



edo's primeira ordem separáveis

Exercício 1. Verifique que cada uma das seguintes equações diferenciais é separável e determine as suas soluções maximais (isto é, determine as suas soluções explícitas, indicando o intervalo maximal onde cada solução está definida):

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x} & \text{(b)} \frac{dy}{dx} = -\frac{4xy}{x^2 + 1} & \text{(c)} \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y} \\ \text{(d)} \frac{dy}{dx} = xy & \text{(e)} \frac{dy}{dx} = -y^2 & \end{array}$$

Exercício 2. Determine a solução maximal dos seguintes problemas de valores iniciais:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \begin{cases} x' = (1 - 2t)x^2 \\ x(0) = -1/6 \end{cases} & \text{(b)} \begin{cases} x' = (1 - 2t)x^2 \\ x(0) = 1/6 \end{cases} & \text{(c)} \begin{cases} y' = \frac{2x}{1 + 2y} \\ y(2) = 0 \end{cases} \end{array}$$

Exercício 3. Para cada uma das equações, determine a solução maximal da equação que passa no ponto referido:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} y' = 6xy, \quad P = (0, -2) \\ \text{(b)} x' = 2t(1 + x), \quad P = (0, 0) \\ \text{(c)} y' = \cos(x + 1)y, \quad P = (-1, 2) \end{array}$$

Exercício 4. Resolva as seguintes equações diferenciais separáveis:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \frac{dy}{dx} + y^2 \sin(x) = 0 & \text{(b)} \frac{dy}{dx} = e^x(y^2 - y) & \text{(c)} \frac{dy}{dx} = -8 \cos^2(y) \sin^2(x) \\ \text{(d)} y' = \frac{x \cos(2x)}{1 + y} & \text{(e)} y' = \cos(x) e^{-y} & \text{(f)} y' = \frac{x \cos(x)}{1 + \sin^2(y)} \end{array}$$

Exercício 5. Determine as soluções maximais da equação

$$y' = 3x^2(y - 1)^2, \quad x, y \in \mathbb{R}$$

que passam em cada um dos pontos $P = (1, 1)$ e $Q = (0, \frac{1}{2})$.