

Berend Gerdes van der Wall

# Grundlagen der Hubschrauber- Aerodynamik

2. Auflage

EBOOK INSIDE

EXTRAS ONLINE



Springer Vieweg

---

## VDI-Buch

---

Berend G. van der Wall

# Grundlagen der Hubschrauber-Aerodynamik

2., ergänzte, überarbeitete und korrigierte Auflage



Springer Vieweg

Berend G. van der Wall  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.  
(DLR)  
Braunschweig, Deutschland

ISSN 2512-5281  
VDI-Buch  
ISBN 978-3-662-60364-2  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9>

ISSN 2512-529X (electronic)  
ISBN 978-3-662-60365-9 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature 2015, 2020, korrigierte Publikation 2020  
Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von allgemein beschreibenden Bezeichnungen, Marken, Unternehmensnamen etc. in diesem Werk bedeutet nicht, dass diese frei durch jedermann benutzt werden dürfen. Die Berechtigung zur Benutzung unterliegt, auch ohne gesonderten Hinweis hierzu, den Regeln des Markenrechts. Die Rechte des jeweiligen Zeicheninhabers sind zu beachten.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen. Der Verlag bleibt im Hinblick auf geografische Zuordnungen und Gebietsbezeichnungen in veröffentlichten Karten und Institutionsadressen neutral.

Verantwortlich im Verlag: Markus Braun

Springer Vieweg ist ein Imprint der eingetragenen Gesellschaft Springer-Verlag GmbH, DE und ist ein Teil von Springer Nature.

Die Anschrift der Gesellschaft ist: Heidelberger Platz 3, 14197 Berlin, Germany

---

## Geleitwort von Sergei I. Sikorsky

I am pleased to note that Professor Berend G. van der Wall has revised and enlarged this second edition of his “Grundlagen der Hubschrauber-Aerodynamik.”

In my opinion, this is a unique work. This book contains a remarkable history of the development of the helicopter. It also contains a concise academic over-view of helicopter aerodynamics. I cannot think of another book that so well combines the history of the helicopter while explaining “how the thing works.”

I believe that this book belongs in the library of every person interested in the history of the helicopter. It is equally valuable to the person who wishes to make the helicopter his specialty in the rapidly growing international helicopter industry.

Surprise, Arizona

Sergei I. Sikorsky

---

## Vorwort

Seit Urzeiten träumt der Mensch von einem Transportmittel, das ihn von einem Ort zum anderen durch die Luft transportiert, ohne dass man Hindernissen auf dem Weg dahin ausweichen muss. Die Geschichte von Ikarus und Dädalus, aber auch von fliegenden Teppichen sind nur zwei Beispiele davon. Diese Träume sind mit der Erfindung und Reifung des Hubschraubers zu einem zuverlässigen Fluggerät Realität geworden, welches in vielen Bereichen zu einem unentbehrlichen Hilfsmittel geworden ist. Der Hubschrauber kann senkrecht vom Boden abheben und ebenso landen, sich in sämtliche Richtungen bewegen, und sollte die Bodenbeschaffenheit keine Landung zulassen, so kann er in geringster Höhe darüber schweben, Insassen ein- oder aussteigen lassen oder Fracht aufnehmen oder abladen. Daher ist er im Rettungsdienst zu Land, im Gebirge oder auf See, aber auch bei der Versorgung von Offshore-Anlagen nicht mehr wegzudenken. An dieser Stelle ist ein Zitat von Igor Sikorsky aus der Zeit um 1940 angebracht, als die – damals noch recht beschränkten – Fähigkeiten seines Hubschraubers in Frage gestellt wurden: *Wenn jemand eine Rettung braucht, kann ein Flugzeug hinfliegen und Blumen abwerfen, aber das ist auch schon alles. Ein Senkrechtstarter jedoch kann hinfiegen und sein Leben retten.*

Die rasante Entwicklung des Hubschraubers nach dem zweiten Weltkrieg wurde ganz besonders auch durch die ersten erfolgreichen Hubschrauber der Luftfahrtione Heinrich Focke und Anton Flettner in Deutschland von 1935–1945 geprägt. In dieser Zeit wurde auch die theoretische Behandlung der Hubschrauberaerodynamik und -dynamik stark vorangetrieben, was freilich mit dem Ende des Krieges ein abruptes Ende fand. Die meisten deutschen Pioniere auf dem Gebiet der Hubschrauber sind anschließend nach Amerika emigriert, wo die weitere Entwicklung der Hubschrauber rasant vorangetrieben wurde. Es dauerte bis 1953, als in Deutschland die Luftfahrtforschung wieder zugelassen wurde und damit auch die Arbeit auf dem Hubschraubersektor mit der Gründung der Deutschen Studiengemeinschaft Hubschrauber (DSH) in Stuttgart wieder Fahrt aufnahm, welche 1969 in die Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt (DFVLR; das heutige Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)) integriert wurde. Bis 1955 sind etliche Fachbücher über die Hubschraubertheorie in englischer Sprache erschienen. Überraschenderweise gibt es – trotz der Vorreiterrolle in der Theorie, Erpro-

bung und sogar Serienfertigung bis 1945 – jedoch kaum ein deutschsprachiges Lehrbuch zur grundlegenden Aerodynamik und Dynamik des Hubschraubers.

Diese Lücke soll mit diesem Lehrbuch geschlossen werden, das in moderner Form die Grundlagen und teilweise auch Feinheiten der theoretischen Behandlung des Drehflüglers darstellt und mit zahlreichen Übungen die Anwendung der Theorie vertieft. Die graphischen Darstellungen der mathematischen Zusammenhänge können vom Leser mit einfachen Tabellenkalkulationsprogrammen und den zur Verfügung gestellten Formeln nachvollzogen werden. Da praktisch die gesamte Fachliteratur in englischer Sprache publiziert wird, ist die hier verwendete Nomenklatur mit der darin üblichen Schreibweise konform und die jeweiligen englischen Fachbegriffe werden ebenfalls genannt.

Kap. 1 beschäftigt sich mit der geschichtlichen Entwicklung von Drehflügelflugzeugen. Die einfache Strahltheorie und ihre Anwendung in den verschiedenen Flugzuständen eines Hubschraubers wird in Kap. 2 vorgestellt. Eine verfeinerte Betrachtung der Rotoraerodynamik stellt die Blattelemententheorie dar, welche Gegenstand von Kap. 3 ist und mit welcher wiederum alle mit der Strahltheorie behandelten Flugzustände analysiert werden. Neben der Rotoraerodynamik ist die von dieser sowie der Rotorsteuerung beeinflusste Rotorblattbewegung in vereinfachter Form (als Bewegung eines starren Blattes um Gelenke am Rotorkopf) Inhalt des Kap. 4. Die Berechnung der Rotorantriebsleistung und des Gesamtleistungsbedarfs des Hubschraubers sowie die zugehörige Trimmung für einen Flugzustand wird in Kap. 5 beschrieben. Daraus leiten sich einige weitere Flugleistungsparameter, wie zum Beispiel die maximale Steiggeschwindigkeit oder größte Flughöhe, ab. Schließlich runden die Grundlagen des Hubschrauberentwurfs das Buch in Kap. 6 ab. Jedes Kapitel hat eine eigene Literaturliste, wobei Wert darauf gelegt wurde, die Originalquellen zu den verschiedenen in Anwendung kommenden Theorien zu zitieren.

Zahlreiche Übungen vertiefen das Verständnis der theoretischen Darstellungen und die Lösungen dazu sind im Anhang gegeben. Ebenso finden sich dort einige Datenblätter zu historischen Hubschraubermodellen als auch der Bo105 als dem bisher erfolgreichsten deutschen in Serie gebauten Hubschrauber. Im Anhang befindet sich zudem ein umfangreiches Deutsch-Englisches Wörterbuch der wichtigsten Fachbegriffe.

---

## Zur zweiten Auflage

Das gesamte Werk wurde nochmals durchgesehen und zahlreiche zusätzliche Erläuterungen zum besseren Verständnis eingefügt; auch wurden die gefundenen Fehler beseitigt. Sämtliche Grafen wurden neu erstellt, um ein homogeneres Erscheinungsbild insbesondere im Zusammenhang mit den zugehörigen Formeln zu erhalten. Einige Skizzen wurden hinzugefügt zur besseren Veranschaulichung der beschriebenen Sachverhalte. Die aktuellen Trends der gegenwärtigen Hubschrauberentwicklungen wurden aufgenommen (neue Modelle der etablierten und neu hinzu gekommenen Hersteller). Der Abschnitt über elek-

trisch angetriebene Hubschrauber wurde substantiell erweitert, um dem seit etwa 2014 entstandenen Hype auf dem Gebiet „Urban Air Mobility (UAM)“ bzw. „electric Vertical Take-Off and Landing (eVTOL)“ gerecht zu werden. Neu hinzugekommen sind ein Abschnitt über ausgewählte Probleme der Interaktionsaerodynamik sowie ein Abschnitt über den Einsatz von Spoilern anhand ausgewählter Beispiele.

---

## Danksagung

Dieses Buch verdankt seine Entstehung mehreren Faktoren. Zunächst ist der Mangel an ausführlicher deutschsprachiger Literatur zu den Grundlagen der Hubschrauberaerodynamik und ihren Besonderheiten zu erwähnen, während es in englischer Sprache eine Fülle von Literatur mit verschiedensten Schwerpunkten gibt. Des Weiteren spielt mein Auslandsstudium 1990–1991 an der University of Maryland eine wichtige Rolle, wo ich Vorlesungen zum Thema von einem der „Väter“ der traditionellen Hubschrauberaerodynamik und -dynamik, Prof. Alfred Gessow, als auch dem prominentesten Vertreter der modernen Hubschrauberaerodynamik, Prof. J. Gordon Leishman, belegte. Beiden gilt mein Dank für deren Konzepte, die physikalischen Vorgänge anschaulich darzustellen, was den Stil dieses Buches mit geprägt hat. Den wichtigsten Anlass zur Erstellung war jedoch die Notwendigkeit, ein aktuelles Vorlesungsmanuskript für die entsprechende Vorlesung an der TU Braunschweig zu stellen, welche ich seit 2007 zu halten die Ehre habe.

Etwa 2000 Arbeitsstunden privater Zeit sind in dieses Werk geflossen, im Wesentlichen während der ersten zwei Jahre, dann in kontinuierlicher Kleinarbeit, um auch die letzten Fehler zu eliminieren, die geschichtlichen Entwicklungen zu aktualisieren und vor allem die physikalischen Zusammenhänge so anschaulich wie möglich herauszuarbeiten. Insbesondere zolle ich allen Studenten, die mir im Laufe der Jahre mit ihren Fehlermeldungen, Kommentaren, Verbesserungsvorschlägen und Diskussionen zahlreiche Beiträge leisteten, große Anerkennung. Die finanzielle Honorierung von Fehlermeldungen hat hier große vorteilhafte Wirkung gezeigt.

Während sämtliche Grafen und Skizzen vom Autoren neu erstellt wurden, stammen fast alle Fotos historischer, gegenwärtiger und geplanter Fluggeräte mit drehenden Flügeln aus Originalquellen der Hubschrauberhersteller, -museen oder -organisationen. Insbesondere bin ich folgenden Einrichtungen zu tiefstem Dank verpflichtet, denn die Überlassung hochauflösender digitaler Bilder stellt eine große qualitative und quantitative Bereicherung dar.

- AgustaWestland Italien: Claudio Cereda und Alessandra Furigo
- AgustaWestland England: David Gibbings
- AgustaWestland Polen (Wytwormia Sprzecu Komunikacyjnego „PZL-Swidnik“ S.A.): Marcin Müller

- Airbus Helicopters Deutschland: Philip Krämer, Julia Sailer und Jörg Michel
- American Helicopter Society International: Mike Hirschberg
- Bell Helicopter: Jay Miller, Erasmo Piñero und Brad Holloway
- Boeing: Kenneth M. Bartie und Robert M. Beggs
- Burkhard Domke
- Caterina Jahnke, APTmedia
- Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR): André Bauknecht
- edm aerotec: Lucielle Gebhardt
- e-volo GmbH Karlsruhe: Alex Zosel und das Entwicklungsteam
- Hubschraubermuseum Bückeburg: Wolfgang Gastorf und Matthias Stäblein
- Kaman Corporation: Eric Remington
- Kopter Group
- Robinson Helicopter Company: Loretta Conley
- RotorSchmiede: RS Helikopter GmbH
- Russian Helicopters, JSC: Igor Korotkin
- Sikorsky Aircraft: Peter E. DeVito
- Sikorsky Communications and Media Relations: Frans Jurgens und Melissa Chadwick
- Sikorsky Historical Archives: John Bulakowski
- Smithsonian Institution National Air and Space Museum: Roger Connor
- Universität Stuttgart (IAG): Markus Dietz
- Volocopter: Helena Treeck

---

# Bezeichnungen

---

## Lateinische Formelzeichen

$a$	Schallgeschwindigkeit, m/s
$A$	Rotorkreisfläche bzw. Strahlkreisfläche in der Rotorebene, $A = \pi R^2$ , m <sup>2</sup>
$A_\infty$	Strahlkreisfläche weit weg vom Rotor, m <sup>2</sup>
$A_F$	Rumpfwiderstandsfläche, m <sup>2</sup>
$B$	dimensionsloser effektiver Radius, $B = R_{\text{eff}}/R$
$c$	Profiltiefe, m
$c_e$	äquivalente Profiltiefe, m
$C_d$	Widerstandsbeiwert
$C_{d0}$	Profilnullwiderstandsbeiwert
$C_{d1}$	Widerstandsbeiwert proportional zu $\alpha_a$ , 1/rad
$C_{d2}$	Widerstandsbeiwert proportional zu $\alpha_a^2$ , 1/rad <sup>2</sup>
$C_{dF}$	Widerstandsbeiwert des Rumpfes
$C_L$	Auftriebsbeiwert des Rotors, $C_L = L/(\rho_\infty/2)V_\infty^2 A$
$C_l$	Profilauftriebsbeiwert
$C_{l\alpha}$	Auftriebsanstieg, 1/rad
$C_{l\mu}$	Auftriebsanstieg aufgrund Ausblasung
$C_m$	Momentenbeiwert
$C_{m0}$	Nullmomentenbeiwert
$C_{m\alpha}$	Momentenanstieg, 1/rad
$C_{m\dot{\alpha}}$	Momentenbeiwert proportional zu $\dot{\alpha}$ , s/rad
$C_P$	Leistungsbeiwert, $C_P = P/(\rho_\infty A(\Omega R)^3)$
$C_Q$	Drehmomentenbeiwert, $C_Q = Q/(\rho_\infty A(\Omega R)^2 R)$
$C_T$	Schubbeiwert, $C_T = T/(\rho_\infty A(\Omega R)^2)$
$C_W$	Gewichtsbeiwert, $C_W = W/(\rho_\infty A(\Omega R)^2)$
$C_\mu$	Ausblasbeiwert
$D$	Widerstand, N
$d_\beta$	Schlagdämpfungsfaktor, Nm/s
$d_\zeta$	Schwenkdämpfungsfaktor, Nm/s
$d_\vartheta$	Torsionsdämpfungsfaktor, Nm/s

$D_\beta$	dimensionsloser Schlagdämpfungsfaktor
$D_\zeta$	dimensionsloser Schwenkdämpfungsfaktor
$D_\vartheta$	dimensionsloser Torsionsdämpfungsfaktor
$e_\beta$	dimensionsloser Schlaggelenksabstand, $e_\beta = y_\beta / R$
$e_\zeta$	dimensionsloser Schwenkgelenksabstand, $e_\zeta = y_\zeta / R$
$e_\vartheta$	dimensionsloser Steuergelenksabstand, $e_\vartheta = y_\vartheta / R$
$f$	äquivalente Rumpfwiderstandsfläche, $f = A_F C_{dF}$ , m <sup>2</sup>
$F$	Kraft, N
$F$	Prandtl's Blattspitzenverlustfunktion
$F_{Co}$	Corioliskraft, N
$FM$	Leistungsgütegrad, $FM = P_{\text{ideal}} / P_{\text{real}}$
$F_P$	Vortriebskraft, N
$F_{x,y,z}$	Kraft in $x, y, z$ -Richtung, N
$g$	Gravitationskonstante, m/s <sup>2</sup>
$\bar{g}$	dimensionslose Gravitationskonstante, $\bar{g} = g / (R \Omega^2)$
$h$	Flughöhe über Grund, km
$H$	Flughöhe über Meeresspiegel, km
$H$	Längskraft am Rotorkopf, N
$I_\beta$	Massenträgheitsmoment der Schlagbewegung, kg m <sup>2</sup>
$I_\zeta$	Massenträgheitsmoment der Schwenkbewegung, kg m <sup>2</sup>
$I_\vartheta$	Massenträgheitsmoment der Torsionsbewegung, kg m <sup>2</sup>
$I'_0$	Polares Trägheitsmoment der Torsionsbewegung, kg m <sup>2</sup> /m
$J_\beta$	statisches Massenmoment der Schlagbewegung, kg m
$J_\zeta$	statisches Massenmoment der Schwenkbewegung, kg m
$k_{\text{tip}}$	reduzierte Frequenz an der Blattspitze, $k_{\text{tip}} = c / (2R)$
$k_x$	cos-Amplitude des induzierten Durchflusses, $k_x = \lambda_C / \lambda_{i0}$
$k_y$	sin-Amplitude des induzierten Durchflusses, $k_y = \lambda_S / \lambda_{i0}$
$k_\beta$	Schlagfederkonstante, Nm/rad
$k_\zeta$	Schwenkfederkonstante, Nm/rad
$k_\vartheta$	Torsionsfederkonstante, Nm/rad
$K$	Anstiegsfaktor des Profilwiderstandes
$L$	Auftrieb, N
$m$	Masse, kg, t
$m'$	Massenverteilung, $m' = dm/dy$
$\dot{m}$	Massenstrom durch den Rotor, kg/s
$m_b$	Blattmasse, kg
$M$	Machzahl, $M = V/a$
$M$	Moment, Nm
$M_A$	aerodynamisches Moment, Nm
$M_{CF}$	Zentrifugalkraftmoment, Nm
$M_{Co}$	Coriolismoment, Nm
$M_D$	Dämpfermoment, Nm

---

$M_G$	Gewichtsmoment, Nm
$M_I$	Moment aus Massenträgheitskräften, Nm
$M_P$	Propellermoment, Nm
$M_{SF}$	Federmoment um das Schlaggelenk, Nm
$M_{\text{tip}}$	Blattspitzenmachzahl im Schwebeflug, $M_{\text{tip}} = \Omega R/a$
$M_x$	Rollmoment, Nm
$M_y$	Nickmoment, Nm
$M_\infty$	Machzahl der ungestörten Anströmung
$M_\beta$	Aerodynamisches Moment um das Schlaggelenk, Nm
$n$	Exponent der induzierten Durchflussverteilung
$N$	Anzahl der Blattelemente pro Rotorblatt
$N_b$	Anzahl der Rotorblätter
$N_F$	Schlagmoment am Blattanschluss, Nm
$N_L$	Schwenkmoment am Blattanschluss, Nm
$N_{\text{rev}}$	Anzahl von Rotordrehungen
$N_R$	Anzahl der Rotoren
$N_s$	Anzahl der Querwirbelemente
$N_t$	Anzahl der Längswirbelemente
$N_\psi$	Anzahl azimutaler Stützstellen pro Rotordrehung
$p$	Druck, N/m <sup>2</sup>
$P$	Leistung, W
$P_h$	Schwebeflugleistung, W
$P_i$	induzierte Leistung, W
$P_c$	Steigflugleistung, W
$Q$	Antriebsmoment am Rotorkopf, Nm
$r$	dimensionslose radiale Koordinate, $r = y/R$
$r_a$	dimensionsloser radialer Profilbeginn, $r_a = y_a/R$
$R$	Rotorradius, m
$Re$	Reynoldszahl, $Re = Vc/v$
$R_{\text{eff}}$	effektiver tragender Radius, m
$R_{TR}$	Heckrotorradius, m
$R_\infty$	Radius des voll ausgebildeten Abstroms, m
<b>RPM</b>	Umdrehungen pro Minute, 1/min
$S$	Kontrollfläche, m <sup>2</sup>
$S_x$	Tangentialkraft am Blattanschluss, N
$S_y$	Radialkraft am Blattanschluss, N
$S_z$	Vertikalkraft am Blattanschluss, N
$T$	Rotorschub, N
$T$	Temperatur, °C, K
$T_{TR}$	Heckrotorschub, N
$v_h$	induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug, m/s
$v_i$	induzierte Geschwindigkeit, m/s

---

$v_{i\infty}$	induzierte Geschwindigkeit im voll ausgebildeten Abstrom, m/s
$V$	Geschwindigkeit, m/s
$V_c$	Steiggeschwindigkeit, m/s
$V_\infty$	Fluggeschwindigkeit, m/s
$V_P$	senkrechte Geschwindigkeitskomponente, m/s
$V_R$	radiale Geschwindigkeitskomponente, m/s
$V_T$	tangentielle Geschwindigkeitskomponente, m/s
$V_\beta$	Vergrößerungsfunktion der Schlagbewegung
$V_\zeta$	Geschwindigkeit aus einer Schwenkbewegung, m/s
$V_\Theta$	Geschwindigkeit aus einer Drehbewegung, m/s
$W$	Arbeit, Nm, J
$W$	Gewichtskraft, N
$x, y, z$	Koordinatenrichtungen ( $y$ radial), m
$x_a$	Offset der aerodynamischen Achse von der elastischen Achse, m
$x_I$	Offset der Schwerpunktsachse von der elastischen Achse, m
$Y$	Querkraft am Rotorkopf, N
$y_a$	Radius des Profilbeginns, m
$y_\beta$	Schlaggelenksabstand vom Rotorzentrum, m
$y_\zeta$	Schwenkgelenksabstand vom Rotorzentrum, m
$y_\vartheta$	Steuergelenksabstand vom Rotorzentrum, m
$Y$	Rotorseitenkraft, N

---

## Griechische Formelzeichen

$\alpha$	Anstellwinkel des Rotors, rad
$\alpha_a$	aerodynamischer Profilanstellwinkel, rad
$\alpha_{TPP}$	Anstellwinkel der Blattspitzenebene, rad
$\alpha_0$	Nullanstellwinkel, rad
$\alpha_{opt}$	Anstellwinkel mit optimalem Gleitverhältnis, rad
$\beta$	Schlagwinkel, rad
$\beta_P$	voreingebauter Schlagkonuswinkel, rad
$\beta_0$	stationärer Schlagwinkel bzw. Konus, rad
$\beta_C$	Längsschlagwinkel, rad
$\beta_S$	Querschlagwinkel, rad
$\gamma$	Lockzahl, $\gamma = \rho c C_{l\alpha} R^4 / I_\beta$
$\Gamma$	Zirkulation, m <sup>2</sup> /s
$\Delta_3$	Schlag-Torsionskopplung
$\zeta$	Schwenkwinkel, rad
$\zeta_P$	voreingebauter Schwenkwinkel, rad
$\zeta_0$	stationärer Schwenkwinkel, rad
$\Theta$	Profileinstellwinkel, rad

---

$\Theta_F$	Nickwinkel, rad
$\Theta_{FP}$	Flugbahnwinkel, rad
$\Theta_{tw}$	Verwindung, rad/R
$\Theta_0$	Kollektiver Steuerwinkel, rad
$\Theta_C$	Quersteuerwinkel, rad
$\Theta_S$	Längssteuerwinkel, rad
$\vartheta$	Torsionswinkel, rad
$\kappa$	Korrekturfaktor für induzierte Leistung
$\kappa_W$	Strahlflächenverhältnis, $\kappa_W = A_\infty/A$
$\lambda$	Durchflussgrad, $\lambda = \lambda_c + \mu_z + \lambda_i$
$\lambda_c$	dimensionslose Steigrate, $\lambda_c = V_c/(\Omega R)$
$\overline{\lambda}_c$	relative Steigrate, $\overline{\lambda}_c = \lambda_c/\lambda_{h\infty} = \lambda_c/(2\lambda_h)$
$\lambda_h$	induzierter Durchflussgrad im Schwebeflug, $\lambda_h = v_h/(\Omega R)$
$\lambda_{h\infty}$	induzierter Durchflussgrad im Schwebeflug weit unterhalb des Rotors
$\lambda_i$	induzierter Durchflussgrad, $\lambda_i = v_i/(\Omega R)$
$\lambda_{i0}$	Mittelwert des induzierten Durchflussgrades
$\lambda_{i1}$	1/rev Anteil des induzierten Durchflussgrades
$\lambda_{tip}$	Durchflussgrad an der Blattspitze
$\Lambda$	Streckung, $\Lambda = (2R)^2/A = 4/\pi$
$\mu$	Fortschrittsgrad, $\mu = V_\infty \cos \alpha / (\Omega R)$
$\mu_z$	Durchflussgrad aus Vorwärtsgeschwindigkeit = axialer Fortschrittsgrad, $\mu_z = -\mu \tan \alpha$
$\nu$	Frequenzverhältnis
$\nu$	kinematische Viskosität, m <sup>2</sup> /s
$\nu_\beta$	dimensionslose Schlag eigenfrequenz, $\nu_\beta = \omega_\beta / \Omega$
$\nu_\zeta$	dimensionslose Schwenkeigenfrequenz, $\nu_\zeta = \omega_\zeta / \Omega$
$\nu_\vartheta$	dimensionslose Torsionseigenfrequenz, $\nu_\vartheta = \omega_\vartheta / \Omega$
$\rho_\infty$	Luftdichte, kg/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Flächendichte, $\sigma = N_b c / (\pi R)$
$\sigma_e$	äquivalente Flächendichte, $\sigma_e = N_b c_e / (\pi R)$
$\phi$	induzierter Anstellwinkel, rad
$\phi_F$	Rollwinkel, rad
$\psi$	Rotorumlaufwinkel, Azimut, rad
$\psi_F$	Gier- oder Schiebewinkel, rad
$\omega$	Kreisfrequenz, rad/s
$\omega_\beta$	Schlag eigenfrequenz, rad/s
$\omega_\zeta$	Schwenkeigenfrequenz, rad/s
$\omega_\vartheta$	Torsionseigenfrequenz, rad/s
$\Omega$	Rotordrehfrequenz, rad/s
$\Omega_{TR}$	Heckrotordrehfrequenz, rad/s
$\chi$	Abstromwinkel des Nachlaufs, rad

## Abkürzungen

AEG	Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft
AH	Attack Helicopter
AHS	American Helicopter Society
AIAA	American Institute of Aeronautics and Astronautics
ARC R&M	Aeronautical Research Committee Reports & Memoranda
AVA	Aerodynamische Versuchsanstalt Göttingen
BA	Bell-Agusta
BEMT	Blade Element Momentum Theory
BERP	British Experimental Rotor Program
BET	Blade Element Theory
BK	Bölkow Kawasaki
CFD	Computational Fluid Dynamics
CF	Centrifugal Force
cg	Schwerpunkt
CSD	Computational Structural Dynamics
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
EC	Eurocopter
ECD	Eurocopter Deutschland
EH	European Helicopter
eVTOL	Electric VTOL
F	Rumpf
FAI	Federation Aeronautique Internationale
FCT	Fourier Coordinate Transform
GFK	Glasfaser verstärkter Kunststoff
HAL	Hindustan Aeronautics Limited
HAMC	Harbin Aircraft Manufacturing Corporation
HS	Horizontal Stabilizer
IAG	Institut für Aerodynamik und Gasdynamik, Uni Stuttgart
ICAO	International Civil Aviation Organization
IGE	im Bodeneffekt
JAHS	Journal of the AHS
KAI	Korean Aircraft Industries
KHI	Kawasaki Heavy Industries
LDV	Laser Doppler Velocimetry
MBB	Messerschmidt Bölkow-Blohm
MD	McDonnell Douglas
MHI	Mitsubishi Heavy Industries
MR	Main Rotor
MTOM	Maximum Take Off Mass
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics

NAHEMA	NATO Helicopter Development and Design, Logistic Management Agency
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NATO	North Atlantic Treaty Organisation
NHI	NATO Helicopter Industries
NOTAR	No Tail Rotor
OGE	außerhalb des Bodeneffektes
ONERA	Office Nationale d' Etude et de Recherche Aerospatiales
PIV	Particle Image Velocimetry
PZL	Polskie Zaklady Lotnicze
RAeS	Royal Aeronautical Society
RSRA	Rotor Systems Research Aircraft
SAR	Search and Rescue
SAS	Stability Augmentation System
SI	Systeme International d'unites
SNCASO	Societe Nationale de Constructions Aeronautiques du Sud Ouest
TPP	Tip Path Plane
TR	Tail Rotor
UAM	Urban Air Mobility
UH	Utility Helicopter
VS	Vertical Stabilizer
VTOL	Vertical Take Off and Landing
XH	Experimental Helicopter
XV	Experimental Aircraft for Vertical take-off
ZAGI	Zentrales Aerohydrodynamisches Institut (auch TsAGI)

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einführung</b> . . . . .	1
1.1 Einleitung . . . . .	1
1.2 Die Entwicklungsgeschichte der Drehflügler . . . . .	2
1.2.1 Literatur zur Geschichte und Theorie des Drehflüglers . . . . .	2
1.2.2 Von der Antike bis 1900 . . . . .	4
1.2.3 Die Pionierzeit des Hubschraubers: 1900 bis 1936 . . . . .	9
1.2.4 Entwicklungen bis zum Ende des 2. Weltkriegs . . . . .	18
1.2.5 Entwicklungen nach dem 2. Weltkrieg . . . . .	28
1.2.6 Entwicklung der Größe und Flugleistungen von Drehflüglern . . . . .	64
1.2.7 Muskelkraftgetriebene Hubschrauber . . . . .	66
1.2.8 Elektrische Hubschrauber . . . . .	68
1.3 Der Blattanschluss am Rotorkopf . . . . .	72
1.3.1 Einleitung . . . . .	72
1.3.2 Zentrales Schlaggelenk . . . . .	74
1.3.3 Gimbalrotor . . . . .	75
1.3.4 Voll gelenkige Rotoren . . . . .	76
1.3.5 Gelenklose Rotoren . . . . .	77
1.3.6 Lagerlose Rotoren . . . . .	77
1.3.7 Heckrotoren . . . . .	79
1.4 Grundbegriffe . . . . .	80
1.4.1 Klassifikation von Luftfahrzeugen . . . . .	80
1.4.2 Drehflügelkonzepte . . . . .	81
1.4.3 Marktentwicklung . . . . .	87
1.4.4 Vergleich zum Flächenflugzeug . . . . .	88
1.4.5 Steuerelemente . . . . .	90
1.4.6 Bezeichnungen und Beispielhubschrauber Bo105 . . . . .	90
1.4.7 Hubschraubermuseen . . . . .	90
1.4.8 Hubschrauberhersteller . . . . .	93

1.5	Übungen zu Kapitel 1 . . . . .	94
1.5.1	Geschichte der Drehflügler . . . . .	94
1.5.2	Blattanschluss am Rotorkopf . . . . .	94
1.5.3	Kurzfragen . . . . .	94
Literatur . . . . .		95
<b>2</b>	<b>Grundlagen der Drehflügleraerodynamik . . . . .</b>	<b>99</b>
2.1	Einleitung . . . . .	99
2.1.1	Charakterisierung der Flugzustände . . . . .	99
2.1.2	Aerodynamische Phänomene . . . . .	102
2.1.3	Grundgleichungen zur Strahltheorie . . . . .	105
2.2	Schwebeflug . . . . .	106
2.2.1	Induzierte Geschwindigkeit . . . . .	106
2.2.2	Druckverlauf . . . . .	110
2.2.3	Schub und Leistung . . . . .	111
2.2.4	Dimensionslose Beiwerte . . . . .	113
2.2.5	Profilwiderstand und globale Korrekturen . . . . .	114
2.2.6	Einfluss der Kompressibilität . . . . .	116
2.2.7	Leistungsgütegrad . . . . .	117
2.2.8	Blattspitzenverluste . . . . .	119
2.2.9	Spezifische Rotorblattbelastung . . . . .	122
2.2.10	Leistungs- und Flächenbelastung . . . . .	125
2.3	Axialer Steig- und Sinkflug . . . . .	127
2.3.1	Strömungszustände im axialen Flug . . . . .	127
2.3.2	Steigflug . . . . .	129
2.3.3	Schneller Sinkflug: Windmühlenstadium . . . . .	130
2.3.4	Langsamer Sinkflug, Wirbelringstadium . . . . .	131
2.3.5	Leistungsbedarf im axialen Flug . . . . .	132
2.3.6	Autorotation . . . . .	134
2.3.7	Strahleinschnürung . . . . .	135
2.3.8	Bodeneffekt . . . . .	137
2.3.9	Nachbarschaft von Rotoren . . . . .	138
2.3.10	Ummantelte Rotoren . . . . .	139
2.4	Vorwärtsflug . . . . .	142
2.4.1	Schub und Leistung . . . . .	142
2.4.2	Induzierte Geschwindigkeit . . . . .	145
2.4.3	Leistungsbedarf im Vorwärtsflug . . . . .	148
2.4.4	Bodeneffekt im Vorwärtsflug . . . . .	150
2.4.5	Wirbelringstadium im Vorwärtsflug . . . . .	151
2.5	Übungen zu Kapitel 2 . . . . .	151
2.5.1	Kurzfrage . . . . .	151
2.5.2	Strahltheorie . . . . .	152

2.5.3	Leistungsrechnung mit der Strahltheorie . . . . .	153
2.5.4	Leistungsrechnung: Bodeneffekt, Steigflug, Sinkflug, Autorotation . . . . .	154
Literatur . . . . .		155
<b>3</b>	<b>Die Blattelemententheorie . . . . .</b>	<b>157</b>
3.1	Einleitung . . . . .	157
3.2	Koordinatensysteme . . . . .	162
3.3	Schwebeflug sowie axialer Steig- und Sinkflug . . . . .	164
3.3.1	Grundlegende Zusammenhänge . . . . .	164
3.3.2	Näherungslösungen für Schub und Leistung . . . . .	166
3.3.3	Lösung für unverwundene Rotorblätter und konstanten Durchflussgrad . . . . .	167
3.3.4	Blattspitzenverluste, Profilwiderstand . . . . .	169
3.3.5	Beispiel der Anwendung . . . . .	170
3.3.6	Lösung für linear verwundene Rotorblätter und konstanten Durchfluss . . . . .	174
3.4	Kombinierte Blattelementen- und Strahltheorie . . . . .	175
3.4.1	Induzierter Durchflussgrad im Schwebefl., Steig- und schnellen Sinkflug . . . . .	176
3.4.2	Die ideale Verwindung . . . . .	179
3.4.3	Beispiel zur Blattelemententheorie . . . . .	180
3.4.4	Numerischer Lösungsansatz . . . . .	182
3.4.5	Der optimale Schwebeflugrotor . . . . .	185
3.4.6	Zirkulationsverteilung . . . . .	192
3.4.7	Blattspitzenverluste . . . . .	193
3.4.8	Einfluss der Kompressibilität . . . . .	196
3.4.9	Verschiedene Definitionen der Flächendichte . . . . .	197
3.4.10	Der mittlere Auftriebsbeiwert und der mittlere Anstellwinkel . . . . .	199
3.4.11	Vergleich mit Messungen an Modellrotoren . . . . .	200
3.4.12	Schlussfolgerungen . . . . .	201
3.5	Vorwärtsflug . . . . .	202
3.5.1	Geschwindigkeiten am Blattelement . . . . .	202
3.5.2	Bereich rückwärtiger Anströmung . . . . .	206
3.5.3	Modellierung der induzierten Geschwindigkeiten . . . . .	207
3.5.4	Modellierungen höherer Ordnung . . . . .	209
3.5.5	Interaktionsaerodynamik . . . . .	217
3.6	Autorotation . . . . .	219
3.6.1	Vertikale Autorotation . . . . .	219
3.6.2	Autorotation im Vorwärtsflug . . . . .	223

3.7	Übungen zu Kapitel 3 . . . . .	225
3.7.1	Kurzfragen . . . . .	225
3.7.2	Leistungsrechnung mit der Blattelemententheorie . . . . .	226
3.7.3	Autorotationsrechnung mit der Blattelemententheorie . . . . .	228
Literatur . . . . .		228
<b>4</b>	<b>Die Bewegung rotierender Flügel . . . . .</b>	<b>231</b>
4.1	Einleitung . . . . .	231
4.2	Grundlagen der Schwingungsbewegung . . . . .	232
4.3	Die Schlagbewegung des starren, gelenkig angeschlossenen Rotorblattes . . . . .	234
4.3.1	Aufstellung der Bewegungsdifferentialgleichung . . . . .	234
4.3.2	Blattmasse und statisches Massenmoment . . . . .	235
4.3.3	Das Massenträgheitsmoment . . . . .	236
4.3.4	Die Zentrifugalkraft und ihr Moment . . . . .	237
4.3.5	Das Coriolismoment . . . . .	238
4.3.6	Das aerodynamische Moment . . . . .	239
4.3.7	Das Feder- und Dämpfermoment . . . . .	239
4.3.8	Der Schwebeflug . . . . .	241
4.3.9	Der Vorwärtsflug bei $\alpha = 0$ . . . . .	244
4.3.10	Schlussbemerkungen . . . . .	248
4.4	Die Schwenkbewegung . . . . .	249
4.4.1	Aufstellung der Bewegungsdifferentialgleichung . . . . .	249
4.4.2	Massen-, Trägheits-, Feder- und Dämpfermomente . . . . .	249
4.4.3	Das Moment aus der Zentrifugalkraft . . . . .	250
4.4.4	Das Coriolismoment . . . . .	251
4.4.5	Das aerodynamische Moment . . . . .	252
4.4.6	Der Schwebeflug . . . . .	253
4.4.7	Schlussbemerkungen . . . . .	257
4.5	Die Torsionsbewegung . . . . .	258
4.5.1	Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichung . . . . .	259
4.5.2	Massen-, Trägheits-, Feder- und Dämpfermomente . . . . .	259
4.5.3	Das Propellermoment . . . . .	260
4.5.4	Das aerodynamische Moment . . . . .	260
4.5.5	Der Schwebeflug . . . . .	262
4.5.6	Das Eigenfrequenz- oder Fan-Diagramm . . . . .	264
4.5.7	Kopplungen von Schlag- und Steuerbewegung . . . . .	265
4.5.8	Schlussbemerkungen . . . . .	266
4.6	Die Kräfte und Momente am Rotorkopf . . . . .	267
4.6.1	Koordinatensysteme . . . . .	267
4.6.2	Blattanschlusskräfte . . . . .	268
4.6.3	Die Rotorkomponenten im nicht drehenden System . . . . .	271
4.6.4	Schlussbemerkungen . . . . .	274

---

4.7	Übungen zu Kapitel 4 . . . . .	274
4.7.1	Kurzfragen . . . . .	274
4.7.2	Blattbewegung im Schwebeflug . . . . .	274
4.7.3	Blattbewegung im Vorwärtsflug . . . . .	275
Literatur . . . . .		276
<b>5</b>	<b>Leistungsberechnung im stationären Flug . . . . .</b>	<b>277</b>
5.1	Einleitung . . . . .	277
5.2	Trimmung des Hubschraubers . . . . .	279
5.2.1	Einleitung . . . . .	279
5.2.2	Vereinfachte Trimmrechnung . . . . .	282
5.2.3	Berechnung der Rotorkräfte . . . . .	286
5.2.4	Aerodynamische Wechselwirkungen (Interferenzen) . . . . .	293
5.2.5	Beispiele zur Trimmrechnung . . . . .	295
5.3	Zusammensetzung der Gesamtleistung . . . . .	298
5.4	Axialer Steig- und Schwebeflug . . . . .	301
5.4.1	Leistungsbedarf im Schwebeflug . . . . .	301
5.4.2	Maximale Steiggeschwindigkeit . . . . .	302
5.4.3	Maximale Sinkrate . . . . .	303
5.5	Vorwärtsflug . . . . .	303
5.5.1	Leistungsbedarf im Horizontalflug . . . . .	303
5.5.2	Gleitverhältnis . . . . .	305
5.5.3	Maximale Steiggeschwindigkeit . . . . .	306
5.5.4	Maximale Sinkrate . . . . .	307
5.5.5	Längste Flugdauer . . . . .	308
5.5.6	Maximale Reichweite . . . . .	309
5.6	Übungen zu Kapitel 5 . . . . .	309
Literatur . . . . .		310
<b>6</b>	<b>Grundlagen des Hubschrauberentwurfs . . . . .</b>	<b>311</b>
6.1	Einleitung . . . . .	311
6.2	Hauptrotorenentwurf . . . . .	312
6.2.1	Rotorradius . . . . .	313
6.2.2	Blattspitzengeschwindigkeit . . . . .	315
6.2.3	Flächendichte . . . . .	316
6.2.4	Blattzahl . . . . .	316
6.2.5	Verwindung . . . . .	317
6.2.6	Zuspitzung und Pfeilung . . . . .	317
6.2.7	Profilauswahl . . . . .	319
6.2.8	Blattspitze . . . . .	320
6.3	Rumpfeinflüsse . . . . .	320
6.4	Das Höhenleitwerk . . . . .	323

6.5	Das Seitenleitwerk . . . . .	324
6.6	Der Heckrotor . . . . .	325
6.6.1	Konventioneller Heckrotor . . . . .	325
6.6.2	Alternative Konstruktionen . . . . .	328
6.7	Spoiler – Nutzen aus Strömungsablösung . . . . .	328
6.7.1	Rumpfspoiler . . . . .	329
6.7.2	Leitwerksspoiler . . . . .	330
6.8	Überwindung der Grenzen von Hubschraubern . . . . .	331
6.9	Übungen zu Kapitel 6 . . . . .	332
	Literatur . . . . .	332
<b>7</b>	<b>Fachbegriffe, Tabellen und ergänzendes Material</b> . . . . .	335
7.1	Englische Fachbegriffe . . . . .	335
7.2	Technische Daten früher Hubschrauberentwürfe . . . . .	338
7.3	Technische Daten der Bo105 . . . . .	339
7.4	Tabellen der Blattanschlusskräfte . . . . .	344
7.5	Umrechnung der Einheiten . . . . .	351
7.6	Schlagbewegung im Vorwärtsflug . . . . .	352
7.7	Blattelemententheorie: Variation des Schubbeiwertes . . . . .	360
<b>8</b>	<b>Lösungen zu den Übungsaufgaben</b> . . . . .	365
8.1	Lösungen zu den Übungen von Kap. 1 . . . . .	365
8.1.1	Geschichte der Drehflügler . . . . .	365
8.1.2	Blattanschluss am Rotorkopf . . . . .	365
8.1.3	Kurzfragen . . . . .	366
8.2	Lösungen zu den Übungen von Kap. 2 . . . . .	367
8.2.1	Kurzfrage . . . . .	367
8.2.2	Strahltheorie . . . . .	368
8.2.3	Leistungsrechnung mit der Strahltheorie . . . . .	371
8.2.4	Leistungsrechnung: Bodeneffekt, Steigflug, Sinkflug, Autorotation . . . . .	373
8.3	Lösungen zu den Übungen von Kap. 3 . . . . .	378
8.3.1	Kurzfragen . . . . .	378
8.3.2	Leistungsrechnung mit der Blattelemententheorie . . . . .	379
8.3.3	Autorotationsrechnung mit der Blattelemententheorie . . . . .	387
8.4	Lösungen zu den Übungen von Kap. 4 . . . . .	388
8.4.1	Kurzfragen . . . . .	388
8.4.2	Blattbewegung im Schwebeflug . . . . .	390
8.4.3	Blattbewegung im Vorwärtsflug . . . . .	396
8.5	Lösungen zu den Übungen von Kap. 5 . . . . .	399
8.6	Lösungen zu den Übungen von Kap. 6 . . . . .	401
	<b>Erratum zu: Grundlagen der Hubschrauber-Aerodynamik</b> . . . . .	E1
	<b>Stichwortverzeichnis</b> . . . . .	403

---

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1	Vorchristliche Entwürfe in China und Europa. <b>a</b> Chinesisches Spielzeug, um 400 v.C, <b>b</b> Archimedische Schraube, 250 v.C. . . . .	5
Abb. 1.2	Entwürfe im 17. und 18. Jahrhundert. <b>a</b> Leonardo da Vincis Hubschrauber, 1483, <b>b</b> Modell von Lomonosov, 1750 . . . . .	6
Abb. 1.3	Entwürfe in England, 19. Jahrhundert. <b>a</b> Modell von Sir George Cayley, 1843, <b>b</b> Modell von Horatio Phillips, 1842 . . . . .	7
Abb. 1.4	Entwürfe in Frankreich, 19. Jahrhundert. <b>a</b> Entwurf von Cossus, 1845, <b>b</b> Modell von d'Amecourt, 1860 . . . . .	8
Abb. 1.5	Entwürfe in Deutschland, 19. Jahrhundert. <b>a</b> Modell von Achenbach, 1874, <b>b</b> Modell von Giese, 1880 . . . . .	8
Abb. 1.6	Erste Flugversuche in Frankreich, 1907. <b>a</b> Quadrotor von Breguet/ Richef, <b>b</b> Tandemhubschrauber von Cornu . . . . .	10
Abb. 1.7	Modellversuche in Russland und erster Flug in Dänemark. <b>a</b> Entwurf von Sikorsky, 1909, <b>b</b> Entwurf von Sikorsky, 1910, <b>c</b> Hubschrauber von Ellehammer, 1912 . . . . .	12
Abb. 1.8	Koaxialhubschrauber in Deutschland und Spanien. <b>a</b> Entwurf von Rüb, 1917, <b>b</b> Hubschrauber von Pescara, 1919 . . . . .	13
Abb. 1.9	Flugversuche in Österreich und in Amerika. <b>a</b> Hubschrauber von Petroczy, 1917, <b>b</b> Tiltrotor von Berliner, 1919 . . . . .	14
Abb. 1.10	Blattspitzenantrieb in England und Quadrotor in Frankreich. <b>a</b> Hubschrauber von Brennan, 1922, <b>b</b> Quadrotor von Oehmichen, 1922 . . . . .	15
Abb. 1.11	Quadrotor (USA) und erste Haupt-/Heckrotor Konfiguration (Deutschland). <b>a</b> Quadrotor von de Bothezat, 1923, <b>b</b> Hubschrauber des von Baumhauer, 1923 . . . . .	15
Abb. 1.12	Autogyros (Spanien, England); Hubschrauber mit Klappensteuerung (Italien). <b>a</b> Autogyro C.4 von de la Cierva, 1923, <b>b</b> Autogyro C.19 von de la Cierva, 1929, <b>c</b> Autogyro C.30 von de la Cierva, 1933, <b>d</b> Hubschrauber von d'Ascanio, 1930 . . . . .	16
Abb. 1.13	Hubschrauberentwürfe in Österreich und Frankreich. <b>a</b> Hubschrauber von Hafner, 1930, <b>b</b> Hubschrauber von Breguet/Dorand, 1931 . . . . .	18
Abb. 1.14	Hubschrauber von Focke. <b>a</b> Fw 61, 1936, <b>b</b> Fa 223/266, 1939 . . . . .	19

Abb. 1.15	Hubschrauber von Flettner. <b>a</b> Fl 185, 1936, <b>b</b> Fl 282, 1941 . . . . .	23
Abb. 1.16	Hubschrauber von Sikorsky 1940/1943. <b>a</b> VS-300, 1940, <b>b</b> VS-300, 1940, <b>c</b> R-4, 1940, <b>d</b> R-5, 1943 . . . . .	26
Abb. 1.17	Hubschrauber von Pitcairn. <b>a</b> PA-18, 1932, <b>b</b> PA-36, 1938 . . . . .	26
Abb. 1.18	Hubschrauber von Platt-LePage. <b>a</b> XR-1, 1941, <b>b</b> Tiltrotor, 1945 . . . . .	27
Abb. 1.19	Hubschrauber von Piasecki. <b>a</b> HRP-1, 1944, <b>b</b> CH-21, 1956 . . . . .	27
Abb. 1.20	Hubschrauber von Sikorsky. <b>a</b> S-52, 1947, <b>b</b> S-55, 1949, <b>c</b> S-56, 1953, <b>d</b> S-64, 1962 . . . . .	28
Abb. 1.21	Hubschrauber von Sikorsky, Teil 2. <b>a</b> S-65 (CH-53), 1964, <b>b</b> CH-53 K, 2015, <b>c</b> S-67, 1970, <b>d</b> S-70, 1974, <b>e</b> S-76, 1977, <b>f</b> S-92, 1998 . . . . .	30
Abb. 1.22	Hubschrauber von Schweizer. <b>a</b> S-300, 1977, <b>b</b> S-333, 1988, <b>c</b> S-434, 2008 . . . . .	32
Abb. 1.23	Hubschrauber von Bell. <b>a</b> Bell 47, 1946, <b>b</b> UH-1, 1955, <b>c</b> Bell 222, 1976, <b>d</b> Bell 429, 2007, <b>e</b> Bell 505, 2014, <b>f</b> Bell 525, 2015 . . . . .	33
Abb. 1.24	Tiltrotoren von Bell. <b>a</b> XV-3, 1955, <b>b</b> XV-15, 1973, <b>c</b> V-22, 1989, <b>d</b> AW609 (Erstflug als BA609, 2003) . . . . .	34
Abb. 1.25	Hubschrauber von Boeing-Vertol. <b>a</b> CH-47, 1961, <b>b</b> AH-64, 1975, <b>c</b> RAH-66, 1996 . . . . .	35
Abb. 1.26	Hubschrauber von Hughes und McDonnell Douglas Corporation. <b>a</b> H-17, 1952, <b>b</b> TH-55, 1956, <b>c</b> MD 500, 1963, <b>d</b> MD 900, 1992 . . . . .	36
Abb. 1.27	Hubschrauber von Hiller. <b>a</b> UH-12, 1948, <b>b</b> Flying Platform, 1955, <b>c</b> X-18, 1959, <b>d</b> XC-142A, 1964 . . . . .	37
Abb. 1.28	Hubschrauber von Robinson. <b>a</b> R22, 1975, <b>b</b> R44, 1992, <b>c</b> R66, 2009 . . . . .	38
Abb. 1.29	Hubschrauber von Kaman. <b>a</b> K-125, 1947, <b>b</b> K-190, 1948, <b>c</b> K-225, 1948, <b>d</b> HH-43B, 1956, <b>e</b> K-1200 K-Max, 1991 . . . . .	40
Abb. 1.30	Hubschrauber von Lockheed. <b>a</b> CL-475, 1959, <b>b</b> CL-595, 1962, <b>c</b> XH-51A, 1962, <b>d</b> AH-56, 1967 . . . . .	41
Abb. 1.31	Hubschrauber von SNCASO. <b>a</b> SO 1100, 1947, <b>b</b> SO 1221, 1953 . . . . .	42
Abb. 1.32	Hubschrauber von Eurocopter/Airbus Helicopters. <b>a</b> EC 120, 1995, <b>b</b> EC 130, 1999, <b>c</b> EC 135, 1994, <b>d</b> EC 145, 1999, <b>e</b> EC 155, 1997, <b>f</b> EC 225, 1999 . . . . .	43
Abb. 1.33	Neue Modelle von Airbus Helicopters. <b>a</b> H145, 2019, <b>b</b> H160, 2015, <b>c</b> x <sup>3</sup> , 2010, <b>d</b> Racer, 2020 . . . . .	44
Abb. 1.34	Kleinsthubschrauber von Hélicoptères Guimbal Cabri, 2005 . . . . .	45
Abb. 1.35	Hubschrauber von Westland. <b>a</b> Dragonfly, 1948, <b>b</b> Widgeon, 1955, <b>c</b> Scout, 1959, <b>d</b> Wasp, 1962, <b>e</b> Lynx, 1971, <b>f</b> AW101, 1987 . . . . .	46
Abb. 1.36	Hubschrauber von Agusta. <b>a</b> A109, 1971, <b>b</b> A129, 1983 . . . . .	47
Abb. 1.37	Hubschrauber von AgustaWestland. <b>a</b> AW119, 1996, <b>b</b> AW139, 2001, <b>c</b> AW149, 2009, <b>d</b> AW159, 2009, <b>e</b> AW169, 2012, <b>f</b> AW189, 2011 . . . . .	48
Abb. 1.38	Hubschrauber der Bölkow Entwicklungen KG. <b>a</b> Bo 102, 1957, <b>b</b> Bo 103, 1961 . . . . .	49

---

Abb. 1.39	Hubschrauber von MBB. <b>a</b> Bo 46, 1964, <b>b</b> Bo 105, 1967, <b>c</b> BK 117, 1979, <b>d</b> Bo 108, 1991 . . . . .	50
Abb. 1.40	NH90 der NH Industries . . . . .	52
Abb. 1.41	Ultraleichthubschrauber von edm aerotec und Rotorschmiede. <b>a</b> edm COAX-2D, 2012, <b>b</b> Rotorschmiede VA115, 2015 . . . . .	53
Abb. 1.42	SKYs SH09, 2014 . . . . .	54
Abb. 1.43	Hubschrauber von Mil. <b>a</b> Mi-1, 1948, <b>b</b> Mi-4, 1953, <b>c</b> Mi-8, 1961, <b>d</b> Mi-10, 1961, <b>e</b> Mi-12, 1967, <b>f</b> Mi-14, 1968 . . . . .	55
Abb. 1.44	Hubschrauber von Mil, Teil 2. <b>a</b> Mi-24, 1969, <b>b</b> Mi-26, 1977, <b>c</b> Mi-28, 1982, <b>d</b> Mi-34, 1986, <b>e</b> Mi-35, 1995 . . . . .	56
Abb. 1.45	Hubschrauber von Mil, Teil 3. <b>a</b> Mi-38, 2003, <b>b</b> Mi-171, ca. 1983 . . . . .	56
Abb. 1.46	Hubschrauber von Kamow. <b>a</b> Ka-8, 1947, <b>b</b> Ka-10, 1949, <b>c</b> Ka-15, 1953, <b>d</b> Ka-18, 1956, <b>e</b> Ka-22, 1959, <b>f</b> Ka-25, 1963 . . . . .	57
Abb. 1.47	Hubschrauber von Kamow, Teil 2. <b>a</b> Ka-32, 1973, <b>b</b> Ka-50, 1982, <b>c</b> Ka-226, 1997, <b>d</b> Ka-52, 1982, <b>e</b> Ka-60, 1998, <b>f</b> Ka-62, 2013 . . . . .	58
Abb. 1.48	Hubschrauber von Kasan und VR-Technologies. <b>a</b> Kasan Ansat, 1999, <b>b</b> VRT500, 2019 . . . . .	59
Abb. 1.49	Hubschrauber von PZL (Polen). <b>a</b> W-3, 1979, <b>b</b> SW-4, 1996 . . . . .	60
Abb. 1.50	Dhruv von HAL (Indien) . . . . .	61
Abb. 1.51	Hubschrauber von Mitsubishi (Japan) und KAI (Korea). <b>a</b> RP-1, 1994, <b>b</b> MH 2000, 1996, <b>c</b> KAI Surion, 2010 . . . . .	62
Abb. 1.52	Hubschrauber aus China. <b>a</b> Z-6, 1969, <b>b</b> Geplanter Transporthubschrauber, 20++, <b>c</b> AC313, 2010 . . . . .	63
Abb. 1.53	Entwicklung der Flugleistungen. <b>a</b> Maximale Fluggeschwindigkeit, <b>b</b> Maximale Reichweite, <b>c</b> Maximale Flughöhe im Schwebeflug, <b>d</b> Maximale Flughöhe im Vorwärtsflug . . . . .	65
Abb. 1.54	Entwicklung der Steigraten und Abflugmassen. <b>a</b> Maximale senkrechte Steigrate, <b>b</b> Maximale Abflugmasse . . . . .	66
Abb. 1.55	Muskelkraftgetriebener und voll elektrischer Hubschrauber. <b>a</b> Human Powered Helicopter, <b>b</b> Elektrisch angetriebener Hubschrauber . . . . .	67
Abb. 1.56	Hauptelemente eines Hubschraubers . . . . .	72
Abb. 1.57	Freiheitsgrade der Blattbewegung, voll gelenkiger Blattanschluss . . . . .	73
Abb. 1.58	Zentrales Schlaggelenk an 2-Blattrotoren. <b>a</b> Robinson R-22, <b>b</b> Bell UH-1D . . . . .	75
Abb. 1.59	Prinzip des halbstarren und gelenklosen Blattanschlusses. <b>a</b> Halbstarres Schlaggelenk, <b>b</b> Gelenkloser Blattanschluss . . . . .	75
Abb. 1.60	Voll gelenkiger Blattanschluss bei faltbaren Mehrblattrotoren. <b>a</b> Sikorsky CH-53, <b>b</b> Westland Sea King . . . . .	76
Abb. 1.61	Gelenklose Rotorköpfe. <b>a</b> Bo105, <b>b</b> Westland Lynx . . . . .	78
Abb. 1.62	Lagerloser Hauptrotor und Heckrotor mit $\Delta_3$ -Effekt. <b>a</b> Lagerloser Rotorkopf am Beispiel der EC 135, <b>b</b> Bo105 Heckrotor: Schlagachse $45^\circ$ zur Blattachse . . . . .	78

Abb. 1.63	Mehrblatt-Heckrotoren. <b>a</b> EH 101 Heckrotor, <b>b</b> Mi-28 Heckrotor . . . . .	79
Abb. 1.64	Fenestron und NOTAR. <b>a</b> EC 120 Fenestron, <b>b</b> Hughes MD 900 NOTAR . . . . .	80
Abb. 1.65	Klassifikation von Luftfahrzeugen . . . . .	80
Abb. 1.66	Moderne Autogyros. <b>a</b> AeroCopter Futura, 2003, <b>a</b> GyroCopter MT03, 2004 . . . . .	81
Abb. 1.67	Flugschrauberkonzepte von Sikorsky. <b>a</b> Sikorsky S-69, <b>b</b> Sikorsky X2, <b>c</b> Sikorsky Raider . . . . .	82
Abb. 1.68	Entwürfe zukünftiger Hubschrauberkonzepte. <b>a</b> Sikorsky-Boeing SB>1, 2016, <b>b</b> Bell-Lockheed V-280, 2016 . . . . .	83
Abb. 1.69	Beispiele von Kombinationsflugschraubern. <b>a</b> Piasecki X-49, <b>b</b> CarterCopter, <b>c</b> Eurocopter X <sup>3</sup> , <b>d</b> Racer, 2020 . . . . .	84
Abb. 1.70	Beispiele von Stopprotorflugzeugen. <b>a</b> Sikorsky S-72, <b>b</b> Boeing-Vertol X-50 . . . . .	85
Abb. 1.71	AgustaWestland ERICA Konzept . . . . .	86
Abb. 1.72	Flugeinsatzbereich verschiedener Drehflügelflugzeuge . . . . .	86
Abb. 1.73	Weltweite Marktentwicklung von Hubschraubern. Quelle: Vertiflite. <b>a</b> Stückzahlen zivil und militärisch, <b>b</b> Wert in Millionen US\$, <b>c</b> Marktanteil nach Stück, Prognose 2019–2028, <b>d</b> Marktanteil nach Wert, Prognose 2019–2028 . . . . .	88
Abb. 1.74	Vergleich der Kräfte am Hubschrauber und am Flächenflugzeug. <b>a</b> Hubschrauber, <b>b</b> Flugzeug . . . . .	89
Abb. 1.75	Steuerelemente beim Hubschrauber. 1 Redundantes hydraulisches Aktuatorsystem, 2 Steuergestänge, 3 Kollektivsteuerhebel, 4 Pedale für die Heckrotorsteuerung, 5 Steuerknüppel für zyklische Blattverstellung	91
Abb. 1.76	Dreiseitenansicht Bo 105 CBS . . . . .	92
Abb. 2.1	Geschwindigkeitskomponenten in der Drehebene des Rotors. <b>a</b> Schwebeflug, <b>b</b> Vorwärtsflug . . . . .	101
Abb. 2.2	Aerodynamische Phänomene am Hubschrauber . . . . .	102
Abb. 2.3	Aeroakustische Phänomene am Hubschrauber . . . . .	103
Abb. 2.4	Aerodynamische Größen am Hauptrotor bei maximaler Fluggeschwindigkeit. <b>a</b> Machzahl, <b>b</b> Anstellwinkel, <b>c</b> Schiebewinkel, <b>d</b> Auftrieb . . . . .	104
Abb. 2.5	Strömungsmodell für die Strahltheorie im axialen Flug . . . . .	107
Abb. 2.6	Leistungsbelastung und induzierte Geschwindigkeit verschiedener Drehflügler. <b>a</b> Leistungsbelastung, <b>b</b> Induzierte Geschwindigkeit . . . . .	112
Abb. 2.7	Vergleich der Ergebnisse der Strahltheorie mit experimentellen Daten. <b>a</b> Leistungsbedarf, <b>b</b> Leistungsgütegrad . . . . .	116
Abb. 2.8	Entstehung von Blattspitzenwirbeln. Flächenflugzeug ( <i>links</i> ) und Rotorblatt ( <i>rechts</i> ): Unterdruck (—) auf der Oberseite und Überdruck (++) auf der Unterseite . . . . .	119
Abb. 2.9	Effektiver Radius durch Blattspitzenumströmung . . . . .	120

Abb. 2.10	Korrektur der induzierten Geschwindigkeiten nach Prandtl. <b>a</b> Abhängigkeit vom induzierten Anstellwinkel, <b>b</b> Abhängigkeit vom Radius . . . . .	121
Abb. 2.11	Einfluss der Flächendichte auf den Leistungsgtigrad. <b>a</b> Abhängigkeit von $C_T$ , <b>b</b> Abhängigkeit von $C_T/\sigma$ . . . . .	122
Abb. 2.12	Auftriebs- und Widerstandspolare NACA0015. <b>a</b> Auftriebsbeiwert, <b>b</b> Widerstandsbeiwert . . . . .	123
Abb. 2.13	Einfluss der Flächendichte auf das Verhältnis von Leistung zu Schub. <b>a</b> Abhängigkeit von $C_T$ , <b>b</b> Abhängigkeit von $C_T/\sigma$ . . . . .	126
Abb. 2.14	Prinzipielle Strömungszustände eines Rotors im axialen Flug. <b>a</b> Schwebe- und Steigflug, <b>b</b> Wirbelringstadium, <b>c</b> Schneller Sinkflug, <b>d</b> Extrem schneller Steig- oder Sinkflug . . . . .	128
Abb. 2.15	Einfluss der axialen Fluggeschwindigkeit auf die induzierte Geschwindigkeit . . . . .	130
Abb. 2.16	Einfluss der axialen Fluggeschwindigkeit auf den Leistungsbedarf. <b>a</b> Induzierte Geschwindigkeit; Approximation im Bereich $-1 < \bar{\lambda}_c < -0.85$ . <b>b</b> Leistungsbedarf . . . . .	133
Abb. 2.17	Strahleinschnürung und -aufweitung bei axialer Fluggeschwindigkeit . . . . .	136
Abb. 2.18	Einfluss des Bodeneffektes auf Schub und Leistung. <b>a</b> Einfluss auf Schub, <b>b</b> Abhängigkeit von $z/R$ bei $P = \text{const.}$ . . . . .	138
Abb. 2.19	Strömungsverlauf beim ummantelten Rotor . . . . .	140
Abb. 2.20	Einfluss der Strahlkontraktion und -aufweitung auf den Leistungsgtigrad . . . . .	141
Abb. 2.21	Anströmverhältnisse im Vorwärtsflug mit einem Flugbahnwinkel . . . . .	143
Abb. 2.22	Durchflussgrad in Abhängigkeit der Betriebspараметer des Rotors. <b>a</b> Induzierter Durchflussgrad, <b>b</b> Gesamtdurchflussgrad, <b>c</b> Einfluss des Schubbeiwertes . . . . .	147
Abb. 2.23	Grenzen des Wirbelringstadiums im Vorwärtsflug . . . . .	151
Abb. 3.1	Strömungsverhältnisse und lokale Kräfte am Blattelement . . . . .	158
Abb. 3.2	Zur Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten am Blattelement . . . . .	160
Abb. 3.3	Rotorkoordinatensysteme, Ansicht von links . . . . .	162
Abb. 3.4	Äquivalenz von Schlagbewegung und zyklischer Steuerung . . . . .	164
Abb. 3.5	Abhängigkeit des Schubes und der Leistung vom Steuerwinkel. <b>a</b> Schub, <b>b</b> Leistung . . . . .	169
Abb. 3.6	Einfluss von zusätzlichen Verlusten auf Schub und Leistung. <b>a</b> Schub, <b>b</b> Leistung . . . . .	170
Abb. 3.7	Konzept des zirkulationsgesteuerten Rotors. <b>a</b> Profil, <b>b</b> Rotorblatt . . . . .	171
Abb. 3.8	Strömung in einem Ringelement beim Schwebeflug . . . . .	175
Abb. 3.9	Verteilung von induziertem Durchflussgrad und Einstellwinkel im Schwebeflug. <b>a</b> Induzierter Durchfluss, <b>b</b> Einstellwinkel . . . . .	178

---

Abb. 3.10	Schubbeiwert und induzierter Durchflussgrad. <b>a</b> Schubbeiwert als Funktion des Steuerwinkels, <b>b</b> Verteilung des induzierten Durchflussgrades . . . . .	181
Abb. 3.11	Einfluss der Verwindung auf die Verteilung verschiedener Größen. <b>a</b> Schubverteilung, <b>b</b> Induzierter Durchfluss, <b>c</b> Auftriebsbeiwert, <b>d</b> Leistungsverteilung . . . . .	183
Abb. 3.12	Zur Ermittlung des optimalen Gleitverhältnisses. <b>a</b> Profilpolare, <b>b</b> Gleitverhältnis . . . . .	185
Abb. 3.13	Profiltiefenverteilung für den optimalen Schwebeflugrotor. <b>a</b> Profiltiefenverteilung, <b>b</b> Flächendichteverteilung . . . . .	186
Abb. 3.14	Einfluss der Zuspitzung auf die Verteilung verschiedener Größen. <b>a</b> Schubverteilung, <b>b</b> Induzierter Durchfluss, <b>c</b> Auftriebsbeiwert, <b>d</b> Leistungsverteilung . . . . .	188
Abb. 3.15	Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf den Leistungsgütegrad. <b>a</b> Verwindung, <b>b</b> Zuspitzung . . . . .	190
Abb. 3.16	Vergleich des optimalen Schwebeflugrotors mit dem idealen Rotor . . . . .	190
Abb. 3.17	Prinzipieller Vergleich von Geometrie und Verwindung verschiedener Rotoren. <b>a</b> Propeller und Windenergirotoren, <b>b</b> Hubschrauber- und Autogyrorotoren . . . . .	191
Abb. 3.18	Beispielrechnung für den Einfluss der Blattspitzenverluste. <b>a</b> Schubverteilung, <b>b</b> Induzierter Durchflussgrad, <b>c</b> Auftriebsbeiwert, <b>d</b> Gleitverhältnis, <b>e</b> Anstellwinkel, <b>f</b> Widerstandsbeiwert . . . . .	195
Abb. 3.19	Einfluss einer Blattverwindung auf den Leistungsgütegrad. <b>a</b> $C_T = 0.008$ , <b>b</b> Einfluss des Schubbeiwertes (mit Blattspitzenverlusten) . . . . .	196
Abb. 3.20	Abhängigkeit des Abstromwinkels zur Blattspitzenebene vom Fortschrittsgrad. <b>a</b> Definition des Abstromwinkels $\chi$ , <b>b</b> Abstromwinkel, <b>c</b> Abwindgradient $k_x = \tan(\chi/2)$ , <b>d</b> $k_x, k_y$ nach Meijer-Drees [30] . . . . .	209
Abb. 3.21	Die Ansatzfunktionen für die Schubverteilung nach Mangler/Squire [31] . . . . .	210
Abb. 3.22	Koeffizienten des Abwindmodells nach Mangler. <b>a</b> Von $r$ abhängiger Teil, <b>b</b> Von $\alpha$ abhängiger Teil . . . . .	212
Abb. 3.23	Verteilung der induzierten Geschwindigkeiten des Manglermodells. <b>a</b> Schwebeflug, $\mu = 0$ , <b>b</b> Vorwärtsflug, $\mu = 0.1$ . . . . .	212
Abb. 3.24	Blattspitzenwirbel am Hubschrauber Bo105 des DLR . . . . .	213
Abb. 3.25	Schematische Darstellung des Wirbelsystems eines Rotors im Vorwärtsflug. <b>a</b> Draufsicht, <b>b</b> Perspektivische Ansicht . . . . .	214
Abb. 3.26	Induziertes Geschwindigkeitsfeld eines Wirbelgitterverfahrens. <b>a</b> ungefiltert, <b>b</b> 0–6/rev tiefpassgefiltert . . . . .	214
Abb. 3.27	Free-wake Ergebnis des Wirbelsystems eines Rotors im Sinkflug . . . . .	216
Abb. 3.28	CFD Rechennetz zur Wirbelkonservierung. <b>a</b> Rechennetz, <b>b</b> Wirbel in der Strömung . . . . .	216

Abb. 3.29	Vom Rumpf induzierte Geschwindigkeiten im schnellen Vorwärtsflug. a Prinzip der Rumpfumströmung, b Geschwindigkeitsfeld in der Rotorebene . . . . .	218
Abb. 3.30	Interaktion eines externen Wirbels mit einem Rotor. a Flugzeugwirbel-Rotor, b Windenergieanlagewirbel-Rotor, c Längswirbelinteraktion, d Querwirbelinteraktion, e Interaktion mit senkrechtem Wirbel, f Prinzip der induzierten Geschwindigkeiten . . . . .	220
Abb. 3.31	Anströmrichtung und Kräfte in der Autorotation . . . . .	221
Abb. 3.32	Autorotationsdiagramm für die Betriebsbedingungen am Blattelement . . . . .	222
Abb. 3.33	Verteilung antreibender und bremsender Gebiete bei der Autorotation . . . . .	224
Abb. 3.34	Höhen-Geschwindigkeitsdiagramm für ein- und mehrmotorige Hubschrauber . . . . .	225
Abb. 4.1	Prinzip eines Schwingers zweiter Ordnung . . . . .	233
Abb. 4.2	Einfluss der Dämpfung auf die Vergrößerungsfunktion und den Nacheilwinkel. a Vergrößerungsfunktion, b Nacheilwinkel . . . . .	234
Abb. 4.3	Kräfte am Blattelement in der Schlagbewegung . . . . .	235
Abb. 4.4	Einfluss des Gelenkabstandes auf Kräfte und Momente in der Schlagbewegung . . . . .	240
Abb. 4.5	Einfluss des Gelenkabstandes auf Parameter der Schlagbewegung. a Koeffizienten $c_n$ und $c_3/v_\beta$ , b Eigenfrequenz und Näherung . . . . .	242
Abb. 4.6	Kräfte am Blattelement in der Schwenkbewegung . . . . .	249
Abb. 4.7	Einfluss des Gelenkabstandes auf Parameter der Schwenkbewegung. a Koeffizienten $c_n$ und $c_1/v_\zeta$ , b Eigenfrequenz und Näherung . . . . .	255
Abb. 4.8	Kräfte und Momente am Blattelement in der Torsionsbewegung . . . . .	258
Abb. 4.9	Einfluss der Rotordrehfrequenz auf die Eigenfrequenzen. a Klassische Darstellung, b Bezug auf $\Omega$ . . . . .	264
Abb. 4.10	$\Delta_3$ -Gelenk am Bo105 Heckrotor . . . . .	265
Abb. 4.11	Zur Transformation vom drehenden ins nicht drehende Koordinatensystem. a Drehendes Koordinatensystem, b Nicht drehendes Koordinatensystem . . . . .	267
Abb. 4.12	Übertragung von Blattkräften ins nicht drehende System . . . . .	273
Abb. 5.1	Kräfte und Momente an einem Hubschrauber im stationären Flug. a Seitenansicht, b Rückansicht . . . . .	281
Abb. 5.2	Kräfte in der Längsbewegung . . . . .	282
Abb. 5.3	Kräfte in der Seitenbewegung . . . . .	283
Abb. 5.4	Momente in der Längsbewegung . . . . .	284
Abb. 5.5	Momente in der Seitenbewegung . . . . .	285
Abb. 5.6	Trimmrechnung für den stationären Vorwärtsflug. a Schlagwinkel, b Steuer- und Rotormastanstellwinkel, c Gesamtdurchflussgrad, d Leistung . . . . .	291
Abb. 5.7	Rotor im Windkanal. a Definitionen, b Längsschlagwinkel $\beta_C$ . . . . .	295
Abb. 5.8	Schwebeflugleistung bei verschiedenen Flughöhen . . . . .	302

Abb. 5.9	Abschätzung der Rotorleistung im Vorwärtsflug, Bo105. <b>a</b> Anteile an der Rotorleistung, <b>b</b> Einfluss der Flughöhe auf die Rotorleistung, <b>c</b> Einfluss der Flughöhe auf den Rotoranstellwinkel . . . . .	304
Abb. 5.10	Gleitverhältnis und maximale Steigrate im Vorwärtsflug, Bo105. <b>a</b> Gleitverhältnis, <b>b</b> Steigrate . . . . .	306
Abb. 5.11	Maximale Steig- und maximale Sinkgeschwindigkeit (bei Autorotation) (Beispiel: Bo105) . . . . .	307
Abb. 6.1	Radius und Flächenbelastung in Abhängigkeit des Hubschraubergewichts. <b>a</b> Radius, <b>b</b> Flächenbelastung . . . . .	314
Abb. 6.2	Randbedingungen, die die Blattspitzengeschwindigkeit beeinflussen . . . . .	315
Abb. 6.3	Entwurf eines leisen Rotorblattes (ERATO) des DLR und der ONERA . . . . .	318
Abb. 6.4	Hochgeschwindigkeitshubschrauber. <b>a</b> WHL Lynx, <b>b</b> MBB Bo105 HGH . . . . .	321
Abb. 6.5	Widerstandsflächen verschiedener Hubschraubertypen . . . . .	322
Abb. 6.6	Verhältnis von Haupt- zu Heckrotorgröße . . . . .	327
Abb. 6.7	Wirkungsweise von Spoilern am Heckausleger. <b>a</b> Zylinderquerschnitt: periodische Querkräfte; <b>b</b> mit Spoiler: stationäre Querkraft . . . . .	329
Abb. 6.8	Wirkungsweise von Spoilern am Höhenleitwerk. <b>a</b> Reines Profil; <b>b</b> Profil mit Gurney Flap . . . . .	330
Abb. 7.1	Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf die Schubverteilung. <b>a</b> $C_T = 0.004$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>b</b> $C_T = 0.004$ , $\Theta_{tw} = 0$ , <b>c</b> $C_T = 0.008$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>d</b> $C_T = 0.008$ , $\Theta_{tw} = 0$ , <b>e</b> $C_T = 0.016$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>f</b> $C_T = 0.016$ , $\Theta_{tw} = 0$ . . . . .	360
Abb. 7.2	Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf die induzierte Durchflusssverteilung. <b>a</b> $C_T = 0.004$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>b</b> $C_T = 0.004$ , $\Theta_{tw} = 0$ , <b>c</b> $C_T = 0.008$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>d</b> $C_T = 0.008$ , $\Theta_{tw} = 0$ , <b>e</b> $C_T = 0.016$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>f</b> $C_T = 0.016$ , $\Theta_{tw} = 0$ . . . . .	361
Abb. 7.3	Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf die Auftriebsbeiwertverteilung. <b>a</b> $C_T = 0.004$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>b</b> $C_T = 0.004$ , $\Theta_{tw} = 0$ , <b>c</b> $C_T = 0.008$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>d</b> $C_T = 0.008$ , $\Theta_{tw} = 0$ , <b>e</b> $C_T = 0.016$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>f</b> $C_T = 0.016$ , $\Theta_{tw} = 0$ . . . . .	362
Abb. 7.4	Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf die Leistungsbeiwertverteilung. <b>a</b> $C_T = 0.004$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>b</b> $C_T = 0.004$ , $\Theta_{tw} = 0$ , <b>v</b> $C_T = 0.008$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>d</b> $C_T = 0.008$ , $\Theta_{tw} = 0$ , <b>e</b> $C_T = 0.016$ , Zuspitzung 1 : 1, <b>f</b> $C_T = 0.016$ , $\Theta_{tw} = 0$ . . . . .	363

---

## Tabellenverzeichnis

Tab. 1.1	Leistungen der Fw 61 von 1937 im Vergleich zu bisherigen FAI-Rekorden . . . . .	20
Tab. 1.2	Mitarbeiter von Focke . . . . .	22
Tab. 1.3	Mitarbeiter von Flettner . . . . .	24
Tab. 1.4	Mitarbeiter von von Doblhoff . . . . .	25
Tab. 2.1	Leistungsbedarf der Hubschrauber von Breguet und Cornu 1907 . . . . .	113
Tab. 2.2	Parameter der Rotoren von Knight und Hefner . . . . .	123
Tab. 2.3	Repräsentative Koeffizienten der aerodynamischen Beiwerte des NACA0015 . . . . .	123
Tab. 3.1	Parameter der Rechnung zu Abb. 3.18 und Abb. 3.19 . . . . .	194
Tab. 7.1	Technische Daten der Hubschrauber von Breguet/Richet und Cornu 1907 . . . . .	338
Tab. 7.2	Charakteristik der Bo105 Komponenten . . . . .	339
Tab. 7.3	Daten des Bo105 Hubschraubers . . . . .	340
Tab. 7.4	Bo105 Leitwerk . . . . .	341
Tab. 7.5	Bo105 Hauptrotor . . . . .	341
Tab. 7.6	Bo105 Hauptrotorblatt . . . . .	342
Tab. 7.7	Bo105 Heckrotorblatt . . . . .	343
Tab. 7.8	Vertikale Blattkraft → vertikale Rotorkopfkraft, Rotor mit 2–4 Blättern . . . . .	344
Tab. 7.9	Vertikale Blattkraft → vertikale Rotorkopfkraft, Rotor mit 5–7 Blättern . . . . .	344
Tab. 7.10	Horizontale Blattkräfte → Rotorwiderstand, Rotor mit 2–4 Blättern . . . . .	345
Tab. 7.11	Horizontale Blattkräfte → Rotorwiderstand, Rotor mit 5–7 Blättern . . . . .	346
Tab. 7.12	Horizontale Blattkräfte → Rotorseitenkraft, Rotor mit 2–4 Blättern . . . . .	347
Tab. 7.13	Horizontale Blattkräfte → Rotorseitenkraft, Rotor mit 5–7 Blättern . . . . .	348
Tab. 7.14	Blattschlagmoment → Rotorrollmoment, Rotor mit 2–4 Blättern . . . . .	349
Tab. 7.15	Blattschlagmoment → Rotorrollmoment, Rotor mit 5–7 Blättern . . . . .	349
Tab. 7.16	Blattschlagmoment → Rotornickmoment, Rotor mit 2–4 Blättern . . . . .	350
Tab. 7.17	Blattschlagmoment → Rotornickmoment, Rotor mit 5–7 Blättern . . . . .	350
Tab. 7.18	Umrechnungsfaktoren SI-Einheiten in <i>imperial units</i> und zurück . . . . .	351



# Einführung

1

## 1.1 Einleitung

Bevor die zur Behandlung der Aerodynamik von Drehflügelflugzeugen notwendige Theorie in den folgenden Kapiteln dargestellt wird, ist es angebracht, sich mit der geschichtlichen Entwicklung der Hubschrauber zu befassen. Im Folgenden wird eine Übersicht der relevanten Lehrbuchliteratur gegeben, welche im Wesentlichen englischsprachig ist. Auch die Fachjournale sind weitestgehend englischsprachig. Anschließend wird die Entwicklung der Drehflügler zunächst für die Zeit bis 1900 dargestellt, welche mehr aus Ideen und Fehlversuchen denn aus Erfolgen bestand. Kurz nach den ersten erfolgreichen Versuchen der Starrflügler machten auch die Hubschrauber zum ersten Mal kleine Hüpfer in geringsten Höhen über dem Boden. Es dauerte aber bis Mitte der 1920er Jahre, als die ersten Drehflügler erfolgreich flogen – jedoch waren es keine Hubschrauber, sondern Autogyros, die bis Ende der 1930er Jahre den Hubschrauber fast vergessen ließen. Danach jedoch begann der Siegeszug des Hubschraubers durch die bahnbrechenden Entwicklungen vor allem von den deutschen Luftfahrtionieren Henrich Focke und Anton Flettner sowie wenige Jahre später von Igor Sikorsky in Amerika. Dieser Zeit ist daher ein separater Abschnitt gewidmet, bevor in der Zeit nach dem zweiten Weltkrieg die Reifung des Hubschraubers zu einem Massenprodukt in Serienfertigung gelang und mit einem Ausblick in die derzeitigen Entwicklungen zukünftiger Hubschrauber endet die geschichtliche Betrachtung. Den Abschluss dieses Kapitels bildet eine Übersicht über die gängigen Drehflüglerkonzepte sowie der grundlegenden Steuerung derselben sowie eine Liste bekannter Hubschraubermuseen als auch der Internetadressen der bekanntesten Hersteller.

## 1.2 Die Entwicklungsgeschichte der Drehflügler

### 1.2.1 Literatur zur Geschichte und Theorie des Drehflüglers

Zur Geschichte der Drehflügler gibt es eine Reihe von Literaturquellen sowie zahlreiche Stellen im Internet. Aus vielen dieser Quellen speist sich die folgende Darstellung der Hubschrauberentwicklung ohne jeglichen Anspruch auf Vollständigkeit. Für Interessierte sei aber auf [1–3] und [4] verwiesen. Auch [5] stellt eine große Fülle an Informationen aus der Frühzeit des Hubschraubers bereit. Außerdem findet man in vielen Lehrbüchern einen Abriss der Historie, zum Beispiel in [6, 7]. Für manchen sind vielleicht auch die grundlegenden Untersuchungen, Erkenntnisse und Vermutungen von Lilienthal von Interesse [8].

Als begleitende Lehrbuchliteratur kann im Wesentlichen nur auf englischsprachige Werke verwiesen werden, da es kaum deutschsprachige Lehrbücher über die Hubschraubertheorie gibt. Als Beispiel sei aber auf das Buch von Kalbow [9] verwiesen, der sich zwar mehr an Piloten in der Ausbildung wendet, aber dennoch die Grundzusammenhänge anschaulich wiedergibt. In ähnliche Richtung zielt ein Buch über die Flugphysik der Tragschrauber [10]. Aus den Zeiten nach dem zweiten Weltkrieg stammt ein Standardwerk von Just [11] und etwas moderner die Darstellung von Bittner [12]. Standardwerke sind der Klassiker aus den 50ern von Gessow, [6], sowie das äußerst umfangreiche Werk von Johnson (1980), oft auch als Hubschrauberbibel zitiert, [13]. Ebenfalls aus den 80ern stammt der Klassiker von Stepniewski und Keys, [14], der auch auf die Potentialtheorie und die Wirbeltheorie eingeht. Aus dieser Zeit stammt auch ein recht kompakt gehaltenes Lehrbuch von Layton [15].

Sehr anschaulich und aufgrund seiner Serie in der *Vertiflite* als Publikationsorgan der AHS (American Helicopter Society) auch sehr bekannt sind die Bücher von Prouty über aerodynamische Probleme und Phänomene [16–18]. Außerdem hat er noch ein Buch zur Dynamik und Stabilität des Hubschraubers geschrieben [19]. Etwas neuer und auf die Besonderheiten des British Experimental Rotor Program (BERP) eingehend ist das Buch von Seddon/Newman von 1990 [20] oder nur von Newman [21]. Eine sehr moderne und umfassende Darstellung der Hubschrauberaerodynamik stellt Leishman vor (2001; Neuausgabe 2006) [7, 22]. Bücher zur Rotordynamik und Hubschrauberdy namik sind zum Beispiel von Saunders 1975 ([23], kaum erhältlich) und der Klassiker von Bramwell 1976 [24], der eine Neuauflage in 2001 erlebte [25]. Auch Padfields Buch über die Flugdynamik des Hubschraubers darf hier nicht ungenannt bleiben [26].

Im europäischen Raum gibt es außerdem noch zwei in italienischer Sprache erschienene Fachbücher über die Grundlagen der Hubschraubertheorie von Arra 2011 [27] und Di Giorgio von 2009 [28]. In Frankreich sind die inzwischen älteren Werke von Ginoux 1954 [30] als auch der Klassiker von Lefort zu erwähnen, welcher 1949 erstmalig aufgelegt wurde und seitdem in vielen Neuauflagen mit wechselnden Koautoren erschien und als das dort meistverwendete Standardwerk gilt [31]. In Russland sind die Berichte von Mil [32–34] aus den 1960ern bekannt; sie wurden teilweise ins Englische übersetzt.

Als Fachzeitschriften sind in erster Linie die Publikationen der *American Helicopter Society* (AHS) zu nennen, die *Vertiflite* und das rein wissenschaftlich ausgerichtete *Journal of the AHS*, die beide nur Artikel mit Hubschrauberrelevanz beinhalten. Auf europäischer Seite ist das Journal *Aerospace Science and Technology* zu nennen, das aber Hubschrauber nur als eines von vielen Themengebieten beinhaltet, wie auch das *AIAA Journal* und das *AIAA Journal of Aircraft*. Auch das *Journal of the Royal Aeronautical Society* sollte hier genannt werden. Neu hinzugekommen ist 2010 das *CEAS Aeronautical Journal*. Weitere Publikationsorgane sind die *Rotor & Wing* sowie die *Helicopter World* und im deutschsprachigen Bereich das *Rotorblatt*.

Für diejenigen, die auch an der geschichtlichen Entwicklung der Drehflüglertheorie interessiert sind, seien die frühesten Werke zu dieser im Folgenden kurz dargestellt. Diese erschienen um die Wende zum 20. Jahrhundert herum, wo anstelle des Begriffes Hubschrauber zunächst die Bezeichnung *Schraubenflieger* verwendet wurde. Natürlich hatte sich schon Otto Lilienthal Ende des 19. Jahrhunderts zunächst zur Frage des Fliegens allgemein [8], dann aber 1893 speziell zur Frage der Schraubenflieger geäußert [29]. Die wohl erste in Buchform erschienene deutschsprachige Abhandlung von Wellner über Drachen- und Schraubenflieger erschien 1910 [35] und 1911 eine englischsprachige von Porter [36] ausschließlich zur Hubschrauberfrage, wobei hier erstmals der Begriff *helicopter* verwendet wird. In Frankreich hat Margoulis, Direktor der Eiffel-Laboratorien in Paris, lange an Propellertheorie und -experiment gearbeitet und die Ergebnisse in einem Buch 1922 zusammengefasst [37]. 1926 wurde, wiederum in Frankreich, eine sehr gute Übersicht der bis dahin gemachten Experimente als auch der damalige Stand der Theorie von Lamé dargestellt [38] und 1934 ein Nachdruck angefertigt.

Die theoretischen Grundlagen basieren auf den Newtonschen Prinzipien der Mechanik von 1687 [39], die von Rankine 1865 [40] und Froude 1878 [41] zur grundlegenden Strahltheorie verwendet wurden und von umfangreichen Messungen durch Bendemann 1910 experimentell bestätigt wurden [42]. Eine erste theoretische Abhandlung wurde bereits 1920 bei der 1915 gegründeten *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA) in Langley erstellt [43]. Da der Autogyro 1923 von de la Cierva in Spanien erfunden wurde und dieser seit 1925 nach Einladung in England weiter tätig war, war es nur natürlich, dass man sich zunächst hauptsächlich auf die theoretische und experimentelle Untersuchung dieses ersten funktions- und einsatzfähigen Drehflüglers konzentrierte. Die theoretischen Untersuchungen wurden vorwiegend im *Aeronautical Research Committee* (ARC)<sup>1</sup> vorgenommen, wobei die grundlegenden und meist zitierten Arbeiten zur später noch eingehend behandelten Strahltheorie und kombinierten Blattelementen- und Strahltheorie dort 1926 von Glauert [44] (der zu Beginn seiner Karriere bei der AVA Göttingen ein Schüler von Prandtl war), die Erweiterung dazu 1927 von Lock [45] und ein Jahr später wiederum von Glauert [46] stammen. Konsequenterweise resultieren daraus einige Bücher über den Autogyro, die 1930/31 erschienen [47–49]. Wesentliche Erweiterungen brachte Wheatley

<sup>1</sup> 1909 als *Advisory Committee for Aeronautics* (ACA) gegründet und 1919 zur ARC umbenannt, ab 1945 *Aeronautical Research Council*.

von der NACA erst 1934 hinzu [50]. In Deutschland erschien jedoch erst 1936 das erste Werk über Drehflügler von Zaschka [51] und kurz darauf eine wissenschaftliche Abhandlung von Küssner in 1937 [52].

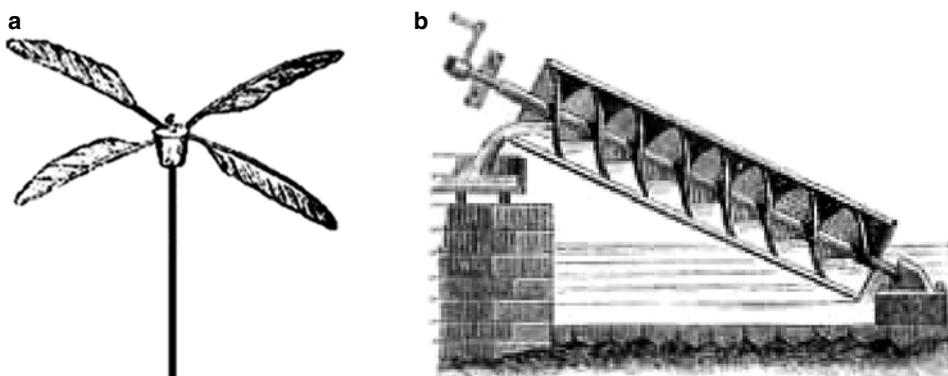
Während des zweiten Weltkrieges fanden dann in Deutschland an mehreren Stellen rasante Entwicklungen an verschiedenen Hubschrauberkonfigurationen statt, so dass Deutschland zur führenden Nation auf dem Hubschraubersektor wurde. Insbesondere lieferten sich Hohenemser und Sissingh, beide bei Flettner (ab 1943 war Sissingh bei der AVA Göttingen) einen wahren Publikationswettstreit, von dem insbesondere Sissingh die theoretische Behandlung vorantrieb, siehe z. B. [53] von 1938 sowie [54, 55], aber auch Hohenemser in 1942 [56]. Zu dieser Zeit konzentrierten sich England, Frankreich und vor allem die USA noch weiterhin auf die Weiterentwicklung der Autogyros. Erst 1939, als Focke und Flettner bereits einsatzfähige Hubschrauber produzierten, fand bei Sikorsky der Beginn einer sehr erfolgreichen Entwicklung statt, nachdem er den Focke-Hubschrauber FW-61 im Fluge erlebt hatte – allerdings war Sikorsky erst 1944 soweit, seine Entwicklung zu vermarkten. Wie dem auch sei, erst gegen Ende der Kriegsjahre kamen 1944 die ersten weiteren Bücher über Hubschrauber in den USA auf den Markt [57, 58].

Die Theorie der Hubschrauber wurde in umfangreicher Form erstmalig von Bennett 1940 in einer Artikelserie in *Aircraft Engineering* gegeben [59], 1945 dann noch von Nikolsky als Buch [60] und 1945/46 von Klemin in *Aero Digest* [61]. Es sei angemerkt, dass sämtliche zuvor genannten Publikationen Raritäten sind, die oft nur schwer über Antiquariate im Internet oder auch gar nicht erhältlich sind, und falls man das Glück hat, eines im Angebot zu finden, so sind diese oft etliche hundert Euro teuer. Sie sind aber allemal lesenswert und vermitteln einen guten Eindruck über die Entwicklungsgeschichte der Drehflügler, insbesondere der Autogyros und Hubschrauber.

Interessanterweise wurde über die Entwicklung des Autogyro und der Sikorsky-Hubschrauber sehr ausführlich in mehreren Büchern berichtet, während die deutschen Entwicklungen von Focke und Flettner praktisch in keiner Buchform erschienen sind. Erst viel später (1977) hat Focke in seinem Buch über sein Lebenswerk die Entwicklung seiner Hubschraubermodelle beschrieben [62]. Die deutschen Entwicklungen fanden jedoch höchstes Interesse der Alliierten und die AVA Göttingen hat eine Zusammenfassung sämtlicher zwischen 1939 und 1945 gebauter Drehflügler, die Weiterentwicklung der Theorie und auch Interessantes über die Flugerprobung, den Einsatz in der Truppe und über Unfälle in den sog. *Göttinger Monographien N* erstellt [63].

## 1.2.2 Von der Antike bis 1900

Der Traum, sich mit Hilfe von Drehflügeln in die Luft zu erheben, ist vermutlich nicht ganz so alt, wie die Idee, sich überhaupt mit Hilfe von Flügeln der Schwerkraft scheinbar zu entziehen. Die Vorbilder waren zunächst direkt der Natur entnommen, also sich mit Flügeln entsprechend denen von Vögeln zu bewegen (z. B. Hermes, Pegasus, Engel). Das Prinzip eines drehenden Flügels konnte die Natur jedoch nicht an tierischen, sondern nur



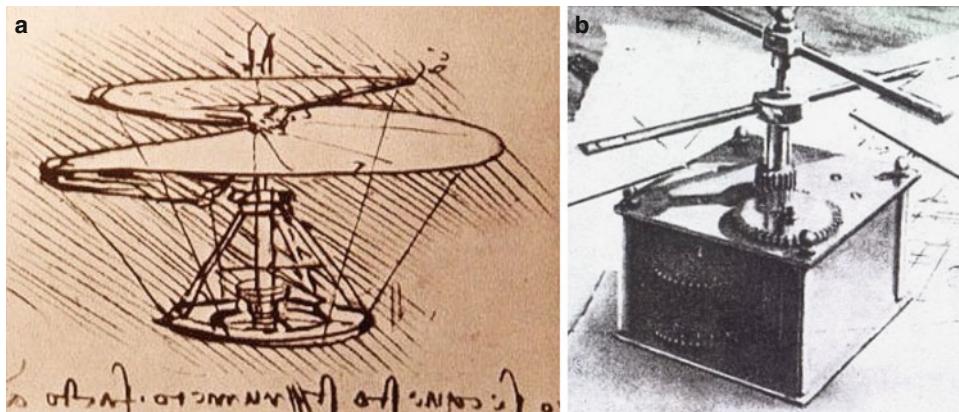
**Abb. 1.1** Vorchristliche Entwürfe in China und Europa. **a** Chinesisches Spielzeug, um 400 v.C., **b** Archimedische Schraube, 250 v.C.

an pflanzlichen Vorbildern (z. B. bestimmten Samen) liefern, da die dazu erforderlichen Drehgelenke keine durchgehenden Verbindungen von z. B. Nerven oder Adern erlauben. Dennoch sind die Anfänge des Experimentierens mit drehenden Flügeln sehr weit zurückliegend, die frühesten derzeit bekannten stellen Spielzeuge in China ca. 400 Jahre vor unserer Zeitrechnung dar. Diese bestanden aus einer hölzernen Achse, an deren einem Ende Federn derart eingekleilt waren, dass sie einen Einstellwinkel aufweisen, Abb. 1.1a. Durch Drehung zwischen den Händen in Rotation gebracht hebt sich dieses einfache Gebilde kurz in die Luft, um danach – durch Luftreibung abgebremst und nach Umsetzung der kinetischen in potentielle Energie – unkontrolliert zur Erde zurück zu fallen.

Der Physiker und Mathematiker Archimedes (287–212 vor Christus) beschäftigte sich mit der Schraubenbewegung, die es ermöglichte, sich in festen Körpern voran zu bewegen. Das gleiche Prinzip ermöglichte auch, Flüssigkeiten zu fördern, Abb. 1.1b, und es war folglich nicht abwegig, mit diesem Prinzip auch Gase zu bewegen. Die vermutlich erste Skizze eines Hubschraubers nach diesem Prinzip war der sog. *Helix* von Leonardo da Vinci (1452–1519) aus dem Jahre 1483, der allerdings erst gut 300 Jahre später entdeckt wurde, Abb. 1.2a. Dies ist die erste Erwähnung eines Teils des Begriffes Helikopter (*Helix* = Spirale, *pteron* = Flügel). Viele seiner Erfindungen hat er aus Angst vor Verfolgung nicht publik gemacht oder/und in Geheimschrift verfasst, da in dieser Zeit zahlreiche Erfinder eher den Hexen als den Wissenschaftlern zugeordnet wurden und entweder Kerker, Folter oder gar der Tod drohten. Seine Beschreibung dazu lautet:

Wenn diese Vorrichtung in Form der Schraube gut gemacht ist, das heißt hergestellt aus Leinensegel, dessen Poren man mit Stärke verkleistert hat, und wenn man sie rasch dreht, finde ich, dass eine solche Schraube ihre Mutter in der Luft finden wird und dass sie in die Höhe steigt.

Immerhin erkannte er, dass aufgrund der geringen Dichte der Luft dieses Gerät recht groß sein müsse. Allerdings hatte er weder eine Antriebsmaschine dafür noch den Ge-



**Abb. 1.2** Entwürfe im 17. und 18. Jahrhundert. **a** Leonardo da Vincis Hubschrauber, 1483, **b** Modell von Lomonosov, 1750

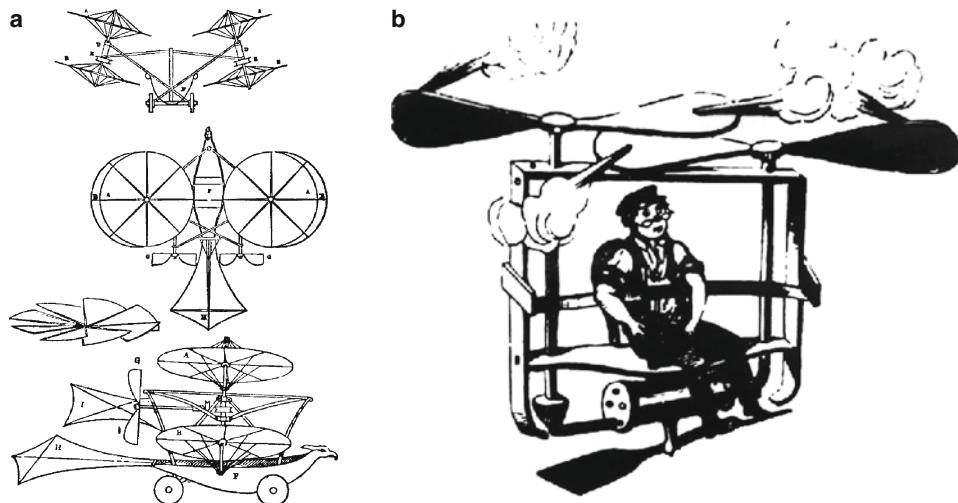
danken, dass ein Drehmoment auch kompensiert werden muss, damit die Drehung des Rotors aufrecht erhalten bleibt und nicht in eine Gegendrehbewegung des Gerätes mündet. Wissenschaftliche Ansätze entstanden erst sehr viel später, um den Prinzipien der Aerodynamik als Voraussetzung eines erfolgreichen Flugzeugbaus auf den Grund zu gehen. Im 17. Jahrhundert kam der Italiener Giovanni Alfonso Borelli (1608–1679) nach Messungen und Vergleich von Muskelgewicht und Gesamtgewicht von Vogel und Mensch zu dem Schluss, dass der Mensch nicht in der Lage sein kann, sich wie ein Vogel zu bewegen.

Fast zur gleichen Zeit wurden fundamentale wissenschaftliche Axiome von Isaac Newton (1643–1727) aufgestellt [39], die auf die Dynamik wie auch die Aerodynamik des Hubschraubers Anwendung finden:

1. Das Trägheitsgesetz: Ein Körper verharrt in seinem momentanen geradlinigen Bewegungszustand, solange keine äußere Kraft auf ihn einwirkt.
2. Der Beschleunigungssatz: Die äußere Kraft ist gleich dem Produkt der erzielten Beschleunigung eines Körpers und seiner Masse.
3. Das Prinzip Actio = Reactio: Jede Kraft auf einen Körper erzeugt eine gleich große, entgegengesetzte Reaktionskraft in diesem Körper.

Der Russe Michail Lomonosov (1711–1765, Gründer der ersten russischen Universität 1755 in Moskau) untersuchte mit wissenschaftlichen Methoden den Auftrieb von Koaxialrotoren am Modell mit einer Waage, Abb. 1.2b.

Erstmals vom Boden abheben konnte man zunächst 1783 mit Heißluftballons durch die Gebrüder Montgolfier nach dem Prinzip *leichter als Luft*. Davon inspiriert, versuchte sich in England Sir George Cayley (1773–1857) an Fluggeräten und erarbeitete einige Prinzipien der Physik des Fliegens. Gegen 1800 hatte er einige Versuche – aufbauend auf dem Prinzip des erwähnten chinesischen Spielzeugs – durchgeführt, die mittels Uhrfe-



**Abb. 1.3** Entwürfe in England, 19. Jahrhundert. **a** Modell von Sir George Cayley, 1843, **b** Modell von Horatio Phillips, 1842

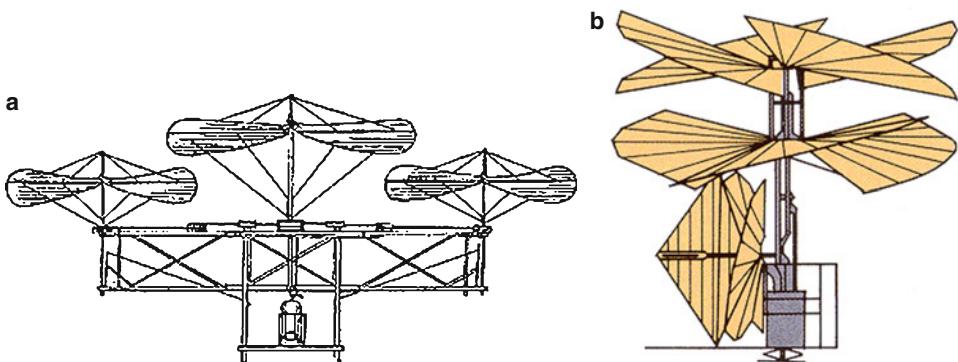
dern angetrieben wurden. 1843 veröffentlichte er ein *Vertikalluftfahrzeug* mit zwei Paaren seitlich angeordneter Rotoren, die von einer Dampfmaschine angetrieben werden sollten, Abb. 1.3a. Wegen des hohen Gewichts und der relativ geringen Antriebsleistung konnten aber die meisten darauf aufbauenden Geräte nicht fliegen. Von Cayley stammt auch folgende Erkenntnis:

Um ein Gewicht mittels einer Fläche tragen zu können, müssen wir den Widerstand der Luft durch Anwendung einer Kraft überwinden.

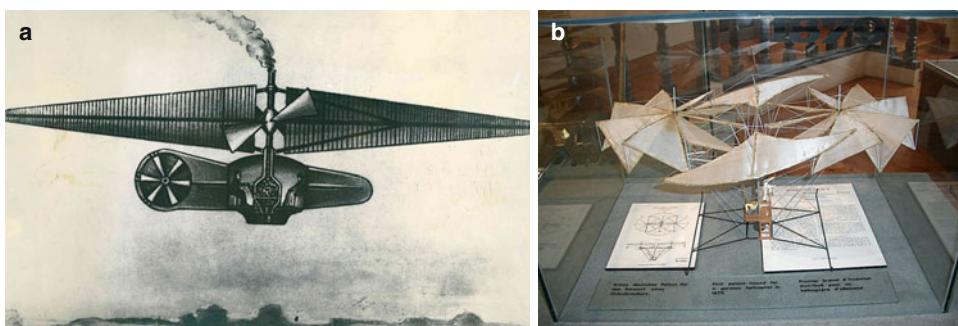
Ebenfalls 1842 konstruierte der Engländer Horatio Phillips eine Vertikalflugmaschine als 10 kg schweres Modell, dessen Rotorblätter mittels von einem Boiler erzeugten Dampfes unter Nutzung des Rückstoßprinzips angetrieben werden sollten, Abb. 1.3b. Es konnte zwar angeblich abheben, war aber nicht steuerbar. Hier wurde erstmalig der Blattspitzenreaktionsantrieb angewandt.

1845 entstand in Frankreich ein Schraubenfliegermodell von Cossus, das erstmalig das Prinzip des Kipprotors aufwies, Abb. 1.4a. Das erste Patent auf den Kipprotor wurde allerdings in Amerika 1862 ausgestellt, nachdem kurz zuvor in England das erste Patent auf die Koaxialrotoranordnung erteilt wurde.

Gegen 1860 baute Ponton d'Amecourt in Frankreich einige Hubschraubermodelle, ebenfalls mit Koaxialrotor, die mit Dampfmaschinen angetrieben wurden, Abb. 1.4b. Er verwendete den Begriff *helicoptere* vermutlich erstmalig. Auch er scheiterte am zu hohen Gewicht des Antriebs. Immerhin, davon inspiriert hat Jules Verne die Idee aufgegriffen und seinen Helden in dem Roman *Robur der Eroberer* (1886) in einem riesigen von



**Abb. 1.4** Entwürfe in Frankreich, 19. Jahrhundert. **a** Entwurf von Cossus, 1845, **b** Modell von d'Amecourt, 1860



**Abb. 1.5** Entwürfe in Deutschland, 19. Jahrhundert. **a** Modell von Achenbach, 1874, **b** Modell von Griese, 1880 (Bilder: Hubschraubermuseum Bückeburg)

37 Koaxial-Rotoren angetriebenen Hubschrauber fliegen lassen. In Deutschland hat Wilhelm von Achenbach 1874 ein einrotoriges Modell gebaut und vermutlich erstmalig die Idee eines Heckrotors zum Ausgleich des Drehmomentes eingeführt, Abb. 1.5a. Außerdem führte er Experimente mit Propellern durch, die 1923 von der NACA veröffentlicht wurden. Kurz nach Achenbachs Entwurf wurde 1879 das erste in Deutschland für eine Hubschrauberkonstruktion erteilte Patent an Julius Griese vergeben, ein Modell ist im Hubschraubermuseum Bückeburg zu sehen, Abb. 1.5b. Da sich Dampfmaschinen generell als zu schwer und zu leistungsschwach – im Flächenflugzeugbau und damit erst recht beim Hubschrauber – erwiesen, experimentierte Thomas Alva Edison (1847–1931) in Amerika mit einem Elektromotor, kam aber zu dem Schluss, dass er ebenfalls nicht das erforderliche Verhältnis von Gewicht und Leistung erreichen konnte. So scheiterten bis zur Jahrhundertwende alle Versuche einerseits an mangelnder Leistung und viel zu hohem Gewicht der verfügbaren Antriebe und andererseits an mangelnder Kenntnis der aerodynamischen Grundlagen. Edison äußerte sich zur Zeit der ersten Motorflüge folgendermaßen:

Das Luftfahrzeug wird zu nichts nützen, bis eine Maschine geschaffen ist, welche die Fähigkeit des Kolibri besitzt – senkrecht aufzusteigen, vor- und rückwärts zu fliegen, senkrecht herabzukommen und zu landen wie ein Kolibri. Es ist nicht einfach, eine solche Maschine zu bauen, aber irgendwer wird es tun.

