Universidade do Minho

Dep. de Matemática e Aplicações

mudança de variável, edo's primeira ordem homogéneas e de Bernoulli

Exercício 1. Verifique que as seguintes equações diferenciais são homogéneas e resolva-as:

(a) $y' = \dfrac{y+t}{t}$ (b) $y' = \dfrac{2y^4+t^4}{ty^3}$ (c) $y' = \dfrac{x^2+2xy}{x^2}$

(d) $y' = \dfrac{y^3}{xy^2-x^3}$ (e) $y' = \dfrac{4y-3x}{2x-y}$

Exercício 2. Para cada uma das equações, determine a solução maximal da equação que passa no ponto referido:

(a) $y' = \dfrac{x^2+y^2}{2xy}$, $P=(2,-\sqrt{2})$ (b) $y' = \dfrac{y^2-x^2}{2xy}$, $P=(2,-1)$

Exercício 3. Resolva o seguinte problema de valores iniciais:

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y+\sqrt{x^2+y^2}}{x} \\ y(1)=0 \end{cases}$$

Exercício 4. Considere a equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = (2y+2x-1)^2.$$

(a) Mostre que a mudança de variável definida por $v = 2y+2x-1$ transforma a equação numa equação separável.

(b) Resolva o problema de valores iniciais constituído pela equação dada e pela seguinte condição adicional: $y(0)=1$.

Exercício 5. Resolva as seguintes equações de Bernoulli:

(a) $y'+y=y^{-1}$ (b) $y'+\dfrac{1}{x}y=\log(x)y^2$ (c) $y'+\dfrac{2}{x}y=\dfrac{y^3}{x^3}$