller via de condensator C.



Figuur 3: Schematische weergave van een Geiger-Müller buis.

Tijdens een van de inleidende experimenten willen we het voltage over de GM-teller kunnen variëren om het ideale werkgebied te determineren. Wanneer de GM-teller wordt aangesloten op 'HV OUT' in plaats van 'GM intern' kan er een externe regelbare spanning over de teller gezet worden met behulp van de SPECTECH voeding en STX software. Bij alle andere experimenten hoort de GM-teller weer op de GM intern connector te zitten en dient de SPECTECH uitgeschakeld te worden.

N.B. De SPECTECH en het röntgenapparaat dienen uitgeschakeld te zijn als de kabel van de GM-teller van connector wisselt.

N.B. 2 De kabel van de GM-teller moet eerst losgedraaid worden voordat hij kan worden verwijderd.

3 Experimenten

Om te beginnen een paar experimenten waarbij we kijken naar het veiligheidsaspect en de karakteristieken van de te gebruiken apparatuur. De nadruk van het practicum ligt echter bij de andere experimenten, het meten van Bragg diffractie en het Compton-effect.

3.1 Veiligheid van het Röntgenapparaat.

Blootstelling aan hoge en langdurige dosis röntgenstraling is schadelijk voor het menselijk lichaam. Om te controleren of de opstelling aan de veiligheidseisen voldoet gebruiken we een externe stralingsmeter, de GAMMA-SCOUT.

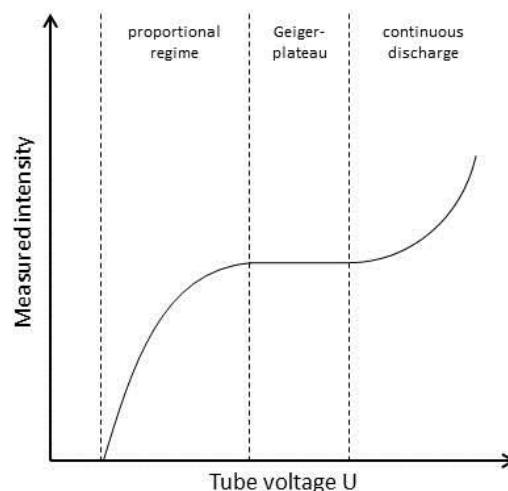
- Meet met de Gamma scout de achtergrondstraling met het röntgenapparaat uitgeschakeld.
- In de handleiding van het röntgenapparaat staat vermeld dat de maximale straling in gebruik op 10 centimeter afstand van de behuizing $1 \mu\text{Sv/uur}$ is. Controleer dit bij een spanning U van 25,0 kV en 1,0 milliampère.
- Controleer of die straling binnen de nederlandse richtlijn van 5 mSv/jaar valt.

Naast het apparaat ligt een vel met indicaties van stralingsniveaus in Sievert.

3.2 Werking van een Geiger-Muller teller.

Doordat bij een Geiger-Müller teller de afmetingen, de gebruikte materialen en de samenstelling en dichtheid van het gas in de buis kan verschillen kan iedere GM-buis een beetje afwijken van anderen. In dit experiment worden metingen verricht om de karakteristieken en de werking van deze specifieke buis te onderzoeken.

Een van de meest belangrijke eigenschappen van een GM-buis is het werkgebied. Het werkgebied is het gebied van de buisspanning U waarin inkomende stralingsdeeltjes juist gedetecteerd worden. In het algemeen ziet de gedetecteerde intensiteit bij een constante stroom inkomende straling als functie van het voltage eruit als in figuur 4.



Figuur 4: Werk gebied van een Geiger-Müller buis als functie van het voltage over de buis.

Vanaf een bepaalde drempel neemt de hoeveelheid waargenomen deeltjes toe met het aangelegde elektrische veld. Wanneer het veld nog wat sterker wordt is het makkelijker om het gas te ioniseren en wordt de gemeten intensiteit lineair met de werkelijke hoeveelheid straling.

Dit is het startvoltage van het Geigerplateau, waar de meter optimaal werkt. Dit plateau is ongeveer 200 volt breed en het midden van het plateau is normaal gesproken het voltage dat gebruikt wordt voor de GM-buis. Als het voltage nog hoger wordt ontstaan er te makkelijk deeltjeslawines in de buis totdat er een continue ontlading plaatsvindt. In dat gebied is de meter niet meer bruikbaar en kan hij makkelijk beschadigd raken.