Beim Flächenflugzeug legte zunächst der Deutsche Ingenieur Otto Lilienthal (1848–1896, gestorben nach Absturz mit einem seiner Gleiter) durch systematische Untersuchungen und Versuche die Grundlagen, auf die die folgenden Schritte anderer meistens aufbauten, wie z.B. die von den Gebrüdern Wright. Er führte erstmals die Polardiagramme für die Kräfte und Momente an Profilen bzw. Flugkörpern ein. Sein Buch *Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst* von 1889 legte viele Grundlagen der Aerodynamik von Flugzeugen und damit auch von Drehflüglern.

Grundlegende Zusammenhänge der Auftriebsentstehung wurden von dem Mathematiker Nikolai Joukowski (auch: Nikolai Jegorowitsch Schukowski, 1847–1921) in Russland gelegt. Er war von Lilienthals Arbeiten tief beeindruckt und baute bereits 1902 den ersten Windkanal, gründete 1904 das erste aerodynamische Institut Europas in der Nähe Moskaus und veröffentlichte den schon 1902 von dem deutschen Mathematiker Martin Kutta (1867–1944) gefundenen Zusammenhang zwischen Auftrieb und Zirkulation auf Basis der komplexen Zahlentheorie (von Kutta stammen auch einige heute viel verwendete Verfahren zur Lösung von gewöhnlichen Differentialgleichungen). 1918 gründete Joukowski mit Andrej Tupolew das noch heute tätige zentrale aero- und hydrodynamische Institut (ZAGI) in Moskau.

### 1.2.3 Die Pionierzeit des Hubschraubers: 1900 bis 1936

Auf wissenschaftlicher Seite legte zur Jahrhundertwende Prof. Ludwig Prandtl (1875–1953) in Deutschland die Grundlagen zur modernen Strömungslehre und publizierte 1904 die Grenzschichttheorie. In diese Zeit fällt auch sein Wasserkanal mit der berühmten Sichtbarmachung der Profilumströmung. In Göttingen gründete er 1907 die *Modellversuchsanstalt für Aerodynamik der Motorluftschiff-Studiengesellschaft*, die 1919 in *Aerodynamische Versuchsanstalt der Kaiser-Wilhelm-Gesellschaft* (AVA) umbenannt wurde. Er baute dort 1908 den ersten Windkanal in Deutschland, nach dessen Prinzip eines geschlossenen Windkreislaufes die meisten heutigen Windkanäle arbeiten. 1918 entwickelte er die Tragflügeltheorie und lieferte auch Beiträge zu den Verlusten der Blattspitzenumströmung von Hubschrauberrotoren. Die Kompressibilitätseffekte im Unterschallbereich wurden mit Max Munk und Albert Betz untersucht, parallel und unabhängig davon von Glauert (Prandtl-Glauert Formel). Seine Arbeiten zur Überschallströmung sind für Hubschrauber weniger relevant.

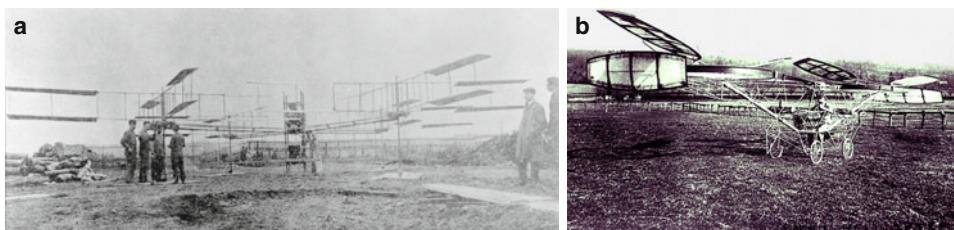
Auch in Frankreich wurde gegen 1907 ein Windkanal von Gustav Eiffel (1832–1923) gebaut, der aber offen war und bei dem die Luft von einem Saugmotor am Ende in Bewegung gebracht wurde. Eiffel und Prandtl standen in engem, wenn auch oft kontroversen,

Kontakt. Zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurden zahlreiche aerodynamische Versuchsanstalten gegründet, um den Problematiken der Luftfahrttechnik wissenschaftlich auf den Grund zu gehen, was die Zeit des Versuchs und Irrtums durch die Zeit der Erkenntnis stetig ersetzte und somit die Lebenserwartung der Testpiloten erheblich verlängerte.

Die Problematik eines geeigneten Antriebes, welcher bei geringem Gewicht eine ausreichende Leistung zur Verfügung stellte, war im Hubschrauberbereich von viel größerer Bedeutung als beim Flächenflugzeug, da ein Hubschrauber bereits zum Abheben deutlich mehr Leistung benötigt als im Vorwärtsflug. Außerdem gab es keine Vorbilder aus dem Tierreich, von denen man die Grundsätze der Hubschrauberaerodynamik hätte ableiten können. Daher waren Versuche mit Hubschraubern meist Individualisten vorbehalten, und meist wusste der eine nicht von den Versuchen und Ergebnissen des anderen.

Erst die Entwicklung des Verbrennungsmotors brachte einen Quantensprung in der je kg Motorgewicht verfügbaren Leistung und ermöglichte es den Flächenflugzeugkonstruktoren kurz nach der Jahrhundertwende die ersten motorgetriebenen Flüge zu unternehmen, von denen die bekanntesten und am besten dokumentierten – wenn auch wahrscheinlich nicht die ersten – die der Gebrüder Wright im Dezember 1903 waren. Sie bauten auf die Arbeiten von Lilienthal auf und konstruierten auch einen kleinen Windkanal, wo sie systematisch Profile und ihre Eigenschaften vermaßen, also mit wissenschaftlichen Methoden die Probleme der Aerodynamik untersuchten.

Erst 1907 fanden in Frankreich zwei Versuche mit Hubschrauberentwicklungen statt. Zunächst waren die Gebrüder Louis (1880–1955) und Jacques Breguet zusammen mit Prof. Charles Richet mit einem Vehikel erfolgreich, das zwei Paare von jeweils gegengläufigen Rotoren aufwies, die jeweils vier Doppeldeckerflügel besaßen, Abb. 1.6a. Man erkennt daran den Einfluss der inzwischen erfolgreichen Flächenflugzeuge, die zunächst fast alle wie die der Wrights auf dem Doppeldeckerprinzip basierten. Aufgrund fehlender Einrichtungen zur Steuerung der Rotoren und des gesamten Vehikels musste es von Hilfsmannschaften an Auslegern gehalten werden, um nicht umzukippen, und es konnte auch nur im Bodeneffekt bis in angeblich 1.5 m Höhe aufsteigen. Im gleichen Jahr baute ebenfalls ein Franzose namens Paul Cornu – wie die Gebrüder Wright ein Fahrradbauer – einen Hubschrauber mit zwei gegenläufigen Rotoren zu je zwei Eindeckerflügeln, nachdem er 1906 mit einem 13 kg schweren Modell und einem 2 PS Motor Versuche un-



**Abb. 1.6** Erste Flugversuche in Frankreich, 1907. **a** Quadrotor von Breguet/Richet, **b** Tandemhubschrauber von Cornu (© Smithsonian Institution National Air and Space Museum)

ternommen hatte, Abb. 1.6b. Angeblich hob er 1907 in der Nähe von Lisieux, südlich von Le Havre, ebenfalls einige Sekunden vom Erdboden ab, jedoch gibt es keine Fotodokumentation, die dies bestätigt. Die verfügbaren Angaben über die Konstruktion dieser beiden Maschinen sind in Tab. 7.1 im Anh. 7.2 gegeben. Auch bei der Maschine von Cornu ist zu bezweifeln, ob er ohne Bodeneffekt hätte fliegen können, wie später gezeigt wird, jedoch verstärkt die Anordnung beider Rotoren in unmittelbarer Nähe zueinander die Wirkung des Bodeneffektes. Dennoch wird sein Versuch vielfach als der erste erfolgreiche freie Hubschrauberflug angesehen. Da er im Jahre 2007 sein 100jähriges Jubiläum feierte, wurden Nachbauten sowohl in Frankreich wie auch in Deutschland erstellt; letzterer ist im einzigen Hubschraubermuseum Deutschlands in Bückeburg ausgestellt.

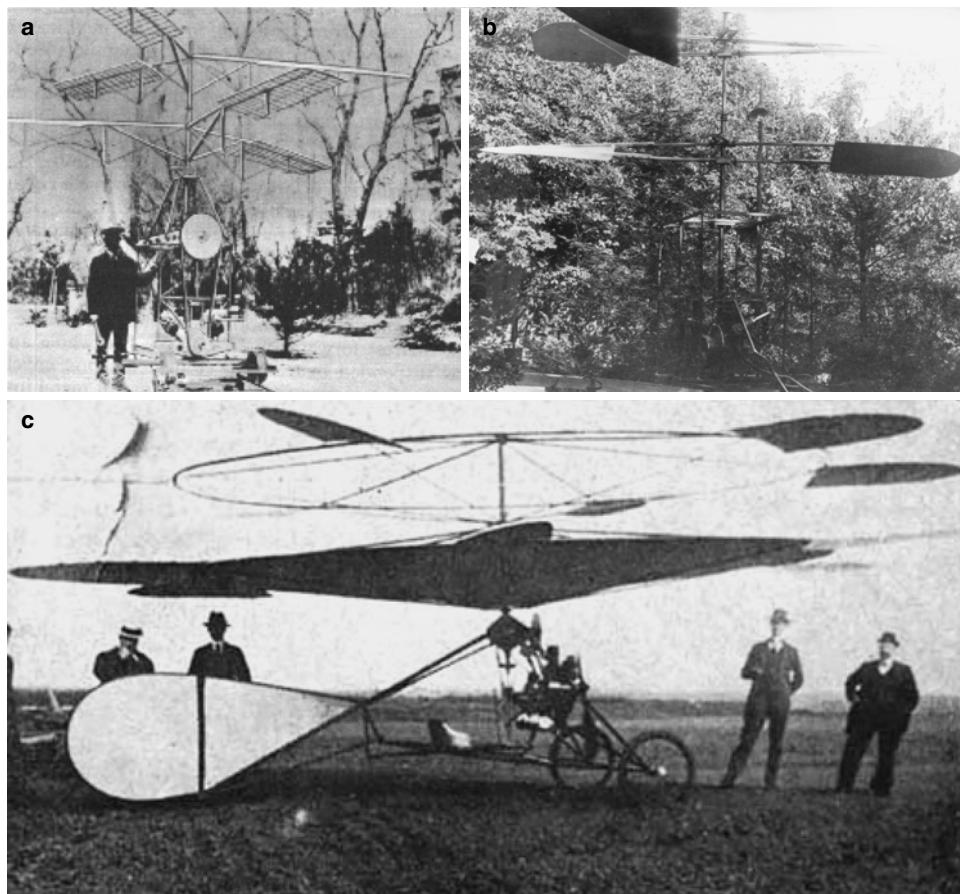
Die Angaben zu den Konstruktionen von Breguet und Cornu sind jedoch fragwürdig; insbesondere die spezifische Rotorblattbelastung darf, wie später noch gezeigt wird, einen Wert von  $C_T/\sigma = 0.12$  nicht überschreiten, da sonst selbst bei moderner Auslegung – von denen die Rotoren von Breguet und Cornu meilenweit entfernt waren – Strömungsabriss und ein starkes Anwachsen des Leistungsbedarfs eintritt. Daher darf insbesondere die Drehzahl von Cornus Maschine mit 120 RPM angezweifelt werden, sie wird wohl eher bei 160 RPM gelegen haben. In jedem Fall arbeiteten die Motoren an ihrer Leistungsgrenze und die Profile an den Rotorblättern nahe am maximalen Auftriebsbeiwert – keine Bedingungen, die irgendeinen Raum für Leistungsreserven lassen. Es fehlte auch an geeigneten Steuerungsmöglichkeiten.

Die Zuverlässigkeit der Motoren war allerdings alles andere als ausreichend, so dass den Flugfähigkeiten im nicht angetriebenen Zustand große Bedeutung zukam. Dies drückt sich auch in dem bekannten Spruch von Wilbur Wright im Jahre 1909 bezüglich ihrer Experimente mit Hubschraubern aus:

Wie alle Neulinge begannen wir in unserer Jugend mit dem Hubschrauber, sahen aber bald ein, dass sie keine Zukunft haben und ließen daher das Projekt fallen. Der Hubschrauber vermag nur mit höchster Anstrengung das zu tun, was ein Ballon ohne Mühe schafft, und er ist keinesfalls besser als ein Ballon zum schnellen horizontalen Flug geeignet. Wenn sein Triebwerk ausfällt, stürzt er mit tödlicher Wucht ab, denn er kann weder schweben wie ein Ballon, noch wie ein Flugzeug gleiten. Hubschrauber sind viel leichter zu konstruieren als Flugzeuge, ist die Konstruktion jedoch gelungen, ist sie nutzlos.

Es wird später gezeigt werden, dass Hubschrauber sehr wohl und auch sicher im Zustand der Autorotation wie ein Flugzeug gleiten können. Während die Flächenflugzeuge längst die Kontinente eroberten, waren die Hubschrauber immer noch damit beschäftigt, überhaupt vom Boden los zu kommen, geschweige denn steuerbar zu sein oder sogar eine nennenswerte Vorwärtsfluggeschwindigkeit zu erzielen. 1908 hatten Breguet/Richet einen zweiten, verbesserten Hubschrauber namens *Gyroplane No. 2* gebaut und dieser flog, wenn auch instabil, in einer Höhe von wenigen Metern ca. 20 m weit.

Ein Jahr später, 1909, hatten in Deutschland F. Sternemann und der Ingenieur W. Siebert einen Koaxialhubschrauber gebaut und führten erste Flugversuche bei Hamburg durch. Bemerkenswert ein Kommentar von Professor Ludwig Prandtl (der seit 1907 die

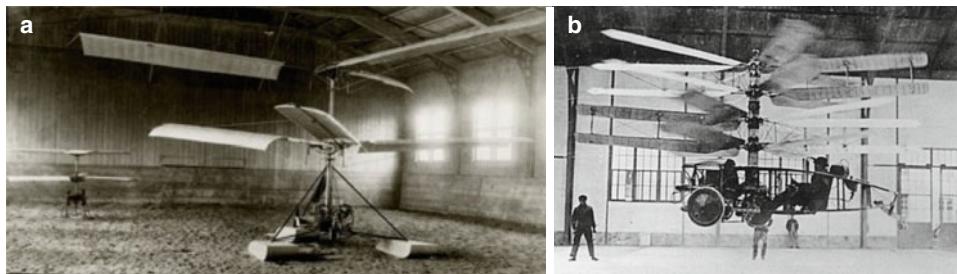


**Abb. 1.7** Modellversuche in Russland und erster Flug in Dänemark. **a** Entwurf von Sikorsky, 1909, **b** Entwurf von Sikorsky, 1910, **c** Hubschrauber von Ellehammer, 1912 (a und c Hubschraubermuseum Bückeburg, b © Igor I. Sikorsky Historical Archives, Inc. 2014. All rights reserved.)

Göttinger Motorluftschiff-Studiengesellschaft und später die Aerodynamische Versuchsanstalt Göttingen (AVA) leitete), der dem beiwohnte:

Die erhebliche Überlegenheit des Aeroplanes in Beziehung auf die Flugfähigkeit schließt allerdings nicht aus, dass mit dem Fortschreiten der Technik einst noch die ersehnte, vom Platz aufsteigende Flugmaschine kommen wird.

1909 baute Igor Sikorsky (1889–1972) in Kiew einen ersten Koaxialrotor, der jedoch nicht abheben konnte, Abb. 1.7a. Der zweite Entwurf konnte in gefesseltem Zustand einige Hopser vollbringen, Abb. 1.7b, danach verwarf er die Realisierungsmöglichkeiten jedoch und widmete sich zunächst den Flächenflugzeugen, bevor er sich 1939, dann in

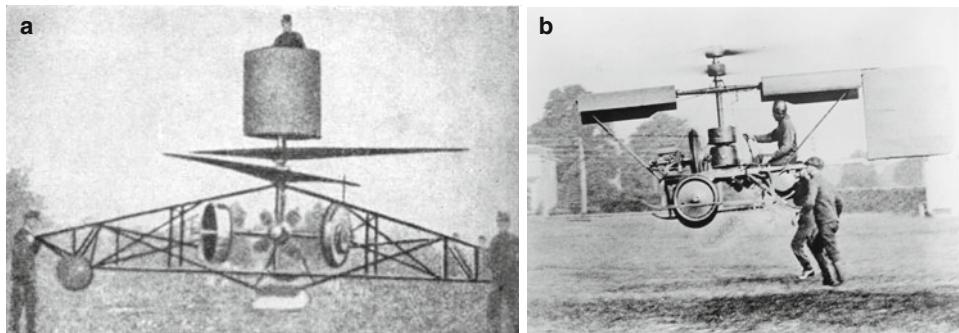


**Abb. 1.8** Koaxialhubschrauber in Deutschland und Spanien. **a** Entwurf von Rüb, 1917, **b** Hubschrauber von Pescara, 1919 (Bilder: Hubschraubermuseum Bückeburg)

den USA, wieder den Hubschraubern – mit bekannt großem Erfolg – zuwenden würde. Ebenfalls einen Koaxialrotor wies der Hubschrauber von Jacob Christian Ellehammer (1871–1946) in Dänemark auf, der 1911 als Modell und 1912 in Originalgröße gebaut wurde und bereits eine kollektive wie auch zyklische Blatteinstellwinkelverstellung aufwies, Abb. 1.7c. Der untere Rotor war innen mit Stoff bespannt, der im Fall eines Motorausfalls als Fallschirm wirken sollte. Außerdem hatte er einen Propeller für den Vortrieb. 1912 hob dieses Gerät erstmals vom Boden ab und Versuche wurden bis zu einem Absturz mit Totalschaden 1916 fortgeführt. Die Fragmente wurden 2006 auf seinem Dachboden entdeckt und werden gegenwärtig im Dänischen Technischen Museum wieder zusammengesetzt. Ellehammer konstruierte außerdem 1905 die ersten luftgekühlten Sternmotoren der Welt. In den 30ern konstruierte er einen Reaktionsrotor, angetrieben mit Pressluft, sowie eine kreisförmige Tragfläche mit ein- und ausfahrbaren Rotorblättern – ein Konzept, das in den 90ern von einem Unternehmen aus Taiwan, der Modus Verticraft Corporation, wieder aufgenommen wurde.

Wiederum einen Koaxialrotor bauten die Gebrüder Rüb in Stuttgart 1917, der jedoch mangels Antriebsleistung nicht abheben konnte, Abb. 1.8a. Außerdem durfte nach dem Ende des ersten Weltkriegs keine Luftfahrtforschung in Deutschland mehr betrieben werden. Daher fanden die weiteren Entwicklungen vorerst im Ausland statt. Bemerkenswert ist jedoch, dass in dieser Zeit fast alle Konstruktionen Koaxialrotoren aufwiesen, um dem Problem des Gegendrehmomentes Herr zu werden.

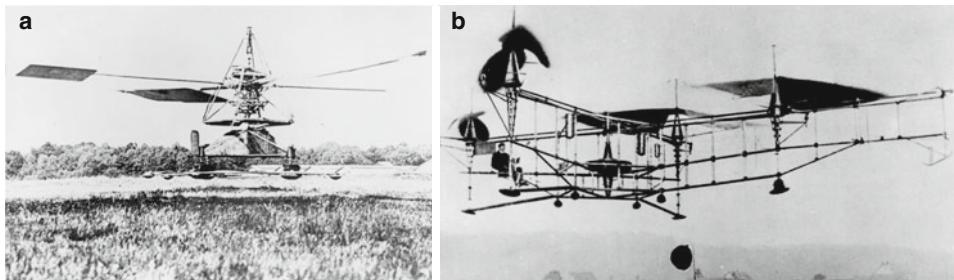
Auch Raul Pescaras Hubschrauber von 1919 in Barcelona hatte dieses Prinzip, jedoch ebenfalls einen zu schwachen Motor, der zwei Jahre später gegen einen wesentlich leistungsstärkeren ausgetauscht wurde, Abb. 1.8b. Zwar konnte die Maschine abheben, war aber kaum steuerbar. Da die meisten Flüge mit erheblichen Beschädigungen endeten, wurden die Arbeiten 1925 eingestellt. Immerhin wiesen seine letzten Entwürfe eine kollektive und zyklische Blattwinkelsteuerung (wie bei dem Wright-Flyer über Verwindung) ebenso auf wie die Möglichkeit des Abkoppelns vom Motor, so dass der Hubschrauber die Autoreationsfähigkeit nutzen konnte, um bei Triebwerksausfall sicher zu landen – Merkmale, die heute jeder Hubschrauber aufweist. Er stellte auch die ersten Rekorde mit 500 m zu-



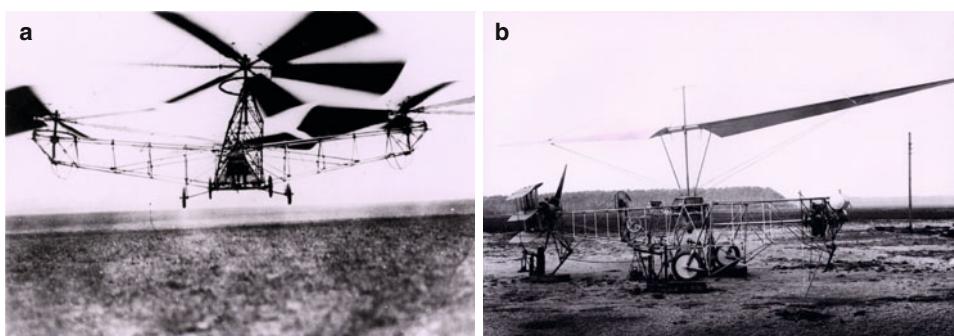
**Abb. 1.9** Flugversuche in Österreich und in Amerika. **a** Hubschrauber von Petroczy, 1917, **b** Tiltrotor von Berliner, 1919 (b © Smithsonian Institution National Air and Space Museum)

rückgelegter Strecke in 1923 und 12.5 km/h Geschwindigkeit auf und befand sich 1924 im erbitterten Wettstreit mit Oehmichen. Der Österreicher Stephan Petroczy befasste sich in den Jahren 1917–1920 zusammen mit dem berühmten Ungarn Theodore von Kármán (1881–1963) und Wilhelm Zurovec ebenfalls mit Koaxialrotoren, die aus starren Holzpropellern bestanden und von einem Elektromotor angetrieben wurden, auf einem mit Seilen gefesselten Hubschrauber, Abb. 1.9a. Diese waren im Auftrag der Armee als Ersatz für Fesselballons zu Beobachtungsaufgaben gedacht. Bemerkenswerterweise wurden systematische Messungen an den Rotoren durchgeführt, die mit als erste wissenschaftliche Untersuchungen an Rotoren (damals überdimensionale Propeller) angesehen werden können. Theodore von Kármán promovierte 1908 in Göttingen und war von 1913–1934 an der RWTH Aachen als Professor tätig; 1929 übernahm er – auch weil er aufgrund seiner jüdischen Abstammung die Verfolgung unter der nationalsozialistischen Herrschaft ahnte – die Leitung des Guggenheim Aeronautical Laboratory bis 1949. Bis zu seinem Tod während eines Aufenthaltes an seiner alten Wirkungsstätte in Aachen hat er zahllose Ehrendoktortitel und andere Auszeichnungen erhalten.

In Amerika waren die Gebrüder Emile und Henry Berliner seit 1909 mit Hubschraubern befasst. Sie bauten und flogen aber erst 1919 ein Gerät mit Koaxialrotor, Abb. 1.9b, später (1924) eines mit seitlich des Rumpfes angeordneten gegenläufigen Rotoren, welches heute als der älteste voll erhaltene Hubschrauber gilt und im College Park Aviation Museum ausgestellt ist – an dem Ort, wo sie früher ihre Flugversuche unternahmen. Dies war im Prinzip ein umgebautes Flächenflugzeug und die Vorversion von heutigen Tiltrotor-Flugzeugen, denn die Rotoren konnten zur Richtungssteuerung gegensinnig gebeigt werden. Damit wurden in einer Höhe von 5 m und einer Geschwindigkeit von bis zu 65 km/h geflogen und Kreise von 50 m Radius erreicht. Ein bemerkenswerter neuer Ansatz zur Umgehung des Gegendrehmomentes wurde 1922 von Louis Brennan in England an einem sehr großen Zweiblattrotor erprobt, der Propeller an den Rotorblattenden als Antrieb und als weitere Besonderheit Steuerklappen an den Hinterkanten der Rotorblätter aufwies, Abb. 1.10a. Nach einem Absturz 1925 wurden auch hier die Arbeiten eingestellt.



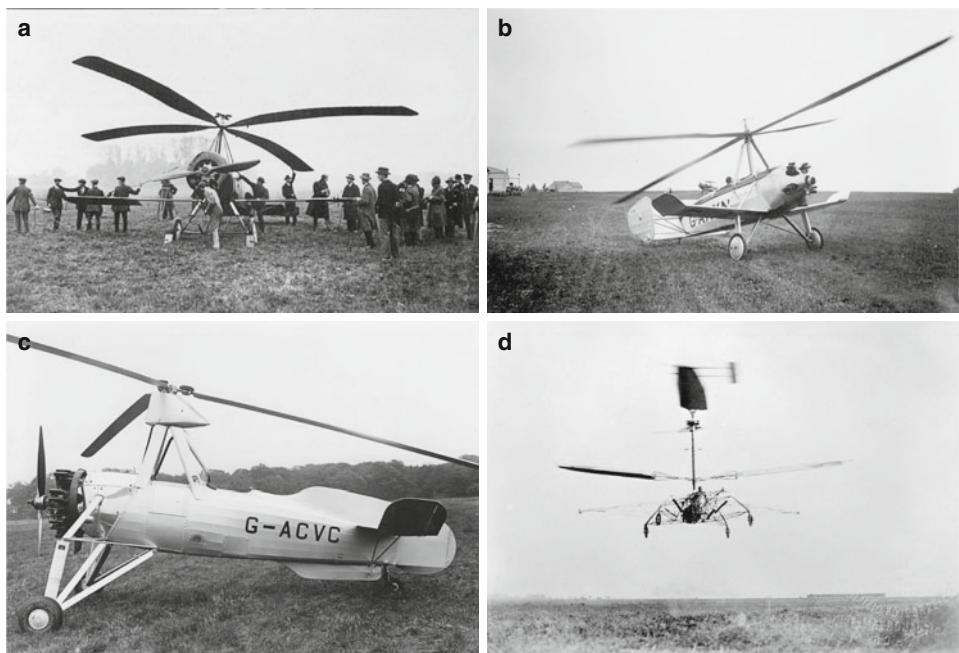
**Abb. 1.10** Blattspitzenantrieb in England und Quadrotor in Frankreich. **a** Hubschrauber von Brenn an, 1922, **b** Quadrotor von Oehmichen, 1922 (a © Smithsonian Institution National Air and Space Museum, b Hubschraubermuseum Bückeburg)



**Abb. 1.11** Quadrotor (USA) und erste Haupt-/Heckrotor Konfiguration (Deutschland). **a** Quadrotor von de Bothezat, 1923, **b** Hubschrauber des von Baumhauer, 1923 (Bilder: Hubschraubermuseum Bückeburg)

Ebenfalls 1922 flog Etienne Oehmichen in Frankreich eine Flugmaschine mit vier zur Steuerung kippbaren Rotoren und insgesamt acht Propellern für Vortrieb und Stabilität, Abb. 1.10b. 1924 gelang ihm der erste Kreisflug auf einer Strecke von 1690 m (damit gewann er einen Preis der FAI) in 15 m Flughöhe sowie das Heben einer Last von bis zu 200 kg. Seine Versuche erstreckten sich bis 1938. 1923 baute Georgij de Bothezat in Amerika eine Maschine mit vier Rotoren und zwei Propellern zur Steuerung, die mit zwei Personen flog, Abb. 1.11a.

Einer der ersten Hubschrauber mit nur einem 2-Blatt Rotor und Heckrotor zum Drehmomentenausgleich baute A.G. von Baumhauer 1923, Abb. 1.11b. Der Rotor war in sich starr und wies ein zentrales Schlaggelenk sowie kollektive und zyklische Blattverstellung auf. Einige Flüge wurden durchgeführt, aber die Steuerung erwies sich als schwierig, wohl auch eine Folge davon, dass Haupt- und Heckrotor völlig unabhängig voneinander angetrieben wurden. Bei einem Flugzeugabsturz kam von Baumhauer 1939 ums Leben. Von besonderer Prägung des folgenden Jahrzehnts war die Erfindung des Autogyros von



**Abb. 1.12** Autogyros (Spanien, England); Hubschrauber mit Klappensteuerung (Italien). **a** Autogyro C.4 von de la Cierva, 1923, **b** Autogyro C.19 von de la Cierva, 1929, **c** Autogyro C.30 von de la Cierva, 1933, **d** Hubschrauber von d'Ascanio, 1930 (© Smithsonian Institution National Air and Space Museum)

Juan de la Cierva (1895–1936, gestorben durch einen Flächenflugzeugabsturz) in Spanien. Dieser beschäftigte sich seit 1919 mit Tragschraubern, deren Rotoren bremsend und auftriebserzeugend von einem Propeller durch die Luft geschleppt werden. Dies erschien ihm wesentlich sicherer als der angetriebene Hubschrauberrotor, da der Rotor nun immer im Autorotationszustand arbeitete und bei Motorausfall – keine Seltenheit zu der Zeit – nicht mit einem Absturz, sondern mit einem Autorotationsgleitflug sicher weiter zu fliegen war. Das Prinzip der Autorotation erkannt zu haben, wird ihm zugeschrieben.

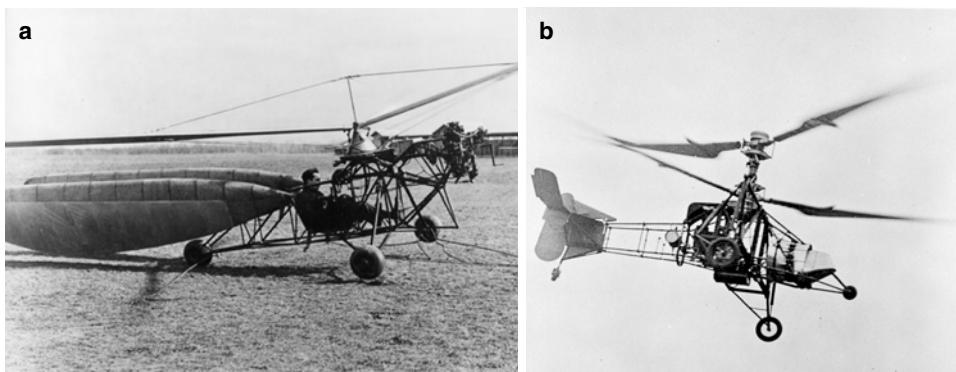
Ebenfalls erkannte er, dass die Luftkräfte am vorlaufenden Rotorblatt mehr Auftrieb erzeugen als die am rücklaufenden Blatt, wenn der Rotor – bei ihm ohne Blattverstellung – durch die Luft geschleppt wird. Daher führte er das Schlaggelenk ein und flog mit dem Entwurf C3 erstmals 1923, Abb. 1.12a. In viel späteren Entwürfen konnte der Rotorkopf mittels eines Hebels vom Piloten in verschiedene Richtungen geschwenkt werden, so dass eine Steuerung der Schubrichtung und damit des Vehikels möglich war. Nach einer Vorstellung vor dem britischen Luftfahrtministerium in London 1925 erhielt er dort einen Auftrag zum Bau einer Maschine und verblieb dann in England. 1927 – nach einem Absturz wegen Materialermüdung im Blattwurzelbereich in Schwenkrichtung – wurde das Schwenkgelenk, in Verbindung mit einem Schwenkdämpfer, eingeführt. Während ei-

ner Vorführung in Berlin 1926 konnte er sein Gerät dann endlich erfolgreich weltweit vermarkten und fertigte seine Flugmaschinen seit 1928 in England, dem Jahr, in welchem er mit einem C8 erstmals den Ärmelkanal überquerte (das gelang Louis Bleriot mit dem Eindeckerflugzeug Typ XI bereits 1909). Frank Pitcairn kaufte eine Lizenz zur Fertigung der C8 in den USA und gründete die *Autogyro Company of America*. 1929 hatte die C.19, Abb. 1.12b ihren Erstflug und wurde sehr erfolgreich verkauft; z. B. erwarb in Deutschland Focke eine Lizenz zum Nachbau, was ihn veranlasste, sich vollständig mit dem Hubschrauberproblem zu befassen, wie später noch berichtet wird. Die Steuerung erfolgte nach wie vor nur über das Leitwerk und die Querruder am Flügel.

1933 wurde noch die C.30 ohne die bis dahin vorhandenen Flügel am Rumpf gebaut und die Steuerung erfolgte über eine direkte Neigung der Rotorebene mittels eines langen Hebels, der sog. *direct control autogyro*, Abb. 1.12c. Damit war die Rotorneigung der Fluggeschwindigkeit anpassbar und auch im Langsamstflug volle Steuerfähigkeit gegeben. 143 Exemplare wurden gebaut und Lizenzen in Frankreich und Deutschland (Focke) erworben. Die letzte Entwicklungsstufe wurde 1936 eingeführt und betraf die Senkrechstartfähigkeit, indem die Rotorblätter mit einem schrägen Schwenkgelenk ausgestattet wurden, das den Blatteinstellwinkel auf Null reduzierte. Damit wurde der Rotor am Start auf Überdrehzahl gebracht, die Blätter aufgrund der Zentrifugalkraft in ihre Normallage geschwenkt, was den Einstellwinkel auf etwa  $2^\circ$  brachte und unter Drehzahlabfall ein sprungartiges Steigen bis etwa auf 6 m Höhe erlaubte, wo dann der Propeller die Maschine in den Vorwärtsflug zog.

Aufbauend auf den Erfindungen von de la Cierva baute der Italiener Corradino d'Ascanio (Konstrukteur des Motorrollers *Vespa*) einen Koaxialhubschrauber, der 1930 mehrere Weltrekorde innehatte, Abb. 1.12d. Wegen der Verwendung eines Schlaggelenkes wie bei de la Cierva waren die Rotoren weit übereinander angeordnet. Die Blattsteuerung erfolgte über Steuerflächen hinter den Rotorblättern; ein Konzept, das heute noch bei Hubschraubern von Kaman verwendet wird. Ebenfalls 1930 baute in Österreich Raoul Hafner mit Bruno Nagler einen Hubschrauber. Obwohl dieser sogar eine Taumelscheibe hatte, führten Steuerprobleme zum Abbruch der Arbeiten. Der Drehmomentenausgleich sollte hier mit großen Flügeln im Abstrom des Rotors erfolgen, was eine gewisse Ähnlichkeit mit Cornus Entwurf aufweist, Abb. 1.13a. Kurze gefesselte Flüge waren damit möglich. Er siedelte 1932 nach England um und führte seine vorherigen Experimente mit Hubschraubern fort, hatte dann aber mit dem Tragschrauberbau mehr Erfolg, was 1937 zu dem Hafner A.R.III Gyroplane führte. Später folgten noch die Varianten A.R.IV und V. Mit dem Eintritt Englands in den zweiten Weltkrieg wurde Hafner 1940 aufgrund seiner Herkunft verhaftet und die Arbeiten damit eingestellt. Während der Internierung entwickelte er den Rotachute, der als Ersatz für Fallschirmsysteme gedacht war, sowie den Rotabuggy, eine Kombination aus Jeep und Autogyro, die 1943 erprobt wurde. Nach dem Krieg wurde er bei der Bristol Aeroplane Company Chefdesigner für Hubschrauber. 1960 wurde die Abteilung in Westland Aircraft integriert, wo Hafner Technischer Direktor wurde.

Wiederum Louis Breguet und René Dorand untersuchten seit 1931 systematisch Koaxialhubschrauber, Abb. 1.13b. 1936 flogen sie mit knapp 45 km/h 44 km weit und erreichten



**Abb. 1.13** Hubschrauberentwürfe in Österreich und Frankreich. **a** Hubschrauber von Hafner, 1930, **b** Hubschrauber von Breguet/Dorand, 1931 (b © Smithsonian Institution National Air and Space Museum)

mit 158 m Höhe einen neuen Rekord. Auch der Dauerflugrekord mit 62 min ging damals an sie. Sie untersuchten auch die Autorotationsfähigkeit 1936 mit gewissem Erfolg, aber nach einer Bruchlandung wurden die Arbeiten kurz vor dem zweiten Weltkrieg eingestellt und die Maschine fiel einem Bombenangriff der Alliierten 1943 zum Opfer. Die Flugstabilität war jedoch nicht befriedigend.

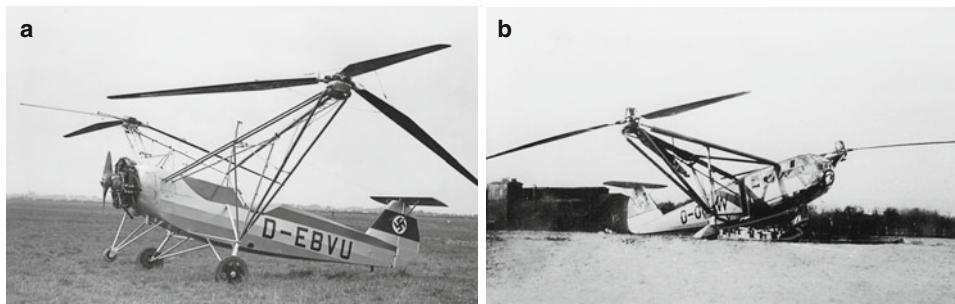
In Russland wurde an der ZAGI 1928 ein Vertikalfluginstitut gegründet und die ZAGI 1 A gebaut, die einen 4-Blatt Rotor und als erster Hubschrauber zwei Triebwerke aufwies. Hilfsrotoren an Bug und Heck dienten der Steuerung. 1933 folgte ein weiterer Entwurf mit drei starr angeschlossenen Blättern und dazwischen drei über eine Taumelscheibe angeschlossenen kleineren Blättern. Die Flugversuche verliefen jedoch enttäuschend.

## 1.2.4 Entwicklungen bis zum Ende des 2. Weltkriegs

### Deutschland

In Deutschland beschäftigte sich Henrich Focke (1890–1979; 1924 zusammen mit Georg Wulf Gründung der Focke-Wulf AG in Bremen) von 1931–1937 mit Lizenzbauten von de la Ciervas Autogyros vom Typ C19 Mark VI *Don Quichotte* und C30 *Heuschrecke*. Von Beginn an war Focke von dem Gedanken, daraus einen Hubschrauber zu machen, gefesselt; in der Öffentlichkeit war das jedoch ein wenig angesehenes Unterfangen. So beschrieb er den Zeitgeist anlässlich einer Gedenkveranstaltung zu ehren des verunglückten Georg Wulf 1927:

Wer in den Jahren 1908 bis 1912, zumal in einer konservativen Hansestadt wie Bremen, vom Fliegen sprach ... der war in den Augen des braven Bürgers unwittig von einer Atmosphäre, gruselig gemischt aus Abenteurertum, Zirkus, Irrenhaus und Friedhof.



**Abb. 1.14** Hubschrauber von Focke. **a** Fw 61, 1936, **b** Fa 223/266, 1939 (© Smithsonian Institution National Air and Space Museum)

1931 in Bremen zum Professor berufen, untersuchte er mit seinem Team mit wissenschaftlichen Methoden, unter anderem durch intensive Nutzung des firmeneigenen Windkanals, die Grundlagen des Hubschraubers. So entwickelte er seit 1932 die Fw 61 (später Fa 61 genannt) – wovon ein Modell bereits 1934 flog – und deren Erstflug erfolgte 1936, Abb. 1.14a. Seine Prioritäten beim Hubschrauberbau waren in folgender Reihenfolge:

- Notlandemöglichkeit bei Ausfall des Triebwerkes
- Steuerbarkeit und Stabilität
- Allgemeine Betriebssicherheit
- Einfachheit in der Bedienung
- Annehmbare Flugleistungen und vernünftige Zugänglichkeit zu den wichtigsten Bau- teilen

Er gründete mit dem damaligen Kunstflug-Weltmeister Gerd Achgelis 1937 die Focke-Achgelis Werke in Hoyenkamp bei Delmenhorst, sogar mit einem eigenen Windkanal. Der Rumpf war dem Flächenflugzeug *Stieglitz* entnommen und auf beiden Seiten mit einem Ausleger aus Rohren versehen, die je einen gegenläufigen 3-Blatt Rotor hielten, was einen Heckrotor zum Ausgleich des Gegendrehmomentes ersparte und sämtliche Antriebsleistung in die Schubherzeugung leitete. Außerdem waren unter den Rotoren keine die Strömung blockierenden Rumpfelemente wie zum Beispiel bei einer hintereinander liegenden Tandemanordnung, wo außerdem der hintere Rotor noch erhebliche Störungen vom vor ihm liegenden Rotor erfährt. Die seitliche Anordnung der Rotoren liefert zudem eine erhebliche statische und dynamische Flugstabilität um die Längsachse auch im Schwebeflug. Zudem tilgen sich die Präzessionsmomente und auch die aerodynamischen Momente der Rotoren bei einer Lageänderung des Hubschraubers, was die bei einrotorigen Hubschraubern vorhandene Kopplung der Längs- mit der Seitenbewegung eliminiert. Der Motor wies auch einen Propeller auf, der aber nur zur Kühlung gebraucht wurde. Dieser Entwurf war so leistungsfähig, dass er in kürzester Zeit sämtliche Rekorde aufstellte und lange Zeit hielt. So wurden 1937 die in Tab. 1.1 angegebenen Leistungen erreicht.

**Tab. 1.1** Leistungen der Fw 61 von 1937 im Vergleich zu bisherigen FAI-Rekorden

Rubrik	Oehmichen	Pescara	Ascanio	Breguet-Dorand	Fw-61
Jahr	1924	1924	1930	1936	1937–1939
Dauer, min	14	10	8	62	80, später: 140
Reichweite, km	1	0.736	1	44	80, später: 230
Höhe, m			18	158	2439, später: 3427
Geschwindigkeit, km/h	8.5	13	13	120	122
Motorleistung, PS	180	300	100	240	160

Diese Entwicklung wird allgemein als der erste praktisch verwendbare Hubschrauber der Welt bezeichnet, zudem er auch die erste amtliche Musterprüfung besaß. Als nachteilig, da langsam, erwies sich allerdings die Schubsteuerung über Drehzahländerung. Dennoch war Deutschlands erste Pilotin, Hanna Reitsch, geradezu schwärmerisch von der Maschine angetan:

Professor Focke und seine Techniker, die unter mir standen, wurden immer kleiner, als ich weiter nach oben flog – 50 Meter, 75 Meter, 100 Meter. Dann nahm ich langsam Gas weg, der Aufwärtsflug wurde immer langsamer, bis ich schließlich auf der Stelle in der Luft schwiebe. Das Gefühl war unbeschreiblich, berauschkend. Ich wurde an eine Lerche erinnert, die auf leichten Flügeln über sommerlichen Feldern in die Höhe steigt. Jetzt hatten ihr die Menschen das Geheimnis ihres Fluges entrissen.

Jedoch war die Steuerung über Kippen der Rotoren mittels Taumelscheibe und Schlag- sowie Schwenkgelenk der Rotorblätter sehr gut. 1938 wurden viele international beachtete Flüge in der Berliner Deutschlandhalle demonstriert, die zu der Zeit natürlich propagandistisch genutzt wurden. Immerhin erhielt er von der Lufthansa einen Auftrag zur Entwicklung eines 700 kg Nutzlast tragenden Hubschraubers (Fa 266), also ein erheblich größeres Gerät als die Fw 61 mit 950 kg Fluggewicht. Auch dieser erste, während des 2. Weltkriegs in Serie gebaute Hubschrauber der Welt wurde von Prof. Focke entwickelt, der Lastenhubschrauber Fa 223 *Drache* mit bereits 4.3 t Startmasse (Erstflug 1940), deren zivile Variante – die Fa 266 – nur geplant war, Abb. 1.14b. Dieser Hubschrauber hatte bereits eine automatische Umschaltung in den Autorotationszustand bei Motorausfall. Außerdem hatte er erstmalig schräg liegende Schlaggelenke, um ungewollte Schlagbewegungen beim Hochfahren der Rotoren zu vermeiden. Die wissenschaftlichen Untersuchungen wurden unter anderem mit einer Kamera auf dem Rotorkopf bewerkstelligt, um die Schlag-, Schwenk- und Drehbewegungen des Rotorblattes zu erfassen, was daraufhin auf die Wirkung der Corioliskräfte aufmerksam machte, das Problem der Bodenresonanz aufzeigte sowie deren mathematische Behandlung und Lösung hervorbrachte.

Insbesondere im Gebirgsseinsatz war die Erprobung sehr erfolgreich. Eine Serienfertigung von 100 Stück wurde beauftragt, aber es konnten wegen Materialmangels und aufgrund von Luftangriffen nur 20 gebaut werden, nur zwei waren bei Kriegsende flugfähig, von denen eine in die USA geschafft wurde. Mit der zweiten verbliebenen Fa 223

als Kriegsbeute wurde die erste Überquerung des Ärmelkanals mit einem Hubschrauber 1945 durchgeführt – 17 Jahre nach einem Autogyro. Seit 1941 wurde auch ein Tiltrotorkonzept Fa 269 entwickelt und 1943 auch im Windkanal untersucht, aber wegen des großen Entwicklungsaufwandes ein Jahr später beendet. Immerhin waren 600 km/h als Geschwindigkeit im Flugzeugmodus erwartet worden. Damit war Focke seiner Zeit weit voraus, denn der erste in Serie gebaute Tiltrotor (siehe unter Bell) flog erst 1987, nach Versuchsflugzeugen in den 50ern und 70ern. 1942 war ein Schlepp-Tragschrauber als Alternative zu Lastenseglern in Auftrag gegeben und ein Jahr später erfolgreich getestet worden (Fa 225), das Projekt wurde aber wegen fehlendem praktischen Nutzen eingestellt. Zeitgleich hatte die Marine den Auftrag zur Entwicklung eines zusammenlegbaren kleinen Tragschraubers zu Aufklärungszwecken für U-Boote erteilt, der Fa 330 *Bachstelze* genannt wurde. Sowohl die Erprobung als auch das Pilotentraining erfolgte im großen Windkanal Chalais-Meudon in Frankreich. Eine Serienfertigung von über 100 Geräten erfolgte. Im Notfall konnte der Pilot den Rotor abtrennen und bei großer Höhe mit dem Restgerät am Fallschirm herunterkommen. Auch eine motorisierte Version wurde gebaut (Fa 336). Bereits 1944 plante Focke einen *Rochen* genannten Ringflügler mit zentralem Rotor. Interessanterweise wird seit 2012 dieses Konzept als unbemannte Beobachtungsplattform im Schlepp von Schiffen von L-3 Communications unter dem Namen *Valkyrie* wieder untersucht, da es wesentlich preiswerter als Hubschrauber oder als andere unbemannte Systeme ist.

Nach dem Krieg war Focke zunächst beratender Ingenieur beim Nachbau der Fa 223 in Frankreich (mit einem Teil seines Teams), die als SE 3101 bezeichnet wurde. Aus der Weiterentwicklung entstand später die *Alouette I*. Nach einem kurzen Intermezzo bei den Norddeutschen Fahrzeugwerken 1950 ging er 1951 nach Brasilien und entwickelte dort einen Hubschrauber, der 1959 flog und in kleiner Serie gebaut wurde. 1954 wurde ihm in Stuttgart eine Professur angeboten, was er aber ablehnte<sup>2</sup>. 1956 versuchte er mit dem Automobilhersteller Borgward einen Neuanfang mit einem dreisitzigen Hubschrauber, allerdings ging die Firma kurz vor dem Erstflug 1961 bankrott. Bemerkenswerter Weise baute er als 70jähriger in einem Bremer Hinterhof einen Windkanal, mit dem er die Eigenheiten von Hubschraubern an Modellen untersuchte. Dieser wurde erst 1997 entdeckt und ist heute ein kleines Museum.

Das nach heutigen Maßstäben kleine Team um Focke bestand aus exzellenten Mitarbeitern, die in der Nachkriegszeit in Frankreich, USA und Deutschland die Hubschrauberentwicklung maßgeblich mit beeinflussten. Insbesondere ist bemerkenswert, dass die Erfolge der deutschen Entwicklungen trotz eher bescheidener Mittel stattfanden, da der Nutzen

---

<sup>2</sup> Gleichzeitig wurde dort ein ehemaliger Mitarbeiter, W. Just, Professor und leitete die in diesem Jahr gegründete Deutsche Studiengemeinschaft Hubschrauber (DSH) am Stuttgarter Flughafen. 1969 in die DFVLR (die heutige DLR) integriert und 1973 durch Umzug nach Braunschweig als Abteilung Hubschrauber in das Institut für Flugmechanik der DFVLR (heute Flugsystemtechnik des DLR) aufgelöst, bildete die DSH (später DFH = Deutsche Forschungsanstalt für Hubschrauber genannt) somit den Beginn der deutschen Hubschrauberforschung in der Nachkriegszeit.

**Tab. 1.2** Mitarbeiter von Focke

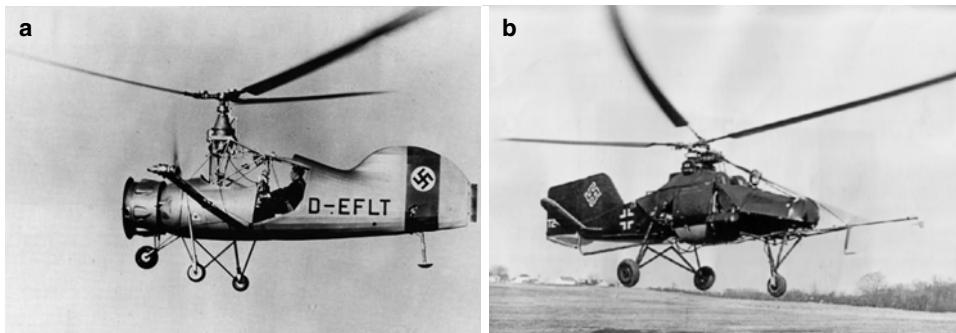
Name	Funktion	Nach dem Weltkrieg
Carl Bode	Testpilot	Testpilot, DSH
Harry Duda	Mechanik, Herstellung	
Hans G. Eyting	Mechanik, Herstellung	
Reinhold Gensel	Entwurf	
Hans H. Gerstenhauer	Flugversuch	
Helme	Mechanik, Steuerung	
Walter Just	Wissenschaftler	Professor, Leiter DSH
K. Jaeckel	Wissenschaftler	Wissenschaftler, DSH
Paul Klages	Mechanik, Gesamtentwurf	
Ewald Rohlfs	Testpilot	
Friedrich Schaper	Statik	
Erich Schweym	Aerodynamik	
Herbert Spranger	Entwicklung, Aerodynamik	
Enno Springmann	Mechanik	

von Hubschraubern in der Marine, dem Heer und der Luftwaffe völlig unterschiedlich bewertet wurde. Fockes Mitarbeiter sind in Tab. 1.2 aufgeführt.

Bereits seit 1927 arbeitete Anton Flettner (1885–1961) zunächst an einem Großhubschrauber mit 30 m Durchmesser, dessen Antrieb reaktionslos durch Propellerantrieb auf zwei der vier Rotorblätter erfolgte. Der Erstflug erfolgte 1934 und endete nach einer Windböe mit Totalschaden. 1935 gründete er die Anton Flettner Flugzeugbau GmbH in Berlin-Johannisthal und es gelang ihm zwei herausragende Wissenschaftler von der AVA Göttingen zu gewinnen: Kurt Hohenemser<sup>3</sup> und Gerd Sissingh<sup>4</sup>. Beide bildeten mit zahlreichen Publikationen während der Kriegszeit die Spitze der deutschen Hubschrauber-relevanten Wissenschaft auf folgenden Gebieten: Flugleistungen, dynamische Stabilität, Flattern, dynamische Probleme, Aerodynamik, Einfluss der verschiedenen Blattanschlüsse. Flettners Arbeiten wurden vorwiegend von der Marine unterstützt, die einen Klein-hubschrauber zu Aufklärungs- und Verbindungszwecken, der von Schiffen aufsteigen und dort wieder landen sollte, haben wollte. Flettner und sein Team begannen mit der Entwicklung eines Autogyro mit einem 3-Blatt Rotor (Fl 184) ähnlich den de la Cierva Maschinen, gesteuert wurde aber nicht über Neigung des Rotormastes, sondern über zyklische Blatt-verstellung. Es folgte 1936–1938 ein Hubschrauber mit zwei Propellern an Auslegern

<sup>3</sup> Hohenemser emigrierte nach dem Krieg in die USA, wurde eine führende Kapazität in der Hubschrauberentwicklung und wurde letztlich Professor.

<sup>4</sup> Sissingh leitete die Hubschrauberforschung nach Rückkehr an die AVA Göttingen seit 1943 im Institut für Aeroelastik unter Prof. H.G. Küssner. Nach dem Krieg emigrierte er in die USA, zunächst zur Kellett Aircraft Corporation und wechselte später zur Hiller Corporation, Palo Alto, schließlich zu Lockheed.



**Abb. 1.15** Hubschrauber von Flettner. **a** Fl 185, 1936, **b** Fl 282, 1941 (a Hubschraubermuseum Bückeburg, b © Smithsonian Institution National Air and Space Museum)

seitlich des Rumpfes zur Kompensation des Drehmomentes (Fl 185), Abb. 1.15a. Dieser enthielt erstmalig einen Kreisel zur Stabilisierung der Gierbewegung – ein Konzept, das weite Verbreitung fand. Mit dem Konzept der Propeller an seitlichen Auslegern war auch Flettner seiner Zeit weit voraus und es wurde 2010 von Eurocopter mit der X³ wieder aufgegriffen, um die Fluggeschwindigkeit des Hubschraubers zu erhöhen. 1938 wurde die Fl 265 gebaut, die als Besonderheit zwei nah beieinander liegende Rotormaste aufwies, so dass die gegenläufigen Rotoren ineinander kämmten. Damit vereinte er die Vorteile von Koaxialrotoren und dem Fockeschen Konzept nebeneinander liegender Rotoren, ohne deren Nachteile in Kauf nehmen zu müssen. Auch Landungen auf Schiffsdecks wurden erfolgreich durchgeführt.

1941 folgte die Fl 282 *Kolibri*, die eine automatische Umschaltung in den Autorotationszustand hatte und die zu dieser Zeit bis nach Kriegsende als technologisch fortgeschrittenster Hubschrauber angesehen werden muss, Abb. 1.15b. Er hatte von allen Hubschraubern die meisten Flugstunden absolviert, war äußerst wendig und stabil zu fliegen und auch im Schlechtwettereinsatz bewährt. Auch die Hubschrauber von Flettner gingen in Serie, es konnten aber wegen der Rohstoffknappheit in den späten Kriegsjahren nur wenige Exemplare der Fl 185 und Fl 265 gebaut werden. Für die Fl 282 gab es zwar einen Serienfertigungsauftrag des Reichsluftfahrtministeriums für 1000 Maschinen, es konnten aber wegen Rohstoffknappheit nur 24 gebaut werden. Zwei Exemplare kamen als Kriegsbeute in die USA und wurden dort ausgiebig getestet und für weit über dem damaligen Stand der USA befindlich gefunden; eines ging nach Russland. Deren Prinzip der ineinander kämmenden Rotoren wird heute noch von dem Hersteller Kaman angewandt, bei dem Flettner nach dem Krieg als Chefingenieur arbeitete.

Zum Leben von Flettner muss seine Funktion als Direktor des Instituts für Aero- und Hydrodynamik in Amsterdam von 1918–1931 ebenso genannt werden wie seine Entwicklung des Rottorschiffes von 1922–1926. Er emigrierte 1947 in die USA, wo er lange Zeit für die US Army in der Hubschrauberforschung arbeitete. 1958 gründete er die Flettner Aircraft Corporation in New York. Auch Flettner hatte ein hervorragendes Team von Mit-

**Tab. 1.3** Mitarbeiter von Flettner

Name	Funktion	nach dem Krieg
Emil Arnold	Chefingenieur	
Willi Deilitz	Versuchseinrichtungen	
Hans E. Fuisting	Testpilot	
Heinz Gundlach	Entwicklung	
Kurt Hohenemser	Dynamik	ab 1947 bei McDonnell Aircraft, St. Louis, seit 1963 Professor, Washington Univ., St. Louis
Ludwig Hofmann	Testpilot	
Kuchler	Getriebe	
Oskar Nagel	Projekt ingenieur	
Richard Perlia	Testpilot	
Otto Reder	Verbindungsoffizier	
Xaver Schleicher	Flugmechanik, Pilot	
Joseph Schmidt	Flugversuchsingenieur	
Gerhard Siegel	Statik	
Gerhard Sissingh	Aerodynamik	seit 1946 zur RAE, England; ab 1951 bei Kellett Aircraft in Camden, NJ; ab 1955 bei Hiller Aircraft, Palo Alto; ab 1965 bei Lockheed in Burbank, CA.

arbeitern (Tab. 1.3) und auch seine Entwicklungen waren mit bescheidenen finanziellen Mitteln entstanden. Seit 1937 beschäftigte sich Baron Friedrich L. von Doblhoff (1916–2000) bei den Wiener Neustädter Flugzeugwerken (WNF) mit Hubschraubern und entwickelte seit 1942 aufgrund eines Konstruktionswettbewerbes der Marine einen kleinen Hubschrauber (geplanter Einsatz von U-Booten und kleinen Schiffen) mit Reaktionsantrieb, bei dem der Rotor von in den Blattspitzen befindlichen Argus-Düsentreibwerken in Rotation gesetzt wurde. Die Einsparung des Getriebes, eines Heckrotors und Motors zum Antrieb von beiden wurde auf 20 % des Gewichtes eines vergleichbaren Hubschraubers geschätzt. Seine Arbeiten wurden vom Reichsluftfahrtministerium finanziert und von H. Focke fachlich unterstützt, obwohl dieser die Fa 330 als Konkurrenzprodukt entwickelte. Der erste Prototyp WNF 342 flog 1943 als erster Hubschrauber der Welt mit einem Reaktionsrotor, der vierte hob zu Kriegsende 1945 ab.

Der dritte Prototyp ging wegen Bodenresonanz zu Bruch. Um das Problem zu beheben, wurde Hohenemser von den Flettner-Werken konsultiert, was zu einer Änderung der Schwenkeigenfrequenz der Blätter führte. Wegen des großen Treibstoffverbrauchs wurde der Antrieb nur zum Start und zur Landung verwendet, im Reiseflug sorgte ein Propeller für Vortrieb und der Rotor autorotierte. Ein Muster ging nach Kriegsende in die USA. In Frankreich wurde später mit einem Mitarbeiter seines Teams der erste mit einem Druckluftstrahl angetriebene Hubschrauber *Djinn* bei der SNCASO entwickelt und in Serie gebaut. Auch von Doblhoff hatte einige sehr fähige Mitarbeiter um sich geschart, siehe Tab. 1.4. Nach dem Krieg ging von Doblhoff in die USA und arbeitete dort zunächst bei Kellett, später bei McDonnell, unter anderem an der XV-1.

**Tab. 1.4** Mitarbeiter von von Doblhoff

Name	Funktion	Nach dem Krieg
Theodor Laufer	Wissenschaftler	1946 zur SNCASO (Djinn) Rückkehr: Dornier Do 32 E
August Stepan	Entwicklung und Testpilot	Fairey Aviation, England seit 1963 Leitung Flugversuche bei MBB
Alexander Czernin		Fairey Aviation, England
Vordren		
Kurt Löffler		

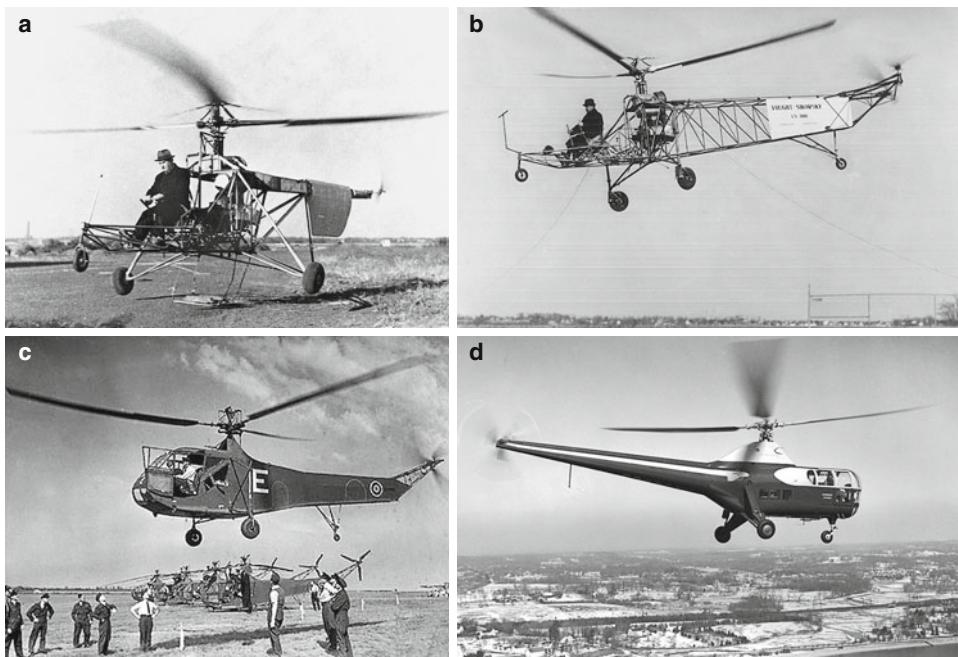
Bemerkenswert ist auch die Entwicklung einer Fesselplattform, deren Seil gleichzeitig die Energieübertragung für einen Elektromotor war, der einen Koaxialrotor antrieb. Dieses von AEG in Berlin gebaute Gerät flog in den frühen 40er Jahren. Für den Fall eines Stromausfalls hatte der Pilot einen Fallschirm. Des Weiteren sei auf einen Rucksack-Hubschrauber von Nagler und Rolz hingewiesen. Bruno Nagler, der sich anfänglich seit 1930 mit Hafner (siehe dort) erst in Österreich, dann in England mit Tragschraubern befasste, kehrte 1935 nach Österreich zurück und entwickelte mit Franz Rolz die Kleinst-hubschrauber NR 54 und NR 55. Sie besaßen einen Zweiblatt-Rotor, wobei an jedem Rotorblatt ein Motor mit Propeller als reaktionsfreier Antrieb angebracht war. Flüge wurden ab 1941 durchgeführt; ein Gerät wurde nach Kriegsende in die USA gebracht.

## USA

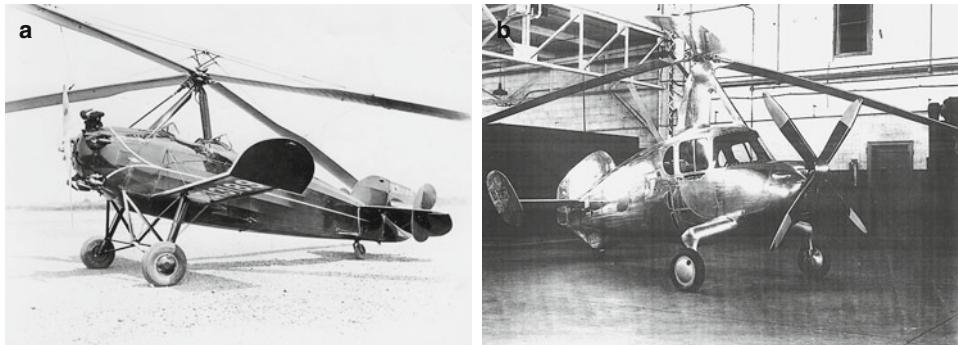
Parallel dazu wandte sich Igor Sikorsky in Amerika wieder den Hubschraubern zu, nachdem er seit 1925 erfolgreich erst alleine, dann seit 1929 als Teil der United Aircraft and Transport Corporation (UTRC), Flugzeuge konstruierte und sich von den Leistungen der Fw 61 persönlich überzeugt hatte. Sein Entwurf VS-300 flog erstmalig – noch gefesselt – 1939 und frei 1940, Abb. 1.16a,b. Er verfolgte das heute meist gebrauchte Konzept der Haupt-/Heckrotor-Kombination. Nach zahlreichen Modifikationen wurde 1941 eine Serienproduktion mit dem Muster R-4 gestartet, Abb. 1.16c, dem 1943 die 2.2 t schwere R-5 folgte, Abb. 1.16d. Mit einer R-5 wurde 1945 die erste zivile Rettungsaktion an einem Schiff in Seenot durchgeführt, von der Sikorsky berichtete:

Wenn jemand eine Rettung braucht, kann ein Flugzeug hinfliegen und Blumen abwerfen, aber das ist auch schon alles. Ein Senkrechtstarter jedoch kann hinfliegen und sein Leben retten.

Trotz des beginnenden Erfolges der Hubschrauber und ihrer Überlegenheit gegenüber den Leistungen der Autogyros wurden letztere in Europa und in Amerika von Pitcairn und Kellett noch bis in die 50er Jahre gebaut und fanden als Posttransporter eine gewisse Bedeutung. Pitcairn gründete 1926 ein Unternehmen und baute seit 1928 de la Ciervas Autogyros in Lizenz und entwickelte sie dort weiter, Abb. 1.17. Seine Patente wurden später von Sikorsky gekauft und für die Hubschrauberentwicklung genutzt. Die Pitcairn

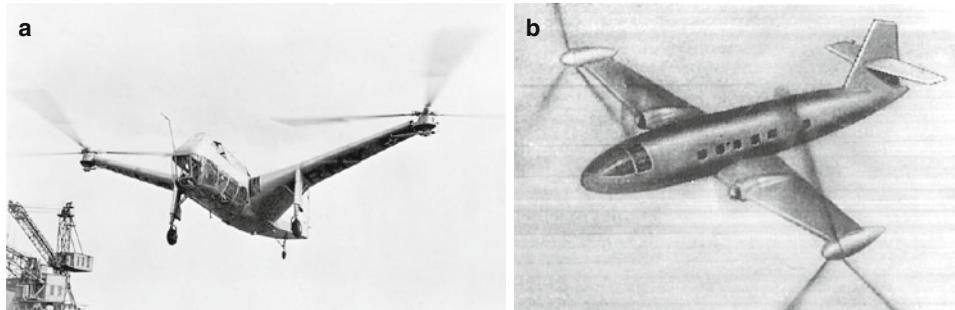


**Abb. 1.16** Hubschrauber von Sikorsky 1940/1943. **a** VS-300, 1940, **b** VS-300, 1940, **c** R-4, 1940, **d** R-5, 1943 (a und d © Sikorsky Aircraft Corporation 2014. All rights reserved. b Hubschraubermuseum Bückeburg)

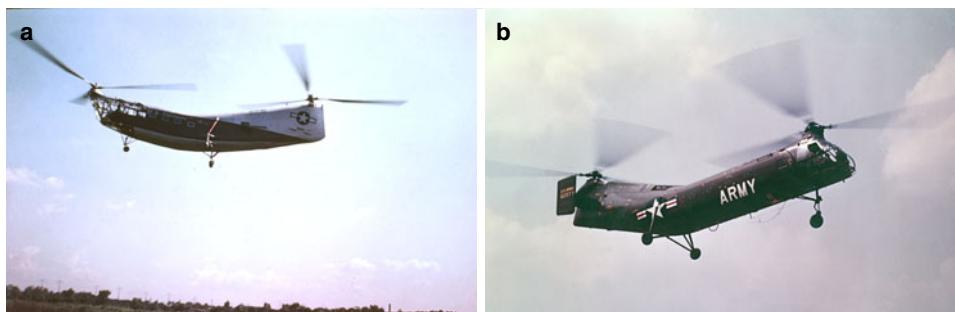


**Abb. 1.17** Hubschrauber von Pitcairn. **a** PA-18, 1932, **b** PA-36, 1938 (a © Smithsonian Institution National Air and Space Museum, b Hubschraubermuseum Bückeburg)

Werke gingen während des 2. Weltkriegs an andere Firmen über. Heute feiert der Autogyro eine gewisse Renaissance, da er leicht zu fliegen und im Vergleich zu Sportflugzeugen und Kleinsthubschraubern erheblich kostengünstiger ist. Laurence LePage hatte bis 1935 bei Kellett an Autogyros gearbeitet und gründete dann mit Haviland Platt die Platt-LePage



**Abb. 1.18** Hubschrauber von Platt-LePage. **a** XR-1, 1941, **b** Tiltrotor, 1945 (a © Smithsonian Institution National Air and Space Museum, b Hubschraubermuseum Bückeburg)



**Abb. 1.19** Hubschrauber von Piasecki. **a** HRP-1, 1944, **b** CH-21, 1956 (© Smithsonian Institution National Air and Space Museum)

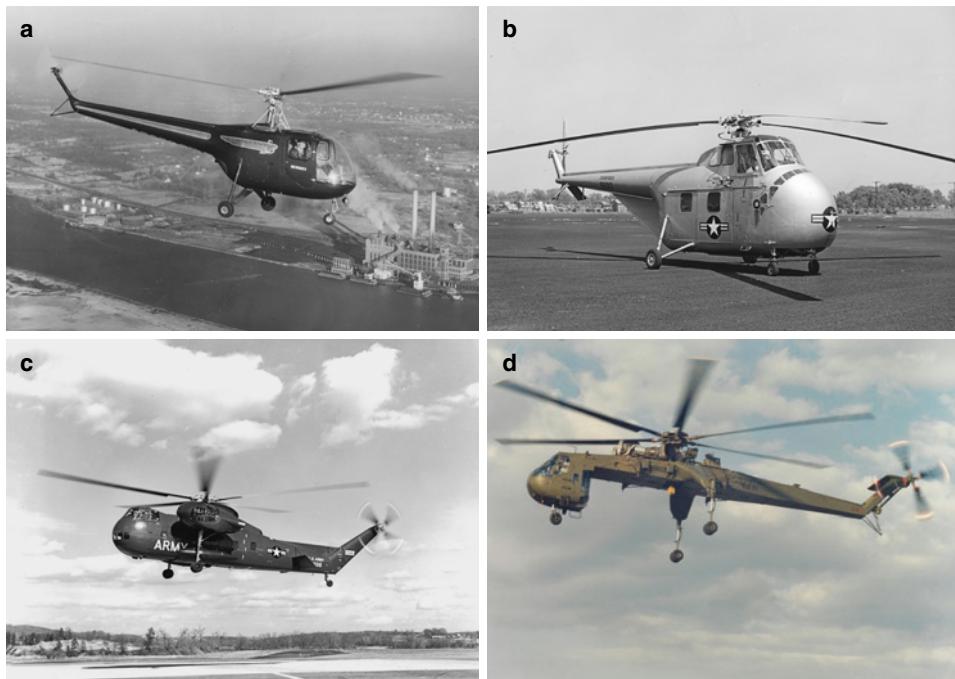
Aircraft Company, um das Prinzip der erfolgreichen Fw 61 weiter zu entwickeln, da eine Lizenzfertigung an politischen Spannungen 1938 im Vorfeld des 2. Weltkrieges scheiterte. Sie gewannen die Ausschreibung eines militärischen Hubschraubers, der auf dem Fw 61 Prinzip beruhte und absolvierten den Erstflug mit der XR-1 1941, Abb. 1.18a. Allerdings gab es große Probleme mit der Steuerung, so dass der Testpilot sich weigerte, in den Vorwärtsflug zu gehen. 1943 gab es einen Schaden, bei dem sogar ein Rotorblatt abbrach. Das Projekt wurde im März 1945 abgebrochen. Auch ein Tiltrotorflugzeug war u. a. von Robert Lichten geplant, Abb. 1.18b, aber wegen finanzieller Probleme ging die Gesellschaft 1946 bankrott und die meisten Patente gingen an McDonnell Aircraft Co. Lichten ging zu Bell, wo er die Idee des Tiltrotors in der XV-3 realisieren konnte. Auch Frank Piasecki kam aus der Platt-LePage Co. und gründete 1940 die Piasecki Helicopter Corporation. Piasecki widmete sich bald der Tandemanordnung und entwickelte 1944 die HRP-1, die aufgrund ihrer Rumpfform auch *fliegende Banane* genannt wurde, Abb. 1.19a.

### 1.2.5 Entwicklungen nach dem 2. Weltkrieg

Nach dem zweiten Weltkrieg war in Deutschland die Luftfahrtforschung wieder für einige Zeit verboten, so dass die wesentlichen Entwicklungen im Ausland stattfanden.

#### USA

Die Weiterentwicklung der HRP-1 brachte bei Piasecki 1949 die 6.9t schwere CH-21 *Shawnee* hervor, die weltweit vermarktet werden konnte, Abb. 1.19b. 1956 zu Vertol Aircraft umbenannt, wurde Piasecki 1960 die Hubschrauberabteilung von Boeing-Vertol (Vertol = vertical take-off and landing). Piasecki gründete dann wieder seine eigene Gesellschaft unter dem früheren Namen. Von der Sikorsky S-48 (auch R-5 genannt) wurde die S-51 abgeleitet (der weltweit zweite zugelassene kommerzielle Hubschrauber), von der Westland in England (bis dahin ein reiner Flugzeughersteller) 1946 eine Produktionslizenz erwarb – eine Beziehung zwischen den Firmen, die heute noch anhält. Sikorsky wurde einer der bedeutendsten Hubschrauberhersteller der Welt und konzentrierte sich meist auf militärische Hubschrauber. Von den vielen Entwicklungen seien hier nur ein paar genannt. Die viersitzige S-52 (Erstflug 1947, Abb. 1.20a) hatte als erster Hubschrauber der USA Ganzmetallblätter und der Prototyp erzielte mehrere Weltrekorde: 204 km/h



**Abb. 1.20** Hubschrauber von Sikorsky. **a** S-52, 1947, **b** S-55, 1949, **c** S-56, 1953, **d** S-64, 1962  
(© Igor I. Sikorsky Historical Archives, Inc. 2014. All rights reserved.)

Geschwindigkeit, 1.8 km Schwebeflughöhe und 6.6 m/s Steigrate. Auch sagt man ihr den ersten geflogenen Looping mit einem Hubschrauber 1949 zu. Es konnten aber nur geringe Stückzahlen verkauft werden. Sehr erfolgreich war dann die S-55 (oder H-19 *Chickasaw*; bei Westland Helicopters *Whirlwind* genannt; auch von SNCASE in Frankreich und Mitsubishi in Japan gebaut), Abb. 1.20b. Dieser 10-sitzige Hubschrauber (Erstflug 1949, MTOM 3.3 t) wurde vorwiegend im Koreakrieg eingesetzt (1951–1953) und demonstrierte besonders den Wert bei der medizinischen Versorgung und Evakuierung; die bewaffnete Version erwies sich aber als zu leistungsschwach für das zusätzliche Gewicht.

Der Nachfolger, die mit einem MTOM von 6.4 t größere S-58 (H-34 *Cochaw*; Erstflug 1954) war ursprünglich für die U-Boot Jagd vorgesehen, wurde aber als Transporthubschrauber sehr erfolgreich und ebenfalls bei anderen Firmen in Lizenz gebaut (z.b. als *Wessex* bei Westland). Fehlgeschlagen war der Versuch eines „fliegenden Kranes“ mit der S-56 (CH-37 *Mojave*; Erstflug 1953, Abb. 1.20c), der – immer noch von Kolbenmotoren angetrieben – ein MTOM von 14 t hatte und nur in kleiner Stückzahl verkauft wurde. Die Entwicklung von Schwerlasthubschraubern brachte dann die S-64 *Skycrane* (CH-54 *Tarhe*) heraus, die 1962 erstmals flog und nun mit Turbinentriebwerken ausgestattet war, Abb. 1.20d. Mit ihrem 6-Blatt-Rotor erzielte sie ein MTOM von 21 t und hatte einen Rumpfausschnitt, in den Container eingehängt werden konnten. Als Löschhubschrauber fand eine Variante bei Erickson große Anwendung.

Sehr erfolgreich war dann die S-65 (CH-53 *Sea Stallion*), die noch heute eingesetzt wird, obgleich ihr Erstflug bereits 1964 stattfand, Abb. 1.21a. Sie hatte einen 6-Blatt-Rotor aus Metall, zwei Turbinentriebwerke und ein MTOM von 19 t. Nach zahlreichen Modifikationen kann man heute von einer „Typenfamilie“ sprechen. Das ursprüngliche MTOM konnte in der letzten Version als S-80 (CH-53E *Super Stallion*) mit 7-Blatt-Rotor (Titan-GFK Verbundbauweise) auf 33 t gesteigert werden. Die neueste, grundsätzlich neu entworfene Variante ist die CH-53 K *King Stallion*, deren Erstflug 2015, 4 Jahre nach ursprünglicher Planung, stattfand und die drei Triebwerke sowie einen 7-Blatt-Rotor in Voll-GFK-Bauweise mit Elastomerlagern sowie eine Fly-by-wire Steuerung hat. Deren MTOM wurde auf 40 t sowie die maximale Reisegeschwindigkeit auf 315 km/h erhöht. Im Vergleich zu früheren Hubschraubern der CH-53 Familie ist die K-Version ein grundsätzlich neues Design mit viel Verbundwerkstoffen auch im Rumpf, digitalem Avioniksystem und Fly-by-wire Steuerung, Abb. 1.21b. 2018 wurden die ersten CH-53 K der US Army zur Erprobung übergeben und dieser Hubschrauber wird auch für die deutsche Armee als Kandidat für den nächsten schweren Transporthubschrauber in Konkurrenz zum aktuellen Modell von Boeing der CH-47F stehen. Es folgten zwei Experimentalhubschrauber mit einem MTOM von je 11 t: 1970 die S-67 *Blackhawk* mit 5-Blatt-Rotor und Tragflächen (Lift Compound), Abb. 1.21c und 1973 die S-69 (XH-59), welche mit einem gelenklosen Koaxialrotor ausgerüstet war und dem sog. Advancing Blade Concept (ABC), das im Schnellflug auf die Auftriebsbalance zwischen rechter und linker Seite verzichtet, flog. Die S-67 stürzte bei einer Flugvorführung ab und der erste von zwei Prototypen der S-69 ebenfalls. Der zweite Prototyp erhielt zwei Zusatztriebwerke zur Schuberzeugung und erreichte damit eine Geschwindigkeit von 515 km/h. Die Reihe der Experimentalhub-



**Abb. 1.21** Hubschrauber von Sikorsky, Teil 2. **a** S-65 (CH-53), 1964, **b** CH-53 K, 2015, **c** S-67, 1970, **d** S-70, 1974, **e** S-76, 1977, **f** S-92, 1998 (a und c-f © Igor I. Sikorsky Historical Archives, Inc. 2014. All rights reserved. b © Sikorsky, a Lockheed Martin company)

schrauber wurde mit der S-72 (Rotor Systems Research Aircraft = RSRA für die NASA mit elliptischen Profilen und Zirkulationskontrolle, auch als Stop-Rotor = X-Wing vorgesehen) und der X2 (2008, 3,6 t mit gelenklosem Koaxialrotor, Druckpropeller im Heck und Stummelflügeln) fortgesetzt. Die X2 erreichte 2010 eine Maximalgeschwindigkeit von 467 km/h, wobei die Rotordrehzahl um etwa 20 % abgesenkt wurde, um die Machzahl am vorlaufenden Blatt nicht über 0.9 anwachsen zu lassen. Seit 2016 ist sie im National Air and Space Museum ausgestellt. In großer Stückzahl wurde dann die S-70 (*UH-60 Black Hawk*) als mittelgroßer Transporthubschrauber gebaut, die ein MTOM von 10 t hat und 1974 erstmals flog, Abb. 1.21d. Sie wurde von der US Army als Ersatz der Bell UH-1 vorgesehen und gewann den Wettbewerb mit der Boeing-Vertol YUH-61 A. Auch hier entstand eine Produktfamilie mit etlichen Modifikationen im Lauf der Zeit, auch zivile

Varianten und eine für den Präsidenten der USA. 1977 hatte eine für zivile Zwecke ausgelegte kleinere Variante von 5.3 t MTOM, die S-76 *Spirit*, ihren Erstflug und wurde im Wesentlichen als SAR-Hubschrauber eingesetzt, Abb. 1.21e. Sie fand weltweite Verbreitung. Die S-92 (H-92 *Superhawk*) ist die moderne zivile Variante der S-70 mit einem auf 12 t erhöhten MTOM und hatte ihren Erstflug 1998, Abb. 1.21f. Auch sie wird weltweit sehr erfolgreich vermarktet und weist ein aktives Schwingungsunterdrückungssystem auf, bei dem über die Zelle verteilt Erreger positioniert sind, die den Schwingungen entgegen gesetzte Kräfte erzeugen. Außerdem sind die Blattspitzen zugespitzt, nach hinten gepfeilt und nach unten abgebogen (anhedral), um die Schwebeflugleistungen zu erhöhen, Lärm und die Antriebsleistung im Hochgeschwindigkeitsbereich zu reduzieren. Bis heute sind über 5000 S-70 einschließlich aller Varianten verkauft worden. Die US Army plant derzeit ein Triebwerksupgrade mit insgesamt 50 % mehr Leistung als zuvor, so dass sich das Einsatzgebiet insbesondere in großen Flughöhen und hohen Temperaturen deutlich erweitert.

Anstelle der EH101, die die erste Ausschreibung zum neuen Presidential Helicopter gewann, wurde nach Aufhebung dieses Vertrages in einer Nachfolgeausschreibung die VH-92 A Variante gewählt, die für diesen Einsatz erheblich modifiziert wird, um die besonderen Anforderungen an Sicherheit und speziellen Ausstattungen zu erfüllen. Der Erstflug fand 2017 statt.

Nachdem die X2 die Koaxialrotor-Technologie mit reduzierter Drehzahl für Hochgeschwindigkeit erfolgreich demonstriert hatte, wird die S-97 *Raider* als bewaffneter Begleit- und Angriffshubschrauber seit 2010 entwickelt, um ggf. die Nachfolge der OH-58 *Kiowa* anzutreten, jedoch wurde die Ausschreibung der US Army dazu Ende 2013 wieder zurückgezogen. Auch eine zivile Variante ist in Planung. Mit einem MTOM von 5 t soll der Flugschrauber mit Druckpropeller im Heck eine Maximalgeschwindigkeit von 435 km/h erreichen können; der Erstflug fand 2015 statt. 2004 wurde die Firma Schweizer Aircraft Corporation von Sikorsky aufgekauft und deren Produkte (Kleinhub schrauber für den zivilen Markt) haben Sikorskys Produktpalette entsprechend erweitert. Schweizer hatte 1986 von Hughes Aircraft die Rechte an der Hughes 300C (Erstflug 1969) erworben (heute Sikorsky S-300, Abb. 1.22a). Von diesem preiswerten, für Trainingszwecke, Sportfliegerei und Landwirtschaft vorgesehenen Kleinhub schrauber konnten mehr als 3000 Exemplare verkauft werden. Er hatte ein MTOM von nur 930 kg und einen 3-Blatt-Rotor mit Kolbenmotor und wurde von 1964–2007 gebaut. Der Nachfolger, die S-333, hatte Erstflug 1988, GFK-Rotorblätter mit größerem Radius und gewölbten Profilen, einen neuen, vergrößerten Rumpf und erhielt ein Turbinentreibwerk, was eine Erhöhung des MTOM auf 1.1 t sowie erheblich verbesserte Flugleistungen mit sich brachte, Abb. 1.22b. Noch neuer ist die S-434 mit nunmehr 1.3 t und einem 4-Blatt-Rotor, deren Erstflug 2008 stattfand, Abb. 1.22c. Die Zulassung verzögerte sich aber unerwartet und nachdem Materialprobleme in Antriebskomponenten auftraten, wurde das Programm eingestellt. Anfang 2018 wurde die Firma von Sikorsky an die neue eigenständige Firma Schweizer RSG (Rotor Services Group) verkauft und damit aus dem Sikorsky Konzern wieder ausgegliedert.

Die Bell Aircraft Corp. wurde 1935 in Amerika gegründet und 1946 mit der Bell 47 bekannt, dessen zivile Version der erste in Amerika zugelassene Hubschrauber war,



**Abb. 1.22** Hubschrauber von Schweizer. **a** S-300, 1977, **b** S-333, 1988, **c** S-434, 2008 (a und b © Sikorsky Aircraft Corporation 2014. All rights reserved.)

Abb. 1.23a. Er wies einen 2-Blatt Rotor mit zentralem Schlaggelenk sowie senkrecht dazu befindlichen Stabilisatoren auf, ein System, das bei Bell zum Markenzeichen wurde. Die Bell 47 hat ein Startgewicht von 1.34 t und wurde vor allem auch im Koreakrieg 1950–1953 eingesetzt. 1955 folgte ein ebenfalls bekanntes und erfolgreiches Muster, das *Model 204* im zivilen und UH-1 *Huey* im militärischen Bereich genannt wurde – ein Transporthubschrauber von max. 4.3 t, der im Vietnamkrieg 1965–1973 massiv eingesetzt wurde, Abb. 1.23b. Dort zeigte sich der Bedarf an leichten Kampfhubschraubern, worauf Bell die AH-1 *Cobra* entwickelte, die als Besonderheit hintereinander sitzende Piloten aufwies. 1976 wurde die Bell 222 als moderner Hubschrauber mit 3.8 t Abflugmasse gebaut, der mittels der TV-Serie *Airwolf* Berühmtheit errang, Abb. 1.23c.

Sehr gut verkauft sich das Modell Bell 407, die 1995 Erstflug hatte und mit einem 4-Blattrotor das in über 8000 verkauften Exemplaren sehr erfolgreiche Vorgängermodell Bell 206 *Jet Ranger* (MTOM 2 t, mit 2-Blattrotor, Erstflug 1962) ersetzte. Sie hat ein MTOM von 2.7 t. Ein neueres Modell ist die Bell 429, Abb. 1.23d, mit 3.4 t Startmasse und 4-Blattrotor mit variabler Drehzahl als Konkurrenz zur EC-135 und der MD900 Explorer. Der Erstflug war 2007 und die Auslieferung begann 2009. Die Entwicklung der Bell 525 *Relentless* mit 5-Blatt-Rotor für den Transport von bis zu 20 Personen mit mehr als 9 t MTOM ist das größte Hubschraubermodell dieses Herstellers und mit 287 km/h Reisegeschwindigkeit recht flott, Abb. 1.23f. Als Besonderheit soll sie anstelle der klassischen Steuerknüppel und mechanischen Steuerung eine fly-by-wire Technologie erhalten und



**Abb. 1.23** Hubschrauber von Bell. **a** Bell 47, 1946, **b** UH-1, 1955, **c** Bell 222, 1976, **d** Bell 429, 2007, **e** Bell 505, 2014, **f** Bell 525, 2015 (a und b © Smithsonian Institution National Air and Space Museum, d © Bell Helicopter, e und f © Photo courtesy of Bell Textron Inc.)

sowohl herausragenden Passagierkomfort wie auch exzellente Flugeigenschaften haben und modernste Avionik erhalten. Der Rumpf ist besonders strömungsgünstig ausgelegt und mit einem Einziehfahrwerk versehen; der Heckausleger bietet weniger Widerstand im Schwebeflug und zusammen mit der Heckrotoranordnung wird eine Steigerung der Schwebeflugeistung erreicht. Die Bell 525 steht in Konkurrenz zu AW189 und EC 175; der Erstflug fand 2015 statt. Ein Absturz während der Erprobung in 2016 verzögerte jedoch die Zulassung, die nun erst für 2019 erwartet wird. Die Zielgruppen dieses Hubschraubers sind der VIP Transport, die Brandbekämpfung, der Rettungseinsatz sowie die Öl- und Gasindustrie, da sie Platz für bis zu 20 Fluggäste bietet.

Als Nachfolger der früheren Bell 206 und als Antwort auf die erfolgreiche Robinson R66 kündigte Bell 2013 die Entwicklung der Bell 505 *Jet Ranger X* mit einem 2-Blatt-



**Abb. 1.24** Tiltrotoren von Bell. **a** XV-3, 1955, **b** XV-15, 1973, **c** V-22, 1989, **d** AW609 (Erstflug als BA609, 2003) (a und b © Smithsonian Institution National Air and Space Museum, c © Bell Boeing and AHS International, d © Agusta Westland)

Rotor und ca. 1.7 t MTOM mit 232 km/h Maximalgeschwindigkeit, Abb. 1.23e. Der Erstflug fand Ende 2014 statt und es lagen zu diesem Zeitpunkt etwa 240 Bestellungen dieses etwa eine Million \$ kostenden Hubschraubers vor. Nur zwei Jahre später erfolgte die Zulassung und Serienproduktion. Der Rotor wurde von der Bell 206L-4 übernommen, der Rumpf bietet Platz für fünf Personen und besteht zu großen Teilen aus Verbundwerkstoffen. Als Triebwerk dient eine Turbomeca Arrius 2R Turbine mit bis zu 377 kW Leistung, FADEC und eine Garmin Avioniksuite für die Navigation. Die Produktion des Konkurrenzmodells von Airbus Helicopters, die H120, wird 2018 eingestellt.

Von besonderem Interesse sind die heutigen Entwicklungen von Tiltrotor-Flugzeugen, bei denen Bell eine wesentliche Rolle zukommt [64]. Bell gewann eine Ausschreibung zum Bau von zwei Experimentalflugzeugen des XV-3 genannten Tiltrotors, Abb. 1.24a, finanziert von der NASA und der US Army. Eines ging durch Luftresonanz 1955 verloren; das zweite Exemplar verlor beide Triebwerksgondeln im NASA Ames full-scale Windkanal in 1968 aufgrund von Materialermüdung. 1973 gewann Bell wieder eine Ausschreibung der Army und NASA und baute die XV-15 als Tiltrotor-Versuchsflugzeug, die ab 1977 erfolgreich viele Jahre lang flog, aber auch an dynamischen Problemen zu leiden hatte, Abb. 1.24b. Aufbauend auf den bisherigen Erfahrungen wurde seit 1980 zusammen mit Boeing-Vertol ein Tiltrotor namens V-22 *Osprey* mit einer Startmasse von 21 t entwickelt, der 1989 seinen Erstflug hatte, Abb. 1.24c. Aufgrund von vier spektakulären



**Abb. 1.25** Hubschrauber von Boeing-Vertol. **a** CH-47, 1961, **b** AH-64, 1975, **c** RAH-66, 1996  
 (a © Boeing und AHS International, b © Hughes Helicopters/Boeing und AHS International,  
 c © Boeing Sikorsky)

Unfällen mit den Prototypen kam es zu jahrelangen Verzögerungen der Serienauslieferung, die erst 2007 begann. Die Rotoren sind hierbei überdimensionale Propeller und in sich starr, aber als Einheit gelenkig gelagert. Aufbauend auf den Erfahrungen mit der V-22 wurde in Zusammenarbeit mit Agusta ein wesentlich kleinerer ziviler Tiltrotor von 7.3 t Startmasse namens BA609 entwickelt, der 2003 seinen Erstflug hatte und derzeit immer noch in der Zertifizierungsphase ist, die auch 2014 noch nicht abgeschlossen war. Die Bestellungen sind jedoch mit 80 Stück auf einem sehr niedrigen Niveau. Immerhin erreicht sie Geschwindigkeiten von über 600 km/h. Zahllose Probleme im Zulassungsverfahren führten jedoch immer wieder zu Verzögerungen des Programms, so dass Bell sich 2011 komplett von diesem Programm verabschiedete und alle Rechte an AgustaWestland verkaufte. Die Reihe der Tiltrotorflugzeuge wird bei Bell jedoch mit der V-280 *Valor* fortgesetzt, welche später noch genauer beschrieben wird, Abb. 1.24d.

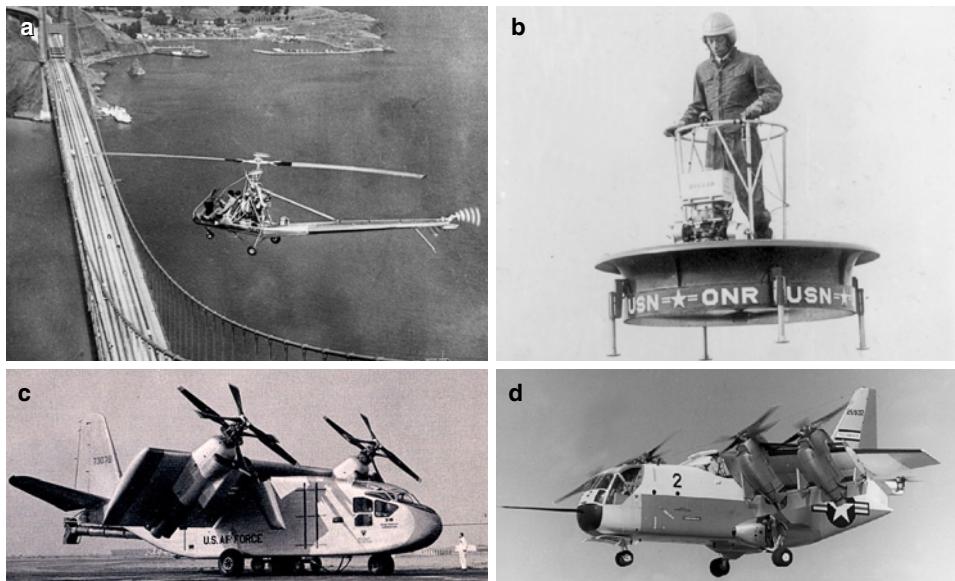
Die Boeing Company wurde 1916 gegründet, baute Hubschrauber aber erst nach dem Zusammenschluss mit Piasecki 1960. Sie verschmolz 1997 mit McDonnell Douglas, die zuvor Hughes Helicopters übernommen hatte und verkaufte den zivilen Hubschraubersektor an MD Helicopters. 1961 hatte die sehr erfolgreiche CH-47 ihren Erstflug, ein Tandem-hubschrauber mit 22.7 t Startmasse, der weltweit verkauft wurde und auf die Vorarbeiten



**Abb. 1.26** Hubschrauber von Hughes und McDonnell Douglas Corporation. **a** H-17, 1952, **b** TH-55, 1956, **c** MD 500, 1963, **d** MD 900, 1992 (a Hubschraubermuseum Bückeburg, c und d © Caterina Jahnke, APTmedia)

von Piasecki aufbaute, Abb. 1.25a. Analog zur Sikorsky CH-53 hat auch die CH-47 im Lauf der Jahre zahlreiche Modellvarianten und Überarbeitungen erhalten und stellt eine Produktfamilie dar. Die neueste Variante CH-47F *Super Chinook* erreicht 305 km/h und ein MTOM von 22.5 t. Ebenfalls erfolgreich hat Boeing-Vertol den mit Hughes Helicopters entwickelten 9.5 t schweren Angriffshubschrauber AH-64 *Apache* hervorgebracht, der 1975 seinen Erstflug absolvierte und ab 1982 in Serie ging, Abb. 1.25b. Noch moderner war die zusammen mit Sikorsky seit 1983 entwickelte 7.8 t schwere RAH-66 *Comanche*, die als Besonderheit einen 5-Blatt Hauptrotor, einen ummantelten Heckrotor, sowie ein außerordentlich geringes Radarecho aufwies und 1996 ihren Erstflug hatte, Abb. 1.25c. 2004 wurde dieses Programm jedoch nach 21 Entwicklungsjahren gestoppt, in denen die Stückkosten von ursprünglich 12 M\$ auf 58 M\$ geklettert und der Gesamtbedarf von über 2000 auf 630 Stück gesunken war. Einige Experimentalhubschrauber wurden von Boeing gebaut, wie z. B. das Modell 347 mit klappbaren Flügeln in Rumpfmitte sowie 4-Blatt-Rotoren von 1970; oder das Modell 360 von 1987, die auf der CH-47 basierte und GFK-Technologie für Rotorkopf und Rumpf einsetzte, die später auch in die RAH-66 Verwendung fanden.

1936 wurde die Hughes Aircraft Company von Howard Hughes gegründet und 1947 begann man auch mit dem Bau von Hubschraubern. Der Autogyro Hersteller Kellett hatte



**Abb. 1.27** Hubschrauber von Hiller. **a** UH-12, 1948, **b** Flying Platform, 1955, **c** X-18, 1959, **d** XC-142A, 1964 (a und c Hubschraubermuseum Bückeburg, b und d © Smithsonian Institution National Air and Space Museum)

seine neueste Entwicklung an Hughes verkauft und ein erster Versuch mit einem H-17 *Sky Crane*, der ab 1952 flog, war nicht erfolgreich, Abb. 1.26a. 1956 hatte ein 700 kg leichter 2-Sitzer, das Modell 269 (TH-55 *Osage*), seinen Erstflug, Abb. 1.26b. Das Modell 369, auch MD 500 und im militärischen Bereich OH-6 *Cayuse* genannt, war mit 1.2 t ein sehr leichter Beobachtungshubschrauber für militärische Zwecke, Abb. 1.26c. 1984 wurde Hughes eine Tochterfirma der McDonnell Douglas Corporation und in der Folge wurden die Modelle MD 520 N und die 2.85 t schwere MD 900 *Explorer* entwickelt, die 1992 ihren Erstflug hatte, Abb. 1.26d. Als Besonderheit ist hier der Drehmomentenausgleich ohne Heckrotor zu nennen (sog. NOTAR = no tail rotor), der teils über Umströmung des Heckauslegers, teils über den Rückstoß eines seitlich ausgeblasenen Luftstroms erfolgt. 2012 wurde die Entwicklung der MD 540F als kleiner bewaffneter Begleithubschrauber mit 6-Blatt-Rotor angekündigt, der auch in großen Höhen und hohen Temperaturen noch die volle Tragfähigkeit leisten soll, jedoch wurde die Ausschreibung der US Army zurückgezogen und die Zukunft dieses Hubschraubers ist ungewiss.

Die Hiller Aircraft Corporation wurde 1942 gegründet und 1964 von Fairchild übernommen. Mit der UH-12 (auch OH-23 *Raven* genannt, Erstflug 1948), einem Modell ähnlich der Bell 47, hatte sie guten Erfolg, Abb. 1.27a. Die Rotorsteuerung erfolgte aber nicht direkt über die Rotorblätter, sondern über senkrecht dazu stehende Hilfspaddel, die dann die Rotorblätter ansteuerten. Eine gewisse Berühmtheit hat auch die *Flying Platform* erlangt, bei der der Pilot oberhalb eines Koaxialrotors stand, Abb. 1.27b. Der Erstflug



**Abb. 1.28** Hubschrauber von Robinson. **a** R22, 1975, **b** R44, 1992, **c** R66, 2009 (© Robinson Helicopter Company)

fand 1955 statt, es kam aber nicht zur Serienproduktion. 1959 fand der Erstflug eines Kippflügelflugzeuges X-18 statt, Abb. 1.27c. Das Projekt wurde 1961 eingestellt. Wiederum an einem Kippflügelflugzeug versuchte man sich 1964 mit der XC-142A, aber strukturelle Probleme und schlechte Leistungen führten auch hier zum Abbruch (1967, Abb. 1.27d).

Einer der erfolgreichsten Kleinhubschrauberhersteller ist die Firma Robinson Helicopters, die 1973 gegründet wurde und von der Stückzahl her mehr Hubschrauber verkauft als alle anderen amerikanischen Hersteller zusammen. Bekannteste Muster sind die zweisitzige R22 (seit 1975, 4000 Exemplare, Abb. 1.28a) und die viersitzige R44 (seit 1992, 3000 Exemplare, Abb. 1.28b). Mit der fünfsitzigen noch größeren Version, der R66 (Erstflug 2009, in 2014 bereits 500 verkaufte Hubschrauber, Abb. 1.28c), kam 2010 der erste turbinengetriebene Hubschrauber von Robinson auf den Markt (mit der ebenfalls neu entwickelten RR300 Turbine von Rolls-Royce als Triebwerk). Mit 250 km/h und einem MTOM von 1.3 t ist sie etwas schneller und schwerer als die R44, aber deutlich preiswerter als vergleichbare Hubschrauber dieser Klasse, die bisher von Bell, MD, Enstrom und Eurocopter dominiert wurde. Trotz zahlreicher Überarbeitungen haben diese Hubschrauber ihre Wurzeln in den 1960–70er Jahren und es gibt keine wirklich neuen Modelle dieser Hersteller in dieser Gewichtsklasse.

Von Bedeutung ist auch der amerikanische Hersteller Kaman Aerospace Corporation, der 1945 mit einem Kapital von nur 2000 \$ und dem Patent auf die Steuerung mittels Servoklappe (ähnlich zu dem Konzept von Ascanio) gegründet wurde. Charles Kaman hatte zunächst bei Hamilton Standard Propeller berechnet, danach für Sikorsky Rotorblätter entworfen und wendete sein Steuerkonzept auf ineinander kämmende Rotoren wie die von Anton Flettner entwickelten an. Der Grund für die Verwendung einer Servoklappe waren die großen statischen und dynamischen Steuerkräfte, die den Piloten herkömmlicher Hubschrauber wie z. B. Sikorsky R-4 und R-5 den Leben schwer machten, während die Servoklappe gleiche Steuerwirksamkeit hatte, aber nur geringste Kräfte auf das Pilotensteuer übertrug.

So entstanden die K-125 (1947, Abb. 1.29a), K-190 (1948, Abb. 1.29b), die K-225 (1948, Abb. 1.29c) und die K-240 (1950) – alles meist im Agrareinsatz verwendete Hubschrauber in kleiner Serie. Ein Durchbruch gelang 1956 mit der HH-43B *Huskie*, die für SAR (Search and Rescue) und Brandbekämpfung eingesetzt werden sollte, Abb. 1.29d. Nach einigen weiteren Entwicklungen, die sich nicht durchsetzten, folgte mit dem K-1200 K-Max (Erstflug 1991, 4.5 t) wieder ein Erfolg, Abb. 1.29e. Er war speziell für den Transport von Außenlasten ausgelegt und findet im Baumtransport viel Verwendung. Das Markenzeichen von Kaman bei den meisten seiner Modelle ist der ineinander kämmende Doppelrotor nach dem Prinzip von Flettner. 2010 wurde eine unbemannte Version des K-Max erprobt. Außerdem wurden von Kaman Hubschraubern zahlreiche Rekorde geflogen und viele Experimentalkonfigurationen erprobt. Die Produktion wurde zwar wegen fehlender Nachfrage 2003 eingestellt, 2017 aber wieder aufgenommen. Lockheed Martin entschied sich Mitte der 50er Jahre, in den wachsenden Hubschraubermarkt einzusteigen. Ein innovativer gelenkloser Rotorkopf wurde entwickelt und zunächst auf einem ferngesteuerten Modell 1958, dann auf dem CL-475 genannten, 750 kg leichten Versuchsmodell mit Zweiblatt-Holzrotor 1959 erprobt, Abb. 1.30a. Dynamische Probleme erforderten jedoch eine Umkonstruktion und nach Tests mit 3- und 4-Blattrotoren entschied man sich für drei Blätter aus Metall. Eine Besonderheit daran war die Kreiselstabilisierung mittels eines Metallrings unter dem Rotor, der auf die Blattwinkel zurückgekoppelt wurde und zum Ziel hatte, Hubschrauber so einfach wie Flächenflugzeuge steuern zu können. Das war so erfolgreich gelungen, dass ein Mechaniker, der zu bequem war, den Hubschrauber nach erfolgter Reparatur zum Flugfeld abzuschleppen, ihn sicher zum Hangar zurückgeflogen hatte (ohne einen Flugschein für Hubschrauber zu besitzen). Für die Vermarktung wurde jedoch ein etwas größerer Hubschrauber gebraucht. Nach Änderungen des Designs entstanden 1962 zwei Prototypen der CL-595 *Aerogyro*, auch Model 286 genannt, Abb. 1.30b. Da aber Lockheed auf dem kommerziellen Markt kein Vertriebsnetz hatte, beschränkte man sich bald auf den militärischen Markt. Dieser zeigte wegen der Versprechen wesentlich größerer Geschwindigkeiten als herkömmliche Hubschrauber aufgrund des starren Rotorkopfes großes Interesse. Die daraus abgeleitete Version XH-51A (auch AH-51 oder Model 186 genannt) flog 1962, hatte aber Stabilitätsprobleme im Schnellflug, Abb. 1.30c. Eine Maschine wurde auch mit Stummelflügeln ausgerüstet, um den Rotor im Schnellflug zu entlasten.



**Abb. 1.29** Hubschrauber von Kaman. **a** K-125, 1947, **b** K-190, 1948, **c** K-225, 1948, **d** HH-43B, 1956, **e** K-1200 K-Max, 1991 (© Kaman Corporation)

Eine Weiterentwicklung stellte dann die AH-56 *Cheyenne* dar, die als Angriffshubschrauber aus der XH-51 entstand und mit einem gelenklosen 4-Blattrotor 1967 ihren Erstflug hatte, Abb. 1.30d. Als Besonderheit hat sie Stummelflügel zur Entlastung des Rotors im Schnellflug sowie einen Druckpropeller hinter dem Seitenleitwerk, um den Rotor auch von der Erzeugung von Vortrieb zu entlasten. Als Folge konnte die Maschine über 370 km/h schnell fliegen, allerdings mit hohem Treibstoffverbrauch. Das Programm litt je-



**Abb. 1.30** Hubschrauber von Lockheed. **a** CL-475, 1959, **b** CL-595, 1962, **c** XH-51A, 1962, **d** AH-56, 1967 (a, c und d © Smithsonian Institution National Air and Space Museum, b Hubschraubermuseum Bückeburg)

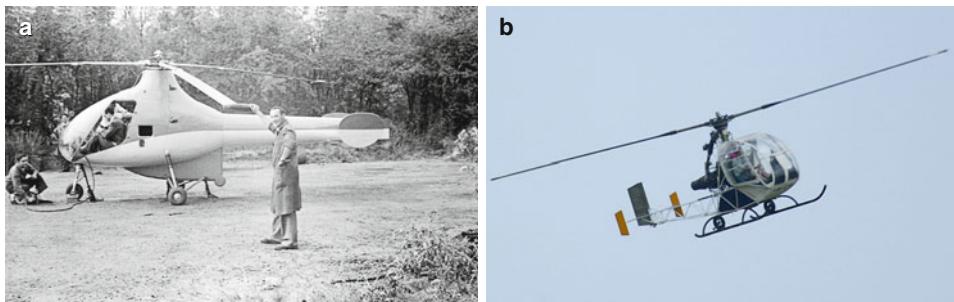
doch unter einem Unfall mit Rotor-Rumpfschwingungen, bei dem der Rotor die Kabine durchschlug und den Piloten tötete. Weiterhin kam es zu einem Totalverlust im Windkanal. Wegen Budgetknappheit des Verteidigungsministeriums wurde der bereits erteilte Auftrag über 375 Maschinen 1969 wieder storniert und die Hubschrauberentwicklung bei Lockheed 1972 endgültig eingestellt. Obwohl Lockheed mit dem starren Rotor bahnbrechende Innovationen hervorbrachte, schafften sie den Sprung in die Vermarktung nicht. Das Konzept des gelenklosen und später des lagerlosen Rotors wurde jedoch von fast allen Herstellern aufgegriffen. So gesehen war Lockheed seiner Zeit weit voraus.

