



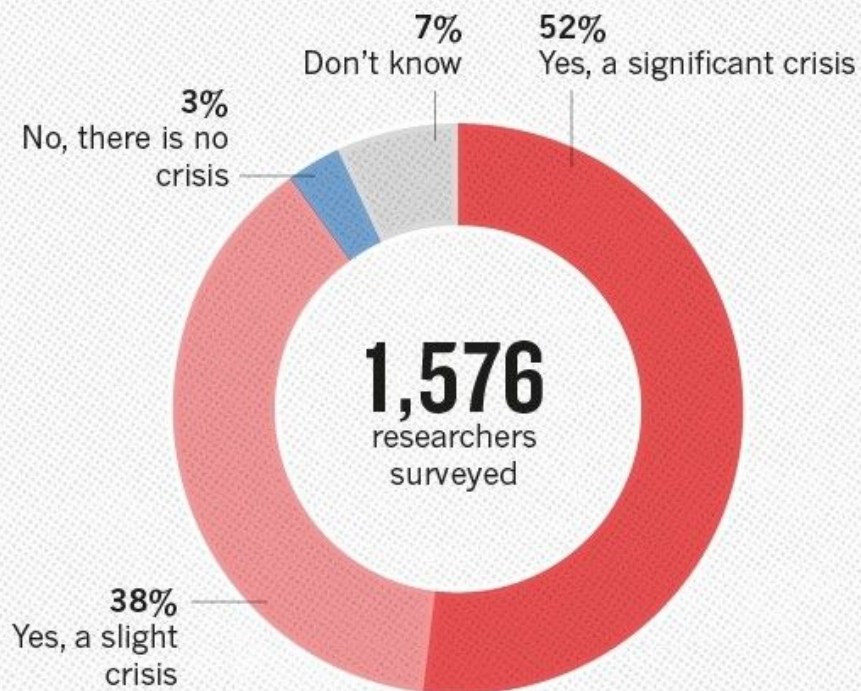
# Data Descriptions & Summaries



Robin Roy, Florian Stein



## IS THERE A REPRODUCIBILITY CRISIS?



# Gliederung

---

## 1. Variablen

- 1.1. Qualitative Variablen
- 1.2. Quantitative Variablen
- 1.3. Korrelationen zwischen Variablen

## 2. Lagemaß & Streuung

- 2.1. Definition des Lagemaß
- 2.2. Variabilitätsmaße

## 3. Korrelationen

- 3.1. Pearson Korrelation
- 3.2. Spearmen Korrelation

## 4. Fallstricke

- 4.1. Ausreißer
- 4.2. Schiefe
- 4.3. Simpson-Paradoxon

# Variablen

---

# 1. Variablen

---

- Grundlegende Daten einer Statistik
- Variablen: mess-/beobachtbare Merkmale von Merkmalsträgern
- Merkmalsträger: Statistische Einheiten mit relevanten Eigenschaften
- Merkmalsausprägungen: unterschiedliche Werte dieser Eigenschaften

# 1.1 Qualitative Variablen

---

Variable ist eine Kategorie

- Dichotom - “Ja/Nein-Fall”
  - Berufsausbildung - keine Berufsausbildung
  - Schwanger - nicht Schwanger
  - Krank - nicht krank
- Nicht-dichotome Variablen
- Alle qualitativen Variablen sind gleichzeitig diskret

# 1.1 Qualitative Variablen

---

- **Nominale Variablen**
  - Keine natürliche Reihenfolge
  - Religion, Staatsangehörigkeit
- **Ordinale Variablen**
  - Mit natürlicher Reihenfolge
  - Grad des Bildungsabschlusses, Schmerzniveau

# 1.2 Quantitative Variablen

---

Variable ist numerisch

- Diskrete Variablen
  - Zählbar, innerhalb eines begrenzten Intervalls
  - Schulnoten, Alter
- Stetige Variablen
  - Messbar, Intervallfrei
  - Temperatur, Körpergröße
  - Unterkategorie kontinuierlicher Variablen

