

$$\Delta\varphi_B = \left(\frac{3}{2} + 22.66\right)\pi = 24.16\pi$$

因此出射光为椭圆偏振光。

## 第十九章 电磁辐射的量子性

19.1 测量星体表面温度的方法之一是将星球看成是绝对黑体。1983年,红外宇宙卫星(IRAS)检测了围绕在天琴座 $\alpha$ 星周围的固体粒子,其单色辐出度的最大值所对应的波长为 $32\mu\text{m}$ ,试求该粒子云的温度。

解 由维恩位移定律,该粒子云的温度为

$$T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{2.898 \times 10^{-3}}{32 \times 10^{-6}} = 91\text{K}$$

19.2 在加热黑体的过程中,其单色辐出度的最大值所对应的波长由 $690\text{nm}$ 变化到 $500\text{nm}$ ,问其总辐出度增加了几倍?

解 由维恩位移定律有

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{690}{500} = 1.38$$

再由斯忒藩—玻尔兹曼定律得

$$\frac{M_{B2}}{M_{B1}} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = (1.38)^4 = 3.63$$

故总辐出度增加了2.63倍。

19.3 用辐射高温计测得炉壁小孔的辐射出射度为 $2.38 \times 10^5\text{W/m}^2$ ,试求炉内温度。

解 由斯忒藩—玻尔兹曼定律,炉内温度为

$$T = \sqrt[4]{\frac{M_B}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{2.38 \times 10^5}{5.67 \times 10^{-8}}} = 1431\text{K}$$

19.4 假设太阳表面温度为 $5800\text{K}$ ,直径为 $13.9 \times 10^8\text{m}$  如果

认为太阳的辐射是常数,求太阳在一年内由于辐射而损失的质量为多少?

解 设太阳的表面积为  $S$ ,则一年时间内太阳向外辐射的能量为

$$\begin{aligned} E &= M_B \cdot S \cdot t = \sigma T^4 \cdot \pi D^2 \cdot t \\ &= 5.67 \times 10^{-8} \times (5800)^4 \times \pi \times (13.9 \times 10^8)^2 \times 365 \times 24 \times 3600 \\ &= 1.23 \times 10^{34} \text{J} \end{aligned}$$

故一年内太阳损失的质量为

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{1.23 \times 10^{34}}{(3 \times 10^8)^2} = 1.37 \times 10^{17} \text{kg}$$

19.5 假设太阳和地球都可当做绝对黑体,地球在吸收太阳的辐射能的同时又发射辐射能,试估算地球表面的温度。已知太阳表面温度为 5800K, 太阳半径为  $6.96 \times 10^8 \text{m}$ , 地球离开太阳的距离为  $1.49 \times 10^{11} \text{m}$ 。

解 由斯忒藩—玻尔兹曼定律,太阳表面每秒钟每单位面积发射的总辐射能(即辐出度)为

$$M_{\star} = \sigma T^4 = 5.67 \times 10^{-8} \times (5800)^4 = 6.42 \times 10^7 \text{W/m}^2$$

其中地球表面的为

$$\begin{aligned} M_{\star}' &= \frac{M_{\star} 4\pi R^2}{4\pi d^2} \\ &= \frac{6.42 \times 10^7 \times (6.96 \times 10^8)^2}{(1.49 \times 10^{11})^2} \\ &= 1.40 \times 10^3 \text{W/m}^2 \end{aligned}$$

由于地球温度保持恒定,因此地球每秒钟发射的辐射能应等于每秒吸收的太阳辐射能,故有

$$M_{\star}' \cdot \pi R_{\star}^2 = M_{\star} \cdot 4\pi R_{\star}^2$$

$$M_{\star} = \frac{1}{4} M_{\star}' = 3.5 \times 10^2 \text{W/m}^2$$

再由斯忒藩—玻尔兹曼定律,地球表面温度为

$$\begin{aligned} T &= \sqrt[4]{\frac{M_{\star}}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{3.5 \times 10^2}{5.67 \times 10^{-8}}} \\ &= 280 \text{K} \end{aligned}$$

