第八章　热力学基础

8.1　一定量理想气体，从始态 $p_1=6.0\times10^5\text{Pa}$，$V_1=2.0\times10^{-3}\text{m}^3$ 等温准静态地膨胀到 $V_2=10.0\times10^{-3}\text{m}^3$，求此过程中外界对系统所作的功。

解

$$A=\int p\mathrm{d}V=\int_{V_1}^{V_2}\frac{p_1V_1}{V}\mathrm{d}V$$

$$=p_1V_1\ln\frac{V_2}{V_1}=1.93\times10^3\ \text{J}$$

$$A_{外}=-A=-1.93\times10^3\ \text{J}$$

8.2　3mol 范德瓦尔斯气体保持温度 $T=298\text{K}$ 不变，体积从 $V_1=4.0\times10^{-3}\text{m}^3$ 准静态地变化到 $V_2=1.0\times10^{-3}\text{m}^3$，气体对外界作功多少？设 $a=19.0\times10^{-6}\text{atm}\cdot\text{m}^6/\text{mol}^2$，$b=146\times10^{-6}\ \text{m}^3/\text{mol}$。

解　因　$(p+a\frac{\nu^2}{V^2})(V-\nu b)=\nu RT$

故

$$A=\int p\mathrm{d}V=\int_{V_1}^{V_2}(\frac{\nu RT}{V-\nu b}-a\frac{\nu^2}{V^2})\mathrm{d}V$$

$$=\nu RT\ln\frac{V_2-\nu b}{V_1-\nu b}-a\nu^2(\frac{1}{V_1}-\frac{1}{V_2})$$

$$=-7.3\times10^2\ \text{J}$$

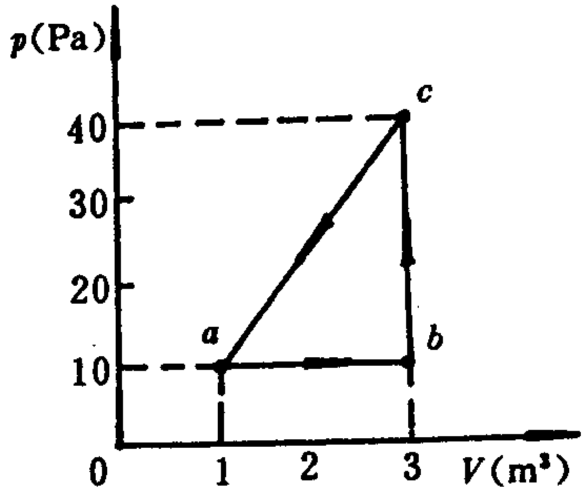
8.3　系统的循环过程曲线如图所示。求整个过程 $abca$ 中外界对系统所作的净功。

解

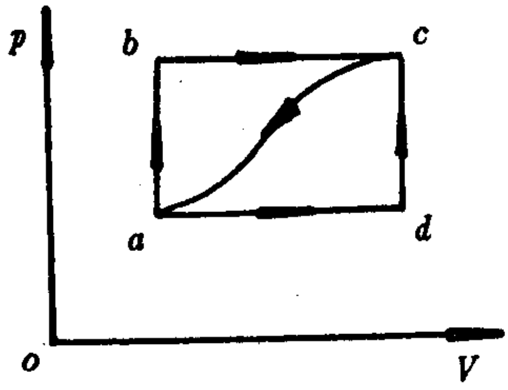
$$|A|=\Delta abc\text{ 面积}$$

$$=[\frac{1}{2}\times(40-10)\times(3-1)]\text{J}$$

$$=30\ \text{J}$$



题 8.3 图



题 8.5 图

8.4 1.00kg 空气吸热 2.06×10^5J，内能增加 4.18×10^5J 问是它对外作功，还是外界对它作功？作多少功？

解

$$A = Q - \Delta E = -2.12\times10^5\ \text{J}$$

外界对它作功 2.12×10^5J。

8.5 系统经过程 abc 由状态 a 变到状态 c，吸热 350J 对外作功 126J(见题 8.5 图。)

(1)若经过程 adc，由状态 a 变到状态 c，系统对外作功 42J，问系统吸热多少？

(2)若外界对系统作功 84J，系统经过程曲线 ca，由状态 c 返回状态 a，问此过程中系统吸热还是放热，其量值为多少？

解 (1)

$$E_c - E_a = Q_{abc} - A_{abc} = Q_{adc} - A_{adc}$$

故

$$Q_{adc} = Q_{abc} - A_{abc} + A_{adc}$$
$$= (350 - 126 + 42)\ \text{J} = 266\ \text{J}$$

(2)

$$Q_{ca} = (E_a - E_c) + A_{ca}$$
$$= (A_{abc} - Q_{abc}) + A_{ca}$$

$$= [(126 - 350) + (-84)]\text{J}$$
$$= -308 \text{ J}$$

8.6 在100℃、1atm的条件下，把1m³100℃的水加热变为1671m³100℃的水蒸气，求吸收的热量、对外所作的功和内能的增量。已知100℃时，水的密度为$\rho=958.4\text{kg/m}^3$，气化热为$\lambda=2.256\times10^6\text{J/kg}$。（提示：等温、等压准静态过程）

解

$$A = p\Delta V = [1.013 \times 10^5 \times (1671 - 1)]\text{J}$$
$$= 1.69 \times 10^8 \text{ J}$$
$$Q = \lambda m = \lambda\rho V$$
$$= (2.256 \times 10^6 \times 958.4 \times 1)\text{J} = 2.16 \times 10^9 \text{ J}$$
$$\Delta E = Q - A = 1.99 \times 10^9 \text{ J}$$

8.7 有10mol单原子理想气体，在压缩过程中，外力对它作功209J，气体温度升高1K，求气体内能的增量、在此过程中气体吸收的热量和气体的摩尔热容。

解

$$\Delta E = \nu C_V \Delta T = (10 \times \frac{3}{2} \times 8.31 \times 1)\text{J} = 125 \text{ J}$$
$$Q = \Delta E + A = [125 + (-209)]\text{J} = -84 \text{ J}$$
$$C = \frac{Q}{\nu\Delta T} = \frac{-84}{10 \times 1} \text{ J/(mol·K)} = -8.4 \text{ J/(mol·K)}$$

8.8 压强为1.00atm、体积为8.20L、温度为27℃的氮气加热到127℃，如果加热时(1)体积不变；(2)压强不变。问各吸收热量多少？哪个过程所需热量多？为什么？

解 (1)
$$Q_V = \nu C_V \Delta T = \frac{pV}{RT}(\frac{5}{2}R)\Delta T$$
$$= (\frac{1.013\times10^5\times8.20\times10^{-3}}{300}\times\frac{5}{2}\times100)\text{J}$$
$$= 692 \text{ J}$$