# Lagemaß & Streuung

---

## 2.1 Definition des Lagemaß

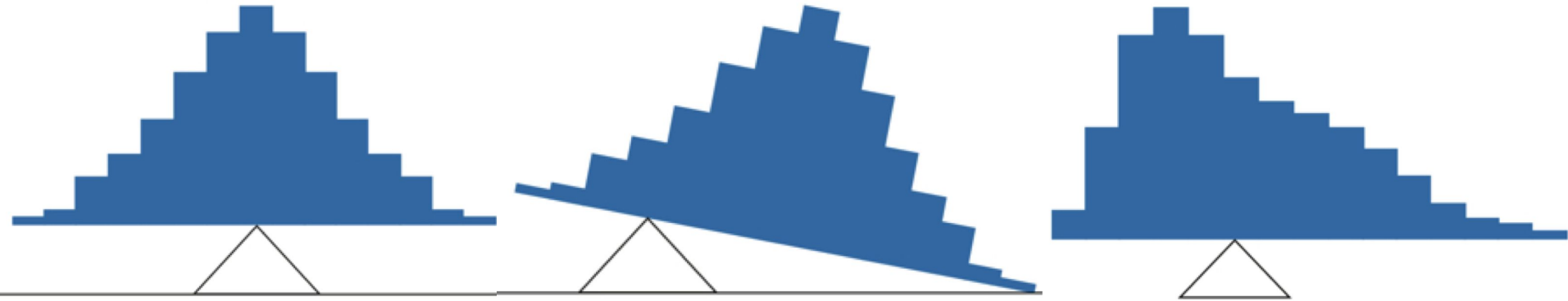
---

- Vergleich einzelner Werte mit einer Verteilung an Werten
- Finden eines Mittelpunktes einer Verteilung
- Entfernung von Datenpunkten voneinander
- Feststellen der Variabilität eines Merkmals

## 2.1 Definition des Lagemaß

### Definition 1: Waage

- Verteilung im Gleichgewicht



# 2.1 Definition des Lagemaß

## Definition 2: Kleinste absolute Abweichungen

- Summe der absoluten Abweichungen (Differenzen)

Werte	absolute Abweichung von 10	absolute Abweichung von 5
2	8	3
3	7	2
4	6	1
9	1	4
16	6	11
<b>Summe</b>	28	21

## 2.1 Definition des Lagemaß

### Definition 3: Kleinste quadrierte Abweichungen

- Summe der absoluten quadrierten Abweichungen (Differenzen)

Werte	absolute Abweichung von 10	absolute Abweichung von 5
2	64	9
3	49	4
4	36	1
9	1	16
16	36	121
<b>Summe</b>	186	151

## 2.2 Mittelwert & Median

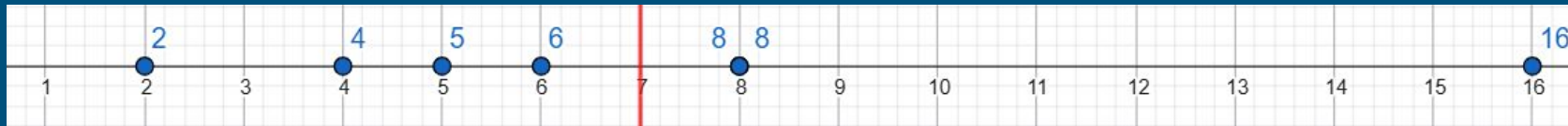
### Arithmetischer Mittelwert:

- Durchschnitt einer Datenmenge

Verteilung: {2, 4, 5, 6, 8, 8, 16}

Mittelwert:  $(2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 8 + 16) / 7 = 7$

$$\mu = \frac{\sum X}{N}$$



## 2.2 Mittelwert & Median

### Median:

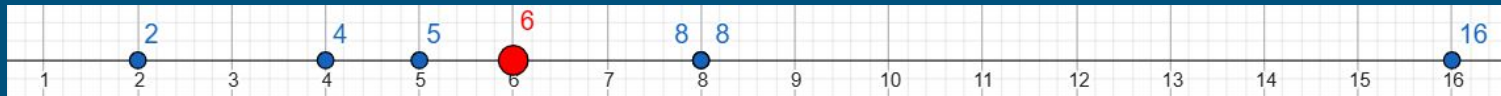
- Mitte einer geordneten Datenreihe
- Teilung in obere & untere Datenmenge

→ ungerader Anzahl an Zahlen: Median ist mittlere Zahl

→ gerader Anzahl an Zahlen: Median ist Mittelwert zwischen mittleren Zahlen

Verteilung: {2, 4, 5, 6, 8, 8, 16}

Median: 6



## 2.3 Variabilitätsmaße: Interquartilsabstand

---

- Verteilung der mittleren Hälfte der Verteilung
- Quartile: Teilung der Verteilung in 4 gleiche Teile (klein nach groß)
- IQA: enthält 2. & 3. Quartil (Mitte der Verteilung)

Q3: 3. Quartil (75%)

Q1: 1. Quartil (25%)

$$\text{IQR} = Q_3 - Q_1$$

## 2.3 Variabilitätsmaße: Interquartilsabstand

48 52 57 64 72 76 77 81 85 88

Median

48 52 57 64 72 76 77 81 85 88

First half

Second half

Q1

Q3

48 52 57 64 72 76 77 81 85 88

First half

Second half

$$\begin{aligned} \text{IQR} &= Q_3 - Q_1 \\ &= 81 - 57 \end{aligned}$$

$$\text{IQR} = 24$$

## 2.3 Variabilitätsmaße: Interquartilsabstand

48 52 57 61 64 72 76 77 81 85 88

Median

48 52 57 61 64 72 76 77 81 85 88

First half

Second half

Q1

Median

Q3

48 52 57 61 64 72 76 77 81 85 88

First half

Second half

$$\begin{aligned}\text{IQR} &= Q_3 - Q_1 \\ &= 81 - 57\end{aligned}$$

$$\text{IQR} = 24$$

## 2.3 Variabilitätsmaße: Varianz

- mittlere quadratische Abweichung vom Erwartungswert
- Verteilung der Stichprobenwerte um arithmetischen Wert
- wichtigstes Streuungsmaß
- dimensionslos

