Folha 1

Exercício 1.1 Para cada um dos conjuntos, identifique o interior, a aderência, o derivado e a fronteira; indique se existem pontos isolados e diga se se trata de um conjunto aberto, fechado ou limitado.

a) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 1 \leq y < 2\} \cup \{(0,0)\}$;
b) $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0\}$;
c) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2 < x^2 + y^2 \leq 4\}$;
d) $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\} \cup \{(x,0) \in \mathbb{R}^2 : 3 \leq x < 4\}$;
e) $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ ou } z = 0\}$;
f) $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0 \text{ e } y \neq 0\}$;
g) $G = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 1\}$;
h) $H = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 4\}$.

Exercício 1.2 Indique o domínio da função real de variáveis reais, definida por:

a) $f(x,y) = \dfrac{x+y}{x-y}$;
b) $f(x,y) = \sqrt{4x^2 + 9y^2 - 36}$;
c) $f(x,y) = \ln(1 + xy)$;
d) $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}}$.

Exercício 1.3 Esboce uma representação gráfica da função real de variáveis reais, definida por:

a) $f : [0,2] \times [0,3] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = x$;
b) $f : [-1,1]^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = y^2$.
c) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Exercício 1.4 Determine e esboce algumas curvas de nível da função real de variáveis reais, definida por:

a) $f(x,y) = x^2 - y^2$;
b) $f(x,y) = 3\left(1 - \frac{x}{2} - \frac{y}{4}\right)$;
c) $f(x,y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$.

Exercício 1.5 Esboce ou descreva as superfícies definidas pelas seguintes equações:

a) $4x^2 + y^2 = 16$;
b) $x + 2z = 4$;
c) $z^2 = y^2 + 4$;
d) $\frac{x}{4} = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9}$;
e) $z = x^2$;
f) $y^2 + z^2 = 4$;
g) $z = \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9}$;
h) $4x^2 - 3y^2 + 2z^2 = 0$;
i) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{9} = 1$.

Exercício 1.6 Determine o domínio da função vetorial, definida por:

a) $\boldsymbol{f}(t) = (t, \operatorname{sen} t)$;
b) $\boldsymbol{g}(x,y) = \left(\sqrt[3]{x-2}, \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1}}, y\right)$;
c) $\boldsymbol{h}(x,y,z) = \left(\frac{x^2}{yz}, \sqrt{y-1}, \sqrt{\frac{5-z}{1-x}}\right)$;
d) $\boldsymbol{r}(t) = \left(\ln t, \frac{t}{t-1}, e^{-t}\right)$.