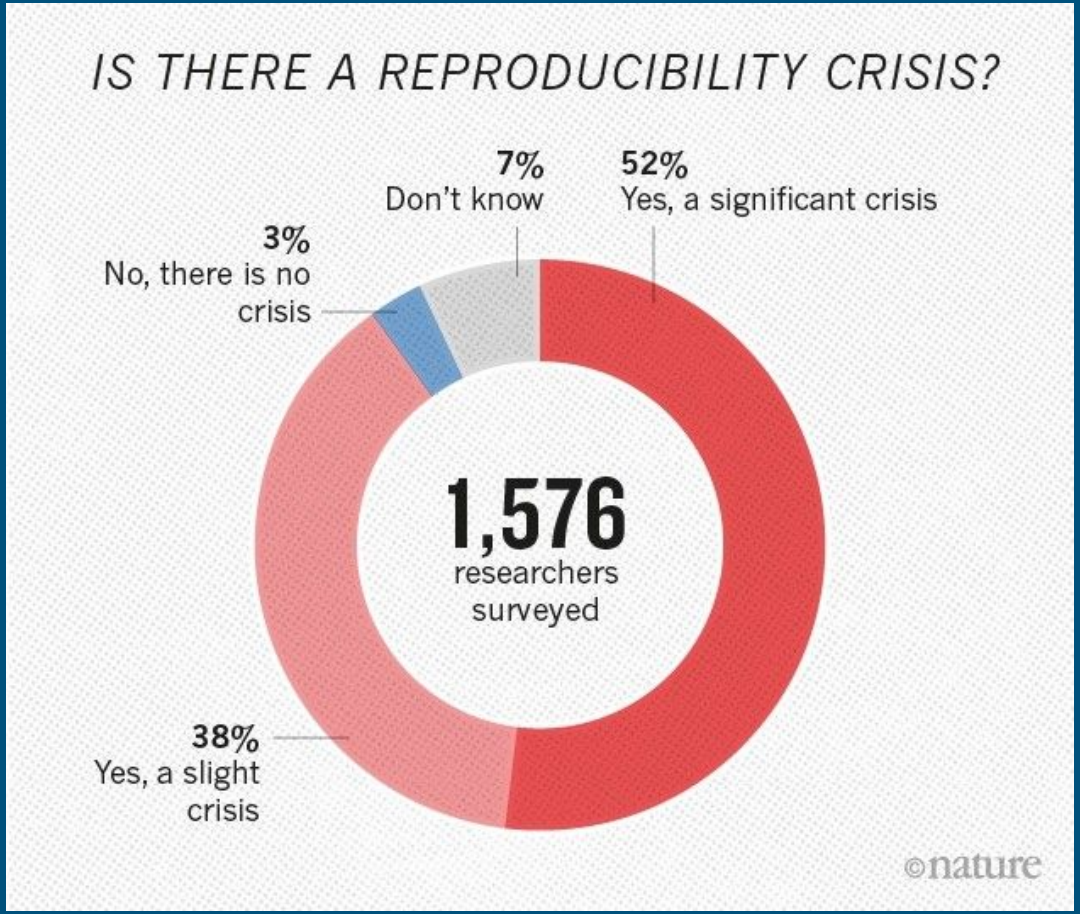
Data Descriptions & Summaries

Robin Roy, Florian Stein


IS THERE A REPRODUCIBILITY CRISIS?
7%
Don't know
52%
Yes, a significant crisis
3%
No, there is no crisis
1,576
researchers surveyed
38%
Yes, a slight crisis
©nature

Gliederung

1. Variablen
    1.1. Qualitative Variablen
    1.2. Quantitative Variablen
    1.3. Korrelationen zwischen Variablen
2. Lagemaß & Streuung
    2.1. Definition des Lagemaß
    2.2. Variabilitätsmaße
3. Korrelationen
    3.1. Pearson Korrelation
    3.2. Spearmen Korrelation
4. Fallstricke
    4.1. Ausreißer
    4.2. Schiefe
    4.3. Simpson-Paradoxon

Variablen

1. Variablen

- Grundlegende Daten einer Statistik

- Variablen: mess-/beobachtbare Merkmale von Merkmalsträgern
- Merkmalsträger: Statistische Einheiten mit relevanten Eigenschaften
- Merkmalsausprägungen: unterschiedliche Werte dieser Eigenschaften

1.1 Qualitative Variablen

Variable ist eine Kategorie

- Dichotom - “Ja/Nein-Fall”
  - Berufsausbildung - keine Berufsausbildung
  - Schwanger - nicht Schwanger
  - Krank - nicht krank
- Nicht-dichotome Variablen
- Alle qualitativen Variablen sind gleichzeitig diskret

1.1 Qualitative Variablen

- Nominale Variablen
  - Keine natürliche Reihenfolge
  - Religion, Staatsangehörigkeit

- Ordinale Variablen
  - Mit natürlicher Reihenfolge
  - Grad des Bildungsabschlusses, Schmerzniveau

1.2 Quantitative Variablen

Variable ist numerisch

- Diskrete Variablen
  - Zählbar, innerhalb eines begrenzten Intervalls
  - Schulnoten, Alter

- Stetige Variablen
  - Messbar, Intervallfrei
  - Temperatur, Körpergröße
  - Unterkategorie kontinuierlicher Variablen

