Escola de Ciências	**Opção UMinho** COMPUTAÇÃO COM R
Departamento de Matemática e Aplicações	
Folha prática 3 – 2018/2019	

Informação: Definimos arrays como estruturas de armazenamento de dados, com uma dimensão associada. Nos arrays todos os dados são do mesmo tipo e podem ser identificados por, pelo menos, um índice. Arrays especiais: unidimensionais, vetores; bidimensionais, matrizes. As matrizes no R têm uma classe própria, `matrix`, e uma dimensão (`dim`): número de linhas, número de colunas. A função genérica usada para definir matrizes é `matrix`. Também podemos definir matrizes usando outras funções (tal como `outer`) como veremos nos exercícios desta folha.

1. Defina as seguintes matrizes e verifique as suas características principais: classe e dimensão.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 \\ 2 & 5 & 8 & 11 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

   (a) Calcule $A + B$, a transposta de A, e o produto matricial $A \cdot A^T$.

   (b) Considere a matriz A e selecione (sucessivamente) a entrada $(2,3)$, a 2^{a} linha e a 1^{a} coluna desta matriz.

   (c) Substitua a 1^{a} coluna de A por uma coluna de 0 e todas as entradas pares de B por zeros.

2. Defina uma matriz quadrada, 6× 6, com todas as entradas nulas – matriz nula de ordem 6. Guarde-a num objeto com o nome `nul6`.

   (a) Aplique a `nul6` às funções `col` e `row` e use a matriz `C` definida por `col(nul6)-row(nul6)` para construir a matriz

$$m = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

   (b) Obtenha a matriz M, a partir de m, com diagonal principal o vetor (1, 2, 3, 4, 5, 6), e as restantes entradas iguais às de m. Use a função `diag`.

   (c) Obtenha a submatriz SM, a partir de M, constituída pelas colunas pares e pelas linhas ímpares de M.

   (d) Obtenha a posição das entradas de M com número par (verifique a opção `arr.ind` da função `which`).

Alguns exercícios desta ficha são tradução/adaptação de exercícios propostos por N. F. Grinberg and R. J. Reed e por C. Azevedo.

3. Considere a função `outer`. Esta função tem três argumentos obrigatórios, x, y e FUN. O argumento FUN corresponde a uma função com dois argumentos que opera sobre x e y de forma distributiva.

   (a) Usando a função `outer`, com os argumentos adequados, obtenha as seguintes matrizes,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 4 & 6 & 8 \\ 0 & 3 & 6 & 9 & 12 \\ 0 & 4 & 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$$

   (b) Use a função `apply` de forma a calcular a média dos elementos de cada uma das colunas de B. Use a função `colSums` e `rowSums` para obter, respetivamente, a soma dos elementos das colunas de A e a soma dos elementos das linhas de B. Use a função `apply` para obter o mesmo resultado.

   (c) Obtenha agora, de forma apropriada, a matriz C,

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -10 & -15 & -20 \\ 5 & 0 & -5 & -10 & -15 \\ 10 & 5 & 0 & -5 & -10 \\ 15 & 10 & 5 & 0 & -5 \\ 20 & 15 & 10 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

   Quais os índices de linha e coluna das entradas de C superiores a 10? Obtenha D, a partir de C, fazendo todas as entradas de C superiores a 10, iguais a 75.

4. Defina uma matriz 6× 10 de inteiros aleatórios de 1 a 10, executando o seguinte código

```
set.seed(987654321); mat<-matrix(sample(1:10,60,replace=T),nrow=6)
```

   (a) Quantas entradas em cada linha são maiores que 4?

   (b) Qual o máximo de cada coluna?

   (c) Que linhas têm exatamente duas ocorrências do número 7?

   (d) Que pares de colunas (eventualmente idênticas) têm como soma total das entradas um valor superior a 75 (no conjunto das duas colunas)?

5. Calcule: (a) $\displaystyle\sum_{i=1}^{20}\sum_{j=1}^{5}\frac{i^4}{3+j}$ (b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{20}\sum_{j=1}^{5}\frac{i^4}{3+i\,j}$ (c) $\displaystyle\sum_{i=1}^{10}\sum_{j=1}^{i}\frac{i^4}{3+i\,j}$

6. Considere dois vetores numéricos de comprimentos quaisquer (diferentes ou iguais), x=$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e y=$(y_1, y_2, \ldots, y_m)$. Pretende-se contar, para cada k fixo, $k = 1, \ldots, n$, quantas entradas y_j, $j = 1, \ldots, m$, são inferiores a x_k. Estes valores devem ser guardados num vetor z=$(z_1, z_2, \ldots, z_n)$. Defina funções f_1, f_2, f_3 que cumpram este objetivo de acordo com as seguintes instruções.

   (a) Usando a função `outer` para construir uma matriz lógica L cujas entradas são TRUE, ou FALSE, conforme cada entrada de y é menor, ou não, que cada entrada de x.

   (b) Usando a função `sapply`.

   (c) Usando o comando `for`.

   Teste as suas funções com vetores x e y obtidos por `x<-sample(1:10,5)` e `y<-sample(1:11,6)`.