- Stel het voltage U van het röntgenapparaat in op 25,0kV en de stroom op 0,0 mA en activeer de HV.
- Controleer of de sensor goed op de straling gericht is het het targettafeltje niet in de weg staat.
- Verhoog de stroom I totdat er ongeveer 2500 counts per seconds op het display worden gemeten.
- Schakel HV uit.
- Zet het röntgenapparaat en de SPECTECH uit en verbind de GM-buis met de connector HV-OUT in de experimenteer kamer.
- Zet de SPECTECH aan (rode knop achterkant), zet het röntgenapparaat aan en start het programma STX op de PC.

-Meet met behulp van STX de intensiteit als functie van het voltage over de GM-buis.

N.B. : Een te hoog voltage kan de buis beschadigen, stel geen voltage in dat hoger ligt dan 680 Volt.

-Identificeer het geigerplateau en de ideale voedingsspanning van de GM-buis met behulp van je grafiek.

-Zet de SPECTECH, het röntgenapparaat en STX uit en verbind de kabel van de GM-buis weer met GM TUBE internal.

Wanneer bijna al het gas in de GM-buis geïoniseerd is, is er een bepaalde tijd nodig, de resolving time, voordat er weer genoeg gas in zijn oorspronkelijke toestand komt. In deze tijdsspanne is het niet mogelijk om adequaat de hoeveelheid straling te meten, niet alle inkomende deeltjes zullen leiden tot ionisatie en de meting zal niet meer lineair toenemen met de intensiteit van de straling. Er geldt dan :

$$R = \frac{r}{1 - rT} \quad (1)$$

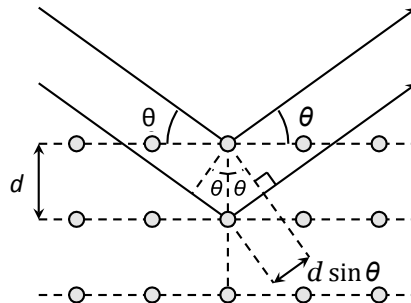
Waarbij r de gemeten countrate is, R de ware countrate en T de resolving time [1].

Door bij een constante spanning U de stroom I te verhogen kunnen we zien wanneer de gemeten waardes niet meer lineair toenemen met de stroom.

- Stel het voltage van het röntgenapparaat in op 25,0 kV en de stroom op 0 mA.
- Stel $\Delta\beta$ op nul en Δt op 10 seconden.
- Start de meting met de SCANknop.
- Na afloop van een meting kan het gemiddelde aantal counts per seconde worden weergegeven met de REPLAY-knop.
- Meet de intensiteit als functie van de stroom en bepaal wanneer het verband niet meer lineair is.
- Bepaal hieruit de resolving time.

3.3 Bragg diffractie en het emission spectrum van röntgenstraling

Als röntgenstraling wordt verstrooid door atomen in een kristalrooster treedt er interferentie op onder bepaalde hoeken door de constante roosterafstand. Dit vindt plaats als het golflengte verschil tussen 2 golffronten gelijk is aan de golflengte of een veelvoud hiervan, zie figuur 5.



Figuur 5: Verstrooiing door een kristalrooster met verschillende weg lengtes verschil bij een hoek van inval/uitval θ .

In 1912 beschreef W.H. Bragg samen met z'n zoon de wet van Bragg, diffractiemaxima als gevolg van het verschil in weg lengte bij hoek θ als functie van de röntgen golflengte λ :

$$n\lambda = 2d \sin \theta. \quad (2)$$

Hierin is d de roosterafstand van het kristal en n is een geheel getal, de diffractie order. De wet van Bragg wordt veel gebruikt voor spectroscopisch onderzoek van vaste materialen, waarbij de golflengte van de straling bekend is en de roosterafstand(en) van een kristal bepaald worden (zoals bijvoorbeeld bij bodemonderzoek op Mars [3]).

In dit geval wordt juist het spectrum van de röntgenstraling onderzocht dus er is een kristal nodig met een bekende roosterafstand (in dit geval NaCl, keukenzout) om het emissiespectrum van het röntgenapparaat te kunnen determineren. Het doorzichtige NaCl-kristal bevindt zich in de doos die bij de practicumopstelling hoort. Het NaCl-kristal kan op het tafeltje in de experimenteeruimte vastgezet worden d.m.v. de schroef op de targettafel.

N.B. : Het NaCl-kristal is hygroscopisch en kwetsbaar. Gebruik de pincet met zachte uiteinden om het kristal te verplaatsen.

Voordat de metingen starten worden sensor en target gekalibreerd op de sterkste emissielijn van molybdeen, K_{α} met een golflengte λ_{α} van 71 pm [2] en een hoek van inval/uitval θ op het kristal van ongeveer $7,3^{\circ}$.