Im Jahr 2005 gewann Lockheed zusammen mit AgustaWestland die Ausschreibung zum Bau der neuen Hubschrauberflotte US101 (auf Basis der EH 101) für den Präsidenten der USA (Konkurrent war die Sikorsky S-92). Dies bedeutete für die Europäischen Firmen einen fundamentalen Durchbruch in den US-Markt – auch den militärischen –, was Lockheed wieder in das Hubschraubergeschäft einsteigen ließ. Allerdings wurde das Programm wegen ausufernder Kosten der Zusatzausrüstungen aufgrund der ständig geänderten Anforderungen 2009 wieder gestoppt, denn der Stückpreis war mittlerweile in die Größenordnung einer Boeing 747 gekommen ... 2014 wurde die Sikorsky S-92 offiziell zum Nachfolger des präsidialen Hubschraubers ausgewählt – allerdings ohne weitere Bieter bei der erneuten Ausschreibung.

## Frankreich

In Frankreich war 1936 die SNCASO (Société Nationale de Constructions Aéronautiques du Sud-Ouest) gegründet worden, die neben dem Flächenflugzeugbau nach dem 2. Weltkrieg auch mit Hubschraubern begann. 1946 wurde ein Hubschrauber mit Reaktionsrotor unter Mithilfe von Doblhoff entwickelt – die SO 1100 *Ariel* –, die 1947 erstmalig flog und im Schnellflug als Autogyro funktionierte, aber keine Serienproduktion erreichte, Abb. 1.31a. Das Folgemodell, SO 1110 *Ariel II*, flog 1950, gefolgt von der SO 1120 *Ariel III* (1951), die erstmalig eine Gasturbine im Hubschrauber einsetzte. Das Konzept des Heißgasantriebs verbrauchte aber sehr viel Treibstoff, so dass es zugunsten des Kaltstrahlantriebes aufgegeben wurde. Dies wurde in der SO 1221 *Djinn* (Erstflug 1953) realisiert, die mit komprimierter Kaltluft arbeitete, Abb. 1.31b. Die *Djinn* war nur begrenzt erfolgreich und fand im Wesentlichen als Agrarhubschrauber Verwendung.

Unter Mitwirkung von Focke und seinem Team wurde letztlich die *Alouette II* als sehr erfolgreiches Modell mit 1.6 t Startmasse entwickelt, die erstmalig eine Gasturbine als Antrieb und 1955 ihren Erstflug hatte. 1957 ging SNCASO in Sud Aviation über, die die *Alouette III* erfolgreich am Markt platzierte. 1970 wurde Sud Aviation zu Aérospatiale und deren Hubschrauberabteilung fusionierte 1992 mit MBB zu Eurocopter (seit 2014 Airbus Helicopters), einem der größten Hubschrauberhersteller derzeit. Die Produktpalette reicht vom kleinen EC 120 *Kolibri* (Erstflug 1995, 1.8 t, Abb. 1.32a) über die EC 130 (1999, 2.8 t, ab 2012, Abb. 1.32b: 3 t; sie ist die Weiterentwicklung der AS350 *Ecureuil*), der EC 135 (1994, Abb. 1.32c, sie stammt von der Bo 108 ab, 2.85 t), der EC 145 (Abb. 1.32d: 1999, 3.6 t, sie ist die Weiterentwicklung der BK 117), der EC 155 *Dolphin* (Abb. 1.32e: 4.9 t, 324 km/h schnell, 5-Blattrotor, leiser Fenestron = ummantelter Heckrotor; Erläuterung folgt am Ende des Abschn. 1.3), bis zur EC 225 *Super Puma* (11 t, 5-Blattrotor, Abb. 1.32f). Ab Januar 2014, im Zuge der Umorganisation der EADS, heißt Eurocopter nun Airbus Helicopters, was mit einer Umbenennung der Modelle in H135, H145, H175 etc. einherging. Weiter ist der EC 665 *Tiger* als Kampfhubschrauber mit 6 t Startmasse bekannt (Erstflug 1991). Außerdem ist Eurocopter an Entwicklungen internationaler Konsortien beteiligt. So wird die EC 175 seit 2005 zusammen mit Avicopter in



**Abb. 1.31** Hubschrauber von SNCASO. **a** SO 1100, 1947, **b** SO 1221, 1953 (a © Smithsonian Institution National Air and Space Museum)



**Abb. 1.32** Hubschrauber von Eurocopter/Airbus Helicopters. **a** EC 120, 1995, **b** EC 130, 1999, **c** EC 135, 1994, **d** EC 145, 1999, **e** EC 155, 1997, **f** EC 225, 1999 (© Airbus Helicopters)

China entwickelt und dort unter der Bezeichnung AC352 (vormals Z-15) geführt. Sie liegt mit 7.5 t MTOM zwischen der EC-155 und der EC-225, der Erstflug fand 2009 statt und die Auslieferung begann 2014. In einer Kooperation mit der Korea Aerospace Industries wird ein ähnlich großer Transporthubschrauber entwickelt, siehe dort. Das größte Modell von Eurocopter ist die EC 225 (militärische Variante: EC 725 *Cougar*) (2000, 11 t) mit 5-Blatt-Rotor und Spheriplex Blattaufhängung, welche seit 2005 ausgeliefert und international erfolgreich vermarktet wird. Dieser Hubschrauber wird viel im Off-shore Einsatz zur Versorgung von Ölbohrplattformen verwendet, hatte aber mehrfach Probleme mit dem Getriebe mit fatalen Folgen, was zum Teil monatelange Stilllegungen dieses Typs weltweit zur Folge hatte.



**Abb. 1.33** Neue Modelle von Airbus Helicopters. **a** H145, 2019, **b** H160, 2015, **c**  $X^3$ , 2010, **d** Racer, 2020 (© Airbus Helicopters)

Als Antwort auf den Hochgeschwindigkeitshubschrauber X2 von Sikorsky entwickelte Eurocopter seit 2008 den Experimentalhubschrauber  $X^3$ , welcher einen 5-Blatt-Rotor der EC 155, einen Rumpf der EC 365 *Dauphin* und zwei an kleinen Stummelflügeln befindliche Propeller aufweist, dafür aber keinen Heckrotor hat, Abb. 1.33c. Die Propeller dienen sowohl dem Vortrieb zur Rotorentlastung im Schnellflug als auch dem Drehmomentenausgleich und der Giersteuerung. Dieses Konzept ist bereits von Flettner in der FL 185 Ende der 1930er realisiert worden. Die  $X^3$  hatte ihren Erstflug 2010 und erreichte schon wenige Monate später eine Geschwindigkeit von 333 km/h; es wurden im Mai 2011 430 km/h und im Juni 2013 sogar 472 km/h erreicht, wobei die Stummelflügel einen Teil des Auftriebs liefern und so den Rotor weiter entlasten, der bei dieser Geschwindigkeit – wie auch die Sikorsky X2 – mit reduzierter Drehzahl betrieben wird, damit am vorlaufenden Rotorblatt nicht mehr als 90 % der Schallgeschwindigkeit überschritten werden. Ziel war es, die Fluggeschwindigkeit im Vergleich zu herkömmlichen Hubschraubern um 50 % zu erhöhen, die Betriebskosten aber nur um 25 % steigen zu lassen, während die X2 zwar höhere Fluggeschwindigkeiten erreicht, aber zu deutlich höheren Kosten. Als seriennahe Weiterentwicklung wird im Rahmen eines europäischen Forschungsprojekts CleanSky 2 der auf der  $X^3$  aufbauende Racer gebaut, der 2020 seinen Erstflug haben soll, Abb. 1.33d. An der Auslegung von Flügel, Leitwerk und Propeller sind das DLR und die ONERA beteiligt.

Als neue Rotorblattgeneration wurde 2010 ein im Innenbereich vor- und im Außenbereich rückgepeiltes Blatt vorgestellt, das auf Ergebnissen des DLR/Onera Entwurfs

**Abb. 1.34** Kleinsthubschrauber von Hélicoptères Guimbal Cabri, 2005 (© Caterina Jahnke, APTmedia)



*ERATO* (Etude d'un Rotor Aéroacoustique Technologiquement Optimisé; aeroakustisch optimierter Rotor) basiert und den Anfluglärm um 3–4 dB senken soll. Windkanalmessungen der Forschungseinrichtungen haben außerdem erhebliche Einsparungen der Antriebsleistung im Schnellflug nachgewiesen. Dieser H160 genannte Hubschrauber löst die in die Jahre gekommene *Dauphin* ab, hatte 2015 seinen Erstflug, befindet sich derzeit in der Zertifizierung und soll ab 2020 ausgeliefert werden, Abb. 1.33b. Als Besonderheit weist der Hubschrauber neben einem 5-Blatt-Rotor mit den *Blue Edge* genannten doppelt gepfeilten Blättern ein Doppeldecker-Höhenleitwerk auf, dass im Schwebeflug eine geringere Fläche im Rotorstrahl hat, sowie einen schräg gestellten Fenestron, der geringfügig zum Rotorschub beiträgt und damit die Schwebeflugleistung reduzieren soll. Der Rumpf ist vollständig aus Faserverbundwerkstoffen gefertigt, besonders stromlinienförderig ausgearbeitet, hat ein Einziehfahrwerk und der Rotorkopf ist teilweise verkleidet. 2017 wurde die H160 bereits in großer Stückzahl von den französischen Streitkräften bestellt. Die Höchstgeschwindigkeit wird bei 335 km/h liegen und ist damit größer als bei den meisten Konkurrenten.

Neu im Markt ist Hélicoptères Guimbal, die einen zweisitzigen Kleinsthubschrauber mit Kolbenmotor, Dreiblatt-GFK-Rotor und Fenestron als Konkurrenz zur Robinson R22 anbieten, der mit 700 kg maximaler Startmasse seit 2005 fliegt und seit 2007 verkauft wird, Abb. 1.34.

## England

Von Westland zunächst WS-51 genannt (die in Lizenz gebaute Sikorsky S-48), wurde die Maschine gründlich überarbeitet und 1948 *Dragonfly* genannt, Abb. 1.35a. Weitere Lizenzbauten folgten und ab 1955 wurden von Westland nur noch Hubschrauber gebaut. 1960 begann eine Kooperation mit der französischen Aérospatiale für den Bau der *Puma* und *Gazelle*. 1961 fusionierten die Hubschrauberabteilungen von Bristol, Fairey und Saunders Roe zu Westland Helicopters Ltd., die in der Folge die Westland *Lynx* entwickelten, deren Erstflug 1971 stattfand, Abb. 1.35e. Die *Lynx* ist ein sehr erfolgreicher, weltweit vermarkter Hubschrauber mit 5.3 t Startmasse, der permanent verbessert wur-



**Abb. 1.35** Hubschrauber von Westland. **a** Dragonfly, 1948, **b** Widgeon, 1955, **c** Scout, 1959, **d** Wasp, 1962, **e** Lynx, 1971, **f** AW101, 1987 (© AgustaWestland)

de, unter anderem bekannt durch den BERP Rotor (BERP = British Experimental Rotor Program). 1986 gründete Westland mit der italienischen Agusta ein Joint Venture namens EH Industries (EH 101 *Merlin*, heute AW101, als Hubschrauber mit 14.6 t Startmasse und BERP 5-Blatt Rotor, Erstflug 1987, Abb. 1.35f). Beide Firmen sind seit 2000 zu AgustaWestland zusammengeschlossen. Bemerkenswert sind der 1986 mit einer Lynx aufgestellte Geschwindigkeitsweltrekord für Hubschrauber mit 401 km/h sowie die Auswahl des EH 101 als Transporthubschrauber für den amerikanischen Präsidenten 2006. Das Programm wurde allerdings aufgrund von explodierenden Kosten wegen permanenter

Änderung der Spezifikationen 2009 gestoppt. Die Schrumpfung der militärischen Märkte war ein Grund der darauf ausgerichteten Firma Westland für die Fusion mit Agusta. Die Produktion von Rotorblättern der zivilen Modelle AW169, AW149 und AW189 sowie von Zwischengetrieben wird nach langer Pause wieder ein neues Produkt an den Standorten Yeovil und Somerset entstehen lassen.

Parallel zu Platt-LePage hatte die Weir Company in England, die zusammen mit de la Cierva Autogyros baute, ebenfalls Hubschrauber nach dem Vorbild von der Fw-61 entworfen. Insgesamt konnte sich dieses Konzept jedoch nicht durchsetzen. Spätere Entwürfe sahen nur noch einen Rotor vor, doch nach einem Absturz wurden die Arbeiten am Hubschrauber dort wieder eingestellt.

### Italien

In Italien war schon 1907 Agusta (Societa Construzioni Aeronautiche Giovanni Agusta) gegründet worden und widmete sich zunächst dem Flugzeugbau. Seit 1952 wurden und werden bis heute in Lizenz von Bell Hubschrauber gefertigt, ab 1954 auch eigene Entwicklungen. Enge Beziehungen gibt es zu Bell (gemeinsame Entwicklung des BA609 Tiltrotors, ab 2011 vollständig bei AW unter der Bezeichnung AW609), Boeing-Vertol und Sikorsky. Seit 2000 ist Agusta mit Westland Helicopters zu AgustaWestland fusioniert und ebenfalls einer der großen Hubschrauberhersteller. In die Liste der Agusta Hubschrauber gehören die A109 (Erstflug 1971, 3 t, Abb. 1.36a), die AW119 Koala (1996, 2.7 t, Abb. 1.37a) und der Kampfhubschrauber AW129 *Mangusta* (1983, 4.1 t, Abb. 1.36b). 2009 wurde außerdem der größte Teil der polnischen PZL Swidnik mit übernommen, es folgte 2016 die Umbenennung von AgustaWestland in Finmeccanica und 2017 in Leonardo. Die 15-sitzige AW139 wurde zur Hälfte mit Bell entwickelt, die sich dann aber aus dem Projekt zurückzogen (2001, 6.4 t, Abb. 1.37b). Sie ist mit über 800 Bestellungen auch recht erfolgreich; eine militärische Version ist die AW149, die ihren Erstflug 2009 hatte und ab 2014 produziert wird, Abb. 1.37c. Die zivile, etwas größere Variante AW189 mit 8.5 t war 2011 erstmals in der Luft, Abb. 1.37f, wird seit 2014 ausgeliefert und steht in Konkurrenz zur Airbus Helicopters H175. Die Produktpalette wird mit der kleineren



**Abb. 1.36** Hubschrauber von Agusta. **a** A109, 1971, **b** A129, 1983 (© AgustaWestland)



**Abb. 1.37** Hubschrauber von AgustaWestland. **a** AW119, 1996, **b** AW139, 2001, **c** AW149, 2009, **d** AW159, 2009, **e** AW169, 2012, **f** AW189, 2011 (© AgustaWestland)

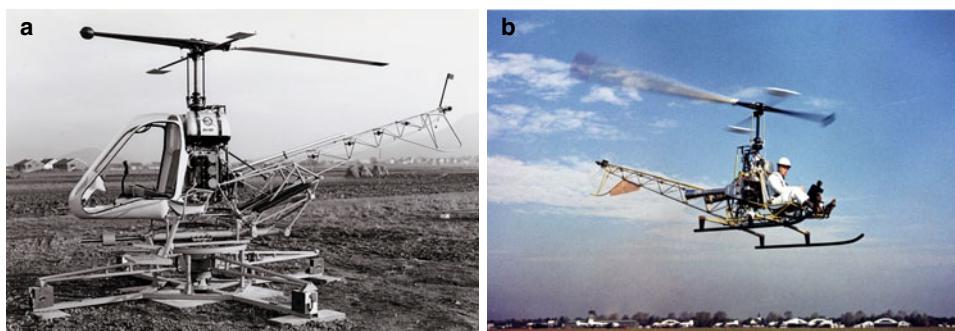
AW169 abgerundet, Abb. 1.37e, welche mit einem MTOM von 4.5 t in Konkurrenz zur EC 145 und EC 155 sowie der Sikorsky S-76 tritt, 2012 ihren Erstflug hatte und seit 2016 ausgeliefert wird. Damit hat sich Leonardo (vormals AgustaWestland), ausgehend vom militärisch ausgerichteten Produkt, immer mehr dem zivilen Markt zugewendet und die Produktpalette ist ähnlich umfangreich wie die von Airbus Helicopters (vormals Eurocopter). Als Nachfolger des Kampfhubschraubers AW129 wird gegenwärtig die AW249 zusammen mit dem polnischen Partner als Konkurrent zur AH-64 und dem Eurocopter Tiger entwickelt.

Das Tiltrotorflugzeug AW609 hatte seinen Erstflug 2003 und befindet sich seit vielen Jahren in der Zulassungsphase, was sich als schwieriger denn angenommen erweist,

denn es kommen sowohl für Flugzeuge wie für Hubschrauber relevante Kriterien in Anwendung. Außerdem bedeutete ein Absturz eines der beiden Prototypen in 2015 weitere Verzögerungen. Grund war das Auftreten einer Taumelschwingung bei sehr hoher Geschwindigkeit, die letztlich zum Kontakt der Propeller mit dem Flügel führten und die Maschine daraufhin im Flug zerbrach. Derzeit wird die Zertifizierung für Ende 2019 erhofft. Die AW609 wird etwa 7.3 t Gewicht haben, eine Fluggeschwindigkeit von 510 km/h sowie eine Flughöhe von 7600 m (Schwebeflug bis 1500 m) erreichen und eine Reichweite von knapp 1400 km aufweisen.

## Deutschland

In Deutschland war nach dem Entwicklungsverbot von Luftfahrzeugen durch die Alliierten erst 1955 wieder Bewegung in die Hubschrauberentwicklung gekommen und es galt den jahrelangen Entwicklungsvorsprung des Auslands wieder aufzuholen. Ludwig Bölkow gründete 1955 mit Emil Weiland die Bölkow Entwicklungen KG. Sie entwickelten 1957 einen einblättrigen Bodentrainer Bo 102 *Heli-Trainer* mit einem Rotorblatt in Glasfaserbauweise und Gegengewicht, Abb. 1.38a. Der Nachfolger, die Bo 103 – ebenfalls mit nur einem Rotorblatt – war ein offener 1-Mann Hubschrauber, der 1961 flog, aber mangels Interesse nicht in Serie gebaut wurde (Startmasse 390 kg, Abb. 1.38b). Bereits seit 1946 befasste sich der Ingenieur Hans Derschmidt mit schwenkbaren Rotorblättern. Nach 1955 konstruierte er bei der Bölkow Entwicklungen KG einen 2-Blattrotor mit Gegengewichten an jedem Blatt, der im Windkanal in Autorotation erprobt wurde. Die Forderung der Bundeswehr nach einem Hochgeschwindigkeitsrotor sollte mit diesem Konzept erfüllt werden, von dem man sich Fluggeschwindigkeiten von über 500 km/h versprach. Dies wurde ermöglicht durch Rückschwenken des Rotorblattes an der vorlaufenden Seite zur Reduktion der Machzahl und ebenso großes Vorschwenken an der rücklaufenden Seite zur Reduktion der Strömungsablösung. Basierend auf diesem Konzept wurde die Bo 46 als Versuchsträger gebaut, die Schwenkgelenke bei 40 % des Radius und Schwenkwinkel bis 40° aufwies, was weit außerhalb der bis dahin gebauten Konstruktionen lag,



**Abb. 1.38** Hubschrauber der Bölkow Entwicklungen KG. **a** Bo 102, 1957, **b** Bo 103, 1961 (© Airbus Helicopters)



**Abb. 1.39** Hubschrauber von MBB. **a** Bo 46, 1964, **b** Bo 105, 1967, **c** BK 117, 1979, **d** Bo 108, 1991 (© Airbus Helicopters)

Abb. 1.39a. Dieser Aufbau erzeugte eine Schwenkeigenfrequenz genau so groß wie die Rotordrehfrequenz, die für eine kräftefreie Schwenkbewegung benötigt wurde.

Die erste Bo 46 flog 1964 mit einer Startmasse von 2 t, die hohen angestrebten Fluggeschwindigkeiten sollten durch den Schub von zwei zusätzlichen Schubtriebwerken erreicht werden. Der Hauptrotor hatte fünf und der Heckrotor sechs GFK-Blätter, letzterer war aber zu diesem Zeitpunkt eine konventionelle Bauweise. Zu einem späteren Zeitpunkt sollte auch der Heckrotor als Schwenkrotor ausgeführt werden. Da einer der Rotoren auf dem Prüfstand im Dauerversuch jedoch zerstört wurde und die Bo 46 aufgrund starker Vibrationen selbst im Schwebeflug kaum stabil gehalten werden konnte, wurde das Flugpotenzial nie erprobt und das Programm gestoppt. Die Bo 46 steht nun als Ausstellungsobjekt im Hubschraubermuseum Bückerburg.

Ebenfalls bei Bölkow Entwicklungen KG wurde seit 1959 an einem Schwerlasthubschrauber mit Reaktionsrotorantrieb gearbeitet, wovon ein Prototyp auf einem eigens erstellten Versuchsstand in Ottobrunn lief. In den Spitzen der drei Rotorblätter waren Schaufelgitter eingebaut, durch die komprimiertes Heißgas mit 360 m/s austrat – also etwa mit Schallgeschwindigkeit – und den Rotor auf eine Blattspitzengeschwindigkeit von 190 m/s – ca. 10 % unter dem im Allgemeinen von Hubschraubern verwendeten Bereich – brachte. Der Prüfstandsrotor war für eine Startmasse von 36 t ausgelegt, der geplante Hubschrauber aber für 40–50 t, beides weit mehr als im Westen bis dahin gebaut. Wegen der

erwarteten geringen Stückzahl wurde das Projekt jedoch eingestellt. Mehr Erfolg hatte man mit der Bo 105 mit gelenklosem Rotor System Bölkow (Titankopf, GFK-Blätter, 2 t), deren Vorversion als 3-Blattrotor bei Aérospatiale auf einer Alouette II 1966 getestet wurde. Der Bo 105 Erstflug erfolgte 1967, Abb. 1.39b. Sie ist der erste Hubschrauber in dieser kleinen Gewichtsklasse mit zwei Turbinentreibwerken. Das gelenklose Rotorsystem ermöglichte eine wesentlich höhere Manövriertfähigkeit als Rotorsysteme herkömmlicher Hubschrauber. Zugelemente im Rotorkopf, die die Zentrifugalkräfte der Rotorblätter aufnehmen, entlasten den Rotorkopf von diesen Lasten. Die Bölkow Entwicklungen KG fusionierte 1968 mit der Messerschmitt AG und 1969 mit der Flugzeugbauabteilung der Blohm & Voss zu Messerschmitt-Bölkow-Blohm (MBB), dem damals größten deutschen Luft- und Raumfahrtkonzern.

Die Bo 105 wurde unter MBB in Serie gefertigt und weltweit in erster Linie als SAR und Beobachtungs-Hubschrauber erfolgreich vermarktet. Seit 1970 basiert das deutsche Luftrettungsnetz auf diesem Hubschrauber und 1975 konnten mit einer Testversion im steilen Sinkflug 400 km/h geflogen werden (die Normalversion fliegt im Horizontalflug nur 270 km/h). Im Laufe der Jahre gab es eine Weiterentwicklung der Rotoren und eine Vergrößerung der Zelle sowie eine Leistungserhöhung auf 2.6 t Startmasse. Allerdings darf sie wegen neuer EU-Richtlinien ab 2009 nicht mehr im gewerblichen Einsatz fliegen und wird daher seit etwa 2004 nicht mehr gebaut. Auf der Bo 105 aufbauend wurde gemeinsam mit Kawasaki die BK 117 mit gleichem Rotorsystem entwickelt, die 1979 erstmalig flog und eine maximale Abflugmasse von 3.4 t besaß, Abb. 1.39c. Auch dieser Hubschrauber konnte international recht erfolgreich vermarktet werden.

In den 80er Jahren wurde an einem modernen Nachfolger der in die Jahre gekommenen Bo 105 gearbeitet, der mit Bo 108 bezeichnet wurde (Erstflug 1991, Abb. 1.39d). Diese wies als Novum den lagerlosen Haupt- und Heckrotor auf, bei dem nicht nur die Schlag- und Schwenkgelenke, sondern auch noch das Steuerlager fehlte. Dieses wurde durch einen torsionsweichen Hauptholm zwischen Rotorkopf und Blattbeginn ersetzt. Die Steuerung erfolgte über eine Steuertüte, die die Taumscheibe mit dem Profilbeginn des Rotorblattes verbindet. Auch hier fand wieder ein Rotorkopf aus dem leichten Titan Verwendung. Außerdem war ein neues aktives Schwingungsunterdrückungssystem zwischen Getriebe und Rumpf installiert, um die Rotorvibrationen nicht auf die Zelle zu übertragen. Im Rahmen der Fusion mit Aérospatiale zu Eurocopter 1992 wurde die gesamte hintere Rumpfpartie mit einem Fenestron statt einem konventionellen Heckrotor umgerüstet und die EC 135 (Erstflug 1994) entstand, ein im Vergleich zu anderen Hubschraubern seiner Klasse äußerst leises Vehikel, das wiederum sehr erfolgreich vermarktet werden konnte (mehr als 1000 verkauft Exemplare). Unter anderem hat die EC 135 praktisch alle Bo 105 der Deutschen Luftrettung ersetzt. Außerdem ist sie mit der Fernsehserie *HeliCops* bekannt geworden.

Auch an der EC 145 hat MBB insofern erhebliche Anteile, als sie das Nachfolgemodell der BK 117 darstellt und ebenfalls beim ADAC als intensiv-medizinischer Transporthubschrauber Verwendung findet. Einen sehr wichtigen Erfolg hatte die Firma zusammen mit Sikorsky mit dem Gewinn der Ausschreibung eines Transporthubschraubers der US-Armee 2006, wo die EC 145 als neuer UH 72 A *Lakota* in großer Stückzahl gebaut wird;

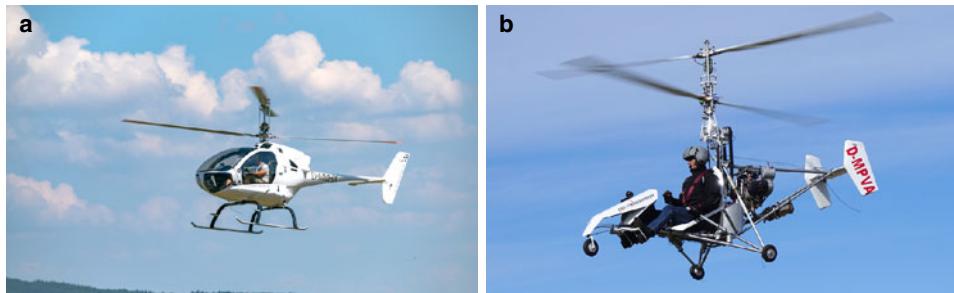
**Abb. 1.40** NH90 der NH Industries. (© Airbus Helicopters)



2018 wurde die 400ste und letzte Maschine übergeben, aber Ende 2017 einen Folgeauftrag über weitere 51 Hubschrauber dieses Typs erhielt. Die neue Variante EC 145 T2 (Erstflug 2010, Auslieferung ab 2014) hat stärkere Triebwerke mit digitalem Regler (FADEC), einen Fenestron und ein Höhenleitwerk ohne Endscheiben sowie einen 4-Achsen Autopiloten. Seit Januar 2014 heißt Eurocopter nunmehr Airbus Helicopters und die Hubschraubertypenbezeichnung wurde von EC in H geändert. Die H145 wurde 2019 mit einem der H135 gleichenden lagerlosen Hauptrotor mit nunmehr 5 Rotorblättern vorgestellt, die 2019 zugelassen und ab 2020 ausgeliefert werden soll. Das MTOM erhöht sich dadurch auf 3.8 t.

Ein besonderes Beispiel internationaler Zusammenarbeit stellt die Entwicklung und der Bau des Transporthubschraubers NH90 dar, der bereits in den 80er Jahren innerhalb der NATO geplant war, Abb. 1.40. Allerdings konnte zunächst unter den Partnern keine Einigung erzielt werden. Deutschland, Italien, die Niederlande und Frankreich einigten sich später und gründeten die NAHEMA (NATO Helicopter Management Agency) als Vertretung der Länder und die Hersteller Aérospatiale, MBB, Agusta und Fokker gründeten die NHI (NH Industries) als Auftragnehmer. 1995 hatte der NH90 seinen Erstflug, er weist eine Startmasse von 10.5 t auf. Aufgrund vieler technischer Schwierigkeiten erfolgte die Auslieferung der ersten Serienmaschinen erst Ende 2006, die Vermarktung ist aber international und ist sehr erfolgreich mit derzeit ca. 530 Bestellungen. Mit 305 km/h erreicht er recht hohe Geschwindigkeiten für einen Hubschrauber dieses Verwendungszwecks.

Auf dem Ultralight (UL) Hubschrauber Markt, der erst Ende 2016 durch Änderungen der Zulassungsvorschriften auch in Deutschland ermöglicht wurde, versucht die Firma edm aerotec mit dem COAX 2D als Erstanbieter aufzutreten. Es handelt sich um einen etwa 450 kg leichten 2-sitzigen Hubschrauber mit Koaxialrotor, der von einem Kolbenmotor angetrieben und dessen Höchstgeschwindigkeit mit etwa 170 km/h angegeben wird, Abb. 1.41a. Im März 2017 wurde die Musterzulassung und im Juli die Verkehrszulassung erteilt. Das Konzept basiert auf einer russischen Konstruktion und wurde seit 2008 bei EDM weiterentwickelt. Erste Flugversuche fanden 2012 wiederum in Russland statt. Danach wurde das gesamte Konzept nochmals überarbeitet und serienreif gemacht.



**Abb. 1.41** Ultraleichthubschrauber von edm aerotec und Rotoschmiede. **a** edm COAX-2D, 2012, **b** Rotoschmiede VA115, 2015 (a © edm aerotec, b © RS Helikopter GmbH)

Ein anderer Entwickler eines UL-Hubschraubers in Deutschland ist die SBM Development GmbH mit der RT 216, welche ein Turbinentriebwerk hat, das einen 2-Blattrotor sowie einen Fenestron Heckrotor antreibt. Zunächst hat das Unternehmen nur eine Kleinturbine entwickelt, dann einen dazu passenden zweisitzigen Kleinhubschrauber mit einem Maximalgewicht von ca. 600 kg. Finanziert wird dies im Rahmen einer chinesisch-deutschen Kooperation. Eine ähnliche Konstellation stellt die Firma RotorSchmiede (seit 2019: RS Helikopter GmbH) mit dem einsitzigen kabinenlosen Kleinsthubschrauber VA115 dar, die als zweiter Hersteller nach edm aerotec die UL-Zulassung im Oktober 2018 erhielt, Abb. 1.41b. Das offene Gestell trägt den Piloten und ein kleines 37 kW leistendes Kolbentriebwerk, welches den Koaxialrotor antreibt. Das Fluggewicht beträgt so nur 260 kg und es wird eine Fluggeschwindigkeit von bis zu 110 km/h erreicht.

## Schweiz

Recht neu auf dem Markt der kleinen Hubschrauber ist die Firma Marenco Swisscopter, die 2011 die Entwicklung der SKYe SH09 (2.6 t, ca. 270 km/h) ankündigten, deren Erstflug 2014 erfolgte, Abb. 1.42. Er hat einen lagerlosen 5-Blatt-Rotor, einen Fenestron im Heck, der Rumpf besteht aus Kohlefaserverbundwerkstoff und für bessere Bodensicht hat er ein Bodenglasfenster. Als Triebwerk dient eine Turbine mit 745 kW Leistung, um die bis zu acht Insassen zu transportieren. Die ersten Auslieferungen an die Air Zermatt sollten 2018 beginnen, aber die Zulassung verzögerte sich erheblich und wird nun erst für 2020 erwartet. Da im Entwicklungszeitraum die Firma Eurocopter von Ottobrunn nach Donauwörth umzog, konnte man mit einer Niederlassung in der Nähe auf nicht umzugswillige, aber erfahrene Mitarbeiter zugreifen. 2018 wurde Marenco in Kopter umbenannt.

## Russland

Michail Leontjewitsch Mil (1909–1970) war einer der bekanntesten Hubschrauberkonstrukteure Russlands und gründete nach einer Karriere bei Kamow 1947 ein eigenes Konstruktionsbüro. Gleich der erste Entwurf, die Mi-1 (3-Blattrotor, Erstflug 1948, 2.3 t, Abb. 1.43a), war ein Erfolg und wurde ab 1951 in Kasan sowie von 1957 bis 1965 auch in

**Abb. 1.42** SKYe SH09, 2014

(© Kopter)



Polen bei PZL gebaut. Auch die Mi-2 (1961, 3.7 t) wurde dort gefertigt. Da die russische Regierung den Hubschrauberbau forcierte, entstanden in kurzer Zeit viele Entwürfe. So die Mi-4 (4-Blattrotor, 1953, 7.6 t, Abb. 1.43b), Mi-6 (5-Blattrotor, 1957, 42.5 t) und die Mi-8 (1961, 14 t, Abb. 1.43c). Bemerkenswert ist die Mi-10 mit ihrem an Spinnenbeine erinnernden Landegestell, zwischen das große und sperrige Lasten passten (1961, 43.7 t, Abb. 1.43d). Sie wurde aber nur in kleiner Stückzahl gebaut. Besonders herausragend ist die Mi-12, Abb. 1.43e mit Rotoren in seitlicher Anordnung wie bei der Fw 61. Sie ist der größte Hubschrauber der Welt und verwendete zwei Rotoren der Mi-6. Erstflug dieses Schwerlasthubschraubers war 1967 mit einer maximalen Startmasse von 105 t, es wurde aber keine Serienproduktion begonnen. Die Mi-14 (1968, 14 t, Abb. 1.43f), gebaut in Kasan, war wieder erfolgreich. Die Mi-17 ist eine überarbeitete Mi-8 mit stärkeren Triebwerken.

Die Mi-24 *Hind* stellt den ersten Kampfhubschrauber in der Mi-Serie dar, mit starker Panzerung und kleinen Flügeln, die im Schnellflug ca. 25 % des Auftriebs erzeugen, Abb. 1.44a. Der Erstflug war 1969, die Startmasse liegt bei 11 t. Sie wurde sehr erfolgreich international vermarktet und spätere Versionen mit Mi-25 und Mi-35 bezeichnet. Eine Experimentalversion Mi-24LL PSV mit stromlinienförmigem Cockpit und Blattspitzen ähnlich der Westland *Lynx* als Hochgeschwindigkeitshubschrauber soll 2016 den Geschwindigkeitsweltrekord für reine Hubschrauber gebrochen haben und 407 km/h schnell gewesen sein. Die Mi-26 *Halo* ist wieder ein Schwerlasthubschrauber (56 t) und derzeit der größte je in Serie gefertigte der Welt, Abb. 1.44b. Sie hat einen 8-Blattrotor und flog erstmalig 1977. Seitdem erfolgten viele Überarbeitungen und Varianten, die neueste Mi-26T2 V mit moderner Avionik, automatischen Navigationsfunktionen sowie Nachtsichtgerät flog erstmalig 2019. Derzeit bekommt die Mi-26 Konkurrenz aus den USA durch die neue CH-53K (siehe dort). Ein weiterer Kampfhubschrauber ist die Mi-28 (5-Blattrotor, 1982, 12.1 t, Abb. 1.44c). Hier wurden erstmalig Verbundwerkstoffe für die Rotorblätter sowie ein Rotorkopfsystem ähnlich der Bo 105 verwendet. Als Besonderheit ist der Heckrotor 4-blättrig in X-Anordnung mit zwei unabhängig voneinander steuerbaren Blattsätzen zu nennen. Als Nachfolgermodell war die Mi-40 geplant, die jedoch

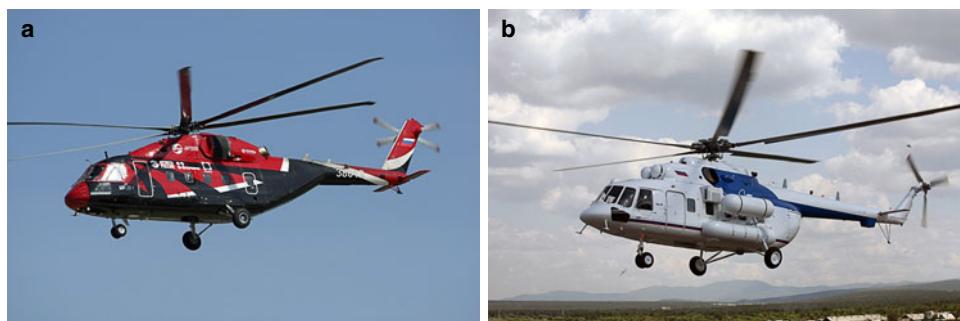


**Abb. 1.43** Hubschrauber von Mil. **a** Mi-1, 1948, **b** Mi-4, 1953, **c** Mi-8, 1961, **d** Mi-10, 1961, **e** Mi-12, 1967, **f** Mi-14, 1968 (© Russian Helicopters, JSC)

nicht gebaut wurde. Stattdessen wurde eine modernisierte Version als Mi-28N *Havoc* mit beschuss sicheren Kunststoffblättern entwickelt und seit 2008 an die russische Luftwaffe ausgeliefert. Ganz für den zivilen Markt ist die nur 1.4 t leichte Mi-34 mit 4-Blattrotor und Kolbenmotor gedacht, die 1986 erstmals flog und angeblich der erste sowjetische Hubschrauber ist, der Loopings fliegen kann, Abb. 1.44d. Die Mi-38 wurde von Mil und Kasan zusammen seit 1987 entwickelt. Aufgrund von Finanzierungsproblemen gab es aber lange Verzögerungen und der Erstflug erfolgte erst 2003. Die Musterzulassung erfolgte 2015



**Abb. 1.44** Hubschrauber von Mil, Teil 2. **a** Mi-24, 1969, **b** Mi-26, 1977, **c** Mi-28, 1982, **d** Mi-34, 1986, **e** Mi-35, 1995 (© Russian Helicopters, JSC)



**Abb. 1.45** Hubschrauber von Mil, Teil 3. **a** Mi-38, 2003, **b** Mi-171, ca. 1983 (© Russian Helicopters, JSC)



**Abb. 1.46** Hubschrauber von Kamow. **a** Ka-8, 1947, **b** Ka-10, 1949, **c** Ka-15, 1953, **d** Ka-18, 1956, **e** Ka-22, 1959, **f** Ka-25, 1963 (© Russian Helicopters, JSC)

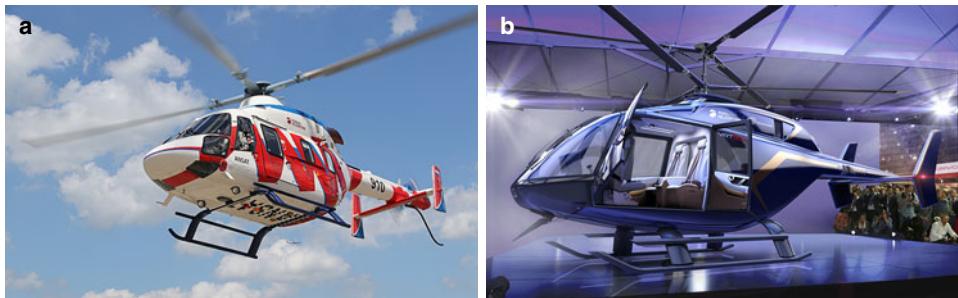
und die Serienfertigung begann 2016. Sie hat einen 6-Blattrotor und eine Startmasse von 15.6 t, Abb. 1.45a. In der Zeit des Zusammenbruchs und der Neuorganisation Russlands wurden mehrere weitere Projekte abgebrochen. Für den zivilen Markt ist ebenfalls die Mi-52 *Snegir* mit 4-Blattrotor (1.2 t) vorgesehen.

Ein weiteres wichtiges Hubschrauberkonstruktionsbüro wurde von Nikolai Iljitsch Kamow (1902–1973) zusammen mit Nikolai Skrschinski nach 1923 gegründet, wo er einen de la Cierva nachempfundenen Autogyro baute, der 1929 flog. Der erste Hubschrauber folgte 1947, die Ka-8 *Vertolet*, Abb. 1.46a, die einen Koaxialrotor aufwies, ein Markenzeichen von Kamow. 1949 folgte die Ka-10 *Hat*, Abb. 1.46b, mit besseren Leistungen,



**Abb. 1.47** Hubschrauber von Kamow, Teil 2. **a** Ka-32, 1973, **b** Ka-50, 1982, **c** Ka-226, 1997, **d** Ka-52, 1982, **e** Ka-60, 1998, **f** Ka-62, 2013 (© Russian Helicopters, JSC)

aber immer noch offenem Cockpit, das erst bei der Ka-15 *Hen* 1952 mit einer Kabine versehen wurde, Abb. 1.46c. Erfolgreich war endlich das Modell Ka-18 *Hog* mit vergrößertem Rumpf (Erstflug 1957, 1.5 t, Abb. 1.46d). 1959 flog die Ka-22 *Wintokryl*, ein Flugschrauber mit einem Flugzeugrumpf und Flügeln, an deren Ende zwei große Rotoren wie bei Focke angeordnet waren, Abb. 1.46e. Dies war als Konkurrenz zur in England geplanten Fairey Rotodyne gedacht und erreichte 365 km/h – ein Rekord. Wie bei Mil war der Schwerlasttransport auch bei Kamow 1960 ein wichtiges Thema und auch hier war eine Konfiguration mit Rotoren seitlich des Rumpfes und Flügeln dazwischen die Lösung. Es wurde aber ebenfalls nicht in Serie gebaut. Erfolgreich war jedoch die Ka-25 *Hormo-*



**Abb. 1.48** Hubschrauber von Kasan und VR-Technologies. **a** Kasan Ansat, 1999, **b** VRT500, 2019  
© Russian Helicopters, JSC)

ne mit 7.5 t Startmasse (1965, Abb. 1.46f) sowie die Ka-26 *Hoodlum* 1966. 1978 folgte die Ka-27 *Helix* und mit der Ka-50 *Hokum* ein 9.8 t schwerer Angriffshubschrauber, der 1982 flog und Lastvielfache von 3.5 erreichen soll, Abb. 1.47b. Die Weiterentwicklung ist der Ka-52 *Alligator*; *Hokum-B*, der mit 10.4 t Startmasse bis 310 km/h schnell ist und seit 2008 ausgeliefert wird, Abb. 1.47d. Als Ersatz für die Ka-26 wurde 1997 die Ka-226 *Sergej* gebaut, die hinter der Kabine einen Freiraum zur Aufnahme externer Lasten aufweist, Abb. 1.47c. Sie ist mit 3.4 t aber ein leichter Hubschrauber. Grundlegend vom Koaxialrotorprinzip abweichend ist die Ka-60 *Kasatka*, Abb. 1.47e, die 1998 erstmals flog und 6.7 t schwer ist, einen 4-Blattrotor und einen Fenestron aufweist. Die zivile Variante, Ka-62, hat einen 5-Blattrotor und flog erstmals im Mai 2017, Abb. 1.47f. Der Rumpf besteht zu großen Teilen aus Kohlefaser-Verbundwerkstoffen. Dieser Hubschrauber der H160-Klasse beinhaltet modernste Technologien wie volldigitale Triebwerksregelung und ein Cockpit mit digitaler Bildschirmanzeige. Die Rotorblätter bestehen zu großen Teilen aus Faserverbundwerkstoffen und das Enteisungssystem soll auch den Flug unter Vereisungsbedingungen erlauben.

Zunächst als reiner Flugzeughersteller wurde Kasan 1933 in Russland gegründet und begann seit 1951 mit der Mi-1 Hubschrauber zu bauen. Bis heute werden hier Mil-Hubschrauber gefertigt. Erst seit kurzem werden eigene Entwicklungen durchgeführt, z. B. 1999 die Kasan *Ansat* mit lagerlosem 4-Blatt GFK-Hauptrotor und 2-Blatt Heckrotor, Fly-by-wire Steuerung und 3.3 t Startmasse, Abb. 1.48a. Insgesamt ähnelt sie der EC 145. Eine militärische Variante ist 2008 von der russischen Luftwaffe in kleiner Stückzahl geordert worden; die Zertifizierung erfolgte Ende 2008 und die Serienfertigung der zivilen Version begann 2009. Auch den Kleinhubschraubermarkt, bisher von Robinson R66 und neuerdings auch von Bell 505 besetzt, versucht Russian Helicopters mit der von VR-Technologies entwickelten VRT-500 zu erobern, Abb. 1.48b. Es handelt sich um einen nur 1.6 t schweren, fünfsitzigen Hubschrauber mit Koaxialrotor zu je drei Blättern, der immerhin bis 250 km/h schnell fliegen soll. Der Erstflug soll Ende 2019 erfolgen.



**Abb. 1.49** Hubschrauber von PZL (Polen). **a** W-3, 1979, **b** SW-4, 1996 (© Wytwornia Sprzettu Komunikacyjnego „PZL-Swidnik“ S.A.)

## Polen

In Polen haben sich die PZL Swidnik Werke (= Panstwowe Zaklady Lotnicze; Staatliche Luftfahrt-Werke) mit Hubschrauberbauten beschäftigt. Gegründet 1928, wurden zunächst Mil-Hubschrauber in Lizenz gebaut und teilweise überarbeitet. Die erste Eigenkonstruktion war die W-3 *Sokol* mit 4-Blatt GFK-Hauptrotor und Erstflug 1979, Abb. 1.49a. Diese Maschine hatte 6.4 t Startmasse und konnte international in kleiner Stückzahl bis 1985 vermarktet werden. Die SW-4 *Puszczyk* flog erstmals 1996 und ist mit 1.8 t ein kleiner Hubschrauber, Abb. 1.49b, der allerdings fast ausschließlich die polnische Luftwaffe als Kunden fand. Zusammen mit AgustaWestland wurde daraus ein auch autonom fliegender Kleinhubschrauber, der seit 2015 reif für die Markteinführung ist. Die zivile Variante der SW-4 wird als AW009 seit 2016 angeboten.

## Türkei

Nach langer Zeit der Kooperation mit AgustaWestland hat sich die Turkish Aerospace Industries (TAI) zur Entwicklung eines eigenen Hubschraubers als Ersatz der alternden UH-1 Flotte entschieden und wird mit Unterstützung von AgustaWestland einen Kampfhubschrauber der 5 t-Klasse entwickeln. Die T-129 *Atak* basiert auf der AW129 *Mangusta* und ist ein allwettertauglicher Kampfhubschrauber mit einem MTOM von 5 t und 269 km/h Maximalgeschwindigkeit, der einen neuen 5-Blattrotor, neuen 4-Blatt Heckrotor und moderne Avionik aufweist. Zwei Triebwerke mit je 1000 kW liefern genug Leistung auch für Einsätze in großen Flughöhen. Der Erstflug fand 2009 in Italien statt und der Hubschrauber wird seit 2014 an die türkischen Streitkräfte ausgeliefert. Ganz neu ist die T625 als Transporthubschrauber für den zivilen und militärischen Markt mit 6 t Abfluggewicht und 306 km/h Reisegeschwindigkeit. Dieser Typ hatte 2018 seinen Erstflug und die Zulassung wird für 2021 erwartet.

## Indien

In Indien ist Hindustan Aeronautics Limited (HAL) ein Luft- und Raumfahrtkonzern, der sich 1964 aus einem Zusammenschluss von Hindustan Aircraft und Aeronautics India bildete. Erste Erfahrungen machte man mit dem Lizenzbau der *Alouette III* und später mit einer Weiterentwicklung der *Alouette II* zu der mit SA-315B *Lama* und in Indien mit *Cheetah* bezeichneten Version, die für große Flughöhen unter anderem einen 3-Blatt Heckrotor aufwies. Später wurde ein leichter Kampfhubschrauber daraus entwickelt. 1984 begann man, den *Advanced Light Helicopter* zu entwickeln, wobei in Kooperation mit MBB ein besonderes integriertes dynamisches Rotorsystem entwickelt wurde. Letztendlich entstand das Modell *Dhruv*, äußerlich ähnlich der EC 145, mit 5.5 t Startmasse, Abb. 1.50. Der Erstflug war 1992, aber zahlreiche Änderungen der Anforderungen sowie finanzielle Probleme verzögerten das Projekt immer wieder, wobei die Kooperation mit MBB 1995 nach dem Erstflug des letzten Prototypen beendet wurde. Die Auslieferung begann erst 2002. Der Hubschrauber hat ein gelenkloses Rotorsystem wie die Bo 105. Allerdings gab es seit Einführung einige Unfälle, die auf Materialprobleme schließen lassen. Immerhin sind bereits ca. 100 Exemplare gebaut und auch einige ins Ausland verkauft worden. 2007 stellte die *Dhruv* einen Höhenflugweltrekord mit über 9000 m Höhe auf. Derzeit ist ein Modernisierungsprogramm mit einem um 30 % stärkeren Triebwerk (Erstflug 2009) als auch einem verbesserten Vibrationsdämpfungssystem unterwegs, die Auslieferung begann 2011. Auch eine zivile Version wird angeboten.

Parallel zur *Dhruv* wurde 1989 mit der Entwicklung eines leichten Kampfhubschraubers *LCH* (= Light Combat Helicopter) begonnen, die Beauftragung zog sich jedoch bis 2008 hin. Sein Gewicht von 5.8 t und der schlanke Rumpf mit Besatzung in Tandemanordnung wie beim Eurocopter *Tiger* lassen ihn mit 270 km/h jedoch nur mäßig schnell werden. Der Erstflug fand 2010 statt und die Auslieferung erfolgt seit 2017. Die neueste Entwicklung ist ein leichter Transporthubschrauber *LUH* (= Light Utility Helicopter) mit einem MTOM von 3.1 t und einer Geschwindigkeit von ca. 250 km/h mit einem Aussehen ähnlich der EC-135. Der Erstflug fand 2016 statt und dieser Hubschrauber soll die veralteten *Cheetah* und *Chetak* Flotten ab 2018 ersetzen.

**Abb. 1.50** Dhruv von HAL (Indien) (© Caterina Jahnke, APTmedia)





**Abb. 1.51** Hubschrauber von Mitsubishi (Japan) und KAI (Korea). **a** RP-1, 1994, **b** MH 2000, 1996, **c** KAI Surion, 2010 (a Hubschraubermuseum Bückeburg)

## Japan und Korea

In Japan hat Kawasaki Heavy Industries (KHI) nach 1945 im Wesentlichen Lizenzbauten der Bell 47 und der CH 47 gefertigt. Später entstand mit MBB die BK 117. Die Mitsubishi Heavy Industries (MHI) kooperierte seit 1954 mit Sikorsky und war an der S-55; später an den Modellen S-61, S-62, der japanischen CH-53 Version als Minensucher und der SH-60 Seahawk beteiligt. Daneben baute MHI nach dem Experimentalhubschrauber RP-1 (1994, Abb. 1.51a) den MH 2000 (Erstflug 1996, 4.5 t, Abb. 1.51b), der mit einem Fenestron ausgestattet ist. Da das Interesse an diesem Hubschrauber, der seit 2000 ausgeliefert wird, jedoch gering blieb, wurde die Produktion 2004 wieder eingestellt. Als weiterer japanischer Hersteller baut Fuji Heavy Industries einige Hubschrauber in Lizenz. Südkorea begann mit einer Eigenentwicklung eines Transporthubschraubers KUH (Korean Utility Helicopter) Surion (8.7 t) 2005 bei der Korea Aerospace Industries (KAI) in Zusammenarbeit mit Eurocopter, der seinen Erstflug 2010 hatte und seit 2012 produziert wird, Abb. 1.51c. Der Hubschrauber soll international gemeinsam von KAI und Eurocopter vermarktet werden, zunächst aber den Bedarf in Korea von 245 Stück als Ersatz der veralteten Modelle UH-1H und MD500 decken. Ende 2014 wurde die Entwicklung eines leichten Hubschraubers der 4.5–5 t-Klasse angekündigt, wobei sowohl eine zivile (LCH) als auch eine militärische Version (LAH) vorgesehen ist. Beide basieren auf der H155 *Dauphin* und werden wieder in Kooperation mit Airbus Helicopters entwickelt; die Produktion ist für 2020 (LCH) und 2022 (LAH) vorgesehen.

## China

China fing ebenfalls mit Nachbauten von Hubschraubern an. Zunächst wurde 1958 das russische Modell Mi-4 von der Harbin Aircraft Factory (heute HAMC = Harbin Aircraft Manufacturing Corporation) als Z-5 gefertigt. Es gab aber ernsthafte Qualitätsprobleme,



**Abb. 1.52** Hubschrauber aus China. **a** Z-6, 1969, **b** Geplanter Transporthubschrauber, 20++, **c** AC313, 2010

was die Produktion bis 1963 blockierte. Aufbauend auf den gesammelten Erfahrungen, versuchte man sich mit der Z-6 an einer Eigenentwicklung mit 7.6 t, Abb. 1.52a. Erstflug war 1969, und ab 1970 wurde das Programm zur Changhe Aircraft Factory (heute: Changhe/Jingdezhen Aircraft Industry Corporation) verlegt. Das Z-6 Programm wurde später jedoch wegen schlechter Leistungen und Unzuverlässigkeit gestoppt. Es folgten einige Kooperationen mit Aérospatiale und Nachbauversuche der *Alouette II* sowie der *Lama*, die aber fehlschlugen. Von 1978–1989 wurden daher Lizenzfertigungen der Aérospatiale *Dauphin* als Z-9, der SA 321 als Z-8 und anderer Modelle von Aérospatiale und Bell sowie Sikorsky versucht. Seit 2005 wird mit Eurocopter die EC-175 (in China: HAI Z-15, heute AC352) entwickelt. Die chinesische Variante hat zwei WZ16 Triebwerke, die ebenfalls eine französisch-chinesische Kooperation darstellen und der Erstflug fand im Dezember 2016 in Harbin statt, einige Jahre später als die H175. Dies ist das erste Triebwerk für Hubschrauber, welches sowohl von der chinesischen (CAAC) wie der europäischen Behörde (EASA) zugelassen wurde. Die erste Z-8 flog 1985, aber es wurden nur wenige Exemplare gebaut, da etliche technische Probleme auftraten. Erfolgreich war dagegen die Z-9, die im Wesentlichen baugleich mit der AS-365 *Dauphin* war und auf einer Lizenzvereinbarung mit Eurocopter basierte. Die Z-11 ist eigentlich ein Plagiat der AS 350 *Squirrel* mit Erstflug 1994 und ca. 2 t Startmasse. Die Zukunft ist aber wegen veralteter Bauweise fraglich und nur wenige Exemplare wurden geordert. Seit 1990 versuchen sowohl die Harbin Aircraft Manufacturing Corporation wie auch die Jianxi Changhe Aircraft Com-

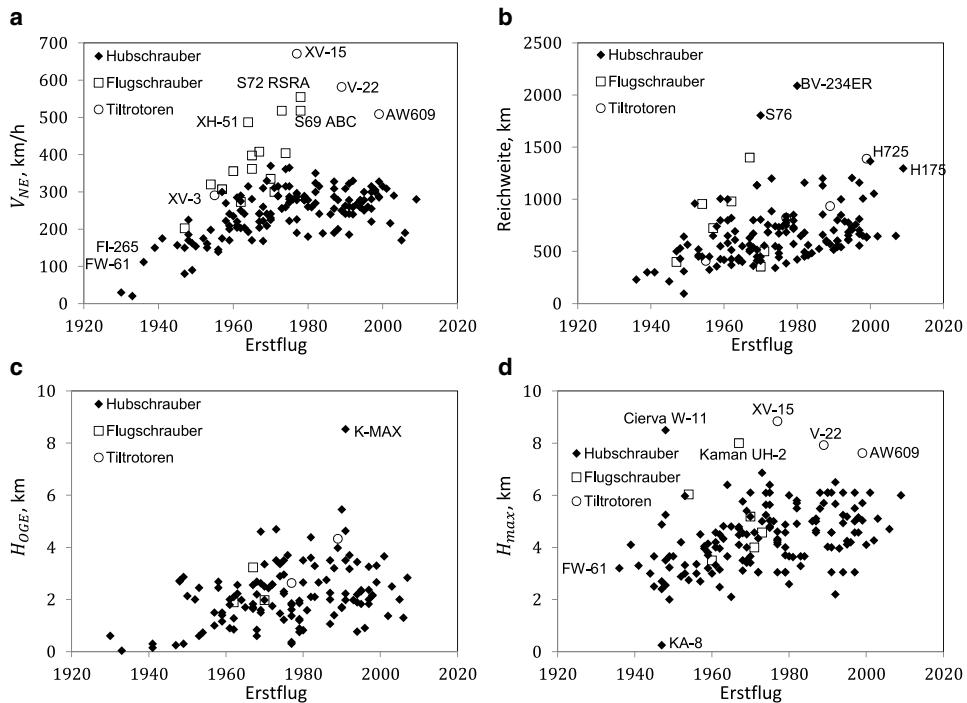
pany mit Kooperationen in der Entwicklung eigene Produkte auf den Markt zu bringen. So liefert Harbin Teile der EC 120 und Changhe Teile der Sikorsky S-92. Nach Lockerung der staatlichen Aufsicht können die Firmen selbstständiger entwickeln. Sie erwarten einen großen Nachholbedarf des chinesischen Inlandsmarktes in der 5–6 t-Klasse, in die auch Südkorea mit seiner Entwicklung zielt. 1997 wurde daher zwischen Changhe und Eurocopter ein Entwicklungsvertrag für Rotorsysteme abgeschlossen. 1999 wurde auch mit Agusta ein entsprechender Vertrag für Getriebe geschlossen. Eine Weiterentwicklung der Z-9 ist die Z-19 als 4.5 t leichter Aufklärungshubschrauber mit Erstflug 2010, dessen Exportversion Z-19E im Mai 2017 erstmalig flog.

Als Eigenentwicklung und bisher größter ausschließlich in China entwickelter Hubschrauber, aufbauend auf der Z-8, kann die AC313 von Avicopter (AVIC Helicopter Company) angesehen werden, die 2010 ihren Erstflug hatte und mit einem MTOM von 13.8 t als Großhubschrauber in der Klasse EH 101, S-92, Mi-38 gelten kann, Abb. 1.52c. Sie stellt eine Weiterentwicklung der veralteten Aerospatiale SA321 *Super Frelon* dar. An einen Rotorkopf aus Titan sind sechs GFK-Rotorblätter angeschlossen. Der Hubschrauber ist für zivile Zwecke vorgesehen und wird seit 2011 ausgeliefert; eine internationale Zertifizierung soll die weltweite Vermarktung ermöglichen. Die AVIC = Aviation Industry Corporation of China entstand 2008 aus einer Verschmelzung von AVIC I (im Wesentlichen mit Flugzeugen befasst) mit AVIC II (hauptsächlich mit Hubschraubern befasst). Beide waren 1999 aus der vor ihnen existierenden AVIC entstanden. Das neueste Produkt ist der Kleinhubschrauber AC311 (2.5 t, 2011), der 2013 seine Zulassung erhielt und einen dreiblättrigen lagerlosen Hauptrotor hat. Weitere Modelle zwischen 1 t und 8 t sind in Planung, um die gesamte Palette an Größen abzudecken.

Des Weiteren gibt es noch die Chongqing Helicopter Investment Co., welche Ende 2012 den amerikanischen Hersteller Enstrom übernahm. Das Modell 480B ist ein fünfsitziger Kleinhubschrauber mit Turbinenantrieb als Konkurrenz zur R66 von Robinson, welcher primär für den chinesischen Markt gedacht ist. Die kleinere dreisitzige 280FX hat einen Kolbenmotor mit Turbolader und konkurriert mit der Robinson R22. Beide Enstrom Hubschrauber haben einen Dreiblattrotor. Die Firma kooperiert seit 2013 mit AgustaWestland.

## 1.2.6 Entwicklung der Größe und Flugleistungen von Drehflüglern

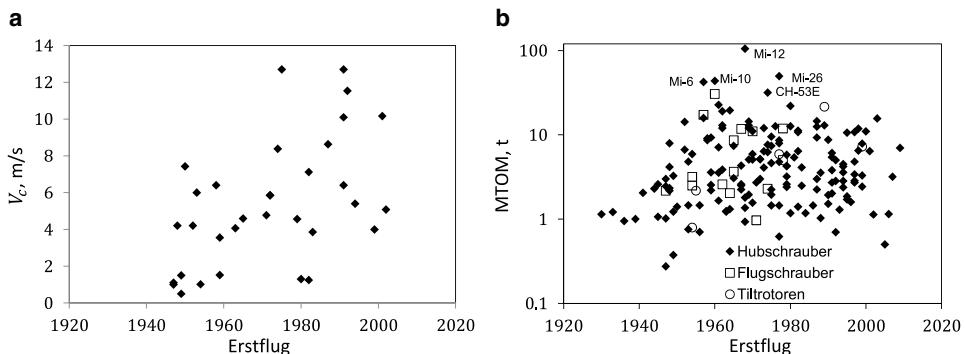
Unter Flugleistungen versteht man die Grenzen des stationären Fluges, also die Reichweite, die maximale Flughöhe, die maximale Fluggeschwindigkeit, die maximale Steiggeschwindigkeit und ähnliche Parameter. Mit Größe ist hier der Rotorradius und das maximale Abfluggewicht gemeint. Die rasante Entwicklung der Drehflügelflugzeuge nach dem zweiten Weltkrieg ist anhand der Entwicklung der Flugleistungen besonders gut zu erkennen, wie sie in Abb. 1.53 dargestellt ist. Die maximale Fluggeschwindigkeit zeigt eine fast lineare Zunahme bis etwa 1970, wo knapp 400 km/h mit Hubschraubern erreicht wurden, danach fand keine weitere Erhöhung der Fluggeschwindigkeit statt –



**Abb. 1.53** Entwicklung der Flugleistungen. **a** Maximale Fluggeschwindigkeit, **b** Maximale Reichweite, **c** Maximale Flughöhe im Schwebeflug, **d** Maximale Flughöhe im Vorwärtsflug

offensichtlich ist hier eine physikalische Grenze erreicht worden, die nur mit anderen Konfigurationen überwunden werden kann. Flugschrauber entlasten den Rotor von der Schubherzeugung und oft auch von der Auftriebserzeugung und können daher schneller fliegen, etwa 550 km/h sind um 1980 erreicht worden. Danach wurde diese Technologie für 20 Jahre nicht wieder verwendet, erst seit 2005 hat Sikorsky das Konzept mit seiner X2 wieder aufgegriffen. Kipptrotorflugzeuge (Tiltrotoren) ermöglichen die Verwandlung in ein Flächenflugzeug und damit sind bis knapp 700 km/h möglich, wobei die neueren Entwicklungen auf nur etwa die doppelte Geschwindigkeit von Hubschraubern zielen.

Eine ähnliche Entwicklung ist in der Reichweite zu finden, siehe Abb. 1.53b. Hier zeichnet sich nach der anfänglich starken Zunahme der Reichweite ab 1960 ein langsamer, aber stetiger Zuwachs ab, wobei zwei Schwerpunkte sichtbar sind. Eine gewisse Häufung findet sich um 600 km (kleine und mittelgroße Hubschrauber), eine weitere bei etwa dem doppelten Wert (große Hubschrauber). Auch die maximale Flughöhe im Schwebeflug außerhalb des Bodeneffektes ( $OGE = \text{out of ground effect}$ ) in Abb. 1.53c sowie die maximale Flughöhe im Vorwärtsflug Abb. 1.53d weist einen großen Zuwachs in der Nachkriegszeit auf und ist seit etwa 1970 mit ungefähr 4000 m (Schwebeflug) und 6000 m Höhe



**Abb. 1.54** Entwicklung der Steigraten und Abflugmassen. **a** Maximale senkrechte Steigrate, **b** Maximale Abflugmasse

(Vorwärtsflug) konstant. Da der Vorwärtsflug weniger Leistung als der Schwebeflug benötigt, ist die maximale Flughöhe dort größer (wie später noch gezeigt wird). Herausragend ist hier der Kaman K-MAX zu nennen, der für große Schwebeflugleistungen konzipiert ist. Hier ist aber eine große Streuung zu finden, die in den verschiedenen Verwendungszwecken ihre Ursache hat. Generell finden sich die Flugschrauber in den Bereichen der Hubschrauber wieder, während die Tiltrotoren aufgrund ihrer Flugzeugkonfiguration im Reiseflug deutlich größere Flughöhen aufweisen, im Schwebeflug aber keine größere Höhe erreichen als Hubschrauber.

Weiterhin ist die maximale Steigrate im senkrechten Flug ein wichtiges Leistungsmerkmal. Diese ist in Abb. 1.54a gezeigt; hier liegen nicht für alle Hubschraubermuster Daten vor. Der Trend ist analog zu den bisherigen Leistungsparametern. Heute übliche senkrechte Steigraten liegen im Bereich von 5–10 m/s. Die maximalen Abflugmassen haben keinen eindeutigen Entwicklungstrend, siehe Abb. 1.54b. Mit der Mi-12 von über 100 t um 1970 ist ein einmaliger Rekord erreicht worden, aber für solche Schwerlasthubschrauber ist offensichtlich kein Bedarf, es wurde auch nur ein Gerät gebaut. Schwere Transporthubschrauber um 20 t sind bereits seit 1960 in Großserie gebaut worden und seither in stetiger Überarbeitung immer noch im Markt. Die meisten Hubschrauber decken jedoch den Bereich bis maximal 10 t ab.

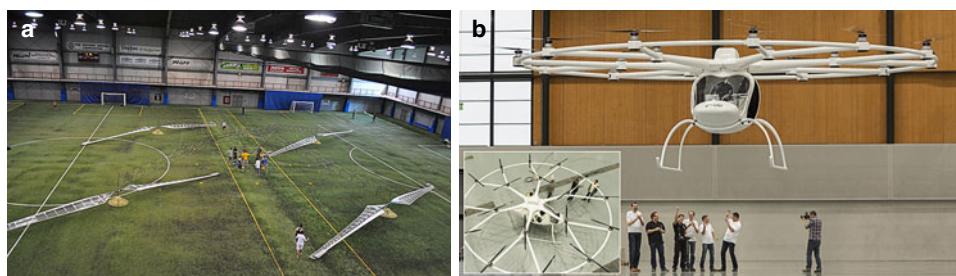
### 1.2.7 Muskelkraftgetriebene Hubschrauber (Human Powered Helicopter)

1980 wurde, von Igor Sikorsky initiiert und von der American Helicopter Society unterstützt, ein Preis von insgesamt \$ 250.000,– für einen nur mit Muskelkraft angetriebenen Hubschrauber ausgeschrieben. Es musste eine Höhe von 3 m erreicht werden sowie 1 Mi-

nute lang geflogen werden, wobei ein Quadrat von  $10\text{ m} \times 10\text{ m}$  nicht verlassen werden sollte. Viele Versuche wurden seitdem an verschiedenen Universitäten der USA, in Japan und letztlich in Kanada unternommen, die jedoch nur Kurzflüge von wenigen Sekunden in weniger als 0.5 m Höhe – also im stärksten Bodeneffekt – ermöglichten. Der berechnete Leistungsbedarf war so groß, dass ein Mensch ihn nur kurzzeitig aufbringen konnte. Da-her galt diese Aufgabe lange Zeit als unlösbar, denn zwar sinkt die erforderliche Leistung mit zunehmendem Radius, aber gleichzeitig wächst damit das Gewicht der Konstruktion und folglich auch die erforderliche Leistung. 2013 konnte dann doch AeroVelo, im We-sentlichen ein Team von Studenten der Toronto University in Kanada, den Preis gewinnen, nachdem die Abmessungen der Rotoren im Vergleich zu den Konkurrenten, insbesondere der University of Maryland, nochmals erheblich auf einen Radius von je 10 m vergrößert worden war.

Der Atlas genannte Hubschrauber hat vier über Kreuz verbundene gegenläufige Roto-ren mit je 2 Blättern zu 10 m Radius, die dabei von einem in der Mitte hängend angebrach-ten Radler angetrieben wurden. Dabei wurden Seile, welche um die Rotornaben gewickelt waren, abgespult. Die Blätter hatten eine hyperbolische Profiltiefenverteilung und gewölb-te Hochauftriebsprofile. Gewölbte Hochauftriebsprofile für kleine Reynoldszahlen fanden ebenso Anwendung wie eine hyperbolische Profiltiefenverteilung und -verwindung, opti-miert für minimale Schwebeflugeistung. Die gesamte Konstruktion ist in Ultraleichtbau-weise aus Kohlefaser-Verbundwerkstoffen als Fachwerk gefertigt. Beim Start wurde mit bis zu 1.100 Watt Leistung die erforderliche Höhe erreicht und dann mit nachlassender Leistung der Sinkflug bis in Bodennähe durchgeführt, um darin den Rest der erforder-lichen Zeit zu verweilen. Die Steuerung bestand lediglich aus Gewichtsverlagerung des Radlers. Da die Gesamtabmessungen etwa 50 m in der Diagonale waren, wurden die Flug-versuche in einer entsprechend großen Halle durchgeführt, siehe Abb. 1.55a.

Auch die University of Maryland beteiligte sich am Wettbewerb mit einer ähnlichen, etwas kleineren Konstruktion namens *Gamera* und erreichte auch zuerst kurze Flüge, hatte aber letztlich das Nachsehen. Seitdem wurde das Gerät in einen durch Solarstrom betrie-benen mantragenden Hubschrauber konvertiert und erreichte August 2016 einen Flug von 9 s Dauer in ca. 30 cm Höhe.



**Abb. 1.55** Muskelkraftgetriebener und voll elektrischer Hubschrauber. **a** Human Powered Helicop-ter, **b** Elektrisch angetriebener Hubschrauber (b © e-volo GmbH/Karlsruhe)

## 1.2.8 Elektrische Hubschrauber

Im Zuge der Elektromobilität, die zunächst im Modellflugzeug Einzug hielt, dann über Automobile auf Fahrräder mit Elektromotor als Unterstützung übergriff, war es naheliegend, dass auch die Luftfahrt Ziel des elektrischen Antriebes werden würde. Die *Solar Impulse* hat die Möglichkeiten aufgezeigt, die sich mit Solarzellen auf dem Flügel für einen Motorsegler ergeben können.

Senkrecht startende, elektrisch betriebene, mantragende Fluggeräte sind seither unter dem Akronym eVTOL (electric Vertical Take-Off and Landing) bekannt und finden hauptsächlich im Rahmen von Überlegungen zu neuen innerstädtischen Kurzstrecken-transportssystemen als Lufttaxi eine Rolle. Diese Konzepte werden unter dem Begriff UAM (Urban Air Mobility) geführt. Konstruktiv leiten sie sich von ferngesteuerten Drohnen mit mehreren um die Zelle herum verteilten Rotoren (Multikopter) ab und basieren auf bürstenlosen direkt angetriebenen Elektromotoren mit auf deren Welle montierten starren Propellern. Somit entfällt die zentrale Antriebsturbine, das schwere und teure Getriebe nebst Rotormast und Taumelscheibensteuerung sowie der langen Welle zum Heckrotor, dessen Getriebe und Steuerung. Damit ist die Konstruktion erheblich leichter und einfacher als die von Hubschraubern. Für den Drehmomentenausgleich müssen jedoch immer je zwei Propeller mit gegenläufiger Drehrichtung vorhanden sein und für eine stabile Fluglage daher mindestens vier Propeller um die Zelle herum angeordnet werden. Deinen Schub wird über die Propellerdrehzahl geregelt, eine Blattwinkelverstellung gibt es nicht. Da Propeller für axiale Anströmung konzipiert sind, stellt der Vorwärtsflug eine erhebliche Problematik dar. Entweder muss das ganze Gerät oder die einzelnen Propeller in die gewünschte Flugrichtung geneigt werden. Queranströmung starrer Propeller ohne Blattverstellung erzeugt jedoch große Wechsellasten und Biegemomente an den Wellen, führt damit zu erheblichen Vibrationen und begrenzt die erreichbare Fluggeschwindigkeit erheblich. Daher sind viele Konzepte mit Flügeln versehen, so dass die Propeller im Schnellflug entweder nach vorne gekippt (wie bei Tiltrotoren) oder im Flügel fest installiert sind und mit diesem zusammen kippen.

Seit 2011 eine Vorstudie flog (Volocopter VC-1 der Firma e-volo in Karlsruhe), ist das Konzept zu einem Experimentalhubschrauber VC-200 gereift, der 2013 seinen zunächst unbemannten Erstflug hatte. Anstelle eines konventionellen Rotors hat die VC-200 18 Elektromotoren zu je 3.9 kW Leistung (in der Summe 70 kW) mit jeweils einem starren Propeller auf einer Ebene über dem Rumpf verteilt, siehe Abb. 1.55b. Je zwei Motoren werden von insgesamt neun Batterien gespeist und im Schwebeflug wird eine Leistung von ca. 50 kW gebraucht. Ob daraus jemals ein praktikabler Hubschrauber wird, ist völlig offen und hängt auch sehr von der Entwicklung leichter Akkumulatoren höchster Energiedichte ab, um Flugzeiten von mindestens einer Stunde zu erreichen. 2016 fand der erste bemannte Flug statt. Mit einem Abfluggewicht von 450 kg gehört der VC-200 zu den Ultraleichtfluggeräten, mit dem eine Geschwindigkeit von 100 km/h erreicht werden soll. Da er aufgrund der starren Propeller nicht autorotationsfähig ist, hat der VC-200 ein Fallschirmbergesystem. 2016 erhielt der VC-200 die vorläufige Verkehrszulassung (VVZ),

2018 folgte ein Testbetrieb in Dubai und ab 2019 soll auch ein Testbetrieb in Singapur folgen. Des Weiteren wurde 2017 als Weiterentwicklung das Serienmodell 2X vorgestellt, das zukünftig als Lufttaxi Einsatz finden soll. In Deutschland kooperiert der Flughafen Frankfurt mit Volocopter, um zu erkunden, ob eine Verbindung vom Stadtzentrum zum Flughafen aufgebaut werden kann. Der ADAC hat 2018 angekündigt, den VC-200 für die Luftrettung als Transporter eines Notarztes zum Unfallort einzusetzen und wird zunächst eine Erprobungsphase durchführen. Aufgrund des großen spezifischen Gewichtes der Batterie können derzeit nur Flüge bis zu ca. 25 min erfolgen. Die Kosten eines solchen Gerätes werden in der Größenordnung von €250.000 liegen und damit nur halb bis ein Drittel so groß sein wie zum Beispiel ein Robinson R-22 Kleininstahubschrauber.

Die chinesische Firma Ehang vermarktet ein elektrisch betriebenes, autonom fliegendes Gerät mit der Bezeichnung EHang 184 (1 Person, 8 Propeller, 4 Auslegerarme) mit vier Koaxialrotoren an Auslegern um die Kabine. Dieses wurde bereits 2017–18 in Dubai versuchshalber als Lufttaxi im Personentransport eingesetzt, auch Singapur plant die Einführung solcher Geräte. Das Gerät wiegt 360 kg, die Propeller werden je einzeln von Elektromotoren zu je 152 kW Maximalleistung angetrieben; die Flugleistungen und Kosten entsprechen denjenigen des zuvor beschriebenen VC-200.

Auch die Firma Airbus arbeitet an einem *CityAirbus* im Rahmen einer Konzeptstudie, der allerdings vier Passagiere aufnehmen soll. Der Erstflug ist für 2019 vorgesehen und das Gerät hat vier einzeln angetriebene ummantelte Koaxialrotoren an Auslegern; die Motoren leisten jeweils bis zu 100 kW. Ein weiteres Projekt von Airbus ist die *A<sup>3</sup> Vahana* mit zwei Kippflügeln zu je vier Propellern an deren Vorderkante, die jeweils einen 45 kW Motor besitzen. Bis zu 815 kg Gesamtgewicht bei zwei Passagieren sollen bis zu 230 km/h schnell transportiert werden können. Der Erstflug erfolgte Januar 2018.

Derzeit gibt es weit über 200 Konzepte für Elektromobilität in der Luft, die sehr übersichtlich auf den Webseiten der Vertical Flight Society mit ihren technischen Daten dargestellt sind <http://evtol.news/aircraft/>.

Allerdings ist die Flugzeit und damit die Reichweite solcher vollelektrisch und als Hauptziel autonom betriebener Fluggeräte aufgrund der geringen Akkumulatorkapazität noch sehr begrenzt und nach jedem Flug von wenigen Minuten müssen lange Ladezeiten in Kauf genommen werden. Hier ist noch ein Quantensprung sowohl in der Leistungsdichte der Akkumulatoren als auch der Schnellladefähigkeit vonnöten. Auch die Vision, den verstopften Straßenverkehr durch massenhaften Einsatz von solchen Fluggeräten signifikant zu entlasten, ist mehr Fiktion als Wahrscheinlichkeit, denn schon relativ wenige solche Fluggeräte würden dann den Luftraum verstopfen und auf den Straßen hätte sich nichts Spürbares verändert. Obendrein ist diese Art der Fortbewegung um ein Vielfaches teurer als der Bodentransport und daher nur zahlungskräftigen und -willigen Kunden vorbehalten. Eine Lösung des Transportproblems von Massen kann – zumindest auf absehbare Zeit – nur mit einem Massentransportmittel erzielt werden, also U-Bahn, Straßenbahn und Omnibussen.

Trotz der seit etwa 2015 weltweit vorherrschenden Goldgräberstimmung auf dem Gebiet der Elektromobilität im Sinne von autonom fliegenden Individualverkehrsgeräten

sind bis zu einem realen Routineeinsatz in bewohnten Gebieten noch viele Hürden auch nichttechnischer Art zu überwinden. Daher wird es in absehbarer Zeit – außer für Erprobungsbetrieb – keine solchen Geräte im Einsatz geben. Unter anderem müssen folgende Fragen geklärt werden:

*Infrastruktur:* Wo sollen all die notwendigen Landeplätze geschaffen werden? Diese Geräte brauchen den Platz eines Kleingartens (pro Gerät!) und solcher Platz ist in den Städten entweder gar nicht oder nur sehr beschränkt vorhanden und außerdem extrem teuer. Daher kommen fast nur die Flachdächer von Gebäuden in Frage, die aber oft nicht Platz für mehrere Fluggeräte bieten. Außerdem muss die gesamte Infrastruktur dafür geschaffen werden, d. h. neben der Tragfähigkeit auch die zugehörige Stromanbindung etc. In Großstädten wird man 100 bis 150 solcher Plätze brauchen, um einen sinnvollen Abdeckung zu erreichen.

*Vorrang:* Ohne Nachladung werden maximal ca. 10 Anflüge pro Stunde erfolgen können und bei regem Flugverkehr muss entschieden werden, welches anfliegende Gerät Landepriorität erhält. Die anderen müssen dann warten, aber mit der begrenzten Flugzeit wird das sehr schnell problematisch. Ausweichplätze müssen dann recht nahe liegen, aber dort wird dasselbe Problem vorhanden sein.

*Sicherheit:* Wie stellt man die Sicherheit des Flugbetriebs her? Sowohl das elektrische Antriebssystem und das Navigationssystem müssen nachweislich ausfallsicher sein, was üblicherweise durch Redundanz von Systemen gewährleistet ist, die in diesen Geräten nicht vorhanden ist. Da diese Geräte im Prinzip nichts anderes als große Drohnen sind, kann man derzeit nur die Unfallrate von Drohnen heranziehen, wo etwa jeder zweite Unfall mit Absturz und Zerstörung endet. Für Personenbeförderung ist das jedoch nicht akzeptabel. Die Sicherheit nachzuweisen wird für die Hersteller eine sehr große Hürde sein.

*Wo darf geflogen werden?* Solange die Geräte einen Piloten haben, unterliegen sie den heutigen Regeln des Luftverkehrs. Autonome Geräte (Drohnen) jedoch dürfen heute noch nicht in dem Luftraum fliegen, der von bemannten Geräten beflogen wird, also nicht höher fliegen als ca. 100 m über Grund und nicht in der Nähe von Flughäfen. Die Koordination mit bemannten Flugzeugen und Hubschraubern – zum Beispiel bei Rettungseinsätzen – erfordert die schnelle Räumung des Luftraumes von Drohnen.

*Unfallvermeidung:* Wie kann man Zusammenstöße von diesen Geräten in der Luft verhindern? Privatpiloten fliegen nach Sichtflugbedingungen, autonom fliegende Lufttaxis müssen daher neben Erkennung von stehenden Hindernissen wie Gebäuden auch eine Erkennung von sich bewegenden Hindernissen besitzen und entsprechende Ausweichmanöver durchführen können, auch, wenn viele solcher Geräte ihre Wege mehr oder weniger

gleichzeitig kreuzen. Ausweichregeln und Kommunikation zwischen den Geräten verschiedenster Hersteller muss daher gewährleistet sein.

*Wettertauglichkeit:* Wann müssen die Geräte am Boden bleiben? Je nach Wetter gibt es besonders in Städten an Gebäuden starke Turbulenzen und Fallböen, mit denen die Geräte zurecht kommen müssen. Da deren Leistungsfähigkeit begrenzt ist, werden sie zum Beispiel bei Sturm gar nicht einsetzbar sein. Regen, Schnee, Hagel etc. wird die Sensorik stark beeinträchtigen. Standzeiten werden jedoch die Wirtschaftlichkeit stark herabsetzen, aber die ständige Verfügbarkeit wird kritisch für die Kunden sein.

*Flugaufsicht:* Wie wird der Flugverkehr überwacht bzw. geregelt? Hier sind bisher keine Regeln und Prozeduren vorhanden und die zugehörigen gesetzlichen Regeln müssen erst noch geschaffen werden. Hier wird es viele bürokratische Hürden zu überwinden geben und man muss sich fragen, wer das letztlich für die zu erwartend relativ geringe Menge an Kunden alles bezahlen soll.

Insgesamt wird die Kombination der Anforderungen an Sicherheit, Betrieb, kommerzielle und den Luftverkehr regelnden Randbedingungen sowie zahlreicher weiterer Fragestellungen auf absehbare Zeit keinen Regelbetrieb aufkommen lassen. Immerhin begann die EASA 2018, Standards für kleine eVTOL mit bis zu fünf Insassen und einem Maximalgewicht von bis zu 2 t Gewicht zu erarbeiten.

Aus energetischer Sicht sind viele kleinere schnell drehende Rotoren immer unwirtschaftlicher als ein großer, langsam drehender. Der Grund für den Trend zu Multikoptern liegt im elektrischen Antrieb begründet. Die starren Propeller ohne jeglichen Freiheitsgrad sitzen ohne Getriebe direkt auf der Welle der Elektromotoren, welche ja auch sehr gut und schnell über deren Drehzahl geregelt werden können. Das stellt eine simple, kostengünstige Bauweise dar. Ein großer, langsam drehender Rotor benötigt in der Regel ein Untersetzungsgetriebe zum schnell drehenden Verbrennungsmotor, außerdem eine kinematisch aufwändige Taumelscheibensteuerung und beweglich gelagerte Rotorblätter, alles schwere und teure Komponenten. Bei gleichen Außenabmessungen ist ein klassischer Hubschrauber immerhin ca. fünfmal schwerer, braucht zwar daher mehr Energie zum Fliegen, hat aber dafür wesentlich mehr Nutzlast im Verhältnis zum Gesamtgewicht, kann wesentlich schneller und höher fliegen, hat viel längere Flugzeiten als auch viel größere Reichweite.

Bei gleichem Gesamtgewicht wäre ein Hubschrauberrotor deutlich kleiner in seinen Abmessungen und bräuchte daher auch mehr Leistung zum Fliegen (wie im nächsten Kapitel gezeigt wird, hängt die benötigte Leistung von der Rotorkreisfläche ab), hätte aber dennoch mehr Nutzlast und aufgrund der wesentlich höheren Energiedichte von Treibstoff im Vergleich zu Stromspeichern immer noch deutlich längere Flugzeiten, höhere Geschwindigkeiten und eine deutlich größere Flugveloppe.

## 1.3 Der Blattanschluss am Rotorkopf

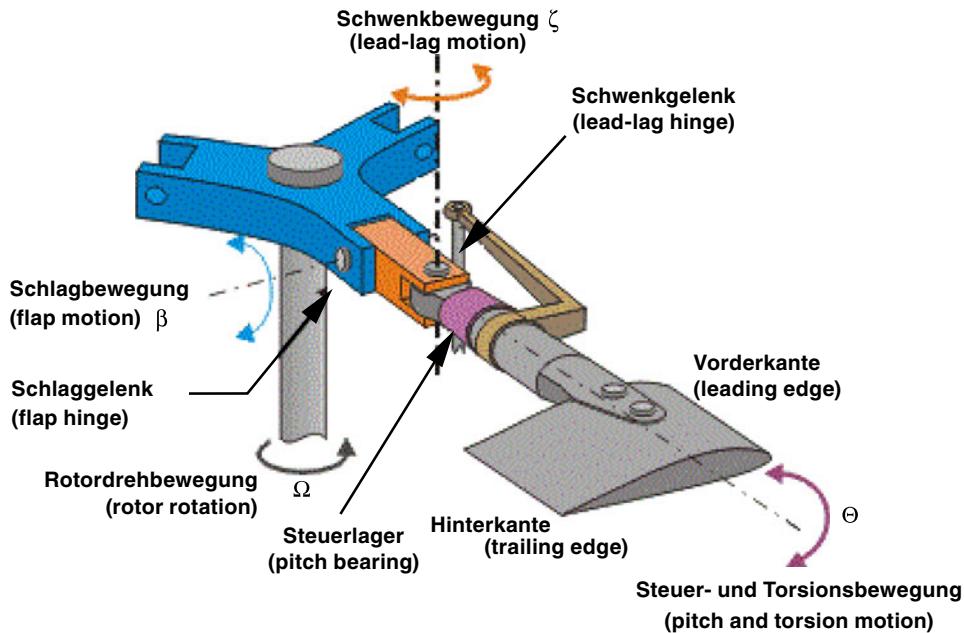
### 1.3.1 Einleitung

Generell besteht ein Hubschrauber oder Drehflügler aus einem Rotor mit großem Durchmesser, der eine relativ niedrige Flächenbelastung aufweist ( $95\text{--}470 \text{ N/m}^2$ ), siehe Abb. 1.56. Der Rotor besteht aus zwei bis vier, manchmal bis sieben oder sogar mehr Blättern, deren Anzahl in der Regel mit der Größe (also dem Gewicht) des Hubschraubers einhergeht. Die Rotorblätter haben eine recht große Streckung (Verhältnis Länge zu Breite; typischer Wert: 20) und besitzen heutzutage eine über den Radius variierende Profilierung und Geometrie. Die meisten Rotoren drehen, von oben gesehen, gegen den Uhrzeigersinn (siehe Abb. 1.57). Ferner ist in der Regel ein weiterer Rotor mit kleinem Durchmesser am Heck zu finden, dessen Aufgabe es ist, das Gegendrehmoment (= Reaktionsmoment) des Hauptrotors auszugleichen. Außerdem wird er für die Steuerung des Hubschraubers um die Hochachse und für die Richtungsstabilität im Reiseflug benötigt. Wichtige Freiheitsgrade der Blattbewegung sind folgende Winkel:

- $\beta$ : Schlagbewegung, normal zur Rotationsebene, positiv für eine Aufwärtsbewegung
- $\zeta$ : Schwenkbewegung, in der Rotorebene, positiv entgegen der Rotationsrichtung; manchmal positiv in Drehrichtung (dann im engl. lead-lag genannt).



**Abb. 1.56** Hauptelemente eines Hubschraubers



**Abb. 1.57** Freiheitsgrade der Blattbewegung, voll gelenkiger Blattanschluss

- $\Theta$ : Steuerwinkel- und  $\vartheta$ : Torsionsbewegung, Drehung des Blattes um die elastische Achse, positiv für Aufwärtsbewegung der Nasenkante.

Der Hubschrauber selbst hat im stationären, unbeschleunigten Flugzustand die Freiheitsgrade der Nick-, Roll- und Gierlage. Im Folgenden werden kurz die zwei Hauptflugzustände des Hubschraubers behandelt, welche der Schwebeflug und der horizontale Vorwärtsflug sind. In beiden ist generell der Steig- und Sinkflug möglich.

Aufgrund der prinzipiell instationären aerodynamischen Kräfte und Momente wird ein Rotorblatt wegen seiner elastischen Eigenschaften mit ebenso instationären Schwingungen reagieren. Grundsätzlich ist das gekoppelte Gesamtsystem ein aeroelastisches dynamisches Antwortproblem. Da jeder Blattbewegung die Einspannung des Blattes an der Wurzel entgegensteht, entstehen dort große Biegemomente, die bei den ersten Hubschrauberentwürfen oft genug zum Bruch der Rotorblattanschlüsse geführt haben. Um diesen Biegemomenten standzuhalten, haben Windmühlen und Windenergieanlagen sehr dicke, steife Blatthälse.

Erst die Anwendung des Schlaggelenkes an der Blattwurzel durch de la Cierva in den frühen 20er Jahren des 20. Jahrhunderts machte dessen Entwicklung von Autogyros erfolgreich, da damit das Rotorblatt ohne diese Biegemomente eine Schlagbewegung ausführen kann und dennoch den Schub voll auf den Rotorkopf und damit den Hubschrauber überträgt.

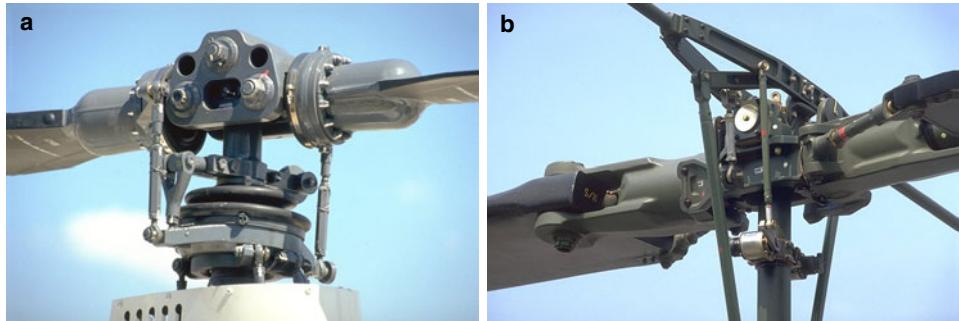
Grundsätzlich gibt es viele Möglichkeiten, ein Rotorblatt am Rotorkopf zu befestigen:

1. Starr angeschlossene Blätter, bei denen jede Bewegungsmöglichkeit nur durch die Steifigkeiten der Struktur bestimmt wird.
2. Anschluss eines jeden Blattes mittels eines Schlaggelenkes, welches durch Schrägstellung der Gelenkachse auch gleichzeitig eine Drehbewegung um seine Längsachse oder eine Schwenkbewegung ausführt. Auch ein Schwenkgelenk kann entsprechend angeordnet werden.
3. Mechanische Dämpfer können an den Gelenken angebracht sein.
4. Zweiblattrotoren können in sich starr sein, aber ein zentrales Schlaggelenk aufweisen, das wiederum auch schräg angeordnet sein kann.
5. Mehrblattrotoren können mit einem Universalgelenk an den Rotorkopf angebunden sein.

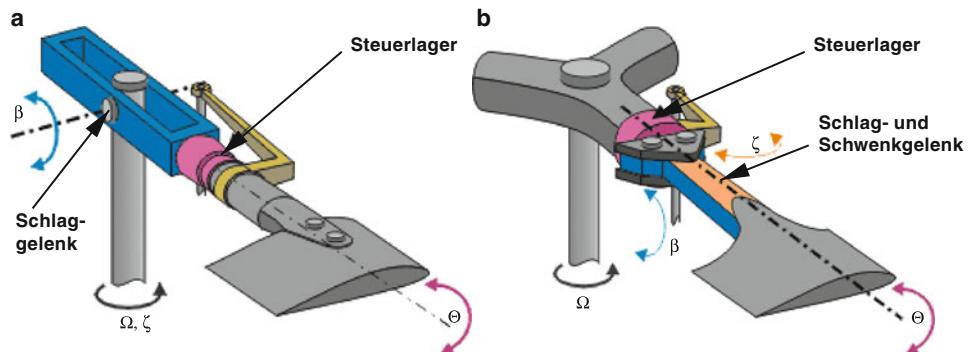
Jede der Anschlussarten hat Einfluss auf das dynamische Verhalten der Rotorblätter und auf die Kräfte und Momente, die über den Rotorkopf auf den Rumpf übertragen werden, zum Beispiel: Amplitude der Blattbewegungen, Roll- und Nickmomente, Kreisel-effekte, Spannungen in der Blattwurzel, Vibrationen, aerodynamische Leistungsfähigkeit, Steuerkräfte, Stabilität des Hubschraubers, Trimmung und Autorotationsverhalten.

### 1.3.2 Zentrales Schlaggelenk

Ein einfacher Ansatz, den Rotorblättern eine freie Schlagbewegung (d. h. normal zur Drehebene) zu ermöglichen, ist die bei 2-Blattrotoren häufig angewandte Methode eines zentralen Schlaggelenkes, wobei die beiden Rotorblätter untereinander starr verbunden bleiben. Dieses Wippgelenk funktioniert wie die Kinderwippe auf einem Spielplatz und ist seit 1945 von der Bell 47 bekannt; sie hat den Vorteil, konstruktiv relativ einfach zu sein. Wegen der starren Verbindung ist die Bewegung eines Blattes jedoch mit der des anderen Blattes gekoppelt, was im schnellen Vorwärtsflug mit erhöhtem Widerstand einhergeht. Außerdem sind aufgrund der starren Verbindung die Schlagbiegemomente im Rotorzentrum sehr groß. Die starre Verbindung der Blätter miteinander weist demzufolge auch kein Schwenkgelenk auf; daher sind auch die Schwenkbiegemomente wie beim gelenk- und lagerlosen Rotor hier sehr groß. Zwei Beispiele für derartige Blattanschlüsse sind in Abb. 1.58 gegeben; das Prinzip ist schematisch noch einmal in Abb. 1.59a dargestellt. Bei mehr als zwei Rotorblättern wäre eine Anbindung an den Rotorkopf über ein Kardangelenk denkbar. Der Rotor erfährt dabei aufgrund der Kinematik des Gelenkes Drehzahlenschwankungen und erzeugt dadurch Drehmomentschwankungen, sobald er aus der Drehebene der Antriebswelle auskippt, die mit der doppelten Drehzahl auftreten. Die Drehzahlabweichung eines Kardangelenks führt auch zu Winkelabweichungen, die beide durch die Kinematik des Kardangelenks verursacht werden. Die Beziehung für die Drehzahlabweichung lautet (ohne Index = Antriebswelle,  $R$  = Rotor,  $\beta$  = Winkel zwischen



**Abb. 1.58** Zentrales Schlaggelenk an 2-Blattrotoren. **a** Robinson R-22, **b** Bell UH-1D (© Burkhard Domke)



**Abb. 1.59** Prinzip des halbstarren und gelenklosen Blattanschlusses. **a** Halbstarres Schlaggelenk, **b** Gelenkloser Blattanschluss

Rotorebene und Antriebswelle,  $\Omega$  = Antriebsdrehfrequenz,  $\psi$  = Rotorumlaufwinkel = Azimut):

$$\frac{\Omega_R}{\Omega} = \frac{\cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \sin^2 \psi} \quad (1.1)$$

Da der Faktor  $\sin \psi$  Werte von -1 bis 1 annimmt, ist die Auswirkung bei kleinen Winkeln von  $\beta$ , wie sie im Hubschrauberbereich in der Regel auftreten, nicht allzu groß, stellt aber eine andauernde Wechselbelastung für die Komponenten dar und verursacht damit Vibrationen.

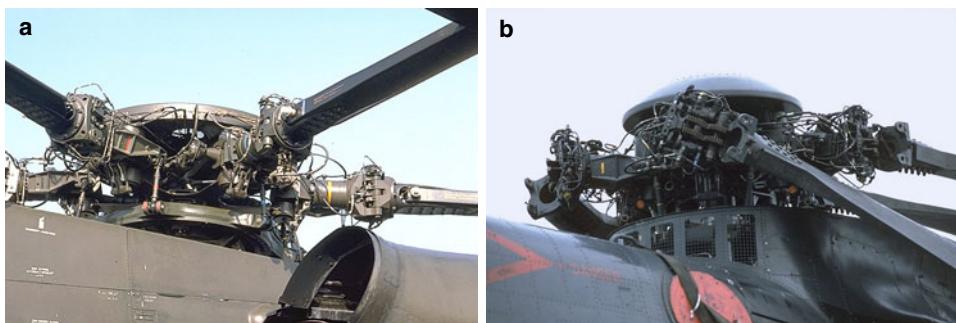
### 1.3.3 Gimbalrotor

Daher kommt bei den Propellern ähnlichen Tiltrotoren, welche im Gegensatz zu Propellern auch den Schlagfreiheitsgrad haben müssen, die dem Kardangelenk ähnliche homo-

kinetische Anbindung eines Mehrblattrotors (mindestens  $N_b = 3$  bei XV-3, XV-15, X-22, V-22 *Osprey*, BA609;  $N_b = 4$  bei *ERICA*) an den Rotorkopf zum Einsatz, bei dem die Blätter untereinander starr oder halbstarr an einer gemeinsamen Ebene verbunden sind, die in alle Richtungen frei kippen kann. Hier treten die Drehzahlabweichung und die damit verbundenen Vibrationen nicht mehr auf. Diese Art wird bei Tiltrotoren in der Regel angewandt, die sowohl Eigenschaften im Hubschraubermodus als auch im Propellermodus aufweisen müssen. Allerdings wirken dann die Fliehkräfte nicht mehr in einer Ebene senkrecht zur Antriebswelle, sondern in der Drehebene des Rotors, das heißt die Rotorblätter müssen relativ zum Rotorkopf ein weiteres Schlaggelenk oder eine äquivalente Anbindung haben. Die Reaktion eines solchen Rotors auf äußere Störungen ist damit grundlegend anders als bei den typischen Hubschrauberrotoren. Als aeroelastisches Problem kann hier bei hohen Fluggeschwindigkeiten das sog. Propeller-Rotor Whirlflattern auftreten.

### 1.3.4 Voll gelenkige Rotoren

Eine Schlagbewegung erzeugt über die Corioliskräfte jedoch auch ein Schwenkmoment in der Drehebene, welches sich an der Blattwurzel absetzt und dort zu hohen dynamischen Belastungen führt. Konsequenterweise war der nächste Schritt nach Einführung des Schlaggelenkes auch ein Schwenkgelenk einzuführen, um dieses Moment ebenfalls zu eliminieren. Dies erfordert aber meist auch den Einbau eines Schwenkdämpfers, da die Schwenkbewegung – im Gegensatz zur Schlagbewegung – aerodynamisch nur wenig gedämpft ist. Die Kombination von Schlag- und Schwenkgelenk erlaubt die schlanken Blathälse, wie sie bei Hubschrauberrotoren zu finden sind. Sowohl das Schlag- wie auch das Schwenkgelenk sind ursprünglich als mechanische Gelenke ausgeführt worden, die als gelenkige Rotorsysteme bezeichnet werden. Beispiele für gelenkige Blattanschlüsse sind in Abb. 1.60 gegeben; das Prinzip ist in Abb. 1.57 dargestellt. Gelenke in Rotoren sind üblicherweise als Wälzlager ausgeführt, das heißt, Kugellager, Rollenlager oder Na-



**Abb. 1.60** Voll gelenkiger Blattanschluss bei faltbaren Mehrblattrotoren. **a** Sikorsky CH-53, **b** Westland Sea King (© Burkhard Domke)

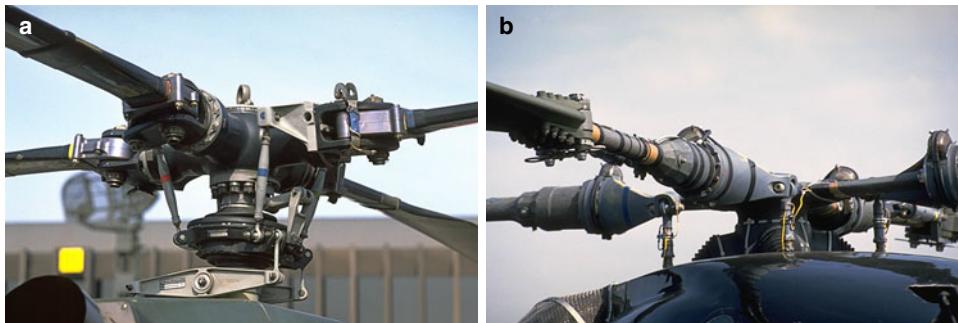
dellager kommen zum Einsatz. Da die Schlag- und die Schwenkbewegung üblicherweise nur kleine Winkelbereiche abdecken, laufen diese Lager dauernd mit kleinen Bewegungen auf derselben Stelle, und zwar mit hoher statischer Last aus Zentrifugalkräften. Dies ist für Wälzlager eine ungünstige Belastungsart und es kommt daher zu vorzeitigem Verschleiß, was in den Wartungshandbüchern derart festgelegt ist, dass die betroffenen Bauteile sowohl regelmäßig inspiziert als auch nach einer festgelegten Betriebszeit ausgetauscht werden müssen. Außerdem erfordern die Lager permanente Schmierung, weshalb Autogyros und frühe Hubschrauber auf dem Rotorkopf Ölstandsschaugläser hatten, damit die Notwendigkeit des Nachfüllens unmittelbar sichtbar war. Die Zentrifugalkraft sorgte nämlich dafür, dass die Lager schneller schmiermittelfrei wurden als z. B. im Automobil. Die Komplexität der Ölversorgung ist auch z. B. in den vielen Ölleitungen beim CH-53 Rotorkopf in Abb. 1.60 zu erkennen. Daher begann man schon recht früh, nach Alternativen zu voll gelenkig gelagerten Rotorblättern zu suchen.

### 1.3.5 Gelenklose Rotoren

Seit 1967 – beginnend mit der Bo105 von MBB – werden in zunehmendem Maße auch gelenklose Rotoren gebaut, die unter Verwendung von Glas- und/oder Kohlefaserbauweisen eine dauerfeste elastische Verformung der Blathäse erlauben. Dies eliminiert die Notwendigkeit für Schlag- und Schwenkgelenke und damit auch deren Schmierung, was sowohl die Wartung erheblich vereinfacht als auch die Anzahl der Bauteile außerordentlich reduziert. Als Folge sinken die Bau- und Betriebskosten. Außerdem werden über den Blathals nicht nur die Querkräfte, sondern auch Biegemomente übertragen, was die Agilität des Hubschraubers erheblich erhöht, vergleichbar mit gelenkig aufgehängten Rotorblättern mit großem Gelenksabstand vom Rotorkopf. Möglich wurde die gelenklose Bauweise durch Einsatz von Faserverbundwerkstoffen, die die notwendigen Dehnungen und Wechselbelastungen unter großer statischer Längsbelastung aufnehmen können und dennoch eine weit größere Lebensdauer haben als die bis dahin üblichen Holz- oder Metallblätter. Die gelenklose Bauweise hat aber den Nachteil, dass Schwenkdämpfer nur schwer einzubauen sind, da die Schwenkbewegung nun elastisch erfolgt und die strukturelle Dämpfung ebenfalls nur gering ist. Eine Hybridlösung stellen Elastomerlager dar, die statt eines mechanischen Gelenkes ein aus Metallscheiben und Gummi bestehendes halbfestes Lager repräsentieren und neben der Federwirkung eine nicht unbeträchtliche Dämpfung über das Material mitbringen. Beispiele für gelenklose Rotorköpfe sind in Abb. 1.61 und das Prinzip in Abb. 1.59b dargestellt.

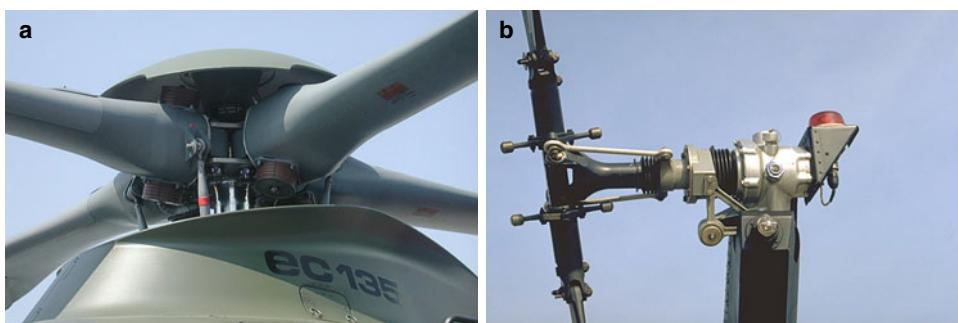
### 1.3.6 Lagerlose Rotoren

Das dritte Gelenk ist die Lagerung um die Längsachse des Rotorblattes, die für die Einstellwinkelverstellung zur Steuerung benötigt wird. Erst in neuerer Zeit wurde auch dieses



**Abb. 1.61** Gelenklose Rotorköpfe. **a** Bo105, **b** Westland Lynx (© Burkhard Domke)

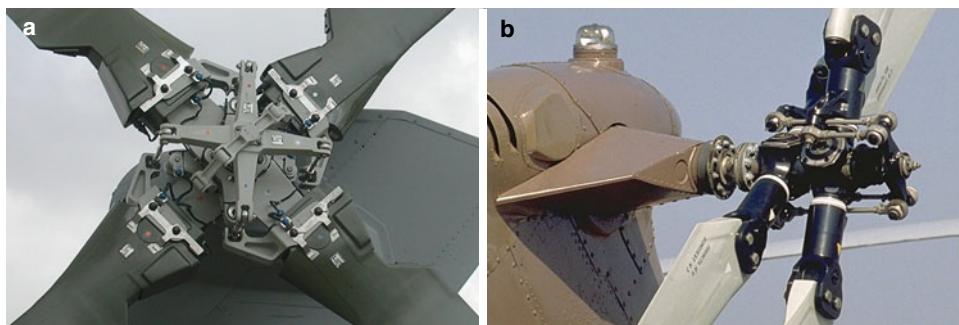
Gelenk durch einen torsionselastischen Blatthals ersetzt, der von einer sog. Steuertüte umgeben ist, welche von den Steuerstangen der Taumelscheibe betätigt wird. Der erste Hubschrauber mit einem derartigen lagerlosen Rotorkopf ist die EC 135 von Eurocopter, die seit 1996 vermarktet wird. Allerdings haben solche vollelastischen Blattanschlüsse den Nachteil, dass sie aeroelastische Instabilitäten mit sich bringen können. So hat die EC 135 – im Gegensatz zur Bo105 oder BK 117 – wieder einen Schwenkdämpfer in die Steuertüte integriert. Grundsätzlich geht aber der Entwicklungstrend weg von mechanischen Gelenken und hin zu vollelastischen Rotorblattanschlüssen, da diese einerseits mit weniger Bauteilen (Kostenvorteil bei Herstellung und Wartung) und andererseits aerodynamisch sauberer gestaltet werden können (Wirtschaftlichkeit). Außerdem überträgt eine elastische Anbindung des Rotorblattes an den Rotorkopf größere Momente auf diesen, so dass die Agilität des Hubschraubers im Vergleich zu einem gelenkig gelagerten Rotorblatt deutlich erhöht wird (z. B. war die Bo105 der erste Hubschrauber, der einen Looping fliegen konnte). Ein Beispiel für einen lagerlosen Rotorkopf ist in Abb. 1.62a gegeben.



