参考答案

一、单项选择题

1.选(b);

2.选(a);

3.选(a);

解:因为 $\beta = 1a^1 + 3a^2 + 5a^3$;

即 $\beta = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\8\\5\end{pmatrix}$;

4. 选(a);

解:设$a = \begin{pmatrix}3\\-4\\5\end{pmatrix}$在基$a^1 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $a^2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, a^3 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$

下的坐标为k_1, k_2, k_3。

则$a = k_1a^1 + k_2a^2 + k_3a^3$;

即$\begin{pmatrix}3\\-4\\5\end{pmatrix} = k_1\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} + k_3\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$;

则$k_3 = 5$, $k_2 = -9$, $k_1 = 7$;

5. 选(a);

解 ① V为4元齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ \quad\; x_2 + x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$的解空间,

其中

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&1\end{pmatrix}。$$

V的一组基实际上就是求$Ax=0$的一个基础解系。

$$\because A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&1\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\because R(A)=2。$$

则$Ax=0$的基础解系中所含向量的个数为$4-R(A)=2$；

其同解方程组为

$$\begin{cases}x_1=0\\x_2+x_3+x_4=0\end{cases}$$

显然 $x^1=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\\0\end{pmatrix}$，$x^2=\begin{pmatrix}0\\-1\\0\\1\end{pmatrix}$为$Ax=0$的基础解系。

$\therefore$ $x^1=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\\0\end{pmatrix}$，$x^2=\begin{pmatrix}0\\-1\\0\\1\end{pmatrix}$为$V$的一组基。

②V的维数为V的一组基中所含向量的个数，

$$\therefore dimV=2.$$