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_1^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i^2 - \bar{x}^2$$

## 2.3 Variabilitätsmaße: Varianz

---

### Beispiel:

Verteilung: {2, 4, 5, 6, 8, 9, 14, 16}

Erwartungswert:

$$E(x) = (2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 + 14 + 16) / 8 = 8$$

Varianz:

$$V(x) = ((2 - 8)^2 + (4 - 8)^2 + (5 - 8)^2 + (6 - 8)^2 + (8 - 8)^2 + (9 - 8)^2 \\ + (14 - 8)^2 + (16 - 8)^2) / 8$$

$$V(x) = \underline{20.75}$$

## 2.3 Variabilitätsmaße: Standardabweichung

---

- mittlere einfache Abweichung vom Erwartungswert
- gleiche Dimension wie Ausgangsdaten

$$S(x) = \sqrt{V(x)}$$

## 2.3 Variabilitätsmaße: Standardabweichung

---

### Beispiel:

Verteilung: {2, 4, 5, 6, 8, 9, 14, 16}

Erwartungswert:

$$E(x) = 8$$

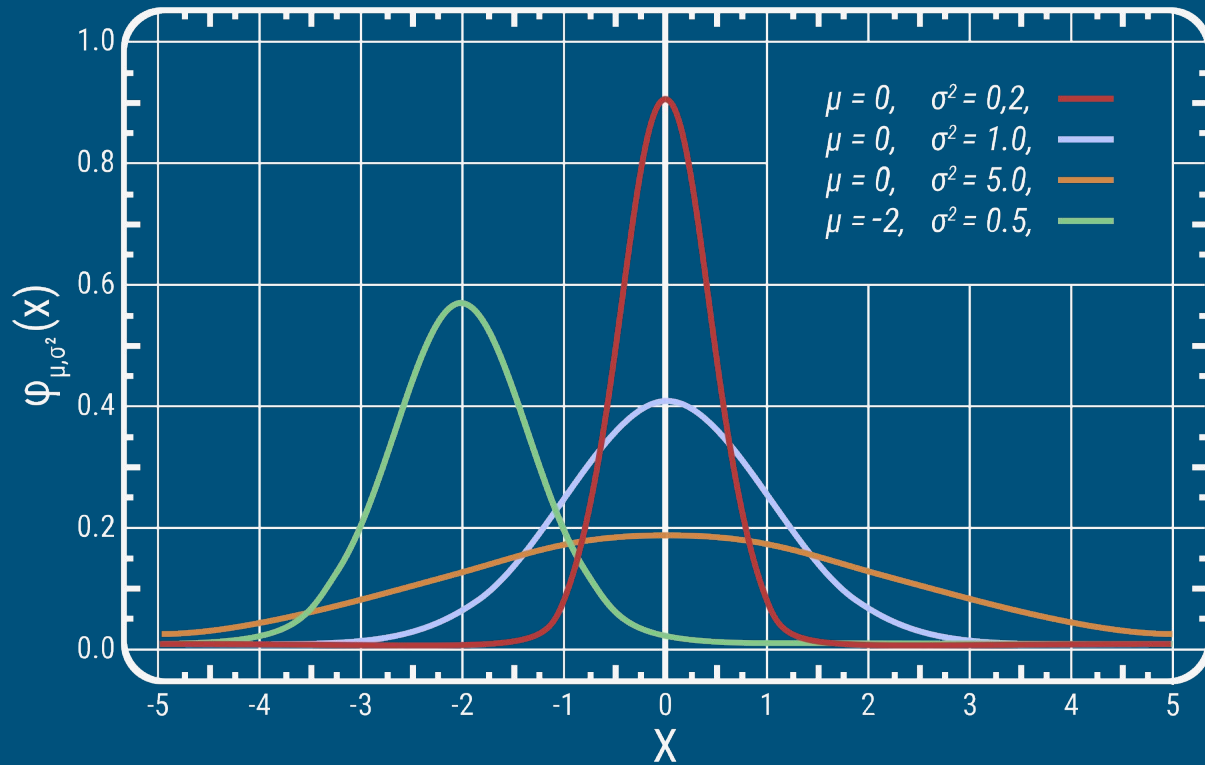
Varianz:

$$V(x) = 20,75$$

Standardabweichung:

$$S(x) = \sqrt{(20,75)} \approx \underline{4,555}$$

## 2.3 Variabilitätsmaße



## 2.3 Variabilitätsmaße: Beispiel 1



Gelb =  $30^\circ$     Blau =  $150^\circ$     Rot =  $180^\circ$

Gelb:  $30^\circ/360^\circ = 1/12$

Blau:  $150^\circ/360^\circ = 5/12$

Rot:  $180^\circ/360^\circ = 6/12 = 1/2$

$x_i \in X$ : Gewinn / Verlust	$p(x_i)$
-2€	$1/2$
1€	$5/12$
6€	$1/12$

## 2.3 Variabilitätsmaße: Beispiel 1

---

$$E(x) = \mu = -2\text{€} * 1/2 + 1\text{€} * 5/12 + 6\text{€} * 1/12$$

$$E(x) \approx \underline{-0,083\text{€}}$$

$$\begin{aligned} V(x) &= (-2 - (-0,083))^2 * 1/2 + (1 - (-0,083))^2 * 5/12 + (6 - (-0,083))^2 * 1/12 \\ &= (-1,917)^2 * 1/2 + (1,083)^2 * 5/12 + (6,083)^2 * 1/12 \end{aligned}$$

$$V(x) \approx \underline{5,41\text{€}^2}$$

$$S(x) = \sigma = \sqrt{V(x)} = \sqrt{5,41\text{€}^2} \approx \underline{2,33\text{€}}$$

## 2.3 Variabilitätsmaße: Beispiel 2

$$m_w = (135,41 \text{ cm} + 146,32 \text{ cm}) / 2 \approx 140,87 \text{ cm}$$
$$\mu_w \approx 140,97 \text{ cm}$$

$$m_m = (183,22 \text{ cm} + 184,25 \text{ cm}) / 2 \approx 183,74 \text{ cm}$$
$$\mu_m \approx 183,59 \text{ cm}$$

$$V_w(\text{Größe}) \approx 53,43 \text{ cm}^2$$

$$S_w(\text{Größe}) \approx 7,31 \text{ cm}$$

$$V_m(\text{Größe}) \approx 30,01 \text{ cm}^2$$

$$S_m(\text{Größe}) \approx 5,48 \text{ cm}$$

→ kein Vergleich zwischen Varianzen/SA möglich

Größe (cm)	Geschlecht
146,32	w
175,70	m
183,22	m
184,25	m
132,30	w
149,86	w
191,17	m
135,41	w

## 2.3 Variabilitätsmaße: Stichproben

---

- repräsentative Stichprobe: Rückschluss von Stichprobe auf Gesamtheit möglich
- probabilistische Stichprobe: zufällige Ziehung
- Eigenschaftsverteilung in Stichprobe = Eigenschaftsverteilung in der Grundgesamtheit
- möglichst große Stichprobe → höhere Repräsentativität ( $n \geq 30$ )

# Korrelationen

---

# 3. Korrelationen

---

- statistischer Zusammenhang zwischen mehreren Variablen
- Angabe der Stärke und Richtung
- lineare oder monotone Korrelation

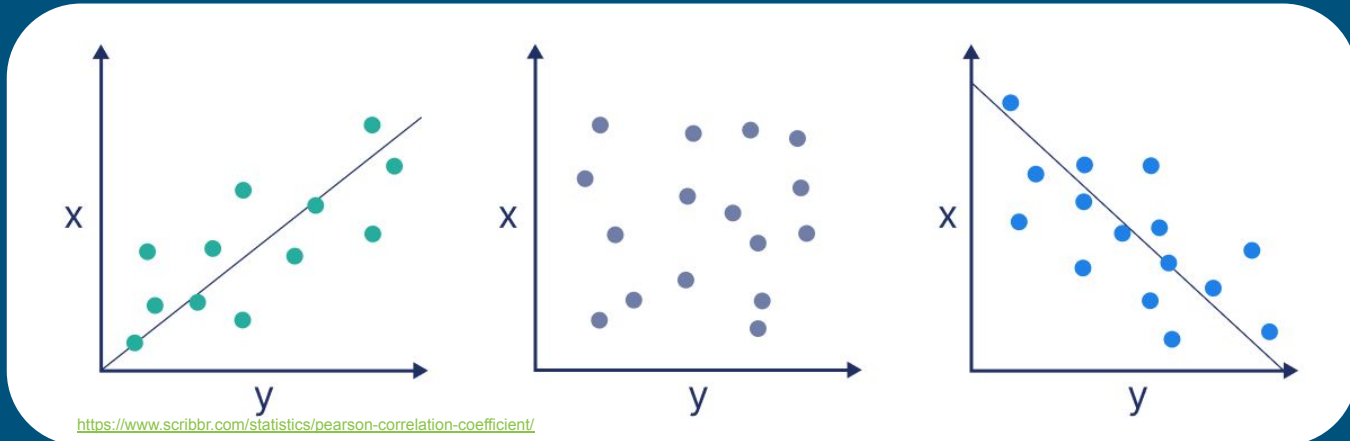
# 3.1 Pearson Korrelation

Korrelationskoeffizient  $r$ :  $[-1, 1]$

→  $r \in ]0,1]$  positive Korrelation (Änderung gleichermaßen)

