



bifurcações

Exercício 1. Considere a família de transformações $f_c: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$.

$$x \mapsto x^2 + c$$

- (a) Determine os pontos fixos da transformação f_c , $c \in \mathbb{R}$.
- (b) Calcule o parâmetro c_0 para o qual ocorre uma bifurcação sela-nó.
- (c) Estude a dinâmica da transformação f_c , para $c > c_0$.
- (d) Mostre que para $c = c_0$ o ponto fixo não é atrativo nem repulsivo. Determine o conjunto dos pontos cuja trajetória converge para este ponto fixo.
- (e) Calcule o parâmetro c_1 para o qual ocorre uma bifurcação de duplicação do período.
- (f) Desenhe o diagrama de bifurcações dos pontos fixos de f_c .

Exercício 2. Considere a família logística de transformações $f_\lambda: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}^+$.

$$x \mapsto \lambda x(1 - x)$$

- (a) Determine os pontos fixos da transformação f_λ , $\lambda \in \mathbb{R}^+$.
- (b) Determine para que valores de λ é que os pontos fixos são atrativos e para que valores são repulsivos.
- (c) Determine os valores de λ para os quais a transformação f_λ tem uma órbita periódica de período 2.
- (d) Descreva as bifurcações que ocorrem quando $\lambda = 1$ e $\lambda = 3$.
- (e) Desenhe o diagrama de bifurcações dos pontos fixos de f_λ .

Exercício 3. Considere a família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x^2 + x - 2ax$, com $x \in \mathbb{R}$, para valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.

- (a) Relativamente aos pontos fixos de f_a , encontre os valores do parâmetro para os quais ocorrem bifurcações.
- (b) Desenhe o diagrama de bifurcações dos pontos fixos de f_a .

Exercício 4. Considere a família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_a(x) = x^3 - ax$, com $x \in \mathbb{R}$, para valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.

- (a) Relativamente aos pontos fixos de f_a , encontre os valores do parâmetro para os quais ocorrem bifurcações.
- (b) Desenhe o diagrama de bifurcações dos pontos fixos de f_a .

Exercício 5. Considere a família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_a(x) = ax + x^2$, com $x \in \mathbb{R}$, para valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.

- (a) Relativamente aos pontos fixos de f_a , encontre os valores do parâmetro para os quais ocorrem bifurcações.
- (b) Desenhe o diagrama de bifurcações dos pontos fixos de f_a .

Exercício 6. Considere a família parametrizada de sistemas dinâmicos $f_a(x) = a + x - x^2$, com $x \in \mathbb{R}$, para valores do parâmetro $a \in \mathbb{R}$.

- (a) Relativamente aos pontos fixos de f_a , encontre os valores do parâmetro para os quais ocorrem bifurcações.
- (b) Desenhe o diagrama de bifurcações dos pontos fixos de f_a .