期末模拟试题(二)

一、填空题

1. 已知A、B满足 $P(AB)=P(\bar{A}\bar{B})$，且 $P(A)=p$，则 $P(B)=$ ________

2. 设随机变量X的分布函数为：$F(x)=\begin{cases} A+Be^{-\lambda x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$ 其中 $\lambda>0$.

   则 $A=$ ________，$B=$ ________

3. 当常数 $A=$ ________ 时，$f(x)=Ag(x)$ 可以作为一连续型随机变量的分布密度，其中 $g(x)=\begin{cases} x(1-x)^2, & 0\le x\le 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$

4. 设随机变量X的分布列为 $P\{X=k\}=\dfrac{A}{2^k}$，$k=1,2,\cdots$，则 $A=$ ________；
   $P\{X为偶数\}=$ ________；$P\{X\ge 5\}=$ ________

5. 设袋中有编号为k的k个球，$k=1,2,\cdots,n$，从中任意摸出一球，记摸出球的号码数为X，则 $E(X)=$ ________

6. 设随机变量X的分布密度为 $f(x)=\begin{cases} a+bx^2, & 0\le x<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$ 且 $E(X)=\frac{3}{5}$

   则 $a=$ ______ $b=$ ______

7. 设二维随机向量 (X,Y) 的分布密度为 $f(x,y)=\begin{cases} x+y, & 0\le x\le 1, 0\le y\le 1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$

   则 $E(X)=$ ______，$E(3X)=$ ________，$E(XY)=$ ________

8. 设X与Y独立，$X\sim N(0,2)$，$Y\sim E(0.5)$，则 $E(2XY)=$ ______
   $D(2X-Y+1)=$ ________

9. 设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 是正态总体 $N(1,9)$ 的样本，S^2 为样本方差，
   则 $E(S^2)=$ ________

10. 设$\{X_n\}$是一列相互独立的随机变量，若存在常数C，使$D(X_k)\le C$，$k=1,2,\cdots,n$

则对$\forall \varepsilon>0$，有 $\lim\limits_{n\to+\infty} P\{|\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}X_k-\frac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}E(X_k)|<\varepsilon\}=$ ______

11. 设A、B相互独立，$P(A)=0.5$，$P(A\cup B)=0.8$，则$P(\bar{A}\cup B)=$ ______

二、 某工厂生产的产品，100个为一批，假定每批中的次品个数最多为4个，且具有如下的概率分布：

次品数	0	1	2	3	4
概率	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

检验时，从每批中抽10个，如果发现有次品，那么认为产品不合格，

求：(1) 各批产品通过检验的概率。

(2) 通过检验的各批产品中，恰有3个次品的概率。

三. 设随机变量X的分布密度函数为 $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le 1 \\ 2-x, & 1<x<2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

求(1) X的分布函数$F(x)$，(2) 概率$P\{0.2<x<1.2\}$

四. 设随机变量X的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ Ax^2, & 0\le x<1 \\ 1, & x\ge 1 \end{cases}$

求常数A及X的分布密度函数。

五. 设$X\sim U[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，求$Y=\tan X$的分布密度。

六. 设 $X \sim N(0,1)$. 求 $Y=|X|$ 的分布密度.

七. 设 (X,Y) 的分布密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{3}{2}x, & 0\le x\le 1, \quad -x<y<x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 (1) (X,Y) 的边际分布密度; (2) X 与 Y 中至少有一个小于 $1/2$ 的概率.

八、设二维随机向量 (X,Y) 的分布密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} C\cdot e^{-(x+y)}, & x>0, \ y>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

试求: (1) 常数 C. (2) 分布函数 $F(x,y)$. (3) 边际分布与边际密度.
(4) $P\{0<X+Y<1\}$

九, 设总体 X 服从麦克斯韦分布

$$f(x,a)=\begin{cases} \frac{4x^2}{a^3\cdot\sqrt{\pi}}e^{-\frac{x^2}{a^2}}, & x\ge 0 \\ 0, & x<0 \end{cases}$$

其中 $a>0$ 为未知参数, 求参数 a 的矩估计量和最大似然估计量.

十. 已知某炼铁厂的铁水含量(%)服从正态分布, 且标准差 $\sigma=0.108$. 现测量5炉铁水, 测得它们的含碳量(%)为

4.28 4.40 4.42 4.35 4.37

取置信度为0.95 (1) 试求铁水平均含碳量的置信区间. $(U_{0.975}=1.96)$
(2) 能否认为铁水平均含碳量为4.80

十一、设随机变量X服从拉普拉斯分布，其概率密度为

$$f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|},\quad -\infty<x<+\infty$$

求：①. $E(X)$和$D(X)$

②. X与$|X|$的协方差，并问X与$|X|$是否不相关？

十二、抽样检查产品质量时，如果发现次品多于10个，则拒绝接受这批产品，设某批产品次品率为10%，问至少抽取多少个产品检查才能保证拒绝接受该产品的概率达到0.9？