

### 一、构造解析函数:

1. 若  $f(z) = u + iv$  解析, 且  $u - v = (x-y) = x^2 + xy + y^2$ , 试求  $f(z)$ 。
2. 若  $f(z) = u + iv$  解析, 且  $u(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}$ ,  $v(1, 0) = 0$ , 试求  $f(z)$ 。
3. 若  $f(z) = u + iv$  解析, 且  $v = (x^2 - y^2) + x$ ,  $f(0) = 0$ , 试求  $f(z)$ 。
4. 若  $f(z) = u + iv$  解析, 且  $u(x, y) = x^2 - y^2$ ,  $f(0) = 0$ , 试求  $f(z)$ 。
5. 若  $f(z) = u + iv$  解析, 且  $u = x^3 - xy^2$ ,  $f(0) = 0$ , 试求  $f(z)$ 。

### 二、求奇点类型

1. 就奇点的类型而言,  $z = \infty$  是函数  $f(z) = \frac{e^z}{1+z^2}$  的哪一类奇点?
2. 函数  $f(z) = \frac{\sin z}{z^4}$  在  $z=0$  点处为哪一类奇点?
3.  $z=1$  是函数  $f(z) = \frac{z^4}{(z-1)^2}$  的哪一类奇点? —
4.  $z=\infty$  是函数  $f(z) = ze^{\frac{1}{z}}$  的哪一类奇点?
5.  $z=1$  是函数  $f(z) = \frac{e^z}{z-1}$  的哪种类型奇点 (若为极点指出阶数)。
6.  $z=0$  是函数  $f(z) = \frac{1-\cos z}{z^2}$  的哪一类奇点?
7. 函数  $f(z) = \frac{z+1}{z^2+4}$  在  $z=\infty$  处为哪一类奇点 (若极点指出阶数)
8.  $z=1$  是函数  $f(z) = \frac{e^z}{z-1}$  的哪种类型奇点 (若为极点指出阶数)
9.  $z=0$  为函数  $\frac{\sin z}{z^2}$  的什么类型的奇点?
10.  $z=0$  为函数  $\frac{\sin z}{z^3}$  的什么类型的奇点?

### 三、泰勒级数及洛朗级数展开

1. 函数  $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$  在  $0 < |z-1| < 1$  的洛朗级数展开为();
2. 函数  $f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$  在  $|z| < 1$  的泰勒级数展开为();
3. 以  $z=0$  为中心, 将函数  $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$ , 在  $0 < |z| < 1$  及  $1 < |z| < \infty$  展开为洛朗级数。

以 $z=1$ 为中心, 将函数  $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$  在  $|z-1| < 1$  展开为泰勒级数,  $1 < |z-1| < \infty$  展开为

洛朗级数。

#### 四、计算留数

1. 函数  $\frac{1}{(z-2i)z}$  在  $z=2i$  点的留数为\_\_\_\_\_;

2.  $\operatorname{Res}\left(\frac{e^z}{1+z}, -1\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

3.  $\operatorname{Res}\left(\frac{1}{1-e^z}, 2\pi i\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

4.  $\operatorname{Res}\left(\frac{z+2i}{z^5+4z^3}, 2i\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

5.  $\operatorname{Res}\left(\frac{z+2i}{z^5+4z^3}, 0\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

#### 五、特殊函数

狄拉克得他函数的性质

勒让德方程

勒让德函数

关联勒让德方程

关联勒让德函数

球坐标系拉普拉斯方程

柱坐标系拉普拉斯方程

直角坐标系拉普拉斯方程

#### 六、傅里叶级数展开

1. 期为  $2\pi$  的函数  $f(x)$  在  $[\pi, \pi]$  个周期上可以表示为  $f(x) = x^2 + 3x$ , 试将周期性函数  $f(x)$

三角函数形式傅里叶级数。

2. 定义在  $(0, \pi)$  上的函数  $f(x) = \cos(ax)$ , 并要求  $f(x)$  在它的定义区间的边界上为零, 把此函数展开为傅里叶级数。

3. 计算题: 周期为  $2\pi$  的周期性函数  $f(x) = \begin{cases} -x & -\pi \leq x \leq 0 \\ x & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ , 将此函数展开为

(1) 实数形式傅里叶级数;

(2) 复数形式傅里叶级数。

七、达朗贝尔公式推导, 求解无界弦的自由振动, 半无界弦的自有振动问题。

#### 八、分离变量法

齐次方程齐次边界

非齐次方程齐次边界

非齐次边界的处理方法

九、傅里叶变换法求解定解问题