(2) $$Q_p=\nu C_p\Delta T=\frac{pV}{RT}(\frac{7}{2}R)\Delta T=969\ \mathrm{J}$$

(3) $$Q_p>Q_V$$

8.9 单原子理想气体在等压条件下加热，体积膨胀为原来的2倍，问气体吸收的热量中，有百分之几消耗于对外作功？若为双原子理想气体，结果又如何？

解

$$\frac{A}{Q_p}=\frac{\nu R\Delta T}{\nu C_p\Delta T}=\frac{R}{C_p}$$

单原子： $C_p=\frac{5R}{2}$ $\qquad \frac{A}{Q_p}=40.0\%$

双原子： $C_p=\frac{7}{2}R$ $\qquad \frac{A}{Q_p}=28.6\%$

8.10 一种测定理想气体摩尔热容比 $\gamma=\frac{C_p}{C_V}$ 的方法如下：一定量气体，始态的压强、体积和温度分别为 p_0、V_0、T_0，用一根通电铂丝对它加热。第一次加的热时，气体体积 V_0 保持不变，压强和温度分别变为 p_1 和 T_1。第二次加热时，气体的压强 p_0 保持不变，体积和温度分别变为 V_2 和 T_2。设两次加热的电流大小和通电时间完全相同，试证：气体的摩尔热容比为

$$\gamma=\frac{V_0(p_1-p_0)}{p_0(V_2-V_0)}$$

解 因

$$\nu C_V(T_1-T_0)=\nu C_p(T_2-T_0)$$

故

$$\gamma=\frac{C_p}{C_V}=\frac{T_1-T_0}{T_2-T_0}=\frac{\dfrac{p_1V_0}{\nu R}-\dfrac{p_0V_0}{\nu R}}{\dfrac{p_0V_2}{\nu R}-\dfrac{p_0V_0}{\nu R}}$$

$$=\frac{V_0(p_1-p_0)}{p_0(V_2-V_0)}$$

8.11 若 1.00kg 氩气，在 1atm 下等压膨胀，温度由 24℃升

到 26℃，需吸收热量 1049J；若压强为 10.0atm，体积为 10.0L，温度为 299K 的氩气，等体冷却到 297K，放出热量 102.2J，试由上述数据，求氩气的摩尔热容比 γ 值。(氩的摩尔质量 $\mu=39.9\times10^{-3}$ kg/mol)。

解 因

$$Q_p = \nu_1 C_p(\Delta T)_1$$

$$Q_V = \nu_2 C_V(\Delta T)_2$$

故

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{Q_p\nu_2(\Delta T)_2}{Q_V\nu_1(\Delta T)_1} = 1.67$$

8.12 将 500 J 的热量传给标准状态下的 2mol 氢气。若氢气的温度不变，这热量变为什么？氢气的体积和压强各变为多少？

解 因

$$Q_T = A = \nu RT_0 \ln\frac{V}{V_0}$$

故

$$V = V_0 e^{\frac{Q_T}{\nu RT_0}} = \frac{\nu RT_0}{p_0} e^{\frac{Q_T}{\nu RT_0}}$$

$$= 50.0\times10^{-3}\ \mathrm{m^3}$$

$$p = \frac{p_0V_0}{V} = 0.908\times10^5\ \mathrm{Pa}$$

8.13 设有 1.0kg 空气，始态时压强为 1.0×10^5Pa，温度为 20℃。今将它等温压缩，终态压强为 1.0×10^6Pa。求此过程中外界对空气所作的功。(始态时空气密度为 1.19kg/m³)

解

$$A = \nu RT\ln\frac{p_1}{p_2} = p_1V_1\ln\frac{p_1}{p_2}$$

$$= p_1\frac{M}{\rho_1}\ln\frac{p_1}{p_2} = -1.78\times10^5\ \mathrm{J}$$

外界对空气作功 1.78×10^5J。

8.14 压强为 1.5atm，体积为 5.0L 的氮气，先等温膨胀到

1.0atm，然后再等压冷却回到原来体积。求该过程中氮气对外界所作的净功。

解 因

$$A_T = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$A_p = p_2(V_1 - V_2) = p_2(V_1 - \frac{p_1 V_1}{p_2})$$

$$= (p_2 - p_1)V_1$$

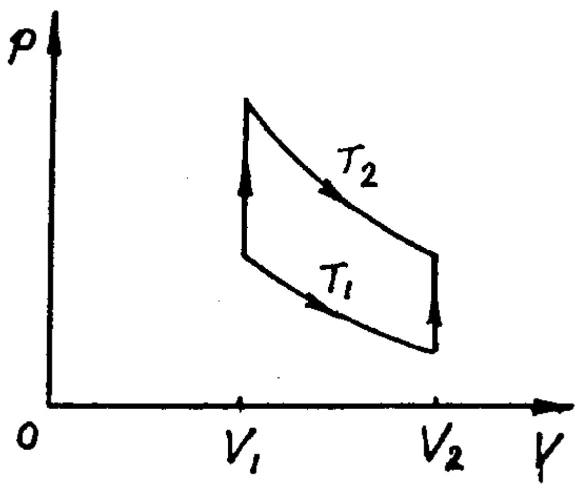
故

$$A = A_T + A_p$$

$$= p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} + (p_2 - p_1)V_1 = 55\ \mathrm{J}$$

8.15 1mol 氢气，其始态的压强为 1atm，温度为 20℃，若以下面两种不同的过程到达同一终态：(1)先等体加热，使温度上升为 80℃，然后再等温膨胀，使体积变为原来的两倍；(2)先等温膨胀，使体积增大为原来的两倍，然后，再等体加热，使温度上升为 80℃。

在同一 p-V 图上画出两种过程的过程曲线，并求两种过程中，氢气所吸收的热量、对外界所作的功和内能的增量。



解 8.15 图

解 (1)
$$\Delta E = C_V \Delta T = \frac{5}{2}R(T_2 - T_1)$$
$$= 1.25 \times 10^3 \text{ J}$$
$$A = RT_2 \ln\frac{V_2}{V_1} = 2.03 \times 10^3 \text{ J}$$
$$Q = \Delta E + A = 3.28 \times 10^3 \text{ J}$$

(2)
$$A' = RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = 1.69 \times 10^3 \text{ J}$$
$$Q' = \Delta E + A' = 2.94 \times 10^3 \text{ J}$$
$$\Delta E = 1.25 \times 10^3 \text{ J}$$

8.16 1mol 双原子理想气体，其温度由 300K 升高到 350K。若升温是在下列三种不同情况下发生的：(1)体积不变；(2)压强不变；(3)绝热。问其内能改变各是多少？

解 均为
$$\Delta E = \nu C_V \Delta T$$
$$= \nu(\frac{5}{2}R)\Delta T = 1.04 \times 10^3 \text{ J}$$