19.6 氮氛激光器发射波长 632.8nm 的激光。若激光器的功率为 1.0mW, 试求每秒钟所发射的光子数。

解 一个光子的能量  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ , 故激光器每秒钟发射的光子数为

$$\begin{aligned} N &= \frac{P}{E} = \frac{P\lambda}{hc} \\ &= \frac{10^{-3} \times 6.328 \times 10^{-7}}{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} \\ &= 3.18 \times 10^{15} \text{个/s} \end{aligned}$$

19.7 从铝中移去一个电子需要能量 4.2eV。用波长为 200nm 的光投射到铝表面上,求:

- (1)由此发射出来的最快光电子和最慢光电子的动能;
- (2)遏止电势差;
- (3)铝的红限波长。

解 (1)由光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A$$

得最快光电子的动能为

$$\begin{aligned} E_{kmax} &= \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2.0 \times 10^{-7}} - 4.2 \times 1.6 \times 10^{-19} \\ &= 3.23 \times 10^{-19} \text{J} \approx 2 \text{eV} \end{aligned}$$

最慢光电子的动能为

$$E_{kmin} = 0$$

(2)因为  $eU_a = E_{kmax}$ , 故遏止电势差为

$$U_a = \frac{E_{k\max}}{e} = 2V$$

(3)由红限波长定义

$$h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = A$$

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \frac{hc}{A} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4.2 \times 1.6 \times 10^{-19}} \\ &= 2.96 \times 10^{-7} m \\ &= 296 nm\end{aligned}$$

19.8 在一个光电效应实验中测得,能够使钾发射电子的红限波长为 562.0nm。

(1)求钾的逸出功;

(2)若用波长为 250.0nm 的紫外光照射钾金属表面,求发射出的电子的最大初动能。

解 (1)由红限波长定义

$$\begin{aligned}A &= \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{5.62 \times 10^{-7}} \\ &= 3.54 \times 10^{-19} J \\ &= 2.21 eV\end{aligned}$$

(2)根据光电效应方程

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_m^2 + A$$

光电子最大动能为

$$\begin{aligned}E_{k\max} &= \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2.5 \times 10^{-7}} - 3.54 \times 10^{-19} \\ &= 4.42 \times 10^{-19} J \\ &= 2.76 eV\end{aligned}$$

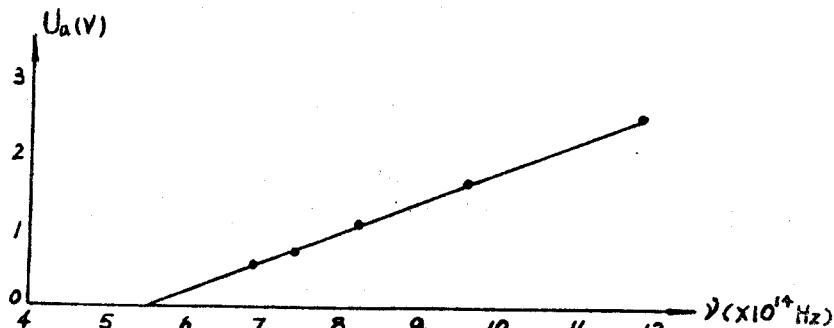
19.9 当用锂制成的发射极来做光电效应实验时,得到下列遏止电势差

波长 $\lambda$ (nm)	433.9	404.7	365.0	312.5	253.5
遏止电势差 $U_a$ (V)	0.550	0.730	1.09	1.67	2.57

- (1)试用上述数据在坐标纸上作  $U_a \sim \nu$  图线;
- (2)利用图线求出金属锂的光电效应红限波长;
- (3)从这些数据求普朗克常数。

解 (1)根据光的频率和波长的关系,  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ ,  $c$  为光速, 将有关数据换算为

波长 $\lambda$ (nm)	433.9	404.7	365.0	312.5	253.5
频率 $\nu (\times 10^{14} \text{ Hz})$	6.91	7.41	8.22	9.60	11.8
遏止电势差 $U_a$ (V)	0.550	0.730	1.09	1.67	2.57



解 19.9 图

作出  $U_a \sim \nu$  图如图所示。

(2)曲线与横轴的交点即为该金属的红限频率, 从图上读出

$$\nu_0 \approx 5.50 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \frac{c}{\nu_0} = \frac{3 \times 10^8}{5.50 \times 10^{14}} \\ &= 5.45 \times 10^{-7} \text{m} \\ &= 545 \text{nm}\end{aligned}$$