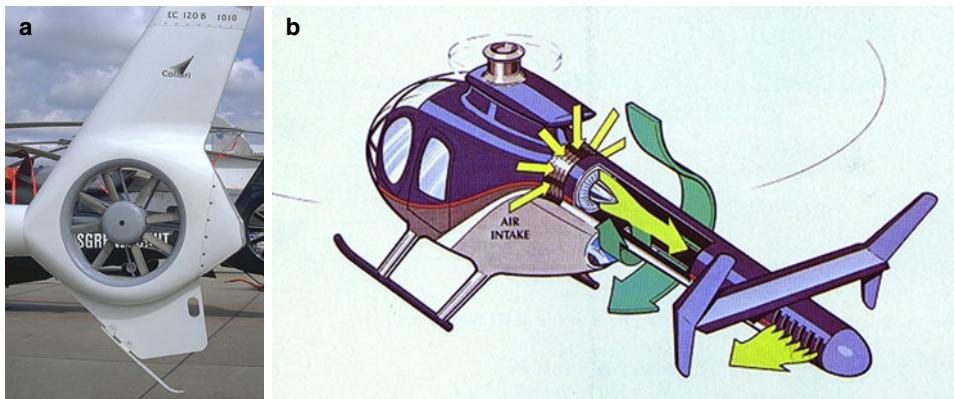
**Abb. 1.62** Lagerloser Hauptrotor und Heckrotor mit  $\Delta_3$ -Effekt. **a** Lagerloser Rotorkopf am Beispiel der EC 135, **b** Bo105 Heckrotor: Schlagachse  $45^\circ$  zur Blattachse (© Burkhard Domke)

### 1.3.7 Heckrotoren

Heckrotoren sind in der Regel etwas anders konstruiert als Hauptrotoren, da sie fast immer nur eine kollektive Steuerung besitzen. Sie haben meist 2 bis 4 Blätter, die an einer gemeinsamen Wippe starr miteinander verbunden sind. Um exzessive Schlagbewegungen zu vermeiden, wird gegebenenfalls mit einer geeigneten Ansteuerungskinematik ein  $\Delta_3$ -Effekt erzeugt, der jeden Schlagwinkel direkt proportional in eine Blattwinkelsteuerung überführt, die der Schlagbewegung entgegen wirkt. Als Beispiel sei Abb. 1.62b gegeben. Mehrblatt-Heckrotoren bei großen Hubschraubern weisen gelegentlich auch eine asymmetrische Aufteilung der Rotorblätter auf, siehe Abb. 1.63. Als Alternative zu frei drehenden Blättern kann auch der ummantelte Heckrotor (= Fenestron) bei kleinen und mittleren Hubschraubern verwendet werden. Wegen der kleineren Abmessungen müssen die Rotoren schneller drehen und weisen auch mehr Blätter auf (mehr als 8). Um Drallverluste zu minimieren, wird auch ein Stator hinter dem Rotor eingebaut. Bei symmetrischen Anordnungen von Rotorblättern und Statoren kommt es jedoch zu sehr lauten und hohen Frequenzen, die insbesondere beim Start und Steigflug, wo hohe Leistungen vom Heckrotor gefordert werden, entstehen. Daher wurden die Rotor- und Statorblätter asymmetrisch verteilt und die Statorblätter obendrein nicht radial eingebaut, was die Lärmerzeugung sehr breitbandig macht und mit niedrigeren Lärmpegeln einhergeht. Eine weitere Alternative, das Drehmoment des Haupttors zu kompensieren, besteht darin, einen Luftstrom mit den Triebwerksabgasen zu vermischen und komprimiert aus Düsen am Heck seitlich austreten zu lassen. Dies wurde von der Cierva-Weir Company in England an der W-9 1944 erstmals erprobt und dann viel später von Hughes erstmalig serienmäßig eingeführt und mit NOTAR (= no tail rotor) bezeichnet. Beispiele für Fenestron und NOTAR sind in Abb. 1.64 gegeben.



**Abb. 1.63** Mehrblatt-Heckrotoren. **a** EH 101 Heckrotor, **b** Mi-28 Heckrotor (© Burkhard Domke)

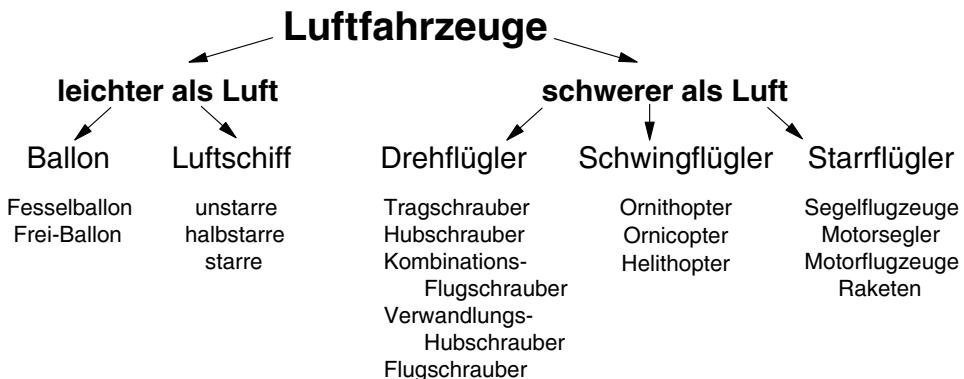


**Abb. 1.64** Fenestron und NOTAR. **a** EC 120 Fenestron, **b** Hughes MD 900 NOTAR (a © Burkhard Domke)

## 1.4 Grundbegriffe

### 1.4.1 Klassifikation von Luftfahrzeugen

Eine generelle Unterscheidung von Luftfahrzeugen erfolgt in zwei Hauptkategorien: denen, die leichter als Luft sind und solchen, die schwerer als Luft sind. Die erste Kategorie wird von Ballonen und Luftschriften belegt, die zweite von Flugzeugen und Drehflüglern. Nur mit diesen letzten befasst sich diese Vorlesung; sie stellen im Gesamtbild aller Fluggeräte schwerer als Luft dennoch nur eine kleine Untermenge dar. Eine Übersicht über die Klassifikation ist in Abb. 1.65 dargestellt.



**Abb. 1.65** Klassifikation von Luftfahrzeugen

## 1.4.2 Drehflügelkonzepte

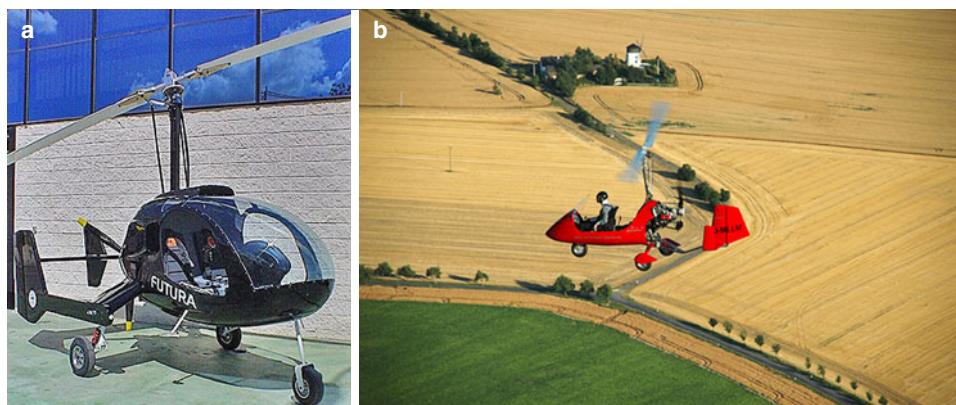
Wie aus der geschichtlichen Entwicklung bereits erkennbar geworden ist, sind alle möglichen Arten von Drehflügelflugzeugen bereits erdacht und größtenteils gebaut worden. Dabei werden grundsätzlich folgende Arten von Drehflüglern unterschieden:

### Tragschrauber (auch Gyrocopter, engl. autogyro, autogiro)

Sie besitzen einen Motor/Propeller- oder Düsenantrieb für die Vortriebserzeugung. Der Rotor erzeugt nur Auftrieb (und Widerstand) und wird durch den Fahrtwind durch Anströmung von unten im Autorotationszustand angetrieben. Gegebenenfalls kann zum Start der Rotor vom Motor angetrieben werden, er kann aber nicht im Schwebeflug fliegen. Der Tragschrauber ist konstruktiv einfacher und damit wesentlich preiswerter als ein Hubschrauber. Er hat keine Taumelscheibe und damit auch keine Blattverstellung, der Rotormast kann jedoch gekippt werden. Aktuelle Modelle sind z. B. Futura AeroCopter (Spanien) oder MT03 von GyroCopter (Deutschland) als Nachbau der spanischen ELA 07S. Autogyros sind in Deutschland seit 2004 als Ultralight Aircraft zugelassen und erfreuen sich wachsender Beliebtheit, Abb. 1.66.

### Hubschrauber

Darunter versteht man einen Drehflügler, auch mit mehreren Rotoren, die Auftrieb und Vortrieb erzeugen, indem eine Blattwurzelverstellung mittels Taumelscheibe oder anderer Konstruktionen erfolgt. Der Rotormast ist im Allgemeinen nicht kippbar. Das Drehmoment und die Steuerung um die Gierachse erfolgt bei einem einrotorigen Hubschrauber entweder durch einen freien Heckrotor, einen ummantelten Heckrotor (Fenestron), durch Ausnutzung der Reaktionskraft eines ausgeblasenen Strahls oder anderer Hilfsmittel wie sie z. B. der NOTAR aufweist. Der Hubschrauber kann in alle Richtungen fliegen und auch schweben. Wird der Rotor über Antriebsorgane in den Rotorblättern (Düsen oder Reakti-

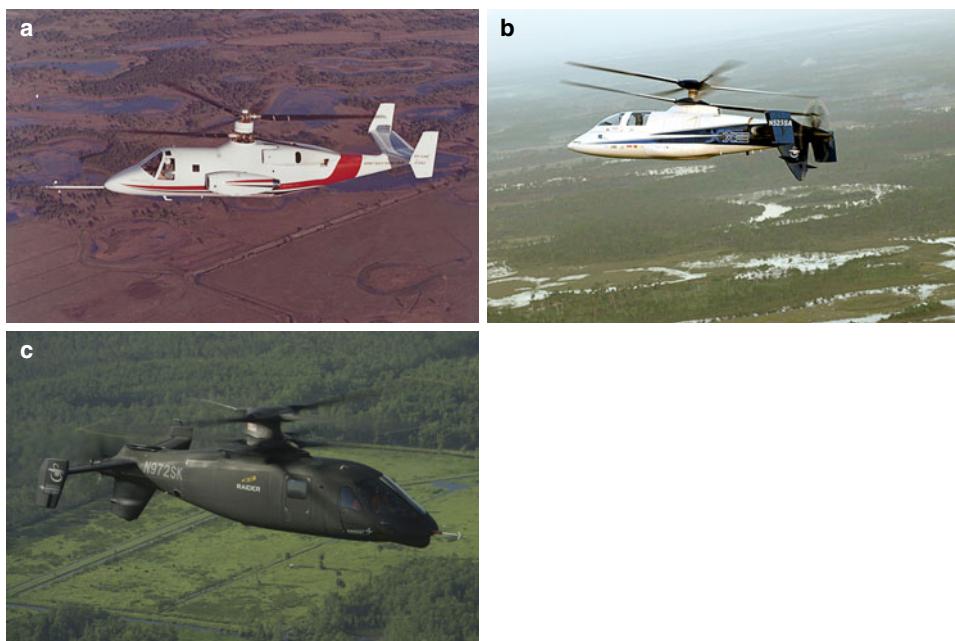


**Abb. 1.66** Moderne Autogyros. a AeroCopter Futura, 2003, a GyroCopter MT03, 2004

onskraft eines Strahls) angetrieben, entsteht kein Gegendrehmoment (Reaktionsmoment). Bei mehreren Rotoren müssen aus Gründen der Betriebssicherheit die Rotoren/Triebwerke mit Wellen starr miteinander verbunden sein.

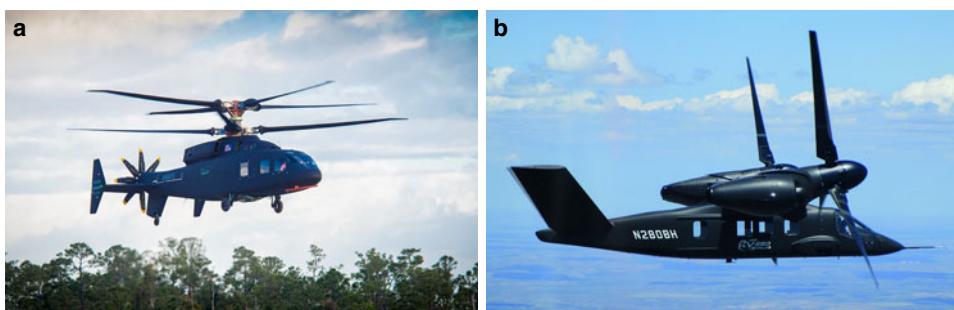
### Flugschrauber

Unter Flugschrauber versteht man Hubschrauber mit zusätzlichen Vortriebsorganen wie Propellern oder Düsentriebwerken. Die Entlastung des Rotors von der Vortriebserzeugung ermöglicht erheblich höhere Fluggeschwindigkeiten. Beispiel: Sikorsky S-69 (= XH-59, 1973), X2 (2008), Abb. 1.67. Die S-69, auch als ABC (= Advancing Blade Concept) bekannt, erreichte mit vier Triebwerken (je zwei für Rotor und Düsen) und zwei Piloten 488 km/h (allerdings mit unakzeptablen Vibrationen). Die X2 mit einem Fluggewicht von nur 2.5 t hatte ihren Erstflug 2008 und hat in 2010 467 km/h erreicht, was Sikorsky in 2011 die begehrte Collier Trophy als Preis bescherte. Die X2 kommt mit einem Triebwerk von 1300 kW aus und hat eine Besatzung von zwei Piloten, außerdem ist ihr Gleitverhältnis doppelt so groß wie die der S-69. Im Vorwärtsflug wird die Rotordrehzahl soweit reduziert, dass die vorlaufende Blattspitze immer unter Mach 0.9 bleibt; dabei verzichtet man auf die Austrimmung der einzelnen Rotoren, so dass die Auftriebsfähigkeit der vorlaufenden Seite genutzt und damit der Gesamtauftrieb ei-



**Abb. 1.67** Flugschrauberkonzepte von Sikorsky. **a** Sikorsky S-69, **b** Sikorsky X2, **c** Sikorsky Raider (a und b © Igor I. Sikorsky Historical Archives, Inc. 2014. All rights reserved. c © Sikorsky, a Lockheed Martin company)

nes Rotors außerhalb des Zentrums liegt (sog. lift offset rotor). Da der zweite Rotor dies auf der anderen Seite ebenfalls hat, tilgen sich die entstehenden Momente, erzeugen aber große Biegemomente an den Blatthälsen und im Mast zwischen den Rotoren, so dass diese Komponenten sehr steif sein müssen. Im Wesentlichen sind beide Rotoren dann in Autorotation und die meiste Triebwerksleistung geht in den Druckpropeller im Heck, der für Vortrieb sorgt. Im Oktober 2010 wurden die Testflüge beendet und die X2 dem National Air and Space Museum übergeben und kann in Chantilly, Virginia, besichtigt werden. Aufbauend auf dieser Technologie wurde seit 2010 die S-97 *Raider* von Sikorsky mit Eigenmitteln von sich als auch mit Beiträgen der Zulieferer entwickelt, um einen bewaffneten Begleithubschrauber (engl. armed aerial scout) neuer Generation anbieten zu können, allerdings kam es nicht zu einer entsprechenden Ausschreibung der Armee. Dieser Hubschrauber hat ein maximales Fluggewicht um 5 t, also etwa doppelt so viel wie die X2, Abb. 1.67c. Wie diese wird sie mittels Fly-by-wire gesteuert und hat ebenfalls ein aktives Vibrationsunterdrückungssystem, um die insbesondere bei Hochgeschwindigkeit erzeugten Vibrationen auf niedrigem Niveau zu halten. Der Erstflug fand 2015 statt, das Ziel sind Fluggeschwindigkeiten bis 444 km/h und Lastvielfache bis 3 g, 2018 wurden bereits 370 km/h erreicht. Überschattet wurde die Flugerprobung von einem Unfall 2017, bei dem in Bodennähe sich aufschaukelnde Bewegungen letztlich zur Kollision der Rotorblätter beider Rotoren und Zerstörung eines Prototypen führten; die Testpiloten jedoch mit dem Schrecken davon kamen. Noch während der Entwicklung der S-97 *Raider* kam 2013 eine Ausschreibung für zukünftige Konzepte von Vertikalstartflugzeugen der US Army heraus. Ziel der Ausschreibung sind Leistungen im Schwebeflug, Reichweite, Nutzlast und Kraftstoffverbrauch, wie sie gegenwärtige Hubschrauber nicht erreichen; außerdem sollen sie mit oder ohne Pilot geflogen werden können. Die Reisefluggeschwindigkeit soll 460 km/h betragen und ein neues sparsames Turbinentriebwerk zum Einsatz kommen, mit dem die 13.6 t schwere Maschine die geforderten Leistungen erbringen soll. Sikorsky und Boeing bewerben sich mit einer noch größeren Version dieses Koaxialrotor-Konzeptes gemeinsam am Joint Multi-Role (JMR) Hubschrauberprogramm des US-Verteidigungsministeriums. Der Prototyp der SB>1 *Defiant* genannten Maschine



**Abb. 1.68** Entwürfe zukünftiger Hubschrauberkonzepte. **a** Sikorsky-Boeing SB>1, 2016, **b** Bell-Lockheed V-280, 2016 (© Sikorsky, a Lockheed Martin company)

hatte seinen Erstflug im März 2019, Abb. 1.68a. Konkurrenten sind Bell und Lockheed mit einem auf der V-22 basierenden Tiltrotorkonzept V-280 *Valor*, Abb. 1.68b und beide Teams bekamen einen Entwicklungsauftrag.

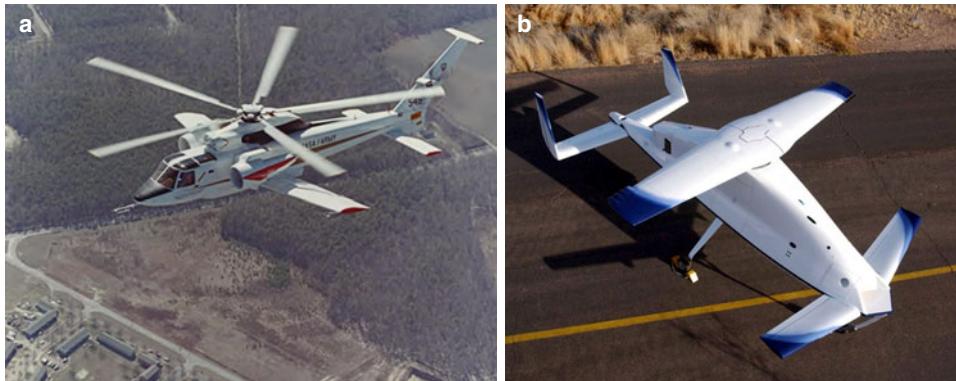
Die V-280 *Valor* hat im Gegensatz zur V-22 die Triebwerke im Flügel und nur die Propellergondel wird gekippt. Die V-280 soll bei einem Gewicht von ca. 14 t sogar maximal 560 km/h schnell sein und Reichweiten bis 1500 km haben. Auch hier kommt die fly-by-wire Technologie zum Einsatz und das Cockpit wird einen über die ganze Breite gehenden Touch-screen Bildschirm beinhalten. Der Erstflug fand Ende 2017 statt und Anfang 2019 wurde die maximale Reisegeschwindigkeit von 280 kts (daher der Name; 520 km/h) erreicht und sogar etwas überschritten.

### Kombinationsflugschrauber

Dies ist eine Erweiterung der Flugschrauber dahingehend, dass Tragflächen einen Teil oder den gesamten Auftrieb im Schnellflug übernehmen und den Rotor damit zusätzlich entlasten. Mit einer solchen Kombination sind noch höhere Geschwindigkeiten denkbar als mit dem Flugschrauber, allerdings sind die Tragflächen im Langsam- und Schwebeflug störend. Beispiel: Lockheed AH-56 *Cheyenne* 1967 (siehe Abb. 1.30), Piasecki X-49 (2007–8), Cartercopter; alle mit Druckpropeller und Flügeln unterschiedlicher Größe, siehe Abb. 1.69. Als Beispiel für den Leistungsgewinn gibt Piasecki an, dass mit der Leistung des Basishubschraubers SH-60 bei 200 km/h die X-49 bereits 290 km/h und damit 49 %



**Abb. 1.69** Beispiele von Kombinationsflugschraubern. **a** Piasecki X-49, **b** CarterCopter, **c** Eurocopter X<sup>3</sup>, **d** Racer, 2020 ((c-d) © Airbus Helicopters)



**Abb. 1.70** Beispiele von Stopprotorflugzeugen. **a** Sikorsky S-72, **b** Boeing-Vertol X-50 (a © Igor I. Sikorsky Historical Archives, Inc. 2014. All rights reserved. b © Boeing)

schneller sei (bei obendrein um 50 % geringeren Vibrationen), allerdings ist der Leistungsbedarf im Schwebeflug um 11 % größer. Da die X-49 der Navy gehört, ist sie derzeit an deren Geschwindigkeitsbegrenzungen gebunden. Ziel nach einer gegenwärtig laufenden Überarbeitung, welche eine Glättung der Oberfläche, eine Verkleidung des Rotorkopfes, ein Einziehfahrwerk und ein weiteres Triebwerk für den Druckpropeller vorsieht, ist die Erreichung von 350 km/h. Auch die Eurocopter X³ gehört in diese Rubrik, welche im Juni 2013 472 km/h erreichte – deutlich mehr als die ursprünglich erwarteten 405 km/h.

### Stopprotorflugzeuge

Diese stellen eine Sonderform der Flugschrauber dar, bei dem der Rotor während des Fluges gestoppt werden kann und dann als X-Flügel fungiert. Eine sehr steife Ausführung der Rotorblätter und des Rotorkopfes ist nötig, um die auftretenden Momente aufzunehmen. Gegebenenfalls werden statt einer Blattwurzelverstellung daher zirkulationsgesteuerte Rotoren mit elliptischen Profilen verwendet, deren Auftriebserzeugung durch Ausblasung an geeignet positionierten Schlitzen gesteuert wird. Beispiel: Sikorsky S-72 X-wing *RSRA* (Rotor Systems Research Aircraft, 1988), Boeing-Vertol X-50 *Dragonfly* (2003) in Abb. 1.70.

### Verwandlungshubschrauber

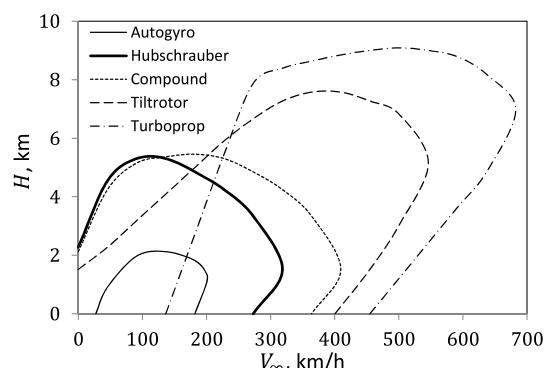
Hier handelt es sich eigentlich um ein Flugzeug, dessen Triebwerke (Propeller, aber auch Düsen) je nach Flugsituation gekippt und daher auch Kipprotor- oder Tiltrotorflugzeuge genannt werden. Im Schwebeflug stehen sie senkrecht, im Reiseflug horizontal. Aus Gründen der Betriebssicherheit müssen die Rotoren/Triebwerke mit Wellen starr miteinander verbunden sein. Damit sind wesentlich höhere Fluggeschwindigkeiten als beim Hubschrauber möglich. Allerdings sind die Rotoren in der Regel für Schwebeflug zu klein und für den Reiseflug zu groß, so dass mit variablen Drehzahlen gearbeitet wird. Start und Landung sind in der Flugzeugkonfiguration wegen der großen Rotoren oft nicht mög-

**Abb. 1.71** AgustaWestland  
ERICA Konzept



lich. Beispiele: Bell-Boeing V-22 *Osprey* (1989), Bell-Agusta BA609 (2003) (beide in Abb. 1.24). Die Tiltrotoren von Bell weisen einen großen Rotordurchmesser auf, um im Schwebeflug trotz der großen Flügelfläche unter den Rotoren noch genügend Auftrieb zu erzeugen. Die Flügel weisen daher große Klappen auf, um die den Luftstrom unter den Rotoren blockierende Fläche zu verringern. Dieses Problem wird bei dem europäischen Konzept *ERICA* (20++) von AgustaWestland, Abb. 1.71, dadurch umgangen, dass der unter dem Rotor befindliche Flügelteil so drehbar ist, dass er den Luftstrom nicht behindert. In Kombination mit einem 4-Blatt Rotor ist dessen Durchmesser so klein, dass man damit – im Gegensatz zur BA609 – auch in Flugzeugkonfiguration starten und landen kann. Als Konzeptstudie werden auch Quadrotorflugzeuge untersucht, die zwei Flügel mit je zwei Rotoren aufweisen. Der Flugeinsatzbereich stellt die von einem Fluggerät erreichbare Flughöhe über der Fluggeschwindigkeit dar und ist für die verschiedenen grundlegenden Konzepte in Abb. 1.72 schematisch dargestellt. Natürlich werden einzelne Geräte davon in verschiedener Art abweichen, aber die prinzipiellen Unterschiede sind darin gut zu erkennen. Autogyros brauchen eine – wenn auch geringe – Startgeschwindigkeit, um Abheben zu können. Ihre Rotordrehzahl ist üblicherweise etwa 60 %

**Abb. 1.72** Flugeinsatzbereich  
verschiedener Drehflügelflug-  
zeuge

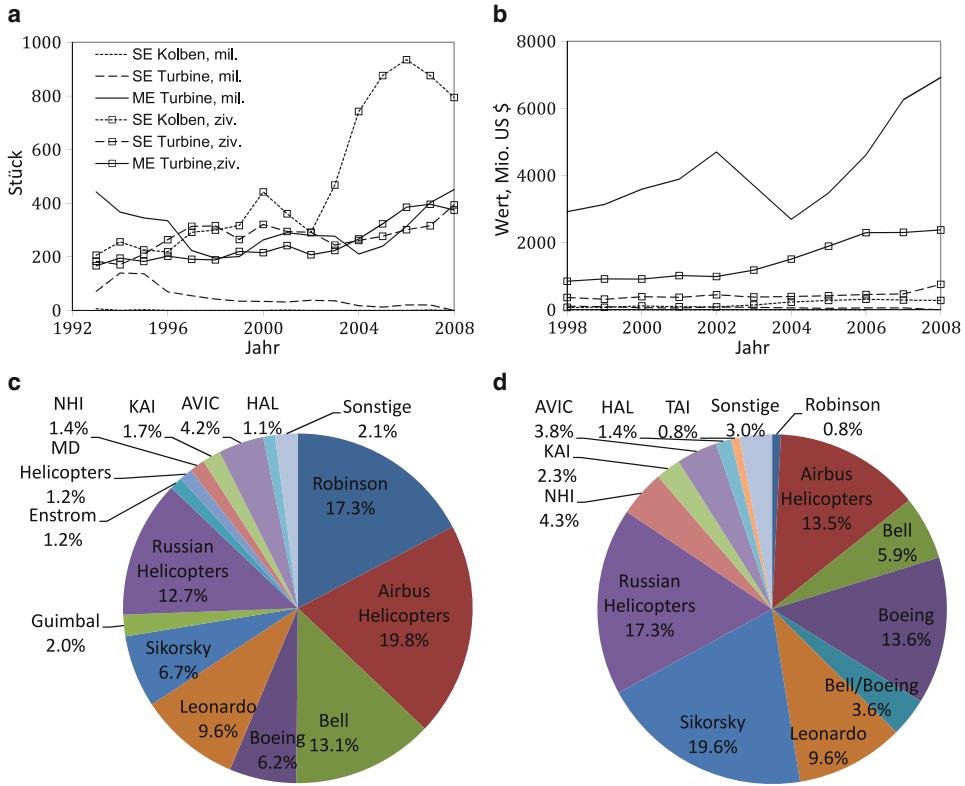


derjenigen von Hubschraubern, entsprechend sind ihre Flugleistungen in Höhe und Maximalgeschwindigkeit beschränkt. Der Hubschrauber kann, ebenso wie die Compounds oder die Tiltrotoren, senkrecht starten. Compoundhubschrauber haben Tragflächen zur Entlastung des Rotors im Schnellflug und daher eine größere Flughöhe und -geschwindigkeit. Tiltrotoren verwandeln sich im Schnellflug zu Propellerflugzeugen, jedoch mit für diesen Flugzustand nicht optimierten Propellern und sind daher dem reinen Flächenflugzeug unterlegen. Dieses wiederum benötigt eine erhebliche Geschwindigkeit, um überhaupt vom Boden abheben zu können. So hat jedes Fluggerät seine Nische im Einsatzbereich gefunden. Ob sich Compoundhubschrauber oder Tiltrotoren auf dem Markt durchsetzen können, ist noch nicht abzusehen. Ihre Komplexität und damit deren Kosten sind erheblich größer als die von Hubschraubern oder Flächenflugzeugen, was nur im militärischen Bereich eine dem Verwendungszweck untergeordnete Rolle spielt.

### 1.4.3 Marktentwicklung

Die weltweite Marktentwicklung der Hubschrauber – militärisch wie auch zivil – weist einen generell steigenden Trend auf, wie aus dem zeitlichen Verlauf in Abb. 1.73 zu sehen ist. Insbesondere die Stückzahlen der Hubschrauber mit einem Kolbentriebwerk – dies sind in aller Regel Kleinhubschrauber wie die von Robinson – weisen seit mehreren Jahren große Zuwachsrate auf dem zivilen Sektor auf, spielen aber keine Rolle im militärischen Sektor, da ihre Zuladung (und damit auch Missionsausrüstung) entsprechend klein ausfällt. Kleinhubschrauber mit nur einer Turbine als Antrieb haben im militärischen Bereich einen steten Bedeutungsverlust zu verzeichnen, da auch sie für militärische Zwecke sich als noch zu klein erwiesen haben. Auf dem zivilen Markt ist in dieser Kategorie eine Stagnation auf hohem Niveau zu beobachten. Mittlere und große Hubschrauber mit mehreren Turbinen sind sowohl im zivilen wie auch im militärischen Bereich mit geringen Zuwachsrate und in beiden Bereichen mit etwa gleich hohen Stückzahlen versehen. Diese werden zum Beispiel in der Versorgung von Off-shore Plattformen verwendet, aber auch als Ersatz für Baukräne bei immer höher werdenden Bauten, wie auch zum Beispiel Windenergieanlagen.

Die Prognose der Aufteilung der Marktanteile auf die verschiedenen Herstellerfirmen ist ebenfalls in Abb. 1.73 für den Zeitraum 2019–2028 gezeigt. Den zweitgrößten Anteil weist hier der Kleinhubschrauberhersteller Robinson auf, der ausschließlich den zivilen Markt bedient. Airbus Helicopters hat sich an erster Stelle positioniert und stützt seine Verkaufszahlen gleichermaßen auf den zivilen wie militärischen Sektor. Bell und Boeing-Vertol kooperieren im Wesentlichen und bilden damit die drittstärkste Fraktion, gefolgt von Leonardo (vormals AgustaWestland) und Sikorsky. Russian Helicopters wird mit großem Wachstum auf dem vierten Platz erwartet. Ganz anders sieht hier die Reihenfolge aus, wenn der Wert der verkauften Hubschrauber zu Grunde gelegt wird. Hier spielt Robinson nur eine untergeordnete Rolle. Durch seine breite Produktpalette sind hier Airbus Helicopters, Boeing-Vertol, Sikorsky und Leonardo, während Bell mit etwas Abstand folgt.

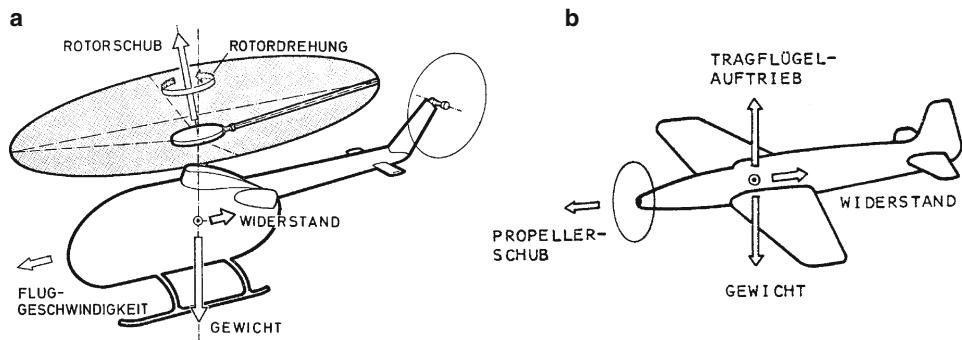


**Abb. 1.73** Weltweite Marktentwicklung von Hubschraubern. Quelle: Vertiflite. **a** Stückzahlen zivil und militärisch, **b** Wert in Millionen US\$, **c** Marktanteil nach Stück, Prognose 2019–2028, **d** Marktanteil nach Wert, Prognose 2019–2028

Russian Helicopters spielte bisher im östlichen Markt eine Rolle, drängt aber zunehmend in den internationalen Markt. In Asien wird China mit AVIC eine führende Rolle einnehmen, gefolgt von KAI aus Korea. Natürlich ist dies nur eine Prognose und der Markt ist dauernden Veränderungen unterworfen.

#### **1.4.4 Vergleich zum Flächenflugzeug**

Aus Abb. 1.74 ist erkennbar, dass einer der Hauptunterschiede zwischen Hubschrauber und Flugzeug darin besteht, dass beim Flugzeug eine strikte Trennung zwischen Vortriebs- und Auftriebserzeugung sowie der Steuerfunktionen erfolgt, während beim Hubschrauber der Rotor beide Funktionen und zusätzlich noch die der Quer- und Höhenruder in sich vereinigt. Einziges weiteres Steuerorgan ist der Heckrotor.



**Abb. 1.74** Vergleich der Kräfte am Hubschrauber und am Flächenflugzeug. **a** Hubschrauber, **b** Flugzeug

Auch ist der Rotor als tragende Fläche im Verhältnis zum Rumpf relativ klein, während beim Flugzeug die Spannweite der Tragfläche ein Vielfaches des Rumpfdurchmessers ausmacht. Die geringe Streckung der Rotorkreisfläche bedeutet relativ große induzierte Verluste, während die große Streckung von Flugzeugflügeln entsprechend effizienter ist. Damit kann ein Flugzeug eine höhere Flächenbelastung erreichen.

Wegen der großen Rotordurchmesser ist der Wirkungsgrad bei Hubschraubern hoch und bei Flugzeugen wegen der verhältnismäßig kleinen Strahlquerschnitte der Propeller oder Düsen geringer.

Der Rotor ist im Vorwärtsflug negativ angestellt (nach vorne geneigt), während die Tragfläche von Flugzeugen einen positiven Anstellwinkel aufweist. Der Rotorschub wird primär von der Eigenrotation und weniger von der Fluggeschwindigkeit bestimmt, während beim Flugzeug der Auftrieb im Wesentlichen von der Fluggeschwindigkeit bestimmt wird.

Ein Flugzeug weist einen symmetrischen Aufbau auf und die Flugbewegungen der Längs- und Seitenbewegung sind entsprechend entkoppelt. Beim Hubschrauber verkoppelt die Rotation des Rotors und die Aerodynamik und Dynamik der Rotorblätter die Längs- und Seitenbewegung sehr stark.

Der Wirbelnachlauf mit den Blattspitzenwirbeln hinter den Tragflächen bildet für Flugzeuge kein weiteres Problem, beim Hubschrauber kommen die Rotorblätter aufgrund des spiralen Wirbelsystems jedoch mehrfach pro Umdrehung den Blattspitzenwirbeln nahe.

Der gesamte Bereich des Langsam- und Schwebeflugs einschließlich Seitwärts- und Rückwärtsfluges ist den Hubschraubern vorbehalten. Ein Flugzeug kann eine bestimmte Minimalgeschwindigkeit nicht unterschreiten, während ein Hubschrauber eine Maximalgeschwindigkeit von ca. 360 km/h in der Regel nur mit besonderen Hilfsmitteln (Kombinationsflugschrauber, Tiltrotor) überschreiten kann.

### 1.4.5 Steuerelemente

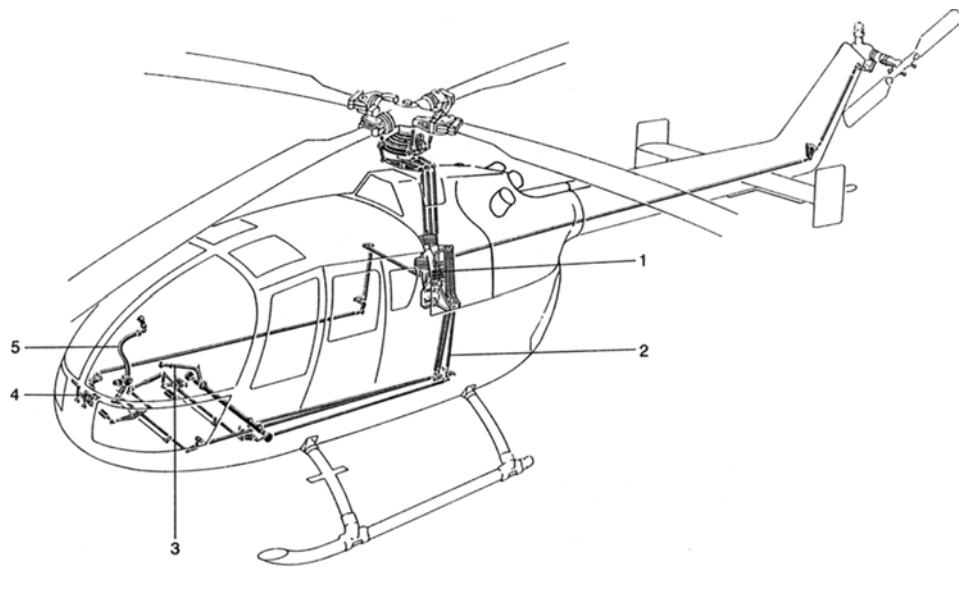
Beim Flächenflugzeug erfolgt die Steuerung über den Ausschlag von Klappen, die sich am Flügel und den Leitwerken befinden sowie über den Schub der Triebwerke. Dabei bleiben Flügel, Leitwerke und Triebwerke jeweils starr mit dem Rumpf verbunden. Im Gegensatz dazu gibt es beim Hubschrauber in der Regel keine Klappensysteme und separate Schubtriebwerke, vielmehr werden seine drehenden Flügel insgesamt um ihre Längsachse gedreht. Um die Steuerwinkel vom nicht drehenden Hubschraubersystem ins drehende Rotorsystem zu übermitteln, dient die Taumelscheibe, welche sowohl beim Haupt- als auch beim Heckrotor zu finden ist. Diese werden von den Steuerknüppeln des Piloten (einer für das Kollektiv zur Schubregelung, einer für die zyklische Blattverstellung zur Schubrichtungssteuerung) und den Pedalen (Heckrotorschub) bedient. Ein Triebwerksergler hält dabei die Drehzahl des Triebwerks konstant und damit auch die Drehzahl des Haupt- und Heckrotors. Die Steuerorgane sind schematisch in Abb. 1.75 am Beispiel der Bo105 dargestellt. Während kleine Hubschrauber mechanisch geflogen werden, gibt es bei mittleren und großen immer eine Servosteuerung, da sonst die Kräfte für den Piloten zu groß werden. Heute geht man auch zunehmend auf Fly-by-wire Steuerungen über.

### 1.4.6 Bezeichnungen und Beispielhubschrauber Bo105

Obwohl die Bo105 nicht mehr hergestellt wird, ist sie wegen ihres Rotorsystems dennoch ein sehr interessanter Hubschrauber. Daher sind im Folgenden ihre Daten, soweit bekannt, angegeben und können für Beispielrechnungen herangezogen werden. Die wesentlichen äußereren Abmessungen sind in der 3-Seitenansicht Abb. 1.76 angegeben, weitere technische Daten der Bo105 befinden sich in Anh. 7.3: Charakteristik der Hubschrauberkomponenten in Tab. 7.2, allgemeine Daten zur Bo105 in Tab. 7.3, zum Höhen- und Seitenleitwerk sowie den Endscheiben in Tab. 7.4, zum Hauptrotor allgemein in Tab. 7.5 sowie zum Hauptrotorblatt in Tab. 7.6 und zum Heckrotor in Tab. 7.7.

### 1.4.7 Hubschraubermuseen

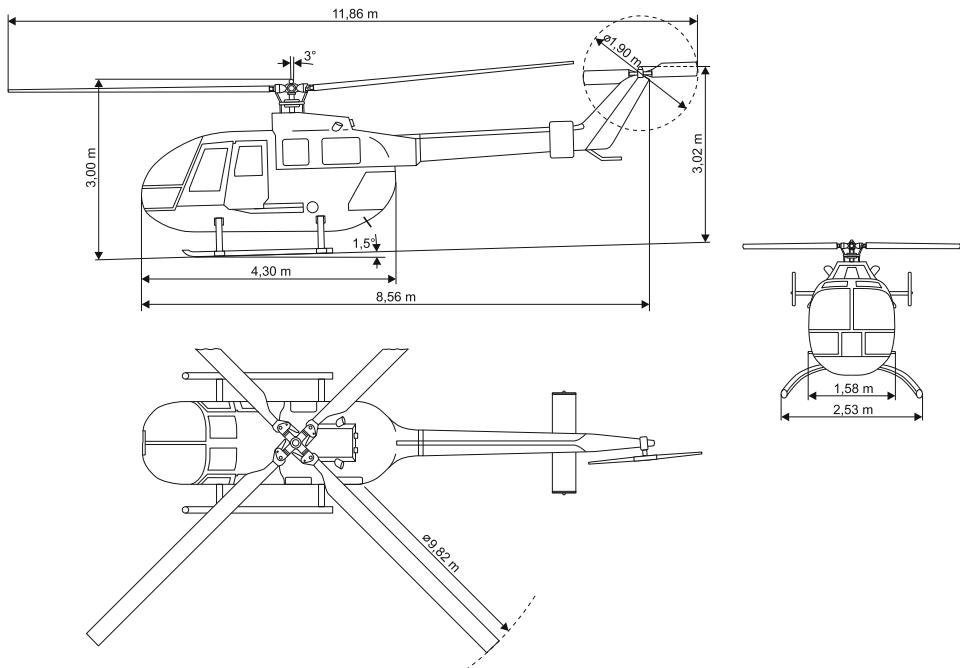
1. Hubschraubermuseum Bückeburg (Hubschrauber und -modelle)  
Sabléplatz, 31665 Bückeburg  
[www.hubschraubermuseum.de](http://www.hubschraubermuseum.de)
2. Focke Windkanal Bremen  
Focke-Windkanal, Emil-Waldmann-Straße 4, 28195 Bremen  
[www.focke-windkanal.de](http://www.focke-windkanal.de)
3. Deutsches Museum München  
Museumsinsel 1, 80538 München  
[www.deutsches-museum.de](http://www.deutsches-museum.de)



- 1 Redundantes hydraulisches Aktuatorsystem
- 2 Steuergestänge
- 3 Kollektivsteuerhebel
- 4 Pedale für die Heckrotorsteuerung
- 5 Steuerknüppel für zyklische Blattverstellung

**Abb. 1.75** Steuerelemente beim Hubschrauber. 1 Redundantes hydraulisches Aktuatorsystem, 2 Steuergestänge, 3 Kollektivsteuerhebel, 4 Pedale für die Heckrotorsteuerung, 5 Steuerknüppel für zyklische Blattverstellung

4. Smithsonian National Air and Space Museum  
Independence Ave at 6th Street, SW, Washington, DC 20560  
[airandspace.si.edu](http://airandspace.si.edu);  
Udvar-Hazy Center  
14390 Air and Space Museum Parkway, Chantilly, Virginia 20151  
[airandspace.si.edu/udvar-hazy-center](http://airandspace.si.edu/udvar-hazy-center)
5. Helicopter Foundation International (Hubschraubermodelle)  
1920 Ballenger Avenue, Alexandria, Virginia 22314  
[www.helicoperfoundation.org/](http://www.helicoperfoundation.org/)
6. The Helicopter Museum (größte Sammlung)  
Locking Moor Road, Weston-super-Mare, Somerset, BS24 8PP, England  
[www.helicoptermuseum.co.uk](http://www.helicoptermuseum.co.uk)
7. The Museum of Army Flying (u. a. auch Hubschrauber)  
Middle Wallop, Stockbridge, Hampshire, SO20 8DY, England  
[www.armyflying.com](http://www.armyflying.com)



**Abb. 1.76** Dreiseitenansicht Bo 105 CBS

8. Igor I. Sikorsky Historical Archives, Inc. (Dokumente)  
6900 Main Street, Stratford, CT 06615-9129  
[www.sikorskyarchives.com](http://www.sikorskyarchives.com)
9. Hiller Aviation Museum (Modelle und Full-Scale Hubschrauber)  
601 Skyway Road, San Carlos, California 94070, USA  
[www.hiller.org](http://www.hiller.org)
10. American Helicopter Museum & Education Center  
1220 American Boulevard West Chester, Pennsylvania 19380, USA  
[www.americanhelicopter.museum](http://www.americanhelicopter.museum)
11. Bell Aircraft Museum  
South Oak St., Mentone, Indiana 46539, USA  
[www.bellaircraftmuseum.org](http://www.bellaircraftmuseum.org)
12. U.S. Army Aviation Museum  
P.O. Box 620610-0610, Fort Rucker, Alabama 36362, USA  
[www.armyaviationmuseum.org](http://www.armyaviationmuseum.org)
13. Russian Aircraft Museum (nur online)  
[www.bearcraft-online.com/museum](http://www.bearcraft-online.com/museum)

### 1.4.8 Hubschrauberhersteller

- Deutschland:
  - edm aerotex, [www.edm-aerotec.de](http://www.edm-aerotec.de)
  - RotorSchmiede: RS Helikopter GmbH, [www.rotorschmiede.de](http://www.rotorschmiede.de)
  - SBM Development GmbH, [aviation-sbm-dev.de](http://aviation-sbm-dev.de)
  - Volocopter, [www.volocopter.com](http://www.volocopter.com)
- Deutschland/Frankreich: Airbus Helicopters, [www.airbus.com/helicopters.html](http://www.airbus.com/helicopters.html)
- Europa: NH Industries, [www.nhindustries.com](http://www.nhindustries.com)
- Frankreich: Hélicoptères Guimbal, [www.guimbal.com](http://www.guimbal.com)
- Italien/England/Polen: Leonardo Helicopters,  
[www.leonardocompany.com/en/air/helicopters](http://www.leonardocompany.com/en/air/helicopters)
- Polen: PZL Swidnik, a Leonardo Helicopters Company, [pzl.swidnik.pl/pzl\\_en/index.html](http://pzl.swidnik.pl/pzl_en/index.html)
- Schweiz: Kopter, [koptergroup.com](http://koptergroup.com)
- Türkei: Turkish Aerospace Helicopter, [www.tusas.com/en/products/helicopter](http://www.tusas.com/en/products/helicopter)
- USA:
  - Airbus Helicopters, Inc., [www.airbus.com/us/en/helicopters.html](http://www.airbus.com/us/en/helicopters.html)
  - Bell Helicopter Textron, [www.bellflight.com](http://www.bellflight.com)
  - Boeing Defense, Space & Security, Rotorcraft Systems, [www.boeing.com/defense](http://www.boeing.com/defense)
  - Enstrom Helicopter Corporation, [www.enstromhelicopter.com](http://www.enstromhelicopter.com)
  - Erickson Inc., [ericksoninc.com](http://ericksoninc.com)
  - Hiller Aircraft Corporation, [www.hilleraircraft.com](http://www.hilleraircraft.com)
  - Kaman Aerosystems, [www.kaman.com/aerosystems/solutions/air-vehicles-mro](http://www.kaman.com/aerosystems/solutions/air-vehicles-mro)
  - Lockheed Martin, [www.lockheedmartin.com](http://www.lockheedmartin.com)
  - MD Helicopters, [www.mdhelicopters.com](http://www.mdhelicopters.com)
  - Piasecki Aircraft Corporation, [www.piasecki.com](http://www.piasecki.com)
  - Robinson Helicopter Company, [robinsonheli.com](http://robinsonheli.com)
  - RotorWay International, [www.rotorway.com](http://www.rotorway.com)
  - RSG Rotorcraft Services Group, [rotorcraftservices.com](http://rotorcraftservices.com)
  - Sikorsky, a Lockheed Martin Company,  
[www.lockheedmartin.com/en-us/capabilities/sikorsky.html](http://www.lockheedmartin.com/en-us/capabilities/sikorsky.html)
- Brasilien: Airbus Helicopters Brasil (Helibras), [www.helibras.com.br](http://www.helibras.com.br)
- Indien: Hindustan Aeronautics Ltd., [hal-india.co.in](http://hal-india.co.in)
- Korea: Korea Aerospace Industries Ltd., [www.koreaero.com/english/](http://www.koreaero.com/english/)
- Russland:
  - Jakovlev Design Bureau, [www.yak.ru/ENG/](http://www.yak.ru/ENG/)
  - Design: Kamow, Mil, VR-Technologies, [www.russianhelicopters.aero/en/](http://www.russianhelicopters.aero/en/)
  - Herstellung: Kazan Helicopters, Ulan-Ude, Rostvertol, VR Technologies,  
[www.russianhelicopters.aero/en/](http://www.russianhelicopters.aero/en/)
- Ukraine: DB Aerocopter, [en.aerocopter.com.ua](http://en.aerocopter.com.ua)

- China:
  - Aviation Industry Corporation of China (AVIC), [www.avic.com](http://www.avic.com)
  - AviChina Industry & Technology Co. Ltd.,  
[en.avichina.com/a/72.aspx](http://en.avichina.com/a/72.aspx)
  - Brantly International, [www.brantly.com](http://www.brantly.com)
  - Ehang, [www.ehang.com/uam](http://www.ehang.com/uam)
  - Harbin Aircraft Industry, [www.hafeigroup.net](http://www.hafeigroup.net)
  - Changhe Aircraft Industry Corporation, [www.changhe.com](http://www.changhe.com)

---

## 1.5 Übungen zu Kapitel 1

### 1.5.1 Geschichte der Drehflügler

1. Nennen Sie 5 Hauptprobleme, mit denen die Konstrukteure am Anfang des 20. Jahrhunderts konfrontiert waren und wie diese im modernen Hubschrauber gelöst wurden.
2. Der Autogyro war das erste erfolgreich geflogene (und vermarktete) Fluggerät mit Drehflügeln. Nennen Sie
  - (a) das Land und näherungsweise das Jahr, in dem der Autogyro zuerst auftrat
  - (b) den grundsätzlichen Konstruktionsunterschied zum Hubschrauber
  - (c) den grundsätzlichen Betriebsunterschied zum Hubschrauber

### 1.5.2 Blattanschluss am Rotorkopf

1. Benennen und erklären Sie die Funktion der drei grundsätzlichen Freiheitsgrade eines modernen Rotorblattes.
2. Was versteht man unter einem gelenklosen und einem lagerlosen Blattanschluss und was sind die grundsätzlichen Vor- und Nachteile?
3. Vergleichen Sie die Vor- und Nachteile eines über den Rotormast und eines über einen Blattspitzenantrieb bewegten Rotors.

### 1.5.3 Kurzfragen

1. Welche Vor- und Nachteile hat der Hubschrauber im Vergleich zum Flächenflugzeug?
2. Man beschreibe die wesentlichen Arten von Drehflügelflugzeugen!
3. Welche prinzipiellen Unterschiede weisen gelenkig gelagerte und gelenklose Rotoren auf?

## Literatur

1. R. Besser, *Technik und Geschichte der Hubschrauber – von Leonardo da Vinci bis zur Gegenwart*, ISBN 3 7637 5965 4, Bernard & Graefe Verlag, 1996
2. H.-J. Polte, *Hubschrauber – Geschichte, Technik und Einsatz*, ISBN 3 8132 0744 7, 3. Auflage, Verlag E.S. Mittler & Sohn, 2001
3. G. Apostolo, *Enzyklopädie der Hubschrauber. Geschichte – Technik – Marken*, ISBN 3893508279, Weltbild Verlag, 1994
4. K. von Gersdorff, K. Knobling, C. Bode, *Hubschrauber und Tragschrauber*, ISBN 3763761152, Bernard & Graefe, 1999
5. E.K. Liberatore, *Helicopters before Helicopters*, ISBN 978-1575240534, Krieger Publishing, Malabar, FL, 1998
6. A. Gessow, G.C. Myers, *Aerodynamics of the Helicopter*, Macmillan Co., 1952; ISBN 0 804 44275 4, Continuum International Publishing Group Ltd., 1997
7. J.G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, ISBN 0 521 66060 2, 1. Ausgabe, 2. Druck, Cambridge University Press, 2001
8. O. Lilienthal, *Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst*, Berlin 1889; Nachdruck; ISBN 2 9809023 8 2, Friedland, 2003
9. M. Kalbow, *Hubschrauber Aerodynamik, wie sie nicht schmerzt*, ISBN 897 930996 23 0, Dieter Franzen Verlag, 2000
10. H. Duda, J. Seewald, *Flugphysik der Tragschrauber*, ISBN 978 3 662 52833 4, Springer Verlag, 2016
11. W. Just, *Hubschrauber und Vertikalstartflugzeuge*, ASIN B0000BJWM4, Verlag Flugtechnik Stuttgart, 1963
12. W. Bittner, *Flugmechanik der Hubschrauber*, Springer Verlag, 2001
13. W. Johnson, *Helicopter Theory*, ISBN 0 691 07971 4, Princeton University Press, 1980
14. W.Z. Stepniewski, C.N. Keys, *Rotary-Wing Aerodynamics*, ISBN 0486646475, Dover Publications, 1984
15. D.M. Layton, *Helicopter Performance*, ISBN 0 916460 39 8, Matrix Series in Mechanical and Aeronautical Engineering, Matrix Publishers, Inc., 1984
16. R. Prouty, *Helicopter Aerodynamics*, ISBN 9991992162, Phillips Pub. Co., 1985
17. R. Prouty, *More Helicopter Aerodynamics*, ISBN 9999414197, Phillips Pub. Co., 1988
18. R. Prouty, *Even more Helicopter Aerodynamics*, ISBN 9990067503, Phillips Pub. Co., 1993
19. R. Prouty, *Helicopter Performance, Stability and Control*, ISBN 0 894 64929 9, 2. Ausgabe, 1995
20. J. Seddon, S. Newman, *Basic Helicopter Aerodynamics*, ISBN 0930403673, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 1990
21. S. Newman, *The Foundations of Helicopter Flight*, ISBN 0 340 587024, Edward Arnold, 1994
22. J.G. Leishman, M.J. Rycroft, W. Sheyy, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, ISBN 0 521 85860 7, 2. Ausgabe, 1. Druck, Cambridge University Press, 2006
23. G.H. Saunders, *Dynamics of Helicopter Flight*, J. Wiley and Sons, 1975
24. A.R.S. Bramwell, *Helicopter Dynamics*, ISBN 0 713 13353 8, Butterworth-Heinemann Ltd., 1976
25. A.R.S. Bramwell, D.E.H. Balmford, G.T.S. Done, *Bramwell's Helicopter Dynamics*, ISBN 0 750 65075 3, Butterworth-Heinemann Ltd., 2001
26. G.D. Padfield, *Helicopter Flight Dynamics*, ISBN 0 632 03248 0, Blackwell Science Ltd., 1996
27. M. Arra, *L'elicottero*, ISBN 88-203-2551-9, Hoepli, 2001

28. G. Di Giorgio, *Teoria del volo dell'elicottero*, ISBN 978-88-548-2573-4, Aracne editrice S.r.l., 2007; 2nd ed.: 2009
29. O. Lilienthal, *Über Schraubenflieger*, Zeitschrift für Luftschiffahrt und Physik der Atmosphäre, Vol. XII, pp. 228–230, 1893
30. J.-J. Ginoux, *Théorie des Hélicoptères Monorotors*, Office de Publicité SA, 1954
31. P. Lefort, *Théorie et Pratique de l'Hélicoptère*, ISBN 978-2-7027-1095-1, Librairie Aéronautique, 1949; 2. Aufl.: mit R. Menthe: *L'Hélicoptère, Théorie et Pratique*, 1963; 3. Aufl.: mit J. Hamann, 1975; 4. Aufl.: mit R. Menthe, 1983; 7. Aufl., 1991; neueste Ausgabe: 2005
32. M.L. Mil, *Vertolety. Raschet i proektirovanie. I. Aerodinamika*, Izdatel'stvo Mashinostroenie Press, 1966; übersetzt in: *Helicopters, Calculation and Design, Vol. I. Aerodynamics*, NASA TT F-494, 1967
33. M.L. Mil, *Vertolety. Raschet i proektirovanie. 2. Kolebanija i dinamiceskaia procnost*, Mashinostroenie Press, 1967; übersetzt in: *Helicopters, Calculation and Design, Vol. II. Vibrations and Dynamic Stability*, NASA TT F-519, 1968
34. M.L. Mil, *Vertolety. Raschet i proektirovanie. 3. Proektirovanie*, Izdatel'stvo Mashinostroenie Press, 1967; keine Übersetzung bekannt
35. G. Wellner, *Die Flugmaschinen. Theorie und Praxis. Berechnung der Drachenflieger und Schraubenflieger*, A. Hartleben's Verlag, Wien/Leipzig, 1910
36. J.R. Porter, *The helicopter flying-machine*, Aeronautics, London, 1911
37. W. Margoulis, *Les Hélicoptères. Recherches expérimentales sur le fonctionnement le plus général des hélices. Études sur la mécanique de l'hélicoptère*, Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1922
38. M.L.V. Lame, *Le Vol Vertical et la Sustentation Indépendante. Hélicoptères – Gyroptères – Avions-hélicoptères*, Blondel la Rougery, Paris, 1926; erweiterter Nachdruck: *Le Vol Vertical; Theorie Generale des Helicopteres, les Appareils a Voilures Tournantes de Leurs Origines a 1934*, Blondel la Rougery, Paris, 1934
39. I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Jussu Societatis Regiae ac Typis Josephi Streater, Londini, 510 p., 1687
40. W.J.M. Rankine, *On the Mechanical Principles of the Action of Propellers*, Transactions of the Institution of Naval Architects, Vol. VI, pp. 13–30, 1865
41. W. Froude, *On the Elementary Relation between Pitch, Slip and Propulsive Efficiency*, Transactions of the Institution of Naval Architects, Vol. XIX, pp. 47–57, 1878
42. F. Bendemann, *Die Versuchsanlage für Luftschrauben-Untersuchungen der Geschäftsstelle für Flugtechnik des Sonderausschusses der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie*, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Vol. 1, no. 12, pp. 141–148; no. 14, pp. 177–179; no. 16, pp. 199–208; no. 22, pp. 284–287; no. 23, pp. 293–300, 1910
43. E.P. Warner, *The Problem of the Helicopter*, NACA TN 4, 1920
44. H. Glauert, *A General Theory of the Autogyro*, ARC R&M 1111, 1926
45. C.N.H. Lock, *Further Development of Autogyro Theory*, ARC R&M 1127, 1927
46. H. Glauert, *On the Horizontal Flight of a Helicopter*, ARC R&M 1157, 1928
47. C.J. Sanders, A. Rowson, *The Book of the C-19 Autogiro*, Pitman & Sons, London, 1930
48. R.A.C. Brie, *Practical Notes on the Autogiro*, Pitman & Sons, London, 1930
49. J. de la Cierva, D. Rose, *Wings of Tomorrow: The Story of the Autogiro*, Brewer, Warren & Putnam, New York, 1931
50. J.B. Wheatley, *An Aerodynamic Analysis of the Autogiro Rotor with a comparison between Calculated and Experimental Results*, NACA TR 487, 1934
51. E. Zaschka, *Drehflügelflugzeuge. Trag- und Hubschrauber*, Volckmann, Berlin, 1936
52. H.G. Küssner, *Probleme des Hubschraubers*, Luftfahrt-Forschung, Vol. 14, Lfg. 1, pp. 1–13, 1937; Errata in: Luftfahrt-Forschung, Vol. 14, Lfg. 6, p. 313, 1937; gleicher Artikel in: Jahr-

- buch 1937 der deutschen Luftfahrtforschung, pp. I241–I253, 1937; Übersetzung in: *Helicopter Problems*, NACA TM 827, 1937
53. G. Sissingh, *Beitrag zur Aerodynamik der Drehflügelflugzeuge*, Luftfahrt-Forschung, Vol. 15, Lfg. 6, pp. 290–302, 1938; Übersetzung in: *Contributions to the Aerodynamics of Rotary-Wing Aircraft*, NACA TM 921, 1939
54. G. Sissingh, *Die Berechnung der Rotoren von Drehflügelflugzeugen bei höheren Fortschrittsgraden mit besonderer Berücksichtigung der Probleme des Schnellfluges*, Jahrbuch 1941 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I351–I364, 1941
55. G. Sissingh, *Untersuchungen über den Einfluß hoher Unterschallgeschwindigkeiten auf die Gleitzahl der Drehflügelflugzeuge*, Jahrbuch 1942 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I385–I390, 1942
56. K. Hohenemser, *Gültigkeitsgrenzen der Glauertschen Drehflüglertheorie*, Technischer Bericht, Vol. 9, no. 1, pp. 17–18, 1942
57. C.B.F. Macauley, *The Helicopters are Coming*, Whittlesey House, McGraw-Hill Book Co., New York, 1944
58. H.F. Gregory, *Anything a Horse can do: The Story of the Helicopter*, Reynal & Hitchcock, New York, 1944
59. J.A.J. Bennett, *Rotary Wing Aircraft*, Aircraft Engineering, Vol. 12, no. 131–138, 1940
60. A.A. Nikolsky, *Notes on Helicopter Design Theory, A series of lectures delivered March-April 1944 at Princeton University*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1945
61. A. Klemin, *Principles of Rotary Wing Aircraft*, Aero Digest, Vol. 48–50, April 1945–Januar 1946
62. H. Focke, *Mein Lebensweg*, DGLR-Mitteilung 77-01, 1977; Kurze-Schönholz u. Ziesemer Verlags GBR, 1977; Nachdruck: 1996
63. A. Betz, *Monographien über Fortschritte der deutschen Luftfahrtforschung (seit 1939). N Überblick über die deutsche Entwicklung und Forschung auf dem Gebiete der Drehflügelflugzeuge, redigiert von G.J. Sissingh*, AVA Göttingen, 1946
64. R. Whittle, *The Dream Machine – The untold history of the notorious V-22 Osprey*; Simon & Schuster, New York, NY, 454 p., 2010



# Grundlagen der Drehflügleraerodynamik

2

---

## 2.1 Einleitung

### 2.1.1 Charakterisierung der Flugzustände

Eine grundsätzliche Unterscheidung der Flugzustände bietet die Definition der statio-nären, das heißt unbeschleunigten, Flugzustände, welche den Schwebeflug, den axialen Steig- und Sinkflug sowie den Horizontalflug – einschließlich Kurvenflug – beinhalten und die instationären Flugzustände, die alle transienten Manöver umfassen. In jedem Flugzu-stand wird der Hubschrauber durch den Schub des Rotors getragen, welcher auf Beschleu-nigung von Luftmassen in entgegengesetzter Richtung basiert. Diese vom Schub erzeug-ten Geschwindigkeiten der Luftmassen nennt man induzierte Geschwindigkeit. Schub, Leistung und induzierte Geschwindigkeit stehen in einem engen Zusammenhang, der spä-ter noch mathematisch behandelt wird.

Im Schwebeflug weist der Drehflügler weder eine translatorische noch eine rotatorische Bewegung gegenüber der ihn umgebenden Luftmassen auf. Im Falle der Windstille ver-harrt das Fluggerät also auf der Stelle über Grund. Der Rotor wird im Wesentlichen axial von oben nach unten durchströmt. Befindet sich der Drehflügler in Bodennähe, staut sich der Abstrom und wird radial in alle Richtungen umgelenkt. Dadurch entsteht eine Druck-zunahme und eine reduzierte Geschwindigkeit in der Stromröhre, welche wiederum, da es sich um eine induzierte Geschwindigkeit handelt, auch den benötigten Leistungsbe-darf bei gegebenem Schub reduziert, wie später gezeigt wird. Dies ist beim Start und im Landeanflug von Vorteil.

Im senkrechten Steig- und langsamen Sinkflug sind die Strömungsverhältnisse im We-sentlichen denen des Schwebefluges recht ähnlich. Die vertikale Eigengeschwindigkeit und die vom Schub induzierte Geschwindigkeit addieren sich, aber der Rotor wird weiter-hin von oben nach unten durchströmt. Aerodynamisch gesehen repräsentiert der schnelle Steigflug auch den Betriebszustand eines Propellers im Vorwärtsflug. Der mäßig schnelle Sinkflug ist von einer nicht genau definierten Rotordurchströmung gekennzeichnet: die

---

Die Originalversion des Kapitels wurde revidiert. Ein Erratum ist verfügbar unter:

[https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_9)

Rotorebene wird teils von oben nach unten, teils von unten nach oben durchströmt, was ein sehr instabiler und instationärer Zustand ist.

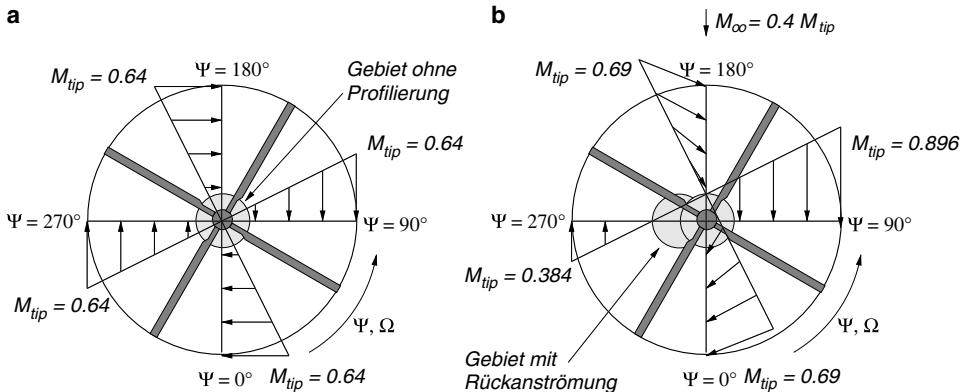
Im noch schnelleren Sinkflug ist die induzierte Geschwindigkeit etwa gleich groß wie die Sinkgeschwindigkeit, so dass in der Rotorebene keine Nettodurchströmung mehr stattfindet. Dann ist der Rotor effektiv eine geschlossene ebene Platte, die außen umströmt wird. Dies ist ein recht instationärer Strömungszustand und entsprechend instabil. Er wird als Wirbelringstadium bezeichnet und wird von Piloten vermieden, da die Steuerwirksamkeit erheblich reduziert wird und auch einige Unfälle auf diesen Flugzustand zurückzuführen sind. Auch der Heckrotor kann – aerodynamisch gesehen – in ein Wirbelringstadium gelangen, zum Beispiel im Seitwärtsflug entgegen der Schubrichtung des Heckrotors, oder bei schnellen Drehungen um die Hochachse des Hubschraubers derart, dass sich der Heckrotor entgegen seiner Schubrichtung durch die Luft bewegt.

Erst der sehr schnelle Sinkflug hat wieder eine saubere Durchströmung des Rotors zur Folge, nun aber von unten nach oben, da die induzierte Geschwindigkeit kleiner als die Sinkgeschwindigkeit ist. Dieser Zustand wird als Windmühlenstadium bezeichnet und der Rotor wird von der Strömung angetrieben, muss also gebremst werden, um nicht auf Überdrehzahl zu kommen. Aus aerodynamischer Sicht stellt der schnelle Sinkflug auch den Betriebszustand einer Windenergieanlage dar und die Bremsenergie wird mit einem Generator zur Stromgewinnung genutzt.

Alle Flugzustände des vertikalen Fluges sind im Wesentlichen rotationssymmetrisch und das vom Rotor erzeugte Wirbelsystem wird nach unten (langsamer Sinkflug, Schweben- und Steigflug) bzw. nach oben weggetragen (sehr schneller Sinkflug, Windmühlenstadium); nur im Wirbelringstadium verbleibt es in Rotornähe und bildet einen starken instabilen und den Rotor umschließenden ringförmigen Randwirbel.

Ein weiterer wichtiger Flugzustand ist der der Autorotation, der dann von Bedeutung ist, wenn wegen Ausfall des Antriebs, zum Beispiel durch Spritmangel oder Schäden im Antrieb, im Gleitflug wie ein Segelflugzeug geflogen werden muss. Dann wird die Rotorebene von unten durchströmt und funktioniert im Prinzip ähnlich einer Windkraftanlage, d. h. die Durchströmung treibt den Rotor an, bis ein Gleichgewicht von antreibenden und bremsenden Kräften erreicht ist. Mit der Drehenergie des Rotors kann man dann noch ein Abfangmanöver beim Landeanflug durchführen.

Beim Horizontalflug ist die Rotorebene des Hubschraubers in Flugrichtung geneigt, um einen Teil des Schubes zur Vortriebserzeugung zu verwenden, die den Widerstand des Rumpfes und aller anderen Komponenten kompensiert. Der Rotor wird sowohl von oben nach unten als auch quer durchströmt, was die aerodynamischen Betriebsbedingungen erheblich verkompliziert, da keine Rotationssymmetrie mehr vorliegt, sondern Staudruck und Anströmrichtung sich periodisch ändern. Die Flug- und Rotationsgeschwindigkeit überlagern sich am Rotorblatt wie in Abb. 2.1 gezeigt. Im senkrechten Schweben-, Steig- oder Sinkflug sind die Anströmverhältnisse in der Rotorebene an jeder Position im Umlauf eines Rotorblattes gleich Abb. 2.1a, der Vorwärtsflug weist dagegen mit der Fluggeschwindigkeit proportional zunehmende Ungleichförmigkeiten auf Abb. 2.1b. Am vorlaufenden Rotorblatt addieren sich Flug- und Rotationsgeschwindigkeit, so dass an der



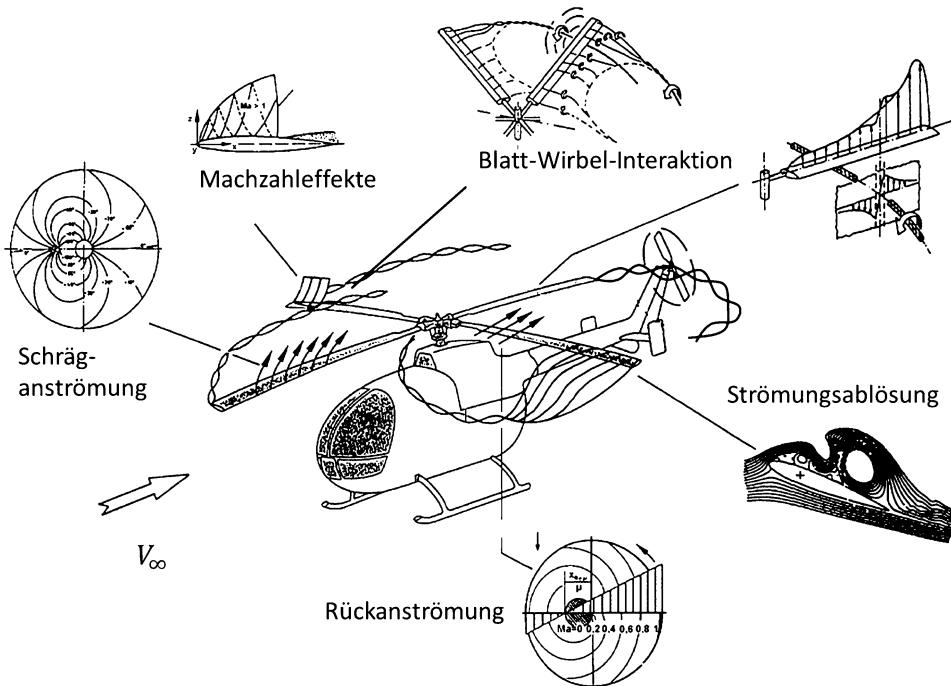
**Abb. 2.1** Geschwindigkeitskomponenten in der Drehebene des Rotors. **a** Schwebeflug, **b** Vorwärtsflug

Blattspitze Machzahlen von  $M_{tip} = 0.9$  und höher erreicht werden können, mit den transsonischen Phänomenen wie Stoßwellenbildung und Buffeting. An der rücklaufenden Seite subtrahieren sich die Geschwindigkeiten, so dass inkompressible Strömungszustände mit Blattspitzenmachzahlen von  $M < 0.4$  vorherrschen. Im Innenbereich des Rotors wird das rücklaufende Rotorblatt sogar von hinten angeströmt; am Radius des Profilbeginns (typischerweise etwa bei 20 % des Rotorradius) kann die lokale Machzahl bis  $M < -0.13$  werden.

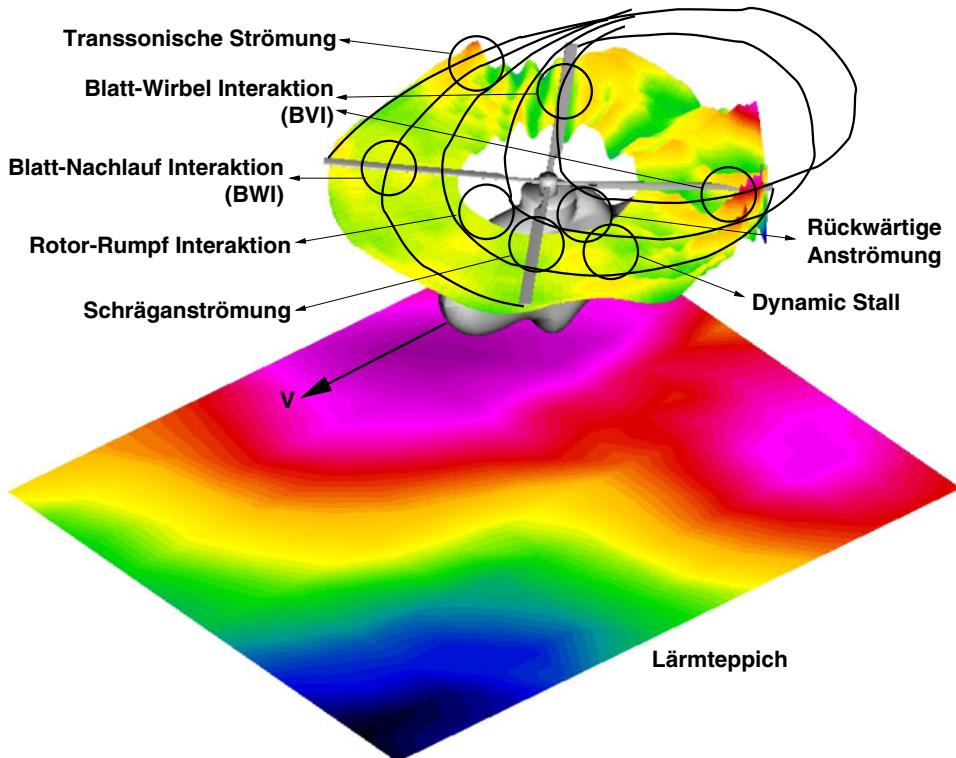
Ein momentenfreier Rotor erfordert, dass der Auftrieb vorne mit dem hinten im Gleichgewicht steht, aber auch die vorlaufende Seite mit der rücklaufenden Seite ausbalanciert ist. Dies erfordert wegen der geringen Staudrucke auf der rücklaufenden Seite dort große Anstellwinkel, deren Bereich durch Stall mit Strömungsablösung begrenzt ist. Das führt dazu, dass an der vorlaufenden Seite trotz großer Auftriebsfähigkeit (wegen der großen Staudrucke) diese nicht genutzt werden kann und mit kleinen Anstellwinkeln der Auftrieb an den der rücklaufenden Seite angepasst werden muss. Im vorderen und hinteren Bereich der Rotorebene werden große Querströmungseffekte wirksam, die allerdings dort, wo große Anstellwinkel am Rotorblatt zu Strömungsablösungen führen können, durch Grenzschichteffekte den Beginn der Strömungsablösung zu größeren Anstellwinkeln verschieben. Die Blattspitzenwirbel bilden eine gescharte Helix und treiben teils oberhalb, teils unterhalb der Rotorebene stromab. Ihr induziertes Geschwindigkeitsfeld ist eine weitere Ursache für hochgradig instationäre Strömungszustände mit entsprechenden Auswirkungen auf die entstehenden Luftkräfte am Rotorblatt. Das Frequenzspektrum reicht von stationären bis hin zu akustisch relevanten Frequenzen.

## 2.1.2 Aerodynamische Phänomene

Generell muss festgestellt werden, dass selbst beim Flug ohne translatorische und rotatorische Geschwindigkeiten des Drehflüglers die Aerodynamik am Rotor immer instationär und kompressibel ist sowie einen weiten Reynoldszahlbereich umfasst. Eine zusammenfassende Darstellung der wichtigsten aerodynamischen Phänomene ist in Abb. 2.2 dargestellt. Im Schnellflug treten am rücklaufenden Blatt lokale Strömungsablösungen wegen großer Anstellwinkel und am vorlaufenden Blatt Stoßwellen wegen großer Machzahlen auf; Fliehkräfteffekte wirken immer in der Grenzschicht und jegliche Vorrwärtsgeschwindigkeit führt zu ständig über Radius und Umlauf variiierenden Anströmgeschwindigkeiten und -richtungen (Anstell- und Schiebewinkel). Ferner werden an beiden Enden des Rotorblattes Blattspitzenwirbel erzeugt, die zunächst in der Nähe des Rotors verbleiben und durch ihre Feldinduktion die Rotoräerodynamik, -dynamik und -akustik entscheidend mit beeinflussen. Dies ist in Abb. 2.3 gezeigt. Um einen Eindruck von der Größenordnung der verschiedenen, die Aerodynamik bestimmenden Größen zu erhalten, sind in Abb. 2.4 die radialen und azimutalen Verteilungen (Azimut = Umlaufwinkel) der lokalen Machzahl, des Anstellwinkels, des Schiebewinkels sowie der daraus resultierenden Auftriebsverteilung für einen sehr schnellen Vorrwärtsgang gezeigt. Die Anströmung des Rotors erfolgt



**Abb. 2.2** Aerodynamische Phänomene am Hubschrauber

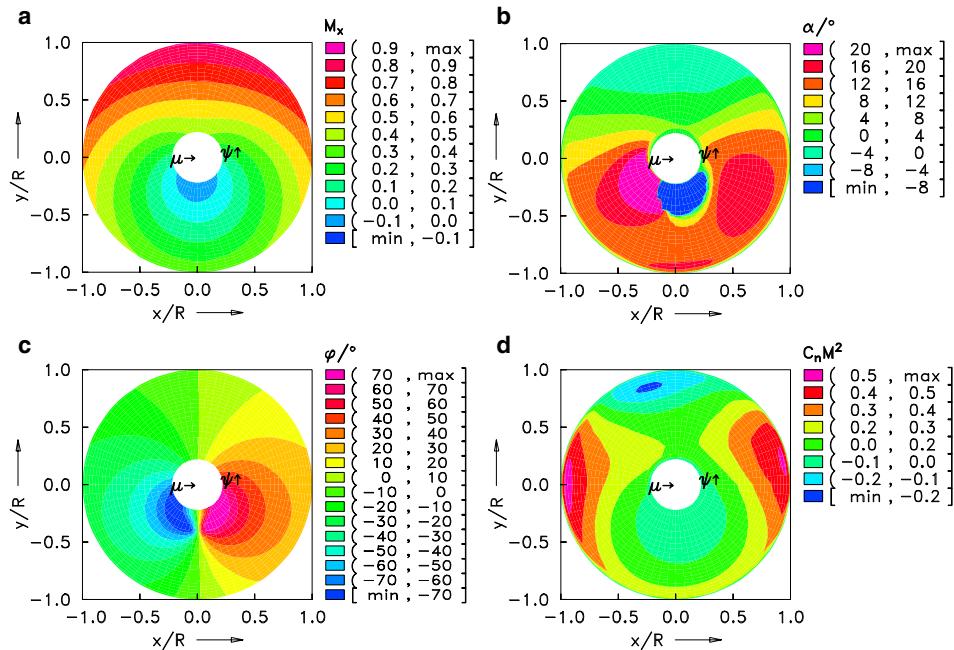


**Abb. 2.3** Aeroakustische Phänomene am Hubschrauber

dabei von links (siehe Pfeil  $\mu$ ) und der Rotor dreht sich, von oben gesehen, Steuerelemente beim Hubschrauber, im Gegenuhrzeigersinn (siehe Pfeil  $\psi$ ).

Die Machzahlen variieren von  $-0.15 \leq M \leq 0.9$  und decken damit den gesamten kompressiblen Unterschallbereich ab. An der vorlaufenden Seite sind die Anstellwinkel recht klein, auf der rücklaufenden Seite dagegen deutlich über  $20^\circ$ , mit einem abrupten Übergang in negative Anstellwinkel im Innenbereich an den Orten, wo die resultierende Anströmgeschwindigkeit Null ist. Diese Übergänge sind hochgradig instationär und führen zu dynamischem Strömungsabriss; in den radial innen liegenden Bereichen wird das Rotorblatt kurzfristig sogar von hinten angeströmt. Die Asymmetrie der Anstellwinkelverteilung dient der Kompensation der unterschiedlichen Staudrücke an vor- und rücklaufender Seite.

Die lokalen Schiebewinkel erreichen insbesondere im Bereich kleiner Machzahlen sehr große Werte, so dass die radiale Strömung dort erheblichen Einfluss hat. Große Bereiche der Rotorebene weisen Schiebewinkel von mehr als  $30^\circ$  auf. Die resultierende Auftriebsverteilung in Form des Normalkraftbeiwertes ( $C_n M^2 \approx C_l M^2$ ) zeigt eine sehr inhomogene Auftriebsverteilung mit zwei Spitzenwerten im vorderen und hinteren



**Abb. 2.4** Aerodynamische Größen am Hauptrotor bei maximaler Fluggeschwindigkeit. **a** Machzahl, **b** Anstellwinkel, **c** Schiebewinkel, **d** Auftrieb

Bereich des Rotors, teilweise Abtrieb im Außenbereich der vorlaufenden Seite sowie nur geringen Auftrieb auf der rücklaufenden Seite – eine Folge der geringen Staudrucke trotz sehr großer Anstellwinkel. Dies ist eine Konsequenz aus der Forderung nach einem im wesentlichen momentenfreien Rotor, bei dem der Auftrieb vorne mit dem hinten im Gleichgewicht steht sowie der der vorlaufenden Seite mit dem der rücklaufenden Seite. Da der Auftrieb proportional zum Produkt Staudruck \* Anstellwinkel ist, bedeutet dies kleine Anstellwinkel an der vorlaufenden Seite und große an der rücklaufenden Seite.

Daher erweist sich die allgemeine mathematische Behandlung als recht aufwändig und es gibt keine geschlossenen analytischen Lösungen. Vielmehr ist man in sehr vielen Bereichen auf einfache ingenieurmäßige Verfahren sowie zahlreiche vereinfachende Annahmen angewiesen, um die Probleme der Drehflügler einer analytischen Behandlung zu unterziehen. Allerdings liegt gerade in dieser Komplexität der aerodynamischen Umgebung der Reiz und die Faszination der Drehflügler.

### 2.1.3 Grundgleichungen zur Strahltheorie

Zahlreiche grundlegende Fragestellungen und Zusammenhänge sind bereits mit der Strahltheorie (auch Propellertheorie) vom Prinzip her zu bearbeiten, die im englischen Sprachraum mit „momentum theory“ bezeichnet wird. Die Strahltheorie basiert auf energetischen Betrachtungen, wozu der Rotor ohne Rücksicht auf die Anzahl oder Form der Rotorblätter (und ohne Einfluss von Rotorkopf, -mast und Rumpf) als Aktuatorscheibe (auch Impuls- oder Wirksscheibe genannt) betrachtet wird. Diese kann man sich als eine infinitesimal dünne Luftpumpe vorstellen, welche eine Druckdifferenz zwischen ihrer Ober- und Unterseite bewirkt, die den zum Tragen des Drehflüglers erforderlichen Schub erzeugt. Eine derartige Annahme erlaubt die Berechnung von Schub und zugehöriger Leistung in erster Näherung, ohne die lokalen Strömungsvorgänge im Detail berücksichtigen zu müssen.

Die Strahltheorie wurde im Wesentlichen von Rankine 1865 [1] und von Froude 1878 [2] entwickelt, und zwar im Hinblick auf Schiffspropeller, da Flugzeugpropeller, Autogyro-, Windenergie- oder gar Hubschrauberrotoren zu dieser Zeit keiner wissenschaftlichen Behandlung unterlagen. Die Anwendung auf Drehflügler wurde dann von Glauert 1926 [3] und Lock 1927 [4] betrieben, und zwar damals in erster Linie für die Anwendung auf Autogyros, die zu jener Zeit gerade erfolgreich vermarktet werden konnten, während die Hubschrauber noch im Experimentierstadium waren.

Im Schwebeflug sind die Strömungszustände weitgehend rotationssymmetrisch – das heißt nur vom Radius abhängig – und die Strahltheorie erlaubt eine globale Analyse. Man muss sich allerdings der Vereinfachungen bewusst sein, die den Ergebnissen der Strahltheorie zu Grunde liegen. Die Strömung wird als prinzipiell eindimensional, quasi-stationär, inkompressibel und reibungsfrei betrachtet. Somit sind induzierte Verluste die einzige auftretenden Verluste in der Strömung. Die Eindimensionalität repräsentiert identische Verhältnisse innerhalb einer Ebene parallel zum Rotor und die Annahme der quasi-stationären Strömung schließt zeitliche Änderungen der Strömung an einem beliebigen Punkt aus. Unter diesen Annahmen kommen folgende Energieerhaltungsgleichungen in Ansatz:

- Der *Massenerhaltungssatz* oder auch Kontinuitätssatz, welcher besagt, dass ein in ein Kontrollvolumen mit der Oberfläche  $S$  einströmender Massenstrom  $\rho \vec{V}$  dem aus diesem Kontrollvolumen ausströmenden Massenstrom gleich ist. Physikalisch gesehen bedeutet dies, dass in der Strömung weder Quellen noch Senken vorhanden sind. Dies ist eine skalare Gleichung.

$$\iint_S \rho \vec{V} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.1)$$

Volumenstrom

- Der *Impulserhaltungssatz*, welcher besagt, dass in einer ansonsten unbeeinflussten Strömung die von dieser erzeugte Kraft gleich der zeitlichen Änderung des Impul-

ses auf einer Kontrollfläche ist. Da diese Kraft vom Rotor ausgeübt wird, muss gemäß Newtons drittem Gesetz (actio = reactio) die Strömung eine gleich große Kraft auf den Rotor ausüben (zur Erinnerung: 1. Newtonsche Gesetz: Ein Körper verharrt in seinem Bewegungszustand, wenn keine Kraft an ihm angreift. 2. Gesetz: Die Änderung des Bewegungszustandes ist proportional zu der einwirkenden Kraft und in deren Richtung, [5]). Diese Reaktionskraft ist der Rotorschub.

$$\vec{F} = \iint_S p \, d\vec{S} + \iint_S (\rho \vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V} \quad (2.2)$$

Massenstrom

Dies ist zwar eine Vektorgleichung, sie lässt sich aber für eindimensionale Strömungen erheblich vereinfachen.

3. Der *Energieerhaltungssatz*, der besagt, dass die Arbeit, die der Rotor auf die Strömung ausübt, sich in einem entsprechenden Zuwachs an kinetischer Energie in der Strömung niederschlägt. Positive Arbeit beschleunigt die Strömung (Propeller, Hubschrauber), während negative Arbeit sie verlangsamt (Autogyro, Windenergieanlage, Hubschrauber in Autorotation).

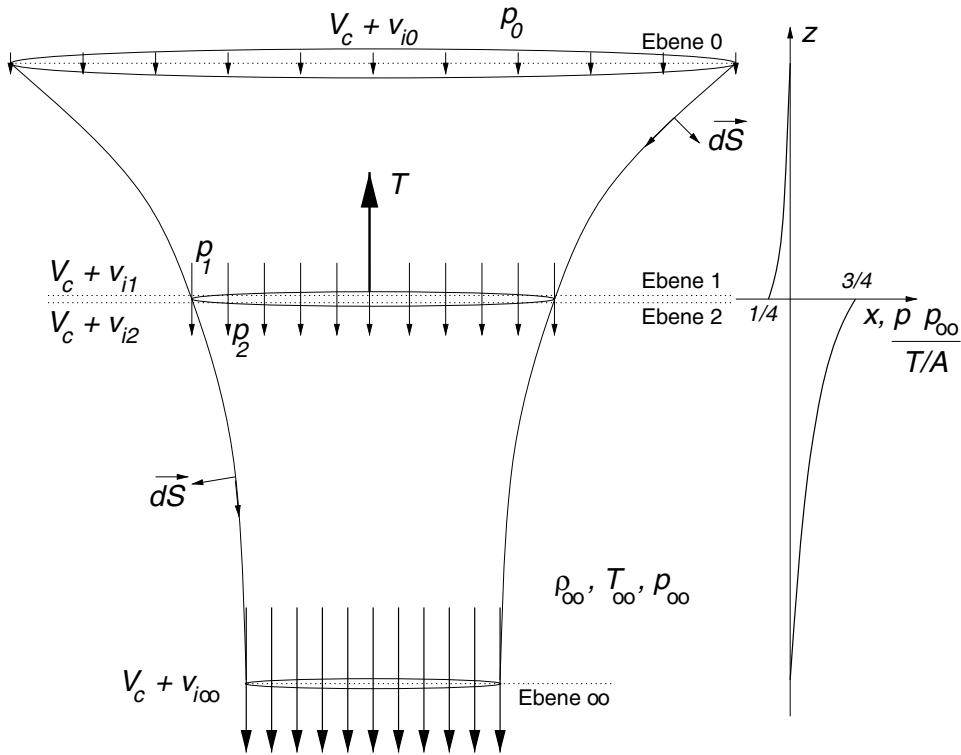
$$W = \iint_S \frac{1}{2} (\rho \vec{V} \cdot d\vec{S}) |\vec{V}|^2 \quad (2.3)$$

Dies ist wieder eine skalare Gleichung.

## 2.2 Schwebeflug

### 2.2.1 Induzierte Geschwindigkeit

Man stelle sich eine gleichförmige, drehungs- und reibungsfreie, inkompressible Strömung durch eine stationäre Aktuatorscheibe, welche die Rotorebene repräsentiert, vor. Die Strömungsverhältnisse im Schwebeflug, der den Sonderfall eines axialen Steigfluges mit der Geschwindigkeit Null bildet, sind in Abb. 2.5 schematisch dargestellt. Die Steiggeschwindigkeit verschwindet im Schwebeflug ( $V_c = 0 \text{ m/s}$ ) ebenso wie jede induzierte Geschwindigkeit  $v_i$  in einer Ebene (Index 0) weit oberhalb des Rotors:  $v_{i0} = 0 \text{ m/s}$ . Die Ebenen 1 und 2 befinden sich unmittelbar ober- bzw. unterhalb der Aktuatorscheibe und die Ebene  $\infty$  beschreibt einen Schnitt durch den weit unterhalb der Aktuatorscheibe befindlichen, voll ausgebildeten Abstromzylinder. Die induzierte Geschwindigkeit in der Rotorebene selbst sei mit  $v_i = v_{i1} = v_{i2}$  bezeichnet (der Drucksprung der Aktuatorscheibe erzeugt keinen Geschwindigkeitssprung, ansonsten würde dadurch die Kontinuitätsgleichung verletzt werden). Die Annahme quasi-stationärer, inkompressibler und eindimensionaler Strömung reduziert Gl. 2.1 gemäß Abb. 2.5 zu einer Definition des Massenstroms  $\dot{m}$ . Da der Stromzylinder seitlich nicht durchströmt wird, kann jede Ebene mit



**Abb. 2.5** Strömungsmodell für die Strahltheorie im axialen Flug

der Querschnittsfläche  $A$  (vom engl. area) einzeln betrachtet werden.

$$\iint_n \rho \vec{V} \cdot d\vec{S} = \dot{m} = \rho A_n v_{in} \quad n = 0, 1, 2, \infty \quad (2.4)$$

Der Impulserhaltungssatz liefert die Beziehung zwischen dem Schub  $T$  (vom engl. thrust) und dem Massenstrom  $\dot{m}$ . Der Schub ist gleich dem Impulszuwachs  $\dot{m}\Delta V$  der durch die Aktuatorscheibe fließenden Luft der Dichte  $\rho$ , siehe Abb. 2.5. Weil die induzierte Geschwindigkeit weit oberhalb der Aktuatorscheibe,  $v_{i0}$ , vom Rotor unbeeinflusst und damit Null ist, folgt aus Gl. 2.2

$$T = \iint_{\infty} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V} - \iint_0 \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V} = \iint_{\infty} \rho (\vec{V} \cdot d\vec{S}) \vec{V} = \dot{m} v_{i\infty} \quad (2.5)$$

Da der Massenstrom  $\dot{m}$  aufgrund der Kontinuität (Quell- und Senkenfreiheit) konstant bleibt, besteht der Impulszuwachs aus der Änderung der Gesamtgeschwindigkeit  $\Delta V$ . Die

Ebene 0 liegt weit oberhalb des Rotors und daher ist dort der Einfluss des Rotors Null, also  $v_{i0} = 0$ , und  $\Delta V = (V_c + v_{i\infty}) - (V_c + v_{i0}) = v_{i\infty}$ .

$$T = \dot{m} \Delta V = \overbrace{[\rho A(V_c + v_i)]}^{\dot{m}} \overbrace{(v_{i\infty})}^{\Delta V} \quad (2.6)$$

Darin sind  $V_c$  die Vertikalfluggeschwindigkeit aus dem Steigen ( $V_c > 0$ ) oder Sinken ( $V_c < 0$ ) und  $v_i$  die induzierte Geschwindigkeit in der Rotorebene sowie  $v_{i\infty}$  die induzierte Geschwindigkeit des voll ausgebildeten Strahls weit weg vom Rotor (im Steigflug unterhalb, im schnellen Sinkflug oberhalb des Rotors). Beide werden positiv nach unten gerichtet definiert, also ein nach oben gerichteter Schub erzeugt eine nach unten gerichtete induzierte Geschwindigkeit und ein Steigen des Hubschraubers stellt für den Rotor eine Anströmung von oben nach unten dar (im seltenen Fall einer nach unten gerichteten Schubkraft kehren sich die Verhältnisse natürlich um). Im Schwebeflug ( $V_c = 0$  m/s) folgt aus Gl. 2.6

$$T = \rho A v_i v_{i\infty} \quad (2.7)$$

Schließlich folgt noch aus Gl. 2.3, dass die Arbeit pro Zeiteinheit, oder auch die Leistung  $P$  (vom engl. power), die der Rotor zur Schuberzeugung aufbringen muss, gleich der Zunahme der kinetischen Energie der Strömung ist. Diese beschreibt sich ausschließlich aus der Energie im ausgebildeten Abstromzylinder (Ebene  $\infty$ ), da auf der anderen Seite (Ebene 0) dem Strömungsmedium keine kinetische Energie inne wohnt ( $v_{i0} = 0$ ). Diese Leistung ist definiert als das Produkt der Kraft (hier der Schub  $T$ ) und der Geschwindigkeit am Wirkungsort dieser Kraft (in der Rotorebene im Schwebeflug:  $v_i$ ). Da es sich hierbei nur um den Anteil der Leistung handelt, der mit der induzierten Geschwindigkeit in Zusammenhang steht, bezeichnet man diesen Anteil mit induzierter Leistung  $P_i$ .

$$T v_i = P_i = \iint_{\infty} \frac{\rho}{2} (\vec{V} \cdot d\vec{S}) |\vec{V}|^2 - \iint_0 \frac{\rho}{2} (\vec{V} \cdot d\vec{S}) |\vec{V}|^2 = \iint_{\infty} \frac{\rho}{2} (\vec{V} \cdot d\vec{S}) |\vec{V}|^2 = \frac{\dot{m}}{2} v_{i\infty}^2 \quad (2.8)$$

Oder, anders ausgedrückt: das Produkt aus Schub und Geschwindigkeit ist gleich dem Zuwachs von kinetischer Energie in der Strömung.

$$T(V_c + v_i) = \Delta E_{\text{kin}} = \frac{\dot{m}}{2} (V_{+\infty}^2 - V_{-\infty}^2) = \frac{\rho A (V_c + v_i)}{2} [(V_c + v_{i\infty})^2 - V_c^2] \quad (2.9)$$

Setzt man Gl. 2.5 in Gl. 2.8 ein, so folgt unmittelbar, dass die induzierte Geschwindigkeit in der Aktuatorscheibe genau halb so groß sein muss wie im ausgebildeten Abstromzylinder.

$$v_i = \frac{v_{i\infty}}{2} = \frac{P_i}{T} \quad (2.10)$$

Im Zusammenhang mit der Kontinuitätsgleichung Gl. 2.4 und mit der als inkompressibel angenommenen Strömung ( $\rho = \rho_0 = \text{konst.}$ ) folgt ebenfalls, dass, wenn die Geschwindigkeit zunimmt, die durchströmte Fläche entsprechend abnimmt. Es folgt für den Radius des voll ausgebildeten Abstromzylinders  $R_\infty$  wegen  $\rho_\infty A v_i = \rho_\infty A_\infty v_{i\infty}$  und  $A_\infty = \kappa_W A \Leftrightarrow R_\infty^2 = \kappa_W R^2$  mit dem Strahlflächenverhältnis  $\kappa_W = A_\infty/A$ . Wegen  $v_{i\infty} = 2v_i$  erhält man

$$\frac{R_\infty}{R} = \sqrt{\kappa_W} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707 \quad (2.11)$$

Das Verhältnis  $R_\infty/R = \sqrt{\kappa_W}$  wird als Strahleinschnürung bezeichnet und stellt einen idealen Wert dar. In der Praxis kann sich der Abstrom nicht ungehindert ausbilden, da die Strömung weder reibungsfrei noch die Durchströmung der Rotorebene gleichförmig über den Radius verteilt ist. Außerdem wird von den drehenden Rotorblättern ein Drall in der Strömung erzeugt und der Rumpf wird ebenfalls umströmt. Daher wurde in Experimenten ein Wert um  $R_\infty/R \approx 0.8$  gemessen. Diese Effekte haben auch zur Folge, dass die effektive Impulsänderung in vertikaler Richtung vermindert wird, und entsprechend für einen gewünschten Schub mehr Leistung zu erbringen ist als im hier dargestellten idealisierten Fall.

Da die induzierte Leistung in vielen Bereichen der Hubschraubertheorie einen bedeutenden Anteil hat, ist es sinnvoll, einige physikalische Zusammenhänge zu diskutieren. Der erforderliche Schub ist als konstant anzusehen, da er vom Gewicht des betrachteten Hubschraubers vorgegeben wird.

1. Der Schub hängt vom Produkt des Massenstroms durch den Rotor und der Beschleunigung der Luft bzw. der daraus resultierenden induzierten Geschwindigkeit ab (s. Gl. 2.5:  $T = \dot{m} v_{i\infty}$ ).
2. Bei gegebenem Schub gilt daher: je größer der Massenstrom  $\dot{m}$ , um so geringer ist die benötigte Beschleunigung der Luftmassen bzw. um so geringer ist die induzierte Geschwindigkeit  $v_{i\infty}$  (s. Gl. 2.5) und damit auch  $v_i$  (Gl. 2.10).
3. Je geringer die induzierte Geschwindigkeit, um so geringer ist auch die induzierte Leistung zur Erzeugung des gegebenen Schubes, da  $P_i = T v_i$  (s. Gl. 2.8).
4. Folglich muss man, um für gegebenen Schub die induzierte Leistung zu reduzieren, den Massenstrom erhöhen – entweder durch Vergrößerung der Rotorfläche (also des Radius) oder durch Erhöhung des Massenstroms, oder durch beides gleichzeitig (s. Gl. 2.5). Bei gegebenem Schub braucht ein kleiner Rotor also deutlich mehr Leistung als ein großer Rotor. Hier liegt auch der Grund für die riesigen Abmessungen des in der Einführung erwähnten muskelkraftgetriebenen Hubschraubers (Abschn. 1.2.7).
5. Bei gegebenem Schub führt eine Vergrößerung der Flughöhe zu größeren induzierten Geschwindigkeiten, um den Massenstrom konstant zu halten, da die Dichte  $\rho$  mit der Höhe abnimmt (s. Gl. 2.6 und Gl. 2.7).
6. Dies führt gleichzeitig zu einem Anstieg der induzierten Leistung (s. Gl. 2.8).

Wie später noch gezeigt werden wird, ist dies der Grund, weshalb im Bodeneffekt, im Steig-, schnellen Sink- oder Vorwärtsflug weniger induzierte Leistung als im Schweben- oder langsamem Sinkflug benötigt wird: sobald sich der Rotor vorwärts bewegt, erhöht sich durch die Fluggeschwindigkeit der Massenstrom. Hier liegt auch der Grund für die riesigen Abmessungen des in der Einführung erwähnten muskelkraftgetriebenen Hubschraubers (Abschn. 1.2.7).

## 2.2.2 Druckverlauf

Wie in Abschn. 2.1.3 erwähnt, stellt die Aktuatorscheibe mit dem Drucksprung eine Unstetigkeitsstelle zwischen ihrer Ober- und Unterseite dar, der aus dem Energiezuwachs in der Strömung – verursacht durch die Schuberzeugung – stammt. Daher muss man Bernoullis Gesetz separat für den Bereich der Ebene 0, 1, 2 und  $\infty$  anwenden, siehe Abb. 2.5. Dies liefert

$$\begin{aligned} p_0 &= p_\infty = p_1 + \frac{\rho}{2} v_i^2 && \text{zwischen Ebene 0 und 1} \\ p_2 + \frac{\rho}{2} v_i^2 &= p_\infty + \frac{\rho}{2} v_{i\infty}^2 && \text{zwischen Ebene 2 und } \infty \end{aligned} \quad (2.12)$$

Die auf eine Fläche wirkende Kraft ist gleich dem Produkt aus Druck und Fläche. Da der Drucksprung bei der Strahltheorie als konstant über die gesamte Aktuatorscheibe angenommen wird, muss er also gleich dem Quotienten aus Schub und Kreisfläche sein. Mit den Bernoulli-Gleichungen erhält man dann die Aussage, dass der Drucksprung in der Aktuatorscheibe bzw. die Flächenbelastung  $T/A$  (engl. disk loading, daher oft mit  $DL$  bezeichnet) dem dynamischen Druck im ausgebildeten Abstrom entspricht.

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{T}{A} = \frac{\rho}{2} v_{i\infty}^2 \quad (2.13)$$

Setzt man dies unter Berücksichtigung von Gl. 2.10 in die Bernoullischen Gleichungen ein, so erhält man für den Druck auf der Ober- und Unterseite der Aktuatorscheibe ( $p_\infty = p_0$ )

$$\begin{aligned} p_1 &= p_0 - \frac{1}{4} \left( \frac{T}{A} \right) \\ p_2 &= p_0 + \frac{3}{4} \left( \frac{T}{A} \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Demzufolge wird der statische Druck auf der Oberseite um 1/4 der Flächenbelastung reduziert und auf der Unterseite um 3/4 der Flächenbelastung erhöht. Bei Nullschub ( $T = 0$  N) ist dann der Druck überall gleich dem Umgebungsdruck.

### 2.2.3 Schub und Leistung

In Gl. 2.5 wurde bereits ein Zusammenhang zwischen Schub und induzierter Geschwindigkeit des ausgebildeten Abstromzylinders hergestellt. Mit Hilfe von Gl. 2.10 und Gl. 2.4 für den Massenstrom folgt dann

$$T = \dot{m} \Delta V = \dot{m} v_{i\infty} = (\rho A v_i)(2v_i) = 2\rho A v_i^2 \quad (2.15)$$

und aufgelöst nach der induzierten Geschwindigkeit unter Zuhilfenahme von Gl. 2.8:

$$v_i = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = \frac{P_i}{T} \quad (2.16)$$

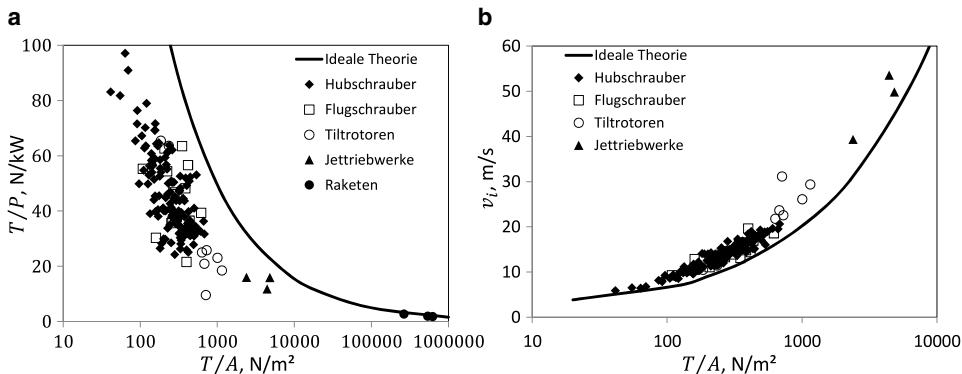
Die induzierte Geschwindigkeit ist demnach von der Wurzel der Flächenbelastung  $T/A$ , bzw. von dem Leistungsgrad  $P/T$  abhängig (das umgekehrte Verhältnis,  $T/P$  nennt man Leistungsbelastung, im engl. power loading, daher oft mit  $PL$  bezeichnet). Hier wird ebenfalls deutlich, dass die induzierte Geschwindigkeit umgekehrt proportional zur Luftdichte ist, also mit zunehmender Flughöhe aufgrund der Dichteabnahme größer wird. Damit erhält man folgende Abhängigkeit zwischen Schub und Leistung:

$$P \approx P_i = T v_i = 2\rho A v_i^3 = \sqrt{\frac{T^3}{2\rho A}} \quad (2.17)$$

Dies stellt die sog. ideale Leistung dar, das ist die minimal erforderliche Leistung ohne jegliche Verluste außer den induzierten Verlusten. Je größer die Fläche  $A$  und damit der Radius  $R$ , umso geringer die erforderliche Leistung – besonders deutlich am Beispiel des muskelkraftgetriebenen Hubschraubers, siehe Abb. 1.55. Wie in der Tragflächentheorie erhält man die minimalen induzierten Verluste, wenn die induzierte Geschwindigkeitsverteilung überall konstant ist, also der Luftstrom im Strahl sich wie ein Festkörper bewegt [6]. Nach dem Schub aufgelöst erhält man die sog. Bendemannsche Formel  $T = \sqrt[3]{2\rho A P^2}$  von 1910 [7], die den unter den genannten Vereinfachungen ideell erreichbaren Schub bei gegebener Leistung berechnet.

