

## Problemas 5

### Introdução à Física Quântica (continuação)

Os enunciados dos problemas identificados com ‘Scarani’ devem ser consultados no livro *Six Quantum Pieces*, Valerio Scarani, World Scientific (2010). As resoluções dos problemas deste livro encontram-se no final dos capítulos. Os ficheiros PDF dos primeiros dois capítulos deste livro podem ser descarregados em <https://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/7965>

### Sobreposição de estados e entrelaçamento

1. Um protão encontra-se no estado de spin descrito por

$$|\psi\rangle = 0.5|\uparrow\rangle + 0.866|\downarrow\rangle$$

Qual é a probabilidade de, ao efetuar uma medida, encontrar o protão no estado  $|\uparrow\rangle$  e qual a probabilidade de o encontrar no estado  $|\downarrow\rangle$  ? [Sol.:  $P_{\uparrow} = 0.25$ ;  $P_{\downarrow} = 0.75$ ]

2. Uma determinada partícula está num estado quântico definido pelo vetor estado

$$|\psi\rangle = 0.1|\leftarrow\rangle + 0.3i|\uparrow\rangle + 0.5|\rightarrow\rangle - 0.4|\downarrow\rangle + \alpha|\leftrightarrow\rangle$$

Qual é a probabilidade de a partícula, ao se efetuar uma medida, ficar no estado  $|\leftrightarrow\rangle$  ? [Sol.: 0.49]

3. Scarani, Cap. 1, Ex. 1.3 [Sol.:  $P(\alpha|\beta) = \cos^2(\alpha - \beta)$ ;  $P(\alpha^\perp|\beta) = \sin^2(\alpha - \beta)$ ]

4. Scarani, Cap. 1, Ex. 1.4

[Sol.: estado não entrelaçado,  $|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + |V\rangle) = |\alpha = \pi/4\rangle \otimes |\beta = \pi/4\rangle$ ]

5. Scarani, Cap. 1, Ex. 1.5

6. Se tivermos duas partículas em que uma pode estar nos estados  $|A\rangle$  ou  $|B\rangle$ , e a segunda pode estar nos estados  $|\uparrow\rangle$ ,  $|\downarrow\rangle$ ,  $|\leftarrow\rangle$  ou  $|\rightarrow\rangle$ , quais são os estados possíveis das duas partículas? [Sol.:  $|A \uparrow\rangle$ ,  $|A \downarrow\rangle$ ,  $|A \leftarrow\rangle$ ,  $|A \rightarrow\rangle$ ,  $|B \uparrow\rangle$ ,  $|B \downarrow\rangle$ ,  $|B \leftarrow\rangle$ ,  $|B \rightarrow\rangle$ ]

7. Considere um trio de partículas que podem, cada uma, estar num estado  $|0\rangle$  ou  $|1\rangle$ .

O seu vetor estado é dado por:

$$|\psi\rangle = 0.1|000\rangle + 0.3535(1+i)|001\rangle + 0.2|010\rangle - 0.1|100\rangle + 0.5|011\rangle - 0.361|101\rangle + 0.55|111\rangle$$

- a) Qual é o estado mais provável, após uma medida?
- b) Se fizer 200 medidas em 200 sistemas idênticos a este, quantas vezes espera obter o estado  $|010\rangle$ ?
- c) Se fizer 20 medidas no mesmo sistema, quantas vezes espera obter o estado  $|010\rangle$ ?
- d) Qual é a probabilidade de, ao medir apenas a primeira das três partículas, a encontrar no estado  $|0\rangle$ ?
- e) Há alguma combinação de medidas que nunca aconteça?

[Sol.: a)  $|111\rangle$ ; b) 8; c) 20 ou zero; d) 0.55; e) sim:  $|110\rangle$ ]