

河北工业大学 2015 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [A] 卷

科目名称 量子力学

科目代码 811 共 1 页

适用专业、领域 物理学、生物物理学

注：所有试题答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

1. 导致量子论产生的物理现象主要有哪些？（10 分）
2. (a) 写出氢原子的直径和氢原子的电离能。 (b) 请解释为什么可见光不能引起氢原子电离。（10 分）
3. (a) 写出单粒子薛定谔方程。 (b) 写出单粒子定态薛定谔方程。 (c) 说明在什么条件下可以得到定态薛定谔方程。（10 分）
4. (a) 写出波函数应满足的三个基本条件。 (b) 设平面波具有如下一般形式：

$$\psi(\mathbf{r}, t) = A e^{i(k \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

其中 A 为常数， k 和 ω 满足 $\omega = \hbar k^2 / 2m$ 。（1）试验证平面波满足自由粒子薛定谔方程。（2）解释为什么说平面波不能严格代表一个自由粒子。（20 分）

5. (a) 写出厄米算符的定义。 (b) 解释为什么量子力学中的力学量要用厄米算符来表示。 (c) 证明厄米算符的本征值是实数。（20 分）

6. 一个一维谐振子具有质量 m 和势能 $V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$ 。（a）写出该系统的定态薛定谔方程。（b）写出

其能量表达式并解释什么是零点能。（c）已知谐振子能级跃迁的选择定则是 $\Delta n = \pm 1$ ，试推测谐振子光谱的结构。（20 分）

7. (a) 写出 3 个无相互作用的全同费米子的反对称化波函数。（b）依据 (a) 的结果解释泡利不相容原理。（20 分）

8. (a) 简述量子力学中态的叠加原理。（b）设波函数 ψ_1 、 ψ_2 和 ψ_3 是体系的三个能量本征态，对应的能量本征值分别为 E_1 、 E_2 和 E_3 ，且 $E_1 \neq E_2 \neq E_3$ 。若体系处于叠加态 $\psi = \frac{\sqrt{2}}{2} \psi_1 + \frac{1}{2} \psi_2 + \frac{1}{2} \psi_3$ ，问(1)此时测量体系的能量会得到什么结果？(2)此时体系是否具有确定的能量值？（20 分）

9. 一个质量为 m 的粒子置于宽度为 a 的无限深势阱中：

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{其它} \end{cases}$$

求该系统的能量本征值。（20 分）

河北工业大学 2016 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [B] 卷

科目名称 量子力学 科目代码 **811** 共 **1** 页

适用专业、领域 物理学、生物物理学

注：所有试题答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

- 一、写出德布罗意关系，指出其中各量的含义，说明该公式的意义。 (10 分)
- 二、给出波函数的几率解释，写出波函数应满足的三个基本条件；量子系统在什么情况下具有分立的能级？试举出几个例子，说明系统具有分立能级。 (20 分)
- 三、写出全同性原理。什么是费米子，什么是玻色子，其波函数有什么特点。 (20 分)
- 四、利用基本对易关系和角动量算符的定义，证明： $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z$ ， $[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar\hat{L}_x$ ；如果算符 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 满足条件 $\hat{\alpha}\hat{\beta} - \hat{\beta}\hat{\alpha} = 1$ ，证明： $\hat{\alpha}\hat{\beta}^2 - \hat{\beta}^2\hat{\alpha} = 2\hat{\beta}$ ， $\hat{\alpha}\hat{\beta}^8 - \hat{\beta}^8\hat{\alpha} = 8\hat{\beta}^7$ 。 (20 分)

五、质量为 m 的粒子在无限深势阱 ($0 < x < a$) 中运动，处于基态。能级和波函数为

$$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}, \quad \psi_1(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi x}{a}, & 0 < x < a \\ 0, & x < 0, x > a \end{cases}$$

计算粒子处于基态时的平均值 \bar{x} ， $\bar{x^2}$ ， $\bar{p_x}$ 和 $\overline{(x - \bar{x})^2}$ (20 分)