8.17 10.0L 氮气，温度为 0℃，压强为 10.0atm，使其准静态绝热膨胀到 1.0atm，求：(1)最后的温度和体积；(2)气体所作的功。

解 (1)
$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$
$$V_2 = (\frac{p_1}{p_2})^{\frac{1}{\gamma}} V_1 = [(\frac{10.0}{1.0})^{\frac{1}{1.4}} \times 10]\text{L} = 51.8 \text{ L}$$
$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 = 141 \text{ K}$$

(2)
$$A = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1 - \gamma} = 1.22 \times 10^4 \text{ J}$$

8.18 有氧气 8g，原体积为 0.41L，温度为 27℃，准静态绝热膨胀后，体积变为 4.1L，问气体对外界作功多少？已知氧气的定体摩尔热容 $C_V=21\text{J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$。

解

$$\gamma=\frac{C_p}{C_V}=\frac{C_V+R}{C_V}$$

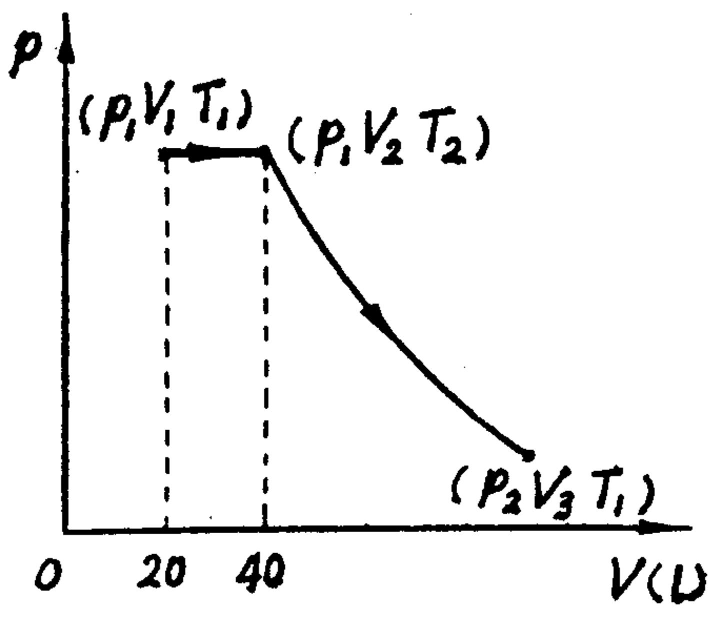
$$=1+\frac{R}{C_V}=1.4$$

$$T_2=T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}=119\text{ K}$$

$$A=-\Delta E=-\frac{M}{\mu}C_V(T_2-T_1)$$

$$=9.5\times10^2\text{ J}$$

8.19 2mol 氦气，初始温度为 27℃，体积为 20L。若先等压膨胀，使体积加倍，再绝热膨胀，回复初温。(1)在 p-V 图上画出该过程；(2)在该过程中氦气吸收热量多少？(3)氦气内能改变多少？



解 8.19 图

(4)氦气所作的功是多少？(5)氦气最终的体积是多少？

解 (1)如解 8.19 图所示

(2) $$T_2=\frac{V_2}{V_1}T_1=600\ \text{K}$$

$$Q=\nu C_p(T_2-T_1)$$

$$=\nu\frac{5}{2}R(T_2-T_1)=1.25\times10^4\ \text{J}$$

(3) $$\Delta E=0$$

(4) $$A=Q-\Delta E=1.25\times10^4\ \text{J}$$

(5) $$\gamma=\frac{C_p}{C_V}=\frac{5}{3}=1.67$$

$$V_3=(\frac{T_2}{T_1})^{\frac{1}{\gamma-1}}V_2=113\ \text{L}$$

8.20 1mol 氧气，体积为 $2\times10^{-3}\text{m}^3$，温度为 300K，若分别进行下列两个准静态过程，氧气对外界作功各为多少？(1)绝热膨胀到 $20\times10^{-3}\text{m}^3$；(2)等温膨胀到 $20\times10^{-3}\text{m}^3$

解

$$C_V=\frac{5}{2}R\qquad\gamma=1.4$$

(1) $$T_2=(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}T_1=119\ \text{K}$$

$$A=-C_V(T_2-T_1)=3.76\times10^3\ \text{J}$$

(2) $$A=\nu RT_1\ln\frac{V_2}{V_1}=5.74\times10^3\ \text{J}$$

8.21 压强为 p_1、温度为 T_1 的 1mol 理想气体，绝热准静态膨胀到温度 T_2，然后再等温准静态膨胀到压强 p_3。证明：气体在等温膨胀过程中所吸收的热量为

$$Q=RT_2[(\frac{C_V}{R}+1)\ln\frac{T_2}{T_1}+\ln\frac{p_1}{p_3}]$$

解 等温膨胀过程中，气体吸热为

$$Q = RT_2 \ln \frac{p_2}{p_3} \qquad ①$$

根据绝热过程方程

$$p_2^{\gamma-1} T_2^{-\gamma} = p_1^{\gamma-1} T_1^{-\gamma}$$

有

$$p_2 = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} p_1 \qquad ②$$

而

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{C_p/C_V}{C_p/C_V - 1} = \frac{C_p}{C_p - C_V}$$

$$= \frac{C_V + R}{R} = \frac{C_V}{R} + 1 \qquad ③$$

式②、③代入式①，得

$$Q = RT_2 \ln \frac{\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{C_V}{R}+1} p_1}{p_3}$$

$$= RT_2 \left[\left(\frac{C_V}{R} + 1\right) \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{p_1}{p_3}\right]$$

8. 22 有一理想气体，在 p-V 图上，其等温线与绝热线的斜率绝对值之比为 0. 714，开始时该气体处于温度为 17℃、压强为 1.013×10^5Pa 的状态。现将其绝热压缩至原体积的一半，求此时该气体的压强和温度。（提示：先由等温线与绝热线的斜率之比求出摩尔热容比 γ，再用绝热过程方程求解。）

解 由题意

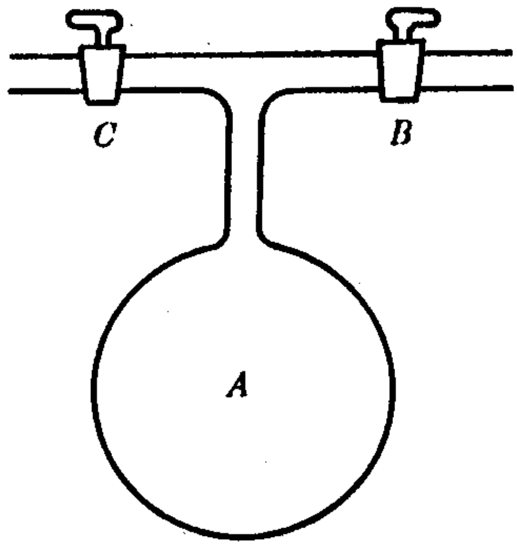
$$\frac{-\frac{p}{V}}{-\gamma \frac{p}{V}} = \frac{1}{\gamma} = 0.714$$