→  $r = 0$  keine Korrelation

→  $r \in [-1,0[$  negative Korrelation (Änderung konträr)



# 3.1 Pearson Korrelation

- qualitative Variablen
- Normalverteilung der Daten
- keine Ausreißer
- lineare Zusammenhang

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

# 3.1 Pearson Korrelation

Gewicht = x

Größe = y

$$\Sigma x = 3,63 + 3,02 + 3,82 + 3,42 + 3,59 + 2,87 \\ + 3,03 + 3,46 + 3,36 + 3,30$$

$$\Sigma x = 33,5$$

$$\Sigma y = 53,1 + 49,7 + 48,4 + 54,2 + 54,9 + 43,7 \\ + 47,2 + 45,2 + 54,4 + 50,4$$

$$\Sigma y = 501,2$$

Gewicht (kg)	Größe (cm)
3,63	53,1
3,02	49,7
3,82	48,4
3,42	54,2
3,59	54,9
2,87	43,7
3,03	47,2
3,46	45,2
3,36	54,4
3,3	50,4

# 3.1 Pearson Korrelation

$$\Sigma x^2 = 13,18 + 9,12 + 14,59 + 11,70 + 12,89 \\ + 8,24 + 9,18 + 11,97 + 11,29 + 10,89$$

$$\Sigma x^2 = 113,05$$

$$\Sigma y^2 = 2\,819,6 + 2\,470,1 + 2\,342,6 \\ + 2\,937,6 + 3\,014,0 + 1\,909,7 + 2\,227,8 \\ + 2\,043,0 + 2\,959,4 + 2\,540,2$$

$$\Sigma y^2 = 25\,264$$

x	y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>
3,63	53,1	(3,63) <sup>2</sup> = 13,18	(53,1) <sup>2</sup> = 2 819,6
3,02	49,7	9,12	2 470,1
3,82	48,4	14,59	2 342,6
3,42	54,2	11,7	2 937,6
3,59	54,9	12,89	3 014
2,87	43,7	8,24	1 909,7
3,03	47,2	9,18	2 227,8
3,46	45,2	11,97	2 043
3,36	54,4	11,29	2 959,4
3,3	50,4	10,89	2 540,2

# 3.1 Pearson Korrelation

$$\begin{aligned}\Sigma xy = & 192,8 + 150,1 + 184,9 + 185,4 \\ & + 197,1 + 125,4 + 143,0 \\ & + 156,4 + 182,8 + 166,3\end{aligned}$$

$$\Sigma xy = 1\,684,2$$

x	y	x <sup>2</sup>	y <sup>2</sup>	xy (x * y)
3,63	53,1	13,18	2 819,6	3,63 * 53,1 = 192.8
3,02	49,7	9,12	2 470,1	150,1
3,82	48,4	14,59	2 342,6	184,9
3,42	54,2	11,7	2 937,6	185,4
3,59	54,9	12,89	3 014	197,1
2,87	43,7	8,24	1 909,7	125,4
3,03	47,2	9,18	2 227,8	143
3,46	45,2	11,97	2 043	156,4
3,36	54,4	11,29	2 959,4	182,8
3,3	50,4	10,89	2 540,2	166,3

