



Universidade do Minho

# Engenharia Económica

Paula Varandas Ferreira  
Departamento de Produção e Sistemas  
(paulaf@dps.uminho.pt)

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

- ⇒ O processo de tomada de decisão implica a análise dos fluxos financeiros de cada alternativa de investimento de modo a que estes possam ser avaliados em termos da sua eficiência económica
- ⇒ Avaliação baseia-se na aplicação do princípio da equivalência, que permite traduzir diferentes fluxos financeiros numa soma equivalente ou numa série de fluxos com horizontes temporais comparáveis.
- ⇒ Para a comparação de máquinas ou diferentes propostas de investimento será necessário conhecer diversos elementos que permitem caracterizar cada alternativa

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

- ⇒ A vida económica do projecto, definida de acordo com as características técnicas do equipamento e com a aceitação do produto pelo mercado (n).
- ⇒ A taxa de interesse a aplicar na actualização dos fluxos financeiros. Esta taxa deverá ser a taxa mínima exigida pelo investidor, conhecida como a taxa mínima de atractividade.
- ⇒ Os fluxos financeiros do projecto em termos de valores monetários envolvido e momentos em que ocorrem ao longo da vida económica do projecto. Onde se incluem:

3

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

- ⇒ Ci- Custo de aquisição, que poderá ocorrer na totalidade no início do projecto ou implicar pagamentos adicionais ao longo da vida do projecto.
- ⇒ R- Custos regulares, que representam pagamentos a efectuar periodicamente ao longo da vida do projecto.
- ⇒ Cx- Custos irregulares, que representam pagamentos a efectuar em determinados momentos ao longo da vida do projecto.
- ⇒ R'- Recebimentos, que representam proveitos/benefícios auferidos ao longo da vida do projecto.
- ⇒ VR- Valor residual, que representa o valor que pode ser recuperado após a vida útil do projecto.

4

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Na comparação de opções às quais não são atribuídos benefícios financeiros directos ou que trarão os mesmos benefícios, a análise será feita apenas com base no custo total e a escolha deverá recair naquela que apresentar um menor custo em valor absoluto.

- ☐ Avaliação pelo valor presente
- ☐ Avaliação pela anuidade equivalente
- ☐ Opções com igual tempo de vida
- ☐ Opções com diferente tempo de vida

5

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Uma das formas mais simples de proceder à comparação alternativas é reportar todos os fluxos financeiros ao momento presente.

⇒ Avaliação pelo valor presente:

O valor presente (VP) representa o valor de uma determinada opção reportado ao momento actual medido em unidades monetárias.

- + proveitos ou benefícios actualizados obtidos pelo projecto
- custos actualizados incorridos pelo projecto.

---

**VP**

6

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ No caso de projectos que não geram um benefício quantificável em valores monetários, o valor de VP apenas representará a totalidade dos custos e apresentará assim um valor negativo.

⇒ Uma casa arrendada gera 12000 € anuais. Os custos anuais de manutenção são 3000 €. Sabendo que se estima que a casa pode ser vendida por 145000 € dentro de 10 anos, quanto poderá ser pago por ela agora assumindo que taxa de interesse mínima exigida pelo investidor é de 8% ao ano.

7

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

$$VP = -C_i + 12000 F_{AP,8\%,10} - 3000 F_{AP,8\%,10} + 145000 F_{FP,8\%,10} = -C_i + 127554$$

Para o investimento ser lucrativo deverá ter um  $VP > 0$ .

$$-C_i + 127554 > 0 \Leftrightarrow C_i < 127554\text{€}.$$

O custo de aquisição da casa deverá ser inferior a 127554€.

8

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ **Anuidade equivalente.**

⇒ Variante do VP. Converte todos os pagamentos e recebimentos num valor uniforme anual (A), ao longo da vida do projecto ou equipamento (n).

$$A = VP \times F_{PA,i,n}$$

⇒ Um apartamento vai ser adquirido por 120 000 €. Os custos anuais de manutenção são 3000 € e estima-se que a casa possa ser vendida por 110000 € dentro de 15 ano. Se o investidor pretender arrendar o apartamento qual deverá ser o valor da renda anual a cobrar, sabendo que o investidor pretende obter uma taxa de interesse de 15% ao ano? E a renda mensal?

