

Informação: As funções definidas em R são objetos da classe `function` definidos com letra minúscula e com os argumentos a passarem entre vírgulas dentro de parêntesis curvos. O utilizador pode escrever as suas próprias funções usando a seguinte sintaxa:

```
f<-function(arg1, arg2, ...){regra ou regras separadas por ; ou mudança de linha}
```

1. Defina uma função `fun1` que tenha como argumento uma sequência numérica (x_1, x_2, \dots, x_n) e que devolva $(x_1, x_2^2, \dots, x_n^n)$ e outra função `fun2` que tenha o mesmo tipo de argumento e que devolva $(x_1, \frac{x_2^2}{2}, \dots, \frac{x_n^n}{n})$. Avalie as suas funções na sequência de -4 a 1 com passo 1 . Represente os resultados obtidos no mesmo gráfico, através de linhas quebradas.

2. Sejam $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ e $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$. Escreva uma função $f(x, y)$ que lhe permite obter:

(a) $(y_2 - x_1, \dots, y_n - x_{n-1})$

(b) $(e^{y_1} \cos(x_2), e^{y_2} \cos(x_3), \dots, e^{y_{n-1}} \cos(x_n))$

Inclua uma mensagem de erro caso os dois vetores x e y não tenham mesmo comprimento.

3. Escreva uma função que tenha como argumento uma sequência numérica (x_1, x_2, \dots, x_n) e que devolva:

(a) $(x_1 + 2x_2 - x_3, x_2 + 2x_3 - x_4, \dots, x_{n-2} + 2x_{n-1} - x_n)$ supondo $n \geq 3$.

(b) $\sum_{i=1}^{n-1} \frac{e^{-x_{i+1}}}{x_i + 10}$ supondo $n \geq 2$.

Inclua uma mensagem de erro relativo ao comprimento do vetor.

4. Os divisores de um número natural n são os inteiros $k \leq n$ tais que o resto da divisão de n por k é 0 . Os inteiros 1 e n são sempre divisores de n . Seja $n > 0$, se $n \neq 1$ e se 1 e n forem os únicos divisores de n , então, n é primo. Escreva uma função que

(a) calcule os divisores de um número natural n .

(b) teste se um número natural é primo.

Observando que x é um inteiro se e só se o resto da sua divisão (inteira) por 1 é 0 , inclua uma mensagem de erro caso o argumento não seja um número natural.

5. Considere a função real de variável real $f(x) = x^2 \cos(x)$. Elabore uma representação gráfica de $f(x)$ no intervalo $[-1, 2]$ usando a função `curve` (atribua vários valores ao parâmetro `n`). Use a função `legend` e a função interativa `locator` para colocar legendas, por exemplo:

```
legend(locator(1), expression(x^2*cos(x)), bty="n")
```

6. Usando a instrução **ifelse**, defina a função f dada por

$$f(x) = \begin{cases} -x & \text{se } x < 0, \\ x^2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Faça uma representação gráfica de f no intervalo $[-2, 2]$ e usando a função **lines** acrescente uma reta que junta os pontos $(-2, 2)$ e $(2, 4)$.

7. Usando as funções **mean** e **sd** (desvio-padrão), defina uma função **stat** que associa a uma sequência (x_1, x_2, \dots, x_n) um vetor formado pela média e o desvio-padrão dos x_i . Usando a função **names** associa nomes às componentes deste vetor. Teste a sua função sobre o vetor formado pelas 20 primeiras entradas do vetor **rivers** (o vetor **rivers** corresponde ao comprimento de rios da America do Norte e faz parte da biblioteca de dados **datasets** do R).

8. Considere duas sequências numéricas de mesmo comprimento (x_1, x_2, \dots, x_n) e (y_1, y_2, \dots, y_n) . A *reta dos mínimos quadrados* associada aos pontos (x_i, y_i) é a reta $y = a_{MQ} + b_{MQ}x$ onde a_{MQ} e b_{MQ} são dados por

$$b_{MQ} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{e} \quad a_{MQ} = \bar{y} - b_{MQ}\bar{x}.$$

Nestas expressões \bar{x} e \bar{y} são as médias dos x_i e y_i respectivamente. A reta passa pelo ponto (\bar{x}, \bar{y}) e os seus parâmetros a_{MQ} e b_{MQ} correspondem aos valores de a e de b que minimizam a soma dos quadrados $\sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i)^2$.

- (a) Escreva uma função que associa a duas sequências (x_1, x_2, \dots, x_n) e (y_1, y_2, \dots, y_n) os parâmetros a_{MQ} e b_{MQ} da reta dos mínimos quadrados.
- (b) Na seguinte tabela encontra-se o comprimento (em cm) do fêmur e do úmero de 5 animais de uma mesma espécie.

fêmur	38	56	59	64	74
úmero	41	63	70	72	84

Usando a sua função e com base nestes dados, determine a equação da reta dos mínimos quadrados que daria (idealmente) o comprimento do úmero em função do comprimento do fêmur. Realize uma representação gráfica que apresenta os dados bem como a reta obtida (use a função **abline**).