Lagemaß & Streuung

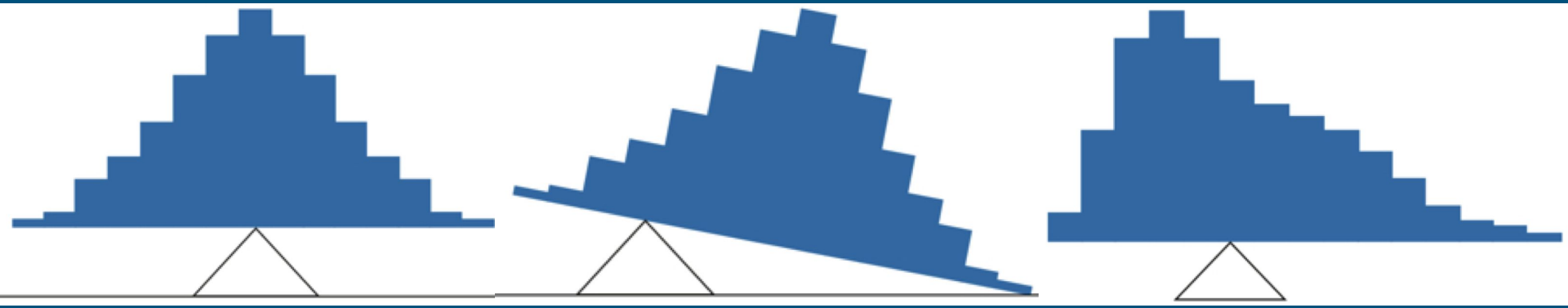
2.1 Definition des Lagemaß

- Vergleich einzelner Werte mit einer Verteilung an Werten
- Finden eines Mittelpunktes einer Verteilung
- Entfernung von Datenpunkten voneinander
- Feststellen der Variabilität eines Merkmals

2.1 Definition des Lagemaß

Definition 1: Waage

- Verteilung im Gleichgewicht



2.1 Definition des Lagemaß

Definition 2: Kleinste absolute Abweichungen

- Summe der absoluten Abweichungen (Differenzen)

Werte	absolute Abweichung von 10	absolute Abweichung von 5
2	8	3
3	7	2
4	6	1
9	1	4
16	6	11
Summe	28	21

2.1 Definition des Lagemaß

Definition 3: Kleinste quadrierte Abweichungen

- Summe der absoluten quadrierten Abweichungen (Differenzen)

Werte	absolute Abweichung von 10	absolute Abweichung von 5
2	64	9
3	49	4
4	36	1
9	1	16
16	36	121
Summe	186	151

2.2 Mittelwert & Median

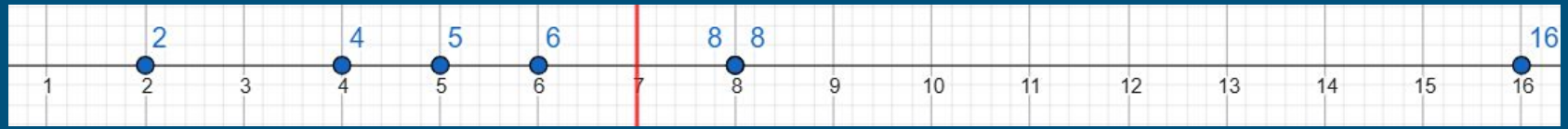
Arithmetischer Mittelwert:

- Durchschnitt einer Datenmenge

$$\mu = \frac{\sum X}{N}$$

Verteilung: $\{2, 4, 5, 6, 8, 8, 16\}$

Mittelwert: $(2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 8 + 16) \,/\, 7 = 7$



2.2 Mittelwert & Median

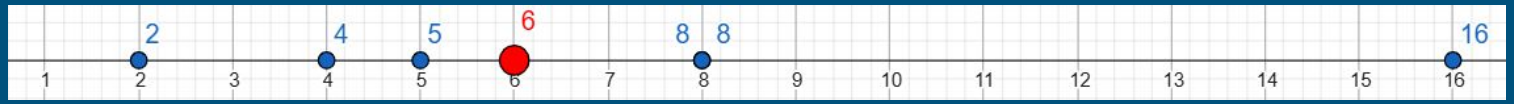
Median:

- Mitte einer geordneten Datenreihe
- Teilung in obere & untere Datenmenge

→ ungerader Anzahl an Zahlen: Median ist mittlere Zahl
→ gerader Anzahl an Zahlen: Median ist Mittelwert zwischen mittleren Zahlen

