

## 第四章 狹義相對論基礎

4.1 惯性系  $K$  和  $K'$  的坐标轴互相平行,  $K'$  相对  $K$  以速度  $u = 0.60c$  沿  $x$  轴正方向运动,  $t=t'=0$  时, 两坐标原点恰好重合。若  $K$  系中  $t=2.0 \times 10^{-8}$  s 时在  $x=3.0$  m,  $y=2.0$  m,  $z=1.0$  m 处发生一个事件, 求该事件在  $K'$  系中的时空坐标。

解 由洛伦兹变换

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = -0.75 \text{ m}$$

$$y' = y = 2.0 \text{ m}$$

$$z' = z = 1.0 \text{ m}$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 1.75 \times 10^{-8} \text{ s}$$

4.2 相对于地球, 飞船  $A$  的速度为  $2.4 \times 10^8$  m/s, 飞船  $B$  的速度  $1.5 \times 10^8$  m/s, 沿同一方向飞行。求:(1)  $A$  相对  $B$  的速度; (2)  $B$  相对  $A$  的速度。

解 (1) 以地球为  $K$  系,  $B$  为  $K'$  系, 则  $u=1.5 \times 10^8$  m/s  
 $v_A=2.4 \times 10^8$  m/s 故  $A$  相对  $B$  的速度为

$$v_A' = \frac{v_A - u}{1 - uv_A/c^2} = 1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(2) 以地球为  $K$  系,  $A$  为  $K'$  系, 则  $u=2.4 \times 10^8$  m/s,  $v_B=1.5 \times 10^8$  m/s, 故  $B$  相对  $A$  的速度为

$$v_B' = \frac{v_B - u}{1 - uv_B/c^2} = -1.5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

4.3 一原子核以  $0.50c$  的速度离开观察者, 并以  $0.80c$  的速度(相对原子核)向前发射一个电子, 又向后发射一个光子。求:(1) 电子相对观察者的速度; (2) 光子相对观察者的速度。

解 (1) 以观察者为  $K$  系, 原子核为  $K'$  系, 则  $u=0.50c$ ,  $v_e'$

$= 0.8 c$ , 故相对观察者, 电子速度为

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2} = 0.93 c$$

(2) 光子  $v_x' = -c, u = 0.5 c$ , 故光子相对观察者速度为

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2} = -c$$

这是光速不变原理的必然结果。

4.4 已知光在静水中的速度为  $\frac{v}{n}$ ,  $n$  为水的折射率。求在流速为  $u$  的水中光的速度。

解 以实验室为  $K$  系, 流水为  $K'$  系, 则光在  $K'$  系中速度为  $v_x' = \frac{c}{n}$  (流水相对  $K'$  系为静水), 实验室观察到光在流速  $u$  的水中的光速为

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2} = \frac{\frac{c}{n} + u}{1 + u(\frac{c}{n})/c^2} = \frac{c + nu}{n + u/c}$$

4.5 相对于地球, 飞船  $A$  以  $0.80 c$  向正北飞行, 飞船  $B$  以  $0.60 c$  正西飞行。求飞船  $A$  相对飞船  $B$  的速度。

解 以地球为  $K$  系,  $B$  为  $K'$  系, 正东为  $x$  轴正方向, 正北为  $y$  轴正方向, 则  $u = -0.60c, A$  在  $K$  系中速度为  $v_x = 0, v_y = 0.8c, v_z = 0, A$  在  $K'$  系中的速度为

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} = 0.60 c$$

$$v_y' = \frac{v_y \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2} = 0.64 c$$

$$v_z' = \frac{v_z \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - uv_x/c^2} = 0$$

故  $v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2} = 0.88 c$

$$v\text{方向为东偏北} \quad \theta = \tan^{-1} \frac{v_y'}{v_x'} = 46^\circ 51'$$

4.6 观察者与米尺之间沿尺长方向有相对运动,现观察者测得米尺的长度为 0.60m,求此米尺相对观察者的运动速度。

解 静长  $l_0 = 1.0 \text{ m}$ ,  $l = 0.60 \text{ m}$

$$\text{因 } l = l_0 \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

故观察者相对米尺的速度为

$$u = c \sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} = 0.8c = 2.4 \times 10^8 \text{ m/s}$$

4.7 静长 2.5m 的汽车以 30 m/s 的速度作匀速直线运动按狭义相对论,地面观察者测得的汽车长度比静长短多少?