故 $$\gamma = 1.4$$

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}$$

$$=(1.013\times10^5\times2^{1.4})\ \text{Pa}$$
$$=2.67\times10^5\ \text{Pa}$$
$$T_2=T_1(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}=383\ \text{K}$$

8.23 附图为一种测摩尔热容比 γ 的装置。气体经活塞 B 压入容器 A,使压强 p_1 略高于大气压 p_0。然后,开启活塞 C,等气体膨胀到大气压强 p_0,即迅速关闭 C,这时容器温度略有降低。经过一段时间后,容器中气体的温度又恢复到室温,压强上升为 p_2。假设开启 C 后到关闭 C 前,气体经历的是绝热准静态过程,试求出 γ 的表示式。(提示:以关闭 C 后容器 A 内的气体为系统)。



题 8.23 图

解 以 C 关闭后,A 中气体为系统。绝热准静态膨胀前,压强 $p_1(>p_0)$,温度 T_1(室温),体积 $V_1(V_1<V_2,V_2$ 为 A 体积)。膨胀后为 $p_0,T_2(<T_1),V_2$。

$$\frac{T_2}{T_1}=(\frac{p_1}{p_0})^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

关闭 C 等体升温后为(p_2,T_1,V_2)

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{p_0}{p_2}$$

故
$$(\frac{p_1}{p_0})^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}=\frac{p_0}{p_2}$$

即
$$\gamma=\frac{\ln p_1-\ln p_0}{\ln p_1-\ln p_2}$$

8.24 一定量氧气，室温下其压强为 1.0atm，体积为 2.0L，经一多方过程后，压强变为 0.5 atm，体积变为 3.0L 试求：(1)多方指数 n；(2)膨胀过程中氧气对外界所作的功；(3)氧气吸收的热量。已知氧气的定体摩尔热容 $C_V=\frac{5}{2}R$，$\gamma=1.4$。

解 (1)

$$p_1V_1^n=p_2V_2^n$$

故

$$n=\frac{\ln\frac{p_1}{p_2}}{\ln\frac{V_2}{V_1}}=1.71$$

(2)

$$A=\frac{p_2V_2-p_1V_1}{1-n}=71\ \mathrm{J}$$

(3)因

$$Q=\nu C(T_2-T_1)$$

$$C=\frac{n-\gamma}{n-1}C_V=\frac{n-\gamma}{n-1}\frac{5}{2}R$$

故

$$Q=\frac{n-\gamma}{n-1}\frac{5}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=-55\ \mathrm{J}$$

8.25 题 8.25 图为 1mol 理想气体的某一过程，已知该理想气体的定体摩尔热容为 C_V，求此过程中气体的摩尔热容 C〔提示：由热力学第一定律 $C_V\mathrm{d}T=C\mathrm{d}T-p\mathrm{d}V$，利用过程方程 $pV^{-1}=a$(常量)和理想气体状态方程，将式中 $\mathrm{d}V$ 用 $\mathrm{d}T$ 表示〕。

解 对 ab 中任一微过程

$$\mathrm{d}Q=\mathrm{d}E+\mathrm{d}A$$

或

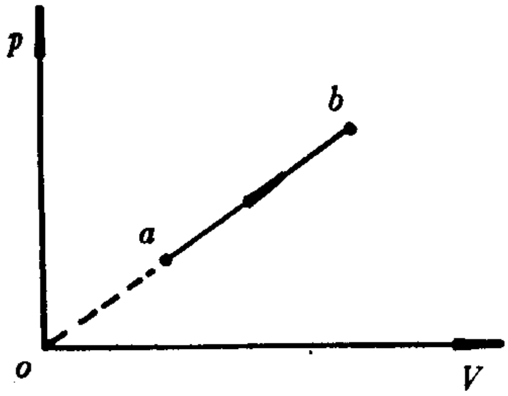
$$C\mathrm{d}T=C_V\mathrm{d}T+p\mathrm{d}V \qquad ①$$

由图

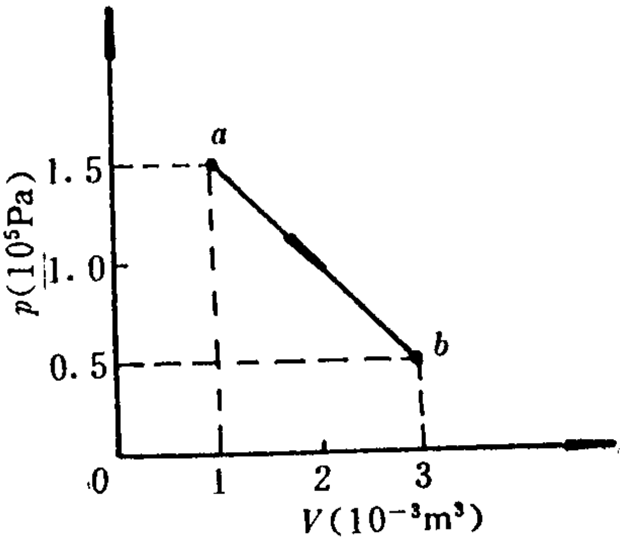
$$pV^{-1}=a(\text{常量}) \qquad ②$$

理想气体

$$pV=RT \qquad ③$$



题 8.25 图



题 8.26 图

由式②、③得

$$p = \sqrt{aRT} \qquad ④$$

$$dV = d(\frac{p}{a}) = d\sqrt{\frac{RT}{a}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R}{aT}}dT \qquad ⑤$$

式④、⑤代入式①，得

$$C = C_V + \frac{R}{2}$$

8.26 0.1mol 的单原子理想气体，经历如题 8.26 图所示的过程。

(1)证明状态 a 和状态 b 的温度相同；

(2)求过程 ab 中的 Q(指吸收的净热)；

(3)求过程 ab 中，气体的最高温度。

解 (1)由图得

$$p_aV_a = p_bV_b$$

故
$$T_a = T_b$$

(2)

$$\Delta E = \nu C_V(T_b - T_a) = 0$$

$$A = \frac{1}{2}(p_a + p_b)(V_b - V_a) = 200\ \text{J}$$

故 $$Q = \Delta E + A = 200\ \text{J}$$

(3)由图知

$$\frac{p - p_a}{V - V_a} = \frac{p_b - p_a}{V_b - V_a}$$

即

$$p = \frac{(p_b - p_a)(V - V_a)}{V_b - V_a} + p_a$$

$$= -5 \times 10^7 V + 2 \times 10^5$$

由 $pV=\nu RT$ 知，(pV)极大时，T 最高。设此时体积 V_c，则

$$\frac{\mathrm{d}(pV)}{\mathrm{d}V}\Big|_{V=V_c} = -10 \times 10^7 V_c + 2 \times 10^5 = 0$$