9

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ **Anuidade equivalente.**

$$VP = -120000 - 3000 F_{AP,15\%,15} + 110000 F_{FP,15\%,15} = -124023,7$$

$$A = 124023,7 F_{PA,15\%,15} = 21210 \text{ €/ano}$$

Para o investimento ser lucrativo o apartamento deverá ser arrendado por 21210 €/ano.

$$(1+0,15) = (1+i_m)^{12} \Leftrightarrow i_m = 1,171\%$$

$$A = 21210 F_{FA; 1,171\%; 12} = 1656 \text{ €/mês ou}$$

$$A = 124023,7 F_{PA; 1,17\%; 180} = 1656 \text{ €/mês}$$

10

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Selecção de projectos pelo valor presente (VP) ou pela anuidade equivalente:

	Alternativa A	Alternativa B	Decisão
Valor presente ou anuidade	+ 2000	+ 1000	A
Valor presente ou anuidade	- 2000	- 1000	B
Valor presente ou anuidade	+ 500	- 1000	A

11

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Comparação de opções com igual tempo de vida

Cálculo directo. Seleccionar a opção que apresentar maior valor económico.

Na análise pelo valor presente, o valor VP, de cada alternativa, é calculado com base na taxa mínima de atractividade e nos custos e receitas do projecto, ao longo da sua vida útil.

*Compare as seguintes propostas para aquisição de uma máquina, assumindo uma taxa de interesse de 12% ao ano.*

<i>Custos</i>	<i>Opção A</i>	<i>Opção B</i>
<i>Custo inicial (<math>C_i</math>)</i>	<i>50000</i>	<i>70000</i>
<i>Custos anuais de manutenção (<math>R</math>)</i>	<i>6000</i>	<i>--</i>
<i>Substituição de peças ao fim do terceiro ano (<math>C_{f3}</math>)</i>	<i>--</i>	<i>7000</i>
<i>Valor residual (<math>VR</math>)</i>	<i>8000</i>	<i>5000</i>
<i>Tempo de vida (<math>n</math>)</i>	<i>15</i>	<i>15</i>

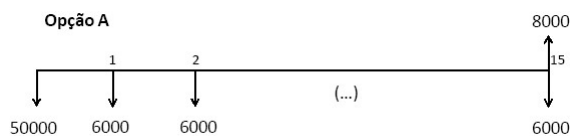
*Valores em €*

12

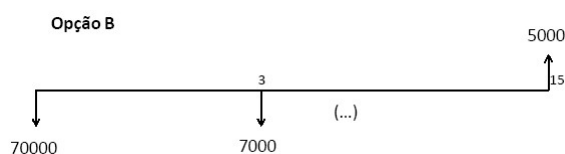
## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho



$$VP(\text{Opção A}) = -50000 - 6000 F_{AP,12\%,15} + 8000 F_{FP,12\%,15} = -89404 \text{ €}$$



$$VP(\text{Opção B}) = -70000 - 7000 F_{FP,12\%,3} + 5000 F_{FP,12\%,15} = -74069 \text{ €}$$

**Decisão ?**

13

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Comparação de opções com igual tempo de vida

*Um investidor está a analisar três alternativas incluídas num programa de modernização da linha de produção.*

	Alternativa A	Alternativa B	Alternativa C
Custo inicial	10000	15000	20000
Benefícios anuais	1990	2530	3310
Custos anuais	400	400	550
Vida útil	10	10	10

(€)

*Assumindo uma taxa mínima de atractividade de 6% ao ano, qual das alternativas deverá ser seleccionada?*

14

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Comparação de opções com igual tempo de vida

$$VP (\text{Opção A}) = -10000 + (1990-400) F_{AP,6\%,10} = 1702 \text{ €}$$

$$VP (\text{Opção B}) = -15000 + (2530-400) F_{AP,6\%,10} = 677 \text{ €}$$

$$VP (\text{Opção C}) = -20000 + (3310-550) F_{AP,6\%,10} = 314 \text{ €}$$

A opção A deverá ser seleccionada porque  $VP_A > VP_B > VP_C$ .