- 六、已知 $L_x = \frac{1}{2}(L_+ + L_-)$ ， $L_{\pm}|lm\rangle = \sqrt{(l \pm m + 1)(l \mp m)}|l m \pm 1\rangle$ 。那么在 (L^2, L_z) 表象中，以 $|lm\rangle$ 为基矢， $l = 1$ 的子空间的维数为 3，求 L_x 在此三维空间中的矩阵表示，再利用矩阵方法求出 L_x 的本征值和本征态。 (20 分)

七、证明厄米算符的本征值是实数。并验证坐标算符 \hat{x} 和动量算符 $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ 都是厄米算符。 (20 分)

八、设 $H = H_0 + H'$ ，

$$H_0 = \begin{pmatrix} E_1^{(0)} & 0 \\ 0 & E_2^{(0)} \end{pmatrix}, \quad H' = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \quad (a, b \text{ 为实数})$$

用微扰论求解能级修正（准到二级近似），并与严格解（把 H 矩阵对角化）比较。 (20 分)

河北工业大学 2017 年攻读硕士学位研究生入学考试试题 [B] 卷

科目名称 量子力学 科目代码 811 共 1 页

适用专业、领域 物理学、生物物理学

注：所有试题答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

- 一、解释束缚态的概念？束缚态有何特征？束缚态是否必为定态？定态是否必为束缚态？（10 分）
- 二、给出玻恩对波函数的几率解释。说明量子力学描述力学状态与经典物理有什么根本不同？量子力学为什么要用算符表示力学量？表示力学量的算符为什么必须是线性厄米的？（20 分）
- 三、解释玻色子和费米子的概念，说明微观粒子的全同性原理。某物理体系由两个粒子组成，粒子间相互作用微弱，可以忽略。已知单粒子“轨道”态只有 3 种： $\Psi_a(\vec{r})$, $\Psi_b(\vec{r})$, $\Psi_c(\vec{r})$ ，若系统为无自旋全同粒子，求体系的可能（独立）状态数目并写出各状态的波函数。（20 分）
- 四、证明厄米算符属于不同本征值的本征矢量彼此正交。（20 分）

五、在 σ_y 表象中，算符 $\hat{\sigma}_y$, $\hat{\sigma}_z$ 和 $\hat{\sigma}_x$ 的矩阵形式为：

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

求在 σ_y 表象中，算符 $\hat{\sigma}_z$ 和 $\hat{\sigma}_x$ 的本征值和本征矢。（20 分）

六、设一个有微扰系统的哈密顿 $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}'$ ，其中

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{pmatrix}, \text{ 而 } \hat{H}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \\ \lambda_1^* & \lambda_2^* & 0 \end{pmatrix}, (E_1 \langle E_2 \langle E_3)$$

求：微扰 \hat{H}' 作用下，能量的二级修正。（20 分）

七、设一个算符 \hat{a} 具有性质 $\hat{a}^2 = 0$, $\{\hat{a}, \hat{a}^+\} = 1$ 。试证明： $\hat{N} \equiv \hat{a}^+ \hat{a}$ 是一个厄米算符； $\hat{N}^2 = \hat{N}$ ； \hat{N} 的本征值是 0 或者 1； $[\hat{N}, \hat{a}] = -\hat{a}$, $[\hat{N}, \hat{a}^+] = \hat{a}^+$ 。（20 分）

八、设粒子在一维无限深阱中运动，

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{当 } x \leq 0, x \geq a \\ 0, & \text{当 } 0 < x < a \end{cases}$$

式中 a 为势阱宽度。粒子实际所处的状态由波函数

$$\psi(x) = \frac{4}{\sqrt{a}} \sin \frac{\pi}{a} x \cos^2 \frac{\pi}{a} x$$

描写。计算粒子在一维无限深阱中的能级和相应的能量本征态波函数，并求状态 $\psi(x)$ 中，粒子能量的可能值和相应的几率。（20 分）

河北工业大学 2018 年硕士研究生招生考试试题 【B】卷

科目代码 **811** 科目名称 **量子力学** 共 **1** 页

适用专业、领域 **物理学、生物物理学**

注：所有试题答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一、求算符 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1.5 \end{pmatrix}$ 的本征值 λ 和归一化的本征函数 $\begin{pmatrix} b \\ a \end{pmatrix}$ 。 (共 10 分)