Verteilung: $\{2, 4, 5, \mathbf{6}, 8, 8, 16\}$

Median: 6



2.3 Variabilitätsmaße: Interquartilsabstand

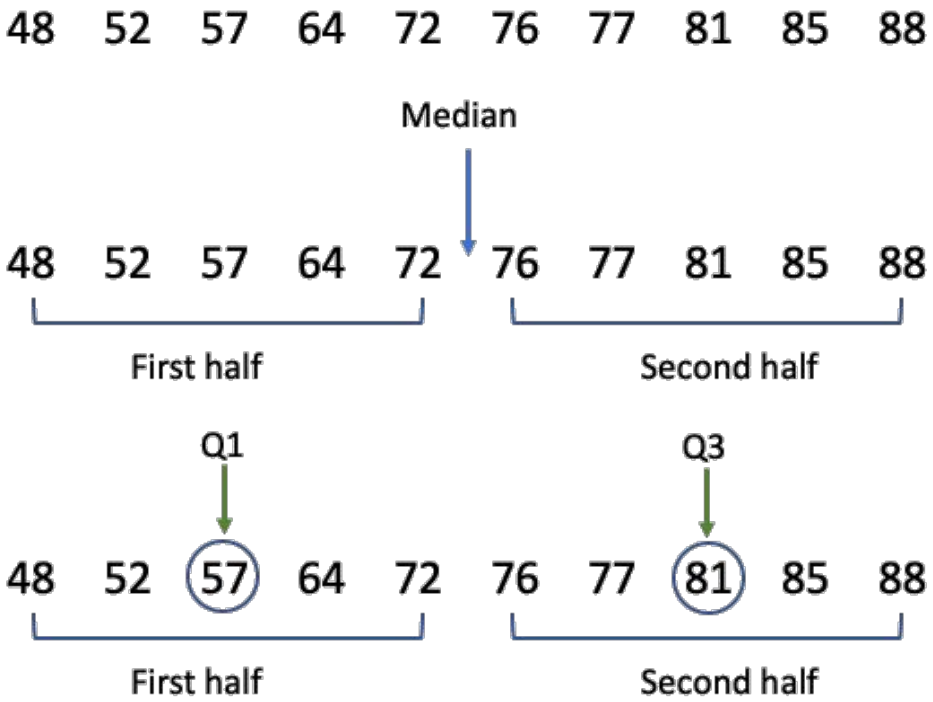
- Verteilung der mittleren Hälfte der Verteilung
- Quartile: Teilung der Verteilung in 4 gleiche Teile (klein nach groß)
- IQA: enthält 2. & 3. Quartil (Mitte der Verteilung)

Q3: 3. Quartil (75%)

Q1: 1. Quartil (25%)

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

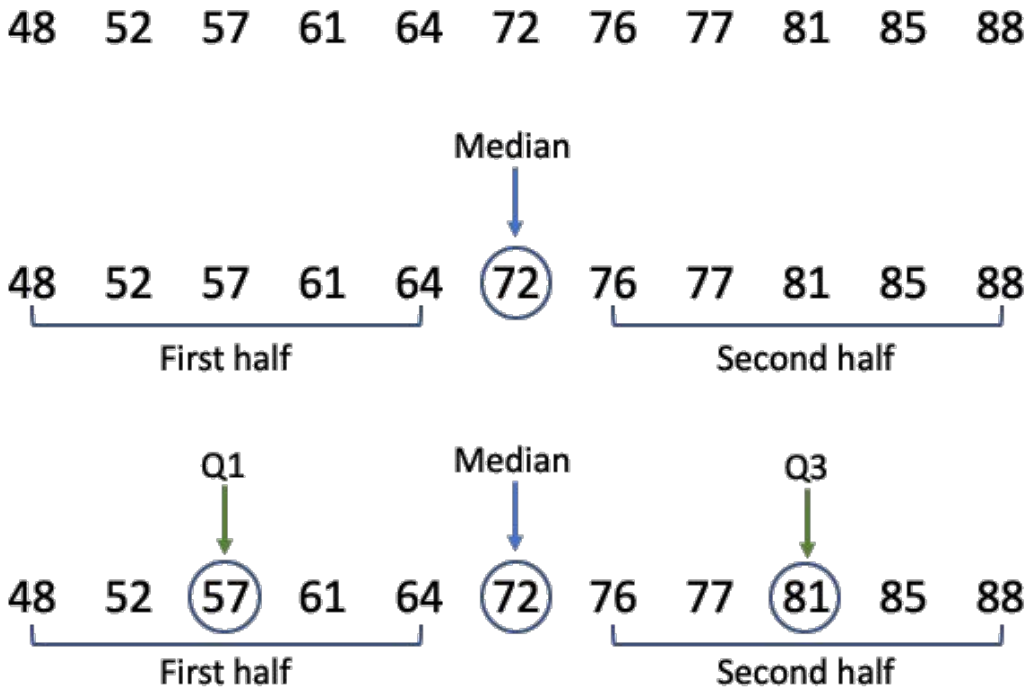
2.3 Variabilitätsmaße: Interquartilsabstand



$$IQR = Q_3 - Q_1$$
$$= 81 - 57$$

$$IQR = 24$$

2.3 Variabilitätsmaße: Interquartilsabstand



$$IQR = Q_3 - Q_1$$
$$= 81 - 57$$

$$IQR = 24$$

2.3 Variabilitätsmaße: Varianz

- mittlere quadratische Abweichung vom Erwartungswert
- Verteilung der Stichprobenwerte um arithmetischen Wert
- wichtigstes Streuungsmaß
- dimensionslos

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}x_i^2 - \bar{x}^2$$

2.3 Variabilitätsmaße: Varianz

Beispiel:

Verteilung: $\{2, 4, 5, 6, 8, 9, 14, 16\}$

Erwartungswert:

$$E(x) = (2 + 4 + 5 + 6 + 8 + 9 + 14 + 16) \,/\, 8 = 8$$

Varianz:

$$V(x) = ((2-8)^2 + (4-8)^2 + (5-8)^2 + (6-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (14-8)^2 + (16-8)^2) \,/\, 8$$

$$V(x) = \underline{20{,}75}$$

2.3 Variabilitätsmaße: Standardabweichung

- mittlere einfache Abweichung vom Erwartungswert
- gleiche Dimension wie Ausgangsdaten

$$S(x) = \sqrt{V(x)}$$

2.3 Variabilitätsmaße: Standardabweichung

Beispiel:

Verteilung: $\{2, 4, 5, 6, 8, 9, 14, 16\}$
Erwartungswert:
$\mathrm{E}(\mathrm{x}) = 8$

Varianz:
$\mathrm{V}(\mathrm{x}) = 20{,}75$

Standardabweichung:
$\mathrm{S}(\mathrm{x}) = \sqrt{(20{,}75)} \approx \underline{4{,}555}$

2.3 Variabilitätsmaße: Beispiel 1

Gelb = 30° Blau = 150° Rot = 180°

Gelb: $30°/360° = 1/12$
Blau: $150°/360° = 5/12$
Rot: $180°/360° = 6/12 = 1/2$

$x_i \in X$: Gewinn / Verlust	$p(x_i)$
-2€	1/2
1€	5/12
6€	1/12

https://simpleclub.com/lessons/mathematik-varianz-standardabweichung

2.3 Variabilitätsmaße: Beispiel 1

$$E(x) = \mu = -2€ * 1/2 + 1€ * 5/12 + 6€ * 1/12$$
$$E(x) \approx \underline{-0{,}083€}$$

$$V(x) = (-2-(-0{,}083))^2 * 1/2 + (1-(-0{,}083))^2 * 5/12 + (6-(-0{,}083))^2 * 1/12$$
$$= (-1{,}917)^2 * 1/2 + (1{,}083)^2 * 5/12 + (6{,}083)^2 * 1/12$$
$$V(x) \approx \underline{5{,}41€^2}$$

$$S(x) = \sigma = \sqrt{(V(x))} = \sqrt{(5{,}41€^2)} \approx \underline{2{,}33€}$$

2.3 Variabilitätsmaße: Beispiel 2

$m_w = (135{,}41\ \text{cm} + 146{,}32\ \text{cm}) / 2 \approx 140{,}87\ \text{cm}$
$\mu_w \approx 140{,}97\ \text{cm}$

$m_m = (183{,}22\ \text{cm} + 184{,}25\ \text{cm}) / 2 \approx 183{,}74\ \text{cm}$
$\mu_m \approx 183{,}59\ \text{cm}$

$V_w(\text{Größe}) \approx 53{,}43\ \text{cm}^2$
$S_w(\text{Größe}) \approx 7{,}31\ \text{cm}$

$V_m(\text{Größe}) \approx 30{,}01\ \text{cm}^2$
$S_m(\text{Größe}) \approx 5{,}48\ \text{cm}$

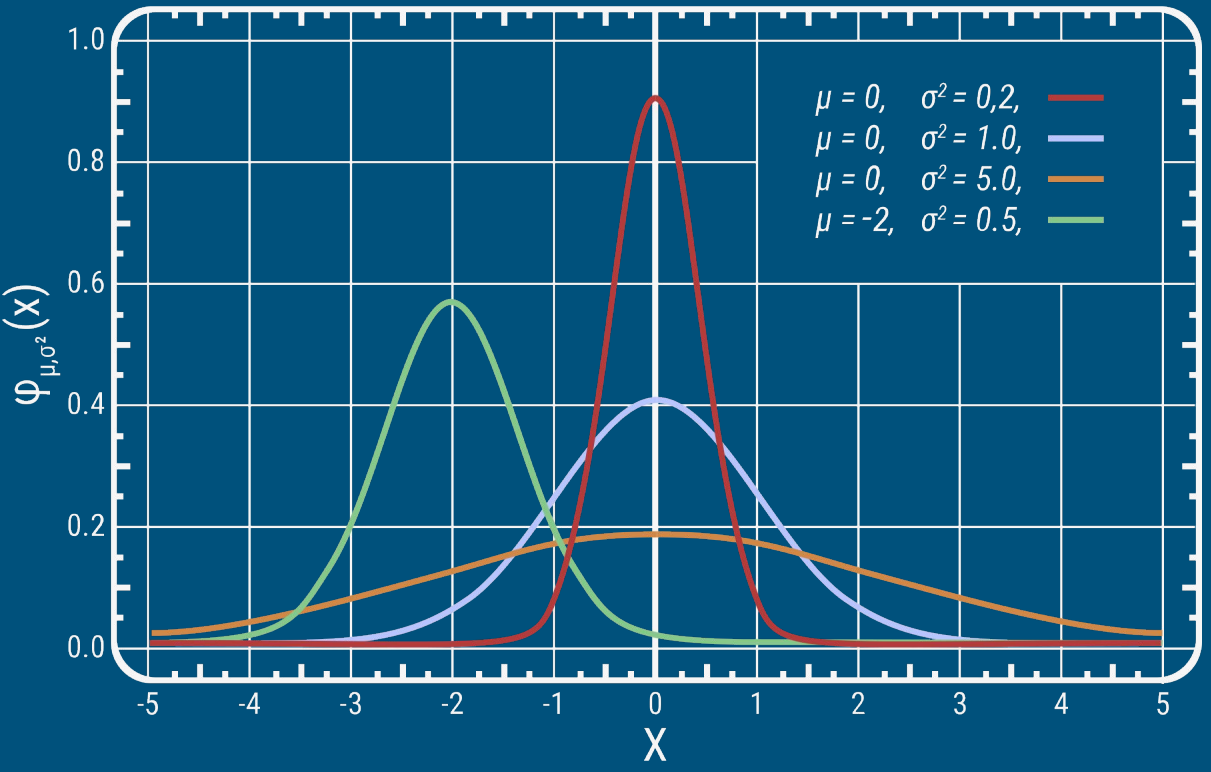
→ kein Vergleich zwischen Varianzen/SA möglich