解: 观察者测得车长

$$l = l_0 \sqrt{1 - u^2/c^2} \approx l_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2}\right)$$

汽车缩短为

$$l_0 - l = \frac{l_0}{2} \frac{u^2}{c^2} = 1.25 \times 10^{-14} \text{ m}$$

4.8 与铁道平行有一块长 2.0m、高 1.2m 的竖直广告牌,若在以  $0.80c$  的速度沿铁道运动的高速列车上测量,此广告牌长多少? 高多少?

解 长为

$$l = l_0 \sqrt{1 - u^2/c^2} = 1.2 \text{ m}$$

高为  $h = 1.2 \text{ m}$

4.9 惯性系  $K$  和  $K'$  的坐标轴互相平行。一根米尺在  $K'$  系中静止,与  $ox'$  轴成  $30^\circ$  角,而在  $K$  系中该米尺与  $ox$  轴成  $45^\circ$  角,求:(1)  $K'$  系相对于  $K$  系的运动速度;(2)在  $K$  系中,该米尺长多少?

解 (1)  $K'$  中,尺静长  $l_0 = 1.0 \text{ m}$

$$l_{0x} = l_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}$$

$$l_{oy} = l_0 \sin 30^\circ = 0.50 \text{ m}$$

在  $K$  系中

$$l_y = l_{oy} = 0.50 \text{ m}$$

$$l_x = l_{ox} \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{1 - u^2/c^2}$$

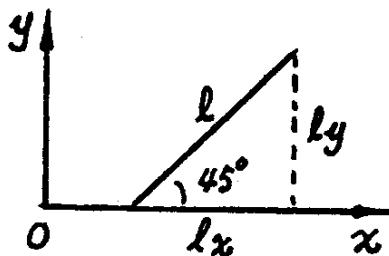
$$\text{由图知, } l_x = l_y \cot 45^\circ = 0.50 \text{ m}$$

$$\text{故 } u = \sqrt{\frac{2}{3}}c = 0.816 c$$

(2)  $K$  系中米尺长为

$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = 0.71 \text{ m}$$

4.10 一天体正以  $0.80 c$  的速度离开地球, 地球上测得该天体



解 4.9 图

闪光的周期为  $120\text{h}$ , 在与此天体相对静止的参照系中测量, 该天体的闪光周期为多少?

解 与天体相对静止的参照系中测得为原时  $\Delta t_0$ 。

$$\text{因 } \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\text{故 } \Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - u^2/c^2} = 72 \text{ h}$$

4.11 在实验室中, 一粒子以  $0.80 c$  的速度飞行  $3.0 \text{ m}$  后衰变掉。求:(1)在实验室参照系中, 此粒子的寿命; (2)在与此粒子相对静止的参照系中, 此粒子的寿命。

解 (1) 实验室中粒子寿命为

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = 1.25 \times 10^{-8} \text{ s}$$

(2) 在与粒子相对静止的参照系中为原时  $\Delta t_0$ , 故

$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - u^2/c^2} = 0.75 \times 10^{-8} \text{ s}$$

4.12  $\mu$  子的平均寿命原时为  $2.2 \times 10^{-6}$  s。由于宇宙射线与大气作用，在  $1.00 \times 10^4$  m 的高空产生了速度（相对地面）为  $0.998 c$  的  $\mu$  子，问这些  $\mu$  子是否可能到达地面？

解  $\mu$  子在地面参照系中寿命为

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 3.48 \times 10^{-5} \text{ s}$$

