

2.8 Rede de filas Poissonianas (ou PPoint)

NOTAÇÃO:

i — tarefa/serviço

S_i — nº de servidores tarefa i

γ_i — taxa de chegadas/pedidos tarefa i

λ_i — taxa líquida de pedidos tarefa i

ϕ_{ki} — probabilidade de pedido transitar da tarefa k para a tarefa i

μ_i — taxa de serviço por servidor (tarefa i)

Cálculo da taxa líquida λ_i :

$$\lambda_i = \gamma_i + \sum_k \phi_{ki} \lambda_k$$

Determinação do nº mínimo de servidores por tarefa:

$\min_{(int)} S_i ?$

$$S_i \in \mathbb{N} : (S_i - 1)\mu_i < \lambda_i < S_i\mu_i$$

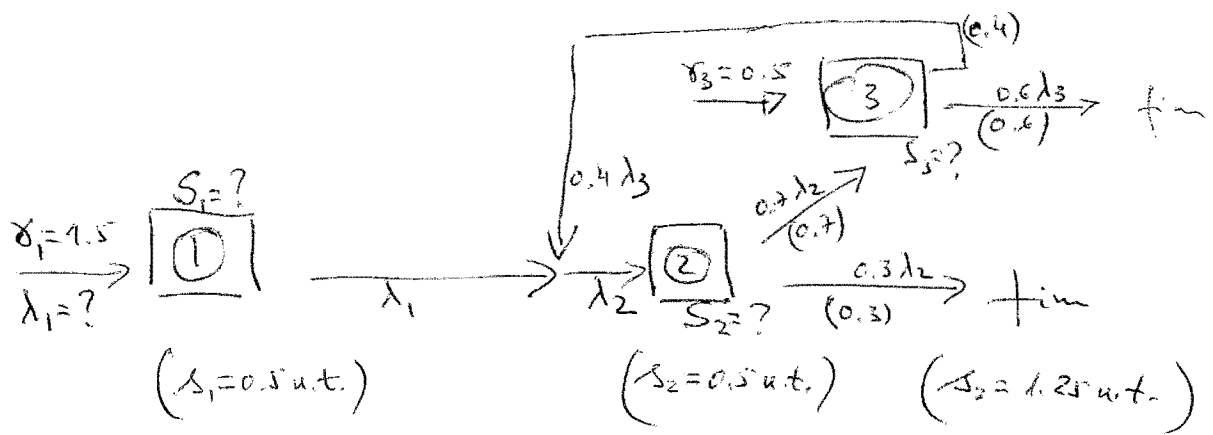
i.e. mínimo tal que M/M/S satisfaça

a condição de estacionaridade $\rho = \frac{\lambda}{S\mu} < 1$
(ou uma determinado máximo de ocupação...)

Determinação das estatísticas globais (L, L_q, W, W_q):

[1º] Resolver todos os sistemas simples M/M/S_i
($i = 1, 2, \dots, n$ de serviços)

[2º] Para cada tipo de entidade/pedido, montar as respectivas estatísticas parciais (M/M/S_i), tendo em conta as sequências de tarefas/serviços necessários à sua completa execução.



a)

$$\begin{cases} \lambda_1 = 1.5 + 0 = 1.5 \\ \lambda_2 = \lambda_1 + 0.4\lambda_3 \\ \lambda_3 = 0.5 + 0.7\lambda_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda_1 = 1.5 \\ \lambda_2 = 1.5 + 0.4\lambda_3 \\ \lambda_3 = 0.5 + 0.7(1.5 + 0.4\lambda_3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 1.5 \\ \lambda_2 = 2.36111 \\ \lambda_3 = 2.1528 \end{cases} \quad \text{pedidos por a. tiempo}$$

b)

TAREA →	①	②	③
λ_i	1.5	2.36111	2.1528
μ_i	2	2	0.8
(min) S_i	1	2	4
$\frac{\lambda_i}{S_i \mu_i}$	0.85	0.85	0.85
$P_i(\text{max})$	0.85	0.85	0.85
C_i	0.75	0.59	0.7 0.67
W_q	1.5	0.2674	0.3699
W	2	0.7674	1.6199

c)

Ver pg. siguiente	Pedidos + req.	1	1.39	0.97
Matriz fundamental	(números) W_q	1	1.39	0.97
	$\sum n_i + W_q$			2.23 u.t.
	W			4.64 u.t.

(Cont.)

	①	②	③
Pedidos - frequents			
n	0	0.56	1.39
w/g	→ 0.62 u.t.		
N	→ 2.68 u.t.		

⊗ Processo estocástico (estados representam as tarefas)

Q

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0
2	0	0	0.7	0.3	0
3	0	0.4	0	0	0.6
4	φ			1	0
5				0	1

1, 2, 3 → tarefas
4 e 5 → absorventes

Saida → (taref 2)
Saida → (taref 3)

Matriz fundamental

$$(I - Q)^{-1} = \begin{matrix} \begin{matrix} \text{pedidos} \oplus \text{frequents} \\ i = \end{matrix} & \begin{matrix} \text{pedidos} \oplus \text{frequents} \\ j = \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1.39 & 0.97 \\ 0 & 1.39 & 0.97 \\ 0 & 0.56 & 1.39 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

pedidos ⊕ frequents

⊗ n

↙ frequências de visita à tarefa j (a partir de i)

Obs. Também as taxas λ_i poderiam ser calculados a partir daqui:

$$\bar{\lambda} = \bar{\delta} (I - Q)^{-1} = [1.5 \ 0 \ 0.5] \begin{bmatrix} \dots \end{bmatrix}$$

$$\approx [1.5 \ 2.36 \ 2.15]$$