Größe (cm)	Geschlecht
146,32	w
175,70	m
183,22	m
184,25	m
132,30	w
149,86	w
191,17	m
135,41	w

2.3 Variabilitätsmaße: Stichproben

- repräsentative Stichprobe: Rückschluss von Stichprobe auf Gesamtheit möglich
- probabilistische Stichprobe: zufällige Ziehung
- Eigenschaftsverteilung in Stichprobe = Eigenschaftsverteilung in der Grundgesamtheit
- möglichst große Stichprobe → höhere Repräsentativität (n >= 30)

2.3 Variabilitätsmaße



Korrelationen

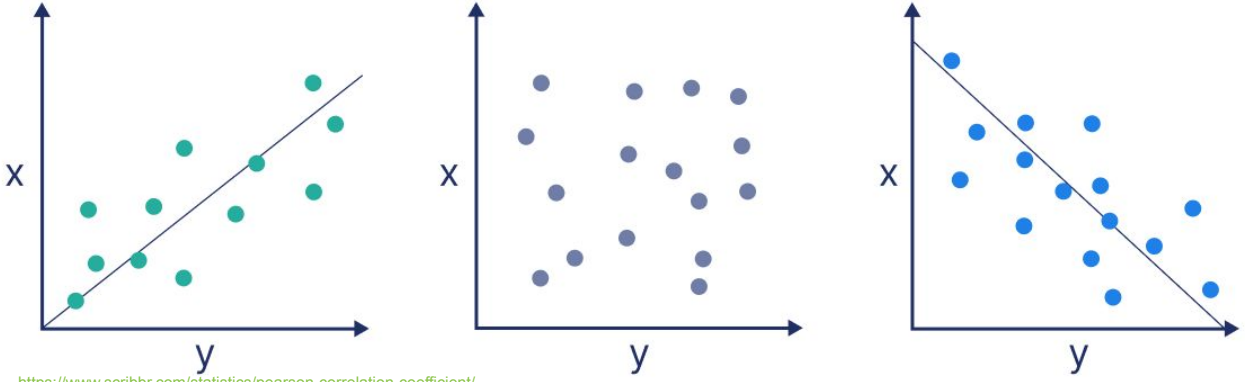
3. Korrelationen

- statistischer Zusammenhang zwischen mehreren Variablen
- Angabe der Stärke und Richtung
- lineare oder monotone Korrelation

3.1 Pearson Korrelation

Korrelationskoeffizient r: $[-1, 1]$

$\rightarrow r \in]0,1]$ positive Korrelation (Änderung gleichermaßen)
$\rightarrow r = 0$ keine Korrelation
$\rightarrow r \in [-1,0[$ negative Korrelation (Änderung konträr)



https://www.scribbr.com/statistics/pearson-correlation-coefficient/

3.1 Pearson Korrelation

- qualitative Variablen
- Normalverteilung der Daten
- keine Ausreißer
- lineare Zusammenhang

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

https://datascientest.com/de/pearson-vs-spearman-korrelationen-einfache-erklaerung

3.1 Pearson Korrelation

Gewicht = x
Größe = y

$$\Sigma x = 3{,}63 + 3{,}02 + 3{,}82 + 3{,}42 + 3{,}59 + 2{,}87 + 3{,}03 + 3{,}46 + 3{,}36 + 3{,}30$$
$$\Sigma x = 33{,}5$$

$$\Sigma y = 53{,}1 + 49{,}7 + 48{,}4 + 54{,}2 + 54{,}9 + 43{,}7 + 47{,}2 + 45{,}2 + 54{,}4 + 50{,}4$$
$$\Sigma y = 501{,}2$$

Gewicht (kg)	Größe (cm)
3,63	53,1
3,02	49,7
3,82	48,4
3,42	54,2
3,59	54,9
2,87	43,7
3,03	47,2
3,46	45,2
3,36	54,4
3,3	50,4

3.1 Pearson Korrelation

$$\Sigma x^2 = 13{,}18 + 9{,}12 + 14{,}59 + 11{,}70 + 12{,}89 + 8{,}24 + 9{,}18 + 11{,}97 + 11{,}29 + 10{,}89$$
$$\Sigma x^2 = 113{,}05$$

$$\Sigma y^2 = 2\,819{,}6 + 2\,470{,}1 + 2\,342{,}6 + 2\,937{,}6 + 3\,014{,}0 + 1\,909{,}7 + 2\,227{,}8 + 2\,043{,}0 + 2\,959{,}4 + 2\,540{,}2$$
$$\Sigma y^2 = 25\,264$$

x	y	x^2	y^2
3,63	53,1	$(3{,}63)^2 = 13{,}18$	$(53{,}1)^2 = 2\,819{,}6$
3,02	49,7	9,12	2 470,1
3,82	48,4	14,59	2 342,6
3,42	54,2	11,7	2 937,6
3,59	54,9	12,89	3 014
2,87	43,7	8,24	1 909,7
3,03	47,2	9,18	2 227,8
3,46	45,2	11,97	2 043
3,36	54,4	11,29	2 959,4
3,3	50,4	10,89	2 540,2