二、在量子力学中，用波函数表示状态，说明其物理意义。用算符表示力学量，这是为什么？说明量子力学描述力学状态与经典物理有什么根本不同？表示力学量为什么必须用线性厄密算符？(共 20 分)

三、解释量子力学中全同粒子的概念。经典粒子为什么是可分辨的？全同粒子为什么是不可分辨的？说明量子力学全同性原理。 (共 20 分)

四、如果算符 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 满足条件 $\hat{\alpha}\hat{\beta} - \hat{\beta}\hat{\alpha} = 1$ ，

$$\text{求证: } \hat{\alpha}\hat{\beta}^2 - \hat{\beta}^2\hat{\alpha} = 2\hat{\beta},$$

$$\hat{\alpha}\hat{\beta}^3 - \hat{\beta}^3\hat{\alpha} = 3\hat{\beta}^2,$$

$$\hat{\alpha}\hat{\beta}^n - \hat{\beta}^n\hat{\alpha} = n\hat{\beta}^{n-1} \quad (\text{共 20 分})$$

五、对一个三维状态空间的问题，在取定一组正交基情况下哈密顿算符由下面的矩阵

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C \\ 0 & C & 0 \end{pmatrix}$$

给出，右边第二项为微扰项。这里 C 是一个常数， $C \ll 1$ 。首先求出 \hat{H} 的本征值，然后用微扰公式分别求各能量至二级修正，与精确解相比较差别是多少？ (共 20 分)

六、在 σ_x 表象中，算符 $\hat{\sigma}_x$ 、 $\hat{\sigma}_y$ 和 $\hat{\sigma}_z$ 的矩阵形式为：

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

求在 σ_x 表象中，算符 $\hat{\sigma}_y$ 和 $\hat{\sigma}_z$ 的本征值和本征矢。 (共 20 分)

七、动量算符本征函数 $\psi_p = \frac{1}{(2\pi\hbar)^{\frac{3}{2}}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}\right)$ ，求动量表象中角动量 L_x 的矩阵元和 L_x^2 的矩阵元。
(共 20 分)

八、质量为 m 的粒子在无限深势阱 ($0 \leq x \leq a$) 中运动，处于基态。能级和波函数为

$$E_1 = \pi^2 \frac{\hbar^2}{2ma^2}, \quad \Psi_1(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi x}{a}, & 0 \leq x \leq a \\ 0, & x < 0, x > a \end{cases}$$

计算粒子处于基态时的平均值 \bar{x} 、 $\bar{x^2}$ 、 $\bar{p_x}$ 和 $\overline{(x - \bar{x})^2}$ 。 (共 20 分)



2019 年全国硕士研究生招生考试初试招生单位自命题科目试题

招生单位代码及名称	10080 河北工业大学	
考试科目代码及名称	811 量子力学	【B】卷
适用专业	物理学、生物学	

注：所有试题答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一、简答题（共 50 分。答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上一律无效。）

1、(8 分) 叙述 19 世纪末经典物理面临的困难，说明相应的量子解释。

2、(共 12 分) (1) (6 分) 什么是束缚态？什么是基态？在什么条件下一个量子系统具有离散的能级？

(2) (6 分) 波函数必须满足的基本条件是什么？

3、(10 分) 什么是角量子数、磁量子数？写出相应的本征值表达式及其数值关系。

4、(共 12 分) (1) (3 分) 什么是幺正变换？

(2) (6 分) 写出幺正变换的两个重要性质；

(3) (3 分) 说明为什么量子力学中的表象变换矩阵是幺正矩阵。

5、(8 分) 指出下列算符哪个是厄米算符，说明其理由。

$$\frac{d}{dx}, \quad i\frac{d}{dx}, \quad 4\frac{d^2}{dx^2}$$

二、(20 分) 一粒子在一维势场：

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq a \\ \infty, & x > a \end{cases}$$