Die Grundidee der Strahltheorie verbindet also die Schub- und Leistungsentstehung mit den induzierten Geschwindigkeiten. Diese Theorie wird häufig in vorläufigen Berechnungen (in den ersten Entwurfsstadien) angewendet und hilft, verschiedene Rotoren miteinander zu vergleichen. Dennoch stellt sie keine direkte Hilfe für das Design dar, da sie lediglich eine globale Aussage machen kann und Details wie die Anzahl der Rotorblätter und deren Formgebung außer Acht lässt. Für die Umrechnung der Leistung in die alte Einheit PS ist anzusetzen

$$P[\text{PS}] = \frac{P[\text{Nm/s}]}{736} = \frac{P[\text{kW}]}{0.736} \quad (2.18)$$



**Abb. 2.6** Leistungsbelastung und induzierte Geschwindigkeit verschiedener Drehflügler. **a** Leistungsbelastung, **b** Induzierte Geschwindigkeit

Bei einfachen Überschlagsrechnungen kann man näherungsweise auch  $1 \text{ PS} \approx 0.75 \text{ kW}$  verwenden.

Insbesondere die Flächenbelastung  $T/A$  ist eine wichtige Kenngröße bei der Auslegung von Drehflüglern. Bei mehreren Rotoren an einem Drehflügler (wie z. B. bei Tandem-, Koaxial- und Tiltrotoren) wird eine gleichmäßige Verteilung des Gesamtauftriebes auf alle Rotoren angenommen. Hubschrauber haben typischerweise eine Flächenbelastung im Bereich zwischen  $T/A \approx 120\text{--}500 \text{ N/m}^2$ , einen Leistungsgrad von  $P/T \approx 0.015\text{--}0.04 \text{ kW/N}$  und eine Geschwindigkeit im ausgebildeten Abstrom von  $v_{i,\infty} \approx 20\text{--}40 \text{ m/s}$  bzw. in der Rotorebene von  $v_i \approx 10\text{--}20 \text{ m/s}$ . Im Vergleich zu anderen Antriebsarten liegen die Rotoren von Drehflüglern damit am unteren Ende der Flächenbelastung, des Leistungsgrades und der Geschwindigkeit im ausgebildeten Abstrom, Abb. 2.6.

In Abb. 2.6a ist die Leistungsbelastung  $T/P$ , also der Kehrwert des Leistungsgrades, über der Flächenbelastung  $T/A$  aufgetragen. Flugschrauber sind den Hubschraubern recht ähnlich, während Tiltrotoren kleinere Rotoren mit entsprechend größeren Belastungen und daher auch niedrigeren Leistungsbelastungen aufweisen. Je kleiner die Rotoren und damit die Strahlquerschnitte werden, umso höher die Flächenbelastung. Dies wird auch in den zugehörigen induzierten Geschwindigkeiten in Abb. 2.6b deutlich. Während diese bei Hubschraubern kleiner als 10 % der Schallgeschwindigkeit sind, erreichen Raketen (hier außerhalb der Skala) die doppelte Schallgeschwindigkeit. An dieser Stelle sei ein Beispiel mit den Daten aus Tab. 7.1 gegeben. Mit Hilfe der Gl. 2.16 und Gl. 2.17 lassen sich die in Tab. 2.1 angegebenen Werte für die ersten angeblich geflogenen Hubschrauber von 1907 berechnen. Es wird ein Wirkungsgrad von 50 % angenommen, was dem Leistungsstand der damaligen Rotoren entspricht. Der Bodeneffekt ist nicht eingerechnet, aber auch keine Getriebeverluste, Leistungsbedarf durch die zahlreichen Verspannungen und die anderen Widerstand erzeugenden drehenden Teile. Wie man erkennt, ist die erforderliche Leistung

**Tab. 2.1** Leistungsbedarf der Hubschrauber von Breguet und Cornu 1907

Hubschrauber	Breguet	Cornu	Bo105
Schub je Rotor $T$	1520 N	1300 N	23 000 N
Kreisfläche je Rotor $A$	43 m <sup>2</sup>	23.8 m <sup>2</sup>	72.7 m <sup>2</sup>
$v_i = \sqrt{T/(2\rho A)}$	3.8 m/s	4.6 m/s	11.1 m/s
$P_{\text{ideal}} \text{ je Rotor}$	5.75 kW	6 kW	255 kW
$P_{\text{ideal}} \text{ gesamt}$	23 kW	12 kW	255 kW
Wirkungsgrad $FM$	0.5	0.5	0.65
$P_{\text{real}} = P_{\text{ideal}} / FM$	46 kW	24 kW	395 kW
Leistungsgrad $P/T$	7.6 W/N	9.2 W/N	17.2 W/N
installierte Leistung	36 kW	24 kW	626 kW

größer als die verfügbare Leistung und es darf bezweifelt werden, dass die Maschinen von Cornu und Breguet aus eigener Kraft in den Schwebeflug gelangt sein können, bestenfalls kurz im Bodeneffekt verharren konnten. Etwas anders sieht das aus, wenn aufgrund von Seitenwind der Leistungsbedarf sinkt, aber dann ist dies, aerodynamisch gesehen, kein Schwebeflughzustand mehr, sondern ein Vorwärtsflug, der – wie später gezeigt wird – weniger Leistung erfordert.

## 2.2.4 Dimensionslose Beiwerte

Üblicherweise werden in der Analysis dimensionslose Beiwerte verwendet, indem die physikalischen Größen auf geeignete Referenzgrößen bezogen werden. Die Längengrößen werden daher auf den Rotorradius als charakteristische und (in der Regel) unveränderliche Größe bezogen. Sämtliche Geschwindigkeiten werden in der Analysis der Drehflügler auf die (in der Regel konstante) Umfangsgeschwindigkeit der Blattspitze der Rotoren im Schwebeflug,  $\Omega R$ , bezogen; darin ist  $\Omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Rotors. Somit erhält man aus der induzierten Geschwindigkeit in der Rotorebene den sogenannten induzierten Durchflussgrad  $\lambda_i$ .

$$\lambda_i = \frac{v_i}{\Omega R} \quad (2.19)$$

Eine besondere Größe stellt der induzierte Durchflussgrad im Schwebeflug  $\lambda_h = \lambda_i(V_c = 0)$  dar ( $h$  vom engl. hover), denn er wird seinerseits später noch als Referenzgröße verwendet werden. Analog dazu werden der Schub- ( $C_T$ ) und der Leistungsbeiwert  $C_P$  sowie der induzierte Leistungsbeiwert  $C_{Pi}$  definiert.

$$C_T = \frac{T}{\rho A(\Omega R)^2} \quad C_P = \frac{P}{\rho A(\Omega R)^3} \quad C_{Pi} = C_T \lambda_i = \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} \quad (2.20)$$

Alle Beiwerte sind umgekehrt proportional zur Rotorkreisfläche, der Luftdichte (und damit abhängig von der Flughöhe!) sowie dem Quadrat der Blattspitzengeschwindigkeit (im Schub  $T$ ) bzw. der dritten Potenz derselben (in  $P$ ). Hier ist zu beachten, dass vor allem im deutschsprachigen Raum aus historischen Gründen auf  $\rho/2$  anstelle auf  $\rho$  bezogen wurde und folglich die entsprechenden Beiwerte doppelt so groß waren. Hier wird jedoch konsequent die im englischsprachigen Raum verwendete Terminologie eingeführt, da die gesamte internationale Korrespondenz und das Publikationswesen mittlerweile auf dieser beruht. Es folgt unmittelbar aus Gl. 2.16 die fundamentale Formel für den induzierten Durchflussgrad im Schwebeflug

$$\lambda_i(V_c = 0) = \lambda_h = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad \text{oder} \quad C_T = 2\lambda_h^2 \quad (2.21)$$

Man muss dabei beachten, dass diese Relation unter der vereinfachenden Annahme eines gleichförmigen Durchflusses durch die Aktuatorscheibe gewonnen wurde. Bei gegebenem Schub (= Gewicht des Hubschraubers) ist festzustellen:

1. Schub- und Leistungsbeiwert wachsen mit der Flughöhe, da die Luftdichte abnimmt.
2. Bei konstanter Rotordrehzahl werden die Beiwerte kleiner mit wachsendem Radius bzw. größer mit kleiner werdendem Radius.
3. Eine Vergrößerung der Rotordrehzahl verkleinert die Beiwerte und umgekehrt.

## 2.2.5 Profilwiderstand und globale Korrekturen

Experimentelle Untersuchungen an Rotorblättern – in der Regel Modellrotoren – zeigten, dass zumindest der Nullwiderstand der Profile in die Leistungsrechnung mit einbezogen werden muss. Dieser ergibt sich aus der Integration der differentiellen Widerstandsanteile  $D' = dD/dy$  ( $D$  vom engl. drag) über den Radius und Multiplikation mit der Anzahl der Rotorblätter  $N_b$  (vom engl. number of blades). Vereinfachend wird angenommen, dass der Nullwiderstandsbeiwert  $C_{d0}$  konstant und unabhängig von der Mach- und Reynoldszahl ist. Außerdem wird ein Rotorblatt mit konstanter Profiltiefe  $c$  (vom engl. chord) zugrunde gelegt. Mit  $r = y/R$  als dimensionslose radiale Koordinate folgt für die Profilleistung  $P_0$  (engl. profile power; siehe auch Abb. 3.1)

$$\begin{aligned} P_0 &= \Omega N_b \int_0^R D' y \, dy \\ D' &= \frac{\rho}{2} (\Omega y)^2 c C_{d0} \\ \Rightarrow P_0 &= \frac{\rho}{2} \Omega^3 N_b c R^4 C_{d0} \int_0^1 r^3 \, dr = \frac{\rho}{8} \Omega^3 N_b c R^4 C_{d0} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Nun führt man noch die sog. Flächendichte  $\sigma$  ein, die das Verhältnis der gesamten Blattfläche zur Rotorkreisfläche angibt (wobei unberücksichtigt bleibt, dass der tragende profilierte Bereich des Blattes erst bei  $r \approx 0.2$  beginnt; eine Vereinfachung, die für weiter außen liegenden Blattbeginn zu überprüfen ist). Da im Innenbereich der Staudruck sehr klein ist, ist der Fehler bei den üblichen Konstruktionen (Blattbeginn bei ca.  $0.2R$ ) jedoch meist vernachlässigbar.

$$\sigma = \frac{N_b c R}{A} = \frac{N_b c}{\pi R} \quad (2.23)$$

Dann folgt für den Leistungsbeiwert aus dem Profilnullwiderstand

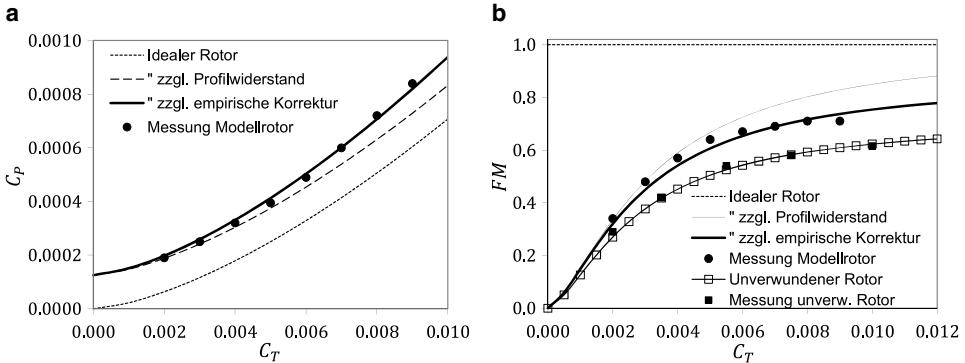
$$P_0 = \frac{\sigma}{8} C_{d0} \rho A (\Omega R)^3 \quad \text{bzw.} \quad C_{P0} = \frac{\sigma}{8} C_{d0} \quad (2.24)$$

Man erkennt, dass (bei diesen vereinfachenden Annahmen!) die Profilleistung

1. proportional zur Anzahl und Größe der Rotorblätter ist (bei gegebenem Radius also proportional zu dem Produkt von Blattzahl und Profiltiefe), ausgedrückt durch die Flächendichte  $\sigma$ ;
2. proportional zum Widerstandsbeiwert  $C_{d0}$  des verwendeten Profils ist und daher widerstandsarme Profile vorzuziehen sind.
3. Der Profilleistungsbeiwert ist – im Gegensatz zum induzierten Leistungsbeiwert – scheinbar unabhängig von der Flughöhe.
4. Dies gilt jedoch nur unter der vereinfachenden Annahme  $C_{d0} = \text{const.}$  Eine große Flughöhe erfordert aufgrund der geringeren Dichte einen größeren Anstellwinkel, um gleichen Auftrieb wie in geringerer Höhe zu erzeugen. Der Profilwiderstandsbeiwert wächst bei anliegender Strömung jedoch quadratisch mit dem Anstellwinkel, so dass der mittlere Widerstandsbeiwert  $C_{d0}$  auch wächst und damit, genau genommen, auch von der Flughöhe abhängt.

Dieses Ergebnis der erweiterten Strahltheorie beinhaltet die wesentlichsten Einflüsse auf die Rotorleistung. Für Minimierung der induzierten Leistung sollte die Flächenbelastung ( $T/A$ ) klein sein, also die Kreisfläche bzw. der Radius groß. Für kleinste Leistung aufgrund des Profilwiderstandes hingegen sollten jedoch gemäß Gl. 2.24 der Radius (bzw. die Flächendichte) und die Blattspitzengeschwindigkeit klein sein – was schnell zu großen Auftriebsbeiwerten nebst Strömungsablösung führt und die Annahme eines konstanten Widerstandsbeiwertes hinfällig macht. Folglich gilt die Gl. 2.24 nur im Bereich kleiner Anstellwinkel hinreichend genau, besser sollte eine quadratische Polare verwendet werden, die dann den Bereich bis zum Beginn der Strömungsablösung abdeckt.

Mit den Profilwiderstandskorrekturen wie in Gl. 2.24 angegeben weisen die Experimente bei kleinem Schubbeiwert gute Übereinstimmung mit der Theorie auf; hier spielt



**Abb. 2.7** Vergleich der Ergebnisse der Strahltheorie mit experimentellen Daten. **a** Leistungsbedarf, **b** Leistungsgütegrad (Linien: Theorie, Symbole: experimentelle Daten von Bagai [8].  $C_{d0} = 0.01$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $\kappa = 1.15$ )

allerdings die induzierte Leistung noch eine geringe Rolle, siehe Abb. 2.7a. Mit wachsendem Schubbeiwert wird die Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment jedoch größer, was auf eine zunehmende radiale Ungleichförmigkeit der induzierten Geschwindigkeiten, Blattspitzenströmungs- und Drallverluste zurückzuführen ist. Diese Verluste können empirisch mit Hilfe eines Korrekturfaktors  $\kappa \approx 1.15$  (in der Regel  $1.1 < \kappa < 1.5$ ) pauschal in erster Näherung derart berücksichtigt werden, dass die induzierte Geschwindigkeit und damit der induzierte Leistungsbeiwert mit diesem multipliziert wird. Die Leistung, die zum Antrieb des Rotors benötigt wird, besteht primär aus zwei Anteilen, nämlich der induzierten Leistung und der Profilleistung (das Getriebe und die Lagerung des Rotormastes benötigen nur ca. 1–3 % der Antriebsleistung).

$$C_P = C_{P0} + C_{Pi} = \frac{\sigma}{8} C_{d0} + \kappa \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} \quad (2.25)$$

Das Ergebnis dieser Korrektur ist ebenfalls in Abb. 2.7a mit eingetragen; die Übereinstimmung mit den experimentellen Daten ist im Mittel recht gut, jedoch ist erkennbar, dass die Verluste nichtlinear wachsen und der Korrekturfaktor nur eine lineare Korrektur darstellt. Der Einfluss der Flughöhe ist in diesen Bildern durch einen größeren Schubbeiwert (aufgrund abnehmender Luftdichte) bereits enthalten.

## 2.2.6 Einfluss der Kompressibilität

Da Hubschrauber bereits im Schwebeflug eine Blattspitzenmachzahl von etwa  $M_{tip} = \Omega R/a = 0.64$  erreichen und damit Kompressibilitäteffekte den Profilwiderstand erhöhen, liegt es nahe, die Prandtl-Glauertsche Korrekturformel für den inkompressiblen

Profilwiderstandsbeiwert anzusetzen. Mit der lokalen Machzahl  $M = M_{\text{tip}}r$  folgt

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \frac{\rho}{2} \Omega^3 N_b c R^4 C_{d0} \int_0^1 r^3 \frac{1}{\sqrt{1 - M_{\text{tip}}^2 r^2}} dr \\
 C_{P0} &= \frac{\sigma C_{d0}}{2} \left( -\frac{r^2 \sqrt{1 - M_{\text{tip}}^2 r^2}}{3M_{\text{tip}}^2} - \frac{2\sqrt{1 - M_{\text{tip}}^2 r^2}}{3M_{\text{tip}}^4} \right) \Big|_0^1 \\
 &= \frac{\sigma}{8} C_{d0} \frac{8 - (4M_{\text{tip}}^2 + 8)\sqrt{1 - M_{\text{tip}}^2}}{3M_{\text{tip}}^4} \\
 &= C_{P0,\text{inc}} \frac{8}{3} \frac{1 - (1 + M_{\text{tip}}^2/2)\sqrt{1 - M_{\text{tip}}^2}}{M_{\text{tip}}^4} \tag{2.26}
 \end{aligned}$$

Für inkompressible Strömung, also  $M_{\text{tip}} \rightarrow 0$ , strebt der Bruch gegen 1 und man erhält das in Gl. 2.24 angegebene Ergebnis. Für sehr große Unterschallmachzahlen  $M_{\text{tip}} \rightarrow 1$ , strebt der Bruch gegen  $8/3 \approx 2.67$ . Typische Werte von  $M_{\text{tip}} = 0.64$  führen zu einem Faktor von 1.18, liefern also eine um 18 % höhere Profilleistung als die inkompressible Betrachtungsweise. Autogyros haben typischerweise nur etwa die halbe Blattspitzenmachzahl wie Hubschrauber, also etwa  $M_{\text{tip}} = 0.3$ . Damit folgt der Bruch zu 1.03 und der Einfluss der Kompressibilität ist vernachlässigbar. Dasselbe gilt für Windenergierotoren.

## 2.2.7 Leistungsgütegrad

Die Effizienz eines Rotors, das heißt sein Vermögen, die eingebrachte Leistung in möglichst viel Schub umzuwandeln, wird durch den sog. Leistungsgütegrad  $FM$  (vom engl. Figure of Merit) beschrieben. Dieser ist als das Verhältnis von idealer Leistung (die nur die minimalen induzierten Verluste beinhaltet) zu tatsächlich benötigter Leistung (unter Einschluss aller sonstigen Verluste) definiert und ist damit eine wichtige dimensionslose Vergleichsgröße.

$$FM = \frac{P_{\text{ideal}}}{P_{\text{real}}} = \frac{T v_i}{\kappa T v_i + P_0} = \frac{C_{Pi}}{C_P} \approx \frac{\sqrt{C_T^3/2}}{\kappa \sqrt{C_T^3/2} + \sigma C_{d0}/8} \tag{2.27}$$

Mit den im vorangegangenen Abschnitt verwendeten Daten ist in Abb. 2.7b der Leistungsgütegrad für die verschiedenen Verfeinerungsstufen der Strahltheorie mit angegeben. Die Hinzunahme des Profilwiderstandes ergibt auch hier recht realistische Ergebnisse für kleine Schubbeiwerte, bei mittleren Werten jedoch schon erhebliche Abweichungen, da die zunehmend auftretenden anderen Verluste nicht beinhaltet sind. Die genannte empirische Korrektur der induzierten Leistung mit dem Faktor  $\kappa = 1.15$  führt in diesem Bereich zwar zu besseren Ergebnissen, kann aber im hohen Schubbereich die dann auftretenden Effekte

der Strömungsablösung (stark wachsender Widerstandsbeiwert) und damit einen Abfall des Leistungsgütegrades prinzipiell nicht erfassen. Außerdem muss der Faktor  $\kappa$  für jeden Rotor individuell neu ermittelt werden. Er eignet sich daher nur zur Nachrechnung bekannter Rotoren, nicht aber zur Vorhersage bei neuen Entwürfen.

Ein idealer Rotor ( $\kappa = 1, C_{d0} = 0$ ) erreicht bei allen Schüben einen Wert von  $FM = 1$ . Auch unter Berücksichtigung des Profilwiderstandes ergibt sich ein Grenzwert für sehr große Schübe von  $FM = 1$ , der bei Verwendung des Korrekturfaktors sich zu  $FM \rightarrow 1/\kappa$  reduziert. Ein typischer Wert für den Leistungsgütegrad ist  $FM = 0.6\text{--}0.7$ . Größere Werte kennzeichnen sehr effiziente Rotoren, kleinere Werte deuten auf ungünstiges Design (im Schwebeflug) hin. Moderne Rotoren erreichen  $FM \approx 0.8$ , während die Hubschrauberentwürfe um 1900 oft nur  $FM = 0.5$  aufwiesen, da die Blattformen in keiner Weise den aerodynamischen Anforderungen angepasst waren und aufgrund ihrer Profilierung oft schon bei kleinen Anstellwinkeln Strömungsablösung aufwiesen.

Dennoch haben frühe Messungen an Rotoren mit der soweit entwickelten Theorie oft nur wenig befriedigende Übereinstimmung erbracht, so dass zu dieser Zeit (um 1920) oft die Meinung vertreten wurde, dass die Theorie der Luftschaube im Schwebeflug wertlos und die Berechnung der Schwebeflugleistung unmöglich sei. Dies ist jedoch nicht gerechtfertigt, denn in der Theorie stecken zahlreiche Vereinfachungen und Vernachlässigungen von Effekten, die insgesamt zu erheblichen Differenzen mit dem Experiment führen können und von Klemin in [9] wie folgt angegeben wurden:

1. Die Annahme konstanter induzierter Geschwindigkeitsverteilung in der Rotorebene. Dies ist zwar erstrebenswert, da dies zu minimaler induzierter Leistung führt, kann aber in der Praxis nie erreicht werden.
2. Der Profilwiderstandsbeiwert wurde als konstant angenommen. In Realität wächst dieser aber selbst bei anliegender Strömung quadratisch mit dem Anstellwinkel an und erreicht bei Strömungsablösung sehr viel größere Werte. Außerdem waren die frühen Rotorblätter in Rippenbauweise mit Stoffbespannung konstruiert und behielten im Flugbetrieb nicht die gewünschte Profilform.
3. Der Auftriebsanstieg der Profile wurde als konstant angenommen. Im Bereich der Strömungsablösung wird dieser jedoch Null oder sogar negativ.
4. Die Blattspitze war früher oft in der Nähe des Strömungsabisses betrieben worden (mit entsprechend hohen Widerstandsbeiwerten und gleichzeitigem Verlust von Auftrieb).
5. Egal, wie gut die Rotorblätter entworfen wurden, unterliegen sie im Betrieb immer der Möglichkeit der elastischen Verwindung und damit ggf. einer Reduzierung der aerodynamischen Effektivität.
6. Aufgrund der Umströmung der Blattspitze kommt es dort zum Verlust von Auftrieb und damit zu einem effektiv kleineren wirksamen Radius.
7. Da das Rotorblatt meist nicht im Rotorzentrum, sondern zwischen  $0.2$  und  $0.3R$  beginnt, gibt es auch einen Verlust im Innenbereich, ggf. mit einer Rezirkulation von Luftmassen.

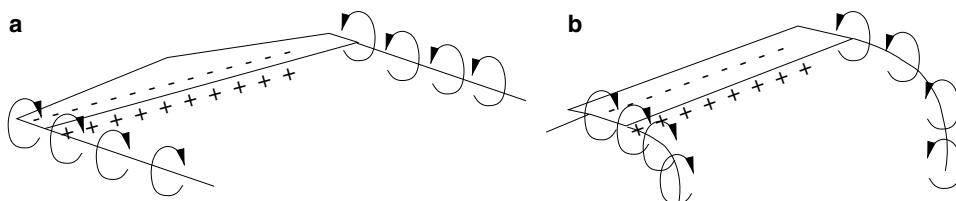
8. Konstruktionselemente des Rotorkopfes wie Taumelscheibe, Steuerstangen etc. behindern die Strömung und stören diese durchaus über einen größeren radialen Bereich des Rotorblattes.
9. Es wird überall zweidimensionale Profiltheorie angenommen, was jedoch aufgrund der Dreidimensionalität der Strömung mit ausgeprägten radialen Beschleunigungen in der Grenzschicht keinesfalls gewährleistet ist.
10. Jegliche Effekte der Kompressibilität sind außer Acht gelassen worden.
11. Es gibt immer Wechselwirkungen (Interferenzen) zwischen dem Rotor und der Hub schrauberzelle.

### 2.2.8 Blattspitzenverluste

Der in der Strahltheorie angenommene Drucksprung in der Aktuatorscheibe führt an deren Rand wie bei realen Rotorblättern (genauso wie bei den Flügeln von Flächenflugzeugen) zu einer Umströmung der Außenkante. Diese Umströmung stellt den Beginn eines Blatt spitzenwirbels dar, der hinter dem Rotorblatt abschwimmt und damit zu einer Modifikation der induzierten Geschwindigkeitsverteilung auf dem Rotorblatt führt, siehe Abb. 2.8. Dies kann durch einen einfachen Blattspitzenabminderungsfaktor  $B$  berücksichtigt werden, der einer effektiven Verkürzung des Blattes bzw. einer Verkleinerung der Aktuator scheibe gleichkommt. Physikalisch bedeutet dies, dass der Rotorschub von einer kleineren Fläche erzeugt wird, also bei gleichem Massenstrom die induzierte Geschwindigkeit und damit auch die induzierte Leistung größer werden. Dieser Ansatz wurde von Prandtl bereits 1919 vorgeschlagen (Nachsatz zu [6], siehe auch [10]) und stellt eine Abhängigkeit des effektiven Radius vom Schubbeiwert und der Blattzahl dar. Dies ist auch einsichtig, da die Umströmung proportional zur individuellen Blattbelastung erwartet werden kann.

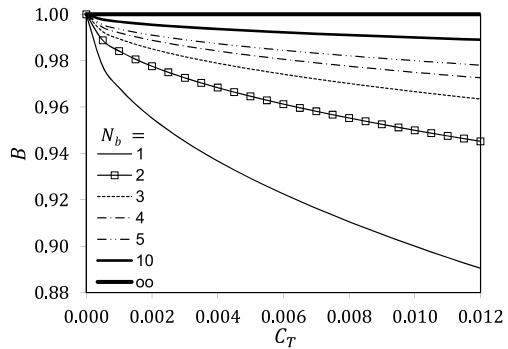
$$B = \frac{R_{\text{eff}}}{R} \approx 1 - \left( \frac{1.386}{N_b} \right) \frac{\lambda_i}{\sqrt{1 - \lambda_i^2}} \approx 1 - 1.386 \frac{\lambda_i}{N_b} \quad (2.28)$$

Die Vereinfachung basiert auf dem üblicherweise kleinen induzierten Durchflussgrad  $\lambda_i < 0.07$ . Anstelle von  $\lambda_i$  kommt auch oft der gesamte Durchflussgrad  $\lambda$  zum Ansatz,



**Abb. 2.8** Entstehung von Blattspitzenwirbeln. Flächenflugzeug (*links*) und Rotorblatt (*rechts*): Unterdruck (---) auf der Oberseite und Überdruck (+++) auf der Unterseite

**Abb. 2.9** Effektiver Radius durch Blattspitzenumströmung



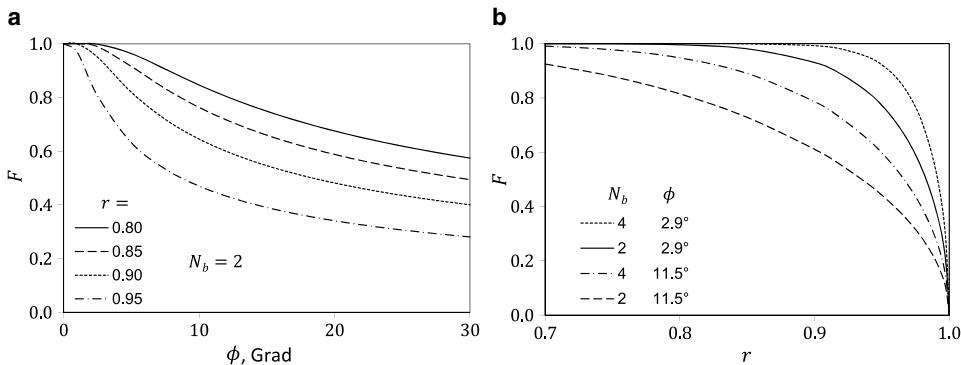
der die axiale Fluggeschwindigkeit mit beinhaltet. Im Schwebeflug gilt  $\lambda = \lambda_i = \lambda_h = \sqrt{C_T/2}$  und wegen  $1.386/\sqrt{2} \approx 1$  in Näherung

$$B \approx 1 - \frac{\sqrt{C_T}}{N_b} \quad (2.29)$$

Dies ist ein Ergebnis aus der Blattelemententheorie (siehe Abschn. 3), kann aber zur Verbesserung der Strahltheorie herangezogen werden. Interessanterweise findet sich hier ein Einfluss der Flughöhe derart, dass mit wachsender Höhe der Schubbeiwert zunimmt und daher der effektive dimensionslose Radius  $B$  kleiner wird. Weitere mehr empirische Ansätze zur Berechnung eines solchen Faktors stammen von Wheatley 1934 [11], siehe auch [12], und Sissingsh 1938 [13]:

$$\text{Wheatley: } B = 1 - \frac{c}{2R} \quad \text{Sissingsh: } B = 1 - \frac{c(r=0)(1+0.7p)}{1.5R} \quad (2.30)$$

Darin ist  $p$  ein „Verjüngungsfaktor“ des trapezförmig angenommenen Blattes, so dass an der Blattspitze  $c(r=1) = c(r=0)(1+p)$  folgt. Ein Rechteckblatt hat also  $p=0$  und folglich  $B = 1 - 2c/(3R)$ ; eine Zuspitzung auf die halbe Profiltiefe an der Blattspitze hat  $p=-0.5$  und daher  $B = 1 - 1.3c(r=0)/(3R)$ . Es wird also lediglich die Geometrie der Blätter verwendet und damit ist der Faktor  $B$  von der Flughöhe unabhängig. Das Ergebnis der Gl. 2.29 ist in Abb. 2.9 für verschiedene Blattzahlen in Abhängigkeit des Schubbeiwertes dargestellt. Je größer der Schubbeiwert, umso kleiner der effektive Radius; je mehr Blätter bei gleichem Schubbeiwert, umso größer der effektive Radius. Physikalisch korrekt ist jedoch die Modifizierung der induzierten Geschwindigkeiten in Blattspitzen Nähe, so dass an der Spitze selbst der Auftrieb zu Null geht. Eine solche Methode stammt von Prandtl 1919 (im Nachsatz zu Betz [6]), worin er die spirale dreidimensionale Nachlaufgeometrie durch eine Reihe ebener, zweidimensionaler und gerader Nachlaufflächen ersetzte. Dies ignoriert die Krümmung der Nachlauffläche, aber bei den großen Radien von Hubschrauberrotoren ist diese Näherung einigermaßen



**Abb. 2.10** Korrektur der induzierten Geschwindigkeiten nach Prandtl. **a** Abhängigkeit vom induzierten Anstellwinkel, **b** Abhängigkeit vom Radius

akzeptabel. Das Ergebnis dieser Theorie ist ein Korrekturfaktor  $F$ , mit dem der lokale Massenstrom korrigiert wird.

$$F = \frac{2}{\pi} \arccos \frac{1}{e^f} \quad \text{mit} \quad f = \frac{N_b(1-r)}{2\lambda} = \frac{N_b}{2\phi} \frac{1-r}{r} \quad (2.31)$$

Als Beispiel ist der Verlauf dieser Funktion in Abhängigkeit des induzierten Anstellwinkels  $\phi = \lambda/r$  – also für verschiedene Schub, da der Durchflussgrad von diesem abhängt – für  $N_b = 2$  und verschiedene radiale Positionen dargestellt, siehe Abb. 2.10a. Zusätzlich ist der Verlauf fuber den Radius für verschiedene Blattzahlen und induzierte Anstellwinkel in Abb. 2.10b gegeben. Bei geringem induzierten Durchflussgrad (d. h. geringem Schub) und für großen Abstand von der Blattspitze geht der Faktor gegen 1, d. h. es findet keine Korrektur statt. An der Blattspitze selbst ist der Wert Null, mit einem steilen Abfall zur Blattspitze hin. Hier ist der Einfluss der Flughöhe wieder enthalten, denn mit abnehmender Luftdichte nimmt die induzierte Geschwindigkeit ja zu und damit wird der induzierte Anstellwinkel  $\phi$  größer, ganz analog zu Gl. 2.29.

Folgende Feststellungen können gemacht werden:

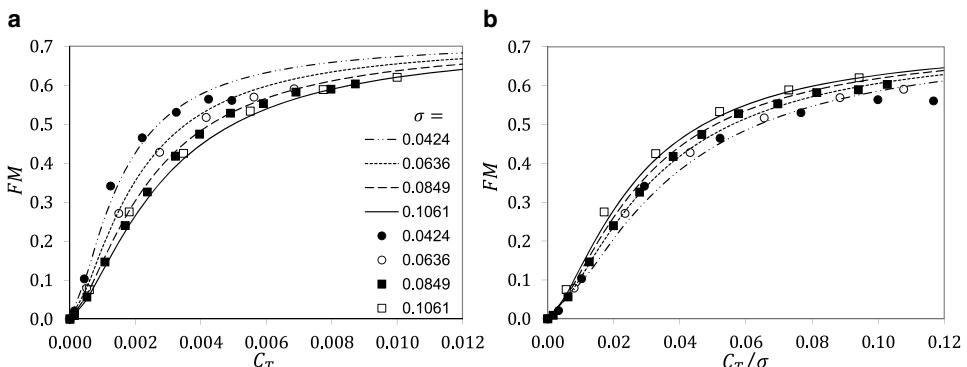
1. Je größer der Schub, um so größer ist die induzierte Geschwindigkeit und um so größer ist der Auftriebsverlust an der Blattspitze und der Einfluss der Blattspitzenwirbel reicht umso weiter nach innen.
2. Je kleiner der Schub, umso geringer ist der Einfluss der Blattspitzenwirbel und im Grenzfall verschwindenden Schubes liegen rein zweidimensionale Verhältnisse vor.
3. Je größer die Blattzahl, umso geringer wird die Belastung des einzelnen Blattes und umso geringer ist auch der Einfluss des Blattspitzenwirbels.

## 2.2.9 Spezifische Rotorblattbelastung

Um verschiedene Rotoren miteinander vergleichen zu können, braucht man geeignete dimensionslose Kennzahlen. Aus Gl. 2.27 ist ersichtlich, dass der Leistungsgütegrad  $FM$  eines Rotors im Schwebeflug von der Flächendichte  $\sigma$  abhängt. Ein Vergleich von Rotoren mit verschiedener Flächendichte wird bei gleichem Schubbeiwert  $C_T$  und gleicher Kreisfläche  $A$  zu sehr verschiedenen Werten des Leistungsgütegrades führen können, da die spezifische Rotorblattbelastung, ausgedrückt durch  $C_T/\sigma$ , trotz gleicher Rotorbelastung  $C_T$  demzufolge ja auch sehr unterschiedlich sein kann. Zur Verdeutlichung: der Schubbeiwert ist ein Maß für den Auftrieb pro Rotorkreisfläche (so, als ob diese eine Tragfläche darstellt), während die spezifische Rotorblattbelastung ein Maß für den Auftrieb pro Rotorblattfläche darstellt. Nur wenn diese spezifische Rotorblattbelastung gleich ist, kann man in sinnvoller Weise Rotoren miteinander vergleichen. Die Umschreibung von Gl. 2.27 durch Erweiterung im Zähler und Nenner mit  $1/\sigma^{3/2}$  liefert

$$FM = \frac{\sqrt{(C_T/\sigma)^3/2}}{\kappa \sqrt{(C_T/\sigma)^3/2 + C_{d0}/(8\sqrt{\sigma})}} \quad (2.32)$$

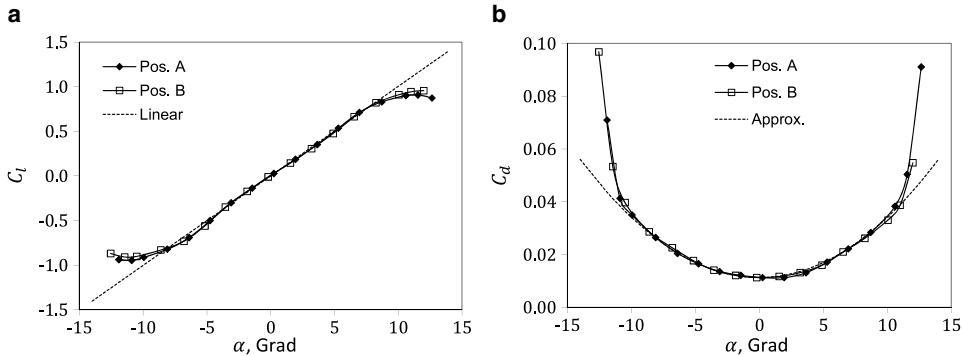
und es ist daher vorteilhaft, eine große Flächendichte zu haben, um bei gegebener Rotorblattbelastung einen großen Wirkungsgrad zu erhalten. Zu dieser Problematik wurden um 1930 zahlreiche Versuchsmessungen durchgeführt. Hier sei auf die Messungen von Knight und Hefner hingewiesen [14], deren Ergebnisse in Abb. 2.11 gegenübergestellt sind. Sie verwendeten Modellrotoren mit zwei bis fünf Blättern, deren Parameter in Tab. 2.2 gegeben sind. Die aus Holz gefertigten Blätter sind um die Steuerachse derart ausbalanciert gewesen, dass keine elastische Torsion stattfand. Außerdem war die Drehfrequenz relativ gering, so dass die Blattspitzenmachzahl kleiner als 0.3 blieb und somit keine Kompressibilitätseffekte auftraten. Allerdings sind dann auch die Reynoldszahlen entsprechend



**Abb. 2.11** Einfluss der Flächendichte auf den Leistungsgütegrad. **a** Abhängigkeit von  $C_T$ , **b** Abhängigkeit von  $C_T/\sigma$  (Linien: Theorie, Symbole: experimentelle Daten von [14]).  $C_{d0} = 0.0113$ ,  $\kappa = 1.4$ )

**Tab. 2.2** Parameter der Rotoren von Knight und Hefner

Parameter:	$N_b$	$R, \text{m}$	$c, \text{m}$	$r_a$	$e_\beta$
Wert:	2, 3, 4, 5	0.762	0.0508	0.1667	0.0333
Parameter:	$\Theta_{tw} / {}^\circ$	$\Omega, \text{rad/s}$	$M_{\text{tip}}$	$Re_{\text{tip}}$	Profil
Wert:	0	100.53	0.2253	242 000	NACA0015

**Abb. 2.12** Auftriebs- und Widerstandspolare NACA0015. **a** Auftriebsbeiwert, **b** Widerstandsbeiwert ( $c = 0.1524 \text{ m}$ ,  $M = 0.075$ ,  $Re = 242 000$ )**Tab. 2.3** Repräsentative Koef- fizienten der aerodynamischen Beiwerte des NACA0015

Auftriebsanstieg	$C_{l\alpha}$	5.75
Nullwiderstand	$C_{d0}$	0.0113
Linearer Anteil	$C_{d1}$	0.0
Quadratischer Anteil	$C_{d2}$	0.75

klein, so dass diese die aerodynamischen Charakteristika wie Auftriebsanstieg, Nullwiderstand und Anstellwinkel des Strömungsabrisses beeinflussten.

Das verwendete Profil NACA0015 wurde daher hinsichtlich seiner Auftriebs- und Widerstandsbeiwerte bei der Reynoldszahl der Blattspitze  $Re = Vc/\nu = 2.42 * 10^5$  separat vermessen (siehe Abb. 2.12). Um Einbaufehler auszuschließen, wurde das symmetrische Profil in normaler Lage (A) und kopfüber (B) vermessen. Dabei war die Profiltiefe dieses Modells dreimal so groß wie bei dem Rotorblatt und folglich die Machzahl für gleiche Reynoldszahl nur ein Drittel; da diese jedoch bereits inkompressibel war, spielt dann die Machzahl keine Rolle mehr, sondern nur noch die Reynoldszahl. Aus diesen Profilmessungen wurden dann im Bereich anliegender Strömung der Auftriebsanstieg und die quadratische Widerstandspolare mittels Regression bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tab. 2.3 angegeben. Sie werden im Folgenden für den Vergleich von Theorie und Messung herangezogen. Die Verwendung einer solchen Polaren gemäß

$$C_d = C_{d0} + C_{d1}\alpha_a + C_{d2}\alpha_a^2 \quad (2.33)$$

hat ohne den linearen Term Glauert schon 1926 vorgeschlagen [3] und in der vollständigen Form Sissingh 1939 [13] sowie Bailey 1941 [15]. Die Ausdrücke für die Rotorleistung werden dadurch natürlich wesentlich umfangreicher.

In der Darstellung  $FM$  in Abhängigkeit von  $C_T$  in Abb. 2.11a erscheint eine kleine Flächendichte  $\sigma$  von Vorteil, was aber ein Trugschluss ist, da dann die spezifische Rotorblattbelastung die größte ist und unter Umständen dem Bereich lokaler Strömungsabrisse sehr nahe kommt.  $C_T$  ist also ein Vergleichsmaß für den absoluten Schub  $T$ , für die Flächenbelastung  $T/A$  und für den induzierten Durchflussgrad  $\lambda_i$ , während  $C_T/\sigma$  ein Maß für die spezifische Rotorblattbelastung und damit den aerodynamischen Betriebsbereich des Rotorblattes darstellt.

Dies zeigt sich auch darin, dass die verschiedenen Flächendichten unterschiedliche maximale Schubbeiwerte erreichen können. Erst in der Abhängigkeit von  $C_T/\sigma$  in Abb. 2.11b kann ein direkter Vergleich des Leistungsgütegrades der verschiedenen Rotoren erfolgen und es ist erkennbar, dass nun die höheren Flächendichten bei gleicher spezifischer Rotorblattbelastung von Vorteil sind. Außerdem enden alle Messpunkte bei etwa der gleichen spezifischen Rotorblattbelastung, da ab  $C_T/\sigma \approx 0.12$  Strömungsablösungen auftreten.

Zusätzlich sind in Abb. 2.11 noch die Ergebnisse der Strahltheorie als Kurven mit eingezeichnet, wobei  $\kappa = 1.4$ , unabhängig von der Blattzahl, verwendet wurde. Die Blattzahl hat bei gleicher Flächendichte jedoch einen Einfluss auf die Blattspitzenverluste, siehe Abb. 2.10, so dass bei gleichem  $C_T/\sigma$  und gleichem  $\sigma$  größere Blattzahlen aus rein aerodynamischer Sicht von Vorteil sind. Dem stehen höhere Kosten in Herstellung und Wartung sowie ein komplexerer Rotorkopf entgegen.

Der Einfluss der Flughöhe ist in größeren Schubbeiwerten zu finden, da die Luftdichte abnimmt. Da Hubschrauber üblicherweise eine spezifische Rotorblattbelastung zwischen  $0.06 < C_T/\sigma < 0.08$  (bei Höhe 0 m) aufweisen, führt eine Höhenänderung zunächst zu einer Verbesserung des Leistungsgütegrades (da der Anteil induzierter Leistung wächst), dann aber aufgrund von Strömungsablöseeffekten auch wieder zu einer Verschlechterung (da dann die Profilleistung deutlich zunimmt).

Zusammenfassend ist festzustellen:

1. Der Schubbeiwert ist ein dimensionsloses Maß für die Kraft, die der Rotor auf die Strömung ausübt und damit für die damit zusammenhängenden Größen wie induzierte Geschwindigkeit, induzierte Leistung etc. Er sagt aber nichts über den Strömungszustand am einzelnen Blatt aus.
2. Die spezifische Rotorblattbelastung ist ein dimensionsloses Maß für den Auftrieb eines einzelnen Blattes und ist daher wichtig für die Beurteilung des Strömungszustandes am Rotorblatt, zum Beispiel hinsichtlich der Nähe zur Strömungsablösung. Sie sagt aber nichts über den Rotorschub aus.
3. Die spezifische Rotorblattbelastung ist ein geeignetes Maß zum Vergleich des Leistungsgütegrades verschiedener Rotoren im Schwebeflug.

### 2.2.10 Leistungs- und Flächenbelastung

Das Vermögen, möglichst viel Leistung in Schub zu wandeln, wird durch einen maximalen Wert der Leistungsbelastung  $T/P$  bzw. einen minimalen Wert des Leistungsgrades  $P/T = (P/P_i)(P_i/T) = (1/FM)v_i$  erreicht.

$$\left(\frac{T}{P}\right)_{\max} = \left(\frac{C_T}{\Omega R C_P}\right)_{\max} \quad \text{oder} \quad \left(\frac{P}{T}\right)_{\min} = \left(\frac{1}{FM}\sqrt{\frac{T/A}{2\rho}}\right)_{\min} \quad (2.34)$$

Eine Minimierung der Blattspitzengeschwindigkeit  $\Omega R$  kann jedoch nur sehr bedingt angewandt werden, da dann nicht nur der Schubbeiwert, sondern auch die spezifische Rotorblattbelastung steigt und der maximal erreichbare Schub gering bleibt. Folglich kommt neben der ohnehin angestrebten Maximierung des Leistungsgütegrades im Schwebeflug  $FM$  nur noch die Minimierung der Flächenbelastung  $T/A$  in Frage, was durch einen großen Radius  $R$  erreicht wird. Mit Hilfe der Korrekturen zur Strahltheorie gemäß Gl. 2.25 folgt

$$\left(\frac{P}{T}\right)_{\min} = \left(\Omega R \frac{C_P}{C_T}\right)_{\min} = \left[ \frac{\Omega R}{C_T} \left( \kappa \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} + \frac{\sigma}{8} C_{d0} \right) \right]_{\min} \quad (2.35)$$

Hier erkennt man, dass sowohl die Flächendichte  $\sigma$ , der Profilwiderstand  $C_{d0}$  als auch der Korrekturfaktor  $\kappa$  – der ungleichförmige induzierte Geschwindigkeitsverteilung, Drall und Blattspitzenströmung beinhaltet – zu minimieren sind. Den optimalen Schubbeiwert erhält man, indem diese Gleichung nach  $C_T$  abgeleitet und zu Null gesetzt wird, um eine maximale Leistungsbelastung zu erhalten.

$$\frac{d}{dC_T} \left( \frac{\kappa}{\sqrt{2}} C_T^{1/2} + \frac{\sigma C_{d0}}{8} C_T^{-1} \right) = \frac{\kappa}{2^{3/2}} C_T^{-1/2} - \frac{\sigma C_{d0}}{8} C_T^{-2} \stackrel{!}{=} 0 \quad (2.36)$$

Dann folgt der Schubbeiwert für maximale Leistungsbelastung

$$C_T|_{(T/P)_{\max}} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\left( \frac{\sigma C_{d0}}{\kappa} \right)^2} \quad \text{bzw.} \quad \frac{C_T}{\sigma}|_{(T/P)_{\max}} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{1}{\sigma} \left( \frac{C_{d0}}{\kappa} \right)^2} \quad (2.37)$$

Eingesetzt in Gl. 2.27 folgt  $FM = 2/(3\kappa)$  und ist damit unabhängig vom Widerstandsbeiwert und der Flächendichte. Mit  $\kappa = 1.4$  von Abb. 2.10 folgt  $FM = 0.485$  und wird ungefähr bei halbem Maximalschub erreicht. Alternativ kann man mit Hilfe von Gl. 2.17 auch schreiben

$$\left(\frac{T}{P}\right)_{\max} = \left(FM \frac{T}{P_{\text{ideal}}}\right)_{\max} = \left(FM \sqrt{\frac{2\rho}{T/A}}\right)_{\max} \quad (2.38)$$

Eine maximale Leistungsbelastung erhält man also für geringe Flächenbelastung und großen Leistungsgütegrad. Löst man den Schubbeiwert gemäß Gl. 2.20 nach der darin enthaltenen Flächenbelastung auf,  $\Rightarrow T/A = C_T \rho (\Omega R)^2$ , und setzt den Schubbeiwert für maximale Leistungsbelastung gemäß Gl. 2.37 ein, erhält man

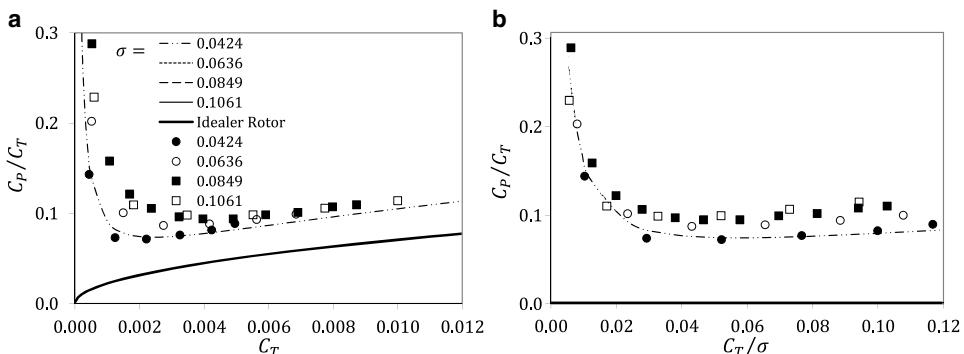
$$\frac{T}{A} \Big|_{(T/P)_{\max}} = \frac{\rho}{2} (\Omega R)^2 \sqrt[3]{\left(\frac{\sigma C_{d0}}{\kappa}\right)^2} \quad (2.39)$$

Daraus kann man für gegebenes Gewicht und gegebene Blattspitzengeschwindigkeit den optimalen Radius eines Rotors ermitteln, um maximale Schwebeflugleistungen zu erzielen.

$$R_{(T/P)_{\max}} = \sqrt[3]{\frac{2T}{\pi \rho (\Omega R)^2} \left(\frac{\kappa}{\sigma C_{d0}}\right)^2} \quad (2.40)$$

Der optimale Radius wächst also mit geringer werdender Flächendichte, kleiner werdendem Profilwiderstand, wachsenden Verlusten  $\kappa$  sowie größerer Flughöhe.

Als Beispiel für den Einfluss verschiedener Flächendichten auf die Leistungsbelastung ist in Abb. 2.13 das Verhältnis  $C_P/C_T$  in Abhängigkeit sowohl des Schubbeiwertes Abb. 2.13a als auch der spezifischen Rotorblattbelastung Abb. 2.13b gegeben. Wie man sieht, ist die Empfindlichkeit der Leistungsbelastung um dieses Optimum herum nicht allzu groß, so dass auch erhebliche Abweichungen von diesem Optimum immer noch zu ansehnlichen Schwebeflugleistungen führen. Grundsätzlich führen kleine Flächendichten zu größerem  $C_T/\sigma$  als große Flächendichten, um diesen Optimalpunkt zu erreichen.



**Abb. 2.13** Einfluss der Flächendichte auf das Verhältnis von Leistung zu Schub. **a** Abhängigkeit von  $C_T$ , **b** Abhängigkeit von  $C_T/\sigma$  (Linien: Theorie, Symbole: experimentelle Daten von [14];  $C_{d0} = 0.0113$ ,  $\kappa = 1.4$ )

Im Gegensatz zum Leistungsgütegrad in Abb. 2.11b, wo eine große Flächendichte von Vorteil ist, ist für die Leistungsbelastung eine kleine Flächendichte vorzuziehen. Im Entwurf eines Rotors ist also ein Kompromiss zu finden. Der Einfluss der Flughöhe ist in Abb. 2.13 durch einen größeren Schubbeiwert gegeben, der sich allerdings nur in einer kleinen Verschlechterung der Leistungsdichte bemerkbar macht. Folglich kann man den meisten Schub pro aufgewandter Leistung erhalten, wenn:

1. der Profilwiderstand  $C_{d0}$  und damit die Profilleistung minimiert wird, s. Gl. 2.35,
2. die Verteilung induzierter Geschwindigkeiten soweit als möglich konstant gehalten wird (Minimierung der Blattspitzenverluste etc. in  $\kappa$ ), s. Gl. 2.35,
3. die Flächendichte möglichst gering und damit der Radius möglichst groß gehalten wird, s. Gl. 2.40,
4. mit zunehmender Flughöhe der Radius vergrößert werden könnte, s. Gl. 2.40.

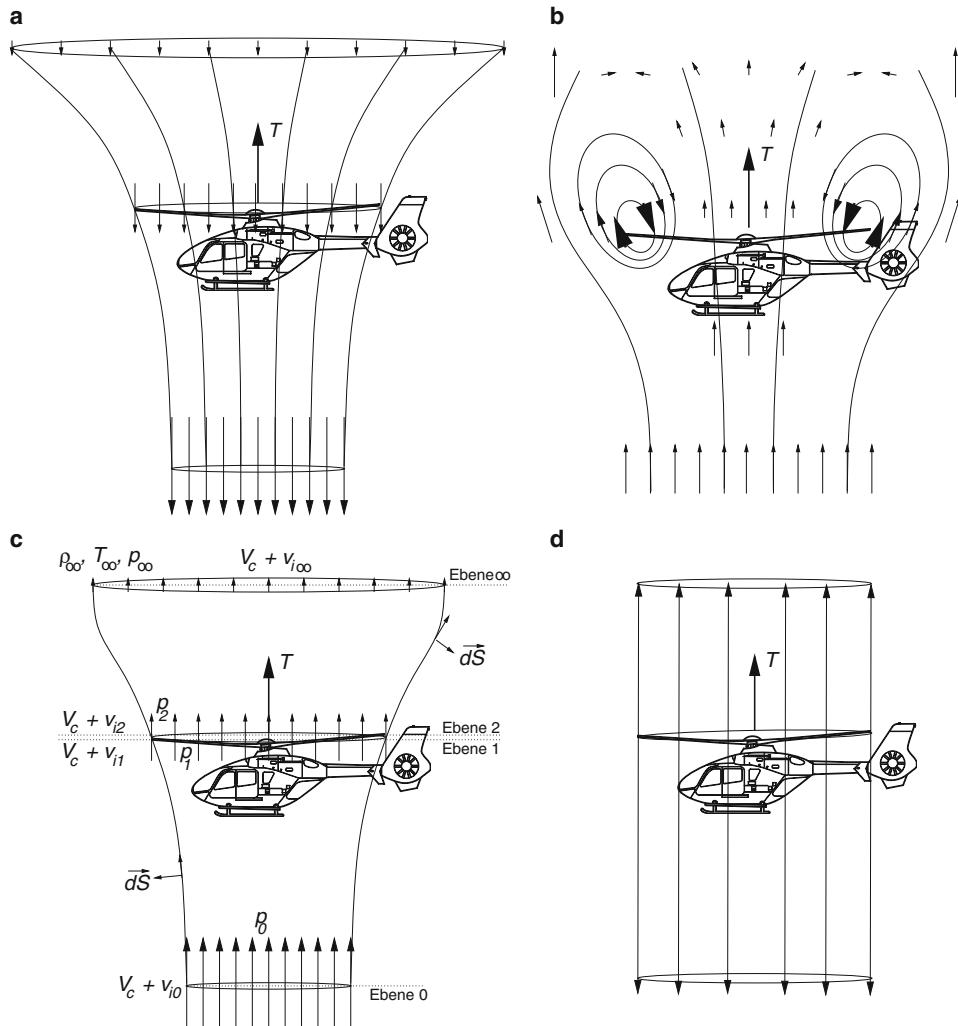
---

## 2.3 Axialer Steig- und Sinkflug

### 2.3.1 Strömungszustände im axialen Flug

Zwischen dem Steigflug, dem Schwebeflug und dem Sinkflug gibt es recht verschiedene Strömungszustände im Bereich des Hubschrauberrotors. Diese sind schematisch in Abb. 2.14 dargestellt. Im Schwebeflug und im axialen Steigflug Abb. 2.14a gibt es eine klar definierte Stromröhre, der Rotor wird überall von oben nach unten durchströmt. Dies gilt auch noch im recht langsamem Sinkflug, allerdings wird der Abstromzyylinder durch die Sinkgeschwindigkeit gestaucht. Bei einer bestimmten Sinkgeschwindigkeit wird dann der Rotor teilweise von unten nach oben, in anderen Bereichen von oben nach unten durchströmt Abb. 2.14b. Dabei bündeln sich die Blattspitzenwirbel und umkreisen die äußere Begrenzung der Rotorebene; es bildet sich ein starker Wirbelring und dementsprechend hat dieser Zustand den Namen Wirbelringstadium (eng. vortex ring state, VRS). Dieser Zustand ist sehr instabil und hat meist einen großen Kontrollverlust in den Steuerorganen zur Folge, daher ist dieser Zustand in der Flugenvoloppe zu vermeiden.

Steigt die Sinkgeschwindigkeit weiter an, so erhält man wieder eine saubere und gut definierte Durchströmung von unten nach oben Abb. 2.14c. Dies entspricht dem Betriebszustand von Windenergieanlagen bzw. Windmühlen, daher der Name Windmühlenstadium. Der Rotor entzieht nun der Strömung Energie, das heißt, es ist eine Autorotation möglich. Dieser Zustand ist auch im Vorwärtsflug möglich, wenn die Rotorebene nach hinten gekippt wird, wie dies für Autogyros der normale Betriebszustand ist. Im Schwebeflug Abb. 2.14a ist die vom Rotorschub induzierte Geschwindigkeit die einzige Geschwindigkeitskomponente. Der Rotorschub sorgt für eine Beschleunigung der ihn umgebenden Luftmassen, die aus einem großen Querschnitt oberhalb angesaugt werden und sich unterhalb zu einer Stromröhre zusammenfinden, die letztlich einen geringeren Querschnitt



**Abb. 2.14** Prinzipielle Strömungszustände eines Rotors im axialen Flug. **a** Schwebe- und Steigflug, **b** Wirbelringstadium, **c** Schneller Sinkflug, **d** Extrem schneller Steig- oder Sinkflug

als der Rotor hat. Mit zunehmender Steiggeschwindigkeit wird der Querschnitt der eingesaugten Luftmassen kleiner und der Querschnitt des Strahl unterhalb des Rotors größer. Im schnellen Sinkflug Abb. 2.14c ist die vom Schub induzierte Geschwindigkeit der Sinkgeschwindigkeit entgegengerichtet, bremst also den Luftstrom, welcher sich daher oberhalb des Rotors aufweitet. Im Fall extrem großer Steig- oder Sinkgeschwindigkeiten nähert sich die Stromröhre asymptotisch dem Querschnitt des Rotors selbst an, wie in Abb. 2.14d skizziert.

### 2.3.2 Steigflug

Zunächst soll der axiale Steigflug mit einer konstanten Geschwindigkeit  $V_c > 0$  m/s betrachtet werden. Dieser Zustand erfordert mehr Rotorleistung als der Schwebeflug und ist daher für die Auslegung eines Rotors wichtig. Die Strömungsverhältnisse sind bereits in Abb. 2.5 dargelegt worden. Es kommen wiederum die drei Grundgleichungen der Strahltheorie in Ansatz (in der Reihenfolge Kontinuitäts-, Impulserhaltungs- und Energieerhaltungssatz) und es folgt nun

$$\begin{aligned} \rho A_\infty (V_c + v_{i\infty}) &= \rho A(V_c + v_i) \\ T &= \dot{m}(V_c + v_{i\infty}) - \dot{m}V_c = \dot{m}v_{i\infty} \\ P_c + P_i &= T(V_c + v_i) = \frac{\dot{m}}{2}(V_c + v_{i\infty})^2 - \frac{\dot{m}}{2}V_c^2 = \frac{\dot{m}}{2}v_{i\infty}(2V_c + v_{i\infty}) \end{aligned} \quad (2.41)$$

Aus den letzten beiden Gleichungen folgt unmittelbar wie im Schwebeflug, dass  $v_{i\infty} = 2v_i$ . Außerdem war im Schwebeflug  $\lambda_h^2 = C_T/2$ . Damit erhält man aus der zweiten Gleichung sowie  $\lambda_c = V_c/(\Omega R) > 0$  als dimensionslose Steiggeschwindigkeit bzw. axialen Fortschrittsgrad

$$\begin{aligned} T &= \dot{m}v_{i\infty} = [\rho A(V_c + v_i)](2v_i) && \left| \times \frac{1}{2\rho A(\Omega R)^2} \right. \\ \frac{C_T}{2} &= \lambda_c \lambda_i + \lambda_i^2 \stackrel{!}{=} \lambda_h^2 && \left| \times \frac{1}{\lambda_h^2} \right. \\ \Rightarrow 0 &= \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right)^2 + \frac{\lambda_c}{\lambda_h} \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right) - 1 \end{aligned} \quad (2.42)$$

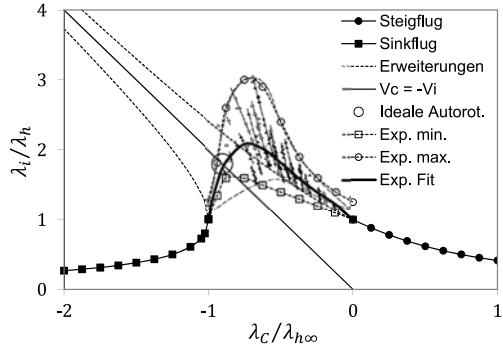
Diese quadratische Gleichung hat die Lösung

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_h} = -\frac{\lambda_c}{2\lambda_h} \stackrel{+}{(-)} \sqrt{\left( \frac{\lambda_c}{2\lambda_h} \right)^2 + 1} = -\overline{\lambda_c} \stackrel{+}{(-)} \sqrt{\overline{\lambda_c}^2 + 1} \quad (2.43)$$

Darin stellt  $\overline{\lambda_c} = \lambda_c/(2\lambda_h) = \lambda_c/\lambda_{h\infty}$  die auf die induzierte Geschwindigkeit im ausgebildeten Abstrom des Schwebeflugzustandes bezogene Steiggeschwindigkeit dar. Das mathematisch mögliche negative Vorzeichen kommt nicht in Frage, da dies das angenommene Strömungsmodell verletzt; die Lösung würde zu negativen  $\lambda_i$  führen. Für große Steigraten  $\overline{\lambda_c} \gg 1$  führt dies asymptotisch zu  $\lambda_i \rightarrow 0$ . Also sinkt die induzierte Geschwindigkeit mit wachsender Steigrate, was eine Folge des größeren Massenstroms ist. Unmittelbar damit verbunden ist die induzierte Leistung  $P_i = T v_i$ , die demzufolge ebenfalls sinkt – die Gesamtleistung wird jedoch größer, denn die beinhaltet ja noch die Steigleistung  $P_c = T V_c$ , welche linear mit der Steigrate wächst.

Das Ergebnis ist in Abb. 2.15 zusammen mit später erläuterten Betriebszuständen des axialen Fluges gezeigt und mit *Steigflug* beschriftet. Diese Darstellung wurde erstmals von

**Abb. 2.15** Einfluss der axialen Fluggeschwindigkeit auf die induzierte Geschwindigkeit (Daten aus [17], Exp. Fit aus [12])



Hafner 1947 vorgeschlagen [16]. Gestrichelt ist die Kurve für Sinkgeschwindigkeiten mit eingetragen; man erkennt, dass für kleine und mäßige Sinkgeschwindigkeiten  $\overline{\lambda}_c > -0.5$  diese Formulierung durchaus noch eine gewisse Gültigkeit besitzt. Dies liegt daran, dass in diesem Bereich der Rotor selbst – den Annahmen der Strahltheorie entsprechend – weitestgehend von oben nach unten durchströmt wird, obwohl außerhalb des Rotors die Strömung in entgegengesetzte Richtung geht.

### 2.3.3 Schneller Sinkflug: Windmühlenstadium

Im schnellen Sinkflug, das heißt wenn  $\overline{\lambda}_c < -1$  bzw.  $V_c < -v_{h\infty} = -2v_h$  ist, wird der Rotor überall von unten nach oben durchströmt und der Abstromzylinder befindet sich daher oberhalb des Rotors. Die Strömungszustände sind in Abb. 2.14c skizziert. Es lässt sich wieder ein Kontrollvolumen definieren. Nun befindet sich die ungestörte Anströmung weit unterhalb des Rotors und weit oberhalb befindet sich der voll ausgebildete Abstromzylinder. Da die Luftmassen in diesem eine geringere Geschwindigkeit als die Sinkgeschwindigkeit aufweisen, weitet sich der Strahl hier auf (im Gegensatz zur Einschnürung im Schwebeflug). Auch hier kommen die drei Grundgleichungen der Strahltheorie in Anwendung (Reihenfolge wie zuvor: Kontinuitätssatz, Impulssatz und Energieerhaltungssatz); sie lauten nun

$$\begin{aligned}
 \rho A_\infty (V_c + v_{i\infty}) &= \rho A (V_c + v_i) \\
 T &= (-\dot{m})(V_c + v_{i\infty}) - (-\dot{m})V_c = -\dot{m}v_{i\infty} \\
 P_c + P_i &= T(V_c + v_i) = \frac{(-\dot{m})}{2}(V_c + v_{i\infty})^2 - \frac{(-\dot{m})}{2}V_c^2 = -\frac{\dot{m}}{2}v_{i\infty}(2V_c + v_{i\infty})
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Da der Massenstrom überall von unten nach oben erfolgt, ist er negativ und der Schub positiv; die Leistung ist jedoch negativ, da der Rotor nun von der Strömung angetrieben wird, ihr also Energie entzieht. Aus den letzten beiden Gleichungen folgt unmittelbar wie im Schwebeflug, dass  $v_{i\infty} = 2v_i$ . Damit erhält man aus der zweiten

Gleichung

$$\begin{aligned}
 T = (-\dot{m})v_{i\infty} &= [-\rho A(V_c + v_i)](2v_i) && \left| \times \frac{1}{2\rho A(\Omega R)^2} \right. \\
 \frac{C_T}{2} &= -\lambda_c \lambda_i - \lambda_i^2 \stackrel{!}{=} \lambda_h^2 && \left| \times \frac{1}{\lambda_h^2} \right. \\
 \Rightarrow 0 &= \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right)^2 + \frac{\lambda_c}{\lambda_h} \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right) + 1
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

Diese quadratische Gleichung hat die Lösung

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_h} = -\frac{\lambda_c}{2\lambda_h} (+) \sqrt{\left( \frac{\lambda_c}{2\lambda_h} \right)^2 - 1} = -\overline{\lambda_c} (+) \sqrt{\overline{\lambda_c}^2 - 1} \tag{2.46}$$

Das Ergebnis ist in Abb. 2.15 gezeigt und mit *Sinkflug* beschriftet. Das mathematisch mögliche positive Vorzeichen kommt nicht in Frage, da dies wieder das angenommene Strömungsmodell verletzt; die Lösung würde zu sehr großen positiven  $v_i$  führen. Diese Lösung ist nur der Vollständigkeit halber in Abb. 2.15 gestrichelt mit eingetragen.

### 2.3.4 Langsamer Sinkflug, Wirbelringstadium

Hierunter versteht man den Bereich  $-1 < \overline{\lambda_c} < 0$ . In diesem Bereich hört die Gültigkeit der Strahltheorie auf, da kein klar definierter Strahl mehr existiert und die Durchströmung der Rotorebene teils auf- und teils abwärts gerichtet ist. Daher ist man entweder auf numerisch aufwändige Verfahren oder Messungen angewiesen. Die Blattspitzenwirbel verbleiben in der Nähe der Rotorebene und führen zu sehr turbulenten instationären Anströmverhältnissen. Aufgrund der Dynamik dieser Situation gibt es auch in Modellmessungen keinen quasi-stationären Betriebszustand und die mittleren Werte für Schub, Leistung und induzierte Geschwindigkeit sind nur schwer zu bestimmen. Letztere wurde messtechnisch in der Vergangenheit meist indirekt über die Leistung mittels  $v_i = (P - P_0)/T$  bestimmt, was aber die Kenntnis der übrigen Verluste wie z. B. Profilwiderstand voraussetzt. In Abb. 2.15 sind die Schwankungsbreiten der Messungen von [17] in diesem Bereich angegeben. Zusätzlich ist auch eine Ausgleichskurve eingetragen, die diesen Bereich im Mittel approximiert [12] und mit *Exp. Fit* bezeichnet ist. Das verwendete Polynom hat folgende Form:

$$\begin{aligned}
 \frac{\lambda_i}{\lambda_h} &= \kappa + \sum_{i=1}^4 k_i \overline{\lambda_c}^i \\
 \kappa &= 1.15 \quad k_1 = -2.25 \quad k_2 = -5.488 \quad k_3 = -13.744 \quad k_4 = -10.48
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

$\kappa$  berücksichtigt darin pauschal die Verluste aus Blattspitzenumströmung, Drall und weitere;  $\kappa = 1$  repräsentiert bei  $\bar{\lambda}_c = 0$  das Ergebnis der Strahltheorie im Schwebeflug ohne diese Verluste (= idealer Rotor). Folgende Aussagen können im vertikalen Flug gemacht werden:

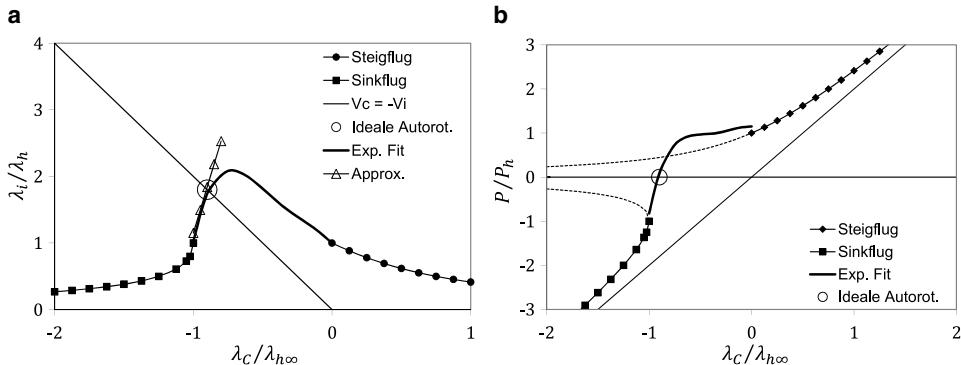
1. Sowohl im Steig- wie auch im schnellen Sinkflug ist die induzierte Geschwindigkeit immer kleiner als im Schwebeflug und strebt für sehr große Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeiten gegen Null, da der Gesamtimpuls zunehmend von der Fluggeschwindigkeit bestimmt wird, s. Gl. 2.43 und Gl. 2.46.
2. Im langsamen Sinkflug (Wirbelringstadium) ist die induzierte Geschwindigkeit immer größer als in Schwebeflug. Aufgrund des instabilen Strömungszustandes ist der Betriebszustand immer instationär und lässt sich nur empirisch näherungsweise beschreiben, siehe Gl. 2.47.
3. Da der Rotor teils von unten nach oben, teils von oben nach unten durchströmt wird, gilt die Strahltheorie hier nicht.

### 2.3.5 Leistungsbedarf im axialen Flug

Die minimale (ideale) Leistung im axialen Flug (unter der Vernachlässigung der Profilleistung  $P_0$ ) ist  $P = P_c + P_i = T(V_c + v_i)$ . Der erste Term  $P_c$  beschreibt die zum Ändern der potentiellen Energie des Hubschraubers notwendige Leistung (also die Steig- bzw. Sinkleistung) und der zweite Term  $P_i$  die Arbeit, die durch Schuberzeugung in die Luftströmung gesteckt wird und deren Staudruck und damit deren kinetische Energie erhöht. Mit dem Ergebnis für  $\lambda_i/\lambda_h$  des Steig- und des Sinkfluges sowie der Schwebeflugeleistung  $P_h = T v_h$  erhält man dann

$$\begin{aligned} \frac{P}{P_h} &= \frac{V_c + v_i}{v_h} = 2\bar{\lambda}_c + \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \\ &= \bar{\lambda}_c + \sqrt{\bar{\lambda}_c^2 + 1} && \text{Steigflug, } \bar{\lambda}_c > 0 \\ &= \bar{\lambda}_c - \sqrt{\bar{\lambda}_c^2 - 1} && \text{schneller Sinkflug, } \bar{\lambda}_c < -1 \\ &= 2\bar{\lambda}_c + \kappa + \sum_{i=1}^4 k_i \bar{\lambda}_c^i && \text{langsam Flug, } -1 \leq \bar{\lambda}_c \leq 0 \quad (2.48) \end{aligned}$$

Das Ergebnis für Steig- und Sinkflug ist in Abb. 2.16b gezeigt. Diese Darstellungsform wurde erstmalig von Lock 1947 vorgestellt [18]. Je schneller der Steigflug, um so mehr Leistung wird benötigt, d. h. die maximale Steigrate wird einerseits durch die verfügbare Antriebsleistung begrenzt, andererseits durch den verfügbaren Heckrotorschub. Denn je größer die Hauptrotorleistung wird, je größer wird auch das Antriebsdrehmoment, welches der Heckrotor mit seinem Schub kompensieren muss. Im schnellen Sinken ist



**Abb. 2.16** Einfluss der axialen Fluggeschwindigkeit auf den Leistungsbedarf. **a** Induzierte Geschwindigkeit; Approximation im Bereich  $-1 < \lambda_c < -0.85$ . **b** Leistungsbedarf (Exp. Fit aus [12])

der Leistungsbedarf negativ, also wird der Rotor vom Luftstrom angetrieben und muss im Hubschrauber gebremst werden. Die maximale Sinkrate ist dann nicht von der verfügbaren Antriebsleistung begrenzt, sondern von dem maximalen Heckrotorschub in die umgekehrte Richtung im Vergleich zum Schweben oder Steigen, denn nun muss der Heckrotor das Bremsmoment kompensieren. Bei großen Steig- oder Sinkraten geht der Leistungsbedarf asymptotisch auf die mit eingetragene Gerade der reinen Steigleistung  $P/P_h = \lambda_c/\lambda_h = 2\bar{\lambda}_c$  zu. Für kleine Steigraten lässt sich die Steiggeschwindigkeit näherungsweise bestimmen ( $P_0$  wurde vernachlässigt):

$$V_c = 2 \frac{P - P_h}{T} = 2 \frac{\Delta P}{T} = 2 \frac{\text{Zusatzleistung}}{\text{Gewichtskraft}} \quad (2.49)$$

Der relativ zum Schwebeflug zusätzlich zum Steigen notwendige Leistungsbedarf  $\Delta P = TV_c/2$  ist also näherungsweise halb so groß wie die Änderungsrate der potentiellen Energie (gilt nur für kleine Steigraten, wo  $\lambda_i \approx \lambda_h$  ist). Zum Leistungsbedarf im Vertikalflug können folgende Aussagen getroffen werden:

1. Je größer die Steig- oder Sinkgeschwindigkeit (schneller Sinkflug), umso geringer die induzierte Leistung, da die induzierte Geschwindigkeit asymptotisch abnimmt.
2. Im Wirbelringstadium nimmt die induzierte Leistung zu, da die induzierte Geschwindigkeit zunimmt.
3. Die Steiggeschwindigkeit erhöht den Leistungsbedarf linear, folglich ist die Gesamtleistung im Steigflug immer größer als im Schwebeflug.
4. Eine Sinkgeschwindigkeit reduziert den Leistungsbedarf linear, folglich ist die Gesamtleistung im schnellen Sinkflug immer negativ, der Rotor wird also von der durchströmenden Luft angetrieben (Windmühlenstadium).

5. Im langsamen Sinkflug (Wirbelringstadium) bleibt die Gesamtleistung in etwa konstant, da die Leistung aufgrund der Sinkgeschwindigkeit zwar reduziert, aber von der höheren induzierten Leistung wieder kompensiert wird.
6. Windenergieanlagen arbeiten im aerodynamischen Sinne bei hohen Sinkraten, um der Strömung möglichst viel Energie zu entnehmen, welche in Strom gewandelt wird.
7. Propeller arbeiten im aerodynamischen Sinne bei hohen Steigraten und brauchen eine entsprechend hohe Antriebsleistung.

### 2.3.6 Autorotation

Das Gleichgewicht von antreibenden und bremsenden Kräften wird in der sog. *idealen Autorotation* (Punkt  $\circ$  in Abb. 2.16b) erreicht, wo die Nettoleistung verschwindet:  $P = T(V_c + v_i) + P_0 = 0 \text{ kW}$ . Dieser Zustand ist im Fall eines Triebwerks- oder Heckrotorausfalls von Interesse, da hier die Drehzahl des Rotors und damit die Steuerfähigkeit erhalten werden kann. Die kinetische Energie aus der Rotation der Rotorblätter reicht dann noch aus, um das Abfangmanöver bei der Landung auszuführen. Obige Gleichung führt unmittelbar auf

$$\frac{V_c + v_i}{v_h} = -\frac{P_0}{T v_h} = -\frac{P_0}{\sqrt{\frac{T^3}{2\rho A}}} \Leftrightarrow \overline{\lambda}_c = \frac{1}{2} \left( -\frac{\lambda_i}{\lambda_h} - \frac{C_{P0}}{C_{P,\text{ideal}}} \right) \quad (2.50)$$

Mit der Definition des Leistungsgütegrades in Gl. 2.27 folgt

$$FM = \frac{C_{P,\text{ideal}}}{\kappa C_{P,\text{ideal}} + C_{P0}} \Leftrightarrow -\frac{C_{P0}}{C_{P,\text{ideal}}} = \kappa - \frac{1}{FM} \quad (2.51)$$

Im interessierenden Bereich  $-1 < \overline{\lambda}_c < -0.85$  kann die induzierte Geschwindigkeit durch einen linearen Ansatz der Art  $\lambda_i/\lambda_h = \kappa(7 + 6\overline{\lambda}_c)$  approximiert werden [19], siehe Abb. 2.16. Damit erhält man

$$\overline{\lambda}_c = \frac{\kappa - 1/FM}{2 + 6\kappa} - \frac{7\kappa}{2 + 6\kappa} \quad (2.52)$$

Der erste Term ist von der Effizienz im Schwebeflug abhängig und führt mit einem typischen Wert von  $FM = 0.7$  auf Werte um  $-0.03$  und ist klein gegenüber dem zweiten Term, denn dieser liefert Werte um  $-0.904$ . Damit ist die ideale Autorotation bei  $\overline{\lambda}_c = -0.934$  und befindet sich noch im Bereich des Wirbelringstadiums. Im Prinzip funktioniert hier der Rotor wie ein Fallschirm oder wie eine ebene Kreisscheibe. Diese liefert den Widerstand mit  $T = \dot{m}v_{i\infty} = 2\rho Av_h^2$  aus Gl. 2.15 des Schwebefluges:

$$T = \frac{\rho}{2} V_c^2 A C_d \stackrel{!}{=} 2\rho A v_h^2 \Leftrightarrow C_d = 4 \left( \frac{v_h}{V_c} \right)^2 = \frac{1}{\overline{\lambda}_c^2} \quad (2.53)$$

Mit  $\overline{\lambda_c} \approx -0.9$  erhält man  $C_d = 1.23$ , was dem Widerstandsbeiwert der ebenen Kreisscheibe einigermaßen nahe kommt. Die Bezeichnung *ideale Autorotation* deutet bereits darauf hin, dass nicht alle Leistungsanteile eines realen Hubschraubers berücksichtigt sind. So trägt die Leistung zur Überwindung des Profil- und Rumpfwiderstandes, aber auch die Heckrotorleistung dazu bei, dass bei der realen Autorotation der Rotor bereits im Windmühlenstadium betrieben wird.

Generell ist die Sinkgeschwindigkeit der senkrechten Autorotation Gl. 2.52 nur wenig zu beeinflussen. Ein großer Leistungsgütegrad im Schwebeflug  $FM$  wird sowieso angestrebt und kann nicht weiter beeinflusst werden. Übrig bleibt nur noch der induzierte Verlustfaktor  $\kappa$ , dessen Minimierung ebenfalls kaum weiter möglich ist, da er in der Optimierung des Leistungsgütegrades bereits Berücksichtigung findet. Damit beträgt die senkrechte Autorotationsgeschwindigkeit etwa  $\overline{\lambda_c} \approx -1$  oder  $\lambda_c \approx -2\lambda_h$  bzw.  $V_c \approx -2\Omega R \sqrt{C_T/2} = -\sqrt{2T/(\rho A)}$ . Für typische Hubschrauber führt das auf Werte von ca.  $-22$  m/s, was grundsätzlich eine Bruchlandung bedeutet. Die kinetische Energie des Rotors kann im senkrechten Autorotationsflug für ein Abbremsen vor der Landung nicht verwendet werden, da man bei Schuberhöhung die induzierte Geschwindigkeit erhöht und damit gleich wieder in den Bereich des Wirbelringstadiums gelangt. Daher wird die senkrechte Autorotation in aller Regel vermieden.

Bemerkungen zur Autorotation:

1. Die Autorotation stellt das Gleichgewicht von antreibenden und bremsenden Momenten dar, die Gesamtleistung ist Null.
2. Der Rotor stellt im Prinzip einen Fallschirm dar.
3. Die ideale Autorotation befindet sich noch im Bereich des Wirbelringstadiums, da nicht alle Verluste berücksichtigt sind.
4. Die reale Autorotation findet im Bereich des schnellen Sinkens an der Grenze zum Wirbelringstadium statt.

### 2.3.7 Strahleinschnürung

Nun ist noch von Interesse, welche Kontraktion der voll ausgebildete Abstromzylinder erfährt. Im Schwebeflug wurde dieser mit  $R_\infty/R = \sqrt{\kappa_W} = 1/\sqrt{2}$  ermittelt. Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung Gl. 2.4  $A(V_c + v_i) = A_\infty(V_c + v_{i\infty})$  lässt sich mit  $A = \pi R^2$  und  $A_\infty = \kappa_W A = \pi R_\infty^2$  sowie  $v_{i\infty} = 2v_i$  das Verhältnis des ausgebildeten Strahlradius zum Rotorradius ermitteln.

$$\frac{R_\infty^2}{R^2} = \kappa_W = \frac{V_c + v_i}{V_c + 2v_i} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_\infty}{R} = \sqrt{\kappa_W} = \sqrt{\frac{\frac{\lambda_c}{\lambda_h} + \frac{\lambda_i}{\lambda_h}}{\frac{\lambda_c}{\lambda_h} + 2\frac{\lambda_i}{\lambda_h}}} \quad (2.54)$$

Nun muss wieder zwischen Steig- und Sinkflug unterschieden und die entsprechenden Lösungen für  $\lambda_i/\lambda_{h\infty}$  aus Gl. 2.43 und Gl. 2.46 eingesetzt werden. Es folgt

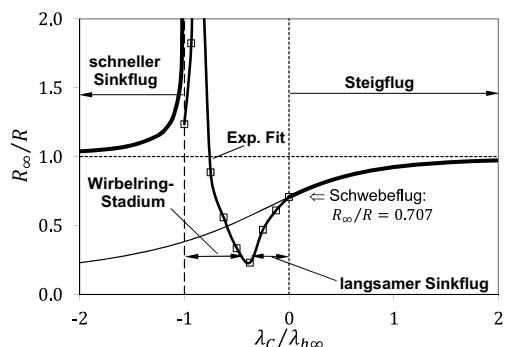
$$\frac{R_\infty}{R} = \sqrt{\kappa_W} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\bar{\lambda}_c + \sqrt{\bar{\lambda}_c^2 + 1}}{2\sqrt{\bar{\lambda}_c^2 + 1}}} & \text{Steigflug, } \bar{\lambda}_c > 0 \\ \sqrt{\frac{-\bar{\lambda}_c + \sqrt{\bar{\lambda}_c^2 - 1}}{2\sqrt{\bar{\lambda}_c^2 - 1}}} & \text{schneller Sinkflug, } \bar{\lambda}_c < -1 \end{cases} \quad (2.55)$$

$$= \sqrt{\left| \frac{\bar{\lambda}_c + \frac{1}{2}(\kappa + \sum_{i=1}^4 k_i \bar{\lambda}_c^i)}{\bar{\lambda}_c + \kappa + \sum_{i=1}^4 k_i \bar{\lambda}_c^i} \right|} \quad \text{Wirbelringstadium, } -1 \leq \bar{\lambda}_c \leq 0 \quad (2.56)$$

Die Ergebnisse der Strahltheorie sind wieder nur außerhalb des Bereichs  $-1 < \bar{\lambda}_c < 0$  gültig und in Abb. 2.17 dargestellt. Je größer die Steiggeschwindigkeit, umso geringer die Strahleinschnürung, da die induzierten Geschwindigkeiten die Gesamtgeschwindigkeit immer weniger erhöhen. Bei kleinen Sinkraten wird eine noch größere Einschnürung als im Schwebeflug erreicht, da die induzierten Geschwindigkeiten wachsen und damit die Strahlblockage erhöhen. Im Wirbelringstadium allerdings gilt das Modell nicht mehr und es findet keine definierbare Einschnürung mehr statt. Der Vollständigkeit halber ist für diesen Bereich die experimentell ermittelte Ausgleichskurve mit eingetragen. Im schnellen Sinkflug mit  $\bar{\lambda}_c < -1$  findet zunächst eine Aufweitung statt, die mit wachsender Sinkrate wie beim Steigflug jedoch auch asymptotisch verschwindet, da die induzierten Geschwindigkeiten gegen Null streben und damit die Strömung immer weniger blockieren.

Die Erweiterung um die Näherungsformel für das Wirbelringstadium ist mit Vorsicht zu behandeln. Für langsamem Sinkflug deutet sie die zunehmende Kontraktion des Strahls

**Abb. 2.17** Strahleinschnürung und -aufweitung bei axialer Fluggeschwindigkeit



an, wechselt dann in eine Singularität und kehrt auf realistische Werte an der Grenze zum schnellen Sinkflug zurück, während die Formel der Strahltheorie für schnellen Sinkflug dort noch eine Unstetigkeit aufweist. Der Grenzwert der Näherung für den Schwebeflug liefert genau den Wert  $1/\sqrt{2}$  unabhängig von  $\kappa$ , während der Grenzwert für  $\bar{\lambda}_c = -1$  zu  $\sqrt{|1 - (\kappa/2)/(\kappa - 1)|}$  führt. Ein idealer Rotor mit  $\kappa = 1$  hat dann wie das Ergebnis des schnellen Sinkfluges hier die Unstetigkeit, realistische Werte von  $\kappa = 1.15$  wie in Abb. 2.17 verwendet haben diese Unstetigkeit noch innerhalb des Wirbelringstadiums und an der Grenze zum schnellen Sinkflug bereits wieder realistische Ergebnisse für die Strahlaufweitung.

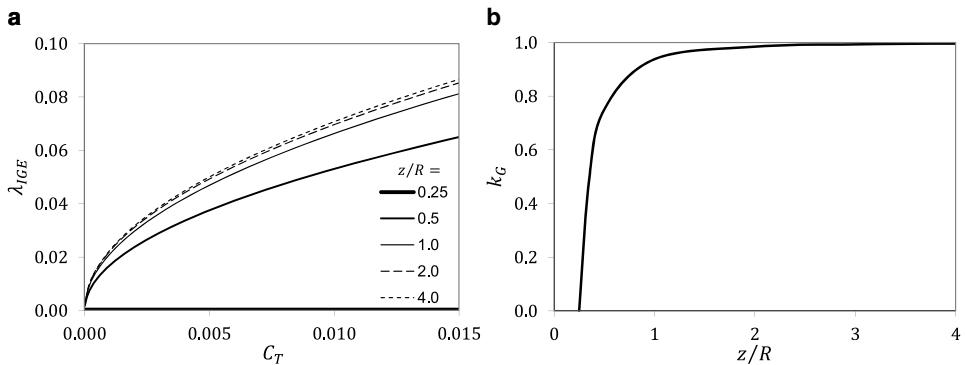
Bemerkungen zur Strahleinschnürung:

1. Die Strahleinschnürung ist unmittelbar mit den induzierten Geschwindigkeiten verbunden. Im Schwebeflug führt das aufgrund der Kontinuitätsgleichung wegen  $v_{i\infty} = 2v_h$  zu  $A_\infty = A/2$  bzw.  $R_\infty = R/\sqrt{2} \approx 0.7R$ .
2. Im Steigflug nimmt die induzierte Geschwindigkeit mit zunehmender Steiggeschwindigkeit asymptotisch ab und analog dazu nimmt die Strahlkontraktion ab.
3. Im schnellen Sinkflug wird die Strömung abgebremst und der Strahl aufgeweitet. In Analogie zum Steigflug nehmen mit zunehmender Sinkgeschwindigkeit die induzierten Geschwindigkeiten asymptotisch ab und entsprechend nimmt die Strahlaufweitung ab.
4. Im Wirbelringstadium ist der Rotorstrahl nicht definierbar, da der Rotor teilweise von unten nach oben und teilweise von oben nach unten durchströmt wird; die Strahltheorie gilt hier nicht.

### 2.3.8 Bodeneffekt

Alle bisherigen Betrachtungen gingen davon aus, dass sich der Rotorabwind ungehindert ausbreiten kann. Bei Start und Landung ist dies jedoch nicht der Fall, da der Boden den Abwind behindert und nach außen umlenkt. Dadurch entsteht ein erhöhter statischer Druck unter dem Rotor, eine Strahlaufweitung und folglich wird im Schwebeflug die für die Erzeugung gleichen Schubes entstehende induzierte Geschwindigkeit geringer (das gleiche Prinzip wirkt auch beim Flächenflugzeug und erhöht z. B. dessen Gleitverhältnis in Bodennähe). Entsprechend reduziert sich die zum Abheben und Schweben erforderliche induzierte Leistung  $P_i = T v_i$  – ein Effekt, der sowohl zum Start wie auch beim Abfangen in Bodennähe willkommen ist. Da sich der aerodynamische Anstellwinkel an den Rotorblättern aus der Summe von Steuerwinkel und induziertem Anstellwinkel zusammen setzt, wächst bei konstantem Steuerwinkel der aerodynamische Anstellwinkel im Bodeneffekt und es wird mehr Schub erzeugt, solange das Kollektivsteuer nicht verändert wird.

Experimentelle Untersuchungen an Modellschrauben wurden z. B. von Schoppe 1936 [20], Knight und Hefner 1941 [21] und Küssner 1944 [22] durchgeführt; am fliegenden Hubschrauber Sikorsky R-4 von Brotherhood 1947 [23]. Analytische Untersuchungen



**Abb. 2.18** Einfluss des Bodeneffektes auf Schub und Leistung. **a** Einfluss auf Schub, **b** Abhängigkeit von  $z/R$  bei  $P = \text{const.}$

dazu wurden von Betz 1937 mit Hilfe der erweiterten Strahltheorie [24] und 1955 von Cheeseman mit der Potentialtheorie gemacht [25], indem der Rotor in der Höhe  $z/R$  über Grund durch eine Quelle repräsentiert und der Bodeneffekt durch eine gespiegelte Quelle ersetzt wurde. Daraus folgt für konstante Leistung  $P = \text{const.}$  ein Schubgewinn im Bodeneffekt ( $IGE$  = in ground effect;  $OGE$  = out of ground effect) gemäß:

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{1}{1 - \left(\frac{R}{4z}\right)^2} = \frac{1}{k_G} = \frac{\lambda_{OGE}}{\lambda_{IGE}} \quad \text{für } P = \text{const.} \quad (2.57)$$

Alternativ kann man den Bodeneffekt als Reduktion der induzierten Geschwindigkeiten bei konstantem Schub betrachten und aus Gl. 2.57 folgt unmittelbar

$$\frac{P_{IGE}}{P_{OGE}} = k_G \quad \text{für } T = \text{const.} \quad (2.58)$$

Diese Funktion ist in Abb. 2.18 für verschiedene Höhen  $z/R$  über Grund und für verschiedene Schubbeiwerte aufgetragen. Man erkennt, dass bei einem Bodenabstand von  $z \rightarrow R/4$  (der jedoch unrealistisch klein ist)  $k_G \rightarrow 0$ . Bei den meisten Hubschraubern befindet sich der Rotorkopf mindestens  $z = 0.5R$  über dem Boden, was zu  $k_G = 0.75$  führt, d. h. hier werden nur 75 % derjenigen Antriebsleistung benötigt, die ohne Bodeneffekt für die Erzeugung gleichen Schubes notwendig wäre. Bei einer Höhe von etwa  $z = 3R$  verschwindet der Bodeneinfluss.

### 2.3.9 Nachbarschaft von Rotoren

Bisher wurde der Rotor als allein im Raum befindlicher Körper betrachtet. Oft befinden sich jedoch mehrere Rotoren in unmittelbarer Nachbarschaft, wie dies z. B. bei den ersten

Entwürfen von Breguet und Cornu 1907, später dann bei Focke und Mil (side-by-side Anordnung), Flettner und Kaman (ineinander kämmend) sowie Piasecki und Boeing-Vertol (Tandemanordnung) der Fall ist. Auch die Kipprotorflugzeuge wie die V-22 haben Rotoren mit einer gewissen Nähe zueinander.

Da die Nachlaufsysteme der Blattspitzenwirbel sich gegenseitig beeinflussen, gibt es insbesondere dann Wechselwirkungen (Interferenzen) zwischen den Rotoren, wenn sie nahe beieinander liegen. Als Beispiel sei der Bodeneffekt genannt, der den Abstrom eines Rotors behindert und so die induzierte Geschwindigkeit in der Rotorebene und damit die induzierte Leistung reduziert. Befinden sich in Bodennähe zwei oder mehrere Rotoren in Nachbarschaft, so wird zusätzlich noch der Abstrom in Richtung des bzw. der anderen Rotors/Rotoren behindert, was einer Verstärkung des Bodeneffektes gleichkommt und daher die induzierten Geschwindigkeiten und die induzierte Leistung weiter reduziert.

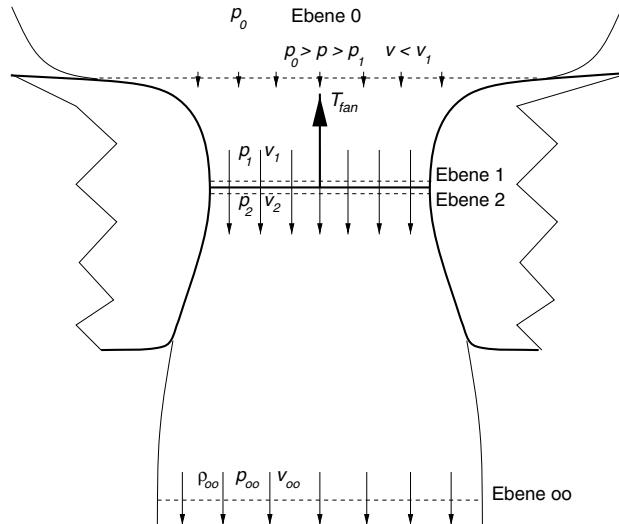
Im Schwebeflug ohne Bodeneffekt werden die Rotoren die Strahleinschnürung gegenseitig behindern. Auch dies bedeutet eine Verminderung der induzierten Geschwindigkeiten und damit der induzierten Leistung.

### 2.3.10 Ummantelte Rotoren

Bisher wurden nur Rotoren mit ungehinderter Zu- und Abströmung, abgesehen vom Bodeneffekt, behandelt. Vor allem kleinere und mittelgroße Hubschrauber weisen als Heckrotor jedoch oft einen ummantelten Rotor (franz. fenestron) auf (z. B. EC 120, EC 135, H145, H160), der durch seine Formgebung die Strahlkontraktion nicht nur verhindert, sondern sogar zu einer Aufweitung führen kann. Der Querschnitt des Abstromzyinders steht mit der induzierten Geschwindigkeit und damit auch mit der benötigten Leistung zur Erzeugung eines bestimmten Schubes in einem unmittelbaren Zusammenhang. Das Strömungsbild durch solch einen ummantelten Propeller ist schematisch in Abb. 2.19 skizziert. Wieder gibt es die Einlaufebene oberhalb der Saugseite, die Rotorebene sowie die Ebene weit genug hinter dem Austritt, wo der Strahl den Querschnitt  $A_\infty = \kappa_W A$  mit  $\kappa_W > 1$  hat. Mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltungssatz) erhält man wie gehabt

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \rho A v_i = \rho A_\infty v_{i\infty} \\ \Rightarrow \frac{v_{i\infty}}{v_i} &= \frac{A}{A_\infty} = \frac{1}{\kappa_W} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Da der Strahl durch die Form der Ummantelung zwangsweise aufgeweitet wird, ist nun also die induzierte Geschwindigkeit im voll ausgebildeten Abstromzyylinder kleiner als im Bereich des Rotors; folglich wird die zu erwartende Leistung auch kleiner sein als beim frei umströmten Rotor. Der Impulserhaltungssatz liefert damit dann die Gleichung für den gesamten Schub, bestehend aus dem des Rotors (Index fan) und der Ummantelung (duct)



**Abb. 2.19** Strömungsverlauf beim ummantelten Rotor

zu

$$T = T_{\text{duct}} + T_{\text{fan}} = \dot{m} v_{i\infty} = \rho A v_i v_{i\infty} = \frac{\rho A v_i^2}{\kappa_W}$$

$$v_i = \sqrt{\kappa_W \frac{T}{\rho A}} \quad (2.60)$$

Der Unterdruck in der Strömung auf der Saugseite des Rotors wirkt auch auf die Ummantelung dieser Seite. Diese hat eine große Fläche und die entstehende Kraft auf die Ummantelung erzeugt einen erheblichen Anteil des Gesamtschubes des Fenestron. Auch ohne weitere Kenntnis des Anteils der Ummantelung  $T_{\text{duct}}$  kann man weitere Erkenntnisse gewinnen. Bernoullis Gleichung zwischen der Ebene 0 und 1 sowie zwischen 2 und  $\infty$  liefert

$$p_0 = p_1 + \frac{\rho}{2} v_i^2$$

$$p_2 + \frac{\rho}{2} v_i^2 = p_\infty + \frac{\rho}{2} v_{i\infty}^2 \quad (2.61)$$

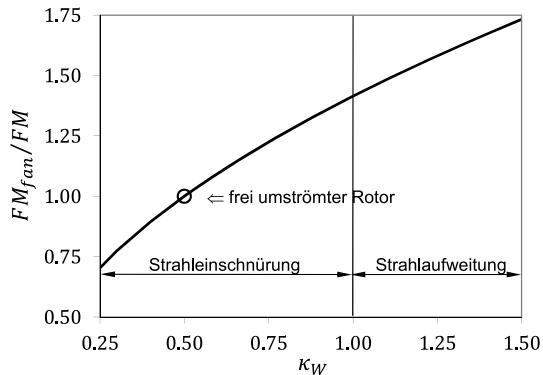
Wieder ist  $p_0 = p_\infty$  und es folgt für den Anteil des Rotors

$$T_{\text{fan}} = (p_2 - p_1)A = \frac{\rho}{2} v_{i\infty}^2 A \quad (2.62)$$

Zusammen mit Gl. 2.60 erhält man für das Verhältnis vom Schub des ummantelten Rotors zu dem Gesamtschub

$$\frac{T_{\text{fan}}}{T} = \frac{(\rho/2) A v_{i\infty}^2}{\rho A v_i v_{i\infty}} = \frac{v_{i\infty}}{2v_i} = \frac{1}{2\kappa_W} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{fan}} = \frac{T}{2\kappa_W} \quad (2.63)$$

**Abb. 2.20** Einfluss der Strahlkontraktion und -aufweitung auf den Leistungsgütegrad



Die induzierte Leistung des Rotors alleine berechnet sich durch den Schub des Rotors und die induzierte Geschwindigkeit am Ort des Rotors wie gehabt zu

$$P_{i,fan} = (T v_i)_{fan} = \frac{T}{2\kappa_W} \sqrt{\kappa_W \frac{T}{\rho A}} = \sqrt{\frac{T^3}{4\kappa_W \rho A}} \quad (2.64)$$

Da die induzierte Leistung des frei umströmten Rotors  $P_i = T v_i$  ist, folgt für das Verhältnis der Leistungen

$$\frac{P_{i,fan}}{P_i} = \frac{1}{\sqrt{2\kappa_W}} \quad (2.65)$$

Wenn also der Auslauf der Ummantelung derart geformt wird, dass der Abstromstrahl nicht kontrahiert (der freie Abstrom hätte im Schwebeflug  $\kappa_W = 0.5$ ), sondern weniger kontrahiert ( $0.5 < \kappa_W < 1$ ) oder sogar aufweitet ( $\kappa_W > 1$ ), dann wird der Rotor alleine deutlich weniger Leistung für einen gegebenen Schub benötigen. Der Einfluss der Strahlflächenkontraktion  $\kappa_W$  auf den Leistungsgütegrad ist in Abb. 2.20 dargestellt. Für  $\kappa_W = 1$  beispielsweise (keine Kontraktion) braucht der ummantelte Rotor nur  $1/\sqrt{2} \approx 0.7$  der Leistung des frei umströmten Rotors bei gleichem Radius. Oder, bei gleicher Leistung, kann der Radius auf  $0.7R$  verkleinert werden, um den selben Schub zu erzeugen. Daher kann man bei gleichem Schub und gleicher Leistung den ummantelten Rotor kleiner bauen als einen frei umströmten. Außerdem sind, wenn die Spalte zwischen den Rotorblättern und dem Mantel klein gehalten werden, die Blattspitzenverluste ebenfalls deutlich geringer. Die Strahlaufweitung erfordert allerdings eine gewisse Bautiefe – also Dicke des Seitenleitwerkes –, die meist nicht in vollem Umfang realisiert werden kann. Daher kommen die Einsparungen nicht vollständig zum Tragen.

Außerdem ist der statische Druck im Einlauf des Fans bereits geringer als weit davon entfernt. Wegen der großen Oberfläche dieses Einlaufs entsteht ebenfalls eine Querkraft, die ca. 40 % des Gesamtschubes ausmachen kann.

Im Vorwärtsflug schirmt die Ummantelung den Einlauf des Rotors jedoch ab, so dass mit Strömungsablösungen zu rechnen ist und die Wirksamkeit des ummantelten Rotors abnehmen kann; der Einlaufkonturierung kommt hier große Bedeutung zu. Auch ist die Drehzahl des Rotors wegen der kleineren Durchmesser erheblich größer als die eines frei umströmten Rotors, so dass, auch wegen der größeren Blattzahl, akustische Probleme entstehen können. Ebenfalls nehmen wegen der hohen Drehzahlen die Drallverluste zu, so dass zu deren Kompensation Drallausgleichsstatoren eingesetzt werden. Diese allerdings befinden sich direkt unterhalb der Drehebene, so dass die Nachlaufflächen der Rotorblätter periodisch auf sie treffen, was wiederum zu Lärmproblemen führt. Umgekehrt wird es keinen Blatt/Wirbel-Interaktionslärm geben, der ein unumgängliches Problem konventioneller Bauarten darstellt.

Ein weiterer Vorteil ist die geringere Gefährdung von Personen durch die drehenden Rotorblätter im Vergleich zu freien Rotoren; ein Nachteil ist die geringere Effizienz bei Manövern, wenn negativer Schub erzielt werden muss, die gesamte Formgebung aber für positiven Schub ausgelegt ist. Außerdem sind die Strahlgeschwindigkeiten aufgrund der deutlich kleineren Abmessungen letztlich doch größer als bei konventionellen Heckrotoren.

Abschließende Bemerkungen:

1. Der Bodeneffekt reduziert die induzierte Geschwindigkeit in der Rotorebene und damit die für einen gegebenen Schub benötigte Leistung. Er ist bis zu einer Rotorhöhe von etwa  $3R$  über Grund bemerkbar.
2. Bei mehreren neben- oder hintereinander liegenden Rotoren wird der Bodeneffekt verstärkt, da die Strahlausbreitung nicht mehr zu allen Seiten hin erfolgen kann.
3. Ein dem Bodeneffekt ähnliches Phänomen kann man mit ummantelten Rotoren erreichen, indem man die Strahlkontraktion durch den Mantel verhindert oder sogar in eine Aufweitung wandelt. Die Verluste aufgrund Blattspitzenstromung eines freien Rotors können durch die Ummantelung stark vermindert werden.

## 2.4 Vorwärtsflug

### 2.4.1 Schub und Leistung

Im Vorwärtsflug muss der Hauptrotor mit seinem Schub  $T$  sowohl die Kompensation des Gewichtes  $W$  (vom engl. weight) als auch den Vortrieb  $F_P$  (vom engl. propulsive force) zur Kompensation des Widerstandes  $D_F$  des Fluggerätes erzeugen, siehe Abb. 2.21. Dazu muss er etwas gegenüber der Flugrichtung nach vorne geneigt werden. Durch die Vorwärtsgeschwindigkeit erfährt der Rotor eine erhebliche Anströmkomponente entlang der Rotorebene von vorne nach hinten, die schon bei mäßigen Fluggeschwindigkeiten größer als die axiale Komponente sein wird (siehe Abb. 2.1). Damit ist die Rotationssymmetrie der Anströmung, wie sie im axialen Flug gegeben ist, nicht mehr vorhanden. Dennoch

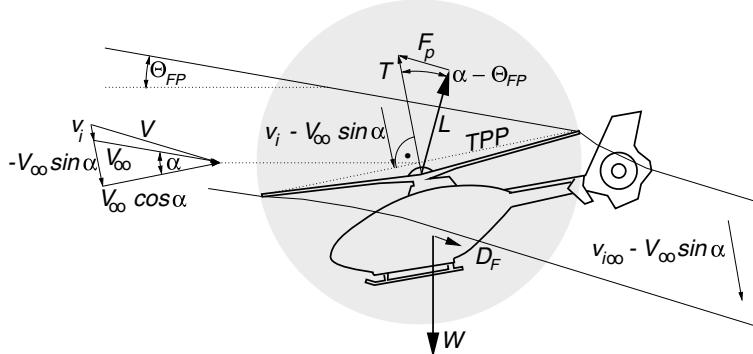
kann man auch im Vorwärtsflug mit vereinfachenden Annahmen grundlegende Erkenntnisse mit Hilfe der Strahltheorie gewinnen.