能飞行距离为

$$\begin{aligned}\Delta x &= v_x \Delta t = u \Delta t = (0.998 \times 3 \times 10^8 \times 3.48 \times 10^{-5}) \text{ m} \\ &= 1.04 \times 10^4 \text{ m} > 1.00 \times 10^4 \text{ m}\end{aligned}$$

故能到达地面。

4.13 地球上某地先后受到两个雷击，时间间隔 1s。在相对地球沿两雷击连线方向作匀速直线运动的飞船中测量，这两个雷击相隔 2 s。求这两个雷击在飞船参照系中的空间间隔。是否存在一个惯性系，这两个雷击的时间间隔为 0.9 s？

解 以地球为  $K$  系，飞船为  $K'$  系。在  $K$  系中，两雷击时间间隔为原时  $\Delta t_0 = 1$  s，飞船中测出  $\Delta t' = 2$  s，因

$$\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

故飞船速度为

$$u = c \sqrt{1 - (\frac{\Delta t_0}{\Delta t'})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

因地面系中，两雷击发生于同一地点，按洛伦兹变换

$$\begin{aligned}x_2 - x_1 &= \frac{x_2' + ut_2'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{x_1' + ut_1'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ &= \frac{(x_2' - x_1') + u(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 0\end{aligned}$$

故这两雷击在飞船参照系中的空间间隔为

$$x_2' - x_1' = -u(t_2' - t_1') = -u\Delta t' = -5.20 \times 10^8 \text{ m}$$

4.14 实验室中,速度为  $0.9c$  的  $\pi$  介子在衰变前前进了 55 m,求  $\pi$  介子在相对静止的参照系中的寿命。

解 实验室参照系中,  $\pi$  介子寿命

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = 1.85 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$\pi$  介子在相对静止参照系中的寿命为原时  $\Delta t_0$ , 故

$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - u^2/c^2} = 2.61 \times 10^{-8} \text{ s}$$

4.15 地面上,一运动员以  $10 \text{ m/s}$  的速度沿  $100 \text{ m}$  直线跑道从起点跑到终点。求在相对地面以  $0.80c$  的速度沿跑道方向飞行的飞船上测量,运动员跑了多长距离,用了多少时间?

解 以地面为  $K$  系,飞船为  $K'$  系,设起跑和到达终点这两个事件的时空坐标在  $K$  系中为  $(x_1, t_1)$  和  $(x_2, t_2)$ ,在  $K'$  系中为  $(x'_1, t'_1)$  和  $(x'_2, t'_2)$ ,则已知  $u = 0.80c$ ,  $x_2 - x_1 = 100 \text{ m}$ ,  $v_x = 10 \text{ m/s}$ 。地面系中所需时间为

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{x_2 - x_1}{v_x} = 10 \text{ s}$$

$K'$  系中跑的距离为

$$\begin{aligned} x'_2 - x'_1 &= \frac{x_2 - ut_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ &= \frac{(x_2 - x_1) - u(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = -4.0 \times 10^9 \text{ m} \end{aligned}$$

所用时间为

$$\begin{aligned} t'_2 - t'_1 &= \frac{t_2 - ux_2/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{t_1 - ux_1/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ &= \frac{(t_2 - t_1) - u(x_2 - x_1)/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ &= 16.7 \text{ s} \end{aligned}$$

4.16 惯性系  $K$  与  $K'$  的坐标轴互相平行,  $K'$  系相对  $K$  系沿  $x$  轴正方向作匀速直线运动。在  $K$  系中的  $x$  轴上发生两个同时事

件,空间间隔 1.0 m。在  $K'$  系中,这两个事件的空间间隔为 2.0 m。求在  $K'$  系中,这两个事件的时间间隔。

解 两事件的空间间隔为  $x_2 - x_1 = 1.0$  m, 和  $x_2' - x_1' = 2.0$  m, 在  $K$  系中同时,故  $t_2 = t_1$ 。由洛伦兹变换