15

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Comparação de opções diferente tempo de vida.

O cálculo deverá ser realizado reportando ao mesmo número de anos.

⇒ Se a análise não for feita considerando um período de tempo comum, o valor presente irá geralmente favorecer a opção com menor tempo de vida.

⇒ Horizonte comum a ambas as alternativas

Tempo de vida igual o mínimo múltiplo comum (mmc) dos tempos de vida das opções em análise.

Assume que os fluxos financeiros de uma opção se repetem ao longo de um período de tempo igual ao mmc.

16



## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Exemplo:

$n(A) = 6$  anos

$n(B) = 9$  anos

$\text{mmc}(A,B) = 18$  anos

Opção A será analisada para 3 ciclos de vida e opção B será analisada para 2 ciclos de vida.

*Um investidor tem duas propostas para construção de um armazém. Uma será feita em madeira e a outra em aço. A tabela seguinte caracteriza financeiramente as opções. Compare as opções com base no valor presente e assumindo uma taxa de interesse de 12% ao ano*

17

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

Custos	Madeira	Aço
Custo inicial ( $C_i$ )	40000	60000
Custos anuais de manutenção ( $R$ )	6500	3500
Valor residual ( $VR$ )	5000	--
Tempo de vida ( $n$ )	10	15

Valores em €

~~$$VP(\text{Madeira}) = -40000 - 6500 F_{AP,12\%,10} + 5000 F_{FP,12\%,10} = -75117€$$~~

~~$$VP(\text{Aço}) = -60000 - 3500 F_{AP,12\%,15} = -83838€$$~~



Madeira

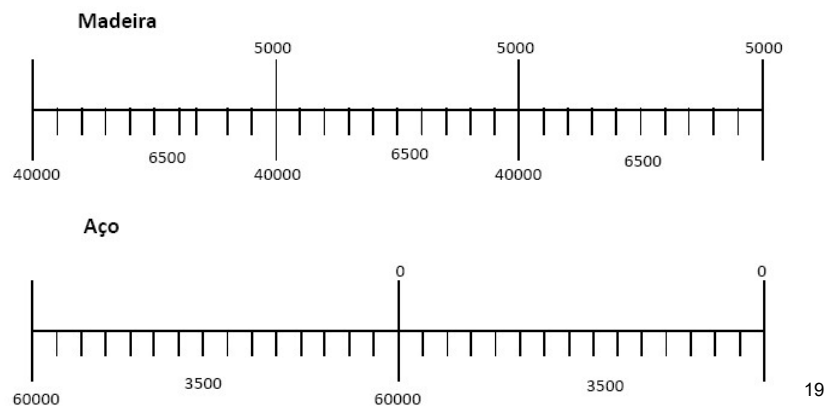
18

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ mmc (10, 15) = 30 anos



19

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

$$\begin{aligned} VP(\text{Madeira}) &= -40000 (1 + F_{FP,12\%,10} + F_{FP,12\%,20}) - 6500 F_{AP,12\%,30} + 5000 (F_{FP,12\%,10} + F_{FP,12\%,20} + F_{FP,12\%,30}) \\ &= -107423 \text{ €} \end{aligned}$$

$$VP(\text{Aço}) = -60000 (1 + F_{FP,12\%,15}) - 3500 F_{AP,12\%,30} = -99154 \text{ €}$$

**Decisão ?**



**Aço**

20

## 2. Comparação de custos



Universidade do Minho

⇒ Comparação de opções diferente tempo de vida.

⇒ Alternativa: Critério da anuidade equivalente

Baseia-se também no pressuposto da possibilidade de repetição das condições de realização dos investimentos ao longo do tempo.

*Compare as opções apresentadas no exercício anterior com base na anuidade equivalente e assumindo uma taxa de interesse de 12% ao ano.*

$$A \text{ (Madeira)} = -40000 F_{PA,12\%,10} - 6500 + 5000 F_{FA,12\%,10} = -13294 \text{ €/ano}$$

$$A \text{ (Aço)} = -60000 F_{PA,12\%,15} - 3500 = -12309 \text{ €/ano}$$

21