得

$$V_c = 2.0 \times 10^{-3}\ \text{m}^3$$

$$p_c = -5 \times 10^7 V_c + 2 \times 10^5 = 1.0 \times 10^5\ \text{Pa}$$

$$T_c = \frac{p_c V_c}{\nu R} = 241\ \text{K}$$

8.27 设理想气体的某一过程按照 $V = Ap^{-\frac{1}{2}}$ 的规律变化，其中 A 为常量，若气体的体积由 V_1 膨胀到 V_2，求气体对外所作的功，并说明在此过程中气体是吸热还是放热？

解 过程方程为

$$pV^2 = A^2(\text{常量})$$

故 $$n = 2$$

$$A = \int p\mathrm{d}V = \int_{V_1}^{V_2} \frac{A^2}{V^2}\mathrm{d}V$$

$$= A^2(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2})$$

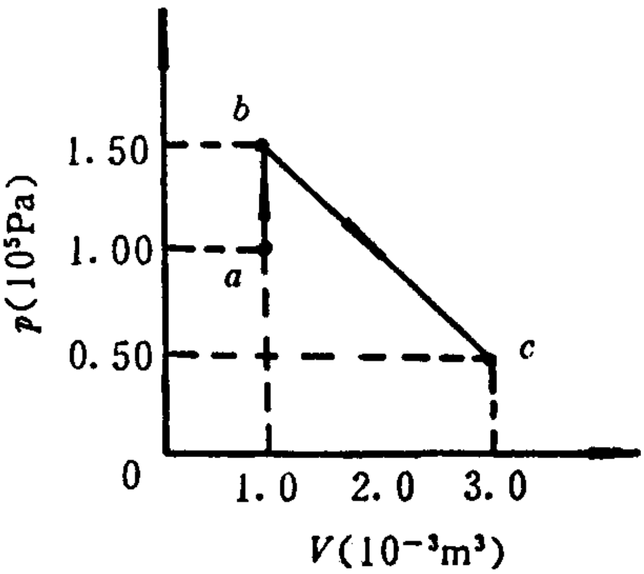
$$C = \frac{n-\gamma}{n-1}C_V > 0$$

由图知

$$\Delta T < 0$$

故 $$Q = \nu C\Delta T < 0 \quad （放热）$$

8.28 0.1mol单原子理想气体，经历一准静态过程 abc，在图 p-V 图中，ab、bc 均为直线，如题 8.28 图所示，求：(1)气体在 ab 和 bc 过程中吸收的热量、所作的功和内能的增量。(2)经 abc 过程后，气体内能的总增量。



解 (1)

$$A_{ab} = 0$$

$$Q_{ab} = (\Delta E)_{ab}$$
$$= \nu C_V(T_b - T_a)$$
$$= \nu\frac{3}{2}R(T_b - T_a)$$
$$= \frac{3}{2}(p_bV_b - p_aV_a) = 75\ \text{J}$$

因 $$p_cV_c = p_bV_b$$

故 $$T_c = T_b$$

$$(\Delta E)_{bc}=0$$

$$A_{bc}=\frac{(p_c+p_b)(V_c-V_b)}{2}=200\ \mathrm{J}$$

$$Q_{bc}=(\Delta E)_{bc}+A_{bc}=200\ \mathrm{J}$$

(2) $$(\Delta E)_{abc}=(\Delta E)_{ab}+(\Delta E)_{bc}=75\ \mathrm{J}$$

或 $$(\Delta E)_{abc}=\nu C_V(T_c-T_a)=\nu\frac{3}{2}R(T_c-T_a)$$

$$=\frac{3}{2}(p_cV_c-p_aV_a)=75\ \mathrm{J}$$

8.29 0.1mol 单原子理想气体从始态(1.0×10^5Pa，$3.2\times10^{-3}\mathrm{m}^3$)出发，先等温膨胀为原体积的 2 倍，再等压压缩为原体积，最后等体升压回到始态。求此循环的效率。

解

$$T_b=T_a=\frac{p_aV_a}{\nu R}=386\ \mathrm{K}$$

$$T_c=T_b(\frac{V_c}{V_b})=193\ \mathrm{K}$$

$$Q_{ab}=\nu RT_a\ln\frac{V_b}{V_a}=222\ \mathrm{J}\quad(吸)$$

$$Q_{bc}=\nu C_p(T_c-T_b)$$

$$=\nu\frac{5}{2}R(T_c-T_b)=-401\ \mathrm{J}\quad(放)$$

$$Q_{ca}=\nu C_V(T_a-T_c)$$

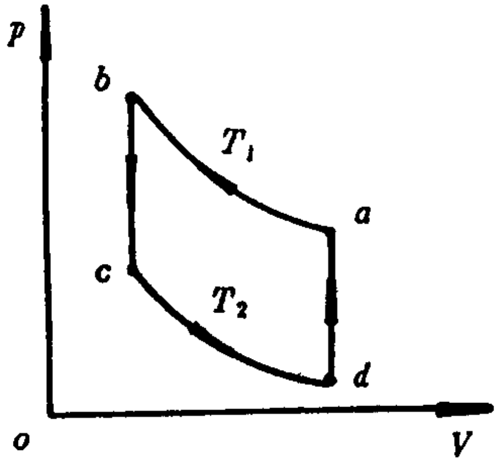
$$=\nu\frac{3}{2}R(T_a-T_c)=241\ \mathrm{J}\quad(吸)$$

故 $$\eta=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}$$

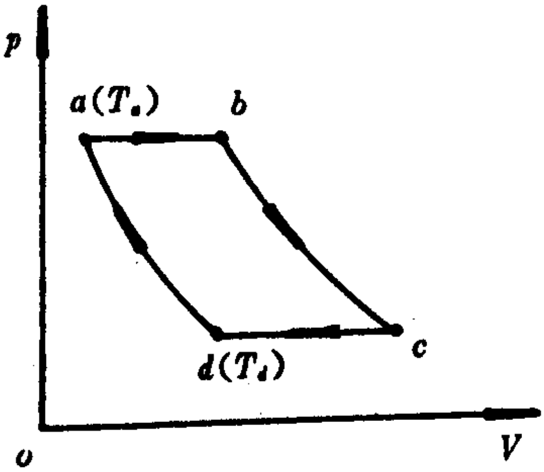
$$=\frac{(222+241)-401}{(222+241)}=13.4\%$$