3.1 Pearson Korrelation

$$\Sigma xy = 192{,}8 + 150{,}1 + 184{,}9 + 185{,}4 + 197{,}1 + 125{,}4 + 143{,}0 + 156{,}4 + 182{,}8 + 166{,}3$$

$$\Sigma xy = 1\,684{,}2$$

x	y	x^2	y^2	xy (x * y)
3,63	53,1	13,18	2 819,6	3,63 * 53,1 = 192.8
3,02	49,7	9,12	2 470,1	150,1
3,82	48,4	14,59	2 342,6	184,9
3,42	54,2	11,7	2 937,6	185,4
3,59	54,9	12,89	3 014	197,1
2,87	43,7	8,24	1 909,7	125,4
3,03	47,2	9,18	2 227,8	143
3,46	45,2	11,97	2 043	156,4
3,36	54,4	11,29	2 959,4	182,8
3,3	50,4	10,89	2 540,2	166,3

3.1 Pearson Korrelation

$n = 10$
$\Sigma x = 33{,}5$
$\Sigma y = 501{,}2$
$\Sigma x^2 = 113{,}05$
$\Sigma y^2 = 25\ 264$
$\Sigma xy = 1\ 684{,}2$

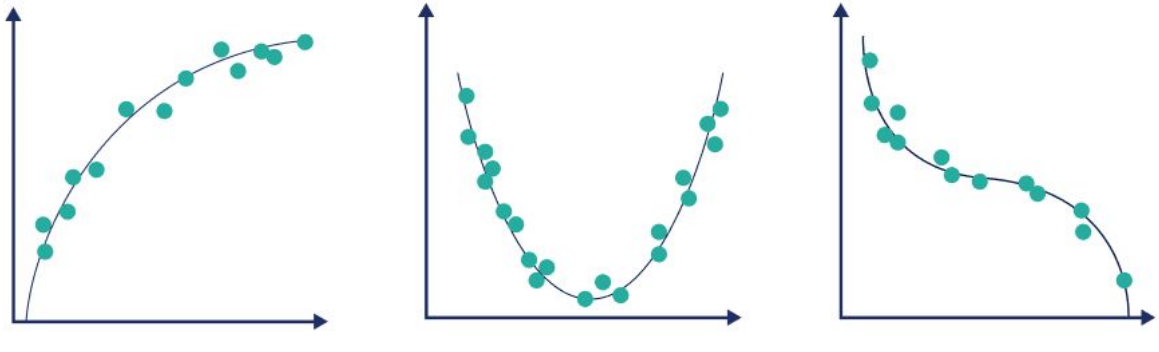
$r = 0{,}47$

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

3.2 Spearmen Korrelation

Spearmen-Koeffizient r_s: [-1, 1]

$\rightarrow r_s \in]0,1]$ positive monotone Beziehung
$\rightarrow r_s = 0$ keine monotone Beziehung
$\rightarrow r_s \in [-1,0[$ negative monotone Beziehung



https://www.scribbr.com/statistics/correlation-coefficient/#spearmans-rho

3.2 Spearmen Korrelation

- ordinale Daten
- keine Normalverteilung
- Daten enthalten Ausreißer
- Zusammenhang ist nicht linear und monoton

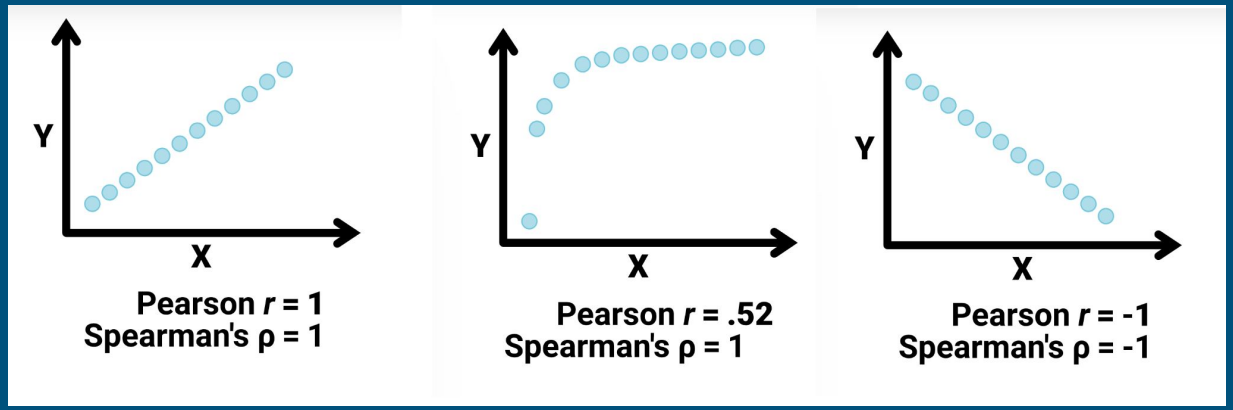
r_s = Stärke der Korrelation zwischen den Variablen
d = paarweise Differenz zwischen x und y

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

https://datascientest.com/de/pearson-vs-spearman-korrelationen-einfache-erklaerung