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - ut_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{x_1 - ut_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

故

$$u = c \sqrt{1 - (\frac{x_2 - x_1}{x_2' - x_1'})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

在  $K'$  系中两事件的时间间隔为

$$\begin{aligned} t_2' - t_1' &= \frac{t_2 - ux_2/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - \frac{t_1 - ux_1/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ &= -5.77 \times 10^{-9} \text{ s} \end{aligned}$$

4.17 一列静长为 120 m 的列车以 30 m/s 的速度在地面上作匀速直线运动。列车上的观察者测得两个雷同时击中车头和车尾。求地面观察者测得这两个雷击的时间间隔,车头先击中还是车尾先击中?

解 以地为  $K$  系,车为  $K'$  系,车前进方向为  $x$  轴正方向。设在两参照系中,车头雷击事件的时空坐标为  $(x_1, t_1)$  和  $(x_1', t_1')$ , 车尾雷击事件的时空坐标为  $(x_2, t_2)$  和  $(x_2', t_2')$ 。由洛伦兹变换

$$t_2 - t_1 = \frac{(t_2' - t_1') + u(x_2' - x_1')/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

已知  $t_2' = t_1'$ ,  $x_2' - x_1' = -l_0$

故

$$t_2 - t_1 = \frac{u(-l_0)/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = -4.0 \times 10^{-14} \text{ s}$$

尾先击中。

4.18 静长 100 m 的飞船以  $1.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  的速度相对地面作

匀速直线运动。宇航员测得一粒子从船尾发射后,经过  $4.0 \times 10^{-7}$  s 击中船头靶子。求:(1)粒子相对飞船的速度;(2)粒子相对地面的速度;(3)在地面参照系中,粒子从发射到中靶所经过的空间距离;(4)在地面参照系中,粒子从发射到中靶所经过的时间。

解 以地面为  $K$  系,飞船为  $K'$  系,  $x$  轴正方向沿飞船前进方向。

(1)粒子相对飞船的速度

$$v_x' = \frac{x_2' - x_1'}{t_2' - t_1'} = \frac{l_0}{\Delta t'} = \frac{100}{4 \times 10^{-7}} = 2.5 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(2)粒子相对地面的速度

$$v_x = \frac{v_x' + u}{1 + uv_x'/c^2} = 2.87 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(3)地面参照系中,中靶与发射的空间间隔为

$$x_2 - x_1 = \frac{(x_2' - x_1') + u(t_2' - t_1')}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = 215 \text{ m}$$

(4)地面参照系中,从发射到中靶的时间间隔

$$t_2 - t_1 = \frac{x_2 - x_1}{v_x} = 7.5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

或按洛伦兹变换求。

**4.19** 在地面上观测,飞船和慧星分别以  $0.60 c$  和  $0.80 c$  的速度相向而行,再经  $5 \text{ s}$  两者将相撞,求:(1)慧星相对飞船的速度;(2)在飞船上观测,再经多少时间相撞?

解 以地面为  $K$  系,飞船为  $K'$  系,则  $u = 0.60 c$ ,慧星在  $K$  系中速度  $v_x' = -0.80 c$

(1)  $K'$  系中慧星速度

$$v_x' = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} = 0.946 c$$

(2) 飞船测得为原时  $\Delta t_0$ ,地面测得为  $\Delta t$ ,故

$$\Delta t_0 = \Delta t \sqrt{1 - u^2/c^2} = 4.0 \text{ s}$$

或按洛伦兹变换求  $\Delta t_0 = t_2' - t_1' = 4.0 \text{ s}$ 。

**4.20** 当粒子的速度多大时,它的质量等于静止质量的 3 倍?

解  $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 3m_0$

故

$$v = c \sqrt{1 - (\frac{1}{3})^2} = 0.94c$$

**4.21** 静长为  $l_0$ 、静止质量为  $m_0$  的细杆相对地面以速度  $v$  运动,求在地面参照系中此杆的质量线密度。细杆运动方向分别为:(1)沿杆长方向;(2)沿垂直杆长的方向。

解 (1) 沿杆长方向运动

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

故  $\rho = \frac{m}{l} = \frac{m_0}{l_0(1-v^2/c^2)}$

(2) 沿垂直杆方向运动

$$l = l_0$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

故  $\rho = \frac{m}{l} = \frac{m_0}{l_0 \sqrt{1-v^2/c^2}}$

**4.22** 速度为  $1.8 \times 10^8 \text{ m/s}$  的电子,其动能和动量各多大?  
(已知电子的静止质量为  $9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