(3) 斜率  $k \approx 0.41 \times 10^{-14}$

$$\begin{aligned}h &= ek = 1.6 \times 10^{-19} \times 0.41 \times 10^{-14} \\ &= 6.6 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}\end{aligned}$$

19.10 波长为 450nm 的光照射在两个光电管上。第一个光电管发射极的红限波长为 600.0nm, 而第二个光电管发射极的逸出功比第一个光电管的大一倍。求每一个光电管中的遏止电势差。

解 由光电效应方程及红限波长、遏止电势差定义

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{1}{2}mv_m^2 + A \quad (1)$$

$$A = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \quad (2)$$

$$eU_a = \frac{1}{2}mv_m^2 \quad (3)$$

联立①②③式可得

$$\begin{aligned}U_a &= \frac{hc}{e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = \frac{hc(\lambda_0 - \lambda)}{e\lambda\lambda_0} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 1.5 \times 10^{-7}}{1.6 \times 10^{-19} \times 4.5 \times 10^{-3} \times 6.0 \times 10^{-7}} \\ &= 0.69 \text{V}\end{aligned}$$

第二个光电管的逸出功为  $A' = 2A$ , 则相应的红限波长为

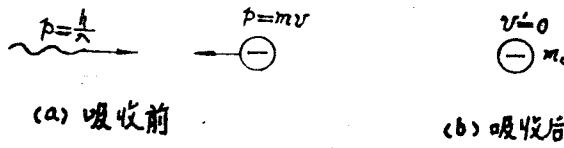
$$\lambda_0' = \frac{\lambda_0}{2} = 300 \text{nm}$$

因为  $\lambda > \lambda_0'$ , 所以在波长为 450nm 的光线的照射下, 第二个光电管不发射光电子, 故有

$$U_a' = 0$$

19.11 试证明自由电子不能有光电效应。

证明 如图所示, 假设一个自由电子吸收了一个光子。



解 19.11 图

选取质心参照系, 并设在质心系中光子和自由电子的总动量之和为零。由动量守恒定律, 自由电子吸收光子后必然相对质心系静止, 如图(b)所示。

再由能量守恒定律, 应有

$$E_{\text{初}} = E_{\text{末}}$$

得

$$h\nu + mc^2 = m_0 c^2$$

这就意味着  $m_0 > m$ , 因为电子的静止质量  $m_0$  不可能大于运动质量  $m$ , 所以上述假想过程不可能发生。

实际上, 只有当电子束缚在固体或原子中, 电子才能吸收光子而发生光电效应, 此时固体或原子中的离子或原子核取走了动量, 但所吸收的能量却很小, 可以忽略不计。

19.12 当钠光灯发出的黄光照射某一光电池时, 为了遏止所有电子到达收集器, 需要 0.30V 的负电压。如果用波长 400nm 的光照射这个光电池, 若要遏止电子, 需要多高的电压? 极板材料的逸出功为多少?

解 由  $eU_a = \frac{1}{2}mv_m^2 = h\nu - A$ , 得

$$U_a = \frac{h\nu}{e} - \frac{A}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{A}{e}$$

钠黄光的波长  $\lambda_1 = 589.3 \text{nm}$ ,  $U_{a1} = 0.3 \text{V}$ , 今用  $\lambda_2 = 400 \text{nm}$  的光照射, 设相应的遏止电压为  $U_{a2}$ , 则有

$$U_{a2} = \frac{hc}{e\lambda_2} - \frac{A}{e}$$

$$U_{a2} = \frac{hc}{e\lambda_2} - \frac{A}{e} \quad ②$$

联立①②解得

$$U_{a2} = U_{a1} + \frac{hc}{e} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = 1.30V$$

$$A = 1.81eV$$

19.13 一种X射线光子的波长为0.0416nm。计算这种光子的能量、动量和质量。

解 光子的波长  $\lambda = 0.0416nm$ , 则这个光子的能量为

$$\begin{aligned} E &= h\nu = \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4.16 \times 10^{-11}} \\ &= 4.78 \times 10^{-15}J \\ &= 29.8KeV \end{aligned}$$