Um eine Leistungsabschätzung erstellen zu können, ist die Kenntnis der induzierten Geschwindigkeiten, wie in Abschn. 2.2 gezeigt, erforderlich. Dazu wurden von Glauert bereits 1926 grundlegende Beiträge geliefert [3], und eine verfeinerte Darstellung mit wesentlich weniger Vereinfachungen wurde von Lock 1927 erstellt [4]. Wenn auch zu dieser Zeit die meisten Untersuchungen den Autogyros galten, waren die Ergebnisse für Drehflügler im Allgemeinen ebenso gültig. Die Erweiterung der Theorie auf die spezifischen Probleme des Hubschraubers im schnellen Vorwärtsflug waren dann in Deutschland untersucht worden, da dort die Hubschrauber zu Zeiten des zweiten Weltkriegs bereits Einsatzreife hatten. Hier sind die Ergänzungen der Theorie von Sissingh 1941 [26] und 1942 [27] zu nennen, die die Probleme der Kompressibilität im Außenbereich der vorlaufenden Seite und der rückwärtigen Anströmung im Innenbereich der rücklaufenden Seite beinhaltet. Auch Hohenemser hat sich mit den Gültigkeitsgrenzen der Glauertschen Drehflüglertheorie 1942 auseinander gesetzt [28].

In einigen Büchern wird hinsichtlich des Vorwärtsfluges auf die sog. Küssnersche Kugelhypothese verwiesen, ohne jedoch die entsprechende Literaturstelle zu nennen. Küssner hat sich bereits seit Beginn der 1930er Jahre mit der Hubschraubertheorie befasst und in einem Artikel darüber 1937 [29] die Kugelhypothese erläutert:

Wir nehmen an, daß die an der Impulserzeugung beteiligte Luftmasse stets erhalten wird als Durchflußmenge durch eine der Hubschraube umbeschriebene Kugel. Diese Annahme kann allerdings nur näherungsweise richtig sein. Ferner sind Korrekturen infolge endlicher Flügelzahl nötig. Die exakte theoretische Behandlung dieses recht schwierigen Problems steht noch aus.

Wie im axialen Flug wird wieder die Annahme von über die Aktuatorscheibe (= Blattspitzenebene, auch TPP = Tip Path Plane) konstanten Anströmverhältnissen gemacht, so dass sich die dort resultierende Gesamtgeschwindigkeit  $V$  aus der Fluggeschwindigkeit  $V_\infty$  und der induzierten Geschwindigkeit  $v_i$  vektoriell zusammensetzt, siehe Abb. 2.21.



**Abb. 2.21** Anströmverhältnisse im Vorwärtsflug mit einem Flugbahnwinkel

Die Aktuatorscheibe sei mit einem Anstellwinkel  $\alpha$  gegenüber der Flugrichtung geneigt (man beachte: im Vorwärtsflug ist der Rotor vorne nach unten geneigt, also  $\alpha < 0$ . In der Literatur, z. B. [30], ist oft auch eine umgekehrte Vorzeichendefinition anzutreffen!). Die resultierende Gesamtgeschwindigkeit lautet dann

$$V = \sqrt{(V_\infty \cos \alpha)^2 + (v_i - V_\infty \sin \alpha)^2} = \sqrt{V_\infty^2 - 2v_i V_\infty \sin \alpha + v_i^2} \quad (2.66)$$

und der Massenstrom ist  $\dot{m} = \rho A V$ . Mit Hilfe des Impuls- und Energieerhaltungssatzes folgt in Analogie zum axialen Flug, wobei die induzierte Geschwindigkeit weit vor dem Rotor Null ist:

$$\begin{aligned} T &= \dot{m}(v_{i\infty} - V_\infty \sin \alpha) - \dot{m}(-V_\infty \sin \alpha) = \dot{m}v_{i\infty} \\ P &= P_i = T(v_i - V_\infty \sin \alpha) = \frac{\dot{m}}{2}(v_{i\infty} - V_\infty \sin \alpha)^2 - \frac{\dot{m}}{2}(V_\infty \sin \alpha)^2 \\ &= \frac{\dot{m}}{2}(v_{i\infty}^2 - 2V_\infty \sin \alpha v_{i\infty}) \end{aligned} \quad (2.67)$$

Setzt man den Ausdruck für den Schub in denjenigen für die Leistung ein, so erhält man wieder das aus dem axialen Flug bekannte Ergebnis  $v_{i\infty} = 2v_i$ . Aus der ersten Gleichung folgt dann mit dem obigen Ausdruck für den Massenstrom

$$T = 2\rho A V v_i \quad (2.68)$$

Für den Schwebeflugfall reduziert sich dies wegen  $V(V_\infty = 0) = \sqrt{v_i^2} = v_i$  auf die dort hergeleitete Form  $T = 2\rho A v_i^2$  und im schnellen Vorwärtsflug, wo  $V_\infty \gg v_i$  gilt, erhält man näherungsweise  $T = 2\rho A V_\infty v_i$ . Dieses letzte Ergebnis erhält man auch aus der Traglinientheorie für ebene elliptische Flügelformen, von denen die Kreisscheibe nur einen Sonderfall darstellt. Diese liefern eine elliptische Zirkulationsverteilung und damit konstante induzierte Geschwindigkeitsverteilung, was ja für die Strahltheorie eine grundlegende Annahme ist. Für elliptische unverwundene Flügel gilt gemäß [31] für den induzierten Anstellwinkel  $\phi$ :

$$\phi = \frac{v_i}{V_\infty} = \frac{C_L}{\pi \Lambda} \quad \Rightarrow C_L = \pi \Lambda \frac{v_i}{V_\infty} \quad (2.69)$$

Dann folgt für den Auftrieb des Kreisflügels der Streckung  $\Lambda = (2R)^2/(\pi R^2) = 4/\pi$

$$L = \frac{\rho}{2} V_\infty^2 A C_L = \frac{\rho}{2} V_\infty^2 A \pi \Lambda \frac{v_i}{V_\infty} = 2\rho A V_\infty v_i \quad (2.70)$$

Dieses Ergebnis ist identisch mit Gl. 2.68 für den Grenzfall großer Fluggeschwindigkeit.

## 2.4.2 Induzierte Geschwindigkeit

Eine Gleichung für die induzierte Geschwindigkeit erhält man aus der Auflösung von Gl. 2.68 nach  $v_i$  ( $v_h$  ist wieder die induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug gemäß Gl. 2.16).

$$v_i = \frac{T}{2\rho A} \frac{1}{V} = \frac{v_h^2}{\sqrt{(V_\infty \cos \alpha)^2 + (v_i - V_\infty \sin \alpha)^2}} \quad (2.71)$$

Die Näherung für große Fluggeschwindigkeiten und  $\alpha \approx 0$  stellt ein Analogon für Starrflügler dar:

$$T = \rho A V_\infty (2v_i) \quad (2.72)$$

Wie im Axialflug werden Geschwindigkeiten auf die Blattspitzengeschwindigkeit  $\Omega R$  bezogen und man erhält aus der Fluggeschwindigkeit in dimensionsloser Schreibweise den sog. (lateralen) Fortschrittsgrad  $\mu$ , den axialen Fortschrittsgrad  $\mu_z$ , den (Gesamt-) Durchflussgrad  $\lambda$  und den induzierten Durchflussgrad  $\lambda_i$ .

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R}, \quad \mu_z = \frac{-V_\infty \sin \alpha}{\Omega R} = -\mu \tan \alpha, \\ \lambda_i &= \frac{v_i}{\Omega R}, \quad \lambda = \frac{v_i - V_\infty \sin \alpha}{\Omega R} = \lambda_i + \mu_z \end{aligned} \quad (2.73)$$

Oft wird in der Literatur mit  $\mu$  auch nur das Verhältnis  $V_\infty / (\Omega R)$  bezeichnet und der erste Term in Gl. 2.73 mit  $\mu_x$ . Mit diesen Definitionen sowie  $\lambda_h = v_h / (\Omega R)$  folgt aus Gl. 2.71

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} = \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + (\mu_z + \lambda_i)^2}} \\ \Rightarrow 0 &= \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right)^4 + 2 \frac{\mu_z}{\lambda_h} \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right)^3 + \frac{\mu^2 + \mu_z^2}{\lambda_h^2} \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right)^2 - 1 \end{aligned} \quad (2.74)$$

Da der gesuchte induzierte Durchflussgrad der ersten Gleichung auch im Nenner auf der rechten Seite enthalten ist, ist in diesem Fall keine analytische, sondern nur eine iterative Lösung von Gl. 2.74 möglich. Lediglich im Sonderfall verschwindenden Rotoranstellwinkels  $\alpha = 0$  vereinfacht sich Gl. 2.66 zu  $V = \sqrt{V_\infty^2 + v_i^2}$  und in Gleichung Gl. 2.74 wird wegen  $\mu_z = 0 \Rightarrow \lambda = \lambda_i$  und man kann sie dann durch Quadrieren auflösen:

$$\begin{aligned} 0 &= \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right)^4 + \left( \frac{\mu}{\lambda_h} \right)^2 \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_h} \right)^2 - 1 \\ \Rightarrow \frac{\lambda_i}{\lambda_h} &= \sqrt{-\frac{1}{2} \left( \frac{\mu}{\lambda_h} \right)^2 + \sqrt{\frac{1}{4} \left( \frac{\mu}{\lambda_h} \right)^4 + 1}} \quad (\text{nur für } \alpha = 0) \end{aligned} \quad (2.75)$$

Im Schwebeflug ( $\mu = \mu_z = 0$ ) erhält man daraus

$$\lambda_i = \lambda_h = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (2.76)$$

während für große Fortschrittsgrade ( $\mu \gg \lambda$ ) näherungsweise aus der ersten Zeile von Gl. 2.74

$$\lambda_i = \frac{\lambda_h^2}{\mu} = \frac{C_T}{2\mu} \quad (2.77)$$

folgt. Da  $\lambda_h \approx 0.07$  beträgt, wird bei höheren Fortschrittsgraden der Durchflussgrad  $\lambda$  gegenüber  $\mu$  vernachlässigbar klein und die induzierte Geschwindigkeit wird gegen Null streben. Dann folgt näherungsweise aus Gl. 2.74:

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_h} = \lim_{\mu \gg \lambda} \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} = \frac{\lambda_h}{\mu} \quad (\text{nur für } \alpha = 0) \quad (2.78)$$

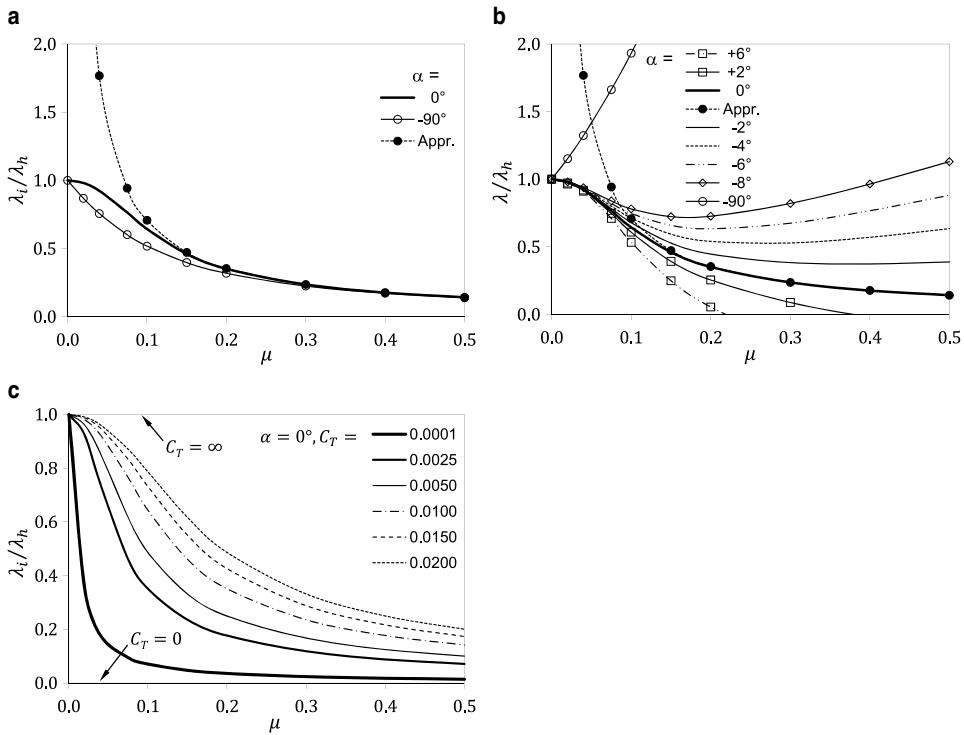
Im anderen Extrem, nämlich einem Rotoranstellwinkel von  $\alpha = -90^\circ$  (dies entspricht einem Propellerzustand), wird  $\mu = 0$  und  $\mu_z = \lambda_c$  bzw.  $V_\infty = V_c$  wie für den Rotor im axialen Steigflug und man erhält aus Gl. 2.74 eine Gleichung von nur noch zweiter Ordnung

$$\lambda_i = \frac{\lambda_h^2}{\mu_z + \lambda_i} \quad (2.79)$$

mit der bekannten in Abschn. 2.3.2 angegebenen Lösung Gl. 2.43. Der allgemeine Fall für beliebige Rotoranstellwinkel muss jedoch iterativ numerisch gelöst werden. Dazu wird die Gleichung für den (Gesamt-) Durchflussgrad  $\lambda = \mu_z + \lambda_i$  und darin der induzierte Durchflussgrad gemäß Gl. 2.74 verwendet. Als Startwert (Index  $n = 0$ ) kommt üblicherweise  $\lambda_0 = \lambda_h$  in Ansatz. Dann erhält man

$$\lambda_{n+1} = \mu_z + \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + \lambda_n^2}} \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.80)$$

Die Iteration wird so lange ausgeführt, bis der relative Fehler zum letzten Iterationsschritt nach ungefähr 10–15 Schritten  $\epsilon = |\lambda_{n+1} - \lambda_n| / |\lambda_{n+1}| < 0.05\%$  erreicht. Nur bei kleinen Fortschrittsgraden und sehr kleinem Schubbeiwert dauert dies zum Teil erheblich länger. Eine schnellere Konvergenz erhält man mit einem Newton-Raphson Verfahren, bei dem allerdings die Ableitung der Fehlerfunktion zusätzlich berechnet werden muss. Diese Fehlerfunktion  $f(\lambda)$  ergibt sich aus der Differenz von linker und rechter Seite von Gl. 2.80. Mit Hilfe von  $f' = df/d\lambda$  folgt



**Abb. 2.22** Durchflussgrad in Abhängigkeit der Betriebsparameter des Rotors. **a** Induzierter Durchflussgrad, **b** Gesamtdurchflussgrad, **c** Einfluss des Schubbeiwertes (a und b:  $\lambda_h = 0.05$ ; Approximation nach Gl. 2.78)

$$\begin{aligned}
 f(\lambda) &= \lambda - \mu_z - \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \\
 f'(\lambda) &= 1 + \lambda \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}^3} \\
 \lambda_{n+1} &= \lambda_n - \frac{f(\lambda_n)}{f'(\lambda_n)} \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \dots
 \end{aligned} \tag{2.81}$$

Auch hier kommt  $\lambda_0 = \lambda_h$  in Anwendung und dieses Verfahren konvergiert mit drei bis vier Iterationen in der Regel viel schneller. Die Ergebnisse der Iteration mit dem ersten Schema sind in Abb. 2.22 für verschiedene in der Praxis auftretende Anstellwinkel gezeigt, wobei zu beachten ist, dass der Anstellwinkel im horizontalen Vorwärtsflug mit zunehmendem Fortschrittsgrad immer negativer wird, da der Schub den wachsenden Widerstand  $D_F$  des Hubschraubers durch entsprechende Neigung des Rotors nach vorne kompensieren muss. Nur für die Kurve mit  $\alpha = 0^\circ$  gilt  $\lambda = \lambda_i$ , ansonsten dominiert schon bei kleinen positiven oder negativen Anstellwinkeln die axiale Komponente  $\mu_z =$

$-\mu \tan \alpha$  des Fortschrittsgrades den Durchflusssgrad durch den Rotor. In Abb. 2.22c ist außerdem noch die Abhängigkeit vom Schubbeiwert dargestellt, der gleichzeitig auch die Abhängigkeit von der Flughöhe repräsentiert. Je geringer der Schubbeiwert, umso kleiner ist der Impuls des Rotors und umso eher sinkt die induzierte Geschwindigkeit mit wachsender Fluggeschwindigkeit (Extremwert:  $C_T = 0$  liefert für alle  $\mu > 0$  eine induzierte Geschwindigkeit von  $\lambda_i / \lambda_h = 0$ ). Ein sehr großer Schub bedeutet auch einen sehr großen Impuls des Rotors und eine Vorrwärtsgeschwindigkeit macht sich erst bei viel größeren Fluggeschwindigkeiten bemerkbar (Extremwert:  $C_T = \infty$  liefert für alle Fortschrittsgrade  $\lambda_i / \lambda_h = 1$ ). Ein Kommentar muss allerdings zum Gültigkeitsbereich dieser Lösungen gemacht werden. Bei positiven Rotoranstellwinkeln kann nämlich schnell das zugrunde gelegte Modell verletzt werden, nämlich dann, wenn (in Analogie zum langsamen Sinkflug)  $-2\lambda_i \leq \mu_z \leq 0$  ist. Da die induzierte Geschwindigkeit mit wachsender Fluggeschwindigkeit schnell abnimmt, ist dies bei großen Fortschrittsgraden schon bei sehr kleinen positiven Anstellwinkeln erreicht. Dann können die hier gezeigten numerischen Lösungen, streng genommen, nicht mehr verwendet werden. Das erste Iterationsverfahren Gl. 2.80 kann dann unter Umständen keine Lösung mehr finden und das zweite Gl. 2.81 kann eine unphysikalische Lösung liefern, bzw. seine Lösungen sind mit verschiedenen Startwerten auch verschieden. Dies wird grundsätzlich im langsamen axialen Sinkflug ( $\mu = 0$  und  $-1 \leq \overline{\lambda_c} \leq 0$ ) passieren. Im schnellen Sinkflug mit  $\overline{\lambda_c} < -1$  stimmt die Annahme  $\lambda_0 = \lambda_h$  nicht mehr, aber dann erhält man mit  $\lambda_0 = |\lambda_c|$  korrekte Ergebnisse.

Folgende grundsätzliche Bemerkungen können gegeben werden (1. bis 3. aus [9]):

1. Im Schwebeflug ist die induzierte Geschwindigkeit groß, weil der den Rotor durchströmende Massenstrom klein ist.
2. Im Vorrätsflug ist die induzierte Geschwindigkeit klein, da eine wesentlich größere Luftmasse den Rotor durchströmt. Daher genügt es, der Strömung eine deutlich kleinere Beschleunigung als im Schwebeflug zu erteilen, um den gleichen Schub zu erhalten.
3. Der gesamte Durchflusssgrad in der Rotorebene ist im Schwebeflug wie auch im schnellen Vorrätsflug groß. Zwar ist die induzierte Geschwindigkeit im schnellen Vorrätsflug gering, aber durch die Neigung der Rotorebene gegen die Flugrichtung erfährt der Rotor eine große Durchströmung aufgrund des Terms  $V_\infty \sin \alpha$ .
4. Der Einfluss einer größeren Flughöhe ist durch einen größeren Schubbeiwert repräsentiert. Die induzierte Geschwindigkeit ist aufgrund der geringeren Luftdichte und damit des kleineren Massenstroms größer und nimmt dann erst bei größeren Fortschrittsgraden als in niedrigeren Flughöhen ab.

### 2.4.3 Leistungsbedarf im Vorrätsflug

Die Rotorleistung (ohne Profilwiderstand, also nur Steigleistung und die induzierte Leistung) kann auf den entsprechenden Wert der Schwebeflugleistung bezogen werden, um

den Einfluss des Fortschrittsgrades abzuschätzen.

$$\frac{P}{P_h} = \frac{T(v_i - V_\infty \sin \alpha)}{T v_h} = \frac{\lambda}{\lambda_h} \quad (2.82)$$

Damit verhält sich die Leistung analog zum Durchflussgrad wie in Abb. 2.22b gezeigt. Setzt man hier den zuvor erhaltenen Ausdruck für den Durchflussgrad Gl. 2.73 ein, folgt

$$\frac{P}{P_h} = \frac{\lambda}{\lambda_h} = \frac{\mu_z}{\lambda_h} + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \quad (2.83)$$

Der erste Term definiert die zusätzlich erforderliche Leistung für Vortrieb oder Steigen (bzw. Reduktion der Leistung im Sinken) und der zweite Term repräsentiert die induzierte Leistung aufgrund Schubzeugung. Der Anstellwinkel des Rotors ergibt sich aus der Forderung, dass im Horizontalflug die vertikale Schubkomponente  $T \cos \alpha$  das Gewicht  $W$  (vom engl. weight) und die horizontale, nach vorn geneigte Schubkomponente  $-T \sin \alpha$  den Rumpfwiderstand  $D_F$  (vom engl. fuselage drag) kompensieren muss. Für kleine Anstellwinkel  $\cos \alpha \approx 1$  folgt  $\mu_z = -\mu \tan \alpha \approx \mu(D_F/T)$ , daraus  $\alpha \approx -D_F/T$  und somit

$$\frac{P}{P_h} = \frac{\lambda}{\lambda_h} = \frac{\mu}{\lambda_h} \left( \frac{D_F}{T} \right) + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \quad (2.84)$$

Da der Rumpfwiderstand  $D_F$  in etwa quadratisch mit der Geschwindigkeit  $\mu$  wächst, ist der erste Term proportional zu  $\mu^3$ ; diese Komponente der Leistung wird zur Überwindung des sog. schädlichen Widerstandes (= Rumpfwiderstand) benötigt. Unter Einbeziehung eines Steig- oder Sinkfluges kann mit der dimensionslosen Steigrate  $\lambda_c = V_c/(\Omega R)$  auch geschrieben werden (kleine Winkel:  $\lambda_c \cos \alpha \approx \lambda_c$ )

$$\frac{P}{P_h} = \frac{\lambda_c}{\lambda_h} \cos \alpha + \frac{\mu_z}{\lambda_h} + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \approx \frac{\lambda_c}{\lambda_h} + \frac{\mu}{\lambda_h} \left( \frac{D_F}{T} \right) + \frac{\lambda_h}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \quad (2.85)$$

Der erste Term repräsentiert die Steigleistung, die im Sinken wegen  $\lambda_c < 0$  natürlich negativ wird.

Die Profilleistung kann man näherungsweise wie im Schwebeflug durch Erweiterung der Gl. 2.24 ermitteln, wobei hier der Einfachheit halber nur der konstante Term einer ansonsten grundsätzlich quadratischen Polare verwendet wird. Aus dem Prinzip „Leistung = Widerstandskraft mal Geschwindigkeit am Ort der Kraft“ folgt:

$$C_{P0} = \frac{\sigma C_{d0}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 (r + \mu \sin \psi)^3 dr d\psi = \frac{\sigma C_{d0}}{8} (1 + 3\mu^2) \quad (2.86)$$

Da dies keine Effekte rückwärtiger Anströmung und auch keinen Widerstandsanstieg durch Strömungsablösung beinhaltet, wurden Näherungen entwickelt, die anstelle des

Faktors 3 einen Faktor  $K$  beinhalten, der von Bennett (1940, [32]) mit 4.6 und von Stepienski (1973, [33]) mit 4.7 angegeben wurde. Genauer ist eine Aufteilung in die Gebiete mit Anströmung von vorne und diejenigen mit Anströmung von hinten, was zu folgendem Ergebnis führt:

$$C_{P0} = \frac{\sigma C_{d0}}{8} \left( 1 + 3\mu^2 + \frac{3}{8}\mu^4 \right) \quad (2.87)$$

Der zusätzliche Term ist von höherer Ordnung und meist vernachlässigbar, was an den geringen Staudrückern in dem Bereich rückwärtiger Anströmung liegt. Die Berücksichtigung der Gebiete mit Strömungsablösung wird allerdings sehr aufwändig, da dort weder die zuvor gemachte Annahme eines konstanten Widerstandsbeiwertes noch die quadratische Polare gilt, welche ja auch nur für den Bereich anliegender Strömung Gültigkeit besitzt. Außerdem sind Kompressibilitätseffekte vernachlässigt worden, die auf der voraufenden Seite im Schnellflug immer bedeutsamer werden. Weitere Anwendungsgebiete der Strahltheorie sind z. B. in [30] für Koaxial- und Tandemrotoren gegeben.

## 2.4.4 Bodeneffekt im Vorwärtsflug

Auch im Vorwärtsflug in Bodennähe ist der Einfluss einer verminderten induzierten Geschwindigkeit zu spüren. Er nimmt jedoch mit zunehmender Geschwindigkeit schnell ab, da die induzierte Geschwindigkeit mit zunehmendem Fortschrittsgrad einerseits abnimmt und andererseits der Abstromzylinder erst hinter dem Rotor auf den Boden auftrifft und demzufolge die Rückwirkung gegen die Flugrichtung zurück auf den Rotor schnell abnimmt. Daher ist ab etwa  $\mu \approx 0.1$  dieser Effekt praktisch verschwunden.

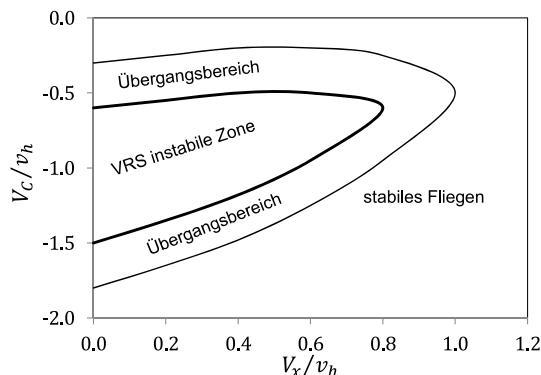
Cheeseman und Bennet [25] haben 1955 mit Hilfe eines Panelverfahrens unter Anwendung des Verfahrens der Spiegelung am Boden folgende Funktion ableiten können, die im Fall verschwindender Fluggeschwindigkeit in die bereits genannte Formel für den Bodeneffekt im Schwebeflug übergeht Gl. 2.57:

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{1}{k_G} = \frac{1}{1 - \frac{(R/(4z))^2}{1 - (\mu/\lambda)^2}} \quad (2.88)$$

Für große Fluggeschwindigkeiten verschwindet der Bodeneffekt oder man muss immer näher in Bodennähe fliegen, um ihn noch zu bemerken. Der Einfluss der Höhe ist im Durchflussgrad  $\lambda$  zu finden, in dem sich der induzierte Durchflussgrad  $\lambda_i$  versteckt. Je größer die Höhe, umso größer der Schubbeiwert  $C_T$  und damit auch  $\lambda_i$  sowie  $\lambda$ . Bei Anwendung der Blattelemententheorie, die in Abschn. 3 vorgestellt wird, wandelt sich vorstehendes Ergebnis ab in

$$\frac{T_{IGE}}{T_{OGE}} = \frac{1}{1 - \frac{\sigma C_{Ia} \lambda}{4C_T} \frac{[R/(4z)]^2}{1 - (\mu/\lambda)^2}} \quad (2.89)$$

**Abb. 2.23** Grenzen des Wirbelringstadions im Vorwärtsflug



## 2.4.5 Wirbelringstadium im Vorwärtsflug

Das Wirbelringstadium wurde bisher im senkrechten Sinkflug betrachtet. Natürlich wird es auch bei kleinen Vorwärtsgeschwindigkeiten, kombiniert mit der zugehörigen Sinkgeschwindigkeit, weiterhin vorhanden sein. Allerdings wird der Rotornachlauf mit zunehmender Fluggeschwindigkeit immer mehr nach hinten wandern und somit hat die Vorwärtsgeschwindigkeit einen „bereinigenden“ Effekt. Ab einer gewissen Fluggeschwindigkeit wird die Scherung des Nachlaufes so groß werden, dass kein Wirbelringstadium mehr auftritt. Auch hier gibt es keine analytisch exakte Lösung, um die Grenzen des Wirbelringstadions zu berechnen, sondern man ist – wie im senkrechten Sinkflug – auf Messungen angewiesen und kann dann ein empirisches Modell davon ableiten. Dies hat zum Beispiel Johnson 2004 vorgestellt [34], zusammen mit einer umfassenden Darstellung experimenteller Daten von Modellmessungen im Windkanal und aus der Flugerprobung. Sinnvollerweise wird nicht nur die Sinkgeschwindigkeit, sondern auch die Vorwärtsgeschwindigkeit auf  $v_h$  bezogen. Die Messungen zeigen dann, dass bei etwa  $\bar{V}_x = V_\infty/v_h > 1$  kein Wirbelringstadium mehr auftritt, so dass bei allen diesen Fluggeschwindigkeiten jede Sinkgeschwindigkeit gefahrlos geflogen werden kann. Die oberen und unteren Grenzen des Wirbelringstadions lassen sich dann näherungsweise mit Hilfe eines einfachen Polynoms folgendermaßen darstellen, siehe Abb. 2.23. Da es naturgemäß keine klar definierten Grenzen geben kann, gibt es ein relativ breites Band (Übergangsbereich) um die instabile Zone herum, indem sich das Wirbelringstadium mit zunehmenden Vibratoren und reduzierter Steuerwirksamkeit ankündigt.

---

## 2.5 Übungen zu Kapitel 2

### 2.5.1 Kurzfrage

Man nenne die verschiedenen Flugzustände des Hubschraubers und charakterisiere den Strömungszustand im Rotor!

## 2.5.2 Strahltheorie

1. Leiten Sie die Abhängigkeit der induzierten Geschwindigkeit  $v_i$  vom Rotorschub  $T$ , dem Radius  $R$  und der Luftdichte  $\rho$  für einen Hubschrauber im Schwebeflug her.
2. Zeigen Sie mit Hilfe von Bernoullis Gleichung, dass die induzierte Geschwindigkeit im Strahl weit unterhalb eines Rotors im Steigflug doppelt so groß ist wie diejenige in der Rotorebene.
3. Wie groß ist der Radius des ausgebildeten Abstroms im Verhältnis zum Rotorradius?
4. Ihnen wird erzählt, dass ein Hubschrauber wegen diverser Randbedingungen im Vorfahrtsflug eine Blattspitzengeschwindigkeit von 300 m/s hat. Erläutern Sie die Auswirkungen auf: induzierte Leistung  $P_i$ , Leistung aufgrund Profilwiderstand  $P_0$ , den Leistungsgütegrad  $FM$ , die Flächendichte  $\sigma$ , den mittleren kollektiven Blatteinstellwinkel  $\Theta$ .
5. Ein Hubschrauber wiegt 1.1 t, hat einen Rotordurchmesser von 11 m und benötigt eine Profilwiderstandsleistung von 40 PS. Wie hoch ist die Gesamtleistung im Schwebeflug? Wenn der Hubschrauber sich im stationären vertikalen Steigflug befindet, wie verhält sich die induzierte Leistung im Vergleich zum Schwebeflug und warum ist das so?
6. Zeichnen Sie Kurven des Leistungsgütegrades  $FM$  in Abhängigkeit der spezifischen Rotorblattbelastung  $C_T/\sigma$  mit charakteristischen Werten für den idealen Rotor, einen typischen Rotor mit auch bei großen Anstellwinkeln anliegender Strömung, einen realen Rotor mit Strömungsbremsung bei großen Anstellwinkeln.
7. Berechnen und zeichnen Sie die induzierten Geschwindigkeiten im voll ausgebildeten Abstrom eines Rotors im Schwebeflug in Meereshöhe als Funktion der Strahlflächenbelastung  $T/A$  im Bereich 200–5000 N/m<sup>2</sup>. Stellen Sie außerdem die Leistungsbelastung  $T/P$  mit einem Leistungsgütegrad von  $FM = 0.75$  als Funktion der Strahlflächenbelastung dar.
8. Ein Hubschrauber habe ein Gewicht von 4.5 t, einen Rotordurchmesser von 12 m und 970 PS Antriebsleistung bei einer Drehzahl von 334 RPM. Berechnen Sie für einen Schwebeflug in Meereshöhe die Strahlflächenbelastung, die Leistungsbelastung, den Schubbeiwert, den Drehmomentenbeiwert und den Leistungsgütegrad.
9. Ein Rotor befindet sich im Schwebeflug:
  - (a) Wenn die Blattspitzengeschwindigkeit  $\Omega R$ , der Rotorradius  $R$  und das Kollektiv  $\Theta$  konstant sind, wie würde die Rotorleistung  $P$  reagieren, wenn die Flächendichte  $\sigma$  verringert wird (bei anliegender Strömung). Wenn die Flächendichte verringert wird, wie muss das Kollektiv  $\Theta$  verändert werden, um den Schub  $T$  konstant zu halten?
  - (b) Wenn nur der Rotorradius konstant bleibt, welche qualitative Kombination (groß oder klein) von Blattspitzengeschwindigkeit, Flächendichte und Kollektivwinkel würde die minimale Leistung für ein gegebenes Hubschraubergewicht  $m$  erzeugen?
  - (c) Wenn der Rotorradius und der Schub konstant bleiben, wie würde sich die induzierte Leistung  $P_i$  verändern, wenn die Blattspitzengeschwindigkeit, die Flächendichte und das Kollektiv unabhängig voneinander verändert werden könnten?

### 2.5.3 Leistungsrechnung mit der Strahltheorie

1. Ein Hubschrauber mit einer Gewichtskraft von 10 kN hat einen Rotordurchmesser von 11 m und im Schwebeflug in Meereshöhe eine Profilleistung von 40 PS. Berechnen Sie die Gesamtleistung. Wenn sich der Hubschrauber im stationären Steigflug befindet, wie verändert sich dann die induzierte Leistung im Vergleich zum Schwebeflug?
2. Mit den unten vorgegebenen Daten des leichten Transporthubschraubers Bo105 soll die Leistungsfähigkeit nach der Strahltheorie berechnet werden.
  - (a) Ermitteln Sie die zum Antrieb des Hauptrotors erforderliche Leistung im Schwebeflug.
  - (b) Wie groß ist das Drehmoment des Hauptrotors, welches vom Heckrotor ausgeglichen werden muss? Wie groß ist die dazu erforderliche Heckrotorantriebsleistung?
  - (c) Welcher Anteil (in %) der Gesamtleistung fließt dem Heckrotor zu?
  - (d) Wie groß ist die induzierte Geschwindigkeit in der Hauptrotorebene?
  - (e) Der Hubschrauber führt einen stationären Steigflug mit  $V_c = 3 \text{ m/s}$  durch. Wie groß ist jetzt die erforderliche Hauptrotorleistung (ohne Profil- und sonstige Verluste)? Nennen Sie ein Analogon zum Steigen bzw. Sinken. Für welche Steigraten versagt die Strahltheorie?
  - (f) Im Vorwärtsflug in Bodennähe mit  $V_\infty = 50 \text{ m/s}$  ist das Leistungsgleichgewicht am Hubschrauber aufzustellen und die Einzelkomponenten sind näherungsweise zu berechnen. Vergleichen Sie das Ergebnis mit Aufgabe 1. (Anm.: der mittlere Auftriebsbeiwert ist für die Integrationsgrenzen  $0.2 \leq r \leq 0.98$  zu berechnen; für den induzierten Rotorwiderstand kann ein Kreisflügel angesetzt werden)
  - (g) Wie sieht die erforderliche Gesamtleistung in Abhängigkeit von der Fluggeschwindigkeit aus?

Anmerkung: Aufgaben a)-e) jeweils für die Höhen  $h_1 = 0 \text{ km}$  und  $h_2 = 5 \text{ km}$ ; Aufgaben f)-g) nur für  $h_1$ . Die Dichte wird gemäß Normatmosphäre berechnet und für die Widerstandspolare wird angesetzt:  $C_d = C_{d0} + C_{d2} \bar{C}_l^2$  mit  $\bar{C}_l$  als mittlerem Profilauftriebsbeiwert des Rotors. Gegebene Daten Bo105:

$$m_{Bo105} = 2400 \text{ kg}$$

$$f = 1.2 \text{ m}^2$$

$$R = 4.91 \text{ m}$$

$$R_{TR} = 0.95 \text{ m}$$

$$c = 0.27 \text{ m}$$

$$x_{TR} = 5.9 \text{ m}$$

$$N_b = 4$$

$$FM = 0.75$$

$$\text{RPM} = 424$$

$$FM_{TR} = 0.7$$

$$C_{d0} = 0.01$$

$$\rho(h = 5 \text{ km}) = 0.736 \text{ kg/m}^3$$

$$C_{d2} = 0.013$$

## 2.5.4 Leistungsrechnung: Bodeneffekt, Steigflug, Sinkflug, Autorotation

1. Ein Hubschrauber habe eine Masse von 2.7 t, einen Rotorradius von 6 m, eine Blattspitzengeschwindigkeit von 200 m/s, eine Flächendichte von 8 % und einen Profilwiderstandsbeiwert von 0.012 und die Luftdichte in der Flughöhe sei 1.03 kg/m<sup>3</sup>. Wenn man einen gleichförmigen Durchfluss durch den Rotor annimmt, wie groß ist dann die induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug und im Steigflug mit 2 m/s? Berechnen Sie außerdem die erforderliche Rotorleistung in beiden Betriebszuständen!
2. Ein Hubschrauber vom Typ Bo105 soll für Löschaufgaben über einem Waldbrandgebiet in Griechenland verwendet werden. Der zusätzliche Wasservorrat kann dabei in einem Spezialbehälter unterhalb des Rumpfes mitgenommen werden.
  - (a) Welche zusätzliche Wassermasse kann dem Hubschrauber zugeladen werden, wenn im Rahmen einer Sondergenehmigung nur gefordert ist, dass der Hubschrauber mit voller Zusatzlast gerade noch seine Schwebefähigkeit bei maximaler Rotorleistung in Meereshöhe behalten soll?
  - (b) Mit welcher Schuberhöhung kann ein Pilot bei einem Flug mit voller Zusatzlast in Meereshöhe bei einer Rotorhöhe von  $z/R = 0.8$  über dem Erdboden rechnen? Welcher Zusatzmasse entspricht diese Schuberhöhung bei konstanter Leistung?
  - (c) Berechnen Sie den Gesamtleistungsbedarf in Meereshöhe für einen Horizontalflug mit einer Fluggeschwindigkeit  $V_\infty = 30$  m/s bei voller Zusatzlast wie unter Aufgabe 1.
    - Berücksichtigen Sie nur die Verluste infolge Profilwiderstand, induziertem und schädlichem Widerstand.
    - Verwenden Sie den Ansatz aus der Tragflügeltheorie  $\alpha_i = C_L/(\pi A)$
  - (d) Wie groß wäre die Vertikalgeschwindigkeit im senkrechten Steigflug bei voller Zusatzlast wie unter 1., wenn die Rotorleistung um 50 kW über  $P_{MR\max}$  gesteigert werden könnte?
  - (e) Im Rahmen einer Piloteneinweisung sollen Sie als verantwortlicher Ingenieur ein Startmanöver für den Start mit voller Zusatzlast erarbeiten. Begründen Sie, ob und gegebenenfalls wie der Hubschrauber trotz voller Zuladung Höhe gewinnen kann! Skizzieren Sie einen möglichen Flugbahnverlauf für das Startmanöver!

Gegebene Daten (Bo105: Rechteckblatt):

$$m_{Bo105} = 2100 \text{ kg}$$

$$R = 4.91 \text{ m}$$

$$\text{RPM} = 424$$

$$FM = 0.7$$

$$P_{MR\max} = 560 \text{ kW}$$

$$f = 1.2 \text{ m}^2$$

$$c = 0.27 \text{ m} = \text{const.}$$

$$C_{d0} = 0.01$$

$$C_{d2} = 0.013$$

$$N_b = 4$$

3. Gegeben ist ein Hubschrauber mit einem Gewicht von 11.3 kN, einem Rotorradius von 9.15 m, einer Flächendichte von 0.09, einer Blattspitzengeschwindigkeit von 214 m/s

und einem Profilwiderstandsbeiwert von 0.01. Berechnen Sie:

- (a) die Schwebeflugleistung in einer Höhe von 1830 m,
- (b) die entstehende Sinkrate, wenn die Triebwerksleistung auf 1100 kW reduziert wird,
- (c) die Sinkrate bei Autorotation.
- (d) Wie würde sich die Sinkrate der Autorotation ändern, wenn die Flächendichte um 50 % erhöht würde?
- (e) Berechnen Sie die Sinkgeschwindigkeit eines Fallschirms mit derselben Flächenbelastung wie der des Hubschraubers, wobei der Widerstandsbeiwert mit 1.2 angenommen werden soll.
- (f) Berechnen Sie die induzierte Geschwindigkeit des obigen Hubschraubers im Schwebeflug und vergleichen Sie diese mit der Sinkgeschwindigkeit des Fallschirms!

---

## Literatur

1. W.J.M. Rankine, *On the Mechanical Principles of the Action of Propellers*, Transactions of the Institution of Naval Architects, Vol. VI, pp. 13–30, 1865
2. W. Froude, *On the Elementary Relation between Pitch, Slip and Propulsive Efficiency*, Transactions of the Institution of Naval Architects, Vol. XIX, pp. 47–57, 1878
3. H. Glauert, *A General Theory of the Autogyro*, ARC R&M 1111, 1926
4. C.N.H. Lock, *Further Development of Autogyro Theory*, ARC R&M 1127, 1927
5. I. Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Jussu Societatis Regiae ac Typis Josephi Streater, Londini, 510 p., 1687
6. A. Betz, *Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust*, Göttinger Nachrichten, p. 193, 1919
7. F. Bendemann, *Die Versuchsanlage für Luftschauben-Untersuchungen der Geschäftsstelle für Flugtechnik des Sonderausschusses der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie*, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Vol. 1, no. 12, pp. 141–148; no. 14, pp. 177–179; no. 16, pp. 199–208; no. 22, pp. 284–287; no. 23, pp. 293–300, 1910
8. A. Bagai, J.G. Leishman, *A Study of Rotor Wake Developments and Wake/Body Interactions in Hover using Wide-Field Shadowgraphy*, Journal of the AHS, Vol. 37, No. 4, pp. 48–57, 1992
9. A. Klemin, *Principles of Rotary Wing Aircraft*, Aero Digest, Vol. 48–50, April 1945–Januar 1946
10. W.F. Durand, *Aerodynamic Theory*, Vol. IV, Divisions J-M, Springer Verlag Berlin, 1935
11. J.B. Wheatley, *An Aerodynamic Analysis of the Autogiro Rotor with a comparison between Calculated and Experimental Results*, NACA TR 487, 1934
12. A. Gessow, *Review of Information on Induced Flow of a Lifting Rotor*, NACA TN 3238, 1954
13. G. Sissingsh, *Beitrag zur Aerodynamik der Drehflügelflugzeuge*, Luftfahrt-Forschung, Vol. 15, Lfg. 6, pp. 290–302, 1938; Übersetzung in: *Contributions to the Aerodynamics of Rotary-Wing Aircraft*, NACA TM 921, 1939
14. M. Knight, R.A. Hefner, *Static Thrust Analysis of the Lifting Airscrew*, NACA TN 626, 1937
15. F.J. Bailey, *A Simplified Theoretical Method of Determining the Characteristics of a Lifting Rotor in Forward flight*, NACA TR 716, 1941
16. R. Hafner, *Rotor Systems and Control Problems of the Helicopter*, Anglo-American Aeronautical Conference, 1947

17. K. Washizu, A. Azuma, J. Koo, T. Oka, *Experimental Study on a Model Helicopter Rotor Operating in the Vortex Ring State*, Journal of Aircraft, Vol. 3, No. 3, pp. 225–230, 1966
18. C.N.H. Lock, *Note on the Characteristic Curve for an Airscrew or Helicopter*, ARC R&M 1014, 1947
19. C. Young, *A Note on the Velocity Induced by a Helicopter Rotor in the Vortex Ring State*, RAE TR 78 125, 1978
20. G. Schoppe, *Vorversuche mit der Modell-Hubschraube (Gütegrad und Bodeneinfluß)*, AVA Göttingen, FB 275/2, 1936
21. M. Knight, R.A. Hefner, *Analysis of Ground Effect on the Lifting Airscrew*, NACA TN 835, 1941
22. H.G. Küssner, *Untersuchung des Bodeneinflusses bei Hubschrauben*, AVA Göttingen, ZWB/UM 3137, AVA-Bericht B44/J/8, 1944
23. P. Brotherhood, *An Investigation in Flight of the Induced Velocity Distribution under a Helicopter Rotor when Hovering*, RAE Report Aero 2212, ARC R&M 2521, 1947
24. A. Betz, *Die Hubschraube in Bodennähe*, Jahrbuch 1937 der deutschen Luftfahrtforschung, pp. 238; auch: ZAMM, Vol. 17, No. 2, pp. 68–72, 1937
25. I.C. Cheeseman, W.E. Bennet, *The Effekt of the Ground on a Helicopter Rotor in Forward Flight*, ARC R&M 3021, 1955
26. G. Sissingh, *Die Berechnung der Rotoren von Drehflügelflugzeugen bei höheren Fortschrittsgraden mit besonderer Berücksichtigung der Probleme des Schnellfluges*, Jahrbuch 1941 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I351–I364, 1941
27. G. Sissingh, *Untersuchungen über den Einfluß hoher Unterschallgeschwindigkeiten auf die Gleitzahl der Drehflügelflugzeuge*, Jahrbuch 1942 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I385–I390, 1942
28. K. Hohenemser, *Gültigkeitsgrenzen der Glauertschen Drehflüglertheorie*, Technischer Bericht, Vol. 9, no. 1, pp. 17–18, 1942
29. H.G. Küssner, *Probleme des Hubschraubers*, Luftfahrt-Forschung, Vol. 14, Lfg. 1, pp. 1–13, 1937; Errata in: Luftfahrt-Forschung, Vol. 14, Lfg. 6, p. 313, 1937; gleicher Artikel in: Jahrbuch 1937 der deutschen Luftfahrtforschung, pp. I241–I253, 1937; Übersetzung in: *Helicopter Problems*, NACA TM 827, 1937
30. J.G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, ISBN 0 521 66060 2, 1. Ausgabe, 2. Druck, Cambridge University Press, 2001
31. H. Schlichting, E. Truckenbrodt, *Aerodynamik des Flugzeuges, Band 1 und 2* ISBN 3-540-67374-1 (Band 1), ISBN 3-540-67375-X (Band 2), Springer Verlag, 2001
32. J.A.J. Bennett, *Rotary Wing Aircraft*, Aircraft Engineering, Vol. 12, no. 131–138, 1940
33. W.Z. Stepniewski, *Basic Aerodynamics and Performance of the Helicopter*, AGARD Lecture Series LS-63, 1973
34. W. Johnson, *Model for Vortex Ring State Influence on Rotorcraft Flight Dynamics*, AHS 4th Decennial Specialist's Conference on Aeromechanics, San Francisco, California, USA, January 21–23, 2004

**Elektronisches Zusatzmaterial** Die Online-Version dieses Kapitels ([https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_2)) enthält Zusatzmaterial, das für autorisierte Nutzer zugänglich ist.



# Die Blattemententheorie

# 3

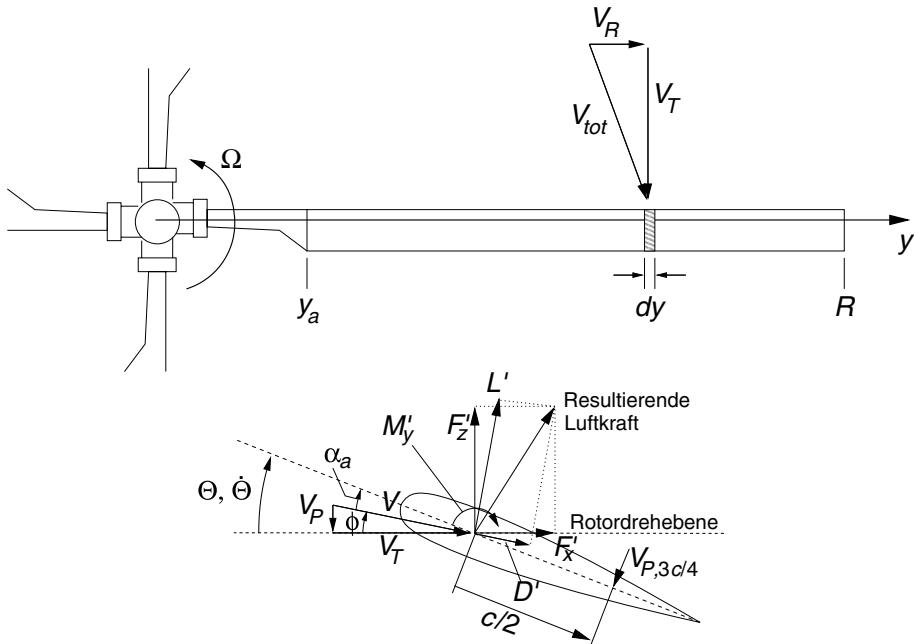
## 3.1 Einleitung

Solange es nur um die globale Abschätzung des Schubes und des Leistungsbedarfs geht, liefert die Strahltheorie recht brauchbare Ergebnisse, obwohl dieser keine detaillierteren Informationen über die konstruktive Auslegung des Rotors zugrunde liegen. Allerdings muss man sich im Klaren darüber sein, dass die Strahltheorie auf energetischen Prinzipien beruht und daher den Rotor insgesamt idealisiert, z. B. mittels der Annahme einer über die gesamte Rotorebene konstanten induzierten Geschwindigkeit (also auch im nicht profilierten Blattwurzelbereich bis ca. 20 % des Radius). Die Anzahl der Rotorblätter, deren Formgebung und Profilierung, die Reynolds- und auch die Machzahleffekte sind insgesamt ignoriert worden. Auch die Blattbewegung und deren Steuerwinkel spielen bei der Strahltheorie keine Rolle. Insofern kommt ihr eine wichtige Rolle bei der Erstabschätzung neuer Entwürfe (auch denen der Konkurrenz!) zu; bei der detaillierteren Analyse allerdings benötigt man verfeinerte Verfahren.

Hier kommt die Blattemententheorie (engl. blade element theory, BET) ins Spiel. Bei dieser wird unter Annahme des Vorhandenseins einer Anzahl  $N_b$  gleicher Rotorblätter eines davon in eine Anzahl von in radialer Richtung verteilten Blattementen numerisch zerlegt (welche nicht gleichförmig verteilt sein müssen) und die Strömungsverhältnisse an jedem dieser Elemente lokal betrachtet. Jedes dieser Elemente wird als Profil in zweidimensionaler Strömung angesehen (siehe Abb. 3.1). Um die aerodynamischen Kräfte zu berechnen, wird ferner quasistationäre Strömung angenommen. Die Integration über den Radius und die Summe über die Anzahl der Blätter liefert dann die am Rotorkopf angreifenden Kräfte und Momente. Diese Methode stammt ursprünglich von Drzewiecki und wurde für die Berechnung von Schiffspropellern bereits 1892 entwickelt [1]. Grundsätzlich wird hier jedes Blattement als von seinen benachbarten Elementen unbeeinflusst betrachtet; die wechselseitigen Induktionen können jedoch über die Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten an jedem Blattement berücksichtigt werden. Daher kommt der Berechnung dieser induzierten Geschwindigkeiten – die nicht

Die Originalversion des Kapitels wurde revidiert. Ein Erratum ist verfügbar unter:

[https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_9)



**Abb. 3.1** Strömungsverhältnisse und lokale Kräfte am Blattelement

nur aufgrund des von den Rotorblättern und ggf. anderen Rotoren stammenden Wirbelsystems auftreten, sondern auch durch die vom Rumpf und anderen Festkörpern induzierte Verdrängungsströmung am betrachteten Ort des Blattelementes bewirkt werden – eine besondere Bedeutung zu.

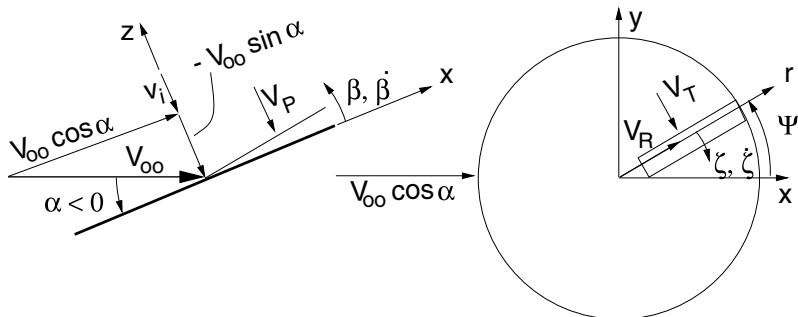
Die einfache Blatthelemententheorie wurde später mit der Strahltheorie verbunden, um die induzierten Geschwindigkeiten in die Rechnung einfließen zu lassen. Hier haben Reissner 1910 [2], de Bothezat 1919 [3] und Glauert 1922 [4] die Vorarbeiten geleistet, die mit den Untersuchungen zur Theorie des Autogyros durch Glauert 1926 [5] und Lock 1927 [6] fortgeführt wurden, sowie den Erweiterungen von Wheatley 1934 [7], die letztlich durch Bailey [8] in tabellarischer Form 1941 praktisch handhabbar gemacht wurden. Zeitgleich wurde die Theorie in Deutschland von Sissingh 1938–1942 erheblich erweitert [9–11].

Um 1946 kamen dann weitere Arbeiten von Gessow hinzu [12]. Die Traglinientheorie mit Berücksichtigung diskreter Wirbel und deren Einfluss gemäß des Biot-Savartschen Induktionsgesetzes wurde recht früh von Betz und Prandtl 1919 eingeführt [13]. Die Anwendung erfolgte damals auf Propeller; die Übertragung auf Hubschrauberrotoren im Schwebeflug wurde dann von Knight und Hefner 1937 dargelegt [14]. Die ersten Anwendungen auf den Vorwärtsflug stammen von Coleman, Feingold und Stempin 1945 [15].

Das Grundprinzip der Blattelemententheorie ist in Abb. 3.1 mit den Strömungskomponenten am Blattelement dargelegt. Ihr liegen zwei grundsätzliche Annahmen zugrunde:

1. Die Rotorebene kann in beliebig viele Ringelemente diskretisiert werden, welche sich nicht gegenseitig beeinflussen.
2. Die Strahltheorie kann in jedem dieser Ringelemente lokal angewendet werden, so dass auch hier an jedem Element die induzierte Geschwindigkeit weit unterhalb des Rotors doppelt so groß ist wie in der Rotorebene.

Die radiale Geschwindigkeitskomponente wird in aller Regel wie beim Flächenflugzeug vernachlässigt, da die spannweiteige Strömung nicht zur Auftriebserzeugung beiträgt. Sie hat aber, da sie die Grenzschicht radial transportiert, einen wichtigen Einfluss auf das Abreißverhalten der Strömung bei großen Anstellwinkeln, so dass hier der Bereich sehr großen Schubes oder sehr hoher Fluggeschwindigkeiten mit größeren Unsicherheiten behaftet ist. Lokal werden die zweidimensionalen Profildaten aus der Theorie unendlicher Streckung (z. B. CFD-Ergebnisse von numerischen Lösungen der Navier-Stokes Gleichungen) oder entsprechenden Windkanalexperimenten verwendet, die alle Effekte der Kompressibilität, der Reynoldsahlen und deren Ablöseverhalten beinhalten. Die induzierte Geschwindigkeit  $v_i$  modifiziert den aerodynamischen Anstellwinkel  $\alpha_a$  und berücksichtigt im Prinzip die wechselseitigen Beeinflussungen von allen Blattelementen und Blattwirbeln des Rotors. Durch diese induzierte Geschwindigkeit (und alle anderen Geschwindigkeitskomponenten normal zur Drehebene) entsteht ein Einströmwinkel  $\phi \approx V_p/V_t$ , der den Einstellwinkel  $\Theta$  (aus Steuerung, eingebauter Verwindung und elastischer Torsion) des Blattelementes reduziert und es verbleibt der aerodynamische Anstellwinkel  $\alpha_a$ . Gemäß inkompresibler instationärer Profiltheorie liegt der aerodynamische Kontrollpunkt bei  $3/4$  der Profiltiefe und die aerodynamische Kraft und das Moment wirken bei  $1/4$  der Profiltiefe [16]. Im allgemeinen Fall ist die Rotorebene gegen die Flugrichtung mit  $\alpha < 0$  leicht nach vorne geneigt, um durch Vorkippen des Schubes den Rumpfwiderstand zu kompensieren. Der Einstellwinkel der lokalen Profilsehne ist relativ zur Rotordrehbene definiert und sowohl eine Funktion der radialen Position  $y$  als auch des Umlaufwinkels  $\psi$ , der als Azimut bezeichnet wird. Der Schub steht im Allgemeinen senkrecht auf der Blattspitzenebene und die von ihm erzeugten induzierten Geschwindigkeiten ebenfalls. Der lokale Auftrieb pro Längeneinheit  $L' = dL/dy$  (engl. lift) wirkt definitionsgemäß senkrecht zur lokalen Anströmrichtung  $V$ , die von den Geschwindigkeitskomponenten tangential,  $V_t$ , und normal zur Rotordrehbene,  $V_p$  (vom engl. perpendicular), gebildet wird (Annahme unendlicher Streckung in der Profiltheorie: die radiale Komponente trägt nicht zum Auftrieb oder Widerstand bei; der Staudruck wird nur von den Geschwindigkeitskomponenten in einer senkrecht auf der Blattlängsachse stehenden Ebene gebildet), siehe Abb. 3.2. Radial nach außen zeigt die Komponente  $V_R$ . In Richtung der resultierenden Anströmung  $V$  zeigt die Widerstandskraft pro Längeneinheit  $D' = dD/dy$ . Da final die Kräfte in der Drehebene und senkrecht zu ihr benötigt werden,



**Abb. 3.2** Zur Berechnung der Geschwindigkeitskomponenten am Blattelement

werden Auftrieb und Widerstand mit dem lokalen Einströmwinkel  $\phi$  in die Vertikalkraft  $F'_z$  und in die Horizontalkraft  $F'_x$  überführt.

Die Drehung der Rotorblätter aufgrund eines Pilotensteuers erfolgt in der Regel um eine Achse, die bei 1/4 der Profiltiefe liegt und erzeugt somit auch gewisse Geschwindigkeitskomponenten normal zur Profilsehne am aerodynamischen Kontrollpunkt bei 3/4 der Profiltiefe (dieser Kontrollpunkt stammt aus der inkompressiblen instationären Profiltheorie [16]). Bei modernen Blattformen mit Vor- und Rückpfeilung gilt dies aber meist nur noch für den Blathalsbereich, im gepfeilten Bereich vergrößern bzw. verkleinern sich die Hebelarme von der Drehachse zum 3/4-Punkt. Eine Schwenkbewegung mit dem Schwenkwinkel  $\zeta$  (hier positiv gegen die Drehrichtung) erzeugt eine Geschwindigkeit in der Drehebene,  $V_\zeta$ ; eine Schlagbewegung mit dem Schlagwinkel  $\beta$  (positiv nach oben) erzeugt eine Geschwindigkeitskomponente normal zur Drehebene,  $V_\beta$ . Die Torsions- und Steuerbewegung  $V_\Theta$  erzeugt einen Beitrag am aerodynamischen Kontrollpunkt bei 3/4 der Profiltiefe, der für die Berechnung des aerodynamischen Anstellwinkels und der daraus resultierenden Luftkräfte benötigt wird. Für die Berechnung des Betrages der resultierenden Anströmgeschwindigkeit als Basis zur Ermittlung des Staudruckes wird dieser Anteil jedoch nicht berücksichtigt, da er in der Regel von kleiner Größe gegenüber der tangentialen Geschwindigkeit  $V_T$  ist.

$$\begin{aligned} V_T &= \Omega y + V_\infty \cos \alpha \sin \psi - V_\zeta(y, \psi) + V_\Theta(y, \psi) \sin \Theta \\ V_P &= v_i(y, \psi) - V_\infty \sin \alpha \cos \beta + V_\infty \cos \alpha \cos \psi \sin \beta + V_\beta(y, \psi) \\ V_{P,3c/4} &= V_P - V_\Theta(y, \psi) \cos \Theta \\ V_R &= V_\infty \cos \alpha \cos \psi \cos \beta - V_\infty \sin \alpha \sin \beta \end{aligned} \quad (3.1)$$

Die Tangentialgeschwindigkeit  $V_T$  ist positiv bei Anströmung des Profils von vorne, die Normalgeschwindigkeit  $V_P$  positiv bei Anströmung von oben und die Radialgeschwindigkeit  $V_R$  ist positiv bei radial nach außen gerichteter Strömung. Somit besteht die in der Drehebene normal zur radialem Achse stehende Anströmkomponente  $V_T$  aus Komponenten der Rotation des Rotorblattes sowie einem periodischen Anteil aus der Fluggeschwin-

digkeit  $V_\infty$  in Verbindung mit dem Rotoranstellwinkel  $\alpha$  (und ggf. einem Flugbahnwinkel) und dem Azimut, sowie ggf. einer Schwenkbewegung in der Drehebene. Die senkrecht auf der Drehebene stehende Anströmkomponente  $V_P$  besteht aus einem konstanten aus der Fluggeschwindigkeit und dem Rotoranstellwinkel erzeugten Durchfluss, der induzierten Geschwindigkeit  $v_i$  und ggf. einem Anteil aus einer dynamischen vertikalen Blattbewegung  $V_\beta$  (Schlagbewegung). Eine Blattdrehbewegung um die Blattlängsachse, die von der Steuerung sowie der Torsionsdynamik stammt, in Verbindung mit dem Hebelarm von Steuerachse bzw. elastischer Achse zu dem 3/4-Punkt auf der Profilsehne, ist für die Ermittlung des aerodynamischen Anstellwinkels wichtig; sie liefert z. B. den wichtigsten Term des Nickmomentes. Die dritte Anströmkomponente  $V_R$  zeigt in radiale Richtung und beinhaltet wieder einen meist unbeachteten Anteil aus der Rotation (Zentrifugalkraft in der Grenzschicht), einen dynamisch sich ändernden Anteil aus der Fluggeschwindigkeit  $V_\infty$  in Verbindung mit dem Rotoranstellwinkel (und ggf. dem Flugbahnwinkel) und dem Azimut.

Die Berechnung der Profilbeiwerte erfordert die Kenntnis des lokalen aerodynamischen Anstellwinkels  $\alpha_a$  sowie der lokalen Machzahl  $M$ . Diese, wie auch der für die Ermittlung der physikalischen Kräfte erforderliche lokale Staudruck basiert auf der vektoriellen Summe von  $V_T$  und  $V_P$ . Der lokale Anstellwinkel  $\alpha_a$  ist die Differenz zwischen dem Einstellwinkel  $\Theta$  und dem Einströmwinkel  $\phi$ , siehe Abb. 3.1. Nur im Schwebeflug und im Vorwärtsflug mit  $\alpha = 0$  ist der Einströmwinkel identisch mit dem induzierten Anstellwinkel, ansonsten beinhaltet er immer auch Komponenten der Flug- und Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeit.

An dieser Stelle muss auf den Unterschied zwischen Steuerwinkel, Einstellwinkel und Anstellwinkel hingewiesen werden. Der Steuerwinkel ist derjenige stationäre (= kollektive) und dynamische (= zyklische) Anteil der Blattverstellung *an einem bestimmten repräsentativen Radius, meist bei  $0.75R$* , der vom Piloten eingesteuert wird (die Begründung für diese radiale Position erfolgt im Abschnitt über lineare Verwindung). Der Einstellwinkel ist eine lokale Größe, die sich aus dem vorgenannten Steuerwinkel, der eingebauten Verwindung des Blattes relativ dazu sowie der elastischen Verformung (Torsion) des Blattes ergibt. Nur im Falle eines starren unverwundenen Blattes sind Einstellwinkel und Steuerwinkel über den gesamten Radius identisch. Der Anstellwinkel ist dagegen der Winkel zwischen der Profilsehne und der resultierenden Anströmrichtung. Mit der Näherung für kleine Winkel folgt

$$\begin{aligned} V &= \sqrt{V_T^2 + V_P^2} &\approx V_T \\ \phi &= \arctan \frac{V_P}{V_T} &\approx \frac{V_P}{V_T} \\ \alpha_a &= \Theta - \phi - \arctan \frac{V_\Theta}{V_T} &\approx \Theta - \frac{V_{P,3c/4}}{V_T} \end{aligned} \quad (3.2)$$

In aller Allgemeinheit berechnen sich aerodynamischer Auftrieb, Widerstand und Moment aus dem Staudruck, der Profiltiefe  $c$  und den zugehörigen Auftriebs-, Widerstands- und

Momentenbeiwerten  $C_l$ ,  $C_d$ ,  $C_m$ . Die radiale Längeneinheit ist  $dy = R dr$  und  $' = d/dy$  bedeutet die Ableitung nach der radialen Koordinate ( $dr$  ist die dimensionslose radiale Längeneinheit), so dass  $L'$  die radiale Auftriebs-,  $D'$  die Widerstands- und  $M'$  die Momentenverteilung je Längeneinheit  $dy$  darstellt.

$$\begin{Bmatrix} L' \\ D' \\ M' \end{Bmatrix} = \frac{\rho}{2} V^2 c \begin{Bmatrix} C_l \\ C_d \\ c C_m \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

Gemäß Abb. 3.1 bestehen dann die aerodynamischen Kräfte in der Drehebene  $F'_x$ , senkrecht dazu  $F'_z$  und das Moment um die Blattachse  $M'_y$  aus diesen Komponenten, wobei ein Koordinatensystem wie in Abb. 3.1 angegeben zugrunde gelegt wird. Terme höherer Ordnung werden vernachlässigt – hier z. B.  $D'\phi$  – aufgrund der Annahme, dass der Widerstand wesentlich kleiner als der Auftrieb ist ( $C_d \ll C_l$ ), was im Bereich anliegender Strömung auch gut zutrifft, bei abgelöster Strömung jedoch fragwürdig ist.

$$\begin{aligned} F'_x &= L' \sin \phi + D' \cos \phi \approx L' \phi + D' \\ F'_z &= L' \cos \phi - D' \sin \phi \approx L' \\ M'_y &= M' \end{aligned} \quad (3.4)$$

## 3.2 Koordinatensysteme

Es gibt verschiedene Koordinatensysteme, um in ihnen z. B. die Differentialgleichungen der Blattbewegungen, die Geometrie des Systems von Blattspitzenwirbeln zu beschreiben oder die resultierenden Luftkräfte zu berechnen. Jedes dieser Systeme hat seine Vor- und Nachteile, so dass es kein „bestes Koordinatensystem“ gibt (Abb. 3.3). Für den Steuerwinkel als auch für die Schlagbewegung des Rotorblattes wird der Anschaulichkeit halber

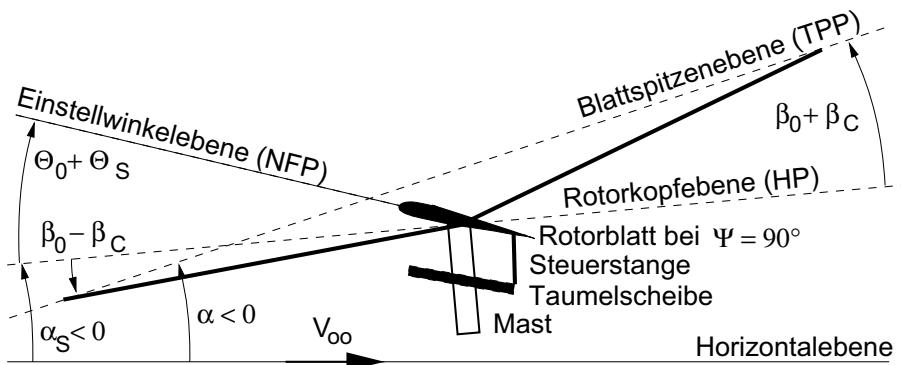


Abb. 3.3 Rotorkoordinatensysteme, Ansicht von links

folgende Form der Zeitabhängigkeit angenommen, wobei für beide Winkel wieder die Annahme kleiner Winkel getroffen werden kann, nicht jedoch für den Azimutwinkel  $\psi$ , der ja den Bereich  $0^\circ \dots 360^\circ$  bzw.  $0 \dots 2\pi$  abdeckt.

$$\begin{aligned}\Theta &= \Theta_0 + \Theta_C \cos \psi + \Theta_S \sin \psi \\ \beta &= \beta_0 + \beta_C \cos \psi + \beta_S \sin \psi\end{aligned}\quad (3.5)$$

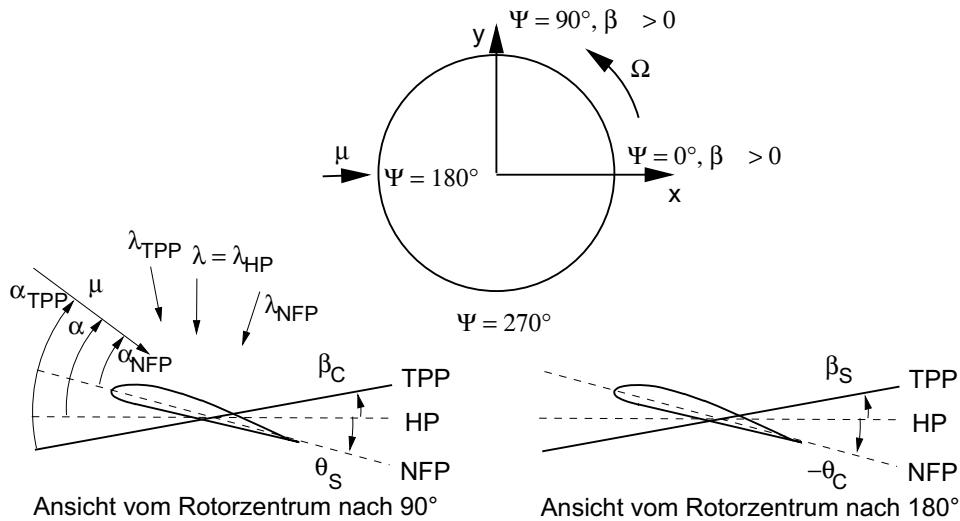
1. **Rotorkopfebene:** (engl. HP = hub plane). Diese Ebene ist normal zum Rotormast und man beobachtet von ihr sowohl zyklische Steuerwinkel als auch eine periodische Blattbewegung. Sie wird meist für Untersuchungen der Blattdynamik angewandt. Hierin werden meist auch die Gesamtkräfte und -momente im nichtdrehenden System für die Flugmechanik und -simulation des gesamten Hubschraubers ermittelt.
2. **Einstellwinkelebene:** (engl. NFP = no feathering plane). In dieser Ebene ist der Steuerwinkel konstant und es ist keine zyklische Variation derselben zu beobachten. Diese Ebene wird vielfach für Leistungs- und Stabilitätsuntersuchungen angewandt; die Schlagwinkel unterliegen auch hier dynamischen Variationen.
3. **Blattspitzenebene:** (engl. TPP = tip path plane). Diese Ebene wird durch die Schlagbewegung der Rotorblätter definiert, so dass in ihr keine dynamische Blattbewegung zu beobachten ist; wohl aber eine zyklische Steuerung. Diese Ebene wird vielfach für Wirbelsystemanalysen herangezogen.
4. **Steuer- oder Taumelscheibenebene:** (engl. CP = control plane). Diese wird von den eingegebenen zyklischen Steuerwinkeln bestimmt und ist parallel zur Taumelscheibe.

Grundsätzlich kann man die Gleichungen von einem Koordinatensystem in jedes andere übertragen (Abb. 3.4). Die Zusammenhänge zwischen den Schlag- und Steuerwinkeln in den verschiedenen Koordinatensystemen werden im Folgenden dargelegt. Wenn keine Ebene als Index angefügt ist, so handelt es sich um die Rotorkopfebene, die hier im Wesentlichen verwendet werden wird.

$$\begin{aligned}\beta_C + \Theta_S &= \text{const.} = \beta_{C_{NFP}} = \Theta_{S_{TPP}} \\ \beta_S - \Theta_C &= \text{const.} = \beta_{S_{NFP}} = -\Theta_{C_{TPP}}\end{aligned}\quad (3.6)$$

Mit diesen Relationen kann man die Größen von einem Koordinatensystem in ein anderes transformieren. Die Längs- oder Horizontalkraft  $H$  des Rotors in  $x$ -Richtung und die Quer- oder Seitenkraft  $Y$  in  $y$ -Richtung werden wie der Schub  $T$  mit den Schlag- und Steuerwinkeln in die verschiedenen Koordinatensysteme transformiert.

$$\begin{aligned}\lambda &= \lambda_{HP} = \lambda_{NFP} + \mu \Theta_S &= \lambda_{TPP} - \mu \beta_C &= \lambda_i - \mu \alpha \\ &= \lambda_i - \mu(\alpha_{TPP} - \beta_C) &= \lambda_i - \mu(\alpha_{NFP} + \Theta_S) \\ \alpha &= \alpha_{NFP} + \Theta_S &= \alpha_{TPP} - \beta_C \\ H &= H_{NFP} + T \Theta_S &= H_{TPP} - T \beta_C \\ Y &= Y_{NFP} - T \Theta_C &= Y_{TPP} - T \beta_S\end{aligned}\quad (3.7)$$



**Abb. 3.4** Äquivalenz von Schlagbewegung und zyklischer Steuerung

Man beachte jedoch, dass  $T$  und  $\lambda_i$  normalerweise nicht transformiert werden, so dass ebenfalls angesetzt wird (unter Anwendung der Näherung für kleine Winkel):

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{NFP}} &= \lambda_i - \mu \alpha_{\text{NFP}} \\ \lambda_{\text{TPP}} &= \lambda_i - \mu \alpha_{\text{TPP}}\end{aligned}\quad (3.8)$$

Streng genommen wirken aber der Schub  $T$  und der induzierte Durchflussgrad  $\lambda_i$  senkrecht zur Blattspitzenebene.

### 3.3 Schwebeflug sowie axialer Steig- und Sinkflug

#### 3.3.1 Grundlegende Zusammenhänge

Beim Schwebeflug lassen sich einige Vereinfachungen anbringen. So sind die Flug- und Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeit im Schwebeflug Null ( $V_\infty = V_c = 0 \text{ m/s}$ ) und der Anstellwinkel des Rotors  $\alpha$  hat keine Bedeutung mehr. Alternativ kann im Steigflug der Anstellwinkel des Rotors auch auf  $-90^\circ$  gesetzt werden und die Fluggeschwindigkeit wird unmittelbar zur Steiggeschwindigkeit  $V_\infty = V_c$ . Es treten keine dynamischen Blattbewegungen auf und der Steuerwinkel wie auch die induzierte Geschwindigkeit sind

zeitinvariant. Dann lauten die Geschwindigkeitskomponenten

$$\begin{aligned} V_T &= \Omega y \\ V_P &= v_i(y) + V_c = V_{P,3c/4} \quad \Rightarrow \quad \bar{V}_T = V_T/(\Omega R) = r \\ V_R &= 0 \quad \bar{V}_P = V_P/(\Omega R) = \lambda_i + \lambda_c = \lambda \end{aligned} \quad (3.9)$$

Außerdem ist in der Regel (außer im Bereich nahe der Rotordrehachse) die tangentiale Geschwindigkeit  $V_T$  sehr viel größer als die normale Geschwindigkeit  $V_P$ , d.h.  $V = \sqrt{V_T^2 + V_P^2} \approx V_T$ .

Dazu ein Beispiel:  $C_T = 0.005 \Rightarrow \lambda_i = \sqrt{C_T/2} = 0.05$ ;  $0 \leq V_T/(\Omega R) \leq 1$ . Dann ist der induzierte Durchflussgrad an der Blattspitze 5 % der Umlaufgeschwindigkeit und somit der induzierte Anströmwinkel  $\phi = \lambda_i/1 = 0.05 \text{ rad} = 3^\circ$ . Bei  $r = y/R = 0.2$ , wo die meisten Rotorblätter mit einer Profilierung beginnen, ist der induzierte Anstellwinkel  $\phi = \lambda_i/r = 0.05/0.2 = 0.25 \text{ rad} = 15^\circ$ , also erheblich größer und durchaus nicht vernachlässigbar. Insbesondere ist im Innenbereich des Rotors die Annahme kleiner Winkel nicht immer gegeben. Allerdings reduziert sich der Beitrag dieses Fehlers noch einmal wegen des Staudruckes, der aufgrund  $V_T^2 = (\Omega y)^2$  im inneren Rotorbereich sehr klein ist.

Weiter wird wegen der vorangehenden Vereinfachung angenommen, dass die induzierten Anstellwinkel klein sind, d.h.  $\arctan \phi \approx \tan \phi \approx \sin \phi \approx \phi$  und  $\cos \phi \approx 1$ . Diese Annahme gilt auch für den Rotoranstellwinkel  $\alpha$  und den Steuerwinkel  $\Theta$ . Der Widerstand ist in der Regel sehr viel kleiner als der Auftrieb, d.h. sein Anteil an der Vertikalkraft  $D' \sin \phi$  ist vernachlässigbar klein (erst im Bereich abgelöster Strömung und großer Winkel wird der Widerstand in gleiche Größenordnung wie der Auftrieb kommen).

Da im axialen Flug rotationssymmetrische Verhältnisse herrschen, trägt jedes Rotorblatt in gleicher Weise zu den Gesamtkräften und -momenten am Zentrum des Rotors bei. Bei mehr als einem Blatt tilgen sich Querkräfte und Momente der beteiligten Rotorblätter gegenseitig, aber die Vertikalkräfte addieren sich zum Schub und die Horizontalkräfte, in Verbindung mit der radialen Position als Hebelarm, erzeugen ein Widerstands- bzw. Drehmoment um die Drehachse des Rotors, welches – multipliziert mit der Drehfrequenz des Rotors – die benötigte Antriebsleistung darstellt.

$$\begin{aligned} T' &= N_b F'_z \approx N_b L' \quad \text{mit} \quad L' = \frac{\rho}{2} V^2 c C_l \\ Q' &= N_b F'_x y \approx N_b (L' \phi + D') y \quad \text{mit} \quad D' = \frac{\rho}{2} V^2 c C_d \\ P' &= \Omega Q' \end{aligned} \quad (3.10)$$

Für die weitere Vorgehensweise ist es vorteilhaft, dimensionslose Größen einzuführen. Dazu werden alle Längen auf den Rotorradius  $R$  und alle Geschwindigkeiten auf die Blattspitzengeschwindigkeit  $\Omega R$  bezogen. Kräfte, Momente und Leistungen werden wie

in der Strahltheorie (Abschn. 2.2.4) auf  $\rho A(\Omega R)^2$ ,  $\rho A(\Omega R)^2 R$  und  $\rho A(\Omega R)^3$  bezogen. Die dimensionslose radiale Koordinate  $r = y/R$  stellt damit gleichzeitig die dimensionslose Umfangsgeschwindigkeit an dieser Position dar:  $V_T/(\Omega R) = \Omega y/(\Omega R) = r$ . Der Durchflussgrad folgt zu

$$\lambda = \frac{V_c + v_i(y)}{\Omega R} = \frac{V_c + v_i(y)}{V_T} \frac{V_T}{\Omega R} = \frac{V_P}{V_T} r = \tan \phi r \quad \Rightarrow \quad \phi \approx \frac{\lambda}{r} \quad (3.11)$$

Der Einströmwinkel  $\phi$  stellt also den Teil des Anstellwinkels dar, der vom Durchflussgrad gebildet wird und reduziert sich im Schwebeflug zum induzierten Anstellwinkel. Damit folgt der differentielle Beitrag eines Blattelementes aller Rotorblätter zum Schubbeiwert  $C_T$  mit Hilfe der lokalen Flächendichte  $\sigma = N_b c / (\pi R)$  aus Gl. 2.23 zu

$$dC_T = \frac{T'}{\rho A(\Omega R)^2} dy = N_b \frac{(\rho/2)V_T^2 c C_l}{\rho A(\Omega R)^2} dy = \frac{1}{2} \frac{N_b c}{\pi R} C_l \left( \frac{y}{R} \right)^2 \frac{dy}{R} = \frac{\sigma}{2} C_l r^2 dr \quad (3.12)$$

In analoger Weise wird das Antriebsmoment und die Antriebsleistung dimensionslos gemacht und es folgt für beide mit Gl. 3.11

$$\begin{aligned} dC_P = dC_Q &= N_b \frac{\phi L' + D'}{\rho A(\Omega R)^3} \Omega y dy = \frac{1}{2} \frac{N_b c}{\pi R} (\phi C_l + C_d) \left( \frac{y}{R} \right)^3 \frac{dy}{R} \\ &= \frac{\sigma}{2} (\lambda C_l r^2 + C_d r^3) dr \\ &= \lambda dC_T + \frac{\sigma}{2} C_d r^3 dr \end{aligned} \quad (3.13)$$

Man beachte die Analogie zur Strahltheorie für den ersten Term:  $C_P = \lambda C_T$ , siehe Abschn. 2.2.4.

### 3.3.2 Näherungslösungen für Schub und Leistung

Für die Berechnung des Schub- und Leistungsbeiwertes muss nur noch über den Radius vom Rotorzentrum  $r = 0$  bis zur Blattspitze  $r = 1$  integriert werden (in einer verfeinerten Betrachtung beginnt die Integration erst am physikalischen Blattanfang  $r_a = y_a/R$  und endet am effektiven Radius  $BR$  mit dem Blattspitzenabminderungsfaktor  $B$  gemäß Abschn. 2.2.8). Prinzipiell sind die aerodynamischen Beiwerte alle eine Funktion von Reynoldszahl  $Re$ , Machzahl  $M$  und Anstellwinkel  $\alpha_a$  und nicht auf einfache Weise analytisch beschreibbar. Gleiches gilt auch für den Anstellwinkel, der von der Steigrate, dem induzierten Durchflussgrad und dem Einstellwinkel abhängt. Dennoch kann man mit weiteren vereinfachenden Annahmen analytische Lösungen gewinnen, die in deren Gültigkeitsbereich durchaus brauchbare Ergebnisse bringen. So wird der Auftriebsbeiwert durch eine linearisierte und konstante Approximation des Auftriebsanstieges  $C_{l\alpha}$  und eine Profilwölbung durch einen Nullanstellwinkel  $\alpha_0$  repräsentiert. In analoger Weise kann

man für den Widerstandsbeiwert eine quadratische Polare ansetzen, deren Koeffizienten wiederum prinzipiell eine Funktion von  $Re$  und  $M$  sind, aber in guter Näherung durch geeignete Mittelwerte als konstant angesehen werden können. In der Regel nimmt man für analytische Berechnungen die Profilpolaren der repräsentativen radialen Stelle  $r = 0.75$  für die dort vorliegenden Reynolds- und Machzahlen, z. B. aus Tabellen wie [17].

$$\begin{aligned} C_l &= C_{l\alpha}(\alpha_a - \alpha_0) & = C_{l0} + C_{l\alpha}\alpha_a \\ C_d &= C_{d0} + C_{d1}\alpha_a + C_{d2}\alpha_a^2 & = \sum_{n=0}^2 C_{dn}\alpha_a^n \\ \alpha_a &= \Theta - \phi & = \Theta - \frac{\lambda}{r} \end{aligned} \quad (3.14)$$

Mit Gl. 3.11 und als weiterer Vereinfachung für symmetrische beziehungsweise ungewölbte Profile ( $\alpha_0 = 0$ , also auch  $C_{d1} = C_{l0} = 0$ ) sowie über den Radius *konstanter* Profiltiefe  $c$  bzw. *konstanter* Flächendichte  $\sigma$  (Rechteckblatt) erhält man für den Schub- und Leistungsbeiwert

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{\sigma}{2} \int_0^1 C_l r^2 dr = \frac{\sigma}{2} C_{l\alpha} \int_0^1 \left( \Theta - \frac{\lambda}{r} \right) r^2 dr \\ C_P = C_Q &= \frac{\sigma}{2} \int_0^1 (\lambda C_l r^2 + C_d r^3) dr \\ &= \frac{\sigma}{2} \left\{ C_{l\alpha} \int_0^1 \left( \Theta - \frac{\lambda}{r} \right) r^2 \lambda dr + \sum_{n=0}^2 C_{dn} \int_0^1 \left( \Theta - \frac{\lambda}{r} \right)^n r^3 dr \right\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Bei variierender Profiltiefe muss  $\sigma(r)$  innerhalb des Integrals stehen, was die analytische Behandlung verkompliziert. Falls die Profilbeiwerte  $C_{l\alpha}$  und  $C_{dn}$  von der Reynolds- und/oder Machzahl abhängen, so müssen sie auch innerhalb der Integrale stehen, da beide mit der radialen Koordinate variieren.

### 3.3.3 Lösung für unverwundene Rotorblätter und konstanten Durchflussgrad

Generell ist der Einstellwinkel wie auch der lokale Durchflussgrad eine unbekannte Funktion der radialen Koordinate und damit sind die Integrale nicht analytisch, sondern nur numerisch und iterativ lösbar. Mit ein paar weiteren vereinfachenden Annahmen zusätzlich zur konstanten Profiltiefe kann man aber auch eine analytische Lösung erhalten. Für den Fall eines konstanten Einstell- bzw. Steuerwinkels  $\Theta = \Theta_0$  und eines konstanten

Durchflussgrades sind diese Größen nicht mehr von  $r$  abhängig und können vor das Integral gezogen werden. Außerdem wird der Schwebeflug ( $\lambda_c = 0$ ) angenommen, d.h.  $\lambda = \lambda_i = \lambda_h = \sqrt{C_T/2}$ . Dann erhält man für den Schub- und Leistungsbeiwert

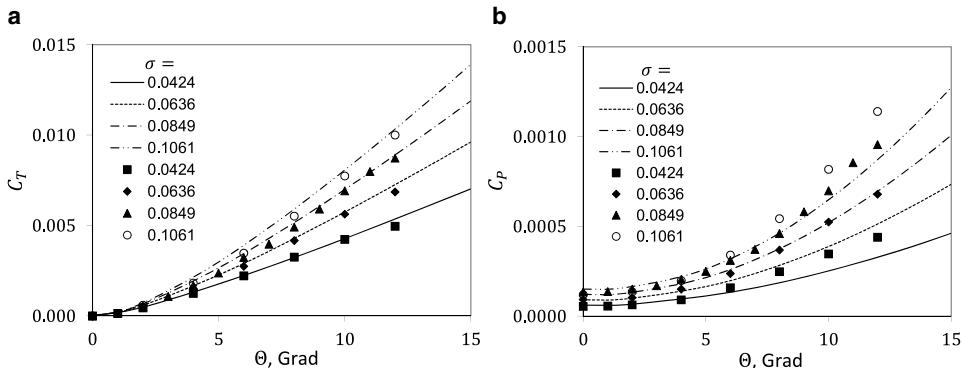
$$\begin{aligned} C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left[ \frac{\Theta_0 r^3}{3} - \frac{\lambda_h r^2}{2} \right]_0^1 = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \frac{\Theta_0}{3} - \frac{\lambda_h}{2} \right) \\ C_P = C_Q &= C_T \lambda_h + \frac{\sigma C_{d0}}{8} + \frac{\sigma C_{d1}}{2} \left( \frac{\Theta_0}{4} - \frac{\lambda_h}{3} \right) + \frac{\sigma C_{d2}}{2} \left( \frac{\Theta_0^2}{4} - \frac{2\Theta_0 \lambda_h}{3} + \frac{\lambda_h^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Die erste Gleichung kann nicht direkt, sondern nur iterativ für den Schubbeiwert gelöst werden. Man kann aber nach dem Blatteinstellwinkel auflösen und erhält dann

$$\Theta_0 = \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3\lambda_h}{2} \quad (3.17)$$

Der erste Term auf der rechten Seite bedeutet den linear mit  $C_T$  wachsenden Winkel zum Erzeugen des Schubes (Analogon zur Profiltheorie: keine induzierte Geschwindigkeit) und der zweite den zusätzlichen Winkel, um den Schubverlust durch den davon induzierten Durchflussgrad auszugleichen. Dieser Teil wächst wegen  $\lambda_h = \sqrt{C_T/2}$  nicht-linear mit  $C_T$ . Für einen vorgegebenen Schubbeiwert kann man damit den zugehörigen Blatteinstellwinkel ermitteln. Diesen setzt man anschließend in die Gleichung zur Leistungsermittlung ein.

Als Beispiel sei  $\sigma = 0.1$ ,  $C_{l\alpha} = 6$  und  $C_T = 0.005$  gegeben. Dann folgt  $\lambda_h = 0.05$  und  $\Theta = 0.05 + 0.075$  (radian) oder näherungsweise  $\Theta = 3^\circ + 4.5^\circ$ . Somit ist der zum Kompensieren des induzierten Durchflusses erforderliche Einstellwinkel sogar etwas größer als der zur Schuberzeugung benötigte. Bei hohem Schub mit  $C_T = 0.012$  folgt  $\lambda_h = 0.077$  und  $\Theta = 0.12 + 0.12$  rad und beide Anteile sind gleich groß. Bei Nullschub  $C_T = 0$  ist natürlich auch  $\lambda_h = 0$  und logischerweise ebenfalls  $\Theta = 0$ . Ein beispielhaftes Ergebnis ist in Abb. 3.5 gegeben, wo experimentelle Daten an einem kleinen Modellrotor (aus [14]) mit unverwundenen rechteckigen Blättern verschiedener Flächendichten mit der Theorie verglichen werden. Hierbei wurden die in Tab. 2.3 auf S. 123 angegebenen Koeffizienten verwendet. Der Auftriebsanstieg ist als Folge der kleinen Reynoldsnummern mit  $C_{l\alpha} = 5.75$  kleiner als der für große Reynoldsnummern ermittelbare potentialtheoretische Wert der ebenen Platte von  $2\pi$ . Dies ist ein häufig gebrauchter Wert, der Reynoldszahleneinflüsse und andere Verluste pauschal berücksichtigen soll. Dennoch erhält man in Abb. 3.5 in weiten Bereichen zu geringe Steuerwinkel, bzw. einen für den ermittelten Steuerwinkel zu großen Schub, weil die Verluste von nicht gleichförmig verteilt Durchflussgrad und die Blattspitzenumströmung nicht in der Rechnung enthalten sind. Dies zeigt sich auch in der errechneten Leistung, die im Bereich größeren Schubes generell zu gering ausfällt. Es wurde allerdings – in Analogie zur Strahltheorie – auch nur der Nullwiderstand  $C_{d0}$  aus Tab. 2.3 berücksichtigt, was Gl. 3.16 auf die ersten beiden Terme reduziert.



**Abb. 3.5** Abhängigkeit des Schubes und der Leistung vom Steuerwinkel. **a** Schub, **b** Leistung (Linien: Theorie; Symbole: experimentelle Daten aus [14]  $C_{l\alpha} = 5.75$ ,  $C_{d0} = 0.0113$ ,  $C_{d1} = 0$ ,  $C_{d2} = 0.0$ ,  $B = 1$ )

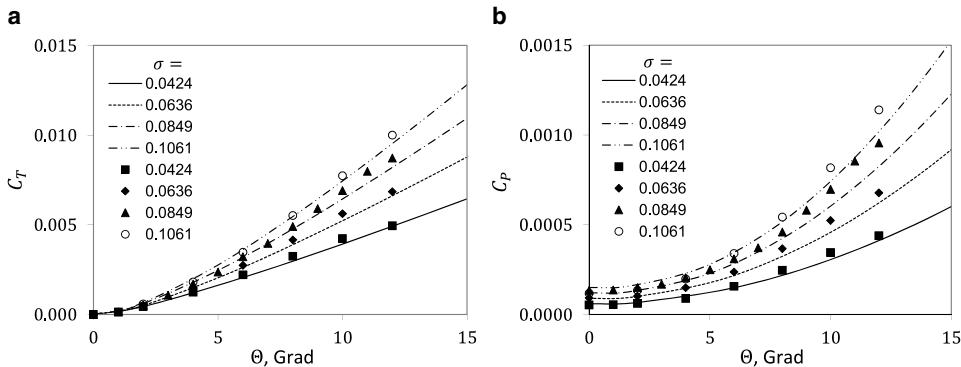
### 3.3.4 Blattspitzenverluste, Profilwiderstand

Die Problematik der Umströmung an der Blattspitze wurde bereits in Abschn. 2.2.8 behandelt. Hier wird die Integration des Schubes in Gl. 3.15 daher nur bis zum effektiven dimensionslosen Radius  $r = B$  anstelle bis zur Blattspitze  $r = 1$  durchgeführt. Werte für  $B$  lassen sich aus Abb. 2.9 entnehmen oder mit Gl. 2.29 berechnen; der Einfachheit halber kann man aber einen repräsentativen Wert von  $B = 0.97$  verwenden. Da der Profilwiderstand jedoch bis zur Blattspitze erhalten bleibt, erstreckt sich das Integral für die Leistung nach wie vor bis zur Blattspitze. Für den Steuerwinkel erhält man dann

$$C_T = \frac{\sigma C_{l\alpha} B^2}{2} \left( \frac{\Theta_0 B}{3} - \frac{\lambda_h}{2} \right) \quad \Rightarrow \quad \Theta_0 = \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha} B^3} + \frac{3\lambda_h}{2B} \quad (3.18)$$

Für die Profilpolare wurde bisher nur der Nullwiderstandsanteil verwendet, auch hier kann man mit einer quadratischen Polaren mit Koeffizienten aus Tab. 2.3 auf S. 123 rechnen. Das Ergebnis für den Zusammenhang zwischen Steuerwinkel und Schub sowie Leistung ist in Abb. 3.6 gezeigt. Wie man erkennt, passt nun der berechnete Steuerwinkel im Mittel recht gut mit den experimentellen Daten zusammen. Die Leistungsberechnung ist zwar deutlich verbessert, aber immer noch unterhalb der Messung. Dies ist auf die Annahme gleichförmigen Durchflusses zurückzuführen, die in der Praxis nicht vorliegt. Die Rotorleistung wird wie zuvor berechnet; die induzierte Leistung bleibt dann ungeändert ( $\lambda_h C_T$ ), aber wegen des größeren Einstellwinkels wachsen die Terme mit den Widerstandsanteilen.

Alternativ – und physikalisch korrekter – kann man auch die induzierte Geschwindigkeitsverteilung in der Nähe der Blattspitze modifizieren, so dass an der Spitz selbst der Nullstellwinkel des Profils erreicht und damit kein Auftrieb erzeugt wird. Um der Physik also näher zu kommen, wird die induzierte Geschwindigkeit pauschal über den



**Abb. 3.6** Einfluss von zusätzlichen Verlusten auf Schub und Leistung. **a** Schub, **b** Leistung (Linien: Theorie; Symbole: experimentelle Daten aus [14];  $C_{l\alpha} = 5.75$ ,  $C_{d0} = 0.0113$ ,  $C_{d1} = 0$ ,  $C_{d2} = 0.75$ ,  $B = 0.97$ )

gesamten Rotor modifiziert, also die induzierte Leistung erhöht, da die effektiv tragende Fläche  $A_{\text{eff}} = AB^2$  kleiner ist, wie in Abschn. 2.2.8 bereits gezeigt wurde.

$$v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho A B^2}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} \quad (3.19)$$

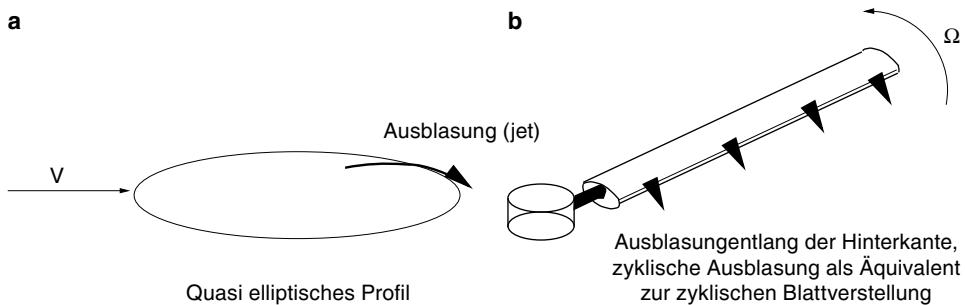
Damit folgt dann

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \frac{\Theta_0}{3} - \frac{\lambda_h}{2B} \right) \quad \text{mit} \quad \Theta_0 = \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3\lambda_h}{2B} \\ C_P &= C_Q = C_T \frac{\lambda_h}{B} + \frac{\sigma C_{d0}}{8} + \frac{\sigma C_{d1}}{2} \left( \frac{\Theta_0}{4} - \frac{\lambda_h}{3B} \right) + \frac{\sigma C_{d2}}{2} \left( \frac{\Theta_0^2}{4} - \frac{2\Theta_0\lambda_h}{3B} + \frac{\lambda_h^2}{2B^2} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Nun ist – wie erwartet – bereits die induzierte Leistung größer; auch der Widerstandsanteil wächst einerseits wegen des größeren Einstellwinkels, andererseits wegen des größeren Durchflusgrades.

### 3.3.5 Beispiel der Anwendung

In einem Rotor mit zirkulationsgesteuertem Auftrieb (engl. CCR = circulation controlled rotor) wird ein dünner Luftstrahl (siehe Abb. 3.7a) aus einem Schlitz an der Hinterkante des Profils ausgeblasen. Das Profil ist dabei ein symmetrisch gewölbtes Ellipsenprofil mit runder Vorder- und Hinterkante. Durch den Coandaeffekt bleibt der Luftstrahl an der Profiloberfläche, was durch Zentrifugalkräfte und einen Unterdruck durch Übergeschwindigkeit des Strahls verursacht wird. Der Schub kann damit sowohl durch einen



**Abb. 3.7** Konzept des zirkulationsgesteuerten Rotors. **a** Profil, **b** Rotorblatt

Steuerwinkel als auch durch die Strahlstärke gesteuert werden (siehe Abb. 3.7b). Nimmt man den Auftriebsbeiwert als Überlagerung beider Effekte an, so gilt

$$C_l = C_{l\alpha}\alpha_a + C_{l\mu}C_\mu \quad (3.21)$$

Man stelle die Relationen zwischen Schubbeiwert  $C_T$ , geometrischem Steuerwinkel  $\Theta$  und Ausblasbeiwert  $C_\mu$  für einen Schwebeflugzustand auf und nehme dabei eine konstante induzierte Geschwindigkeitsverteilung an. Mit den Geschwindigkeiten am Blattelement  $V_P = \lambda_i \Omega R$  und  $V_T = \Omega y$  folgt

$$\begin{aligned} T &= N_b \int_0^R L' dy = N_b \int_0^R \frac{\rho}{2} c \Omega^2 y^2 C_l dy \\ C_l &= C_{l\alpha}\alpha_a + C_{l\mu}C_\mu = C_{l\alpha} \left( \Theta - \frac{\lambda_i}{r} \right) + C_{l\mu}C_\mu \\ \sigma &= \frac{N_b c}{\pi R} \\ C_T &= \frac{T}{\rho A (\Omega R)^2} = \frac{\sigma}{2} \int_0^1 r^2 \left[ C_{l\alpha} \left( \Theta - \frac{\lambda_i}{r} \right) + C_{l\mu}C_\mu \right] dr \\ &= \frac{\sigma}{2} \left[ C_{l\alpha} \left( \frac{\Theta}{3} - \frac{\lambda_i}{2} \right) + \frac{C_{l\mu}}{3} C_\mu \right] \\ \lambda_i &= \kappa \sqrt{\frac{C_T}{2}} \\ \Theta &= \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3}{2} \kappa \sqrt{\frac{C_T}{2}} - \frac{C_{l\mu}}{C_{l\alpha}} C_\mu \end{aligned} \quad (3.22)$$

Die Zusammenhänge der kombinierten Blattelementen- und Strahltheorie basieren auf der Annahme einer gleichförmigen induzierten Geschwindigkeitsverteilung, welche mit

einem pauschalen Verlustfaktor  $\kappa$  versehen wird. Im Folgenden werden drei Fälle unterschiedlicher Steuerwinkelverteilungen entlang des Radius untersucht.

1. Gleichförmiger Einstellwinkel  $\Theta(r) = \Theta_0$ . Man beachte dabei, dass streng genommen die Randbedingung „gleichförmiger Durchfluss“ nicht mehr gegeben sein kann.
2. Lineare Verwindung  $\Theta(r) = \Theta_{75} + \Theta_{tw}(r - 0.75)$ . Auch hier ist die Randbedingung gleichförmigen Durchflusses eigentlich nicht gegeben.  $\Theta_{75}$  ist der Steuerwinkel bei  $r = 0.75$  des Radius und  $\Theta_{tw}$  ist die lineare Verwindung.
3. Ideale Verwindung  $\Theta(r) = \Theta_{tip}/r$ , wobei  $\Theta_{tip}$  der Einstellwinkel an der Blattspitze ist. Nur bei dieser Verwindungsart ist die Annahme des konstanten Durchflusses gerechtfertigt.

Für den Schubbeiwert erhält man nun die folgenden Ergebnisse:

$$\begin{aligned} 1: \quad C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \frac{\Theta_0}{3} - \frac{\lambda_i}{2} \right) \\ 2: \quad C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \frac{\Theta_{75}}{3} - \frac{\lambda_i}{2} \right) \\ 3: \quad C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{4} (\Theta_{tip} - \lambda_i) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Für die Einstellwinkel erhält man (gleicher Schub aller drei Fälle vorausgesetzt)

$$\begin{aligned} 1: \quad \Theta_0 &= 6 \frac{C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3}{2} \kappa \sqrt{\frac{C_T}{2}} \\ 2: \quad \Theta_{75} &= 6 \frac{C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3}{2} \kappa \sqrt{\frac{C_T}{2}} \\ 3: \quad \Theta_{tip} &= 4 \frac{C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \kappa \sqrt{\frac{C_T}{2}} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Der induzierte Durchflussgrad folgt nach Einsetzen von Gl. 3.22 in Gl. 3.23

$$\begin{aligned} 1: \quad \lambda_i &= \frac{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ \sqrt{1 + \frac{64}{3\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}} \Theta_0} - 1 \right] \\ 2: \quad \lambda_i &= \frac{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ \sqrt{1 + \frac{64}{3\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}} \Theta_{75}} - 1 \right] \\ 3: \quad \lambda_i &= \frac{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ \sqrt{1 + \frac{32}{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}} \Theta_{tip}} - 1 \right] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Für einen negativen Einstellwinkel ist dieser in der Wurzel als Betrag zu nehmen und das Vorzeichen des Ergebnisses kehrt sich um, denn bei Abtriebserzeugung ist die induzierte

Geschwindigkeit aufwärts gerichtet.

$$\begin{aligned} \Theta < 0: \quad 1: \quad \lambda_i &= -\frac{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ \sqrt{1 + \frac{64}{3\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}} |\Theta_0|} - 1 \right] \\ 2: \quad \lambda_i &= -\frac{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ \sqrt{1 + \frac{64}{3\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}} |\Theta_{75}|} - 1 \right] \\ 3: \quad \lambda_i &= -\frac{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ \sqrt{1 + \frac{32}{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}} |\Theta_{tip}|} - 1 \right] \end{aligned} \quad (3.26)$$

Die Leistung in Beiwertform ist

$$C_P = C_{Pi} + C_{P0} \quad (3.27)$$

wobei die induzierte Leistung für alle drei Konfigurationen gleich ist.

$$C_{Pi} = \kappa \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} \quad (3.28)$$

Für den Nullwiderstand kann man nun zwei Ansätze machen. Einerseits kann er als konstant angenommen werden  $C_d = C_{d0}$ , was auf

$$C_{P0} = \frac{\sigma}{8} C_{d0} \quad (3.29)$$

führt. Andererseits kann man mit einem quadratischen Ansatz im Bereich der anliegenden Strömung besser die Profilwiderstände beschreiben; für das NACA 0012 stammt eine solche Formulierung von Bailey [8]:

$$C_d = C_{d0} + C_{d1}\alpha_a + C_{d2}\alpha_a^2 = 0.0087 - 0.0216\alpha_a + 0.4\alpha_a^2 \quad (3.30)$$

Obwohl es sich um ein symmetrisches Profil handelt, ist auch ein linearer Term enthalten. Dies begründet sich darin, dass die Anpassung nur mit Hilfe positiver Anstellwinkel erfolgte. Damit erhält man für die drei Fälle:

$$\begin{aligned} 1: \quad C_{P0} &= \frac{\sigma}{8} \left[ C_{d0} + C_{d1} \left( \Theta_0 - \frac{4}{3}\lambda_i \right) + C_{d2} \left( \Theta_0^2 + 2\lambda_i^2 - \frac{8}{3}\Theta_0\lambda_i \right) \right] \\ 2: \quad C_{P0} &= \frac{\sigma}{8} \left[ C_{d0} + C_{d1} \left( \Theta_{75} - \frac{4}{3}\lambda_i + \frac{\Theta_{tw}}{20} \right) \right. \\ &\quad \left. + C_{d2} \left( \Theta_{75}^2 + 2\lambda_i^2 - \frac{8}{3}\Theta_{75}\lambda_i + \frac{\Theta_{75}}{10}\Theta_{tw} + \frac{7}{240}\Theta_{tw}^2 \right) \right] \\ 3: \quad C_{P0} &= \frac{\sigma}{8} C_{d0} + \frac{\sigma}{6} C_{d1} (\Theta_{tip} - \lambda_i) + \frac{\sigma}{4} C_{d2} (\Theta_{tip} - \lambda_i)^2 \end{aligned} \quad (3.31)$$

### 3.3.6 Lösung für linear verwundene Rotorblätter und konstanten Durchfluss

Da bei über den Radius konstantem Einstellwinkel der zu erwartende Auftrieb radial quadratisch wachsen wird (die tangentiale Anströmgeschwindigkeit  $V_T = \Omega y$  ist linear und daher der Staudruck quadratisch in  $y$ ; weiterhin wird die Profiltiefe als konstant über den Radius vorausgesetzt), ist die Annahme konstanten Durchflusses sehr fragwürdig. Da dieser aber eine energetisch beste Betriebsbedingung darstellt, ist danach zu trachten, durch eine geeignete Einstellwinkelvariation entlang der radialen Koordinate dieser Forderung entgegen zu kommen. Die bautechnisch einfachste Verwindung ist eine lineare (eng. linear twist) mit  $\Theta_{tw}$  als der Gesamtverwindung pro Radius.

$$\Theta = \Theta_{75} + \Theta_{tw}(r - 0.75) = \Theta_0 + \Theta_{tw}r \quad \text{mit} \quad \Theta_0 = \Theta_{75} - 0.75\Theta_{tw} \quad (3.32)$$

Dann wird aus Gl. 3.15

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \int_0^1 [(\Theta_0 + r\Theta_{tw})r^2 - \lambda_h r] dr \\ &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \frac{\Theta_0}{3} + \frac{\Theta_{tw}}{4} - \frac{\lambda_h}{2} \right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Verwendet man  $r = 0.75$  als *repräsentativen Radius*, an dem die Verwindung gerade ihren Nulldurchgang aufweist, so lautet der Einstellwinkel wie in Gl. 3.32 und für  $r = 0$  folgt dann  $\Theta_0$  wie in Gl. 3.32 rechts angegeben. Nach Ausführung der Integration erhält man dann folgendes Ergebnis für den Schub:

$$C_T = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \frac{\Theta_{75}}{3} - \frac{\lambda_h}{2} \right) \quad (3.34)$$

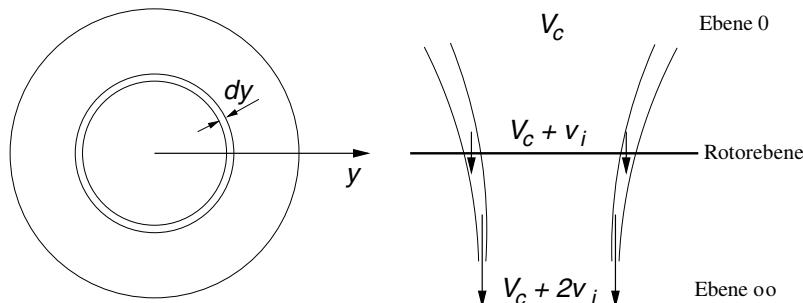
Dieses interessante Ergebnis ( $\Theta_{tw}$  ist nicht enthalten!) bedeutet, dass ein beliebig linear verwundenes Rotorblatt den gleichen Schub wie ein unverwundenes Rotorblatt erzeugt, wenn die Einstellwinkel bei dem Radius  $r = r_{tw} = 0.75$  gleich sind. Die Verwindung wird oft relativ zu diesem Radius angegeben und der konstante Steuerwinkel als Kollektivwinkel mit  $\Theta_{75}$  bezeichnet. Gelegentlich wird auch die Stelle mit  $r = 0.7$  als *repräsentativer Radius* angesehen. Man beachte jedoch, dass ein konstanter Durchflussgrad  $\lambda_h$  angenommen wurde, was natürlich eine grobe Vereinfachung darstellt, denn – wie später gezeigt wird – hängt dessen radiale Verteilung wesentlich von der Verwindung ab. Außerdem erfolgte die Integration von Rotormitte bis zur Blattspitze anstelle vom effektiven Blattanfang bis zum effektiven Blattende, was ebenfalls die Lage des repräsentativen Radius beeinflusst. Auch die Einbeziehung der Kompressibilität wird einen Einfluss haben, der hier nicht berücksichtigt ist.