3. Korrelationen

- Pearson-Korrelation:
  - Lineare Beziehung kontinuierlicher Variablen
  - Änderung einer Variablen mit proportionaler Änderung einer anderen korreliert
- Spearman-Korrelation:
  - Nicht-konstante Beziehung zweier kontinuierlicher oder ordinaler Variablen
  - Änderung einer Variablen mit nicht-proportionaler Änderung einer anderen korreliert

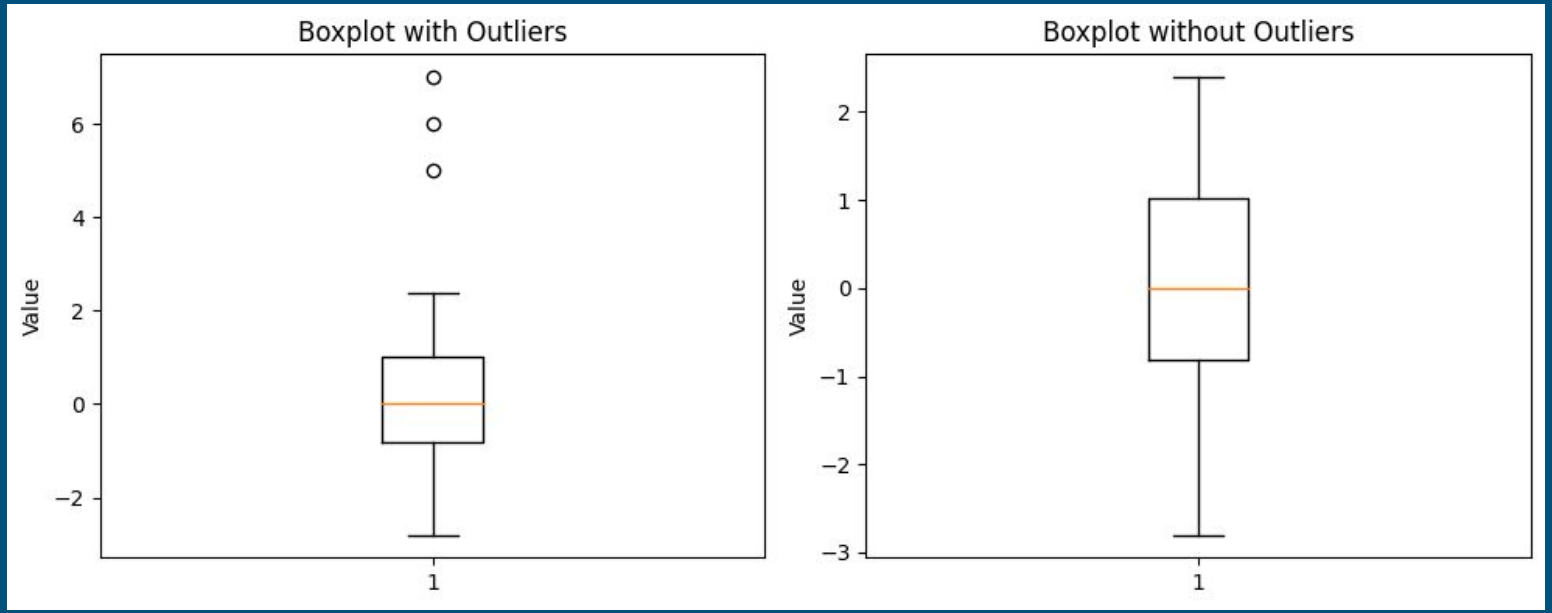


Fallstricke

4.1 Ausreißer

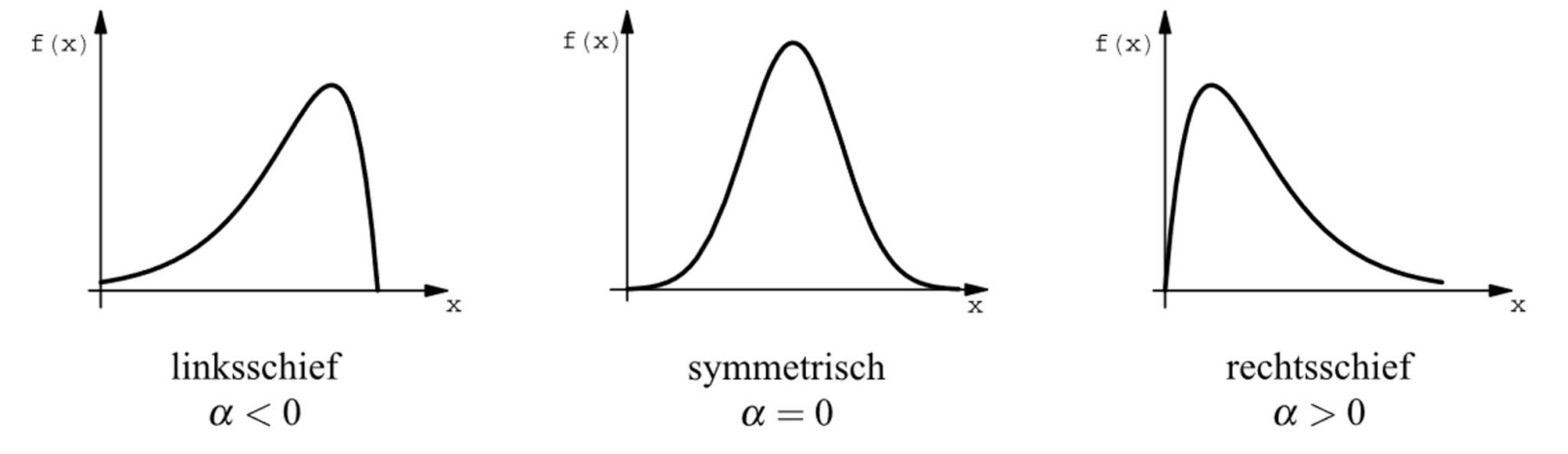
- Erheblich abweichende Datenpunkte
- Keine universelle Definition von Ausreißern möglich
- Entfernung nur mit Vorsicht und in begründeten Fällen
- Auswirkungen auf die statistische Verwertbarkeit sollten analysiert werden