解 电子动能

$$\begin{aligned} E_k &= mc^2 - m_0c^2 \\ &= m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \end{aligned}$$

$$= 2.05 \times 10^{-14} \text{ J}$$

动量为

$$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2.05 \times 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

**4.23** 若使粒子的速度由原来的  $0.40 c$  增大为原来的 2 倍，则粒子的动量增大为原来的几倍？

**解** 已知初速度  $v = 0.40 c$ , 末速度  $v' = 2v = 0.80c$ , 故末动量  $p'$  与初动量  $p$  之比为

$$\frac{p'}{p} = \frac{m_0 v' / \sqrt{1 - v'^2/c^2}}{m_0 v / \sqrt{1 - v^2/c^2}} = 3.06$$

**4.24** 一个粒子的动量是按经典动量公式计算所得数值的 2 倍，此粒子的速度多大？

**解** 按题意

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2m_0 v$$

故  $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c = 0.866 c$

**4.25** 把电子的速度由静止加速到  $v_1 = 0.60 c$ , 外界需对它作功多少？把电子速度由  $v_1 = 0.60 c$  加速到  $v_2 = 0.80 c$ , 外界需对它作功多少？

**解** (1) 按动能定理

$$\begin{aligned} A &= E_{k1} - E_{k0} = \left( \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} - m_0 c^2 \right) - 0 \\ &= m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} - 1 \right) = 2.05 \times 10^{-14} \text{ J} \end{aligned}$$

(2)

$$A = E_{k2} - E_{k1}$$

$$\begin{aligned}
&= m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} - 1 \right) - m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} - 1 \right) \\
&= m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} \right) \\
&= 3.41 \times 10^{-14} \text{ J}
\end{aligned}$$

4. 26 2 g 氢与 16 g 氧燃烧生成水，在这个化学反应过程中放出热量  $2.5 \times 10^5 \text{ J}$ 。问反应前后静止质量减少了多少？

解 放出能量所对应的质量为

$$\Delta m_0 = \frac{\Delta E}{c^2} = 2.78 \times 10^{-12} \text{ kg}$$

静质量亏损极其微小。

4. 27 太阳因辐射能量，静止质量每秒钟减少  $4.0 \times 10^9 \text{ kg}$ ，求太阳的辐射功率。

解 每秒钟放出的能量

$$\Delta E = \Delta m_0 c^2 = 3.6 \times 10^{26} \text{ J}$$

辐射功率为

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = 3.6 \times 10^{26} \text{ W}$$

4. 28 两个小球的静止质量均为  $m_0$ 。若其中一个以  $0.60c$  的速度与另一个静止的发生完全非弹性正碰撞。求碰后粘合体的运动速度和静止质量。

解 碰撞前后总能量和总动量守恒

$$mc^2 + m_0 c^2 = Mc^2$$

$$mv = MV$$

而

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

解得

$$M = \frac{9}{4} m_0$$

$$V = \frac{m}{M}v = \frac{1}{3}c = 0.33c$$

$$\hookrightarrow M_0 = M \sqrt{1 - V^2/c^2} = 2.12m_0$$

**4. 29** 两个氘核结合成氦核。求氦的结合能。已知氘核和氦核的静止质量分别为  $m_D = 2.01355u$ ,  $m_{He} = 4.00151u$ 。

解 核反应中能量守恒

$$2m_Dc^2 = m_{He}c^2 + \Delta E$$

故结合能为

$$\begin{aligned}\Delta E &= (2m_D - m_{He})c^2 \\ &= (2 \times 2.01355 - 4.00151) \times 1.66 \times 10^{-27} \times (3.0 \times 10^8)^2 \\ &= 3.82 \times 10^{-12} J\end{aligned}$$

