高 2019届 半期考试数学试题参考答案

一、选择题

B B D B C　　D A C C A　　D A

二、填空题

16;　$[1,\frac{17}{8}]$;　(1,2);　(0，$\sqrt{e}$)

三、解答题

17、解（1）$a=-1$时 $A=\{x|-3<x<1\}$ ……………………4 分

（2）由 $A\cap B=A \Leftrightarrow A\subseteq B$，而 $B=\{x\mid -2<x<3\}$ $\therefore \begin{cases}-2\le a-2\\ 3\ge a+2\end{cases}$,解得 $a\in[0,1]$

……………………10 分

18、（1）解：由 $x\cdot\log_3 2=1$则有 $x=\frac{1}{\log_3 2}=\log_2 3$　..............................2 分

所求 $4^x+2^{-x}=4^{\log_2 3}+2^{-\log_2 3}=2^{2\log_2 3}+2^{\log_2\frac{1}{3}}=\frac{28}{3}$；..............................6 分

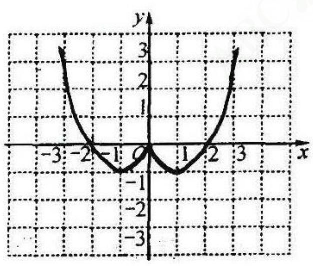
（2）

$$\begin{aligned}&(\log_3 2+\log_9 2)(\log_4 3+\log_8 3)+2^{\log_2 5}\\&=(\log_3 2+\frac{1}{2}\log_3 2)(\frac{1}{2}\log_2 3+\frac{1}{3}\log_2 3)+5\\&=\frac{3}{2}\log_3 2\cdot\frac{5}{6}\log_2 3+5\\&=\frac{25}{4}\end{aligned}$$

....12 分

19、解：（1）图象如图所示，单调递增区间为(-1, 0）和（1,+∞）……………………4 分

（2）由（1）观察图象可得集合{$x|f(x)=a$}恰有两个元素时，实数 a 的取值范围是 $\{a\mid a=-1或a>0\}$ ……………8 分



(3) 当 $x\ge 0$ 时， $f(x)=x(x-2)$. 不等式 $f(x)<x$ 转化为

$$\begin{cases}x\ge 0\\ x(x-2)<x\end{cases}\Rightarrow 0<x<3$$

当 $x<0$ 时，$f(x)$是定义在 R 上的偶函数，$f(x)=f(-x)=-x(-x-2)=x^2+2x$

不等式 $f(x)<x$ 转化为 $\begin{cases} x<0 \\ x(x+2)<x \end{cases} \Rightarrow -1<x<0$

综上所述，不等式 $f(x)<x$ 的解集为 $(-1,0)\cup(0,3)$ ………………12 分

（如果学生作出 $y=x$ 的图象，通过图象解不等式也正确）

20、解：（1）由对数函数定义域知：$\dfrac{1+x}{1-x}>0 \Rightarrow -1<x<1$ 所以

函数定义域为 $(-1,\ 1)$ ………………………………………3 分

设 $x\in(-1,1)$ 时，$f(-x)=\log_a\dfrac{1-x}{1+x}=\log_a(\dfrac{1-x}{1+x})^{-1}=-\log_a\dfrac{1-x}{1+x}=-f(x)$

$\therefore f(x)$ 是奇函数 …………………………………………………6 分

（2）$f(x)>0 \Leftrightarrow \log_a\dfrac{1-x}{1+x}>\log_a 1$

当 $a>1$ 时，由对数函数单调性知：$\begin{cases} -1<x<1 \\ \dfrac{1-x}{1+x}>1 \end{cases} \Rightarrow 0<x<1$ ………………………9 分

当 $0<a<1$ 时，由对数函数单调性知：$\begin{cases} -1<x<1 \\ \dfrac{1-x}{1+x}<1 \end{cases} \Rightarrow -1<x<0$ ………………………11 分

所以，$a>1$，$x\in(0,1)$ 时，$f(x)>0$；

$0<a<1$，$x\in(-1,0)$ 时，$f(x)>0$. ………………………12 分

21、解：(1)∵$f(x)$为定义在$[-1,1]$上的奇函数，且$f(x)$在 $x=0$ 处有意义，

∴$f(0)=0$，即 $f(0)=\dfrac{1}{4^0}-\dfrac{a}{2^0}=1-a=0$.∴$a=1$ ……………………2 分

设 $x\in[0,1]$，则$-x\in[-1,0]$.

∴$f(-x)=\dfrac{1}{4^{-x}}-\dfrac{1}{2^{-x}}=4^x-2^x$ …………4 分

又∵$f(-x)=-f(x)$

∴$-f(x)=4^x-2^x$.

∴$f(x)=2^x-4^x$ ……………………………6 分

(2)当 $x\in[0,1]$时，$f(x)=2^x-4^x=2^x-(2^x)^2$，

∴设 $t=2^x(t>0)$，则 $f(t)=t-t^2$ ……………………8 分

∵$x\in[0,1]$，∴$t\in[1,2]$.

当 $t=2$ 即 $x=1$ 时，取最小值，最小值为 $2-4=-2$ ……………………10 分

由 $f(x)$为定义在$[-1,1]$上的奇函数，所以 $x=-1$ 时，取最大值为 2 ……………12 分

22、解：（1）因为$f(x)$是定义在$[-1,1]$上的奇函数，对于任意的$x_1,x_2\in[-1,1]$, 且$x_1<x_2$

则$f(x_1)-f(x_2)=f(x_1)+f(-x_2)=(x_1+(-x_2))\dfrac{f(x_1)+f(-x_2)}{x_1+(-x_2)}$..................................2 分

因为$x_1+(-x_2)<0(\text{不为}0)$所以$\dfrac{f(x_1)+f(-x_2)}{x_1+(-x_2)}>0$

从而$f(x_1)-f(x_2)<0$，即$f(x_1)<f(x_2)$

所以函数$f(x)$在$[-1,1]$上单调递增..................................4 分

（2）由$f(1-x)+f(1-x^2)\geq 0\Rightarrow f(1-x)\geq -f(1-x^2)=f(x^2-1)$

所以$\begin{cases}-1\leq 1-x\leq 1\\-1\leq 1-x^2\leq 1\\1-x\geq x^2-1\end{cases}$..5 分

$\Rightarrow\begin{cases}0\leq 1-x\leq 2\\-\sqrt{2}\leq x\leq\sqrt{2}\\-2\leq x\leq 1\end{cases}$..................................7 分

所以不等式的解集为$[0,1]$..................................8 分

（3）依题意，$f(x)$在$[-1,1]$上单调递增，其最大值为 1，

则$f(x)\leq m^2-2mk+1$对任意的$x\in[-1,1]$、任意的$k\in[-1,1]$恒成立可转化为：

$1\leq m^2-2mk+1$，即$m^2-2mk\geq 0$对任意的$k\in[-1,1]$恒成立..................................9 分

记 $g(k)=2mk-m^2$ ，则 $g(k)=2mk-m^2\leq 0$对任意的$k\in[-1,1]$恒成立 ，则有

$\begin{cases}g(-1)=-2m-m^2\leq 0\\g(1)=2m-m^2\leq 0\end{cases}$，..................................11 分

$\Rightarrow m\geq 2\text{或}m\leq -2\text{或}m=0$

故实数m的取值范围为$\{m\mid m\geq 2\text{或}m\leq -2\text{或}m=0\}$..................................12 分