

**Cálculo**

Teste 1

Nome Completo

Número

JUSTIFIQUE CUIDADOSAMENTE TODAS AS SUAS RESPOSTAS**Grupo I**RESOLVER NO ENUNCIADO

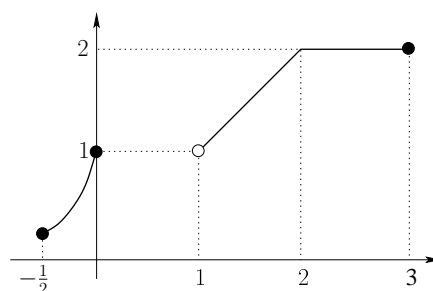
1. (1.5 valores) Considere o conjunto $A = \{x \in \mathbb{R} : |2 - x^2| < 3\}$. Represente A na forma de um intervalo ou de uma união de intervalos reais.

2. (6.5 valores) Considere a função $f : [-\frac{1}{2}, 0] \cup [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico está representado na figura. No intervalo $[-\frac{1}{2}, 0]$, f é definida por $f(x) = (x + 1)^2$.

(a) Indique o contradomínio da função f .

(b) A função f é injetiva?

(c) Classifique a função f quanto à derivabilidade.



(d) Determine $f'(0)$.

(e) Defina, analiticamente, um prolongamento contínuo da função f ao intervalo $[-\frac{1}{2}, 3]$ e que seja derivável no ponto zero.

Grupo II

RESOLVER NA FOLHA DE TESTE

1. (1.5 valores) Resolva, em \mathbb{R} , $\text{sen}(\arccos x) = \frac{1}{3}$.

2. (2 valores) Mostre que

$$\text{argcosech } x = \ln \left(\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} \right), \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

3. (4.5 valores) Considere a função $g :]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 + x^2}{\text{sen } x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(a) Mostre que g é uma função contínua.

(b) Calcule $g'(0)$.

(c) Defina a função g' .

Grupo III (4 valores)

RESOLVER NO ENUNCIADO

Indique, justificando, o valor lógico de cada uma das seguintes afirmações:

1. Existe um conjunto A tal que $A' = [0, 1] \cup \{3\}$.

2. Se $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| = |\ell|$, então $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \ell$.

3. Existe uma função g , real de variável real, que é contínua em um único ponto.

4. Existem duas funções f e g , reais de variável real, que não são a função identidade e tais que $(g \circ f)(x) = (x + 1)^5$.