- Stel U op 20 kV, I op 0,1 mA en draai de sensor recht tegenover de collimator (maximale aantal counts).
- zorg dat ook de tafel horizontaal staat en stel deze stand in als 'zero' door de knoppen TARGET, COUPLED en β -LIMITS tegelijk in te drukken.
- leg het kristal op de targettafel, gebruik zonodig de schroef om de tafel iets omhoog te kunnen schuiven.
- Druk op de 'COUPLED' knop en draai target en sensor naar een hoek van $7,3^{\circ}$.
- Zet het röntgenapparaat aan 20,0 kV, 1,0 mA om de instelling fijn te stellen :
- Gebruik afwisselend de SENSOR en TARGET toestellen om het maximum in counts te vinden. TARGET en SENSOR hoeven maar maximaal enkele tienden van graden verschoven te worden.
- Draai, in coupled modus, weer $7,3^{\circ}$ terug. Maak dit de nieuwe zero instelling door tegelijk op COUPLED, TARGET en β -LIMITS te drukken en schakel het apparaat uit.

Nu dat het röntgenapparaat is fijngesteld kunnen we de meting, met behulp van het programma X-ray apparatus starten.

- Set de machine in COUPLED-modus.
- Stel β -LIMITS in op $[2,5^\circ, 12,5^\circ]$.
- Stel de hoekstap $\Delta\beta$ in op $0,1^\circ$ en de tijdstap Δt op 10 s.
- Stel het apparaat in op 30,0 kV en 1,0 mA en start de meting met de knop SCAN.

De software zal automatisch de meting registreren.

Na afloop van de meting kan in het settingsmenu de kristalroosterafstand ingesteld worden voor het NaCl kristal, om de schaal in graden in de grafiek om te zetten naar golflengtes.

N.B. : De software kan meerdere metingen tegelijk laten zien, de metingen van 3.4 kunnen in dezelfde grafiek verwerkt worden.

Verwerk in het verslag de volgende punten :

- De verschillende emissie mechanismen van het röntgenapparaat.
- De verschillende emissielijnen als functie van de golflengte.
- De onzekerheid in de metingen van intensiteit en in golflengte.

3.4 Transmissie van straling door een filter.

Doordat we met behulp van de wet van Bragg verschillende golflengtes kunnen meten kunnen we golflengte afhankelijke eigenschappen van materialen onderzoeken. Een voorbeeld is permeabiliteit of transmissie van röntgenstraling door een filter als functie van de golflengte. In de praktijk worden deze filters gebruikt om bepaalde delen van het röntgenspectrum te filteren.

Transmissie is gedefinieerd als een verhouding van twee intensiteiten, de straling die wordt uitgezonden door een filter R_1 in verhouding tot de straling zonder filter, R_0 .

Bij deze metingen is er lage stralingsintensiteit dus de achtergrondstraling R moet in de berekeningen worden meegenomen. De transmissie wordt dan :

$$T(\lambda) = \frac{R_1 - R}{R_0 - R} \quad (3)$$

Door het experiment van 3.3 te herhalen met verschillende filters op de GM-buis kunnen we de transmissie van deze filters bepalen. Vanwege het laatste experiment, het Compton effect, zijn we vooral geïnteresseerd in het golflengte gebied van 50,0 pm tot 80,0 pm. In deze regio worden de transmissies van de filters in dit experiment benaderd door de volgende vergelijking :

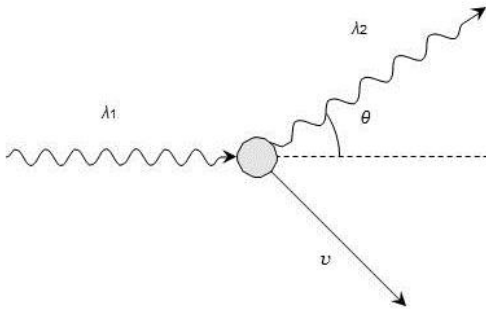
$$T(\lambda) = \exp\left(-a \left[\frac{\lambda}{100 \text{ pm}}\right]^n\right) \quad (4)$$

waar a en n constanten zijn met een waarde hoger dan 0.

- Herhaal het experiment van 3.3 met een koperfilter en een aluminiumfilter op de kop van de GM-buis. De transmissiewaarden zijn zichtbaar in de software onder de gelijknamige tab.
- Fit de transmissie functie van vergelijking (4) and bepaal de constanten a and n voor beide filters.
- hou rekening met onzekerheden.

3.5 het Compton effect

Wanneer een foton interactie heeft met een electron, zoals weergegeven in figuur 6, leidt dat tot energieverlies en een verhoging van de golflengte van het foton.