8.30 以理想气体为工作物质，回热式致冷机循环过程如题 8.30 图所示，它由两个等温过程和两个等体过程组成。在两个等

体过程中，气体与同一物体(回热器)交换热量，把等体升压过程中吸收的热量在等体降压过程中全部送回去。若等温过程的温度 T_1 和 T_2 为已 知，求致冷系数。



题 8.30



题 8.31 图

解

$$|A| = |\nu RT_1 \ln \frac{V_b}{V_a}| - \nu RT_2 \ln \frac{V_d}{V_c}$$

$$= \nu R(T_1 - T_2) \ln \frac{V_a}{V_b}$$

$$Q_2 = \nu RT_2 \ln \frac{V_a}{V_b}$$

故
$$w = \frac{Q_2}{|A|} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

8.31 理想气体的循环过程如题 8.31 图所示，其中 ab 和 dc 是等压过程，bc 和 da 是绝热过程。已知 a 点温度为 $t_a = 127$℃，d 点温度为 $t_d = 27$℃。(1)求循环效率，这是卡诺循环吗？(2)燃烧

50.0kg 汽油，可得到多少功？已知汽油的燃烧值为 4.69×10^7 J/kg。

解 (1)因

$$\frac{T_a}{T_b}=\frac{V_a}{V_b}$$

$$\frac{T_c}{T_d}=\frac{V_c}{V_d}$$

$$\frac{T_c}{T_b}=\left(\frac{V_b}{V_c}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_d}{T_a}=\left(\frac{V_a}{V_d}\right)^{\gamma-1}$$

故

$$\frac{T_b}{T_a}=\frac{T_c}{T_d}$$

而

$$Q_1=\nu C_p(T_b-T_a)$$

$$|Q_2|=\nu C_p(T_c-T_d)$$

得

$$\eta=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}=1-\frac{T_c-T_d}{T_b-T_a}$$

$$=1-\frac{T_d}{T_a}=25\%$$

(2)

$$A=\eta Q_1=5.86\times10^8\ \text{J}$$

8.32 题 8.32 图中所示的理想气体循环过程由 T-V 图给出。其中 CA 为绝热过程，状态 $A(T_1,V_1)$，状态 $B(T_1,V_2)$为已知。

(1)AB 和 BC 两过程中，气体吸热还是放热？

(2)求状态 C 的 p、V、T 值，设气体的 γ 和量 ν 已知；

(3)这个循环是否卡诺循环？在 T-V 图上，卡诺循环如何表示？

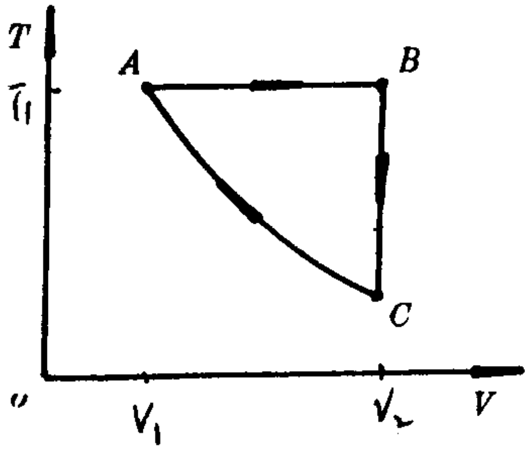
(4)求此循环的效率。

解 (1)AB 为等温过程

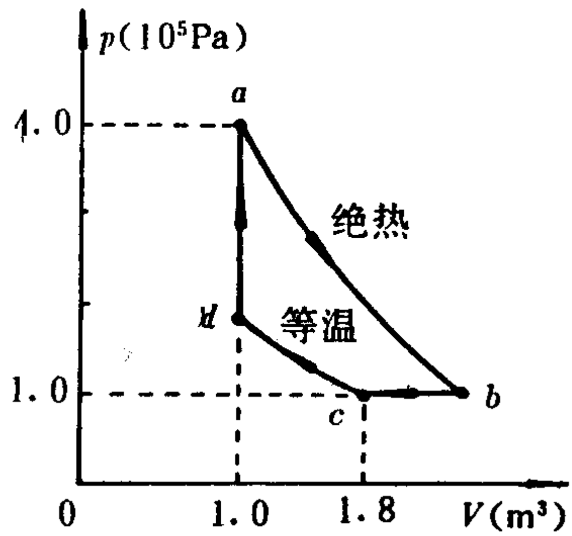
$$Q_{AB} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0 \quad (吸热)$$

BC 为等体过程

$$Q_{BC} = \nu C_V (T_c - T_1) < 0 \quad (放热)$$



题 8.32 图



题 8.33 图

(2)

$$V_2^{\gamma-1} T_c = V_1^{\gamma-1} T_1$$

$$T_c = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

由图知

$$V_c = V_2$$

故
$$p_c = \frac{\nu RT_c}{V_c} = \nu RT_1 \left(\frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma}}\right)$$

(3)
$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{\nu C_V (T_1 - T_c)}{\nu RT_1 \ln \dfrac{V_2}{V_1}}$$

而
$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V}$$

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}$$

代入，得

$$\eta = 1 - \frac{1 - (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}}{(\gamma - 1)\ln \frac{V_2}{V_1}}$$

8.33　80mol　He 经题 8.33 图所示循环，求：(1)V_b、T_b、p_d；(2)循环效率。

解

$$C_V = \frac{3}{2}R = 12.5 \text{ J/(mol·K)}$$

$$C_p = \frac{5}{2}R = 20.8 \text{ J/(mol·K)}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3}$$

$$T_a = \frac{P_a V_a}{\nu R} = 602 \text{ K}$$

因 ab 绝热

$$V_b = V_a(\frac{p_a}{p_b})^{\frac{1}{\gamma}} = 2.30 \text{ m}^3$$

$$T_b = \frac{p_b V_b}{\nu R} = 346 \text{ K}$$

因 bc 等压

$$T_c = T_b \frac{V_c}{V_b} = 271 \text{ K}$$

因 cd 等温

$$p_d = \frac{p_c V_c}{V_d} = 1.8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

(2)
$$Q_{ab} = 0$$

$$Q_{bc}=\nu C_p(T_c-T_b)=-1.25\times10^5\ \text{J}\ (放热)$$

$$Q_{cd}=\nu RT_c\ln\frac{V_d}{V_c}=-1.06\times10^5\ \text{J}\ (放热)$$

$$Q_{da}=\nu C_V(T_a-T_d)=3.31\times10^5\ \text{J}\ (吸热)$$

故
$$\eta=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}=1-\frac{1.25+1.06}{3.31}=30\%$$