光子的动量为

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.63 \times 10^{-34}}{4.16 \times 10^{-11}} = 1.59 \times 10^{-23} kg \cdot m/s$$

光子的质量为

$$\begin{aligned} m &= \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{3 \times 10^8 \times 4.16 \times 10^{-11}} \\ &= 5.3 \times 10^{-32} kg \end{aligned}$$

19.14 在康普顿散射中, 入射X射线的波长为0.040nm, 求在90°散射方向上其波长的变化。

解 在康普顿散射中, 波长改变量

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi) \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} (1 - \cos 90^\circ) \end{aligned}$$

$$= 2.43 \times 10^{-12} m$$

$$= 2.43 \times 10^{-3} nm$$

19.15 一个0.3MeV的X射线光子与一个原来静止的电子发生“对心”碰撞,求:

- (1) 散射光子的波长;
- (2) 反冲电子的能量和速度。

解 (1)“对心”碰撞时,光子作180°方向上的散射

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi) \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} (1 - \cos 180^\circ) \\ &= 4.86 \times 10^{-3} nm \end{aligned}$$

由题中给定条件有

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \frac{hc}{E} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.3 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} \\ &= 4.14 \times 10^{-12} m \\ &= 4.14 \times 10^{-3} nm \end{aligned}$$

故有

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 9.0 \times 10^{-3} nm$$

(2) 由能量守恒定律, 反冲电子的能量为

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda} \\ &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 4.86 \times 10^{-12}}{4.14 \times 10^{-12} \times 9.0 \times 10^{-3}} \\ &= 2.59 \times 10^{-14} J \\ &= 1.62 \times 10^5 eV \end{aligned}$$

电子的静止能量  $m_0 c^2 = 0.511 MeV$ , 由

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

化简上式得

$$\begin{aligned}v &= c \sqrt{1 - \left(\frac{m_0 c^2}{E_k + m_0 c^2}\right)^2} \\&= c \sqrt{1 - \left(\frac{5.11}{1.62 + 5.11}\right)^2} \\&= 0.65c\end{aligned}$$

19.16 已知 X 射线的能量为 0.60MeV，在康普顿散射之后波长变化了 20%，求反冲电子的能量。

解 由  $E = \frac{hc}{\lambda}$  先求出散射前 X 射线的波长

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \frac{hc}{E} \\&= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.6 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} \\&= 2.07 \times 10^{-12} \text{m}\end{aligned}$$

则散射后的波长为

$$\begin{aligned}\lambda &= \lambda_0 + \Delta\lambda = \lambda_0 + 0.2\lambda_0 \\&= 1.2\lambda_0 \\&= 2.48 \times 10^{-12} \text{m}\end{aligned}$$

由能量守恒定律，反冲电子的能量为

$$\begin{aligned}E_k &= E - E' = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{\Delta\lambda hc}{\lambda_0 \lambda} \\&= 0.2 \times \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2.48 \times 10^{-12}} \\&= 1.60 \times 10^{-14} \text{J} \\&= 0.1 \text{MeV}\end{aligned}$$

19.17 在康普顿散射中，入射光子的波长为 0.003nm，反冲电子的速度为光速的 60%。求散射光子的波长及散射角。

解 反冲电子的动能为

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (\frac{0.6c}{c})^2}} - m_0 c^2 = 0.25 m_0 c^2$$

电子能量的增加等于光子能量的损失，所以

$$0.25 m_0 c^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda}$$

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h\lambda_0}{h - 0.25 m_0 c \lambda_0} \\&= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{-12}}{6.63 \times 10^{-34} - 0.25 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8 \times 3 \times 10^{-12}} \\&= 4.3 \times 10^{-12} \text{m} \\&= 4.3 \times 10^{-3} \text{nm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{由 } \Delta\lambda &= \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\varphi) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2} \\ \sin^2 \frac{\varphi}{2} &= \frac{\Delta\lambda m_0 c}{2h} \\ &= \frac{(4.3 - 3.0) \times 10^{-12} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8}{2 \times 6.63 \times 10^{-34}} \\ &= 0.2676\end{aligned}$$

于是  $\sin \frac{\varphi}{2} = 0.5173$ ，故有

$$\varphi = 62^\circ 18'$$