### 3.4 Kombinierte Blattementen- und Strahltheorie

Bisher wurde der Durchflussgrad als konstant über den Radius angenommen. Eine Realisierung dieser Vorstellung ist, wie bei der Tragflügeltheorie, meist nur in einem einzigen Betriebspunkt – falls überhaupt – möglich. In der Regel befindet sich innerhalb eines Kreises mit  $r \leq 0.2$  gar keine Profilierung mehr, die Schub erzeugen könnte. Außerdem sind die Staudrücke innen viel geringer als außen und damit kann keine konstante Schubverteilung erreicht werden, die einem konstanten Drucksprung entspräche. Eine vermischt Anwendung von Blattementen- und Strahltheorie zur ansatzweisen Lösung dieser Problematik wurde erstmalig von Gustafson und Gessow 1946 angegeben [18]. Dazu wird wieder ein schematisches Strömungsbild wie in Abb. 3.8 angenommen. Für dieses Ringelement am Radius  $y$  mit der Breite  $dy$  lautet die Ringfläche  $dA = 2\pi y dy$ . Mit der Annahme, dass benachbarte Ringelemente keinen gegenseitigen Einfluss aufeinander ausüben und die Strahltheorie daher in jedem Ringelement separat angewendet werden darf, kann der differentielle Beitrag eines Ringelementes zum Gesamtschub auf Basis der Strahltheorie ermittelt werden:  $dT = 2v_i d\dot{m}$ . Der Massenstrom in der Rotorebene für weiterhin als inkompressibel angenommene Strömung war in Abschn. 2.2.1 für den Schwebeflug wie folgt dargestellt worden:  $\dot{m} = \rho A V$

$$\begin{aligned} d\dot{m} &= \rho dA(V_c + v_i) = 2\pi\rho(V_c + v_i)y dy \\ \Rightarrow dC_T &= \frac{4\pi\rho(V_c + v_i)v_i y dy}{\rho A(\Omega R)^2} = 4(\lambda_c + \lambda_i)\lambda_i r dr = 4\lambda\lambda_i r dr \end{aligned} \quad (3.35)$$

Den induzierten Durchflussgrad kann man eliminieren, indem man  $\lambda_i = \lambda - \lambda_c$  schreibt. Die vom Gesamtdurchflussgrad induzierte Leistung (also inklusive Steigleistung) war durch das Produkt von Schub und Geschwindigkeit am Ort des Schubes definiert, dimen-



**Abb. 3.8** Strömung in einem Ringelement beim Schwebeflug

sionslos also  $dC_{Pi} = \lambda dC_T$ , so dass gilt (für  $\lambda_c \geq 0$ ):

$$\begin{aligned} C_T &= 4 \int_0^1 \lambda(\lambda - \lambda_c)r \, dr \\ C_{Pi} &= 4 \int_0^1 \lambda^2(\lambda - \lambda_c)r \, dr \end{aligned} \quad (3.36)$$

Sie beinhaltet die aus der Schuberzeugung induzierte Leistung ebenso wie die aus der Steiggeschwindigkeit resultierende Leistung.

### 3.4.1 Induzierter Durchflussgrad im Schwebe-, Steig- und schnellen Sinkflug

Im Schwebeflug ist  $\lambda_c = 0$  und  $\lambda = \lambda_i$ , nur dass dieser induzierte Durchflussgrad nun – im Gegensatz zur Strahltheorie – eine unbekannte Funktion der radialen Koordinate  $r$  ist. Für die Verteilung  $\lambda(r)$  kann man nun verschiedene Annahmen machen. Da der Staudruck mit dem Radius quadratisch wächst und dementsprechend auch der den induzierten Durchflussgrad erzeugende Auftrieb, wird formal ein mit dem Radius exponentiell wachsender induzierter Durchflussgrad angesetzt:

$$\lambda(r) = \lambda_{\text{tip}} r^n \quad \text{mit} \quad n \geq 0 \quad (3.37)$$

Damit erreicht man eine Trennung der Variablen:  $\lambda_{\text{tip}}$  stellt die Amplitude dar und  $r^n$  sind radiale Verteilungsfunktionen. Für Schub- und Leistungsbeiwert folgen damit

$$\begin{aligned} C_T &= 4\lambda_{\text{tip}}^2 \int_0^1 r^{2n+1} dr = 2 \frac{\lambda_{\text{tip}}^2}{n+1} \\ C_{Pi} &= 4\lambda_{\text{tip}}^3 \int_0^1 r^{3n+1} dr = 4 \frac{\lambda_{\text{tip}}^3}{3n+2} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Aus der Gleichung für den Schubbeiwert erhält man den induzierten Durchflussgrad an der Blattspitze und mit diesem den zugehörigen induzierten Leistungsbeiwert als Funktion des Schubbeiwertes. Der einzige neue Parameter darin ist der Exponent  $n$  der induzierten Durchflussverteilung. Mit diesem lässt sich der Anstieg der induzierten Leistung relativ zum idealen Fall mit konstantem induzierten Durchflussgrad, ausgedrückt durch den Fak-

tor  $\kappa$ , angeben.

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{tip}} &= \sqrt{n+1} \sqrt{\frac{C_T}{2}} \\ C_{Pi} &= 2 \frac{\sqrt{(n+1)^3}}{3n+2} \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} = \kappa \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} \\ \Rightarrow \kappa &= 2 \frac{\sqrt{(n+1)^3}}{3n+2}\end{aligned}\quad (3.39)$$

Ein konstanter induzierter Durchflussgrad wird durch  $n = 0$  repräsentiert, was auf  $\kappa = 1$  hinausläuft. Jedes  $n > 0$  erzeugt ein  $\kappa > 1$  und damit einen größeren Leistungsbedarf. Also ist  $n = 0$  der ideale Fall mit minimaler Leistung. Es ist nun die Frage, wie die Verteilung des Einstellwinkels und/oder der Profiltiefe beschaffen sein muss, um einen konstanten induzierten Durchflussgrad zu erreichen. Dazu wird die Berechnung des Schubes mit der Blattemelemententheorie aus Gl. 3.15 mit derjenigen der kombinierten Blattemelementen- und Strahltheorie Gl. 3.35 gleichgesetzt, wobei der allgemeinere Fall einschließlich einer Steiggeschwindigkeit verwendet wird.

$$\begin{aligned}dT &= N_b \overbrace{\frac{\rho}{2} c C_{l\alpha} (\Omega y)^2 \left( \Theta - \frac{V_c + v_i}{\Omega y} \right) dy}^{F_z' \approx L'} \stackrel{!}{=} \overbrace{[\rho 2\pi y dy (V_c + v_i)]}^{d\dot{m}} \overbrace{[2v_i]}^{\Delta V} \\ dC_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} (\Theta r^2 - \lambda r) dr \stackrel{!}{=} 4\lambda(\lambda - \lambda_c)r dr \\ \Rightarrow 0 &= \lambda^2 + \left( \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} - \lambda_c \right) \lambda - \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} \Theta r\end{aligned}\quad (3.40)$$

Diese quadratische Gleichung hat folgende allgemeine Lösung für den Gesamtdurchfluss:

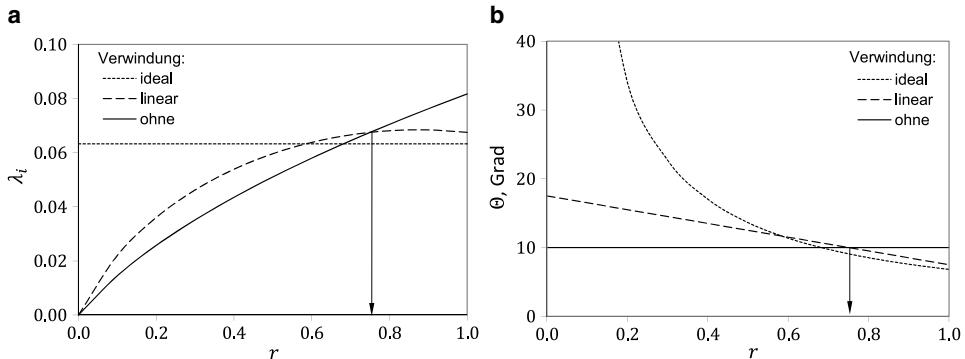
$$\lambda(r, \lambda_c) = - \left( \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} - \frac{\lambda_c}{2} \right) + \sqrt{\left( \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} - \frac{\lambda_c}{2} \right)^2 + \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} \Theta r} \quad \text{für } \Theta \geq 0\quad (3.41)$$

Wegen  $\lambda = \lambda_i + \lambda_c$  kann man auch direkt für den induzierten Durchflussgrad auflösen:

$$\lambda_i(r, \lambda_c) = - \left( \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} + \frac{\lambda_c}{2} \right) + \sqrt{\left( \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} - \frac{\lambda_c}{2} \right)^2 + \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} \Theta r} \quad \text{für } \Theta \geq 0\quad (3.42)$$

Für sehr große Steigraten  $\lambda_c \rightarrow \infty$  strebt der induzierte Durchflussgrad  $\lambda_i \rightarrow 0$  wie bei der Strahltheorie. Im Schwebeflug mit  $\lambda_c = 0$  folgt:

$$\lambda(r) = \lambda_i(r) = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} \left( \sqrt{1 + \frac{32}{\sigma C_{l\alpha}} \Theta r} - 1 \right)\quad (3.43)$$



**Abb. 3.9** Verteilung von induziertem Durchflussgrad und Einstellwinkel im Schwebeflug. **a** Induzierter Durchfluss, **b** Einstellwinkel ( $C_T = 0.008$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $C_{l\alpha} = 5.75$ ,  $\lambda_c = 0$ )

Da dies eine universelle Lösung ist, kann man daraus den Durchflussgrad bzw. im Schwebeflug den induzierten Durchflussgrad für beliebige Verteilungen von Einstellwinkel, Profiltiefe und sogar verschiedene Profilverteilungen (über deren Auftriebsanstieg) erhalten, wenn man für die Flächendichte  $\sigma(r)$  einsetzt. Als Beispiel sei in Abb. 3.9 für  $C_T = 0.008$  das Ergebnis der Strahltheorie  $\lambda_h = \sqrt{C_T/2} = 0.0632$  denjenigen Verteilungen gegenübergestellt, die sich für gleichen Schubbeiwert und konstante Flächendichte  $\sigma = 0.1$  für das unverwundene und das linear verwundene Rotorblatt ergeben. Innerhalb des repräsentativen Radius (= Verwindungsnullpunkt) von  $r = 0.75$  ist bei dem unverwundenen Rotorblatt der Einstellwinkel kleiner als beim verwundenen Blatt, folglich der Auftrieb geringer und daher auch die induzierten Geschwindigkeiten. Außerhalb von  $r = 0.75$  kehren sich die Verhältnisse um. Im schnellen Sinkflug ist  $d\dot{m} < 0$  bzw.  $\lambda_c \leq -2\lambda_h$ . Dann folgt  $dC_T = -4\lambda(\lambda - \lambda_c)r dr$  und schließlich

$$0 = \lambda^2 - \left( \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} + \lambda_c \right) \lambda + \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} \Theta r \quad (3.44)$$

Damit erhält man für den induzierten Durchflussgrad

$$\lambda_i(r, \lambda_c) = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} - \frac{\lambda_c}{2} - \sqrt{\left( \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} + \frac{\lambda_c}{2} \right)^2 - \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} \Theta r} \quad (3.45)$$

Für sehr große Sinkraten  $\lambda_c \rightarrow -\infty$  strebt der induzierte Durchflussgrad  $\lambda_i \rightarrow 0$  wie bei der Strahltheorie (wegen  $\sqrt{(\lambda_c/2)^2} = |\lambda_c/2|$ ). Man beachte die Analogie zu den Ergebnissen der Strahltheorie für den schnellen Steig- bzw. Sinkflug!

### 3.4.2 Die ideale Verwindung

Ein über den Radius konstanter induzierter Durchflussgrad erzeugt gemäß der Strahltheorie die minimale induzierte Leistung im axialen Flug und kann daher als der Idealzustand betrachtet werden (Analogon zum Flächenflugzeug: eine über die Spannweite konstante induzierte Geschwindigkeit führt zu minimalem induzierten Widerstand). Dies kann genau dann erreicht werden, wenn das Produkt von Einstellwinkel und radialer Koordinate,  $\Theta r$ , in Gl. 3.42, 3.43 oder 3.45 konstant ist, d. h.  $\Theta = \Theta_{\text{tip}}/r$  ist hyperbolisch, denn dann folgt

$$\lambda_i = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} \left( \sqrt{1 + \frac{32}{\sigma C_{l\alpha}} \Theta_{\text{tip}}} - 1 \right) = \sqrt{\frac{C_T}{2}} = \lambda_h \quad \text{für } \Theta \geq 0 \quad (3.46)$$

und dies ist das Ergebnis der Strahltheorie. Diese Verwindungsform wurde erstmalig von Gessow 1948 angegeben [19] und heißt ideale Verwindung, da dann die Annahme konstanter induzierter Geschwindigkeit zutrifft und dieser Fall, genau wie bei dem Starrflügler, auf den minimalen induzierten Widerstand führt. Die Anstellwinkelverteilung folgt nun zu

$$\alpha_a(r) = \Theta - \phi = \Theta(r) - \frac{V_p}{V_T} = \frac{\Theta_{\text{tip}}}{r} - \frac{V_c + v_i}{\Omega y} = \frac{\Theta_{\text{tip}} - \lambda}{r} \quad (3.47)$$

Wie man sieht, variiert der Anstellwinkel umgekehrt proportional zum Radius, wobei in der Rotorkopfnähe sehr große Anstellwinkel entstehen können, die die Annahme kleiner Winkel verletzen sowie den Bereich anliegender Strömung verlassen, so dass streng genommen die Theorie dort nicht gilt. Da üblicherweise die Profilierung und Verwindung von Rotorblättern erst bei  $r = 0.2$  beginnen, ist die Unstetigkeit bei  $r = 0$  mit  $\Theta \rightarrow \infty$  ohne praktischen Belang, außerdem ist dort der Staudruck sehr klein, daher der Beitrag zum Gesamtschub gering und folglich wirkt sich dieser Fehler kaum aus.

Die Propeller von Flugzeugen weisen eine sehr große Verwindung auf, die auf dieser Erkenntnis der erforderlichen Verwindungsverteilung beruht. Allerdings, wie später gezeigt wird, ist eine so große Verwindung im Vorwärtsflug des Hubschraubers von Nachteil. Dennoch hat die Verwindung der Rotorblätter insbesondere von Hubschraubern, deren Einsatz vorwiegend im Schwebeflug erfolgt, eine große Bedeutung für deren Auslegung. Insbesondere Tilt- oder Kipprotoren haben wieder eine relative große Verwindung, da sie im Reiseflug wie Propeller und im Schwebeflug wie Rotoren, also ebenfalls wie Propeller, arbeiten.

Der lokale Beitrag zum Schubbeiwert war gemäß Gl. 3.15 mit  $\phi = \lambda/r$  als Einströmwinkel

$$dC_T = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} (\Theta - \phi) r^2 dr \quad (3.48)$$

Bei idealer Verwindung ist  $\Theta = \Theta_{\text{tip}}/r$  und der Durchflussgrad konstant  $\lambda = r\phi = \phi_{\text{tip}}$ . Es folgt für den Schubbeiwert mit idealer Verwindung

$$C_T = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \int_0^1 (\Theta_{\text{tip}} - \lambda) r \, dr = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{4} (\Theta_{\text{tip}} - \phi_{\text{tip}}) = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{4} \alpha_{\text{tip}} \quad (3.49)$$

Daraus erhält man für den Einstellwinkel an der Blattspitze im Schwebeflug, wo  $\lambda = \lambda_H$  ist:

$$\Theta_{\text{tip}} = \frac{4C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \lambda_H = \frac{4C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (3.50)$$

Der erste Teil dient zur Schuberzeugung und der zweite zur Kompensation des davon erzeugten induzierten Durchflusses. Aus der obigen Gleichung für den Schubbeiwert Gl. 3.49 geht hervor, dass der lokale Auftrieb nur noch linear statt quadratisch mit dem Radius wächst, denn das variierende Argument des Integrals ist nur  $r$ . Aufgrund der Nichtlinearität  $\Theta \sim 1/r$  ist die ideale Verwindung für jede Kombination von Steigrate und Schubbeiwert eine andere.

### 3.4.3 Beispiel zur Blattemententheorie

Im Folgenden werden vier verschiedene Fälle unterschieden und analysiert.

1. keine Verwindung,  $\Theta = 8^\circ$ , ungleichförmiger Durchflussgrad;
2. lineare Verwindung,  $\Theta = \Theta_{75} + \Theta_{tw}(r - 0.75) = 8^\circ(1.75 - r)$ , ungleichförmiger Durchflussgrad;
3. ideale Verwindung,  $\Theta = \Theta_{\text{tip}}/r = 8^\circ/r$ , konstanter Durchflussgrad;
4. keine Verwindung,  $\Theta = 8^\circ$ , konstanter Durchflussgrad mit einem empirischen Faktor  $\kappa = 1.15$ .

$$\lambda_i = \frac{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ \sqrt{1 + \frac{64}{3\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}} \Theta_0} - 1 \right]$$

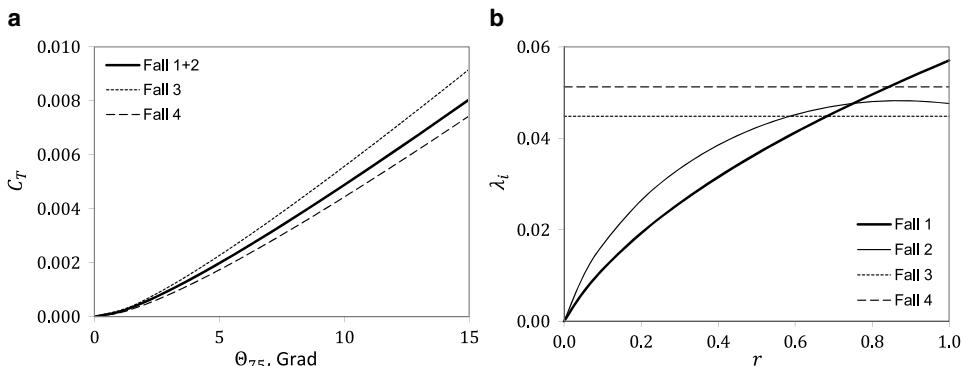
Der Schubbeiwert für diese vier Fälle errechnet sich generell aus

$$C_T = \int_0^1 \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \bar{V}_T^2 \Theta - \bar{V}_P \bar{V}_T \right) dr = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \int_0^1 (r^2 \Theta - \lambda r) dr \quad (3.51)$$

worin die dimensionslosen Geschwindigkeiten in Gl. 3.9 gegeben sind. Durch Einsetzen des Steuerwinkels und der Formel für den Durchflussgrad folgt

$$\begin{aligned}
1: \quad C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left[ \frac{\Theta}{3} - \int_0^1 \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} \left( \sqrt{1 + \frac{32}{\sigma C_{l\alpha}} \Theta r} - 1 \right) r dr \right] \\
&= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left[ \frac{\Theta}{3} + \frac{\sigma C_{l\alpha}}{32} - \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} \int_0^1 r \sqrt{1 + \frac{32}{\sigma C_{l\alpha}} \Theta r} dr \right] \\
&= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left\{ \frac{\Theta}{3} + \frac{\sigma C_{l\alpha}}{32} - \frac{(\sigma C_{l\alpha})^3}{122880 \Theta^2} \left[ \left( \frac{96}{\sigma C_{l\alpha}} \Theta - 2 \right) \left( 1 + \frac{32}{\sigma C_{l\alpha}} \Theta \right) \frac{3}{2} + 2 \right] \right\} \\
2: \quad C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \int_0^1 \left\{ r^2 [\Theta_{75} + \Theta_{tw}(r - 0.75)] \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} r \left[ \sqrt{1 + \frac{32}{\sigma C_{l\alpha}} [\Theta_{75} + \Theta_{tw}(r - 0.75)] r} - 1 \right] \right\} dr \\
3: \quad C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{4} (\Theta_{tip} - \lambda_i) = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{4} \left[ \Theta_{tip} - \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} \left( \sqrt{1 + \frac{32}{\sigma C_{l\alpha}} \Theta_{tip}} - 1 \right) \right] \\
4: \quad C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \frac{\Theta}{3} - \frac{\lambda_i}{2} \right) = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left[ \frac{\Theta}{3} - \frac{\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}}{32} \left( \sqrt{1 + \frac{64}{3\kappa^2 \sigma C_{l\alpha}} \Theta} - 1 \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.52}$$

In Abb. 3.10 sind diese Zusammenhänge dargelegt; ferner gibt der zweite Graph die Verteilung des Durchflussgrades für diese vier Fälle an. Der Fall 2 wurde numerisch integriert. Man erkennt, dass die lineare Verwindung (Fall 2) im äußeren Blattbereich eine gute Näherung zur idealen Verwindung (Fall 3) darstellt.



**Abb. 3.10** Schubbeiwert und induzierter Durchflussgrad. **a** Schubbeiwert als Funktion des Steuerwinkels, **b** Verteilung des induzierten Durchflussgrades ( $C_{l\alpha} = 5.7$ ,  $\sigma = 0.05$ ; in b:  $C_T/\sigma = 0.08$ )

### 3.4.4 Numerischer Lösungsansatz

In der praktischen Anwendung werden die Gleichungen der Blatthelemententheorie numerisch auf Computern gelöst. Dazu wird das Rotorblatt in  $N$  Blatthelemente diskretisiert (mindestens 10, selten mehr als 50; meist reichen 20) und innerhalb eines Blatthelementes eine radiale Stelle als Kontrollradius, für den die Gleichungen ausgewertet werden, definiert. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass innerhalb des Elementes konstante Verhältnisse herrschen und der Kontrollradius repräsentativ für das jeweilige Element ist.

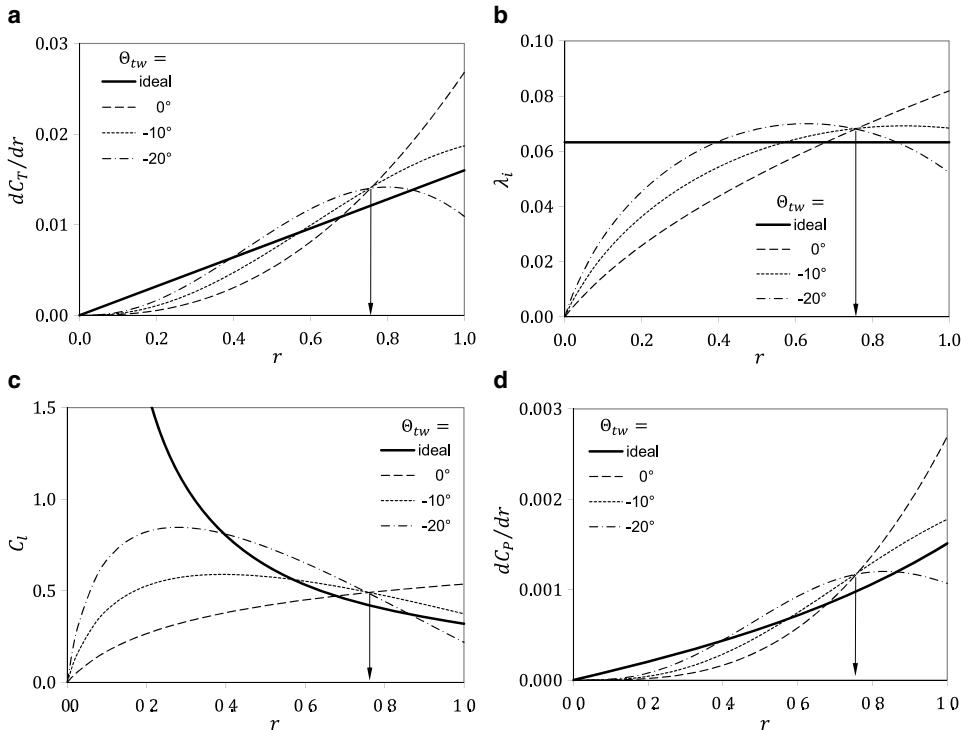
Hat man genügend viele Elemente (20 oder mehr), kann man mit guter Genauigkeit diese gleichmäßig verteilen und den Kontrollradius in deren Mitte legen. Bei weniger Elementen empfiehlt sich eine nichtlineare Verteilung derart, dass von jedem Element gleiche Ringflächen in der Rotorebene abgedeckt werden. Der Kontrollradius teilt das einzelne Element dann wiederum in zwei gleiche Ringflächen, liegt also etwas außerhalb der Elementmitte. Der Grund für diese Vorgehensweise, die zur Blattspitze hin immer schmalere Blatthelemente erzeugt, ist der zur Blattspitze hin quadratisch wachsende Staudruck und die damit pro Blatthelement ebenfalls zunehmenden Luftkräfte.

An jedem der  $N$  Blatthelemente wird an dem jeweiligen Kontrollradius  $r_n$  dann der Durchflussgrad  $\lambda_n$  nach Gl. 3.43 berechnet, wobei die dort jeweils vorhandenen lokalen Werte der Profiltiefe, des Auftriebsanstieges und des Einstellwinkels einzusetzen sind. Für den Beitrag des Elementes zum Schub und zur Leistung wird mit der jeweiligen Elementbreite  $\Delta r_n$  multipliziert.

$$\begin{aligned} C_T &= \sum_{n=1}^N \left( \frac{dC_T}{dr} \Delta r \right)_n & \frac{dC_T}{dr} \Big|_n &= \left[ \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} (\Theta r^2 - \lambda r) \right]_n \\ C_P &= \sum_{n=1}^N \left( \frac{dC_{Pi}}{dr} \Delta r + \frac{dC_{P0}}{dr} \Delta r \right)_n & \frac{dC_{Pi}}{dr} \Big|_n &= \frac{dC_T}{dr} \phi r \Big|_n & \frac{dC_{P0}}{dr} \Big|_n &= \frac{\sigma C_{d0}}{2} r^3 \Big|_n \end{aligned} \quad (3.53)$$

In der Regel möchte man Ergebnisse für einen vorgegebenen Schubbeiwert erhalten. Da man den zugehörigen Steuerwinkel vorab nicht kennt (dieser ist schließlich eine Funktion der Profile, der Profiltiefenverteilung, der Anzahl der Rotorblätter und der Verwindung), kann man als Startwert den Steuerwinkel aus der Näherungslösung für konstanten Durchflussgrad verwenden. Danach wird iterativ der Steuerwinkel variiert, bis der berechnete Schub  $C_{Tj}$  dem vorgegebenen  $C_T$  mit ausreichender Genauigkeit entspricht. Einen guten Startwert und eine schnelle Konvergenz liefert folgende Formulierung, wobei der Startwert aus Gl. 3.33 (lineare Verwindung, konstanter Durchfluss) abgeleitet wird:

$$\Theta_j = \begin{cases} \frac{6}{\sigma C_{l\alpha}} C_T - \frac{3\Theta_{tw}}{4} + \frac{3}{\sqrt{8}} \sqrt{C_T} & j = 0 \\ \Theta_{j-1} + \frac{6}{\sigma C_{l\alpha}} (C_T - C_{T_{j-1}}) + \frac{3}{\sqrt{8}} (\sqrt{C_T} - \sqrt{C_{T_{j-1}}}) & j = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (3.54)$$



**Abb. 3.11** Einfluss der Verwindung auf die Verteilung verschiedener Größen. **a** Schubverteilung, **b** Induzierter Durchfluss, **c** Auftriebsbeiwert, **d** Leistungsverteilung ( $C_T = 0.008$ ;  $C_{l\alpha} = 5.75$ ;  $\sigma = 0.1$ ;  $C_{d0} = 0.01$ ;  $B = 1$ )

Im Folgenden ist ein Beispiel für einen Schubbeiwert von  $C_T = 0.008$ , was in etwa einem typischen Wert eines Hubschraubers mit maximaler Abflugmasse entspricht, durchgerechnet. Dabei wurden eine Flächendichte von  $\sigma = 0.1$  und  $C_{l\alpha} = 5.75$  sowie rechteckige Rotorblätter zugrunde gelegt. Man beachte, dass dazu weder die Blattzahl noch der Radius oder die Profiltiefe explizit bekannt sein müssen, da diese alle in der Flächendichte repräsentiert sind. Der Effekt von verschiedenen linearen Blattverwindungen zwischen unverwunden mit  $\Theta_{tw} = 0^\circ$  und hochverwunden mit  $\Theta_{tw} = -20^\circ$  sowie der idealen Verwindung  $\Theta_{tw} = \Theta_{tip}/r$  auf die Schubverteilung und den induzierten Durchflussgrad im Schwebeflug wird in Abb. 3.11 gezeigt. Aus der Schubverteilung in Abb. 3.11a ist ersichtlich, dass sie bei einem unverwundenen Blatt näherungsweise quadratisch zur Blattspitze anwächst und bei idealer Verwindung linear zunimmt. Die lineare Verwindung entlastet die Blattspitze und verteilt den Schub mehr nach innen; sie nähert sich damit der idealen Verwindung etwas an. Außerdem ist noch die Verteilung des induzierten Durchflusses in Abb. 3.11b dargestellt. Die hyperbolische Einstellwinkelverteilung des idealen Rotors führt mit der linear mit dem Radius wachsenden Geschwindigkeit zu einem konstanten

Durchfluss. Alle linearen Verteilungen haben eine davon deutlich abweichende Form des Durchflusses; je größer die Verwindung, umso mehr gleicht sich die Verteilung der idealen an. Bei  $r = 0.75$  kreuzen sich alle Kurven mit linearer Verwindung, weshalb dies auch der repräsentative Radius genannt wird. Eine positive Verwindung hat gegensätzliche Wirkung und damit deutlich höheren Leistungsbedarf zur Folge. Übliche Rotoren weisen eine lineare Verwindung von ca.  $\Theta_{tw} = -8^\circ$  auf.

Der Auftriebsbeiwert liefert Informationen, wo sich der Arbeitspunkt des Profils in der Profilpolare befindet, also auch, wo man bei höherem Schub mit Strömungsablösung zu rechnen hat. Bei idealer Verwindung führt das gemäß Abb. 3.11c zu unphysikalisch großen Anstellwinkeln und Auftriebsbeiwerten in Blattwurzelnähe, da dort der Einstellwinkel eine Unstetigkeitsstelle aufweist. Bei linearen Verwindungen bleibt der Auftriebsbeiwert in normalen Bereichen; je größer die Verwindung, umso mehr wird der maximale Auftriebsbeiwert nach innen verschoben. Daher wird ein unverwundenes Rotorblatt bei hohem Schub zuerst an der Blattspitze Strömungsablösung aufweisen; ein verwundenes Blatt dagegen zuerst in der Blattmitte oder innen, je nach Größe der Verwindung. Einen relativ konstanten Auftriebsbeiwert erhält man für diesen Schubbeiwert bei einer Verwindung von ca.  $\Theta_{tw} = -8^\circ$ . Eine positive Verwindung führt zur Strömungsablösung zuerst an der Blattspitze, was für die Steuerung und den Leistungsbedarf sehr ungünstig ist.

Die radiale Verteilung des Leistungsbeiwertes ist in Abb. 3.11d dargestellt. Auf den ersten Blick sieht er ähnlich wie die Schubverteilung in Abb. 3.11a aus. Die Leistung besteht einerseits aus der induzierten Leistung  $dC_T/dr \lambda_i$  – was zu der Ähnlichkeit der Kurvenverläufe führt – und andererseits aus der Profilleistung, die mit der dritten Potenz der radialen Koordinate wächst. Insgesamt wächst die Leistung mit der radialen Koordinate also stärker an als der Schub. Daher sind den Widerstand reduzierende Maßnahmen an der Blattspitze auch besonders wirksam.

Schlussfolgerungen sind:

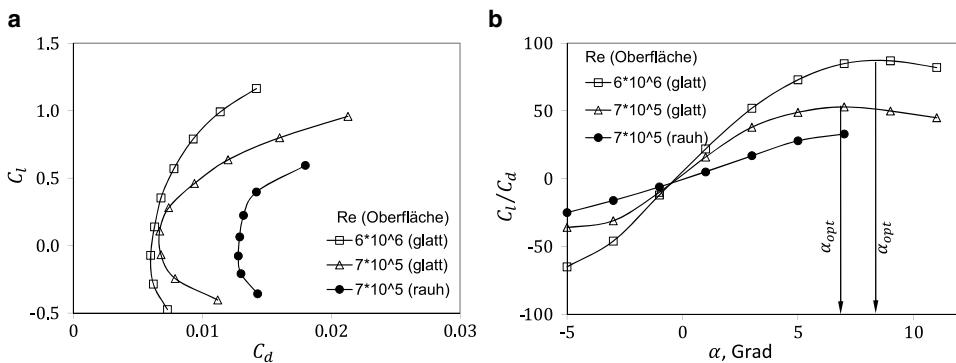
1. Bei einem unverwundenen oder positiv verwundenen Rotorblatt konstanter Profiltiefe wird zuerst die Blattspitze Strömungsablösung aufweisen.
2. Wenn durch eine ideale Verwindung eine konstante induzierte Geschwindigkeitsverteilung realisiert werden kann, dann erfahren zuerst die innen liegenden Blattbereiche Strömungsablösung.
3. Bei einer Kombination von moderater negativer Verwindung kann näherungsweise ein konstanter Auftriebsbeiwert über große Bereiche des Radius realisiert und somit vorzeitige Strömungsablösung weitestgehend vermieden werden.
4. Die Unterschiede in der Leistungsverteilung werden von der Schubverteilung und der der induzierten Geschwindigkeiten bestimmt. Geringste induzierte Leistung erhält man daher bei konstanter induzierter Geschwindigkeit.
5. Die Profilleistung wächst mit der dritten Potenz der radialen Koordinate, daher sind Maßnahmen zur Reduktion des Profilwiderstandes in Blattspitzennähe besonders wirksam.

### 3.4.5 Der optimale Schwebeflugrotor

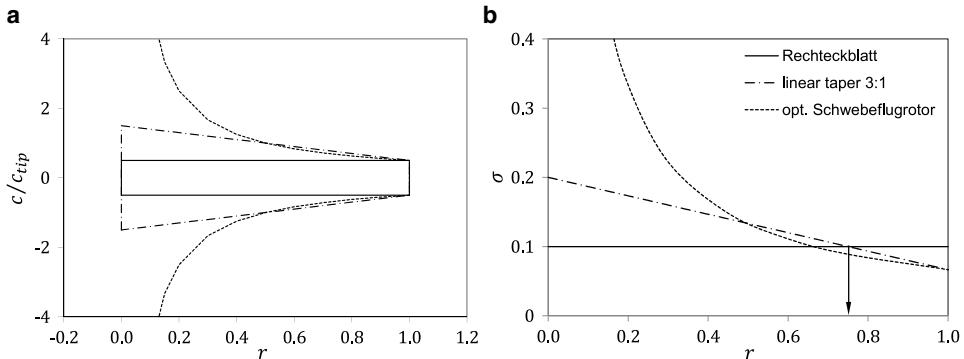
Die Abhängigkeit des Gleitverhältnisses vom Anstellwinkel wird in Abb. 3.12 dargestellt. Meist wird es nur einen einzigen Radius geben, bei dem der optimale Arbeitspunkt des Profils, also das maximale Gleitverhältnis ( $C_l/C_d$ )<sub>max</sub>, erreicht wird. Dieser Punkt hängt nicht nur von der Profilform und der Oberflächenbeschaffenheit, sondern auch noch von der Mach- und Reynoldszahl ab, wie ebenfalls in Abb. 3.12 dargestellt ist. Der Leistungsbedarf eines Rotors wird im Wesentlichen von der induzierten Leistung und in geringerem Maß (außer bei sehr kleinem und bei sehr großem Schub) von der Leistung zum Überwinden des Profilwiderstandes bestimmt. Die minimale induzierte Leistung erreicht man, wie bereits gezeigt, mit konstantem induzierten Durchfluss, d. h. bei konstanter Profiltiefe gilt  $\Theta = \Theta_{\text{tip}}/r$ . Nun kann man das Ergebnis der Blattemelemententheorie für den Schub mit idealer Verwindung dem Ergebnis aus Abschn. 3.4.1 für konstanten Durchflussgrad (Exponent  $n = 0$ ) gegenüberstellen. Aus Gl. 3.40 folgt dann unmittelbar

$$\begin{aligned} \frac{dC_T}{dr} &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left( \frac{\Theta_{\text{tip}}}{r} - \frac{\lambda_h}{r} \right) r^2 = \frac{\sigma r^2 C_{l\alpha}}{2} \alpha_{\text{opt}} \stackrel{!}{=} 4\lambda_h^2 r \\ \Rightarrow \lambda_h &= \sqrt{\frac{C_{l\alpha} \alpha_{\text{opt}}}{8} \sigma r} \quad \text{bzw.} \quad \alpha_a = \alpha_{\text{opt}} = \frac{8\lambda_h^2}{C_{l\alpha} \sigma r} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Neben der induzierten Leistung gilt es nun auch, die Profileistung zu minimieren. Diese erreicht man im günstigsten Arbeitspunkt der Profilpolare, also bei ( $C_l/C_d$ )<sub>max</sub>, was genau beim optimalen Anstellwinkel  $\alpha_{\text{opt}}$  der Fall ist. Dieser kann aus Abb. 3.12 entnommen oder analytisch aus einer Profilpolare, wie in Gl. 3.14 und Tab. 2.3 angegeben, ermittelt werden. Da dieser Anstellwinkel wiederum konstant über den Radius sein soll, muss demzufolge die lokale Flächendichte, d. h. die lokale Profiltiefe, variieren, damit das Produkt  $\sigma r = \text{const.}$  und damit definitionsgemäß auch  $\lambda_h = \text{const.}$  bleibt. Daher muss die Profil-



**Abb. 3.12** Zur Ermittlung des optimalen Gleitverhältnisses. **a** Profilpolare, **b** Gleitverhältnis ( $M = \text{const.}$ , Daten von [17])



**Abb. 3.13** Profiltiefenverteilung für den optimalen Schwebeflugrotor. **a** Profiltiefenverteilung, **b** Flächendichteverteilung (Lineare Zusätzungen 1 : 1 und 3 : 1 und hyperbolische Verteilung)

tiefe für den optimalen Schwebeflugrotor, d. h. den Rotor mit minimaler induzierter *und* minimaler Profilleistung, eine ebenfalls hyperbolische Profiltiefenverteilung aufweisen:  $c = c_{tip}/r$  bzw.  $\sigma = \sigma_{tip}/r$ . Dies ist in Abb. 3.13 zusammen mit einer linearen Approximation unter Verwendung der gleichen Profiltiefe der Blattspitze und gleicher Steigung  $(dc/dr)_{tip}$  dargestellt.

Natürlich ist diese hyperbolische Blattform vor allem im Bereich  $r < 0.2$  unrealistisch. Außerdem ist der optimale Arbeitspunkt nicht sehr sensibel auf Abweichungen vom optimalen Anstellwinkel, wie aus Abb. 3.12 hervorgeht. Wie schon die lineare Verwindung eine gewisse Annäherung an die ideale Verwindung darstellt, so kann die lineare Profiltiefenverteilung als Annäherung an die optimale (hyperbolische) verstanden werden. Verwendet man den optimalen Anstellwinkel als Referenzgröße, dann lassen sich der zugehörige Einstellwinkelverlauf und Schubbeiwert folgendermaßen schreiben.

$$\begin{aligned}\Theta &= \alpha_{opt} + \frac{\lambda}{r} = \alpha_{opt} + \frac{\sqrt{\frac{\sigma_{tip} C_{l\alpha}}{8}} \alpha_{opt}}{r} \\ C_T &= \frac{C_{l\alpha}}{2} \alpha_{opt} \int_0^1 \sigma r^2 dr = \frac{\sigma_{tip} C_{l\alpha}}{4} \alpha_{opt} \\ \Rightarrow \Theta &= \alpha_{opt} + \frac{\sqrt{\frac{C_T}{2}}}{r} \quad \text{und} \quad \sigma = \left( \frac{4C_T}{C_{l\alpha} \alpha_{opt}} \right) \frac{1}{r}\end{aligned}\quad (3.56)$$

Es muss beachtet werden, dass die an der Blattspitze gefundenen Werte der Profiltiefe  $c_{tip}$  und des Einstellwinkels  $\Theta_{tip}$  nur für einen einzigen Schubbeiwert (bzw. Kombination von Schubbeiwert und Steigrate) gelten; bei Abweichungen davon verlässt man den optimalen Arbeitspunkt. Diese Zusammenhänge sind 1948 von Gessow [19] zusammen

mit der Bezeichnung *optimaler Schwebeflugrotor* aufgestellt worden. Diese Untersuchungen sind auch der Grund dafür, dass die meisten Rotoren eine lineare Verwindung in der Größenordnung von  $-6^\circ \leq \Theta_{tw} \leq -12^\circ$  und oft eine lineare Zuspitzung ab ca.  $r \geq 0.6$  aufweisen. Erst seit etwa 1985 sind nichtlineare Verwindungen und nichtlineare Profiltiefenverteilungen zur Optimierung der Rotoren im gesamten Geschwindigkeitsbereich üblich. Das hängt auch damit zusammen, dass bei klassischer Bauweise in Holz und später Metall solche Konstruktionen sehr aufwändig und damit teuer sind. Durch Einsatz von Faserverbundbauweise sind solche Einschränkungen jedoch nicht mehr vorhanden. Dennoch sind auch bei dieser Bauweise komplizierte Geometrien teurer in der Herstellung als ein simpler Rechteckgrundriss.

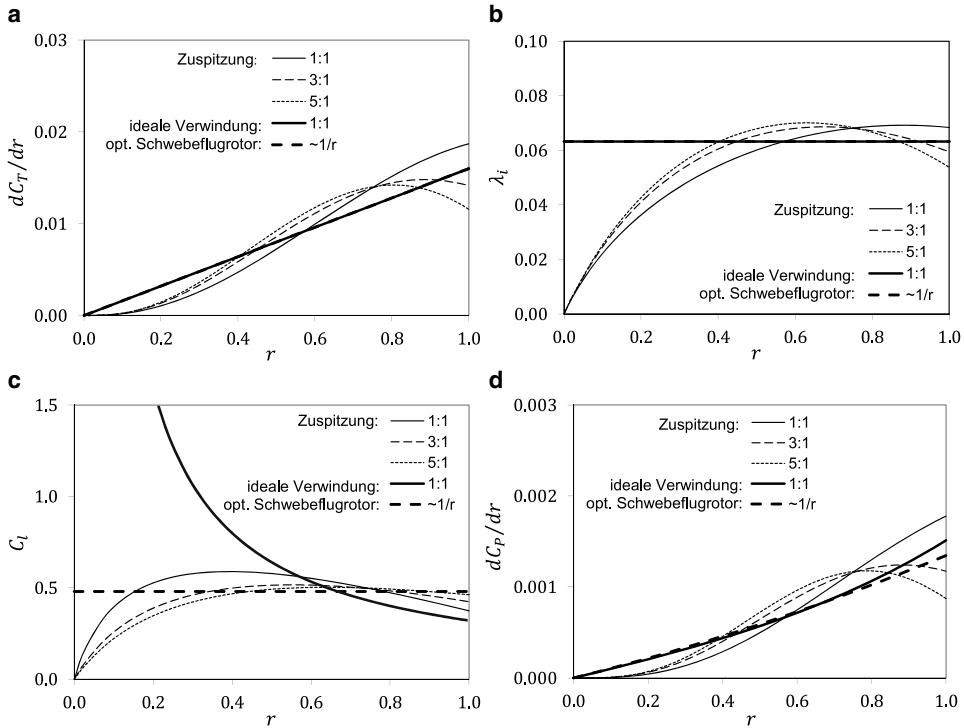
Bei gleicher äquivalenter Flächendichte von linear zugespitzten Rotorblättern und dem optimalen Schwebeflugrotor folgt (die Herleitung erfolgt später), dass der optimale Anstellwinkel dem Schubbeiwert linear proportional sein sollte.

$$\sigma_{\text{tip}} = \frac{2}{3}\sigma_e \quad \alpha_{\text{opt}} = \frac{4C_T}{\sigma_{\text{tip}} C_{l\alpha}} = \frac{6C_T}{\sigma_e C_{l\alpha}} \quad (3.57)$$

Dies ist praktisch jedoch nicht möglich, denn Profile haben nur einen einzigen optimalen Anstellwinkel, bei dem das Gleitverhältnis  $C_l/C_d$  maximal ist. Umgekehrt: für gegebenen Anstellwinkel muss die Profiltiefe an der Blattspitze (und damit am gesamten Rotorblatt wegen  $\sigma = \sigma_{\text{tip}}/r$ ) dem Schubbeiwert angepasst werden, was ebenfalls nicht möglich ist.

Der Einfluss einer Zuspitzung über das gesamte Rotorblatt mit den Verhältnissen  $\sigma_0/\sigma_{\text{tip}} = 1 : 1$  (Rechteckblatt) bis  $5 : 1$  sowie des optimalen Schwebeflugrotors mit hyperbolischer Profiltiefenverteilung auf die Schubverteilung, die induzierte Durchflusssverteilung, den Auftriebsbeiwert und die Leistungsverteilung ist in Abb. 3.14 gezeigt. Dabei wurde eine (bei  $r = 0.75$ ) gleiche Flächendichte der Vergleichbarkeit halber beibehalten, was eine konstante schubgewichtete Flächendichte  $\sigma_e$  bedeutet (siehe späteren Abschnitt). Der Effekt ist dem einer zunehmenden Verwindung recht ähnlich (wenn auch nicht so ausgeprägt), denn es ist prinzipiell egal, ob man für gleichen lokalen Auftrieb bei großer Profiltiefe den Anstellwinkel oder bei gleichem Anstellwinkel die Profiltiefe verkleinert. Daneben ist der Effekt auf den induzierten Durchflusssgrad dargestellt; auch hier findet man ein ähnliches Verhalten wie bereits in Abb. 3.11 gezeigt. Zusätzlich ist in Abb. 3.14 die Auswirkung auf den Auftriebsbeiwert gegeben. Dieser erfährt mit wachsendem Zuspitzungsverhältnis eine Verschiebung der größten Auftriebsbeiwerte zu größeren Radien hin; man vergleiche dazu die Auswirkung einer Verwindung in Abb. 3.11. Der Einfluss des Schubbeiwertes (und damit auch der Flughöhe) auf die radialen Verteilungen von Schub, induziertem Durchflusssgrad, Auftriebsbeiwert und Leistung ist in Anh. 7.7 für eine Variation  $C_T = 0.004, 0.008$  und  $0.016$  zusammengestellt.

Man sieht, dass sowohl der Auftriebsbeiwert als auch die induzierte Geschwindigkeitsverteilung für den optimalen Schwebeflugrotor konstant sind und die Schubverteilung identisch mit der des idealen Rotors ist. Der optimale Schwebeflugrotor benötigt



**Abb. 3.14** Einfluss der Zuspitzung auf die Verteilung verschiedener Größen. **a** Schubverteilung, **b** Induzierter Durchfluss, **c** Auftriebsbeiwert, **d** Leistungsverteilung ( $C_T = 0.008$ ;  $C_{l\alpha} = 5.75$ ;  $\sigma_e = 0.1$ ,  $\Theta_{tw} = -10^\circ$ ,  $C_{d0} = 0.01$ ,  $B = 1$ ;  $\sigma_{tip} = 4\sigma_e/(n + 3)$  und  $\sigma = \sigma_{tip}[n - (n - 1)r]$  für eine lineare Zuspitzung von  $n : 1$ )

jedoch deutlich weniger Leistung vor allem im Außenbereich des Rotorblattes, da dort die Profiltiefe deutlich kleiner als beim Rechteckblatt ist. Für diesen Rotor gelten unter Berücksichtigung von Blattspitzenverlusten, also  $B < 1$ , folgende Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}
 &\text{Induzierter Durchflussgrad:} & \lambda_i &= \frac{1}{B} \sqrt{\frac{C_T}{2}} \\
 &\text{Schubbeiwert:} & C_T &= \frac{\sigma_{tip} C_l B^2}{4} \\
 &\text{Auftriebsbeiwert:} & C_l &= C_{l\alpha} \alpha_{opt} \\
 &\text{Beiwert der induzierten Leistung:} & C_{Pi} &= \frac{\sigma_{tip} C_l B^2 \lambda_i}{4} \\
 &\text{Beiwert der Profilwiderstandsleistung:} & C_{P0} &= \frac{\sigma_{tip} C_{d0}}{6} = \frac{\sigma_e C_{d0}}{9} \quad (3.58)
 \end{aligned}$$

Außerdem erhält man für den Leistungsgütegrad:

$$FM = \frac{\sqrt{\frac{C_T^3}{2}}}{\frac{1}{B} \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} + \frac{\sigma_e C_{d0}}{9}} \quad (3.59)$$

Der Faktor  $B$  berücksichtigt hierbei die Blattspitzenverluste und bewirkt eine Verkürzung der realen Blattlänge; typischerweise wird  $B \approx 0.97$  gesetzt. Dies ist eine Alternative zum bisher verwendeten Verlustfaktor  $\kappa$ . Grundsätzlich wird dieses nur auf den Auftrieb angewendet, während zur Leistungsberechnung der volle Radius in Ansatz kommt (die Spitze liefert aufgrund der Umströmung kaum Auftrieb, aber immer Widerstand). Das Design des optimalen Rotors hängt von den Profilbeiwerten ab und damit vom optimalen Anstellwinkel. Für einen gegebenen Schub und ein gegebenes Profil kann man somit die notwendige Geometrie errechnen

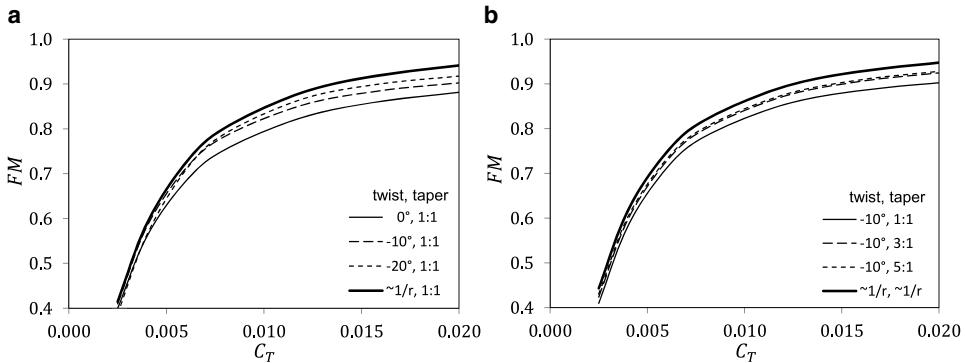
$$\frac{c(r)}{R} = \frac{4\pi C_T}{B^2 N_b C_{l\alpha} \alpha_{\text{opt}} r} \quad (3.60)$$

und die zugehörige Verwindung folgt aus

$$\Theta(r) = \alpha_{\text{opt}} + \frac{\frac{1}{B} \sqrt{\frac{C_T}{2}}}{r} \quad (3.61)$$

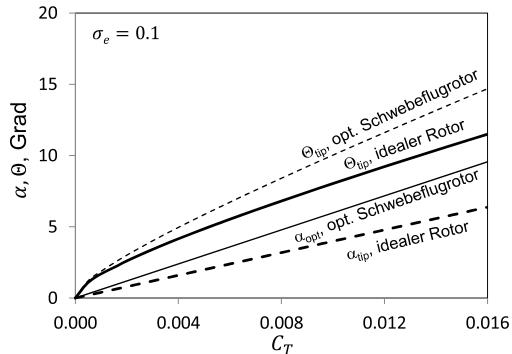
Die zu den genannten Variationen von linearer und idealer Verwindung bei konstanter Profiltiefe sowie linearer Profiltiefenverteilung bei  $-10^\circ$  Verwindung und dem optimalen Schwebeflugrotor gehörigen Leistungsgütegrade im Schwebeflug sind in Abb. 3.15 gezeigt. Man erkennt, dass eine lineare Verwindung eine größere Verbesserung des Leistungsgütegrades ermöglicht als eine lineare Zuspitzung. Der optimale Schwebeflugrotor hat etwas bessere Werte als der ideale Rotor. Beide haben zwar die gleiche induzierte Leistung, aber der ideale Rotor hat eine größere Profilwiderstandsleistung als der optimale Schwebeflugrotor (vorausgesetzt, dass die äquivalente Flächendichte gleich ist), da dieser an der Blattspitze kleinere Profiltiefen hat und dies mit der dritten Potenz des Radius in die Profilleistung eingeht. Die maximalen Leistungsgütegrade liegen in diesen Rechnungen oberhalb von  $FM = 0.9$ , was unrealistisch hoch ist, gute Rotoren kommen kaum über 0.8 hinaus. Das hat mehrere Gründe:

1. es wurde nur ein konstanter Profilwiderstandsbeiwert anstelle einer quadratischen Polare verwendet;
2. ein Strömungsabriss wurde sowohl im Auftrieb wie im Widerstand nicht berücksichtigt;
3. das Rotorblatt beginnt in der Rotormitte statt am Radius des Beginns der Profilierung und
4. es sind keine Blattspitzenverluste eingerechnet worden.



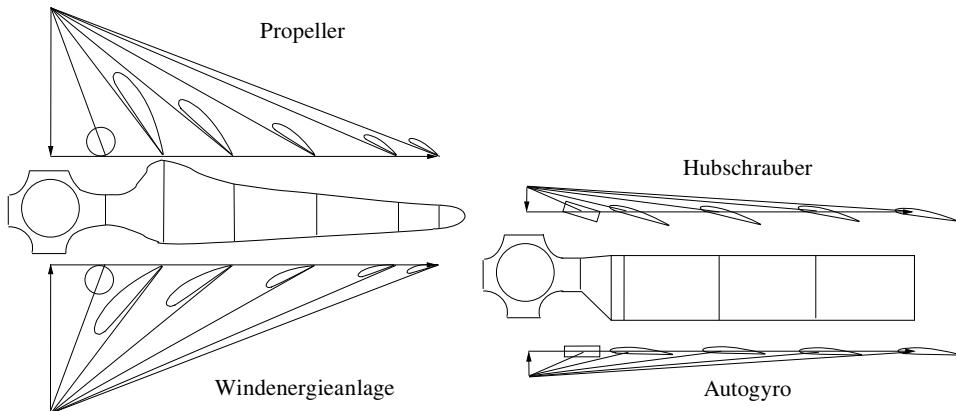
**Abb. 3.15** Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf den Leistungsgütegrad. **a** Verwindung, **b** Zuspitzung ( $C_{l\alpha} = 5.75; \sigma_e = 0.1, C_{d0} = 0.01, B = 1$ )

**Abb. 3.16** Vergleich des optimalen Schwebeflugrotors mit dem idealen Rotor ( $C_{l\alpha} = 5.75; \sigma_e = 0.1, C_{d0} = 0.01, B = 1$ )



Zum Schluss dieser Betrachtungen werden noch die beim optimalen Schwebeflugrotor vorhandenen aerodynamischen Anstellwinkel und dessen Einstellwinkel an der Blattspitze mit dem Einstellwinkel an der Blattspitze des idealen Rotors verglichen, siehe Abb. 3.16. Es fällt auf, dass der Einstellwinkel des optimalen Schwebeflugrotors für alle Schubbeiwerte größer als der des idealen Rotors ist, und zwar im Verhältnis  $\sigma_e/\sigma_{tip} = 3/2$  in diesem Beispiel. Der Grund dafür liegt in dem größeren Anstellwinkel  $\alpha_{\text{opt.}}$ . Da der optimale Anstellwinkel linear mit dem Schub wächst, siehe Gl. 3.57, ist dessen Kurve eine Gerade. Der starke Anstieg des Einstellwinkels an der Blattspitze bei kleinen Schubbeiwerten röhrt von der Abhängigkeit zum induzierten Durchflussgrad her:  $\lambda_h = \sqrt{C_T/2}$ . Aus den vorangegangenen Ausführungen zum idealen Rotor und zum optimalen Schwebeflugrotor lassen sich bereits einige Schlussfolgerungen ziehen:

1. Propeller: sie befinden sich praktisch immer in axialer Anströmung mit sehr großem axialen Fortschrittsgrad, Abb. 3.17a, und erfahren so gut wie keine Querströmung (aerodynamisch gesehen entspricht das dem schnellen senkrechten Steigflug eines



**Abb. 3.17** Prinzipieller Vergleich von Geometrie und Verwindung verschiedener Rotoren. **a** Propeller und Windenergirotoren, **b** Hubschrauber- und Autogyrorotoren

Rotors). Daher ist ihr Strömungszustand immer quasi-stationär und näherungsweise rotationssymmetrisch. Folglich kann man sie gezielt für diesen Zustand auslegen und sie haben eine sehr große nichtlineare Verwindung (bis zu  $-60^\circ/R$  Verwindung) als auch eine nichtlineare Profiltiefenverteilung. Da sie eine große Bandbreite von Schub abdecken müssen, sind sie meist in der Drehzahl verstellbar und obendrein als Verstellpropeller ausgeführt (nur kollektive Blattverstellung) und die Rotorblätter haben keine Gelenke. Die Profilierung erfolgt bis zum Spinner im Zentrum. Sie weisen daher die wesentlichen Elemente des optimalen Schwebeflugrotors auf und besitzen in radialer Richtung viele verschiedene Profile, die den lokalen Strömungsgeschwindigkeiten optimal angepasst sind.

2. Hubschrauberrrotoren: sie befinden sich meist im Vorwärtsflug mit mittlerem bis großem Fortschrittsgrad und nur wenig im Schwebeflug oder senkrechten Steigflug, die axiale Durchströmung ist eher gering, siehe Abb. 3.17b. Der Schub variiert nur gering und aus Gründen der Blattdynamik ist die Drehzahl konstant. Daher muss die Auslegung der Rotorblätter einer großen Bandbreite von Betriebsbedingungen genügen, was einen Kompromiss in vielerlei Hinsicht bedeutet. In der Regel ist eine optimale Auslegung für Schwebeflug ungünstig für den schnellen Vorwärtsflug und umgekehrt. Folglich sind die Verwindungen nur gering (meist zwischen  $-6^\circ/R$  und  $-14^\circ/R$ ) und die Profiltiefe ist entweder konstant oder weicht nur wenig davon ab, außer im Bereich der Blattspitze selbst. Aufgrund der gelenkigen oder gelenk- bzw. lagerlosen Anbindung an den Rotorkopf beginnt die Profilierung erst bei ca.  $0.2R$  und weist bei neueren Rotorblattentwürfen oft bis zu fünf verschiedene Profile über den Radius auf.
3. Autogyrorotoren: sie befinden sich immer im Autorotationszustand im Vorwärtsflug, werden also von unten nach oben durchströmt, Abb. 3.17b, und haben Fortschrittsgrade wie Hubschrauber, aufgrund der geringeren Blattspitzengeschwindigkeit aber

kaum Kompressibilitätseffekte. Die Strömungsverhältnisse würden eine geringe positive Verwindung erfordern, aus Kostengründen wird darauf jedoch verzichtet und die Rotorblätter haben in der Regel aus gleichem Grund eine konstante Profiltiefe als auch ein konstantes Profil. Die Drehzahl ist ungeregelt und muss vom Piloten über die Einstellung der Rotorneigung in einer gewissen Bandbreite gehalten werden.

4. Windenergierotoren: sie befinden sich wie Propeller fast ausschließlich in axialer Anströmung, allerdings in umgekehrter Richtung und mit Blattspitzengeschwindigkeiten, die noch kleiner als die der Autogyros sind; aerodynamisch gesehen entspricht das dem schnellen senkrechten Sinkflug eines Rotors (Windmühlenstadium), Abb. 3.17a. Sie können daher gezielt für diese Betriebsbedingung ausgelegt werden und haben folglich viele Merkmale von Propellern: eine große positive nichtlineare Verwindung (bis zu  $+40^\circ/R$ ) als auch eine nichtlineare Profiltiefenverteilung und bis zu 10 oder mehr verschiedene Profile in radialer Richtung. Die Drehzahl und die kollektive Blattverstellung werden der Windgeschwindigkeit angepasst, so dass eine maximale Energieausbeute resultiert. In der Regel werden ab einer bestimmten Windgeschwindigkeit von ca. 10 bis 12 m/s die Rotoren durch Blattverstellung auf konstanter Drehzahl gehalten, um eine Überlastung der Rotoren zu vermeiden.

### 3.4.6 Zirkulationsverteilung

Bisher wurden Lösungen erzielt, bei denen die Blattelemententheorie zusammen mit der Strahltheorie verwendet wurde. Die klassische Traglinientheorie basiert jedoch auf der Zirkulationsverteilung entlang der Spannweite (hier Radius) und der Induktion des Wirbelnachlaufes hinter dem Flügel, der in der Anwendung auf einen Rotor – insbesondere im Vorwärtsflug – auf enorme Probleme bei der Lösung der Nachlaufgleichungen stößt, was in der spiraligen Geometrie des Nachlaufes seine Begründung findet. Dennoch kann man aus den numerisch gewonnenen Auftriebsverteilungen die gebundene Zirkulationsverteilung ermitteln, ohne den Nachlauf einzeln ermitteln zu müssen, denn der steckt bereits implizit im Durchflussgrad  $\lambda$  drin. Aus der Traglinientheorie erhält man den Zusammenhang zwischen lokalem Auftrieb  $L'$  nach Gl. 3.3 und der gebundenen Zirkulation  $\Gamma$  mit  $V = \Omega y = \Omega R r$  gemäß Kutta-Joukowski.

$$\Gamma = \frac{L'}{\rho V} = \frac{(\rho/2)V^2 c C_l}{\rho V} = \frac{\Omega R c C_l}{2} r \quad (3.62)$$

Verwendet man diesen Ausdruck für den Schubbeiwert aus der Blattelemententheorie und für ideale Verwindung mit konstanter Profiltiefe, Gl. 3.49 mit  $C_{l_{tip}} = C_{l\alpha}(\Theta_{tip} - \phi_{tip})$  und  $C_l = C_{l_{tip}}/r$  sowie  $\sigma = N_b c R / A$ , so folgt

$$\Gamma = \frac{\Omega R c C_{l_{tip}}}{2} \quad \Rightarrow \quad dC_T = \frac{N_b L'}{\rho A (\Omega R)^2} dy = \frac{N_b \rho V \Gamma}{\rho A (\Omega R)^2} dy = \frac{\sigma C_{l_{tip}}}{2} r dr \quad (3.63)$$

Damit ist die gebundene Zirkulation für die ideale Verwindung über den Radius konstant, wie aus Abb. 3.11a mit  $dC_T/dr = \text{linear}$  schon erkennbar war. Folglich gibt es nur zwei Randwirbel, einen an der Blattspitze und einen an der Wurzel, beide mit der Stärke  $\Gamma$ . Während der Blattspitzenwirbel eine Spiralbahn im Raum beschreibt, wird der Wurzelwirbel – bei Annahme von profilierten Blättern bis zur Rotorachse – in der Drehachse senkrecht nach unten wandern und einen Drall in Drehrichtung des Rotors erzeugen. Für die Auftriebsverteilung entlang des Blattes ist dann nur noch der Blattspitzenwirbel maßgeblich, wenn man vom Drall im Rotorstrahl aufgrund der Wurzelwirbel absieht. Der Zusammenhang zwischen dieser Zirkulation und dem Rotorschub liefert für diese ideale Verwindung, dass die Zirkulation der Rotorblätter und damit auch des Blattspitzenwirbelsystems direkt von der spezifischen Rotorblattbelastung  $C_T/\sigma$  abhängt.

$$\frac{C_T}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \int_0^1 dC_T = \frac{\Gamma}{2\Omega R c} \quad (3.64)$$

Für den optimalen Schwebeflugrotor ist  $C_l = C_{l_{\text{opt}}} = C_{l_{\text{tip}}} = \text{const.}$  und  $c = c_{\text{tip}}/r$ , so dass ebenfalls eine konstante Zirkulation folgt.

$$\Gamma = \frac{\Omega R c_{\text{tip}} C_{l_{\text{tip}}}}{2} \quad \Rightarrow \quad dC_T = \frac{\sigma_{\text{tip}} C_{l_{\text{tip}}}}{2} r \, dr \quad (3.65)$$

Alle anderen Rotoren haben eine über den Radius variierende Zirkulationsverteilung und damit eine hinter dem Rotorblatt in den Nachlauf gehende kontinuierliche Wirbeldichte-verteilung der Größe des radialen Gradienten der gebundenen Zirkulationsverteilung, also  $\gamma_w = -d\Gamma/dy$ . Die Berechnung des Einflusses dieses Nachlaufes auf die Rotorblätter wird damit sehr komplex.

### 3.4.7 Blattspitzenverluste

Berücksichtigt man die Blattspitzenverluste aufgrund der Zirkulation der Blattspitzenwirbel wie eben geschildert und nach Prandtl wie in Abschn. 2.2.8 ausgeführt, so wird der lokale Massenstrom in der Strahltheorie mit einer Funktion  $F(r, \lambda)$  gemäß Gl. 2.31 multipliziert. Aus der Gleichsetzung der Ergebnisse der kombinierten Blattementen- und Strahltheorie Gl. 3.35 sowie der reinen Blattemententheorie Gl. 3.15 folgt dann im Schwebeflug ( $\lambda_c = 0, \lambda = \lambda_i$ )

$$\frac{dC_T}{dr} = 4F\lambda_i^2 r \stackrel{!}{=} \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} (\Theta r^2 - \lambda_i r) \quad (3.66)$$

Daraus folgt als Bestimmungsgleichung für den induzierten Durchflussgrad

$$0 = \lambda_i^2 + \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8F} \lambda_i - \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8F} \Theta r \\ \Rightarrow \lambda_i = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16F} \left( \sqrt{1 + \frac{32F}{\sigma C_{l\alpha}} \Theta r} - 1 \right) \quad (3.67)$$

Da  $F$  gemäß Gl. 2.31 eine Funktion von  $\lambda_h$  und damit des Schubbeiwertes ist, kann man diese Gleichung nur iterativ lösen, indem man mit  $F = 1$  beginnt und solange iteriert, bis Konvergenz eintritt; in der Regel nach wenigen Schritten. Für eine Rechnung mit Blattspitzenverlusten sowohl innen wie außen ist das Ergebnis im Vergleich zur Rechnung ohne Blattspitzenverluste in Abb. 3.18 für die Schubverteilung, den induzierten Durchfluss, den Auftriebsbeiwert und das Gleitverhältnis  $C_l/C_d$  dargestellt. Grundlage der Rechnung sind die in Tab. 3.1 angegebenen Parameter eines unverwundenen Rechteckblattes.

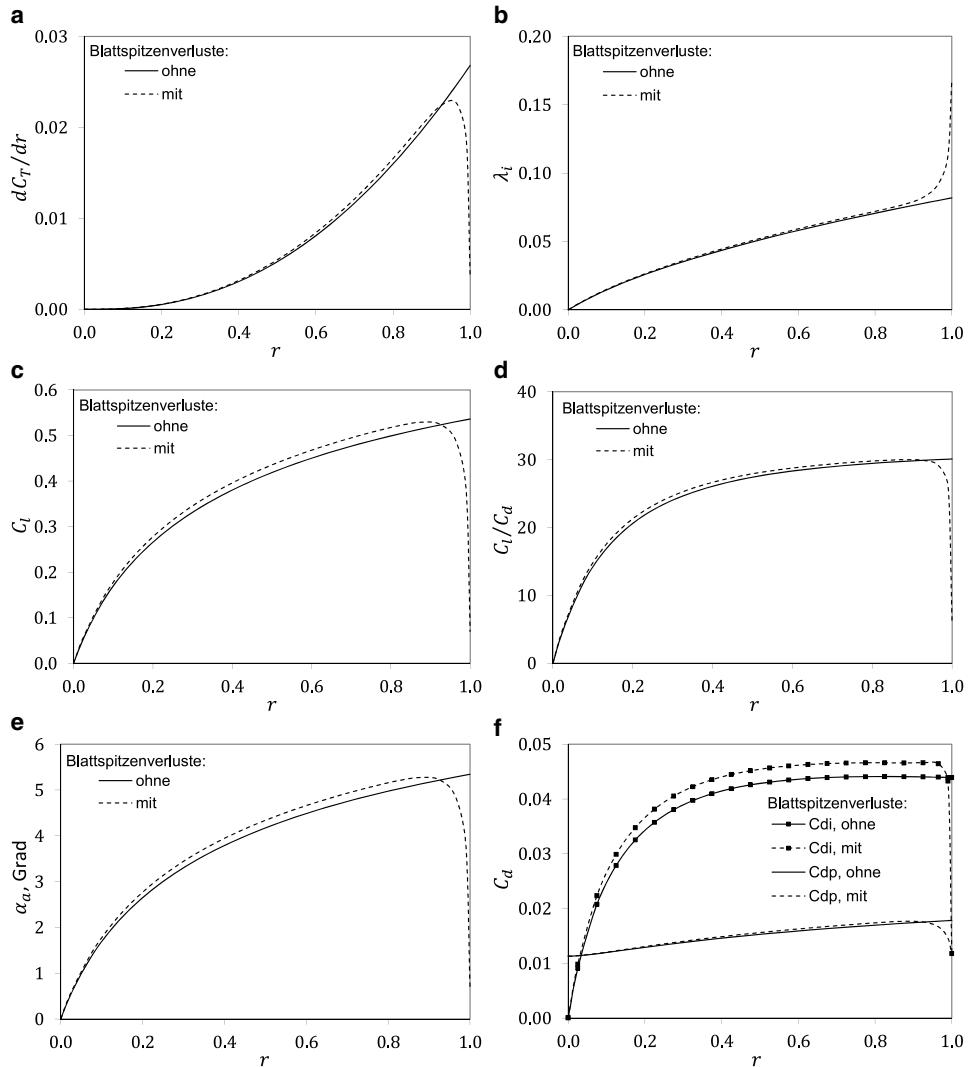
Insbesondere an der Blattspitze sind die Effekte zu sehen, wo im Wesentlichen auf den letzten 5 % des Radius der Auftrieb sehr steil gegen Null abfällt. Bei den Widerstandsbeiwerten wird zwischen dem induzierten Widerstand aus  $C_{di} = C_l \lambda / r$  und dem reinen Profilwiderstand  $C_{dp}$ , bestehend aus Reibung und Druckwiderstand und durch eine quadratische Polare gemäß Gl. 3.14 repräsentiert, unterschieden. Der Leistungsgütegrad beträgt  $FM = 0.67$  in der Rechnung ohne Blattspitzenverluste und  $FM = 0.64$  mit Berücksichtigung dieser Verluste. Der Profilwiderstandsbeiwert an der Blattspitze sinkt bei Berücksichtigung der Blattspitzenverluste, da diese den Anstellwinkel dort zu Null bringen und damit der Widerstandsanteil des quadratischen Teils der Polare,  $C_{d2}\alpha_q^2$ , verschwindet.

Führt man nun noch eine Verwindung ein, so lässt sich der Leistungsgütegrad jedoch verbessern. Dies ist in Abb. 3.19a für den gerade gezeigten Fall (mit und ohne Blattspitzenverluste) ausgeführt. Daraus ist zu erkennen, dass eine Verwindung von etwa  $\Theta_{tw} = -18^\circ$  ( $FM = 0.705$  ohne Berücksichtigung der Blattspitzenverluste) und  $-20^\circ$  ( $FM = 0.695$  mit Berücksichtigung) bei diesem Schubbeiwert zum maximalen Leistungsgütegrad führt. Bei Hubschraubern, die vorwiegend im Schwebeflug eingesetzt werden, findet man daher Verwindungen in genau dieser Größenordnung. Bei positiven Verwindungen sind große Unterschiede aufgrund der Blattspitzenverluste zu finden, da dann an der Blattspitze der dominante Anteil des Auftriebs erzeugt wird. Hochverwundene Blätter verschieben die Auftriebsverteilung weit hin zu inneren Radien und entlasten die Blattspitze, so dass der Auftriebsverlust dort nicht ganz so stark zum Tragen kommt wie bei unverwundenen Blättern und daher der Unterschied der beiden Berechnungen zunehmend verschwindet.

**Tab. 3.1** Parameter der Rechnung zu Abb. 3.18 und Abb. 3.19

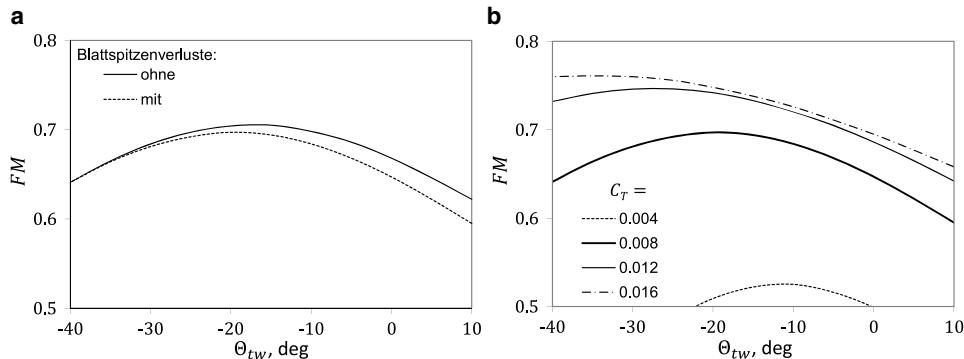
Parameter:	$C_T$	$\sigma$	$N_b$	$\Theta_{tw}$	$C_{d0}$	$C_{d1}$	$C_{d2}$
Wert:	0.008	0.1	4	$0^\circ$	0.0113	0	0.75

Aerodynamische Koeffizienten nach Tab. 2.3



**Abb. 3.18** Beispielrechnung für den Einfluss der Blattspitzenverluste. **a** Schubverteilung, **b** Induzierter Durchflussgrad, **c** Auftriebsbeiwert, **d** Gleitverhältnis, **e** Anstellwinkel, **f** Widerstandsbeiwert (Parameter nach Tab. 3.1)

In Abb. 3.19b ist der Einfluss des Schubbeiwertes auf die optimale Verwindung zu sehen. Für verschwindenden Schub ist auch die Verwindung Null und bei kleinen Schüben ist sie relativ gering, da der größte Anteil der Leistung aus Profilwiderstand stammt. Je mehr der induzierte Widerstand dominiert, umso größer muss auch die optimale Verwindung sein.



**Abb. 3.19** Einfluss einer Blattverwindung auf den Leistungsgütegrad. **a**  $C_T = 0.008$ , **b** Einfluss des Schubbeiwertes (mit Blattspitzenverlusten) (Parameter nach Tab. 3.1, Rechteckblatt)

### 3.4.8 Einfluss der Kompressibilität

Wie bereits zuvor bemerkt wurde, sind die aerodynamischen Beiwerte prinzipiell eine Funktion der Reynolds- und der Machzahl. Im Schwebeflug ist die Blattspitzenmachzahl bei den meisten Hubschraubern bereits in der Größenordnung von ca.  $M_{tip} = \Omega R/a = 0.61\text{--}0.66$  ( $a$  ist die Schallgeschwindigkeit), so dass Kompressibilitätseffekte grundsätzlich eine Rolle zu spielen beginnen. Bis zu einer Machzahl von etwa  $M = 0.8$  kann man für dünne Profile die Prandtl-Glauertsche Ähnlichkeitsregel [16] für kompressible Unterschallströmungen anwenden, die die inkompressiblen Beiwerte mit einem Faktor multipliziert. Die lokale Machzahl ist dabei  $M = V/a = M_{tip}r$ . Auch der Widerstandsbeiwert  $C_{d0}$  erfährt diese Kompressibilitätskorrektur.

$$C_{la}(M) = \frac{C_{la}(M=0)}{\sqrt{1-M^2}} \quad \text{und} \quad C_{d0}(M) = \frac{C_{d0}(M=0)}{\sqrt{1-M^2}} \quad (3.68)$$

Unter der Annahme, dass man mit idealer Verwindung immer noch einen konstanten induzierten Durchflussgrad erhält, folgt für den Schubbeiwert im Schwebeflug mit Kompressibilitätskorrektur des Auftriebsanstieges

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{\sigma C_{la}(M=0)}{2} (\Theta_{tip} - \lambda) \int_0^1 \frac{r}{\sqrt{1 - M_{tip}^2 r^2}} dr \\ &= C_T(M=0) \frac{2}{1 + \sqrt{1 - M_{tip}^2}} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Für  $M_{tip} \rightarrow 0$  erhält man das inkompressible Ergebnis.

Der Einfluss der Kompressibilität auf den bereits erwähnten repräsentativen Radius liegt darin, diesen nach außen zu verschieben. Um die Kompressibilitätseffekte pauschal

zu berücksichtigen, kann man einen effektiven Radius ermitteln. Im inkompressiblen Fall führt das auf  $r_{\text{eff}} = 0.707$ , was für Blattspitzenmachzahlen unter 0.6 ausreichend genau ist. Bei Blattspitzenmachzahlen bis 0.8 ist  $r_{\text{eff}} = 0.75$  besser zutreffend. Allerdings werden die Effekte durch die Blattspitzenverluste etwas abgeschwächt, welche jedoch bei Annäherung an  $M = 1$  weitgehend verschwinden, da eine Umströmung der Blattspitze bei Überschall nicht mehr erfolgt. Eine pauschale Berücksichtigung bei sehr hohen Unterschallmachzahlen ist aber nicht mehr möglich und es kommen nur noch numerische Methoden zum Einsatz, die die lokalen Effekte berücksichtigen.

### 3.4.9 Verschiedene Definitionen der Flächendichte

Bisher wurden nur rechteckige, linear zugespitzte und hyperbolische Blattformen betrachtet. Moderne Rotoren weisen aber durchaus sehr nichtlineare Verteilungen der Profiltiefe und damit der Flächendichte auf. Dann verbleibt die lokale Flächendichte innerhalb des Schubintegrals. Eine rein geometrische Betrachtung liefert dann für die Flächendichte des Rotors

$$\sigma = \frac{\text{Blattfläche}}{\text{Rotorfläche}} = \int_0^1 \sigma(r) dr \quad (3.70)$$

Aus der Aerodynamik der Tragflügeltheorie mit über der Spannweite konstanter Anströmgeschwindigkeit ist die Definition der mittleren Flügeltiefe  $\bar{c}$  bekannt. Diese lautet, wenn eine unverwundene elliptische Zirkulations- und Profiltiefenverteilung und somit ein konstanter Auftriebsbeiwert angenommen wird,

$$\bar{c} = \int_0^1 c(r) dr \quad (3.71)$$

Im Fall eines Rotors wächst die Anströmgeschwindigkeit aufgrund der Rotation der Rotorblätter jedoch linear mit dem Radius und der Staudruck wächst demzufolge quadratisch, so dass für eine äquivalente Flächendichte  $\sigma_e$  (vom engl. equivalent) unter Annahme eines konstanten Auftriebsbeiwertes für den Schubbeiwert geschrieben werden kann

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{C_l}{2} \int_0^1 \sigma r^2 dr \stackrel{!}{=} \frac{C_l}{2} \sigma_e \int_0^1 r^2 dr = \frac{C_l}{2} \frac{\sigma_e}{3} \\ \Rightarrow \sigma_e &= 3 \int_0^1 \sigma r^2 dr = \frac{N_b c_e}{\pi R} \end{aligned} \quad (3.72)$$

Dies definiert die *schubgewichtete* äquivalente Flächendichte  $\sigma_e$  sowie die äquivalente Profiltiefe  $c_e$ . Da im Integral  $r^2$  steht, werden die Profiltiefenverteilungen an der Blattspitze höher gewichtet als im Wurzelbereich des Rotorblattes. Alternativ zur Wichtung mit dem Schub lässt sich auch aus dem Widerstandsmoment eine Beziehung für eine äquivalente Flächendichte und Profiltiefe herleiten. In diesem Fall ist die radiale Koordinate kubisch ( $r^3$ ) im Integral des Widerstandsbeiwertes enthalten (beim Schub: quadratisch in Verbindung mit dem Auftriebsbeiwert). Unter Annahme konstanten Widerstandsbeiwertes und konstanten Durchflusses im Schwebeflug erhält man damit die *leistungsgewichtete* äquivalente Flächendichte. Diese wichtet die Verteilung in Blattspitzennähe noch höher als beim Schub, da das Moment aus Widerstand (proportional zu  $r^2$ ) mal Hebelarm ( $r$ ) besteht. Mit  $\int_0^1 r^3 dr = 1/4$  folgt

$$\sigma_e = 4 \int_0^1 \sigma r^3 dr = \frac{N_b c_e}{\pi R} \quad (3.73)$$

Für den optimalen Schwebeflugrotor (minimale induzierte und minimale Profilverluste) lässt sich die äquivalente Flächendichte analytisch berechnen, da  $\sigma = \sigma_{\text{tip}} / r$  ist.

$$\sigma_e = \begin{cases} 3 \int_0^1 \frac{\sigma_{\text{tip}}}{r} r^2 dr = \frac{3\sigma_{\text{tip}}}{2} & \text{schubgewichtet} \\ 4 \int_0^1 \frac{\sigma_{\text{tip}}}{r} r^3 dr = \frac{4\sigma_{\text{tip}}}{3} & \text{leistungsgewichtet} \end{cases} \quad (3.74)$$

Damit folgt für den Leistungsbeiwert aus Profilwiderstand

$$C_{P0} = \frac{C_{d0}}{2} \int_0^1 \frac{\sigma_{\text{tip}}}{r} r^3 dr = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{\sigma_e C_{d0}}{9} & \text{schubgewichtet} \\ \frac{\sigma_e C_{d0}}{8} & \text{leistungsgewichtet} \end{array} \right\} = \frac{\sigma_{\text{tip}} C_{d0}}{6} \quad (3.75)$$

und es lässt sich der Leistungsgütegrad im Schwebeflug bestimmen

$$FM = \frac{\sqrt{C_T^3/2}}{\kappa \sqrt{C_T^3/2 + \sigma_e C_{d0}/9}} \quad (3.76)$$

Der Leistungsgütegrad des optimalen Schwebeflugrotors ist etwa 2–5 % höher als bei vergleichbaren Rotoren mit Rechteckblättern und idealer Verwindung, da der Profilleistungsanteil kleiner ist, was sich in entsprechender Zunahme von Nutzlast auswirkt. Diese Erkenntnis ist daher für Hubschrauber, die vorwiegend im Schwebeflug zum Einsatz kommen, von Bedeutung und führt zu Blattformen, deren Profiltiefenverteilung der hyperbolischen recht nahe kommt.

Eine allgemeingültigere Definition der äquivalenten Flächendichte kann nur dann berechnet werden, wenn die Verteilung der Auftriebsbeiwerte bekannt ist. Da dies in der Regel vorab nicht bekannt ist, kann nur die Annahme konstanten  $C_l$  weiterhelfen. Meist sind Rotorblätter nur über den äußeren Bereich (z. B. ab  $r = r_1$ ) mit einer linearen Zusitzung auf  $\sigma_{\text{tip}}$  und im inneren Bereich mit konstanter Profiltiefe und somit konstanter Flächendichte  $\sigma = \sigma_1$  versehen. Dann erhält man die schubgewichtete Flächendichte durch abschnittsweise Integration.

$$\begin{aligned}\sigma_e &= 3 \int_0^{r_1} \sigma_1 r^2 dr + 3 \int_{r_1}^1 \left[ \sigma_1 + \frac{\sigma_{\text{tip}} - \sigma_1}{1 - r_1} (r - r_1) \right] r^2 dr \\ &= \sigma_1 \left[ 1 + \left( \frac{\sigma_{\text{tip}}}{\sigma_1} - 1 \right) \frac{3 - r_1 - r_1^2 - r_1^3}{4} \right]\end{aligned}\quad (3.77)$$

Für  $r_1 = 0$  folgt  $\sigma_e = \sigma_1 - 3/4(\sigma_1 - \sigma_{\text{tip}}) = \sigma_{0.75}$ . In analoger Weise lässt sich die Beziehung für die leistungsgewichtete Flächendichte bestimmen. Moderne Rotoren weisen oft eine parabolische Profiltiefenverteilung an der Blattspitze in Kombination mit linearen und konstanten Abschnitten im Innenbereich des Rotorblattes. Hier ist analog vorzugehen und die Integration in die einzelnen Bereiche zu separieren. Schwieriger ist die Behandlung von komplexeren Blattspitzengeometrien wie z. B. des BERP Rotors.

### 3.4.10 Der mittlere Auftriebsbeiwert und der mittlere Anstellwinkel

Der mittlere Auftriebsbeiwert bestimmt sich in sehr ähnlicher Weise derart, dass der Schubbeiwert mit der variierenden Verteilung des lokalen Auftriebsbeiwertes gleich dem Schubbeiwert des mittleren Auftriebsbeiwertes sein soll. Unter Annahme konstanter Flächendichte erhält man für den mittleren Auftriebsbeiwert und den mittleren Anstellwinkel der Rotorblätter:

$$C_T = \frac{\sigma}{2} \int_0^1 C_l r^2 dr = \overline{C}_l \frac{\sigma}{2} \int_0^1 r^2 dr \quad \Rightarrow \quad \overline{C}_l = 6 \frac{C_T}{\sigma} \quad \text{und} \quad \overline{\alpha}_a = \frac{\overline{C}_l}{C_{l\alpha}} + \alpha_0 \quad (3.78)$$

Als Beispiel sei ein  $C_T = 0.008$ ,  $\sigma = 0.1$  und  $C_{l\alpha} = 5.75$  gegeben. Dann folgt mit  $\alpha_0 = 0^\circ$ :  $\overline{C}_l = 0.48$  und  $\overline{\alpha}_a \approx 5^\circ$ . In der Nähe des Beginns der Strömungsablösung bei  $C_T/\sigma = 0.12$  erhält man  $\overline{C}_l = 0.72$  und  $\overline{\alpha}_a \approx 7.5^\circ$ . Bei modernen Profilen tritt hier natürlich noch kein Stall auf, aber dieser Wert repräsentiert ja auch nur ein Mittel sämtlicher radialer Positionen, wo an der Blattspitze wegen der hohen Unterschallmachzahlen der Stallwinkel durchaus sehr viel kleiner sein kann und an der Blattwurzel aufgrund kleiner Machzahlen sehr viel größer. Daher darf der mittlere Auftriebsbeiwert nur als globale Vergleichsgröße

ganz analog zur spezifischen Rotorblattbelastung  $C_T/\sigma$  angesehen werden. Letztere ist die meist gebrauchte Vergleichsgröße.

Bei der Berechnung des mittleren Auftriebsbeiwertes kann man auch die Effekte der Blattspitzenumströmung und den nicht tragenden Blattwurzelbereich dadurch berücksichtigen, dass sich das Integral nicht von  $0 \leq r \leq 1$ , sondern z. B. von  $0.2 \leq r \leq 0.98$  entsprechend  $r_a \leq r \leq B$  erstreckt, also dem üblicherweise profilierten und damit tragenden Teil des Blattes abzüglich der Blattspitzenverluste. Dann erhält man  $\overline{C}_l = 6.4C_T/\sigma$ .

### 3.4.11 Vergleich mit Messungen an Modellrotoren

In einer Artikelserie in *Aero Digest* hat Klemin 1945 [20] Luftschaubenmessungen von Lock (in Glauert 1927 [21]), Durand 1917 und 1919 [22], Fage und Collins 1917 [23], Schmid 1917 [24] und Knight und Hefner 1937 [14] sowie Prewitt 1945 [25] mit den Ergebnissen der Blattelemententheorie verglichen. Insgesamt konnten folgende Schlussfolgerungen gezogen werden:

1. Wenn man einen quadratischen Ansatz für den Profilwiderstandsbeiwert verwendet, die induzierten Geschwindigkeiten entsprechend der Blattelemententheorie berechnet und einen angemessenen Korrekturfaktor verwendet, stimmen die berechneten Werte der Rotorleistung mit den gemessenen gut überein.
2. Der meist verwendete Ansatz eines konstanten mittleren Widerstandsbeiwertes muss kritisch gesehen werden. Es erscheint immer besser, die tatsächliche quadratische Widerstandspolare zu verwenden. Der Nachteil liegt in einer wesentlich höheren Komplexität der resultierenden Ausdrücke, was unter Hinzunahme einer Blattzuspitzung noch komplexer wird.
3. Der errechnete Schub ist in der Regel höher als der gemessene. Dies liegt an oft nicht berechneten Blattspitzenverlusten und der Annahme eines konstanten Auftriebsanstieges  $C_{l\alpha}$ , also an einer Vernachlässigung der Kompressibilität. Beides sollte in der Rechnung enthalten sein.
4. Der lineare Auftriebsanstieg ist bei den üblichen spezifischen Rotorblattbelastungen  $C_T/\sigma$  meist nicht mehr gegeben.
5. Modellrotoren haben aufgrund kleinerer Reynoldszahl einen kleineren Leistungsgütegrad im Schwebeflug als die Großausführung.
6. Da die Theorie gut mit Modellmessungen übereinstimmt, sollte sie auch bei Full-Scale Rotoren stimmen, vorausgesetzt, dass die zugehörigen Änderungen z. B. des Auftriebsgradienten und der Widerstandsbeiwerte hinsichtlich der unterschiedlichen Reynoldszahlen verwendet werden.
7. Ein Rotor mit idealer Verwindung hat eindeutige Vorteile im Schwebeflug.
8. Um die höchstmögliche Leistungsbelastung  $T/P$  zu erzielen, erscheint es ratsam, sowohl eine geringe Blattspitzengeschwindigkeit und einen großen Radius zu verwenden als auch beides mit einer geringen Flächendichte zu kombinieren, um im Bereich

des besten Leistungsgütegrades  $FM$  zu arbeiten. Führt dies allerdings zu sehr großen Schubbeiwerten, ist es besser, mit größerer Flächendichte zu arbeiten, um sich nicht oberhalb des besten Wertes von  $FM$  zu befinden.

9. Insgesamt konnte nachgewiesen werden, dass bisherige Enttäuschungen über schlechte Übereinstimmung von Theorie und Experiment auf folgende Ursachen zurückzuführen sind: eine Tendenz, die Rotoren bei zu hohen Schubbeiwerten jenseits des besten  $FM$  zu betreiben; Vernachlässigung von Blattspitzenverlusten bei der Berechnung des Schubes; Vernachlässigung von Strömungsablösung; Annahme konstanter induzierter Geschwindigkeitsverteilung ohne jede Verwindung; Annahme zu kleiner Profilwiderstandsbeiwerte; Annahme konstanten Profilwiderstandsbeiwertes; Vernachlässigung elastischer Blatttorsion.

### 3.4.12 Schlussfolgerungen

Aus den Betrachtungen der kombinierten Blattementen- und Strahltheorie hat Klemin [20] eine Reihe von interessanten Konsequenzen abgeleitet:

1. Wie auch immer das Rotorblatt entworfen ist, die maximale Steigrate aus dem Schwebeflug heraus erreicht man mit maximaler Leistung und maximaler Drehzahl (sofern diese ein freier Parameter ist).
2. Um die Schwebeflugleistung und die Gipfelhöhe zu erhöhen, ist eine kleine Flächenbelastung  $T/A$  am wirksamsten.
3. Ein größtmöglicher Wert des Leistungsgütegrades  $FM$  führt zu größtmöglichem Schub im Schwebeflug und zu maximaler Flughöhe. Die größtmögliche Steigrate erfordert jedoch einen optimierten Wert der spezifischen Rotorblattbelastung  $C_T/\sigma$ , wie später noch gezeigt werden wird.
4. Eine größere Flächendichte kann die maximale Steigrate erheblich vergrößern.
5. Alle Parameter, die die Schwebeflugleistung erhöhen, vergrößern auch die maximale Schwebeflughöhe.
6. Die Annahme eines konstanten, konservativ gewählten Profilwiderstandsbeiwertes ist zwar bequem, aber zu ungenau. Der tatsächlichen Physik kommt eine quadratische Polare wesentlich näher.
7. Die Empfehlungen für die genannten Parameter zur Erzielung guter Schwebeflugleistungen können durchaus im Konflikt mit den Erfordernissen guter Leistungen im Vorwärtsflug stehen.
8. Die Berechnung der maximalen Steigrate ist sehr stark sowohl von der Blattspitzengeschwindigkeit als auch vom Profilwiderstand abhängig und weniger von der induzierten Leistung, als dies bei der Berechnung der Schwebeflugleistung oder der maximalen Schwebeflughöhe der Fall ist.

## 3.5 Vorwärtsflug

### 3.5.1 Geschwindigkeiten am Blattelement

Insbesondere im Vorwärtsflug findet die Blattelemententheorie Anwendung. Im Gegensatz zum Schwebeflug mit axialen, rotationssymmetrischen Durchströmungsverhältnissen (sogar dies ist beim realen Hubschrauber wegen der Präsenz des Rumpfes auch nicht gegeben) befindet sich der Rotor im Vorwärtsflug im Wesentlichen in einer Längsanströmung mit der Fluggeschwindigkeit und einer axialen Anströmungskomponente. Diese entsteht einerseits durch die – wenn auch geringe – Neigung der Blattspitzenebene und damit auch des Schubes gegen die Flugrichtung zur Erzeugung der Vortriebskraft und andererseits aus der senkrecht auf den Rotor stehenden vom Rotorschub induzierten Geschwindigkeit, die allerdings gemäß den Ergebnissen der Strahltheorie mit wachsender Fluggeschwindigkeit stets an Bedeutung verliert, siehe Abb. 2.22.

In Verbindung mit der rotierenden Bewegung der Rotorblätter entstehen an diesen periodische Änderungen der lokalen Anströmrichtung und -geschwindigkeit, verbunden mit ebensolchen Änderungen in der Mach- und Reynoldszahl. Die zeitlichen Änderungen sind aufgrund der Drehgeschwindigkeit der Rotoren groß, so dass grundsätzlich instationäre nichtlineare kompressible Aerodynamik vorliegt. Außerdem verbleibt der Blattspitzenwirbel aufgrund seiner spiraligen Bahn bis zu zwei Rotordrehungen in unmittelbarer Nähe der Rotorebene und erzeugt ebenfalls ein hochgradig instationäres induziertes Strömungsfeld.

Wegen hoher Unterschallmachzahlen bis  $M_{\text{tip}} > 0.9$  treten im schnellen Vorwärtsflug Stoßeffekte und gleichzeitig an der rücklaufenden Seite wegen großer Anstellwinkel Ablöseeffekte auf. Trotz all dieser komplexen physikalischen Vorgänge kann man mit geeigneten Vereinfachungen einigermaßen brauchbare Ergebnisse erhalten, solange man die Gültigkeitsbereiche dieser Annahmen nicht verlässt. Mit den in Abb. 3.1 gegebenen Definitionen folgt näherungsweise für den differentiellen Beitrag zum Schub und Widerstand des Blattelementes ( $V \approx V_T$ ;  $\phi \approx V_P/V_T$ ):

$$\begin{aligned} F'_z &= L' \cos \phi - D' \sin \phi & \approx L' & = \frac{\rho}{2} c C_{l\alpha} (\Theta V_T^2 - V_P V_T) \\ F'_x &= L' \sin \phi + D' \cos \phi & \approx L' \phi + D' & = \frac{\rho}{2} c [C_{l\alpha} (\Theta V_P V_T - V_P^2) + C_d V_T^2] \\ F'_y &= -L' \sin \beta & \approx -F'_z \beta & \end{aligned} \tag{3.79}$$

Aufgrund der Fluggeschwindigkeit erhält die lokale tangentielle Anströmgeschwindigkeit  $V_T$  eine Komponente aus der Fluggeschwindigkeit in der Rotorebene ( $V_\infty \cos \alpha$ ) und der momentanen azimutalen Position des Rotorblattes ( $V_\infty \cos \alpha \sin \psi$ ), die definitionsgemäß in der hinteren Lage ( $\psi = 0^\circ$ ) mit Null beginnt, an der vorlaufenden Seite ( $\psi = 90^\circ$ )  $V_\infty \cos \alpha$  beträgt (egal, welchen Drehsinn der Rotor hat!) und an der rücklaufenden Seite ( $\psi = 270^\circ$ ) negativ wird:  $-V_\infty \cos \alpha$ . Dabei wird angenommen, dass das Rotorblatt nur kleine Durchbiegungen bzw. Bewegungen in vertikaler Richtung erfährt, was aufgrund

der großen Fliehkräfte gerechtfertigt ist. Die vertikale Geschwindigkeit am Blattelement setzt sich im Wesentlichen aus drei Anteilen zusammen. Dies ist zunächst der Anteil der Fluggeschwindigkeit, der aufgrund der Neigung der Rotorebene diese von oben (oder ggf. von unten) wie eine Steig- bzw. Sinkgeschwindigkeit im Axialflug anströmt,  $V_\infty \sin \alpha$ . Zu dieser addiert sich die induzierte Geschwindigkeit  $v_i$  und Vertikalgeschwindigkeiten aus einer Schlagbewegung.

Da das Rotorblatt eine mittlere Durchbiegung (bzw. Schlagauslenkung  $\beta$ , engl. coning = mean flap angle) einnimmt, entsteht eine aus der Fluggeschwindigkeit in der Rotor-ebene stammende periodisch variierende vertikale Komponente ( $V_\infty \cos \alpha \sin \beta \cos \psi$ ). Schließlich führt das Blatt aufgrund der dynamischen Lasten eine dynamische Schlagbewegung um das Schlaggelenk bei  $y = y_\beta$  aus, deren Bewegungsgeschwindigkeit  $\dot{\beta}$  ebenfalls eine vertikale Geschwindigkeitskomponente darstellt:  $(y - y_\beta)\dot{\beta}$ . Der aerodynamisch effektive Kontrollpunkt befindet sich bei 3/4 der Profiltiefe (dies ist ein Ergebnis der instationären inkompressiblen Profiltheorie) und zur Berechnung des Anstellwinkels aus der Normalgeschwindigkeit an diesem Punkt kommt noch ein Anteil aus der Steuerung (um eine in der Regel bei 1/4 der Profiltiefe liegende Achse) und aus der elastischen Torsionsbewegung um die elastische Achse (ebenfalls in der Nähe der Steuerachse) hinzu:  $(c/2)\dot{\Theta}$ , siehe Abb. 3.1. Die radial in Blattlängsrichtung zeigende Geschwindigkeitskomponente ist im Wesentlichen von der Fluggeschwindigkeit und der azimutalen Lage bestimmt,  $V_\infty \cos \alpha \cos \psi$ , und ist daher gleich Null bei  $\psi = 90^\circ$  und  $270^\circ$  und gleich  $V_\infty \cos \alpha$  in der vorderen und hinteren Lage bei  $\psi = 0^\circ$  und  $180^\circ$ . Diese Komponente erzeugt eine Schräganströmung am Blattelement.

Mit Annahme starrer Blätter und Blattbewegungen um ein Schlaggelenk bei  $y = y_\beta$  sowie ein Schwenkgelenk bei  $y = y_\zeta$  folgt ( $\cdot = d/dt$ )

$$\begin{aligned} V_T &= \Omega y + V_\infty \cos \alpha \sin \psi - (y - y_\zeta)\dot{\zeta} + \frac{c}{2}\dot{\Theta} \sin \Theta \\ V_P &= v_i - V_\infty \sin \alpha \cos \beta + V_\infty \cos \alpha \cos \psi \sin \beta + (y - y_\beta)\dot{\beta} \\ V_{P,3c/4} &= V_P - \frac{c}{2}\dot{\Theta} \cos \Theta \\ V_R &= V_\infty \cos \alpha \cos \psi \cos \beta - V_\infty \sin \alpha \sin \beta \end{aligned} \quad (3.80)$$

Bei Betrachtung der lokalen Aerodynamik wird die radiale Komponente in der Regel vernachlässigt, da sie bei anliegender Strömung keine Beiträge zum Auftrieb liefert. In der Nähe zum Stallwinkel jedoch kann sie diesen zu erheblich größeren Anstellwinkeln verschieben, was bei sehr großen Fluggeschwindigkeiten und/oder großer spezifischer Rotorblattbelastung eine wichtige Rolle spielt. Durch Bezug auf die Blattspitzengeschwindigkeit erhält man die Komponenten in dimensionsloser Form mit Annahme kleiner Anstell-, Einstell-, Schlag-, Schwenk- und Torsionswinkel  $\alpha, \alpha_a, \Theta, \beta, \zeta$  und  $\vartheta$  sowie Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung wie folgt. Dabei finden die Abkürzungen  $* = \cdot/\Omega = d/(\Omega dt)$  für die dimensionslose zeitliche Ableitung,  $r = y/R$  für die dimensionslose radiale Koordinate und die sogenannte reduzierte Frequenz an der Blattspitze  $k_{\text{tip}} = c/(2R)$  Verwendung. Da diese üblicherweise kleine Werte um etwa 0.03 annimmt,

kann dieser Term meist vernachlässigt werden, außer bei höherfrequenten Schwingungen.

$$\begin{aligned}\overline{V}_T &= \frac{V_T}{\Omega R} \approx r - (r - e_\zeta) \dot{\zeta} + \mu \sin \psi \\ \overline{V}_P &= \frac{V_P}{\Omega R} \approx \lambda + (r - e_\beta) \dot{\beta} + \mu \beta \cos \psi \\ \overline{V}_{P,3c/4} &\approx \overline{V}_P - k_{\text{tip}} \dot{\Theta} \\ \overline{V}_R &= \frac{V_R}{\Omega R} \approx \mu \cos \psi\end{aligned}\quad (3.81)$$

Allein eine Betrachtung dieser Geschwindigkeiten am Rotorblatt liefert folgende Aussagen (aus [20]):

1. Da  $\overline{V}_T \sim r + \mu \sin \psi$  ist, erfährt das vorlaufende Blatt eine größere Anströmgeschwindigkeit als das rücklaufende. Entsprechend größer sind die Unterschiede im Staudruck, da dieser proportional zu  $\overline{V}_T^2$  ist.
2. Da  $\alpha_a = \Theta - \overline{V}_{P,3c/4}/\overline{V}_T$  ist, wird der Einströmwinkel am vorlaufenden Blatt kleiner als am rücklaufenden und entsprechend der aerodynamische Anstellwinkel am vorlaufenden Blatt größer als am rücklaufenden, wenn der Steuerwinkel konstant bleibt.
3. Beide zusammen, größerer Staudruck und größerer Anstellwinkel, führen am vorlaufenden Blatt zu größerem Auftrieb und Widerstand als am rücklaufenden Blatt.
4. Folglich, wenn das Blatt starr am Rotorkopf befestigt ist, wird ein Rollmoment entstehen. Dieser Effekt hat einige Pioniere der Hubschrauberei veranlasst, Koaxialrotoren zu verwenden, um das Moment des einen Rotors durch ein gleich großes des anderen Rotors zu kompensieren. Juan de la Cierva hingegen führte deswegen ein Schlaggelenk in unmittelbarer Nähe zum Rotorzentrum ein, um das Moment am Ort des Gelenks verschwinden zu lassen, die Blattbiegemomente im Blatthals gering zu halten und den Rotor insgesamt momentenfrei zu machen, denn an den Gelenken kann kein Moment, sondern nur eine Querkraft übertragen werden.
5. Wegen des größeren Auftriebes an der vorlaufenden Seite wird sich das Rotorblatt dort aufwärts bewegen, was aufgrund der Bewegungsgeschwindigkeit den Anstellwinkel wieder reduziert. Auf der rücklaufenden Seite wird die Abwärtsgeschwindigkeit des Blattes den Anstellwinkel entsprechend erhöhen.
6. Allerdings erzeugt diese Schlagbewegung auch Corioliskräfte in der Schwenkrichtung, erhöhte Vibrationen und außerdem wird die Blattspitzenebene durch die Schlagbewegung nach hinten geneigt, was sowohl ein Nickmoment als auch eine Längskraft erzeugt, die beide einen Steuereingriff erfordern, um einen getrimmten Zustand aufrecht zu erhalten.
7. Da jedes Rotorblatt eine andere momentane Schlaglage aufweist, kompensieren sich die Zentrifugalkräfte nicht mehr, egal, wie gut man den Rotor ausgewuchtet hat.

In  $V_T$  ist der Anteil der Schwenkgeschwindigkeit  $\dot{\zeta}$  bei kleinen Amplituden gegenüber des Anteils aus der Rotation meist vernachlässigbar, ebenfalls der Anteil des Steuerwinkels.

Auch in  $V_P$  wird der Anteil des Einstellwinkels  $\dot{\Theta}$  meist vernachlässigt, was, solange die Amplituden und Frequenzen klein sind, auch genügend genau ist. Bei großen Fortschrittsgraden wird allerdings auch eine große Steuerwinkelamplitude benötigt; außerdem stellt sich in der Regel dann noch eine elastische Blatttorsion mit nennenswerten Amplituden und vor allem auch höheren Frequenzen ein, so dass dieser Term dann sehr an Bedeutung gewinnt.