# 3.1 Pearson Korrelation

$$n = 10$$

$$\Sigma x = 33,5$$

$$\Sigma y = 501,2$$

$$\Sigma x^2 = 113,05$$

$$\Sigma y^2 = 25\,264$$

$$\Sigma xy = 1\,684,2$$

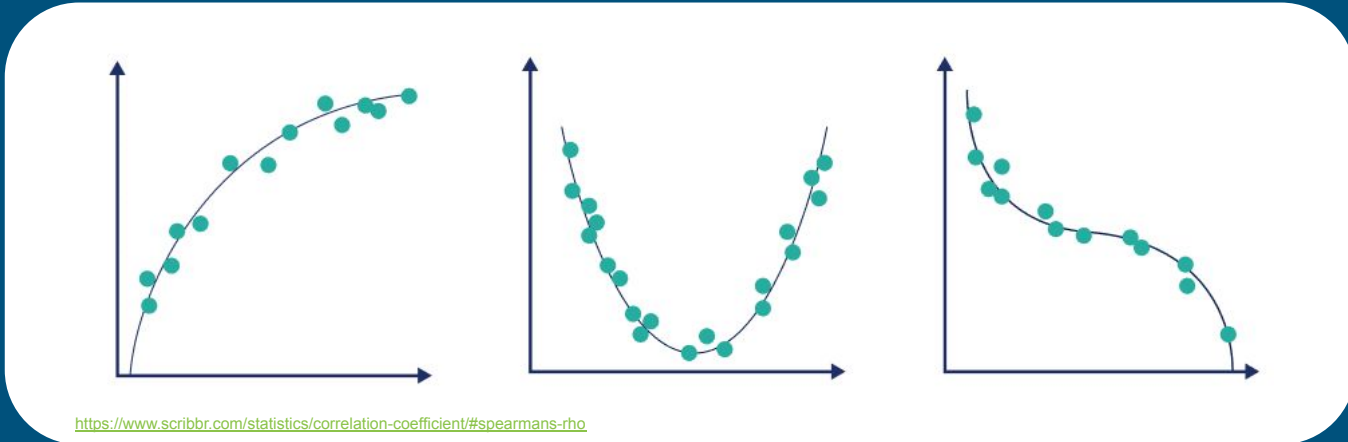
$$r = 0,47$$

$$r = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2][n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

## 3.2 Spearmen Korrelation

Spearmen-Koeffizient  $r_s$ :  $[-1, 1]$

- $r_s \in ]0,1]$  positive monotone Beziehung
- $r_s = 0$  keine monotone Beziehung
- $r_s \in [-1,0[$  negative monotone Beziehung



## 3.2 Spearmen Korrelation

- ordinale Daten
- keine Normalverteilung
- Daten enthalten Ausreißer
- Zusammenhang ist nicht linear und monoton

$r_s$  = Stärke der Korrelation zwischen den Variablen  
 $d$  = paarweise Differenz zwischen  $x$  und  $y$

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

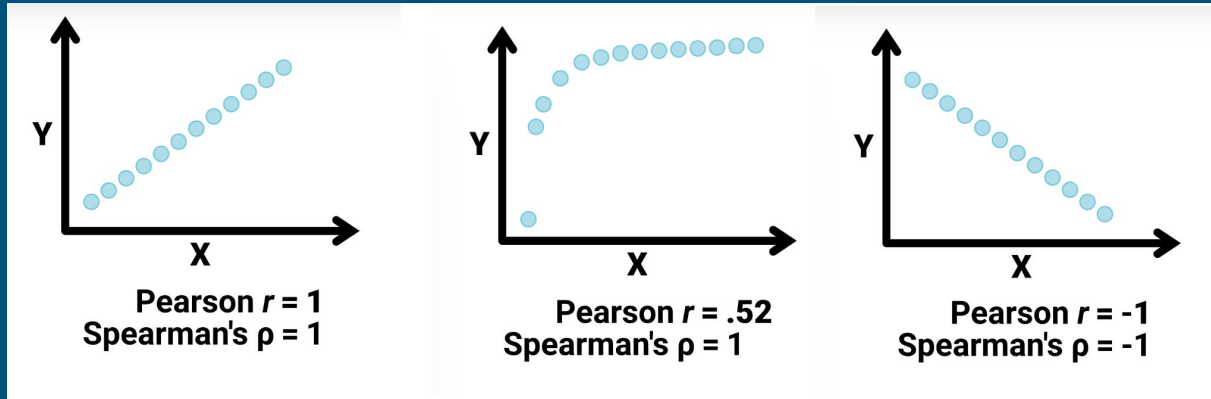
# 3. Korrelationen

- Pearson-Korrelation:

- Lineare Beziehung kontinuierlicher Variablen
- Änderung einer Variablen mit proportionaler Änderung einer anderen korreliert

- Spearman-Korrelation:

- Nicht-konstante Beziehung zweier kontinuierlicher oder ordinaler Variablen
- Änderung einer Variablen mit nicht-proportionaler Änderung einer anderen korreliert