中运动，求粒子的能级和对应的波函数。

三、(20 分) 设 t=0 时，粒子的状态为

$$\psi(x) = A[\sin^2 kx + \frac{1}{2}\cos kx],$$

求此时粒子的平均动量和平均动能。

四、(10 分) 一维线性谐振子第一激发态波函数为：

$$\psi_1(x) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\sqrt{\pi}}} \cdot 2\alpha x e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 x^2},$$

其中 $\alpha = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}$ ，求一维谐振子处在该激发态时几率最大的位置。

五、(10分) 已知 $\hat{L}_x, \hat{L}_y, \hat{L}_z$ 为轨道角动量 $\hat{\vec{L}}$ 的直角坐标分量, 求对易关系: $[\hat{L}_x, \hat{x}], [\hat{L}_y, \hat{x}], [\hat{L}_z, \hat{x}]$ 。

六、(20分) 求 $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 及 $\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 的本征值和所属的本征函数。

七、(10分) 设一体系未受微扰作用时有两个能级: E_{01} 及 E_{02} , 现在受到微扰 \hat{H}' 的作用, 微扰矩阵元为

$H'_{12} = H'_{21} = a, H'_{11} = H'_{22} = b$; a, b 都是实数。用微扰公式求能量至二级修正值。

八、(10分) 1、(5分) 写出 N 个无相互作用的全同费米子的反对称化波函数。

2、(5分) 依据 1 的结果解释泡利不相容原理。

2020 年全国硕士研究生招生考试初试招生单位自命题科目试题

招生单位代码及名称	10080 河北工业大学	
考试科目代码及名称	811 量子力学	【A】卷
适用专业	物理学、生物学	

注：所有试题答案一律写在答题纸上，答案写在试卷、草稿纸上一律无效。

一、简答题（共 40 分）

1、（共 18 分，每个 3 分）叙述量子力学原理的六个基本假定。

2、（共 12 分，每小题 3 分）解释：（1）为什么说轨道概念是被量子力学摒弃的纯经典的概念？

（2）隧道效应中势垒内部粒子的动能为负值；（3）线性谐振子的零点能；（4）这些现象体现了微观粒子的什么性质。

3、（共 10 分）怎么判断微观粒子为费米子还是玻色子？（从自旋、波函数、统计和粒子所处状态几方面叙述）

二、（共 10 分）怎么确定两个算符有共同的本征态，并加以证明。

三、（共 10 分）设算符 A, B 与它们的对易式 $[A, B]$ 都对易。证明： $[A, B^n] = nB^{n-1}[A, B]$ 。

四、（共 10 分）证明厄米算符的属于不同本征值的两个本征函数相互正交。

五、（共 20 分）一粒子在硬壁球形空腔中运动，势能为

$$U(r) = \begin{cases} \infty, & r \geq a; \\ 0, & r < a \end{cases}$$

求粒子的能级和定态波函数。

六、（共 20 分）设氢的状态是 $\psi = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}R_{21}(r)Y_{11}(\theta, \varphi) \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}R_{21}(r)Y_{10}(\theta, \varphi) \end{pmatrix}$

1、（10 分）求轨道角动量 z 分量 \hat{L}_z 和自旋角动量 z 分量 \hat{S}_z 的平均值；

2、（10 分）求总磁矩 $\hat{M} = -\frac{e}{2\mu}\hat{L} - \frac{e}{\mu}\hat{S}$ 的 z 分量的平均值。

七、(共 20 分) 矩阵 AB 满足 $A^2 = 0$, $AA^+ + A^+A = 1$, $B = A^+A$

1、(5 分) 证明 $B^2 = B$

2、(15 分) 在 B 表象中求出 A 的矩阵。

八、(共 20 分) 设一体系未受微扰作用时有两个能级: E_{01} 及 E_{02} , 现在受到微扰 \hat{H}' 的作用, 微扰矩阵元为 $H'_{12} = H'_{21} = a$, $H'_{11} = H'_{22} = b$; a 、 b 都是实数。用微扰公式求能量至二级修正值, 并将严格求解与微扰论计算值比较。