**4. 30** 动能多大的  $\alpha$  粒子 ( ${}^4_2H$ ) 轰击  ${}^{14}_7N$ , 可实现下列核反应:



已知  ${}^{14}_7N$ 、 ${}^4_2H$ 、 ${}^{17}_8O$  和  ${}^1_1H$  的静止质量分别为  $m_1 = 13.99922u$ ,  $m_2 = 4.00151u$ ,  $m_3 = 16.99476u$  和  $m_4 = 1.00728u$ 。

解 按能量守恒定律

$$(m_1 + m_2)c^2 + E_k = (m_3 + m_4)c^2$$

因此,  $\alpha$  粒子的动能至少为

$$\begin{aligned}E_k &= [(m_3 + m_4) - (m_1 + m_2)]c^2 \\ &= 1.96 \times 10^{-13} J\end{aligned}$$

**4. 31** 静止的  $\pi^+$  介子衰变为  $\mu^+$  子和  $\nu$  子(中微子), 三者静止质量分别为  $m_\pi$ ,  $m_\mu$  和 0。求  $\mu^+$  子和  $\nu$  子的动能。

解

$$\pi \rightarrow \mu^+ + \nu$$

能量守恒

$$E_\mu + E_\nu = m_\pi c^2$$

能动关系

$$E_\mu^2 = p_\mu^2 c^2 + m_\mu^2 c^4$$

$$E_\nu = p_\nu c$$

动量守恒

$$p_\mu - p_\nu = 0$$

解得

$$E_{k\mu} = E_\mu - m_\mu c^2 = \frac{(m_\pi - m_\mu)^2 c^2}{2m_\pi}$$

$$E_{k\nu} = E_\nu = \frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)c^2}{2m_\pi}$$

4.32 实验室中,能量为  $E$  的  $\gamma$  光子射向静止的质子。求:

(1)在实验室参照系中, $\gamma$  光子的动量;(2)在实验室参照系中,系统的质心速度。

解 (1)能量与动量关系

$$E_\gamma = p_\gamma c$$

故

$$p_\gamma = \frac{E}{c}$$

(2)质心速度为

$$V_C = \frac{m_\gamma v_\gamma + m_p v_p}{m_\gamma + m_p}$$

因

$$m_\gamma v_\gamma = p_\gamma = \frac{E}{c}$$

$$m_\gamma = \frac{E}{c^2}$$

$$v_p = 0$$

故得

$$V_C = \frac{Ec}{E + m_p c^2} = \frac{c}{1 + m_p c^2 / E}$$

4.33 在实验室中,质子  $A$  以  $0.60c$  的速度向东运动,质子  $B$  以  $0.5c$  的速度向西运动,求:(1)在实验室参照系中,质子  $A$  的动能和动量的大小;(2)在与质子  $B$  相对静止的参照系中,质子  $A$  的动能和动量的大小。

解 (1)以实验室为  $K$  系,  $x$  轴指向正东方,则  $K$  系中质子  $A$  速度为  $v = v_x = 0.60c$ , 动量为

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 0.75m_0 c$$

动能为

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right)$$
$$= 0.25 m_0c^2$$

(2) 以  $B$  为  $K'$  系, 则  $u = -0.50 c$ , 质子  $A$  在与  $B$  相对静止的参照系中速度为

$$v' = v_x' = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} = 0.846c$$

动量为

$$p' = m'v' = \frac{m_0v'}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}} = 1.59 m_0c$$

动能为

$$E'_k = m'c^2 - m_0c^2 = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - v'^2/c^2}} - 1 \right)$$
$$= 0.876 m_0c^2$$