# Fallstricke

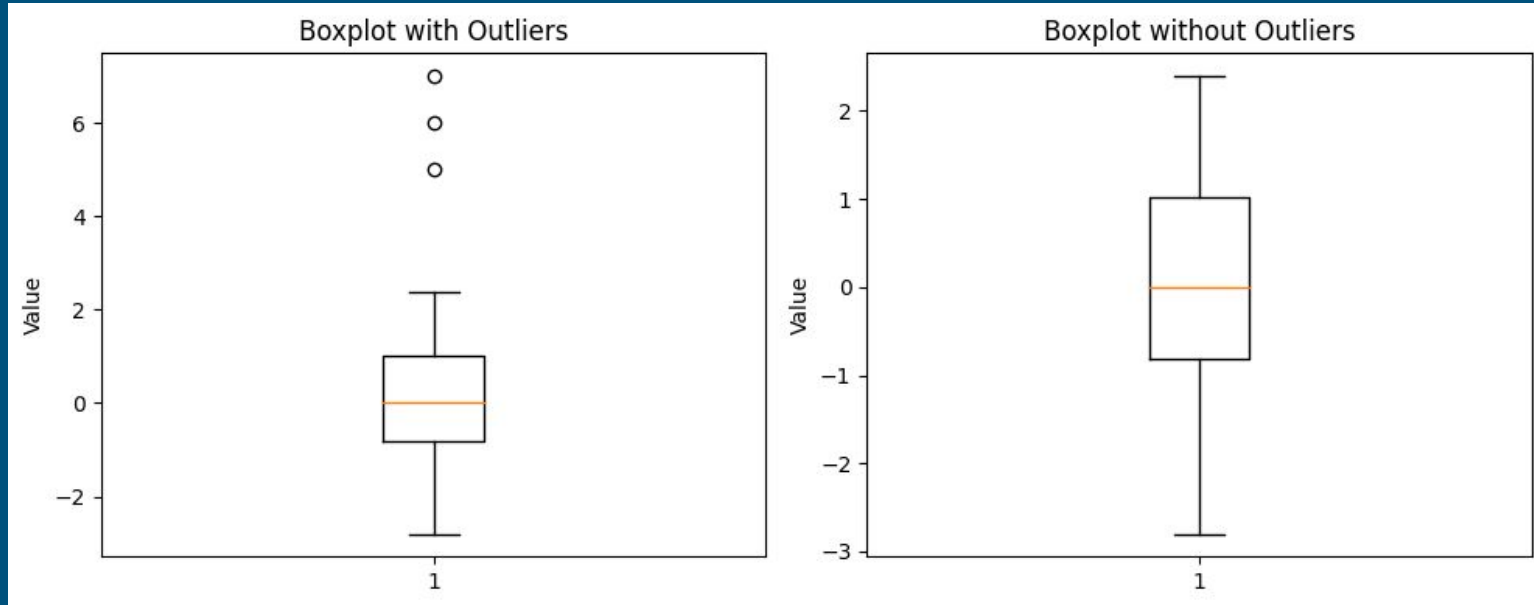
---

# 4.1 Ausreißer

---

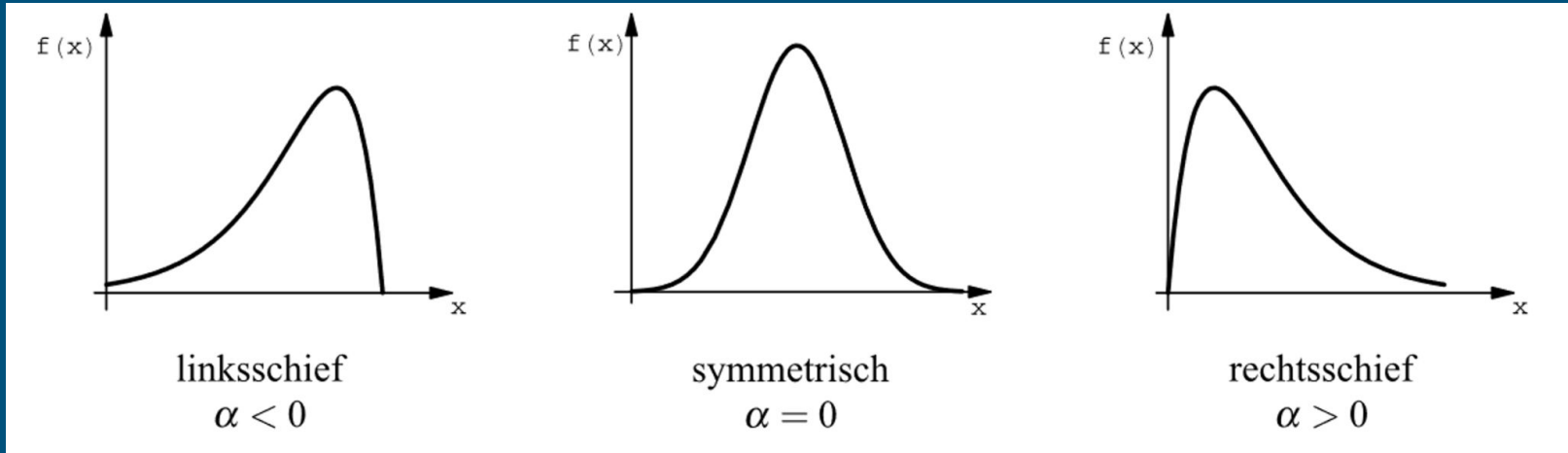
- Erheblich abweichende Datenpunkte
- Keine universelle Definition von Ausreißern möglich
- Entfernung nur mit Vorsicht und in begründeten Fällen
- Auswirkungen auf die statistische Verwertbarkeit sollten analysiert werden

