Universidade do Minho

Dep. de Matemática e Aplicações

Mestrado Integrado em Engenharia Informática
Introdução aos Sistemas Dinâmicos
2018/19

edo's primeira ordem lineares

Exercício 1. Verifique que as seguintes equações diferenciais são lineares e determine as suas soluções maximais:

(a) $y' = -2y + 50\,e^{-10x}$ (b) $y' + \dfrac{3y}{x} + 3x = 2$ (c) $y' - \dfrac{1}{x}y = -x$

(d) $y' + 2y = 4x^3 e^{-2x}$ (e) $x' = \dfrac{x}{t} + 3t$ (f) $y' = \dfrac{y}{x} - xe^x$

(g) $y' - \dfrac{4}{x}y = -\dfrac{2}{x^3}$ (h) $y' - \dfrac{4}{x}y = x^5 e^x$ (i) $y' + \dfrac{y}{x} = 2x^3 - 1$

Exercício 2. Para cada uma das equações, determine a solução maximal da equação que passa no ponto referido:

(a) $x^2y' + xy = 1,\ \ P = (1,2)$ (b) $y' + (1-2x)y = x\,e^{-x},\ \ P = (0,2)$

(c) $y' + 3t^2y = e^{-t^3+t},\ \ P = (0,2)$ (d) $r' - \cos(\theta)r = \theta\, e^{\theta^2 + \operatorname{sen}(\theta)},\ \ P = (0,1)$

Exercício 3. Determine a solução maximal dos seguintes problemas de valores iniciais:

(a) $\begin{cases} x\dfrac{dy}{dx} - y = x^2 \operatorname{sen}(x) \\ y(\pi/2) = \pi/2 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} \cos(x)\dfrac{dy}{dx} + y\operatorname{sen}(x) = 1 \\ y(0) = 2 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} xy' + \dfrac{1}{x}y = \dfrac{1}{x} \\ y(1) = 1 \end{cases}$

Exercício 4. Resolva os seguintes problemas de valores iniciais:

(a) $\begin{cases} y' + \dfrac{y}{x} = 3x - 2 \\ y(-1) = 4 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x' = \dfrac{x}{t} - te^t \\ x(1) = 0 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} y' = \cos(x) - 3y \\ y(0) = 0 \end{cases}$

Exercício 5. Determine a solução maximal da equação diferencial

$$\cos(x)\,\frac{dy}{dx} - y\operatorname{sen}(x) = \cos(x)\,e^{\operatorname{sen}(x)}$$

que passa no ponto $(0,2)$.