

**M5.1** Considerando a função  $f(x)$  dada pela tabela

$x_i$	5.0	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	6.0
$f_i$	0.0639	0.0800	0.0988	0.1203	0.1442	0.1714	0.2010	0.2331	0.2673	0.3036	0.3414

qual o valor aproximado da função no ponto  $x = 5.45$ , bem como o segmento da spline correspondente desse ponto

a) usando uma 'spline' cúbica sem considerar derivadas nos extremos?

b) usando uma 'spline' cúbica completa?

a) `s3 = spline(x,f)` - cria a spline

`s3.coefs` - dá nos os coeficientes dos vários segmentos numa matriz. Cada linha corresponde ao respetivo segmento. O ponto  $x=5.45$  está compreendido entre  $x=5.4$  e  $x=5.5$  - corresponde ao 5º segmento

Logo `s3.coefs(5,:)` = [ -0.3521 0.2004 0.2555 0.1442 ] - isso significa

que  $s3.5 = -0.3521(x-5.4)^3 + 0.2004(x-5.4)^2 + 0.2555(x-5.4) + 0.1442$

( $x(5) = 5.4$ , devido a ser o 5 segmento)

Valor aproximado em  $x=5.45$  - `spline(x,f,5.45)` - neste caso será igual a 0.1574

b) `s3 = spline(x,[dd0 f ddn])` - `dd0` e `ddn` são as derivadas no ponto inicial e no ponto final, respetivamente

### Exemplo

x	0	2	3	5	8	12
y	0	15	13	25	28	42

Considere a tabela para construir a spline cúbica que interpola todos pontos. Estime o valor em  $x = 4$

### Exemplo

```
>> x=[0 2 3 5 8 12];
>> y=[0 15 13 25 28 42];
>> pp=spline(x,y);
>> pp.coefs
ans =
    2.0488   -13.4105    26.1260         0
    2.0488    -1.1179    -2.9309    15.0000
   -1.2591     5.0284     0.9797    13.0000
    0.2883    -2.5263     5.9839    25.0000
    0.2883     0.0688    -1.3887    28.0000
%construção dos 5 segmentos
S1(x) = 2.0488*(x-0)^3 + -13.4105*(x-0)^2 + 26.1260*(x-0) + 0
S2(x) = 2.0488*(x-2)^3 + -1.1179*(x-2)^2 + -2.9309*(x-2) + 15.0000
S3(x) = -1.2591*(x-3)^3 + 5.0284*(x-3)^2 + 0.9797*(x-3) + 13.0000
S4(x) = 0.2883*(x-5)^3 + -2.5263*(x-5)^2 + 5.9839*(x-5) + 25.0000
S5(x) = 0.2883*(x-8)^3 + 0.0688*(x-8)^2 + -1.3887*(x-8) + 28.0000
% estimacão do valor em x=4
>> xx=spline(x,y,4)
xx=
    17.7490
```

## Exemplo

```
>> x=[0 2 3 5 8 12];
>> y=[0 15 13 25 28 42];
% forçar a curvatura nula nos extremos "[0 y 0]"
>> pp=spline(x,[0 y 0]);
>> pp.coefs
ans =
    -3.2593    10.2685         0         0
         5.3240    -9.2870     1.9630    15.0000
        -1.6828     6.6850    -0.6390    13.0000
         0.5919    -3.4116     5.9079    25.0000
        -0.3488     1.9154     1.4192    28.0000
%construção dos 5 segmentos
S1(x) = -3.2593*(x-0)^3 + 10.2685*(x-0)^2
S2(x) = 5.3240*(x-2)^3 -9.2870*(x-2)^2 + 1.9630*(x-2) + 15.0000
S3(x) = -1.6828*(x-3)^3 + 6.6850*(x-3)^2 -0.6390*(x-3) + 13.0000
S4(x) = 0.5919*(x-5)^3 -3.4116*(x-5)^2 + 5.9079*(x-5) + 25.0000
S5(x) = -0.3488*(x-8)^3 + 1.9154*(x-8)^2 + 1.4192*(x-8) + 28.0000
% estimação do valor em x=4
>> xx=spline(x,[0 y 0],4)
xx =
    17.3633
>> xx=spline(x,[0 y 0], [0 1 2 3 4 5 6 7 8 12])
xx =
0    7.0093    15.0000    13.0000    17.3633    25.0000    28.0881    27.9043    28.0000    42.0000
% reparar que há interpolação nos nós da spline (0,0), (2,15), (3,13), (5,25), (8,28), (12,42)
```