

Teste protótipo de MATLAB (equações diferenciais)  
MIEMEC - 2012/2013 – Métodos Numéricos  
APRESENTE **TODOS** OS CÁLCULOS QUE TIVER DE EFETUAR E USE 4 CASAS DECIMAIS

1. A água é drenada de um tanque cilíndrico vertical, através da abertura de uma válvula na base - a água flui mais depressa se o tanque estiver cheio abrandando à medida que este se vai esvaziando. A variação da altura  $y$  no tanque é definida pela seguinte equação diferencial:

$$\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y}$$

em que  $k$  depende da forma da abertura e da área da secção de corte. A altura  $y$  é medida em metros e o tempo  $t$  em minutos. Se  $k = 0.06$  determine:

- (a) a altura da água no instante de tempo  $t = 35$ , se inicialmente a água está a uma altura de  $3m$ .
  - (b) um intervalo que contenha o instante de tempo que leva a esvaziar o tanque se inicialmente a água está a uma altura de  $3m$ .
  - (c) se inicialmente a altura for de  $5m$ , a que altura estará a água no instante  $t = 35$ .
2. Dois tanques com volumes  $V_1$  e  $V_2$  contêm água salgada com concentrações de  $c_1$  e  $c_2$  kg/m<sup>3</sup>. Os tanques estão ligados entre si por dois tubos, com caudais volumétricos  $V'$  m<sup>3</sup>/s. Os tanques estão completamente agitados. O sistema de equações diferenciais das variações das concentrações no tempo é dado por:

$$\begin{cases} c_1'(t) = -\frac{V'}{V_1}c_1(t) + \frac{V'}{V_1}c_2(t) \\ c_2'(t) = \frac{V'}{V_2}c_1(t) - \frac{V'}{V_2}c_2(t), \end{cases}$$

sendo  $V_1 = 20$ ,  $V_2 = 40$ ,  $V' = 3$ ,  $c_1(0) = 5$  e  $c_2(0) = 11$ .

- (a) Qual a concentração do tanque 1 no instante de tempo  $t = 10s$ ?
  - (b) Qual a concentração do tanque 2 no instante de tempo  $t = 18s$ ?
  - (c) A partir de que instante (estimativa) as concentrações se igualam?
  - (d) Se os valores iniciais fossem  $c_1(0) = 1$  e  $c_2(0) = 11$ , qual o tempo necessário para que as concentrações se tornassem iguais?
3. O movimento vertical de um peso seguro por uma mola é descrito pela seguinte equação diferencial:

$$2\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + x = 0, \quad x(0) = 4, \quad x'(0) = 2$$

em que  $x$  representa a posição do peso (pode ser positiva ou negativa consoante está acima ou abaixo da posição referência ( $x = 0$ ), respetivamente). Pretende-se estudar o movimento do peso nos primeiros 10s. Calcule:

- (a) a posição do peso,  $x$ , após 1 unidade de tempo.
- (b) o valor da velocidade nesse instante.
- (c) estimativa do instante de tempo em que o peso fica abaixo da referência.
- (d) intervalo de tempo em que o peso começa de novo a subir.