Problemas 4

Introdução à Física Quântica

Os enunciados dos problemas identificados com 'Griffiths' devem ser consultados no livro *Revolutions in Twentieth Century Physics*, David J. Griffiths, Cambridge University Press (2013)

Quantificação e comprimento de onda de de Broglie

1. Griffiths, Cap. 3, P1 **[Sol.: 3.14×10^{-19} J]**

2. Griffiths, Cap. 3, P2 **[Sol.: 1.81×10^{22}]**

3. Griffiths, Cap. 3, P3 **[Sol.: a) 4.42×10^{-19} J; b) 2.42×10^{-19} J]**

4. Griffiths, Cap. 3, P4

5. Griffiths, Cap. 3, P5 **[Sol.: 1.00×10^{-35} m]**

6. Griffiths, Cap. 3, P6 **[Sol.: 1230 m/s]**

7. Griffiths, Cap. 3, P7 **[Sol.: a) 5.293×10^{-11} m; b) -2.179×10^{-18} J; -13.60 eV]**

8. Griffiths, Cap. 3, P10 **[Sol.: a) 2.18×10^{-18} J; 2.19×10^{6} m/s; 0.73%; sim]**

Função de onda e probabilidade

9. Griffiths, Cap. 1, P11 **[Sol.: a) 1/4 ; b) 1]**

10. Considere um eletrão descrito pela função de onda

$$\psi(x) = \frac{1}{\pi}\frac{\sin(x)}{x}$$

a) Determine a densidade de probabilidade de encontrar o eletrão no ponto $x = 0$.

b) Determine a densidade de probabilidade de encontrar o eletrão no ponto $x = 5$.

[Sol.: a) $1/\pi$; b) 0.00372]

11. A função de onda de uma partícula numa caixa rígida (ou um poço de potencial infinito) a uma dimensão, com um tamanho a é:

$$\psi(x) = A\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$$

em que A é uma constante de normalização.

a) Qual é o valor da constante de normalização A? [$\int \sin^2(kx)dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4k}\sin(2kx)$]

b) Qual é a probabilidade de encontrar a partícula na posição $x = a/2$, para cada n?

c) Use a relação de de Broglie e a aproximação clássica para determinar a expressão da energia cinética da partícula.

[Sol.: a) $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$; b) $P = \frac{2}{a}\sin^2(\frac{n\pi}{2})$; c) $T = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$]

12. Uma partícula de energia E incide numa barreira de potencial de valor $U > E$. A probabilidade de a partícula atravessar esta barreira é dada por

$$P = e^{-2\alpha L}$$

em que L é o comprimento da barreira e

$$\alpha = \sqrt{\frac{2m(U-E)}{\hbar^2}}$$

Qual é a probabilidade de um eletrão de 0.5 eV de energia atravessar uma barreira de potencial de 3 eV e 1 nm de espessura?

[Sol.: 8×10^{-8}]

Relações de incerteza

13. Griffiths, Cap. 1, P12 **[Sol.: 0.0579 m/s]**

14. Griffiths, Cap. 1, P13 **[Sol.: a) 1.76×10^{-34} kg m/s; b) 3.52×10^{-34} m/s; c) 8.53×10^{32} s; d) irrelevante]**

15. Para uma partícula livre, o princípio de incerteza pode ser escrito como

$$(\Delta\lambda)(\Delta x) = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Se $\Delta\lambda/\lambda = 10^{-7}$ para um fotão, qual o correspondente valor de Δx para

a) λ = 5:00×10^{-4} Å (raio gama)

b) λ = 5:00 Å (raio x)

c) λ = 5000 Å (luz)

[Sol.: a) 397.9 Å; b) 3.979×10^{6} Å; c) 3.979×10^{9} Å]

16. Considere um feixe laser com um comprimento de onda de 800 ± 5 nm. Pode-se provar que

$$(\Delta\lambda)(\Delta t) = \frac{\lambda^2}{4\pi c}$$

Determine a duração do pulso laser em fs.

[Sol.: 16.98 fs]

Transições

17. Griffiths, Cap. 3, P8 **[Sol.: a) -0.851 eV; b) -13.61 eV; c) 012.76 eV; d) 3.09×10^{15} Hz; e) não; ultravioleta]**

18. Griffiths, Cap. 3, P9 **[Sol.: a) 2.55 eV; b) 6.16×10^{14} Hz; c) 4.87×10^{-7} m]**

19. Os níveis energéticos de um poço de potencial infinito são dados por

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}, \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

em que a é a largura do poço, e n é um inteiro.

Determine as frequências emitidas quando um eletrão transita do estado em que n = 4 para os estados n = 3 e n = 2, assumindo que a = 1 nm.

[Sol.: $f_{4\text{-}3}$ = 6.38×10^{14} Hz; $f_{4\text{-}2}$ = 1.09×10^{15} Hz]

20. Num oscilador harmónico os níveis de energia obtidos são particularmente simples:

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c, \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

em que $\omega_c = \sqrt{\frac{K}{m}}$ é igual à frequência de oscilação de um oscilador clássico com as mesmas características.

Os níveis de energia são, portanto, igualmente espaçados.

Qual é a frequência de transição entre dois estados adjacentes se se duplica a massa da partícula?

[Sol.: $\boldsymbol{\omega'_c = \omega_c/\sqrt{2}}$]