Figuur 6: Compton effect: een foton botst op een elektron.

De golflengte van het foton, λ_1 verschuift naar golflengte λ_2 door de energieoverdracht naar het elektron. Dit wordt het Compton effect genoemd en het verschil in golflengte bij een verstrooiingshoek θ wordt gegeven door :

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) \quad (5)$$

De Compton verschuiving is makkelijker te bepalen als de energie van de fotonen groot is in verhouding tot de bindingsenergie van de elektronen. We gebruiken daarom bij dit experiment het aluminiumsample omdat de ionisatie-energie van aluminium relatief laag is [4].

Om aan te tonen dat de röntgenfotonen na Compton verstrooiing gemiddeld een hogere golflengte hebben gebruiken we de golflengte afhankelijke transmissie van de filters uit experiment 3.4.

Afhankelijk van waar het filter geplaatst wordt, voor of na de interactie, zal de gemeten intensiteit veranderen en daardoor kan de transmissie bepaald worden.

R_1 is de intensiteit die gemeten wordt met een filter voor de Compton verstrooiing (filter geplaatst op de collimator) en R_2 is de gemeten intensiteit met een filter na interactie (filter geplaatst op de GM-buis).

Met behulp van de vergelijkingen (3) en (4) kunnen we dan de golflengteverschuiving beschrijven door :

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 100pm \left(\left(\frac{\ln(R_0 - R) - \ln(R_2 - R)}{a} \right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{\ln(R_0 - R) - \ln(R_1 - R)}{a} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \quad (6)$$

waarbij a en n specifiek zijn voor het gebruikte filter, zoals bepaald in 3.4, R_0 de intensiteit zonder filters en R de achtergrondstraling (kan bepaald worden door te meten met U op 0 kV en I op 0 mA).

De metingen R, R_0, R_1, R_2 zullen weinig counts per seconde opleveren, bij deze lage stralingsniveaus kan de binomiale verdeling benaderd worden door de zogenaamde Poisson verdeling [5] :

$$P(k) = \frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!} \quad (7)$$

Waarbij k het aantal counts is ($k = 0, 1, 2, \dots, n$), μ het aantal te verwachten counts en $P(k)$ de kans op k counts.

De standaarddeviatie σ van een Poissonverdeling is gelijk aan $\sqrt{\mu}$.

Een handige eigenschap van de Poissonverdeling is dat de som van onafhankelijke Poisson variabelen ook een Poissonverdeling is [6]. In het geval van gedetecteerde fotonen per seconde geldt dan $\mu = nT$ met n het aantal counts per seconde en T het gemeten tijdsinterval in seconden.

De standaard afwijking in een meting van λ in een tijdsinterval N wordt dan :

$$\sigma = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{T}} \quad (8)$$

Om het Compton effect te meten met filters voor en na de interactie met het aluminium blok op de targettafel:

- Draai de tafel met de targetknop naar 20° .
- Gebruik de sensorknop om de GM-tube naar 145° te draaien.
- Stel de hoekstap $\Delta\theta$ in op 0.0°
- Maak een schatting van een goede Δt voor respectievelijk R, R_0, R_1, R_2 en stel die waarde in.

N.B. : gebruik i.v.m. de duur van het experiment geen meettijden langer dan 600 seconden

- Stel U in op 30 kV en I op 1 mA en start de meting met de SCAN-knop.
- Na afloop van de meting geeft de REPLAY-knop het gemiddelde aantal counts. s^{-1} .

Voer het experiment uit met een koperfilter en een aluminiumfilter.

- Leid vergelijking (6) af en geef een foutenanalyse.
- Wat is de gemiddelde golflengteverschuiving en wat is de oorspronkelijke gemiddelde golflengte ?
- Komt de gemeten golflengteverandering overeen met de theoretische waarde ?
- Wat kunnen de oorzaken zijn van een eventueel verschil tussen de gemeten en theoretische waarden ?
- Verklaar eventuele verschillen tussen de metingen met verschillende filters.

links :

- [1] <https://www.cpp.edu/~pbsiegel/phy432/labman/geiger.pdf>
- [2] <http://xrayweb.chem.ou.edu/notes/xray.html>
- [3] <https://www.youtube.com/watch?v=8SdBy9RsVWo>
- [4] <https://www.lenntech.com/periodic-chart-elements/ionization-energy.htm>
- [5] https://www.math.ru.nl/~souvi/wiskunde1_07/kans.pdf p16-18
- [6] <https://data.princeton.edu/wws509/notes/c4.pdf> p1-4