4.1 Ausreißer



4.2 Schiefe

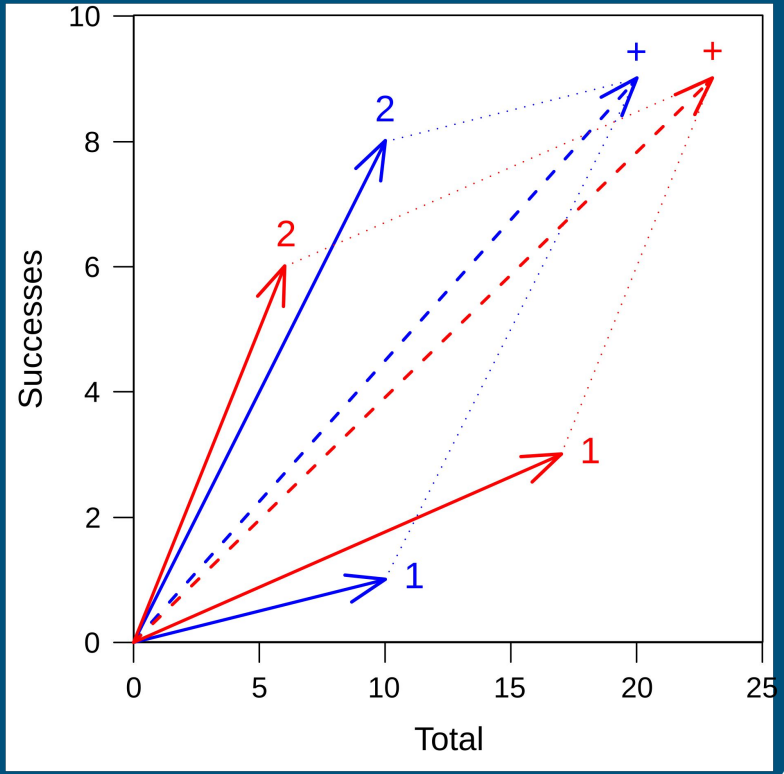
- Abweichung der Ergebnisverteilung vom Erwartungswert/Mittelwert
- links/negative - rechts/positive Schiefe



4.3 Simpson-Paradoxon

- Umkehrung eines Bewertungstrends bei Kombination verschiedener Gruppen
- Störvariablen als Ursache
  - Nicht-entdeckter Einflussfaktor auf Erfolgsquote

- Unterteilung einer Stichprobe führt zu umgekehrt anmutenden Trends, wenn das Kriterium der Unterteilung mit einer Untersuchungsvariable korreliert



4.3 Simpson-Paradoxon

UC Berkeley, Gender-Bias-Studie

	All		Men		Women	
	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted
Total	12,763	41%	8,442	44%	4,321	35%

4.3 Simpson-Paradoxon

Department	All		Men		Women	
	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted	Applicants	Admitted
A	933	64%	**825**	62%	108	82%
B	585	63%	**560**	63%	25	68%
C	918	35%	325	37%	**593**	34%
D	792	34%	417	33%	375	35%
E	584	25%	191	28%	**393**	24%
F	714	6%	373	6%	341	7%
Total	**4526**	**39%**	**2691**	**45%**	**1835**	**30%**

Quellen

1. Lane (Rice). Online Statistics Education – Descriptives: https://onlinestatbook.com/lms/
2. https://statistikgrundlagen.de/ebook/chapter/chapter-1-2/
3. https://wissenschafts-thurm.de/grundlagen-der-statistik-wie-unterscheidet-man-zwischen-nominal-ordinal-und-kardinalskala/
4. https://fity.club/lists/suggestions/outlier-box-plot/
5. https://soilr.github.io/doku/datentransformation.html
6. https://de.wikipedia.org/wiki/Simpson-Paradoxon#/media/Datei:Simpsons-vector.svg
7. https://service.destatis.de/eLearning/modul16/lm_pg_1856.html?up=1
8. https://statistikguru.de/spss/spearman-korrelation/spearman-vs-pearson.html
9. Bickel et. al.: Sex Bias in Graduate Admissions: Data from Berkeley. In: Science 187 (1975), Nr. 4175, S. 398–404
10. https://en.wikipedia.org/wiki/Simpson%27s_paradox
11. https://simpleclub.com/lessons/mathematik-varianz-standardabweichung
12. https://www.scribbr.com/statistics/pearson-correlation-coefficient/

Workshop

GitHub Repo

https://github.com/flo1304/data_descriptions_summaries