# 4.1 Ausreißer



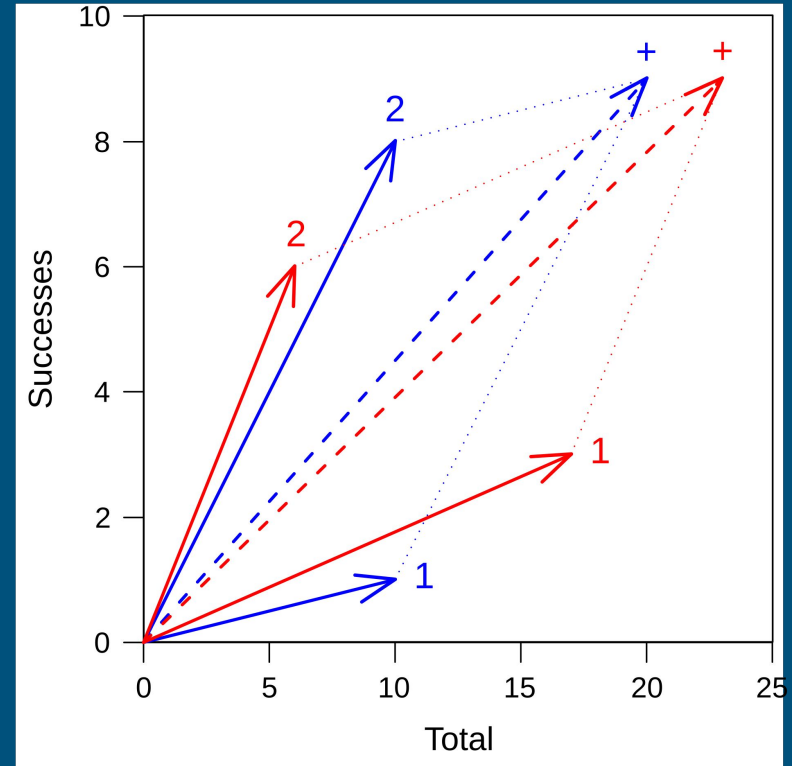
## 4.2 Schiefe

- Abweichung der Ergebnisverteilung vom Erwartungswert/Mittelwert
- links/negative - rechts/positive Schiefe



## 4.3 Simpson-Paradoxon

- Umkehrung eines Bewertungstrends bei Kombination verschiedener Gruppen
- Störvariablen als Ursache
  - Nicht-entdeckter Einflussfaktor auf Erfolgsquote
- Unterteilung einer Stichprobe führt zu umgekehrt anmutenden Trends, wenn das Kriterium der Unterteilung mit einer Untersuchungsvariable korreliert



## 4.3 Simpson-Paradoxon

UC Berkeley, Gender-Bias-Studie

	All		Men		Women	
	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted
Total	12,763	41%	8,442	44%	4,321	35%

## 4.3 Simpson-Paradoxon

Department	All		Men		Women	
	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted
A	933	64%	825	62%	108	82%
B	585	63%	560	63%	25	68%
C	918	35%	325	37%	593	34%
D	792	34%	417	33%	375	35%
E	584	25%	191	28%	393	24%
F	714	6%	373	6%	341	7%
Total	4526	39%	2691	45%	1835	30%

# Quellen

---

1. Lane (Rice). Online Statistics Education – Descriptives: <https://onlinestatbook.com/lms/>
2. <https://statistikgrundlagen.de/ebook/chapter/chapter-1-2/>
3. <https://wissenschafts-thurm.de/grundlagen-der-statistik-wie-unterscheidet-man-zwischen-nominal-ordinal-und-kardinalskala/>
4. <https://fity.club/lists/suggestions/outlier-box-plot/>
5. <https://soilr.github.io/doku/datentransformation.html>
6. <https://de.wikipedia.org/wiki/Simpson-Paradoxon#/media/Datei:Simpsons-vector.svg>
7. [https://service.destatis.de/eLearning/modul16/lm\\_pg\\_1856.html?up=1](https://service.destatis.de/eLearning/modul16/lm_pg_1856.html?up=1)
8. <https://statistikguru.de/spss/spearman-korrelation/spearman-vs-pearson.html>
9. Bickel et. al.: Sex Bias in Graduate Admissions: Data from Berkeley. In: Science 187 (1975), Nr. 4175, S. 398–404
10. [https://en.wikipedia.org/wiki/Simpson%27s\\_paradox](https://en.wikipedia.org/wiki/Simpson%27s_paradox)
11. <https://simpleclub.com/lessons/mathematik-varianz-standardabweichung>
12. <https://www.scribbr.com/statistics/pearson-correlation-coefficient/>

# Workshop

---

# GitHub Repository

---

[https://github.com/flo1304/data\\_descriptions\\_summaries](https://github.com/flo1304/data_descriptions_summaries)