8.34 一定量单原子理想气体经题 8.34 图所示循环，求循环效率。

解

$$i=3\qquad C_V=\frac{3}{2}R\qquad C_p=\frac{5}{2}R$$

$$E=\nu\frac{3}{2}RT=\frac{3}{2}pV \tag{①}$$

ab 为等压过程

$$Q_{ab}=\nu C_p(T_b-T_a)=\nu\frac{5}{2}R(T_b-T_a)$$

$$=\frac{5}{3}(E_b-E_a)=5.0\times10^3\ \text{J}\quad(吸热)$$

由式①和题 8.34 图知，bc 过程中

$$V=\frac{2E}{3p}=常量$$

故 bc 为等体过程

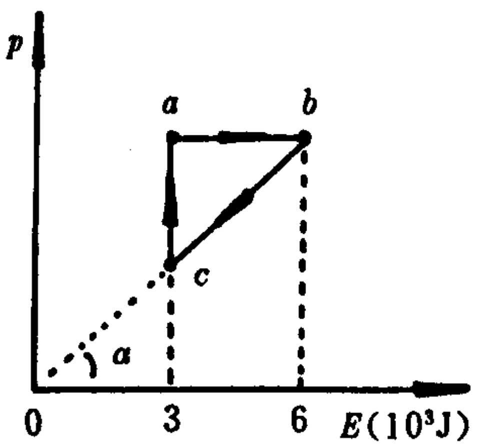
$$Q_{bc}=\nu C_V(T_c-T_b)=\nu\frac{3}{2}R(T_c-T_b)$$

$$=E_c-E_b=-3.0\times10^3\ \text{J}\quad(放热)$$

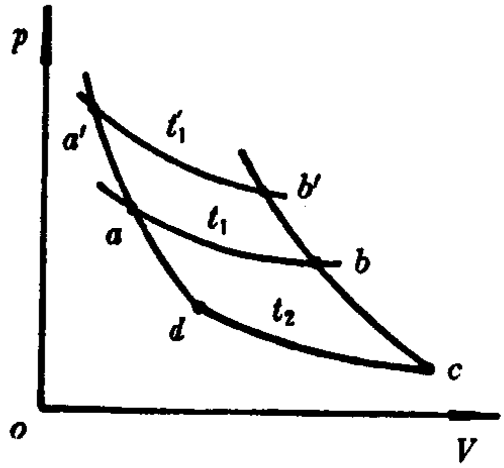
ca 为等温过程

$$Q_{ca}=\nu RT_c\ln\frac{p_c}{p_a}=\frac{2}{3}E_c\ln\frac{E_c}{E_b}=-1.4\times10^3\ \text{J}\quad(放热)$$

故 $$\eta=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}=12.0\%$$



题 8.34 图



题 8.35 图

8.35 一卡诺循环，当高温热源温度为 $t_1=100℃$，低温热源温度为 $t_2=0℃$时，对外作净功 $A=3.0\times10^3$J。若高温热源温度提高为 t_1'，低温热源温度不变，则对外作净功 $A'=1.0\times10^4$J。设该两循环工作在相同两绝热线之间，如题 8.35 图所示。求：(1)热源温度 t_1'；(2)两循环的效率各为多少？

解： 卡诺循环

$$\eta_c=\frac{A}{Q_1}=\frac{Q_1-|Q_2|}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}=26.8\%$$

$$Q_1=\frac{A}{\eta_c}=1.12\times10^4\ \mathrm{J}$$

$$|Q_2'|=|Q_2|=Q_1-A=8.2\times10^3\ \mathrm{J}$$

$$Q_1'=|Q_2'|+A'=1.82\times10^4\ \mathrm{J}$$

而

$$\eta_c'=\frac{A'}{Q_1'}=\frac{T_1'-T_2}{T_1'}=55\%$$

故 $$T_1'=\frac{T_2}{1-\eta_c'}=607\ \mathrm{K}=334℃$$

8.36 一卡诺致冷机，从 0℃的水中吸取热量，向 27℃的房间放热。假定将 50kg0℃的水变成 0℃的冰，已知冰的熔解热为 3.35×10^5J/kg。求在一个循环中：(1)使该机运转所需的机械功；(2)该机向房间放出的热量；(3)若用此机从－10℃的冷库中吸取相等的热量，要多作多少机械功？

解 (1)

$$Q_2 = \lambda m = 1.68 \times 10^7 \text{ J}$$

卡诺致冷机

$$w_c = \frac{Q_2}{|A|} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = 10.1$$

故
$$|A| = \frac{Q_2}{w_c} = 1.66 \times 10^6 \text{ J}$$

(2)放热为

$$|Q_1| = |A| + Q_2 = 1.84 \times 10^7 \text{ J}$$

(3)

$$w_c' = \frac{Q_2}{|A'|} = \frac{T_2'}{T_1 - T_2'} = 7.11$$

故
$$|A'| = \frac{Q_2}{w_c'} = 2.36 \times 10^6 \text{ J}$$

多作功

$$|A'| - |A| = 7.0 \times 10^5 \text{ J}$$

8.37 热机工作于 50℃与 250℃的两热源之间，在一循环中对外做的净功为 1.05×10^5J，求这样的热机在一循环中所吸入和放出的最小热量。

解

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}$$

$$|Q_2| = Q_1 - A = A(\frac{1}{\eta} - 1)$$

两热源之间卡诺循环 η 最大，故

$$Q_{1min} = \frac{A}{\eta_c} = \frac{A}{\frac{T_1 - T_2}{T_1}} = 2.75 \times 10^5 \text{ J}$$

$$|Q_2|_{min} = A(\frac{1}{\frac{T_1 - T_2}{T_1}} - 1) = 1.70 \times 10^5 \text{ J}$$

8.38 一台电冰箱放在 25℃的室内，冰箱内维持 4℃。若每天从房间漏进冰箱的热量为 3.0×10^5J。要使冰箱始终保持 4℃，外界每天需作功多少？设该冰箱的致冷系数是卡诺致冷机的 50%。

解

$$w = w_c 50\% = \frac{T_2}{T_1 - T_2} 50\% = 6.6$$

而

$$w = \frac{Q_2}{|A|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$$

故
$$Q_2 = \frac{w}{w+1}|Q_1| = 2.6 \times 10^5 \text{ J}$$

需作功
$$|A| = \frac{Q_2}{w} = |Q_1| - Q_2 = 4.0 \times 10^4 \text{ J}$$

8.39 νmol 理想气体等温可逆膨胀为原体积的 2 倍。(1)求气体熵的增量(2)若将气体与恒温热源一起，作为一个孤立系统，求这孤立系统熵的增量。

解 (1)

$$\Delta S_{气} = \nu R\ln\frac{V_2}{V_1} = \nu R\ln 2$$

(2)

$$\Delta S_{源} = \int\frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{-\nu RT\ln 2}{T} = -\nu R\ln 2$$

$$\Delta S_{总} = \Delta S_{气} + \Delta S_{源} = 0$$

或直接根据熵增原理，孤立系统内进行可逆过程，系统的熵不变，故 $\Delta S_{总}=0$。

8.40 2mol 双原子理想气体由 $p_1=5\times10^5\text{Pa}$、$V_1=10\times10^{-3}\text{m}^3$ 绝热不可逆膨胀到 $p_2=2\times10^5\text{Pa}$、$V_2=20\times10^{-3}\text{m}^3$，求气体熵的增量。（提示：不是绝热可逆膨胀）

