Mestrado Integrado em Engenharia Informática Introdução aos Sistemas Dinâmicos 2018/19

Dep. de Matemática e Aplicações

— edo's primeira ordem separáveis ————

Consulte o ficheiro 'Folha5.nb'.

Exercício 1.

(a) Soluções constantes

$$\mathbb{R}^+ \to \mathbb{R} \quad e \quad \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 0 \quad x \mapsto 0$$

Soluções não constantes

(b) Solução constante

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \mathbf{0} \end{array}$$

Soluções não constantes

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}, & c \in \mathbb{R} \backslash \{0\} \\ x & \mapsto & \frac{c}{(x^2 + 1)^2} \end{array}$$

(c) Soluções não constantes

$$\mathbb{R}^{+} \to \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \mathbb{R}^{+} \to \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \mathbb{R}^{-} \to \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \mathbb{R}^{-} \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -x \qquad x \mapsto x \qquad x \mapsto -x \qquad x \mapsto x$$

$$\mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad c \in \mathbb{R}^{+}$$

$$x \mapsto -\sqrt{x^{2} + 2c} \qquad x \mapsto \sqrt{x^{2} + 2c}$$

(d) Solução constante

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \mathbf{0} \end{array}$$

Soluções não constantes

$$\begin{array}{cccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \,, & & c \in \mathbb{R} \backslash \{0\} \\ x & \mapsto & c \, e^{x^2/2} \end{array}$$

(e) Solução constante

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \mathbf{0} \end{array}$$

Soluções não constantes

$$]-\infty, c[\rightarrow \mathbb{R} \qquad e \qquad]c, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}, \qquad c \in \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{1}{x-c} \qquad x \mapsto \frac{1}{x-c}$$

Exercício 2.

(a)
$$]-2,3[\rightarrow \mathbb{R}$$

$$t \mapsto \frac{1}{t^2-t-6}$$

(b)
$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$t \mapsto \frac{1}{t^2 - t + 6}$$

(c)
$$\left[\frac{\sqrt{15}}{2}, +\infty \right[\rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{-1 + \sqrt{4x^2 - 15}}{2}$$

Exercício 3.

(a)
$$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

 $x \mapsto -2e^{3x^2}$

(b)
$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
 $t \mapsto e^{t^2} - 1$

(c)
$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

 $x \mapsto 2e^{\operatorname{sen}(x+1)}$

Exercício 4.

(a)
$$y(x) = \frac{1}{c - \cos(x)}$$
, $c \in \mathbb{R}$

(b)
$$y(x) = 0$$
; $y(x) = 1$; $\log \left| \frac{y-1}{y} \right| = e^x + c$, $c \in \mathbb{R}$

(c)
$$y(x) = \frac{\pi}{2} + k \pi$$
, $k \in \mathbb{Z}$; $\operatorname{tg}(y) = 2 \operatorname{sen}(2x) - 4x + c$, $c \in \mathbb{R}$

(d)
$$y + \frac{y^2}{2} = \frac{x \sin(2x)}{2} + \frac{\cos(2x)}{4} + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

(e)
$$y(x) = \log(\sin(x) + c)$$
, $c \in \mathbb{R}$

(f)
$$\frac{3y}{2} - \frac{1}{4} \operatorname{sen}(2y) = x \operatorname{sen}(x) + \cos(x) + c, \quad c \in \mathbb{R}$$

Exercício 5. A solução maximal que passa no ponto P=(1,1) é:

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \mathbf{1} \end{array}$$

A solução maximal que passa no ponto $Q=\left(0,\frac{1}{2}\right)$ é:

$$] - \sqrt[3]{2}, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 1 - \frac{1}{x^3 + 2}$$