解 设想经等体可逆过程 ab 和等压可逆过程 bc 连接始终态，则

$$\begin{aligned}\Delta S &= \nu\left(C_V\ln\frac{T_b}{T_a}+C_p\ln\frac{T_c}{T_b}\right)\\ &= \nu\left(C_V\ln\frac{p_b}{p_a}+C_p\ln\frac{V_c}{V_b}\right)\\ &= 2\left(\frac{5}{2}\times8.31\ \ln\frac{2}{5}+\frac{7}{2}\times8.31\ \ln\frac{20}{10}\right)\text{J/K}\\ &= 2.25\ \text{J/K}\end{aligned}$$

8.41 1mol 氧气（可视为刚性双原子理想气体）经历 $a-b-c$ 过程（如题 8.41 图所示）。求：(1)此过程中气体对外所作的功；(2)此过程中气体吸收的净热；(3)过程前后，气体熵的增量。

解 (1)

$$\begin{aligned}A &= abc\text{下的面积}\\ &= \frac{1}{2}(p_a+p_b)(V_b-V_a)+\frac{1}{2}(p_b+p_c)(V_c-V_b)\\ &= 1.3\times10^3\ \text{J}\end{aligned}$$

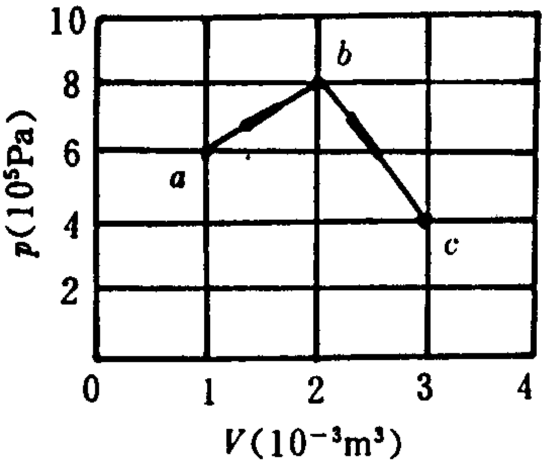
(2)因

$$\Delta E = \nu C_V(T_c-T_a)$$

$$=\nu\frac{5}{2}R\left(\frac{p_cV_c}{\nu R}-\frac{p_aV_a}{\nu R}\right)$$

$$=\frac{5}{2}(p_cV_c-p_aV_a)=1.5\times10^3\ \mathrm{J}$$

故 $$Q=\Delta E+A=2.8\times10^3\ \mathrm{J}$$



题 8.41 图

(3)设想以等压可逆过程 ae 和等容可逆过程 ec 连接始终态，
体
则

$$\Delta S=\nu C_p\ln\frac{T_e}{T_a}+\nu C_V\ln\frac{T_c}{T_e}$$

$$=\nu\frac{7}{2}R\ln\frac{V_e}{V_a}+\nu\frac{5}{2}R\ln\frac{p_c}{p_e}$$

$$=23.5\ \mathrm{J/K}$$

8.42 1kg0℃的水与一个 100℃的大热源接触，水温上升为 100℃。求：(1)水的熵变；(2)热源的熵变；(3)水和热源两者的总熵变。(提示：这是不可逆过程。设想一系列无限小温差的热源与水依次接触，以这样的可逆过程连接水的始终态，求 $\Delta S_{水}$。求 $\Delta S_{源}$ 时，注意热源温度是恒定的)

解 (1)设以可逆过程使水升温

$$\Delta S_{水}=\int\frac{\mathrm{d}Q}{T}=\int_{T_a}^{T_b}\frac{cM\mathrm{d}T}{T}$$

$$=cM\ln\frac{T_b}{T_a}=1.30\times10^3\ \mathrm{J/K}$$

(2)

$$\Delta S_{源}=\int_{T_a}^{T_b}\frac{-cM\mathrm{d}T}{T_{源}}=-\frac{cM}{T_{源}}(T_b-T_a)$$

$$=-1.12\times10^{-3}\ \mathrm{J/K}$$

(3)

$$\Delta S_{总}=\Delta S_{水}+\Delta S_{源}=180\ \mathrm{J/K}>0$$

因为水和热源一起为孤立系统，经过一不可逆过程，$\Delta S>0$，这正是熵增原理。

8.43 1mol 0℃的冰在 1atm 下变为 60℃的水。求熵变 ΔS。冰的熔解热 $\lambda=3.34\times10^5\mathrm{J/kg}$，比热 $c=4.186\times10^3\mathrm{J/(kg\cdot K)}$。（提示：设想先 1atm、273K 下可逆相变化为 0℃的水，再经可逆过程变为 60℃的水）

解 设经下列可逆过程，由始态变到终态

$$\boxed{\begin{matrix}1\mathrm{atm}\\273\mathrm{K}\\冰\end{matrix}}\xrightarrow[\Delta S_1]{\text{等温等压可逆相变化}}\boxed{\begin{matrix}1\mathrm{atm}\\273\mathrm{K}\\水\end{matrix}}\xrightarrow[\Delta S_2]{\text{等压可逆过程}}\boxed{\begin{matrix}1\mathrm{atm}\\333\mathrm{K}\\水\end{matrix}}$$

$$\Delta S_1=\frac{Q}{T_1}=\frac{\lambda M}{T_1}$$

$$=\frac{3.34\times10^5\times18\times10^{-3}}{273}=22.0\ \mathrm{J/K}$$

$$\Delta S_2=\int\frac{\mathrm{d}Q}{T}=\int_{T_1}^{T_2}\frac{cM\mathrm{d}T}{T}$$

$$=cM\ln\frac{T_2}{T_1}=15.0\ \mathrm{J/K}$$

因此 $$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 37.0 \text{ J/K}$$

8.44 体积相同的容器 A 和 B 内，分别装有甲气体 M_1kg 和乙气体 M_2kg，它们的压强和温度都相同。若使 A 与 B 连通，甲、乙气体互相扩散，求这系统的总熵变。(提示：设想两种气体都等温可逆膨胀为原体积的 2 倍。)

解 设两种气体都等温可逆膨胀为原体积的 2 倍，故

$$\Delta S_{甲} = \frac{M_1}{\mu_1} R\ln 2$$

$$\Delta S_{乙} = \frac{M_2}{\mu_2} R\ln 2$$

因为原 A、B 内 p、V_0、T 均相同，故

$$\frac{M_1}{\mu_1} = \frac{M_2}{\mu_2} = \frac{pV_0}{RT}$$

故 $$\Delta S = \Delta S_{甲} + \Delta S_{乙} = 2\left(\frac{M_1}{\mu_1}\right) R\ln 2$$