Sowohl die Schlag-, Schwenk-, Torsions- und Steuerbewegungen sind eine Funktion des Azimutwinkels (bei elastischen Blättern zusätzlich auch der radialen Position) als auch die induzierten Geschwindigkeiten, wie schon angesprochen. Für die Blattbewegung des gelenkig angeschlossenen, ansonsten starren Blattes kann man im eingeschwungenen Zustand die Annahme machen, dass sie periodisch abläuft und eine entsprechende Fourierreihe ansetzen; die höheren Frequenzen (im Sinne von Vielfachen der Rotordrehfrequenz) werden wegen der Massenträgheit des Blattes verschwindende Amplituden aufweisen. Bei Berücksichtigung der Blattelastizität aller drei Freiheitsgrade sind die in den Fourierreihen enthaltenen Koeffizienten zusätzlich alle eine Funktion der radialen Koordinate  $r$ . Der Steuerwinkel des Piloten beinhaltet das Kollektiv ( $\Theta_0$ ) und die zyklische Steuerung ( $\Theta_S, \Theta_C$ ), während ein aktives Steuersystem wie die individuelle Blattsteuerung (IBC = individual blade control) noch die darüber liegenden ganzzahligen Vielfachen der Rotor-drehfrequenz  $n = 2, 3, 4$  und höher bis  $N_{IBC}$  ansprechen kann.

$$\begin{aligned}\Theta &= \Theta_0 + \sum_{n=1}^{N_{IBC}} (\Theta_{nC} \cos n\psi + \Theta_{nS} \sin n\psi) \\ \beta &= \beta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi) \\ \zeta &= \zeta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\zeta_{nC} \cos n\psi + \zeta_{nS} \sin n\psi) \\ \vartheta &= \vartheta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\vartheta_{nC} \cos n\psi + \vartheta_{nS} \sin n\psi)\end{aligned}\quad (3.82)$$

Die von den Blattspitzen- und Blattwurzelwirbeln sowie den Wirbelschleppen entlang der gesamten Spannweite aller Rotorblätter erzeugten induzierten Geschwindigkeiten sind dann zwar auch periodisch, aber aufgrund der komplexen Geometrie des Nachlaufsystems nicht mehr analytisch zu bestimmen. Ihnen kommt aber eine hohe Bedeutung zu, da ihr konstanter Wert und die niederfrequenten Anteile wesentliche Auswirkungen auf Schub, Leistung und Vibrationen haben.

$$v_i = v_{i0}(r) + \sum_{n=1}^{\infty} [v_{inC}(r) \cos n\psi + v_{inS}(r) \sin n\psi] \quad (3.83)$$

Durch Multiplikation der an den Luftkräften beteiligten Komponenten entsteht eine große Bandbreite von Frequenzen, da  $\bar{V}_T$  proportional zu 0 und 1/rev ist, das im Staudruck ent-

haltenen Quadrat davon also 0 bis 2/rev beinhaltet und mit dem Pilotensteuer (0 und 1/rev) multipliziert wird. Folglich entsteht daraus bereits eine Bandbreite von 0–3/rev. Hinzu kommen im aerodynamischen Anstellwinkel alle Frequenzen der elastischen Blattbewegung sowie die in den induzierten Geschwindigkeiten enthaltenen Frequenzen. Daraus ist leicht zu erkennen, dass das Problem der Rotorberechnung außerordentlich komplex ist.

### 3.5.2 Bereich rückwärtiger Anströmung

Wie aus Gl. 3.81 hervorgeht, liegt der Bereich mit rückwärtiger Strömung innerhalb eines Kreises mit dem Durchmesser  $\mu$  auf der rücklaufenden Seite des Rotors und wird eingegrenzt durch die Forderung

$$\bar{V}_T = 0 \quad \Rightarrow \quad r = -\mu \sin \psi \quad (3.84)$$

Da die Rotorblätter üblicherweise erst bei einem Radius von  $r \approx 0.2$  beginnen, ist der Wirkungsbereich rückwärtiger Strömung auf  $0.2 < r < -\mu \sin \psi$  beschränkt und die Effekte erst ab Fortschrittsgraden von etwa  $\mu > 0.5$  signifikant. Für konventionelle Hubschrauber ( $\mu < 0.4$ ) kann man sie daher vernachlässigen, da in diesem Bereich nur geringe Staudrücke vorliegen und die Fehler in der Auftriebs-, Widerstands- und Leistungsrechnung gering bleiben. Bei Compound-Hubschraubern können jedoch Fortschrittsgrade bis 1 oder sogar noch größer auftreten, so dass bei denen die rückwärtige Strömung genauer betrachtet werden muss.

Im Fall rückwärtiger Anströmung wird die Profilhinterkante angeströmt und die Luftkräfte wirken bei  $(3/4)c$ . Somit erzeugt der Auftrieb auch ein Moment um die Blattachse, die üblicherweise bei  $c/4$  liegt. Wegen großer positiver Einstellwinkel im Innenbereich der rücklaufenden Seite wird das Profil in der Regel von hinten und von oben angeströmt und es wird Abtrieb erzeugt; der Widerstand zeigt in Drehrichtung des Rotors und wirkt antreibend, reduziert also den Leistungsbedarf ein wenig. Das aufgrund des Hebelarmes zwischen dem Angriffspunkt der Luftkräfte und der Blattdrehachse entstehende aerodynamische Moment ist aufnickend ( $F'_z \gg F'_x \Theta$ )

$$M_{c/4} = -(F'_z \cos \Theta + F'_x \sin \Theta) \frac{c}{2} \approx -F'_z \frac{c}{2} \quad (3.85)$$

und kann bei höheren Fortschrittsgraden zu erheblicher elastischer Torsion des Rotorblattes führen, da selbst geringe Auftriebe aufgrund des großen Hebelarmes zu nennenswerten Momenten führen. Mit Hilfe der Strömungskomponenten berechnet man den Anstellwinkel im Gebiet rückwärtiger Anströmung wie im Gebiet normaler Anströmung, nur resultiert ein Abtrieb daraus, was durch eine Umformulierung des Staudruckes erreicht wird, indem anstelle  $\bar{V}_T^2$  nun  $|\bar{V}_T| \bar{V}_T$  verwendet wird. Die Berechnung der aerodynamischen Schlag-, Schwenk- und Torsionsmomente erfordert eine Integration über den Radius, folglich muss auf der rücklaufenden Seite das Integral entweder in zwei Bereiche aufgeteilt werden oder es wird wie bei normaler Anströmung immer ab innen berechnet

und dann um folgendes Integral korrigiert:

$$\int_0^1 \text{sign}(\bar{V}_T) f(r, \psi) dr = \int_0^1 f(r, \psi) dr - 2 \int_0^{-\mu \sin \psi} f(r, \psi) dr \quad (3.86)$$

Dieser letzte Korrekturterm führt zum Beispiel für das Schlagmoment im Bereich  $180^\circ < \psi < 360^\circ$  zu folgendem Ausdruck (unter Annahme eines zentralen Schlaggelenkes und konstanten induzierten Durchflusses), siehe Johnson [26]:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{M}_\beta = & -\frac{\Theta}{12} (\mu \sin \psi)^4 + \frac{\Theta_{tw}}{30} (\mu \sin \psi)^5 + \frac{\lambda}{6} (\mu \sin \psi)^3 \\ & - \frac{\overset{*}{\beta}}{12} (\mu \sin \psi)^4 + \frac{\beta}{6} \mu \cos \psi (\mu \sin \psi)^3 \end{aligned} \quad (3.87)$$

Die größten Auswirkungen sind natürlich bei  $\psi = 270^\circ$  zu finden, wo sich der Bereich rückwärtiger Anströmung radial am weitesten erstreckt und  $\sin \psi = -1$  wird. Dort erhält man

$$\Delta \bar{M}_\beta = -\frac{\Theta}{12} \mu^4 - \frac{\Theta_{tw}}{30} \mu^5 - \frac{\lambda}{6} \mu^3 - \frac{\overset{*}{\beta}}{12} \mu^4 \quad (3.88)$$

Wegen der hohen Potenzen von  $\mu$  werden diese Einflüsse erst bei Werten von  $\mu > 0.5$  spürbar, darunter sind sie von höherer Ordnung und meist vernachlässigbar. Außerdem wirken sie nur auf der rücklaufenden Seite des Rotors und haben daher für die Gesamtheit der wirkenden Kräfte und Momente einer vollständigen Umdrehung des Rotorblattes ebenfalls nur einen begrenzten Einfluss. Bei Compoundhubschraubern jedoch werden Fortschrittsgrade bis 1 und sogar darüber erreicht und daher sind bei solchen Konfigurationen die Einflüsse rückwärtiger Anströmung von großer Bedeutung.

### 3.5.3 Modellierung der induzierten Geschwindigkeiten

Parallel zu den analytischen und numerischen Fortschritten in der Behandlung der Hubschrauberrotoren sind auch experimentelle Untersuchungen durchgeführt worden, um für diejenigen Modellierungen, die sich der Analysis entziehen, brauchbare Gesetzmäßigkeiten zu gewinnen; insbesondere trifft dies auf die induzierten Geschwindigkeiten zu. Bereits 1949 wurden von Brotherhood und Stewart lokale Geschwindigkeiten und damit auch die induzierten Geschwindigkeiten ermittelt, indem die Verformung einer Stromröhre – durch Rauch sichtbar gemacht – fotografiert und vermessen wurde [27]. Sie fanden heraus, dass die Zunahme der induzierten Geschwindigkeiten in Längsrichtung des Rotors in etwa linear verläuft.

Eine weitere umfangreiche Messung wurde von Heyson und Katzoff 1957 durchgeführt [28]. Bis heute sind viele weitere Experimente sowohl am fliegenden Hubschrauber,

aber vor allem im Windkanal an Modellen mit verschiedensten Messtechniken (früher qualitativ mittels Foto, dann mittels (Hitzdraht-)Sonden, heute optische Verfahren: Laser Doppler Velocimetry (LDV), Particle Image Velocimetry (PIV)) durchgeführt worden. Vor allem im Übergangsbereich vom Schwebeflug zum Vorwärtsflug ( $0 < \mu < 0.15$ ) finden sehr große nichtlineare Variationen der mittleren induzierten Geschwindigkeit innerhalb der Rotorebene statt; bei hohen Fluggeschwindigkeiten  $\mu > 0.15$  liegen im Wesentlichen lineare Gradienten vor. Daher sind entsprechende mathematische Modelle linear aufgestellt worden. Das bekannteste wurde bereits 1926 von Glauert beschrieben [5].

$$\lambda_i = \lambda_0(1 + k_x r \cos \psi) = \lambda_0(1 + k_x x) \quad \text{mit} \quad \lambda_0 = \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} = \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \quad (3.89)$$

Im Schwebeflug ist  $\mu = 0$ ,  $k_x = 0$ ,  $\lambda = \lambda_0 = \lambda_h$  und dies liefert die bekannte Lösung  $\lambda_h = \sqrt{C_T/2}$ . Die Steigung in Längsrichtung wurde mit  $k_x = 1.2$  von Glauert angegeben, was an der Front des Rotors sogar einen gewissen Bereich mit induziertem Aufwind beschreibt. Dies ist zunächst verwunderlich, wird aber plausibel, wenn man sich vorstellt, dass der Blattspitzenwirbel eines vorauslaufenden Rotorblattes bis zum Eintreffen des nächsten Blattes ja bereits einiges stromab getragen wurde, so dass die Spitze des folgenden Blattes dessen Aufwindseite zu spüren bekommt. Aufgrund der Asymmetrie der Anströmbedingungen ist die Zirkulation der Blattspitzenwirbel an der rücklaufenden Seite des Rotors größer als an der vorlaufenden Seite und demzufolge kann ein lateraler Gradient ebenfalls in Betracht kommen.

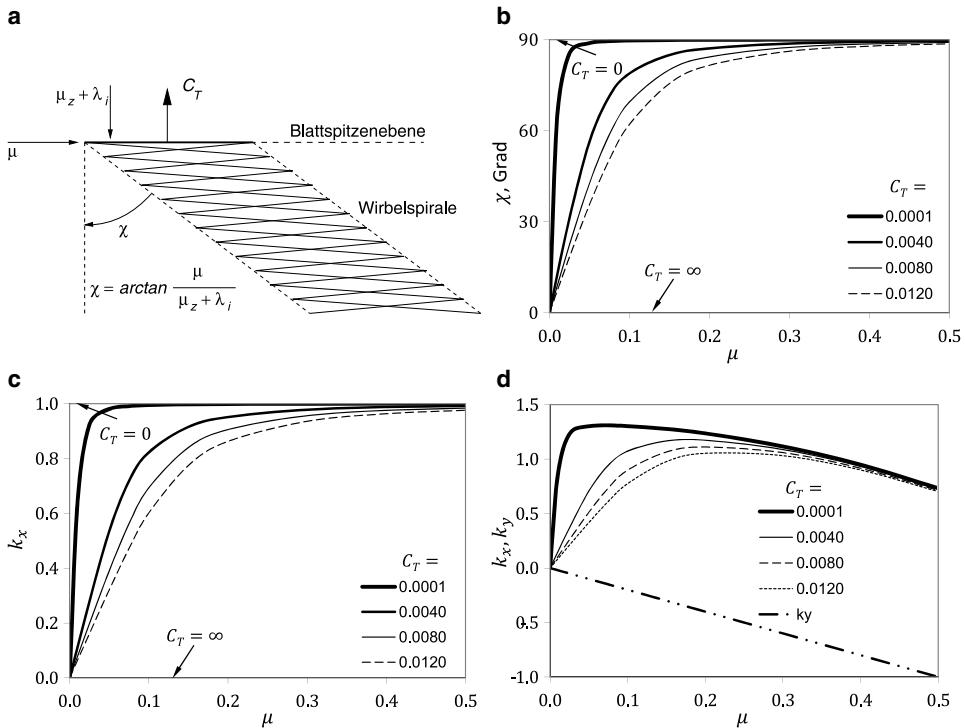
$$\lambda_i = \lambda_0(1 + k_x r \cos \psi + k_y r \sin \psi) = \lambda_0(1 + k_x x + k_y y) \quad (3.90)$$

Die Kunst liegt nun darin, die Gradienten  $k_x$  und  $k_y$  zu ermitteln. Erste Ansätze dazu hatte Coleman 1945 mit Hilfe eines starren Wirbelzylindermodells gemacht [15], 1959 hatte Payne mittels einer modifizierten Strahltheorie ebenfalls Schätzwerte erhalten [29]. Eine verbreitete Näherung lautet

$$k_x = \tan \frac{\chi}{2} \quad \text{mit} \quad \chi = \arctan \frac{\mu}{\lambda} \quad (3.91)$$

Darin ist  $\chi$  der Abstromwinkel zwischen der Normalen zur Blattspitzenebene und dem Wirbelzylinder. Dieser Zusammenhang ist in Abb. 3.20 für den Abstromwinkel und die beiden Gradienten  $k_x$  und  $k_y$  dargestellt. Bei höheren Fortschrittsgraden wird der Abstromwinkel schnell zu  $90^\circ$  und  $k_x \rightarrow 1$ , also wird mit diesem Modell eher ein etwas zu kleiner Gradient erzeugt. Ein weithin viel benutztes Modell stammt von Meijer-Drees und wurde 1949 mit Hilfe der Wirbeltheorie entwickelt [30].

$$k_x = \frac{4}{3} \frac{1 - \cos \chi - 1.8\mu^2}{\sin \chi} \quad k_y = -2\mu \quad (3.92)$$



**Abb. 3.20** Abhängigkeit des Abstromwinkels zur Blattspitzenebene vom Fortschrittsgrad. **a** Definition des Abstromwinkels  $\chi$ , **b** Abstromwinkel, **c** Abwindgradient  $k_x = \tan(\chi/2)$ , **d**  $k_x, k_y$  nach Meijer-Drees [30] ( $\alpha = 0^\circ$ )

Im Schwebeflug sind  $\mu = \gamma = 0$  und damit die Gradienten Null, bei  $\mu \approx 0.2$  ist  $k_x \approx 1.1$  und wird wieder kleiner für noch größere  $\mu$ , während der Quergradient  $k_y$  proportional zum Fortschrittsgrad immer negativer wird. Das heißt, an der vorlaufenden Seite wird ein reduzierter und an der rücklaufenden Seite ein erhöhter Abwind erzeugt. Das Vorzeichen hängt damit von der Drehrichtung des Rotors ab. Diese laterale Asymmetrie findet ihre physikalische Erklärung darin, dass auf der vorlaufenden Seite wegen der großen Staudrücke, also auch großen Geschwindigkeiten, die Zirkulation der Blattspitzenwirbel kleiner ist als auf der rücklaufenden Seite mit entsprechend kleineren Geschwindigkeiten. Bei gleichem Auftrieb  $L'$  ist ja die Zirkulation invers proportional zu  $V$ , da  $\Gamma \sim L'/V$ .

### 3.5.4 Modellierungen höherer Ordnung

Die bisherigen Modelle zur Beschreibung des induzierten Durchflusses liefern einen stationären sowie einen periodischen Anteil, der eine Schwingung pro Umdrehung aufweist (1/rev; vom engl. revolution). Durch die Kopplung mit dem Staudruck (der Anteile von 0–

2/rev beinhaltet) und dem Steuerwinkel (0–1/rev) sowie den elastischen Blattbewegungen in Schlägen, Schwenken und Torsion (0–ca. 10/rev) ist die gesamte Dynamik im lokalen Anstellwinkel bereits eine breit besetzte Fourierreihe. Ist der induzierte Durchflussgrad auf den Bereich 0–1/rev begrenzt, so lassen sich damit lediglich Aussagen für die stationären Leistungen eines Rotors gewinnen.

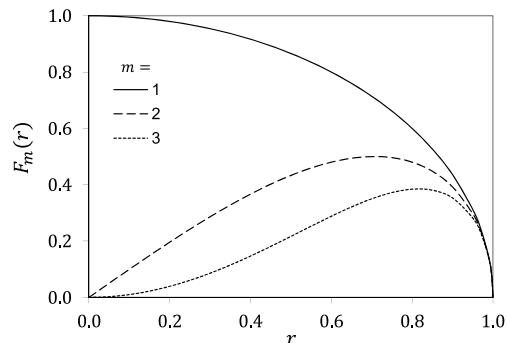
Für Vibrationsuntersuchungen muss jedoch das Spektrum bis ca.  $(N_b + 2)/\text{rev}$  bei einem Rotor mit  $N_b$  Blättern der Physik entsprechend besetzt sein, um einigermaßen die Dynamik abschätzen zu können. Für Lärmuntersuchungen sind die Anforderungen an das Spektrum der induzierten Geschwindigkeiten noch wesentlich höher, nämlich bis ca.  $40N_b/\text{rev}$ . In Realität liefert der Wirbelnachlauf eines Rotors wegen der kleinen Wirbeldurchmesser eine bis in sehr hohe Frequenzen (eben  $40N_b/\text{rev}$  und mehr) reichende Fourierreihe, von der natürlich die stationären und niederfrequenten Anteile die größten sind. Die hohen Frequenzen sind jedoch für die Lärmentstehung von fundamentaler Bedeutung und deren korrekte Simulation entsprechend wichtig.

Um die grundlegenden dynamischen Anteile des induzierten Durchflusses für Vibrationsuntersuchungen ohne diskretes Wirbelmodell bereitzustellen, haben Mangler und Squire 1948/50 auf der Potentialtheorie basierende Ergebnisse in Form einer Fourierreihe ermittelt [31]. Dabei wurde der Nachlauf als eine auf einen Abstromzylinder beschränkte Wirbeldichtevertteilung angesehen und die Rotorebene als Aktuatorscheibe betrachtet, die bestimmte radiale Druckverteilungen aufweist, welche aber nicht vom Umlaufwinkel abhängen. Diese Druckverteilungen sind folgendermaßen definiert

$$\Delta p \sim r^{m-1} \sqrt{1 - r^2} = F_m(r) \quad m = 1, 2, 3 \quad (3.93)$$

und in Abb. 3.21 dargestellt. Die Funktion für  $m = 1$  entspricht einer elliptischen Auftriebsverteilung, die die Rotorscheibe als kreisförmige Tragfläche betrachtet und der Näherung von Glauert für große Fluggeschwindigkeiten entspricht. Die beiden anderen Verteilungen entsprechen eher denen einer Schubverteilung eines Drehflüglers. In jedem Fall verschwindet der zugrunde gelegte Auftrieb jedoch an der Blattspitze, wo der Abstromzyliner ansetzt. Die Ergebnisse der induzierten Durchflussverteilung liegen als Fourierreihe

**Abb. 3.21** Die Ansatzfunktionen für die Schubverteilung nach Mangler/Squire [31]



vor, deren Koeffizienten eine Funktion des Anstellwinkels der Blattspitzenebene des Rotors sowie der radialen Koordinate sind.

$$\lambda_i = \frac{2C_T}{\mu} \sum_{n=0}^{\infty} c_n(r, n) f^n(\alpha) \cos(n\psi) \quad (3.94)$$

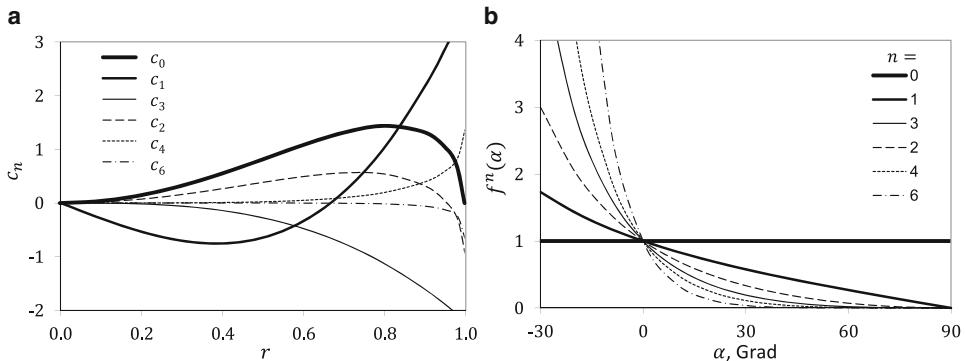
Bramwell [32] hat eine Umformulierung derart vorgenommen, dass

$$\frac{\lambda_i}{\lambda_0} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(r, n) f^n(\alpha) \cos(n\psi) \quad \text{mit} \quad f^n(\alpha) = \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}}^n \quad (3.95)$$

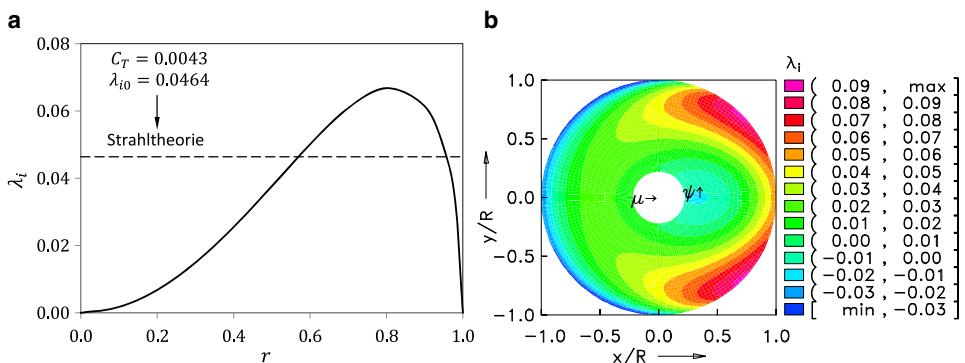
und den Koeffizienten:

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{15}{4} r^2 \sqrt{1 - r^2} \\ c_1 &= \frac{15\pi}{64} (9r^3 - 4r) \\ c_3 &= -\frac{45\pi}{64} r^3 \\ c_n &= 0 \quad n = 5, 7, 9, \dots \\ c_n &= (-1)^{n/2} \frac{15}{2} \left[ \left( \frac{\sqrt{1 - r^2} + n}{n^2 - 1} \right) \frac{3 - 9r^2 + n^2}{n^2 - 9} + \frac{3\sqrt{1 - r^2}}{n^2 - 9} \right] \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - r^2}}{1 + \sqrt{1 - r^2}}}^n \\ n &= 2, 4, 6, \dots \end{aligned} \quad (3.96)$$

Da die Auftriebsverteilung eine Funktion des induzierten Durchflussgrades  $\lambda_i$  ist und a priori unbekannt, muss man entweder eine iterative Rechnung durchführen und die dem Abwind zugrunde liegenden Ansatzfunktionen dem Rechenergebnis entsprechend gewichten, oder mit einer festen Mischung der Ansatzfunktionen arbeiten, wie von Bramwell 1976 vorgeschlagen [32]. Allerdings hat dessen Version den Nachteil, den Vorfaktor  $2C_T/\mu$  durch  $4\lambda_0$  ersetzt zu haben, was zwar im Schwebeflug keine Unstetigkeit mehr erzeugt, dafür aber eine Näherung nur für höhere Geschwindigkeiten  $\mu > 0.1$  darstellt, auch wenn dieser Faktor eine Nutzung im gesamten Geschwindigkeitsbereich suggeriert (Interpretation von Leishman, [33]). Dennoch liefert dieses Modell sinnvolle Amplituden im induzierten Durchflussgrad in den interessierenden Frequenzen 2–6/rev, so dass damit sowohl Leistungs- als auch Vibrationsuntersuchungen gemacht werden können. Die Funktionen  $c_n$  und  $f^n(\alpha)$  sind in Abb. 3.22 dargestellt; deren von  $r$  abhängiger Teil stellt Formfunktionen dar und der von  $\alpha$  abhängige Teil ist eine zugehörige Amplitude. Als Beispiel seien zwei Ergebnisse des Manglermodells für die Verteilung der induzierten Geschwindigkeiten gegeben, eines im Schwebeflug ( $\mu = 0$ ) und eines im langsamen Vorwärtsflug mit  $\mu = 0.1$  und  $\alpha = 0^\circ$ . In Abb. 3.23 ist die Schwebeflugglösung stationär, also rotationssymmetrisch und die radiale Verteilung weist ein Maximum bei etwa  $r = 0.8$



**Abb. 3.22** Koeffizienten des Abwindmodells nach Mangler. **a** Von  $r$  abhängiger Teil, **b** Von  $\alpha$  abhängiger Teil



**Abb. 3.23** Verteilung der induzierten Geschwindigkeiten des Manglermodells. **a** Schwebeflug,  $\mu = 0$ , **b** Vorwärtsflug,  $\mu = 0.1$  ( $C_T = 0.0043, \alpha = 0^\circ$ )

auf. Im Innenbereich sind die induzierten Geschwindigkeiten wesentlich kleiner als in der Strahltheorie angenommen. Außerdem ist im Vorwärtsflug zu erkennen, dass im vorderen Bereich der Rotorebene eine kleine Aufwindzone existiert (dort ist  $\lambda_i < 0$ ), nach hinten nimmt der induzierte Durchflussgrad zu. Die radiale Verteilung ist sehr nichtlinear und weist die größten induzierten Geschwindigkeiten an der Blattspitze im ersten und vierten Quadranten auf. Weitere Modellierungen, insbesondere für Untersuchungen hinsichtlich dynamischer Flugmanöver, stammen von Peters und He, beginnend in 1981, die die Koeffizienten  $\lambda_0$ ,  $k_x$  und  $k_y$  als Differentialgleichung in Abhängigkeit des Schubes und der aerodynamischen Roll- und Nickmomente beschreiben, [34]. Der Gradient in  $x$ -Richtung lautet hier:

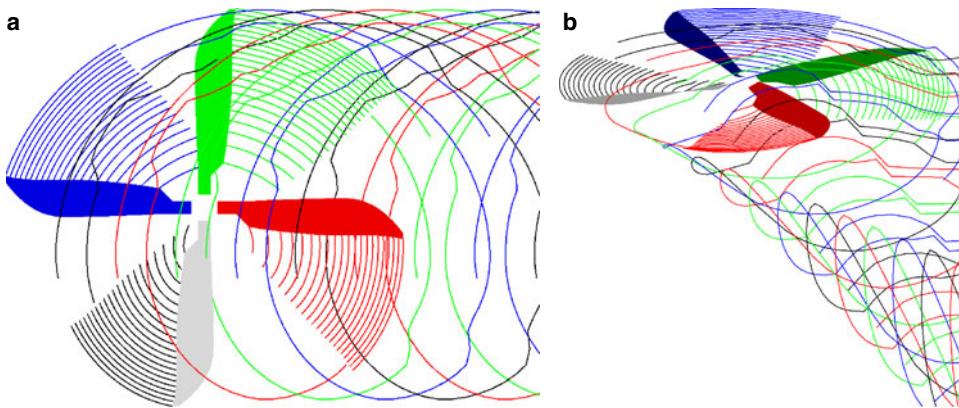
$$k_x = \frac{15\pi}{32} \tan \frac{\chi}{2} \quad (3.97)$$

**Abb. 3.24** Blattspitzenwirbel am Hubschrauber Bo105 des DLR (© André Bauknecht, DLR)

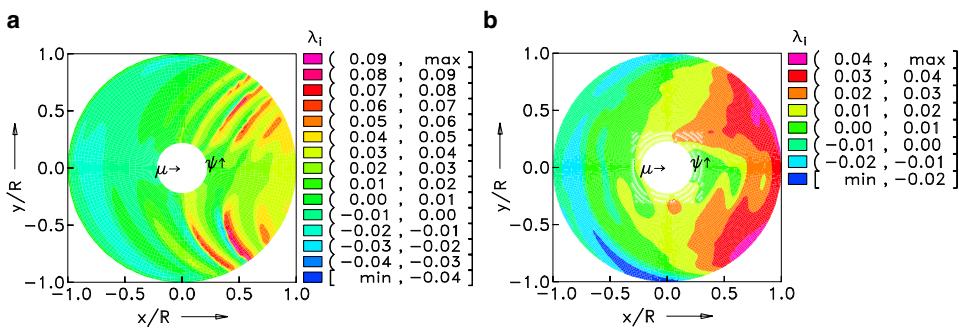


Noch weitergehende Modellierungen beinhalten das gesamte System der Blattspitzenwirbel und der hinter dem Blatt in die Strömung entlassenen Wirbeldichteverteilung. Eine Diskretisierung in ein Wirbelgitter mit Längswirbeln (deren Stärke sich aus den radialen Gradienten der am Blatt gebundenen Zirkulation ergibt) und Querwirbeln (deren Stärke sich aus dem azimutalen Gradienten ergibt, in der Regel eine Größenordnung kleiner als die Stärke der Längswirbel) für jedes Rotorblatt liefert die induzierten Geschwindigkeiten an jedem Blattradius und Azimut. Diese Form der Nachlaufmodellierung wird grundsätzlich in zwei Typen kategorisiert, nämlich die mit einer anhand des Betriebszustandes ( $C_T$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$ ) berechneten vorgegebenen bzw. starren Geometrie und die mit frei sich ausbildender Geometrie. Diese Blattspitzenwirbelsysteme sind in aller Regel nicht sichtbar, nur bei sehr hoher Luftfeuchtigkeit kondensiert der Wasserdampf im Wirbelkern, wo aufgrund der großen Umfangsgeschwindigkeit ein starker Unterdruck sowie eine geringere Dichte herrscht. Ein Beispiel ist in Abb. 3.24 gegeben, wo der Forschungshubschrauber Bo105 des DLR im Schwebeflug solche Wirbel gut sichtbar erzeugt. Nach etwa einer halben Umdrehung ist die Druckzunahme im Wirbelkern so groß, dass das Kondensat wieder in Luftfeuchte umgewandelt ist und der Wirbel unsichtbar wird. Die Sichtbarkeit der Blattspitzenwirbel basiert hier auf einer Messtechnik, welche sich die Dichteänderung im Wirbelkern zu Nutze macht.

Aufbauend auf zahlreichen Messungen ist ein klassischer Vertreter der starren Wirbelmodelle das sogenannte *UTRC Generalized Wake Model* von Egolf und Landgrebe 1983 [35], als auch eine relativ einfache, aber den Aufrollvorgang an beiden Seiten des Wirbelsystems näherungsweise simulierende Modellierung von Beddoes 1985 [36]. Eine weitere Berücksichtigung der periodischen Anteile der Auftriebsverteilung auf die vertikale Konvektion der Wirbelspiralen wurde von van der Wall 1999 entwickelt und lässt sich jedem solchen Starrwirbelmodell superponieren. Dies ermöglicht die näherungsweise Berechnung der induzierten Geschwindigkeiten mit einem starren Wirbelmodell auch bei aktiver Rotorsteuerung [37]. Auch die von der Rumpfumströmung resultierende Beeinflussung des Wirbelsystems lässt sich näherungsweise vorweg berechnen und in prescribed wake und free-wake Modelle integrieren (van der Wall, 2010, [38]). Als Beispiel für eine vorgegebene Wirbelgeometrie nach [37] ist in Abb. 3.25 ein Teil eines solchen Wir-



**Abb. 3.25** Schematische Darstellung des Wirbelsystems eines Rotors im Vorwärtsflug. **a** Draufsicht, **b** Perspektivische Ansicht



**Abb. 3.26** Induziertes Geschwindigkeitsfeld eines Wirbelgitterverfahrens. **a** ungefiltert, **b** 0–6/rev tiefpassgefiltert (Bo105 Modellrotor,  $C_T = 0.0044$ ,  $\mu = 0.15$ ,  $\alpha = 4.5^\circ$ )

beltsystems schematisch dargestellt (nur die Längswirbel), was die Komplexität deutlich werden lässt. Die Interaktion von Blattspitzenwirbeln mit den daran vorbeifliegenden Rotorblättern stellt teilweise ein sehr hochfrequentes aerodynamisches Ereignis dar, das dementsprechend in der Rotorakustik von Bedeutung ist und als Blatt-Wirbel Interaktionslärmbenzeichnet wird (engl. BVI: blade-vortex interaction noise). Als Beispiel sei hier das mit einem prescribed wake Verfahren [37] für den Sinkflug des Bo105 Modellrotors berechnete Feld induzierter Geschwindigkeiten in Abb. 3.26a dargestellt. Deutlich sind die von BVI stammenden hochfrequenten Änderungen im ersten und vierten Quadranten der Rotorebene zu erkennen. In Abb. 3.26b ist nur der niederfrequente Anteil im Frequenzbereich bis 6/rev enthalten, was qualitativ mit dem Mangler-Modell in Abb. 3.23b übereinstimmt. Die Geometrie des Wirbelsystems mit Hilfe eines free-wake Verfahrens zu ermitteln ist eine – im Vergleich zu prescribed wake – ausgesprochen rechenintensive Angelegenheit, da zu jedem Zeitpunkt die Induktion aller Wirlsegmente auf alle Knotenpunkte des

Wirbelgitters ermittelt werden muss. Daher gibt es viele vereinfachende Annahmen, um die Rechenzeiten in Grenzen zu halten. Grundlegende Arbeiten auf dem Gebiet sind von Landgrebe 1969 [39] und Scully 1975 gemacht worden [40]; ein besonderes Verfahren zur numerischen Stabilität wurde 1995 von Bagai und Leishman eingeführt [41].

Als Beispiel für die benötigte Rechenleistung sei folgende Überschlagsrechnung gegeben: mit  $N = 20$  radialen Blattelementen ist die Anzahl der hinter dem Blatt in die Strömung entlassenen Wirbelsegmente je Zeitschritt  $N + 1$ . Eine gute azimutale Diskretisierung erfordert  $N_{\psi,w} = 72$  Segmente je Umdrehung, so dass jedes Wirbelsegment eine Länge von  $\Delta\psi_w = 360^\circ/N_{\psi,w} = 5^\circ$  aufweist. Mit  $N_b = 4$  Rotorblättern und  $N_{rev,w} = 4$  Umdrehungen der Wirbelspirale je Rotorblatt folgen in der Summe

$$N_t = N_b(N + 1)N_{\psi,w}N_{rev,w} = 24\,192 \quad (3.98)$$

Längswirbelsegmente (der Index  $t$  stammt vom engl. trailed vortex segments). Da es sich um eine zeitlich variierende Zirkulationsstärke am Rotorblatt handelt, werden die Knotenpunkte des Nachlaufsystems auch mit quer liegenden Wirbeln versehen, so dass ein komplettes Wirbelgitter entsteht. Die Anzahl dieser Wirbelsegmente (mit dem Index  $s$  vom engl. shed vortex elements) ist mit den vorgenannten Werten

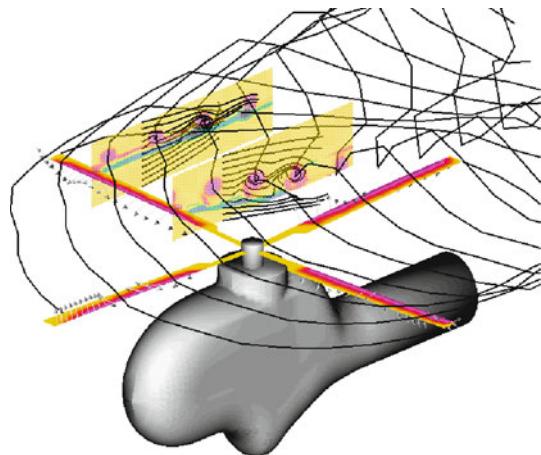
$$N_s = N_b N N_{\psi,w} N_{rev,w} = 23\,040 \quad (3.99)$$

Um eine periodisch konvergente Lösung zu erhalten, werden in der Regel etwa  $N_{rev} = 6$  Rotordrehungen gerechnet werden müssen, wobei eine Zeitschrittweite von  $\Delta\psi = 1^\circ \rightarrow N_\psi = 360^\circ/\Delta\psi = 360$  notwendig ist, wenn akustische Ergebnisse berechnet werden sollen, da dies eine mindestens notwendige Rechenschrittweite für die Berechnung von Blatt-Wirbelinteraktionen darstellt. Folglich ist die Induktion aller Segmente ( $= N_t N_s$ ) und aller Traglinienwirbel der Rotorblätter ( $= N_b N_s$ ) auf alle Knoten ( $= N_t(N_s + 1)$ ) und auf die Kontrollpunkte auf den Rotorblättern ( $= N_b N_s$ ) zu  $N_{rev} N_\psi = 6 * 360 = 2160$  Zeitpunkten zu berechnen. In der Summe resultieren also

$$[(N_t + N_b)N_s][N_t(N_s + 1) + N_b N_s]N_\psi N_{rev} = 6.7 * 10^{20} \quad (3.100)$$

Einzelberechnungen der Induktion eines Wirbelsegmentes auf irgendeinen Knoten mit Hilfe des Biot-Savartschen Induktionsgesetzes. Diese exorbitante Zahl stellt enorme Ansprüche einerseits an die Rechenleistung und andererseits an die Speicherkapazität von Computern; daher wurden zahlreiche Methoden zur Reduktion des Rechenbedarfes entwickelt. Außerdem sind diese Verfahren prädestiniert für massiv parallele Rechnerarchitekturen, was z. B. in [42] gezeigt wurde. Ein Beispiel eines Ergebnisses einer solchen free-wake Rechnung ist in Abb. 3.27 gezeigt. Der Mehraufwand von free-wake Verfahren gegenüber prescribed wake besteht darin, alle Wechselwirkungen (Interferenzen) innerhalb des Nachlaufs zu berechnen. Im prescribed wake müssen  $(N_t + N_b)N_s N_b N_s N_\psi N_{rev}$  Induktionen berechnet werden (alle Wirbelemente auf alle Blattaufpunkte), so dass sich

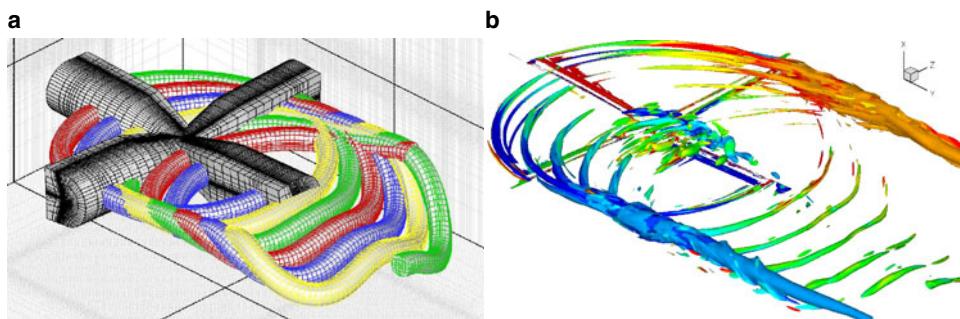
**Abb. 3.27** Free-wake Ergebnis des Wirbelsystems eines Rotors im Sinkflug (Bo105 Modellrotor,  $\mu = 0.15$ ,  $C_T/\sigma = 0.056$ ,  $C_{Mx} = C_{My} = 0$ ,  $\Theta_{FP} = -6^\circ$ ; vom gesamten Wirbelsystem sind nur die Blattspitzenwirbel dargestellt)



das Verhältnis des Aufwandes folgendermaßen darstellt:

$$\frac{N_{\text{prescribed}}}{N_{\text{free-wake}}} = \frac{N_b N_s}{N_t(N_s + 1) + N_b N_s} \approx \frac{1}{(N + 1)N_{\psi,w} N_{\text{rev},w}} \approx \frac{1}{6000} \quad (3.101)$$

Mit CFD-Verfahren (engl. computational fluid dynamics) versucht man auch, die Wirkung der Blattspitzenwirbel auf Rumpf und Rotorblätter numerisch zu berechnen, was im Vergleich zu Wirbelgittermethoden noch einmal einige Zehnerpotenzen mehr an Rechenzeit erfordert. Aufgrund der kleinen räumlichen Erstreckung der Wirbel stellt die Erhaltung derselben die Anforderung an mehrere Hundert Millionen Zellen der Raumdiskretisierung, in denen die Strömungsgleichungen zu lösen sind. Außerdem haben die meisten Verfahren eine numerische Dissipation, die die Wirbelerhaltung für den erforderlichen Zeitraum von mindesten zwei Umdrehungen des Rotors fast unmöglich macht. Auch hier



**Abb. 3.28** CFD Rechennetz zur Wirbelkonservierung. **a** Rechennetz, **b** Wirbel in der Strömung (© Markus Dietz, IAG Stuttgart)

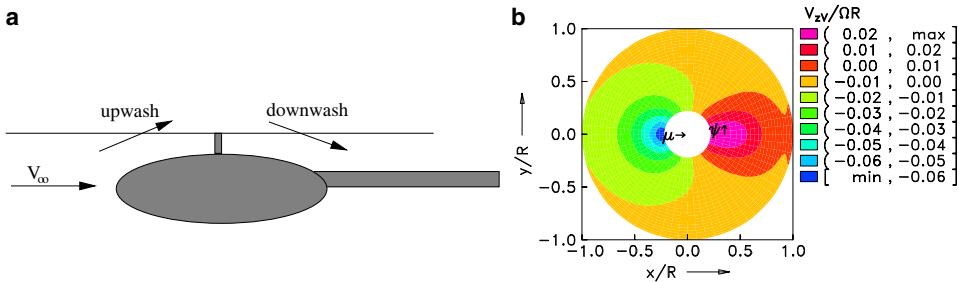
kommen verschiedene Verfahren in Ansatz, um die Anzahl der Zellen und damit die Gesamtrechenzeit in Grenzen zu halten, z. B. werden die vermuteten Aufenthaltsräume der Wirbel mit eigenen feinmaschigen Rechennetzen abgedeckt, wie in Abb. 3.28 gezeigt.

### 3.5.5 Interaktionsaerodynamik

Unter diesem Stichwort versteht man die meistens gegenseitigen Wechselwirkungen verschiedener umströmter Körper. Im vorangegangenen Abschnitt waren dies die Blattspitzenwirbel eines Rotorblattes, die mit nachfolgenden Rotorblättern in Interaktion treten können, was eine einseitige Interaktion des Wirbels auf die Aerodynamik am damit in Kontakt tretenden Rotorblatt hat, nicht aber zurück auf das den Wirbel erzeugenden Blatt. Eine gegenseitige Wechselwirkung besteht dann, wenn der eine aerodynamische Störung erzeugende Körper an einem anderen aerodynamisch wirksamen Körper eine wie auch immer geartete Beeinflussung dessen Aerodynamik (und damit dessen Kräfte und Momente) bewirkt und dieser Effekt wiederum Störungen in der Strömung erzeugt, welche auf den Verursacher zurückwirken und auch an diesem eine Änderung der Kräfte und Momente hervorrufen. Meistens sind in Simulationsprogrammen solche Wechselwirkungen entweder gar nicht oder nur einseitig wirkend modelliert, sind aber auch bei konventionellen Hubschraubern durchaus von Bedeutung. Bei unkonventionellen Entwürfen wie zum Beispiel den elektrisch betriebenen eVTOL-Geräten, wo oft viele Rotoren, Propeller, Flügel, Rumpf und Ausleger auf engem Raum beieinander liegen wird die Interaktionsaerodynamik immer bedeutender, ist aber weitgehend unbekannt.

Eine solche wechselseitige Interaktion stellt sich zum Beispiel beim Anblasen des Rumpfes durch den vom Rotorschub induzierten Abwind ein, der am Rumpf primär eine in Abwindrichtung wirkende Kraft erzeugt; im Schwebeflug also eine nach unten gerichtete Kraft, die dem Gesamtgewicht hinzu addiert werden muss, so dass der Rotor also mehr Schub als nur das Gewicht des Hubschraubers erzeugen muss. Umgekehrt übt der Rumpf durch seine Verdrängungsströmung eine Induktion im Wesentlichen auf die Innenbereiche der Rotorebene aus, was ähnlich wie ein Bodeneffekt wirkt. In der Summe wird aber unter Einbeziehung dieser gegenseitigen Wechselwirkung mehr Leistung benötigt als für den isolierten Rotor mit einem Schub, der nur dem Hubschraubergewicht entspricht. Mit zunehmender Fluggeschwindigkeit wird dies mehr und mehr eine einseitige Wechselwirkung, denn gemäß Strahltheorie nimmt die vom Schub induzierte Geschwindigkeit schnell ab und nähert sich asymptotisch für sehr große Geschwindigkeiten Null, während sich die von der Rumpfumströmung induzierte Geschwindigkeitsverteilung in der Rotorebene linear mit der Fluggeschwindigkeit erhöht. Im schnellen Vorwärtsflug erhält man daher im Bereich vor dem Rotorzentrum ein Aufwindfeld, während hinter dem Rotorzentrum aufgrund der Verjüngung des Rumpfquerschnittes ein Abwind induziert wird. Ein Beispiel für einen solchen Zustand ist in Abb. 3.29 gegeben.

Je näher der Rumpf am Rotor ist und je größer die Rumpfabmessungen sind, um so größer sind auch die Auswirkungen, insbesondere auf die Rotorleistung und Vibrationen.



**Abb. 3.29** Vom Rumpf induzierte Geschwindigkeiten im schnellen Vorwärtsflug. **a** Prinzip der Rumpfumströmung, **b** Geschwindigkeitsfeld in der Rotorebene

Ein prominentes Beispiel für die Bedeutung dieser gegenseitigen Wechselwirkung ist die Sikorsky UH-60, welche aufgrund der Spezifikationen für Laderaumgröße und maximaler äußerer Abmessungen zunächst einen sehr nah über dem Rumpf angebrachten Rotor hatte. In der Flugerprobung erreichte der Rotor jedoch die vorhergesagten Leistungen nicht und hatte auch sehr große Vibrationen. Mittels Windkanalmessungen an einem Modell fand man heraus, dass der Rotor-Rumpf-Abstand die Ursache war und führte eine abnehmbare Mastverlängerung ein. Dies ist sehr ausführlich in [44] beschrieben.

Im Schwebeflug erhält man daher sowohl im vorderen wie im hinteren Bereich der Rotorebene über dem Rumpf eine Art Bodeneffekt, was für das umlaufende Rotorblatt im Wesentlichen eine induzierte Geschwindigkeitsverteilung darstellt, die aus einem konstanten und einem 2/rev Anteil besteht und damit hinsichtlich einer Trimmrechnung vorwiegend im kollektiven Steuerwinkel Auswirkungen hat. Im schnellen Vorwärtsflug hat man aufgrund des Aufwindfeldes vorne und des Abwindfeldes hinten primär eine 1/rev-Störung, die in der Trimmrechnung zu einem größeren Quersteuer  $\Theta_C$  führt. Ohne Einbeziehung dieses Effektes wird dieser Winkel im Vergleich von Simulationsrechnungen mit Flugmessungen daher meist zu klein berechnet. Eine Literaturübersicht und die Beschreibung eines halb-empirischen Modells zu dieser Problematik finden sich in [43].

Eine weitere Form wechselseitiger Induktion erfahren die Heckrotoren, die seitlich am Heckausleger oder Seitenleitwerk angeordnet sind, denn in der Regel führt diese Anordnung dazu, dass die auf der Saugseite des Heckrotors gelegenen Teile des Auslegers oder Seitenleitwerks die Strömung behindern und turbulent machen und damit die Heckrotorwirksamkeit reduzieren. Umgekehrt sorgt das Ansaugen der Umgebungsluft durch den Heckrotor im Schwebeflug dafür, dass auch diese Bauteile des Hubschraubers angeströmt werden und aerodynamische Kräfte erzeugen. Wären die Körper oder Flächen auf der Abstromseite des Heckrotors, wäre der Effekt noch größer, da der Abwindstrahl eine wesentlich größere Geschwindigkeit als der Einlauf des Rotors hat.

Befinden sich zum Beispiel Druckpropeller an Flügelauslegern, wie dies zum Beispiel bei der Airbus Helicopters X<sup>3</sup> oder dem *Racer* der Fall ist, dann laufen die Blattspit-

zenwirbel der Tragflügel genau durch die Mitte des Propellers und erzeugen in diesem ein rotierendes Geschwindigkeitsfeld. Umgekehrt befindet sich der Flügel unmittelbar vor dem Propeller und liegt damit in dessen Saugseite, so dass der Propeller den Staudruck am Flügel im Bereich seines Radius deutlich erhöht. Außerdem führt der Unterdruck vor dem Propeller dazu, dass am Flügel Strömungsablösungen erst bei größeren Anstellwinkeln erfolgen, da der Propeller auch wie eine Grenzschichtabsaugung wirkt.

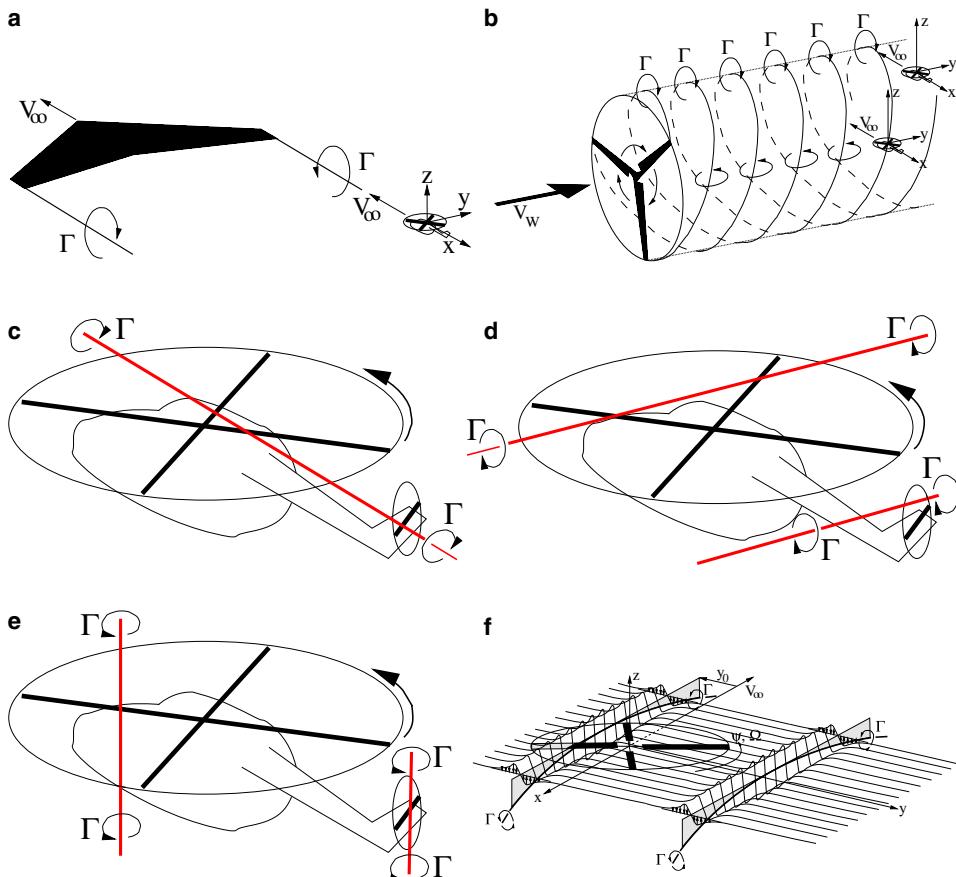
Eine einseitige Interaktion stellt hingegen der Einflug des Hubschraubers in den Blattspitzenwirbel eines voraus fliegenden Flugzeuges oder einer stromauf gelegenen Windenergieanlage dar. Der Rotor des Hubschraubers wird dann von den induzierten Geschwindigkeiten der Wirbel des Flugzeuges oder der Windenergieanlage erfasst, die Störungen, die der Hubschrauberrotor induziert, werden jedoch nicht das Flugzeug oder die Windenergieanlage erreichen und damit diese auch nicht beeinflussen. Ein Beispiel für mögliche Interaktionsgeometrien eines externen Wirbels (z. B. eines voraus fliegenden Flugzeuges oder einer Windenergieanlage) mit einem Rotor sind in Abb. 3.30 dargestellt. Erste Untersuchungen dazu wurden in den 1980er Jahren gemacht, da man den Einfluss der Wirbel großer Verkehrsflugzeuge auf den Betrieb von Hubschraubern an nahe gelegenen Helipads abschätzen wollte. Neue Untersuchungen beschäftigen sich mit dem Einfluss von Windenergieanlagen in der Nähe von Sportflughäfen auf den Betrieb von Ultralight Hubschraubern. Eine Literaturübersicht und die Beschreibung eines halb-empirischen Modells zu dieser Problematik finden sich in [45]. Dieser Wirbel ist jedoch kein starr im Raum befindlicher Körper, der nur den Rotor beeinflusst, sondern er wird mit seinem Geschwindigkeitsfeld auch die Wirbelschleppe im Nachlauf des Rotors deformieren. Umgekehrt wird der Rotor mit seinem Abwindfeld auch den Wirbel deformieren, damit dessen Lage relativ zum Rotor verändert, was zur Folge hat, dass dessen Induktion auf den Rotor verringert wird. Dies stellt dann wieder eine wechselseitige Interaktion dar, die derzeit nur mit aufwändigen Verfahren wie Free-Wake und CFD berechnet werden kann. Näherungsverfahren für Rotorsimulationsprogramme werden derzeit entwickelt.

---

## 3.6 Autorotation

### 3.6.1 Vertikale Autorotation

Wie bereits in Abschn. 2 erwähnt, stellt die Autorotation den Flugzustand dar, in dem der Hauptrotor keine Leistung vom Antriebssystem mehr erfordert, da er von den ihn durchströmenden Luftmassen wie bei einer Windenergieanlage angetrieben wird und der Hubschrauber nun einen Autogyro im Gleitflug darstellt. Übertragen auf das Blattelement heißt das, dass die Neigung des Auftriebsbeiwertes nach vorne gerade den Widerstandsbeiwert kompensiert, also gemäß Gl. 3.4  $F'_x = 0$  bzw. in dimensionsloser Form  $\phi C_l + C_d = 0$  ist. Mit der Annahme einer konstanten induzierten Geschwindigkeit (und ebenso konstanter Durchströmung aus der Fluggeschwindigkeit) folgt der vom Durchflussgrad

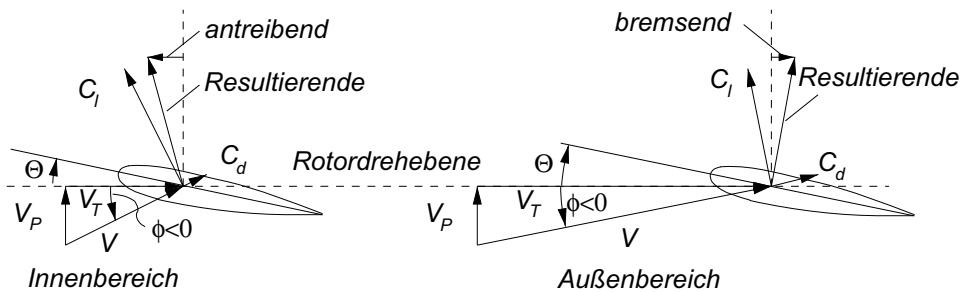


**Abb. 3.30** Interaktion eines externen Wirbels mit einem Rotor. **a** Flugzeugwirbel-Rotor, **b** Windenergieanlagewirbel-Rotor, **c** Längswirbelinteraktion, **d** Querwirbelinteraktion, **e** Interaktion mit senkrechtem Wirbel, **f** Prinzip der induzierten Geschwindigkeiten

erzeugte Einströmwinkel  $\phi$  (im Sinkflug mit  $|\lambda_c| \gg \lambda_i$  gemäß Gl. 3.11 zu

$$\phi = \arctan \frac{\lambda_c + \lambda_i}{r} \approx \frac{\lambda}{r} < 0 \quad \Rightarrow \alpha_a = \Theta - \phi > 0 \quad (3.102)$$

und ist damit in der radialen Koordinate hyperbolisch ( $\lambda_i = \text{const.}$  vorausgesetzt). Bei kleinen radialen Positionen  $r$  erhält man demnach große Anstellwinkel und an der Blattspitze kleine. Folglich wird die Neigung des Auftriebsbeiwertes in den Innenbereichen stärker nach vorne gerichtet sein und den Widerstandsbeiwert mehr als kompensieren, also hat man hier antreibende Gebiete, siehe Abb. 3.31. Im Außenbereich sind die Einströmwinkel geringer und damit der Auftriebsbeiwert weniger nach vorne geneigt; der Widerstandsbeiwert dominiert hier und daher ist der Außenbereich bremsend. Dazwischen



**Abb. 3.31** Anströmrichtung und Kräfte in der Autorotation

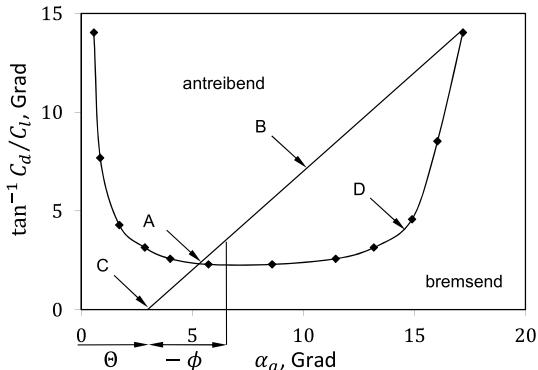
gibt es einen Punkt, wo sich beide Komponenten gerade aufheben. Ausgehend von einem wie auch immer gearteten Startzustand wird sich die Sinkgeschwindigkeit und Rotordrehgeschwindigkeit so einstellen, dass ein Kräftegleichgewicht herrscht. Dieser Zustand ist selbststabilisierend, da jede Drehzahlerhöhung zu geringeren Einströmwinkeln führt und daher mit größeren bremsenden Regionen im Rotor verbunden ist und umgekehrt. Eine Erhöhung der Sinkgeschwindigkeit erzeugt eine Durchflusserhöhung, was den lokalen Auftrieb sowohl erhöht (also mehr Schub erzeugt) als auch stärker nach vorne neigt (also die Drehzahl erhöht und ebenfalls mehr Schub erzeugt). Die resultierende Schubzunahme steht der Erhöhung der Sinkgeschwindigkeit entgegen. Eine zu geringe Sinkgeschwindigkeit hat umgekehrte Wirkung.

Das Gleichgewicht der antreibenden und bremsenden Komponenten  $\phi C_l + C_d = 0$  liefert mit dem aerodynamischen Anstellwinkel  $\alpha_a = \Theta - \phi$  in diesem Zustand

$$\frac{C_d}{C_l} = -\phi = \alpha_a - \Theta \quad (3.103)$$

Für einen gegebenen Einstellwinkel  $\Theta$  folgt eine lineare Abhängigkeit des Anstellwinkels vom Einströmwinkel  $\phi$ . Wo diese Gerade die gemessene  $C_d/C_l$  Kurve schneidet, wird die Forderung  $\phi C_l + C_d = 0$  genau erfüllt (Punkt A in Abb. 3.32; dieses Diagramm wird auch Schrenks Autorotationsdiagramm genannt, da er es erstmalig in dieser Form 1933 aufführte [46]). Wächst der Durchflussgrad  $-\phi$ , gelangt man zum Punkt B, was den Rotor antreibt und die Drehzahl erhöht, da man oberhalb der gemessenen  $C_d/C_l$  Kurve liegt. Die erhöhte Drehzahl vergrößert  $V_T$  und über den größeren Schub auch  $\lambda_i$ , so dass  $\phi$  wieder kleiner wird. Sinkt der Durchfluss, z. B. zum Punkt C, liegt man unterhalb der gemessenen Kurve und dies hat bremsende Wirkung, was  $V_T$ , den Schub und damit  $\lambda_i$  verkleinert, so dass in Folge dessen  $\phi$  wieder größer wird. Oberhalb eines maximalen Einstellwinkels ist keine Autorotation mehr möglich, da dann alle Bereiche im Strömungsabriß liegen und die Drehzahl nur noch mehr abgebremst wird. (Grenzwert: die Gerade tangiert den Punkt D). Das ist tunlichst zu vermeiden, denn eine ausreichende Drehzahlerhöhung ist dann nur noch im freien Fall mit sehr negativen Kollektivwinkeln

**Abb. 3.32** Autorotationsdiagramm für die Betriebsbedingungen am Blattelement



möglich, die jedoch die Steuerung nicht mehr erlaubt (mechanischer Anschlag). Ein solcher Zustand endet daher zwangsläufig fatal. Ein idealer Autorotationsrotor hat also ein Profil mit kleinstem Wert von  $C_d / C_l^{3/2}$  (= Berührungs punkt einer Tangente an die Kurve vom Ursprung aus) sowie – in Analogie zum optimalen Schwebeflugrotor – eine hyperbolische Profiltiefenverteilung (was sich aus der Forderung nach geringster Profilleistung ableitete) und eine hyperbolische Verwindung (damit jedes Element bei gleichem optimalen Auftriebsbeiwert betrieben wird). Diese Verwindung ist nun aber, da der Rotor von unten nach oben durchströmt wird, positiv:  $\Theta_{tw} > 0$ . Eine solche Verwindung ist aber ungünstig in allen anderen Betriebszuständen des Hubschraubers.

Die Strategie im Übergang vom Schwebeflug zur Autorotation ist daher kritisch und verlangt vom Piloten schnelles Eingreifen, indem das Kollektiv abrupt auf kleine Werte von etwa  $\Theta_0 \approx 3^\circ$  eingestellt wird, was die finale Drehzahl und Sinkrate bestimmt. Ein zu großes Kollektiv führt zum Strömungsabriss zunächst an innen liegenden radialen Stellen, was den Rotor weiter abbremst und daher den Strömungsabriss sukzessive auf weiter außen liegende Bereiche ausdehnt. Ein zu kleines Kollektiv verursacht höhere Sinkraten und große Rotordrehzahlen. Die in der Drehzahl gespeicherte Energie wird aber beim Abfangmanöver gebraucht, um die Flug- und Sinkgeschwindigkeit auf für eine Landung akzeptable Werte abzubremsen, indem progressiv der Kollektivwinkel vergrößert wird. Es ist zu beachten, dass man bei einer Autorotationslandung nur einen einzigen Versuch hat, der gelingen muss. Die zyklischen Winkel werden weiterhin zum Steuern und Einstellen der Fluggeschwindigkeit verwendet.

Wegen der sicherheitskritischen Aspekte der Autorotation sind Zertifizierungsvorschriften erlassen worden, die fordern, dass dem Piloten eine begrenzte Zeit von wenigen Sekunden gelassen werden muss, um die Notwendigkeit des Einleitens einer Autorotation zu erkennen und um das Kollektiv entsprechend zu senken. Um dies zu erreichen, müssen die Rotoren eine gewisse Massenträgheit im Verhältnis zu den aerodynamischen Kräften mit sich bringen, was z. B. in der Lockzahl seinen Ausdruck findet, die im Abschn. 4 näher erläutert werden wird. Rotorblätter in Faserverbundbauweise sind relativ leicht und brau-

chen daher gegebenenfalls Zusatzgewichte im Außenbereich, um die Massenträgheit so weit zu erhöhen, dass die Zertifizierungsforderungen erfüllt werden. Schwere Rotorblätter hingegen erhöhen die Masse und reduzieren damit gleichzeitig die Nutzmasse oder, da das Gesamtgewicht bei gleicher Nutzmasse steigt, erhöhen sie den Leistungsbedarf. Hier muss der Hersteller wieder einen geeigneten Kompromiss finden.

Einige Schlussfolgerungen von Klemin [20] zur Frage des optimalen Autorotationsrotors sind hier angebracht:

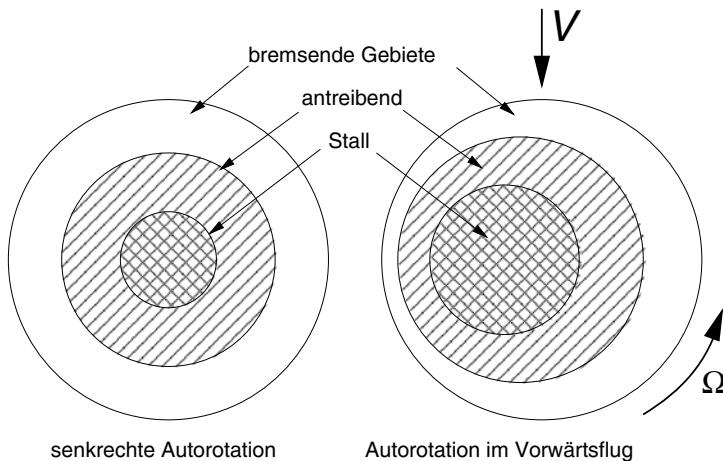
1. Eine extreme Optimierung für den Schwebeflug (insbesondere die Verwindung) ist ungünstig für eine gute Autorotationsleistung und umgekehrt gilt das genauso. Solche einseitige Optimierung hat meist in allen anderen Bereichen schlechtere Leistungen zur Folge.
2. Folglich ist die beste Maßnahme die Verkleinerung der Flächenbelastung, die ja auch im Steigflug von Vorteil ist, aber im Vorwärtsflug Nachteile mit sich bringt.
3. Die geringsten erreichbaren Sinkgeschwindigkeiten in der senkrechten Autorotation liegen bei etwa 10 m/s, was ohne Abfangmanöver eine zerstörerische Landung zur Folge hätte. Daher wird eine Autorotationslandung vorteilhafter Weise mit einer Vorwärtsfluggeschwindigkeit erfolgen, mit einem Abfangmanöver durch Vergrößerung des kollektiven Steuerwinkels unter Ausnutzung der kinetischen Energie im Rotor am Ende des Fluges, wobei der Bodeneffekt zusätzlich hilfreich ist.

### 3.6.2 Autorotation im Vorwärtsflug

Aufgrund der unsymmetrischen Anströmbedingungen im Vorwärtsflug kommt es zu einer Verschiebung der antreibenden und bremsenden Bereiche beim Autorotationsflug. Die grundsätzliche Physik bleibt aber die gleiche wie im vertikalen Autorotationsflug. Die prinzipielle Verteilung antreibender, bremsender und mit Strömungsablösung behafteter Gebiete ist in Abb. 3.33 dargestellt. Es gilt wieder, dass das resultierende Antriebsdrehmoment Null sein muss. Unter Vorwegnahme des Ergebnisses der Leistungsrechnung für die Gesamtleistung mit  $f$  als der effektiven schädlichen Widerstandsfläche des Rumpfes und  $K$  als empirischem oder berechnetem Anstiegsfaktor des Profilwiderstandes mit der Fluggeschwindigkeit folgt die Sinkrate der Autorotation im Vorwärtsflug (Schub = Gewicht, daher:  $C_T = C_W$ )

$$\begin{aligned} C_Q \stackrel{!}{=} 0 &= \frac{\kappa C_W^2}{2\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} + \frac{\sigma C_{d0}}{8}(1 + K\mu^2) + \frac{\mu^3}{2} \frac{f}{A} + \lambda_c C_W \\ \Rightarrow \lambda_c &\approx -\frac{\kappa C_W}{2\mu} - \frac{\sigma C_{d0}}{8C_W}(1 + K\mu^2) - \frac{\mu^3}{2C_W} \frac{f}{A} \end{aligned} \quad (3.104)$$

Dieses Ergebnis beinhaltet die Näherung für  $\mu > 0.1$  hinsichtlich der induzierten Geschwindigkeiten im ersten Term auf der rechten Seite, ansonsten kann die Lösung für

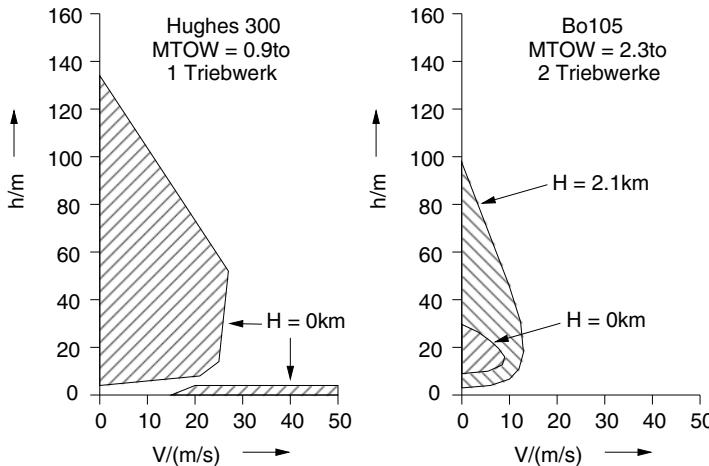


**Abb. 3.33** Verteilung antreibender und bremsender Gebiete bei der Autorotation

die Sinkrate der Autorotation nur iterativ bestimmt werden. Die Sinkrate folgt im Wesentlichen der Leistungskurve im Vorwärtsflug, das heißt im senkrechten Sinkflug ist sie am höchsten, jedoch bei mittleren Fluggeschwindigkeiten nur halb so groß. Ein Pilot ist daher gut beraten, in diesen Vorwärtsflugzustand überzugehen, da er dann eine größere Reichweite, vor allem aber die meiste Zeit und somit bessere Möglichkeiten hat, einen geeigneten Landeplatz ausfindig zu machen.

Die Landung selbst stellt den Piloten vor besondere Herausforderungen, denn er muss durch zunächst langsames, dann progressives Ziehen des Kollektivs und Betätigen der zyklischen Blatteinstellwinkel den Hubschrauber auf mindestens  $V_c = -3 \text{ m/s}$  abbremsen. Dabei darf die Rotordrehzahl nicht unter einen kritischen Bereich abfallen, da dann exzessives Schlagen auftritt, bei dem die Rotorblätter durchaus den Rumpf durchschlagen können – eine häufige Ursache von schweren Unfällen mit Hubschraubern und Autogyros, die gelenkige Rotoren – insbesondere 2-Blattrotoren mit zentralem Schlaggelenk – aufweisen.

Als Konsequenz aus der Notwendigkeit, schnell genug in den Autorotationszustand zu gelangen – und zwar sowohl im Schweben- als auch im Vorwärtsflug – wurde ein Höhen-Geschwindigkeits-Diagramm ( $H-V$  Diagramm) entwickelt, in dem die Bereiche, die für einen Hubschrauber kritisch sind, eingetragen werden, siehe Abb. 3.34. Hier unterscheidet man zwischen Hubschraubern mit einem Triebwerk und solchen mit zweien oder mehreren, denn die Ausfallwahrscheinlichkeit von mehreren Triebwerken gleichzeitig ist sehr viel geringer als bei einem. Außerdem kann der Hubschrauber mit einem von zwei Triebwerken durchaus noch – wenn auch eingeschränkt – fliegen und sicher im normalen Modus landen. Im Beispiel ist ein solches  $H-V$  Diagramm für Hubschrauber mit einem und zwei Triebwerken dargestellt, worin  $h$  die Höhe über Grund in der jeweiligen Flughö-



**Abb. 3.34** Höhen-Geschwindigkeitsdiagramm für ein- und mehrmotorige Hubschrauber (Die schraffierten Bereiche sind im Flug nach Möglichkeit zu vermeiden)

he  $H$  angibt. Bei zwei oder mehreren Triebwerken reduzieren sich die zu vermeidenden Bereiche erheblich und der bodennahe Schnellflug stellt keine kritische Zone mehr dar, da weiterhin genug Leistung zum Fliegen vorhanden ist, wenn eines der Triebwerke ausfällt.

In sehr geringen Höhen – also gleich nach dem Start – reicht die kinetische Energie des Rotors aus, um sofort zu landen. Darauf gibt es einen Höhenbereich, in dem der Übergang in eine sichere Autorotation mit Landung nicht mehr möglich ist, da weder die Höhe ausreicht, einen stabilen Autorotationszustand zu erreichen und anschließend ein Abfangmanöver durchzuführen noch die kinetische Energie des Rotors groß genug für eine unmittelbare Landung ist. Dieser Bereich sollte daher im Flugbetrieb vermieden werden. Dies gilt auch für den Schnellflug in Bodennähe, da bei Unterschreiten einer kritischen Höhe dem Piloten zu wenig Reaktionszeit bleibt, in den Autorotationszustand zu gelangen. Hier sollte also eine Mindesthöhe nicht unterschritten werden.

---

## 3.7 Übungen zu Kapitel 3

### 3.7.1 Kurzfragen

1. Welche Leistungsverluste bestimmen den aerodynamischen Wirkungsgrad des Hubschraubers?
2. Man beschreibe die optimale Blattverwindung eines Hubschraubers! Warum werden derartige Forderungen in der Regel nicht realisiert?
3. Welche Geschwindigkeitskomponenten bestimmen die Anströmung des Blattes?

4. Man nenne Anstellwinkel- und Machzahlbereiche der Rotoranströmung im Vorwärtsflug des Hubschraubers!
5. Ihnen wird erzählt, dass ein Hubschrauber wegen diverser Randbedingungen im Vorwärtsflug eine Blattspitzengeschwindigkeit von 300 m/s hat. Erläutern Sie die Auswirkungen auf den mittleren Auftriebsbeiwert  $\bar{C}_l$ !
6. Man zeige die antreibenden und bremsenden Gebiete der Rotorkreisfläche für senkrechte Autorotation und Autorotation im Gleitflug!

### 3.7.2 Leistungsrechnung mit der Blattemententheorie

1. Leiten Sie einen Ausdruck für den mittleren Auftriebsbeiwert  $\bar{C}_l$  eines Rotors in Abhängigkeit des Schubbeiwertes  $C_T$  und der Flächendichte  $\sigma_{tip}$  her, dessen Profiltiefe invers zum Radius verläuft  $c = c_{tip}R/y; \sigma_{tip} = N_b c_{tip}/(\pi R)$ .
2. Für einen Hubschrauber mit nachfolgenden Daten sollen folgende Parameter in Meereshöhe berechnet werden: die Schwebeflugleistung außerhalb des Bodeneffektes; die Leistungseinsparung bei Reduktion der Blattspitzengeschwindigkeit auf 168 m/s; die mittleren Auftriebsbeiwerte für beide Rotordrehzahlen; der Steuerwinkel bei  $0.75R$  für beide Fälle unter Annahme idealer Verwindung; die erforderliche Heckrotorleistung. Gegebene Daten:  $W = 75.6 \text{ kN}$ ,  $R = 7.32 \text{ m}$ ,  $c = 0.53 \text{ m}$ ,  $N_b = 4$ ,  $\Omega R = 219.5 \text{ m/s}$ ,  $C_{d0} = 0.012$ ,  $x_{TR} = 9.15 \text{ m}$ ,  $R_{TR} = 1.4 \text{ m}$ ,  $FM_{TR} = 0.75$ .
3. Ein dreiblättriger Hubschrauber mit einem Rotorradius von 9.15 m hat ein linear zugespitztes Rotorblatt, dessen Profiltiefe an der Wurzel 0.6 m und an der Spitze 0.24 m beträgt und eine Blattspitzengeschwindigkeit von 190 m/s hat, wird in einer Höhe von 1050 m mit einem radial linearen Steuerwinkel betrieben, der an der Wurzel  $16^\circ$  und an der Spitze  $8^\circ$  beträgt. Man nehme eine typische Profilpolare sowie eine dimensionslose aerodynamisch wirksame Blattlänge von 0.97 an.
  - Man zeige Graphen der induzierten Geschwindigkeit  $v_i$ ,  $dC_T/dr$ ,  $dC_{Qi}/dr$ ,  $dC_{q0}/dr$  als Funktion von  $r$ .
  - Man berechne mittels graphischer Integration den entstehenden Schub und die Rotorleistung.
  - Zum Vergleich berechne man für denselben Schubbeiwert  $C_T$  die Leistung analytisch unter Annahme einer konstanten Profiltiefe (man nehme die bei  $0.75R$ ) sowie idealer Verwindung, vergleiche sie mit dem vorherigen Ergebnis und begründe den Unterschied.
4. Für den Hubschrauber Bo105 sollen mit Hilfe der Blattemententheorie folgende Größen bestimmt werden:
  - (a) Wie groß ist der Blatteinstellwinkel für den Schwebeflugzustand zu wählen? (Annahme: lineare Verwindung, Rechteckblatt). Die obere Integrationsgrenze ist nach Prandtl/Betz zu ermitteln.
  - (b) Welche erforderliche Leistung muss unter Vernachlässigung des Heckrotors im Schwebeflug in Bodennähe aufgebracht werden?

- (c) Der Leistungsgütegrad  $FM$  im Schwebeflug sowie der mittlere Auftriebsbeiwert  $\bar{C}_l$  sind zu ermitteln.  
 (d) Wie ergibt sich der ideale Einstellwinkelverlauf und warum wird dieser in der Regel nicht realisiert?

Gegebene Daten: (Anm.: hier symmetrisches Profil verwenden, daher  $C_{d1} = 0$ )

$$m_{Bo105} = 2.4 \text{ t}$$

$$N_b = 4$$

$$R = 4.91 \text{ m}$$

$$c = 0.27 \text{ m}$$

$$\text{RPM} = 424$$

$$C_{d0} = 0.01$$

$$\Theta_{tw} = 0^\circ (0 \leq r \leq r_a)$$

$$C_{d2} = 0.4$$

$$\Theta_{tw} = -6.4^\circ (r_a \leq r \leq 1)$$

$$r_a = 0.22$$

$$C_{l\alpha} = 5.6$$

5. Ein Hubschrauber mit einer Gewichtskraft von 106.5 kN und einem Rotorradius von 7.65 m führt einen Schwebeflug in 4.6 m über Grund auf einem 1370 m hohen Berg aus (die Dichte in dieser Höhe beträgt  $\rho = 1.075 \text{ kg/m}^3$ ).
- (a) Berechnen Sie die induzierte Geschwindigkeit bei  $0.75R$  mit und ohne Bodeneffekt.  
 (b) Wie und warum ändert sich der Kollektivwinkel im Schwebeflug mit oder ohne Bodeneffekt?  
 (c) Die Flächendichte sei 0.1, die Blattspitzengeschwindigkeit 216.5 m/s, das Rotorblatt hat eine konstante Blatttiefe und ist ideal verwunden und der Profilwiderstandsbeiwert kann durch  $C_d = 0.0087 - 0.0216\alpha_a + 0.4\alpha_a^2$  beschrieben werden. Berechnen Sie die zugehörige Schwebeflugleistung mit und ohne Bodeneffekt.  
 (d) Berechnen Sie die Schwebeflugleistung für ein unverwundenes Rotorblatt mit einer Zusitzung von 3 : 1.  
 (e) Wenn der Hubschrauber außerhalb des Bodeneffektes einen Schwebeflug durchführt: wie viel zusätzliche Masse kann er tragen, wenn er stattdessen 4.6 m über Grund fliegt?
6. Es soll ein optimaler Schwebeflugrotor für einen Hubschrauber entworfen werden, dessen Hauptaufgabe darin besteht, Baumstämme und schwere Ausrüstung im hohen Bergland zu transportieren. Das Fluggewicht sei 45 t, der Rotordurchmesser 36.6 m, die Betriebshöhe 4500 m, die Blattspitzengeschwindigkeit ist mit 200 m/s gegeben und der Rotor habe 4 Blätter. Berechnen Sie mit einer üblichen Annahme für eine typische Profilpolare:
- (a) die Profiltiefe an der Blattspitze  
 (b) den Einstellwinkel an der Blattspitze  
 (c) die äquivalente Flächendichte  
 (d) den mittleren Auftriebsbeiwert  
 (e) die Antriebsleistung für den Schwebeflug außerhalb des Bodeneffektes.

### 3.7.3 Autorotationsrechnung mit der Blattemententheorie

Ein Hubschrauber des Typs Bo105 hat in einer Höhe von 4.5 km einen Totalausfall bei der Triebwerke. Nach einem Sinken von  $\Delta h = -0.5$  km kann das Gerät dann in ideale senkrechte Autorotation gebracht werden.

1. Wie funktioniert das Grundprinzip der Autorotation?
2. Welche Sinkgeschwindigkeit wird sich in einer Höhe von 1 km für den stationären Fall einstellen?
3. Wie groß ist der kollektive Steuerwinkel für eine Sinkgeschwindigkeit von -28 m/s in einer Höhe von  $h = 1$  km zu wählen (Abschätzung nach der Blattemententheorie)?
4. Welche Verzögerung (negative Beschleunigung) kann beim Abfangen in einer Höhe von 0.5 km erzielt werden?
5. Wie stark sinkt unter der Annahme von 4. die Rotordrehzahl?
6. Geben Sie als verantwortlicher Ingenieur einen Rat, wie dieses Verfahren verbessert werden könnte.

Gegebene Daten:

$$\begin{array}{ll}
 c = 0.27 \text{ m} & m_{Bo105} = 2.2 \text{ t} \\
 \rho(0.5 \text{ km}) = 1.167 \text{ kg/m}^3 & R = 4.91 \text{ m} \\
 \rho(1 \text{ km}) = 1.112 \text{ kg/m}^3 & \Omega R = 218 \text{ m/s} \\
 \rho(4 \text{ km}) = 0.819 \text{ kg/m}^3 & FM = 0.75 \\
 C_{l\alpha} = 5.6 & C_{T\max} = 0.0125 \\
 \Theta_{tw} = 0^\circ \quad (0 \leq r \leq r_a) & r_a = 0.223 \\
 \Theta_{tw} = -6^\circ \quad (r = 1) & B = 0.98
 \end{array}$$

## Literatur

1. S.K. Drzewiecki, *Methode Pour la Determination des Elements Mecaniques des Propulseurs Helicoidaux*, Bulletin de l'Association Technique Maritime, 1892
2. H. Reissner, *Studien zur Berechnung und planmäßigen Prüfung der Luftschrauben*, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Vol. 1, Nr. 20, pp. 257–309, 1910
3. G. de Bothezat, *The General Theory of Blade Screws*, NACA TR 29, 1919
4. H. Glauert, *An Aerodynamic Theory of the Airscrew*, ARC R&M 786, 1922
5. H. Glauert, *A General Theory of the Autogyro*, ARC R&M 1111, 1926
6. C.N.H. Lock, *Further Development of Autogyro Theory*, ARC R&M 1127, 1927
7. J.B. Wheatley, *An Aerodynamic Analysis of the Autogiro Rotor with a comparison between Calculated and Experimental Results*, NACA TR 487, 1934
8. F.J. Bailey, *A Simplified Theoretical Method of Determining the Characteristics of a Lifting Rotor in Forward flight*, NACA TR 716, 1941

9. G. Sissingh, *Beitrag zur Aerodynamik der Drehflügelflugzeuge*, Luftfahrt-Forschung, Vol. 15, Lfg. 6, pp. 290–302, 1938; Übersetzung in: *Contributions to the Aerodynamics of Rotary-Wing Aircraft*, NACA TM 921, 1939
10. G. Sissingh, *Die Berechnung der Rotoren von Drehflügelflugzeugen bei höheren Fortschrittsgraden mit besonderer Berücksichtigung der Probleme des Schnellfluges*, Jahrbuch 1941 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I351–I364, 1941
11. G. Sissingh, *Untersuchungen über den Einfluß hoher Unterschallgeschwindigkeiten auf die Gleitzahl der Drehflügelflugzeuge*, Jahrbuch 1942 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I385–I390, 1942
12. A. Gessow, G.C. Myers, *Aerodynamics of the Helicopter*, Macmillan Co., 1952; ISBN 0 804 44275 4, Continuum International Publishing Group Ltd., 1997
13. A. Betz, *Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust*, Göttinger Nachrichten, p. 193, 1919
14. M. Knight, R.A. Hefner, *Static Thrust Analysis of the Lifting Airscrew*, NACA TN 626, 1937
15. R.P. Coleman, A.M. Feingold, C.W. Stempin, *Evaluation of the Induced Velocity Fields of an Idealized Helicopter Rotor*, NACA ARR L5E10, 1945
16. H. Schlichting, E. Truckenbrodt, *Aerodynamik des Flugzeuges, Band 1 und 2* ISBN 3-540-67374-1 (Band 1), ISBN 3-540-67375-X (Band 2), Springer Verlag, 2001
17. L.K. Loftin, H.A. Smith, *Aerodynamic Characteristics of 15 NACA Airfoil Sections at Seven Reynolds Numbers from  $0.7 * 10^6$  to  $9 * 10^6$* , NACA TN 1945, 1949
18. F.B. Gustafson, A. Gessow, *Effect of Rotor Tip Speed on Helicopter Rotor Performance and Maximum Forward Speed*, NACA ARR No. L6A16, 1946
19. A. Gessow, *Effect of Rotor-Blade Twist and Plan-Form Taper on Helicopter Hovering Performance*, NACA TN 1542, 1948
20. A. Klemin, *Principles of Rotary Wing Aircraft*, Aero Digest, Vol. 48–50, April 1945 – Januar 1946
21. H. Glauert, *On the Vertical Ascent of a Helicopter*, ARC R&M 1132, 1927
22. W.F. Durand, *Experimental Research on Air Propellers*, NACA TR 14, 1917 und NACA TR 30, 1919
23. A. Fage, H.E. Collins, *Some Experiments in Helicopters*, ARC R&M 331, 1917
24. C. Schmid, *Die Luftschaube am Stand*, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Bd. 6, Nr. 5 und 6, S. 34–40, 1915
25. R.H. Prewitt, *Basic Factors of Helicopter Design*, SAE Journal, Vol. 53, No. 9, pp. 531–533, 1945
26. W. Johnson, *Helicopter Theory*, ISBN 0 691 07971 4, Princeton University Press, 1980
27. P. Brotherhood, W. Stuart, *An Experimental Investigation of the Flow through a Helicopter Rotor in Forward Flight*, ARC R&M 2734, 1949
28. H.H. Heyson, S. Katsoff, *Induced Velocities Near a Lifting Rotor with Nonuniform Disk Loading*, NACA TR 1319, 1957
29. P.R. Payne, *Helicopter Dynamics and Aerodynamics*, Pitman & Sons, London, 1959
30. J. Meijer-Drees, *A Theory of Airflow Through Rotors and its Application to Some Helicopter Problems*, Journal of the Helicopter Association of Great Britain, Vol. 3, No. 2, 1949
31. K.W. Mangler, H.B. Squire, *The Induced Velocity Field of a Rotor*, ARC R&M 2642, 1950
32. A.R.S. Bramwell, *Helicopter Dynamics*, ISBN 0 713 13353 8, Butterworth-Heinemann Ltd., 1976
33. J.G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, ISBN 0 521 66060 2, 1. Ausgabe, 2. Druck, Cambridge University Press, 2001
34. D.A. Peters, D.D. Boyd, C.J. He, *Finite-State Induced-Flow Model for Rotors in Hover and Forward Flight*, 43rd Annual Forum of the AHS, St. Louis, MO, USA, 1987

35. T.A. Egolf, A.J. Landgrebe, *Helicopter Rotor Wake Geometry and Its Influence in Forward Flight, Vol. I – Generalized Wake Geometry and Wake Effect on Rotor Airloads and Performance*, NASA CR-3726, 1983
36. T.S. Beddoes, *A Wake Model for High Resolution Airloads*, 2<sup>nd</sup> International Conference on Basic Rotorcraft Research, Triangle Park, NC, USA, 1985
37. B.G. van der Wall, *The effect of HHC on the vortex convection in the wake of a helicopter rotor*, Aerospace Science and Technology, Vol. 4, No. 5, pp. 320–336, 2000
38. B.G. van der Wall, *Evolution of Prescribed Wake Modeling for Helicopter Rotors with special Emphasis on BVI Noise*, 4th Heli Japan Conference, Saitama, Japan, 2010
39. A.J. Landgrebe, *An Analytical Method for Predictiong Rotor Wake Geometry*, Journal of the AHS, Vol. 14, No. 4, pp. 20–32, 1969
40. M.P. Scully, *Computation of Helicopter Rotor Wake Geometry and its Influence on Rotor Harmonic Airloads*, MIT, ASRL TR 178–1, 1975
41. A. Bagai, J.G. Leishman, *Rotor Free-Wake Modeling Using a Pseudo-Implicit Relaxation Algorithm*, AIAA Journal of Aircraft, Vol. 32, No. 4, pp. 1276–1285, 1995
42. B.G. van der Wall, M. Roth, *Free-Wake Analysis on Massively Parallel Computers and Validation with HART Test Data*, 53rd Annual Forum of the AHS, Virginia Beach, VA, USA, pp. 1049–1067, 1997
43. B.G. van der Wall, A. Bauknecht, S.N. Jung, Y.H. You, *Semi-Empirical Modeling of Fuselage-Rotor Interference for Comprehensive Codes: The Fundamental Model*, CEAS Aeronautical Journal, Vol. 5, No. 4, pp. 387–401, 2014
44. R.D. Leoni, *Black Hawk; the Story of a World Class Helicopter*, AIAA, Reston, VA, 2007
45. B.G. van der Wall, P. Lehmann, *About the Impact of Wind Turbine Blade Tip Vortices on Helicopter Rotor Trim and Rotor Blade Motion*, CEAS Aeronautical Journal, Vol. 9, No. 1, pp. 67–84, 2018
46. M. Schrenk, *Die aerodynamischen Grundlagen der Tragschraube*, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Bd. 24, Nr. 15, S. 413–419, 1933

**Elektronisches Zusatzmaterial** Die Online-Version dieses Kapitels ([https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_3)) enthält Zusatzmaterial, das für autorisierte Nutzer zugänglich ist.



# Die Bewegung rotierender Flügel

4

## 4.1 Einleitung

Rotorblätter stellen in der Regel lange, schlanke und flexible Balken dar, deren Länge wesentlich größer ist als ihre Breite und Dicke. Daher lässt sich die Dynamik der Rotorblattbewegung und -biegung mit der Theorie schlanker Balken behandeln. Der wichtigste Freiheitsgrad der Blattbewegung ist die Schlagbewegung normal zur Drehebene. Insbesondere im Vorwärtsflug wirken periodische Luftkräfte (Auftrieb, Widerstand, Nickmoment) in einem breiten Frequenzspektrum und das Rotorblatt wird darauf mit dynamischen Bewegungen reagieren. Die Pilotensteuerung besteht aus dem kollektiven (gleiche statische Blattverstellung aller Rotorblätter) sowie dem zyklischen Steuerwinkel, welcher in Längs- und Quersteuer aufgespalten werden kann und eine Variation des Blatteinstellwinkels einmal pro Umdrehung bewirkt. Ferner greifen große Zentrifugalkräfte an den Rotorblättern an, welche etwa zwanzigmal größer als die Luftkräfte sind und dafür sorgen, dass die Rotorblätter keine allzu großen Schlagwinkel erreichen können. Die Periodizität der angreifenden Kräfte wird eine periodische Blattbewegung zur Folge haben. Neben der Schlagbewegung sind noch die Schwenkbewegung (in der Drehebene) sowie die Torsionsbewegung um die Blattlängsachse wichtige Freiheitsgrade. Alle Bewegungsformen stellen für sich allein genommen lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung dar. Daher werden im Folgenden zunächst die Grundlagen des dynamischen Antwortverhaltens eines linearen Schwingers zweiter Ordnung (Feder-Masse-Dämpfer) dargestellt, bevor die Schlagbewegung und ihre Eigenschaften untersucht werden. Es folgen die weiteren Freiheitsgrade der Schwenkbewegung und der Torsion.

Die mathematische Behandlung der Rotorblattbewegung geht einher mit der theoretischen Untersuchung der Autogyros in den 1920ern, denn die Einführung des Schlaggelenkes und damit des Freiheitsgrades der Schlagbewegung war ein wesentlicher Grund des Erfolges dieses Fluggerätes noch vor den Hubschraubern. Waren die aerodynamischen Grundlagen in England von Glauert 1926 geschaffen worden [1], so führte dort Lock bereits ein Jahr später die Schlagbewegung ein und die Blattmassenkonstante wird nach ihm

---

Die Originalversion des Kapitels wurde revidiert. Ein Erratum ist verfügbar unter:

[https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_9)

seitdem auch als Lockzahl bezeichnet [2]. In den USA erweiterte Wheatley die Theorie 1934 [3], und darauf aufbauend arbeitete in Deutschland zunächst Schrenk 1933 [4], später Sissingh 1938–1942 die Einflüsse der Kompressibilität, Strömungsablösung und der rückwärtigen Anströmung bei großer Fluggeschwindigkeit ein [5–7]. Hohenemser untersuchte die Gültigkeitsgrenzen der Autogyrotheorie hinsichtlich ihrer Anwendung auf Hubschrauber 1942 [8]. Auch die entsprechenden Arbeiten in den USA von Bennett 1940 [9], Bailey 1941 [10], ein erstes Fachbuch von Nikolsky 1945 [11] sowie die Artikelserie von Klemin 1945–1946 [12] sind hier zu erwähnen. Danach folgen die ersten Lehrbücher, welche alle die Rotorblattbewegung und ihre mathematische Behandlung beinhalteten wie in Abschn. 1 angegeben. Die bekanntesten sind die Bücher von Nikolsky 1945 [11], Gessow und Myers 1952 [13] und in aller Ausführlichkeit auch für die elastische Rotorblattbewegung von Johnson 1980 [14].

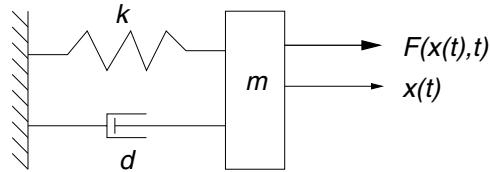
## 4.2 Grundlagen der Schwingungsbewegung

Ein gelenkig, gelenklos oder lagerlos an den Rotorkopf angeschlossenes Rotorblatt – wie bisher beschrieben – verhält sich, elastomechanisch gesehen, im Prinzip wie ein Schwinger zweiter Ordnung, siehe Abb. 4.1. Wenn periodische äußere Kräfte  $F(t, x, \dot{x}, \ddot{x})$  wirken, so wird – abhängig von der Dämpfung – nach einer gewissen Einschwingzeit ein stationärer Schwingungszustand  $x(t)$  erreicht, mit dem der Schwinger der Masse  $m$  (das Rotorblatt) auf die externen Kräfte  $F$  (Luftkräfte) reagiert. Dies wird auch das dynamische Antwortproblem genannt. Es handelt sich also um eine erzwungene Schwingung mit Dämpfung, in der sowohl externe Kräfte wie auch aus der Struktur stammende Feder- und Massenträgheitskräfte und im Fall der Schwenkbewegung auch über diskrete Dämpfer mit einer Dämpfungskonstante  $d$  eingebrachte Kräfte wirken. Eine Federwirkung wird, wie später noch gezeigt wird, im Wesentlichen von Fliehkräften erzeugt; bei starrem Blattanschluss auch über die Steifigkeit des Blatthalses (Federkonstante  $k$ ) erzielt. Im Fall eines Hubschrauberrotors sind die Luftkräfte immer mit der Blattbewegung gekoppelt, d. h. sie sind eine Funktion der Auslenkung, deren zeitlicher Änderung und deren Beschleunigung. Die allgemeine Form einer generalisierten dimensionsbehafteten und dimensionslosen Differentialgleichung gemäß Abb. 4.1 lautet

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = F(t, x, \dot{x}, \ddot{x}) \quad \left\| \cdot \frac{1}{m\Omega^2 l} \right. \\ \ddot{q}^{**} + 2D\nu_x \dot{q}^* + \nu_x^2 q = Q(\psi, q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (4.1)$$

Darin ist  $l$  eine Bezugslänge (beim Rotorblatt dessen Radius  $R$ ),  $\Omega$  eine Bezugsfrequenz (beim Rotor die Rotordrehfrequenz),  $\omega_x = \sqrt{k/m}$  die Eigenfrequenz des ungedämpften Systems (dimensionslos:  $\nu_x = \omega_x/\Omega$ ),  $D = d/(2m\omega_x) = d/(2m\Omega\nu_x)$  stellt das dimensionslose Dämpfungsmaß dar und  $^* = d/(\Omega dt) = d/d\psi$  die dimensionslose zeitliche Ableitung. In der unteren Gleichung ist  $q = x/l$  nun wegen Division mit der Bezugslänge  $l$  eine dimensionslose Auslenkung des Systems, die sogenannte generalisierte Koordinate. Ein solches Feder-Masse-Dämpfer System hat in generalisierter Form unter Zuhilfenahme

**Abb. 4.1** Prinzip eines Schwingers zweiter Ordnung



des Ansatzes

$$q = q_0 e^{i\omega t} = q_0 e^{i\eta\psi} \quad \text{und} \quad Q = Q_0 e^{i\eta\psi} \quad (4.2)$$

mit  $\eta = \omega/\Omega$  folgende Vergrößerungsfunktion  $V_x(v, D)$  und einen Phasenwinkel  $\psi_x(v, D)$  auf eine dimensionslose generalisierte äußere Anregung  $\bar{F} = F/(x_0 m \Omega^2)$  mit der dimensionslosen Frequenz relativ zur Eigenfrequenz des ungedämpften Systems  $v = \omega/\omega_x = \eta/\nu_x$ :

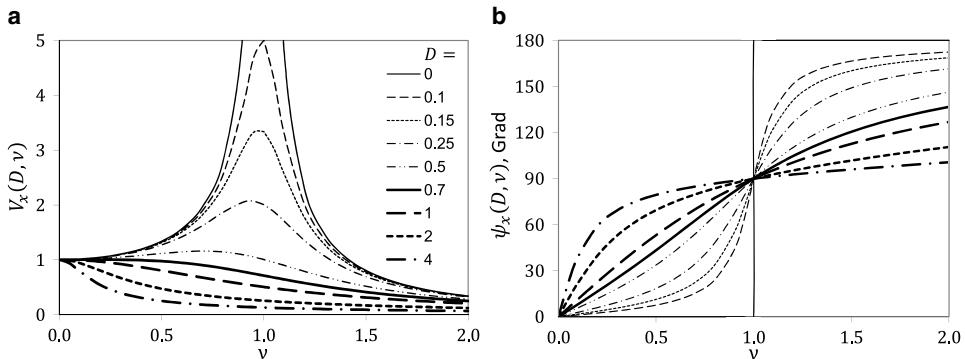
$$V_x = \frac{q_0}{Q_0} = \frac{1}{\sqrt{(1-v^2)^2 + (2Dv)^2}} \quad \psi_x = \arctan \frac{2Dv}{1-v^2} \quad (4.3)$$

Der Phasenwinkel drückt aus, dass auf eine Erregung mit z. B.  $\cos(\omega t)$  die Systemreaktion mit  $\cos(\omega t - \psi_x)$  erfolgt. Solange die Dämpfung kleiner als die kritische Dämpfung  $1/\sqrt{2} \approx 0.7$  ist, erhält man ein schwingendes System mit einer Vergrößerungsfunktion  $V_{x,\max} > 1$ . Der Nacheilwinkel der Systemreaktion bei Erregung mit einer Frequenz  $v$  beträgt  $\psi_x < 90^\circ$  für  $v < 1$ , genau  $90^\circ$  für  $v = 1$  (unabhängig von der Dämpfung!) und  $\psi_x > 90^\circ$  für  $v > 1$ . Je geringer die Dämpfung ist, um so größer sind die Amplituden, bis bei fehlender Dämpfung eine Unstetigkeitsstelle erreicht wird.

In der Schlagbewegung sind die Luftkräfte immer sehr gut dämpfend, da eine Schlaggeschwindigkeit eine der Bewegung entgegengesetzte Luftkraft zur Folge hat. In der Schwenkbewegung jedoch ist die Luftkraftdämpfung aufgrund des geringen Widerstandes sehr klein, so dass in der Regel Schwenkdämpfer eingebaut werden müssen, um exzessive Schwenkbewegungen und davon erzeugte dynamische Kräfte klein zu halten. In der Torsionsbewegung können die Luftkräfte sogar negative Dämpfung einbringen, wenn Strömungsablösungen mit entsprechenden Hysteresen im Momentenbeiwert auftreten. Dies ist aber in der Regel nur über einen begrenzten Azimutbereich der Fall, so dass der Rest des Blattumlaufes wieder positiv gedämpft ist.

Im Fall einer Dämpfung  $D > 1/\sqrt{2}$  ist die Vergrößerungsfunktion überall  $V_x < 1$  und es gibt kein Überschwingen mehr. Wenn  $D = 1$  bzw.  $d/(2m) = \omega_x$ , so erfolgt im Fall der Sprungantwort nur noch ein aperiodisches Abklingen ohne eine Schwingung; im Fall der erzwungenen Schwingung stellt sich eine Schwingung mit reduzierter Amplitude ein. Für  $D > 1$  erhält man eine Kriechbewegung. Diese Sachverhalte sind in Abb. 4.2 zusammengefasst. Wenn die Erregerfunktion  $Q(v)$  periodisch ist, kann sie durch eine Fourierreihe repräsentiert werden und folglich wird auch die Systemantwort periodisch in der Frequenz  $v$  sowie den Vielfachen davon sein.

In diesem Sinne stellt auch jede Rotorblattbewegung in jedem Freiheitsgrad einen Swinger zweiter Ordnung dar und deren Auslenkung ist ein Äquivalent der generalisier-



**Abb. 4.2** Einfluss der Dämpfung auf die Vergrößerungsfunktion und den Nacheilwinkel. **a** Vergrößerungsfunktion, **b** Nacheilwinkel

ten Koordinate  $q$  der Gl. 4.1. Für den Fall eines starren, gelenkig angeschlossenen Blattes sind dies in der Schlagbewegung der Schlagwinkel  $\beta$ , in der Schwenkbewegung der Schwenkwinkel  $\zeta$  und in der Torsionsbewegung der Torsionswinkel  $\vartheta$ . Für alle diese kann man ebenfalls einen Fourieransatz derart machen, dass gilt (hier nur am Beispiel für den Schlagwinkel ausgeführt, für die anderen Freiheitsgrade in gleicher Weise anzusetzen):

$$\begin{aligned}\beta &= \beta_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi) \\ \overset{*}{\beta} &= - \sum_{n=1}^{\infty} n (\beta_{nC} \sin n\psi - \beta_{nS} \cos n\psi) \\ \overset{**}{\beta} &= - \sum_{n=1}^{\infty} n^2 (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi)\end{aligned}\quad (4.4)$$

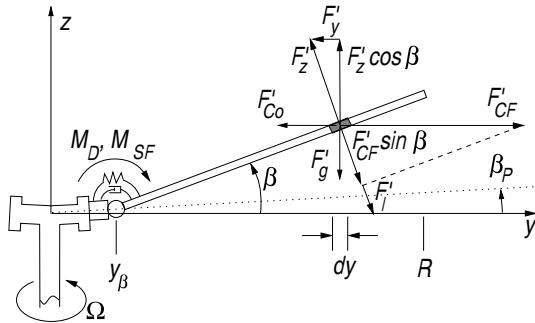
Ist auch die Erregerkraft entsprechend durch eine Fourierreihe repräsentiert, so kann man einen Abgleich der Fourierkoeffizienten machen und erhält dann das Gleichungssystem zur Bestimmung der generalisierten Koordinatenamplituden  $\beta_{nC}$  und  $\beta_{nS}$ ; also den Cosinus- und Sinusanteilen der Schlagbewegung in der Frequenz  $n/\text{rev}$  mit  $n = 0, 1, 2, 3$ , etc.

### 4.3 Die Schlagbewegung des starren, gelenkig angeschlossenen Rotorblattes

#### 4.3.1 Aufstellung der Bewegungsdifferentialgleichung

Die Schlagbewegung ist als eine Bewegung senkrecht nach oben (also in Auftriebsrichtung positiv) aus der vom Rotormast bestimmten Drehebene heraus definiert. Zunächst

**Abb. 4.3** Kräfte am Blattelement in der Schlagbewegung



werden die Rotorblätter als in sich starr und mit einem Schlaggelenk an den Rotorkopf angebunden angenommen, was für Leistungsrechnungen und für die Dynamik der Flugbewegungen ausreicht. Für dynamische Untersuchungen der Vibrationen müssen jedoch die elastischen Eigenschaften (Modalformen, Eigenfrequenzen) berücksichtigt werden. Die Differentialgleichung der Schlagbewegung ergibt sich aus dem Gleichgewicht aller aerodynamischen Momente, Massenmomente und Federmomente um das Schlaggelenk (im Falle eines gelenkigen Rotors; ein gelenk- oder lagerloser Rotor kann durch ein virtuelles Ersatzgelenk mit einer entsprechend starken Feder approximiert werden), welches sich üblicherweise in einem Abstand  $0 \leq y_\beta/R = e_\beta < 0.15$  vom Rotorzentrum entfernt befindet.

$e_\beta = 0$  bedeutet dann ein zentrales Schlaggelenk im Rotorzentrum. Die an einem Blattelement angreifenden lokalen Kräfte sind in Abb. 4.3 skizziert und die Summe aller Momente muss Null ergeben. Darin ist  $M_\beta$  das aerodynamische Moment aus der Auftriebsverteilung;  $M_{CF}$  das Moment aus Zentrifugal- oder Fliehkräften (engl. centrifugal force),  $M_I$  das Moment aus Trägheitskräften (engl. inertia force),  $M_{Co}$  das Moment aus Corioliskräften einer Schwenkbewegung,  $M_{SF}$  das Moment aus Federkräften (engl. spring force),  $M_G$  das Moment aus der Erdbeschleunigung (Gravitation) und  $M_D$  ein Dämpfermoment.

$$0 = M_\beta - M_{CF} - M_I + M_{Co} - M_{SF} - M_D - M_G \quad (4.5)$$

### 4.3.2 Blattmasse und statisches Massenmoment

Die Blattmasse wird durch einfache Integration der Massenverteilung  $m' = dm/dy$  über den Radius ab Schlaggelenk erhalten, während das Gewichtsmoment (= statisches Massenmoment) sich aus der Gewichtskraft  $F_g' = m'g$  mit einem Hebelarm  $y - y_\beta$  bildet. Ist der Rotor mit einem Anstellwinkel  $\alpha$  gegen die Horizontale geneigt (siehe Abb. 3.2), so wirkt die Komponente  $m'g \cos \alpha$  als Gewichtskraft normal zur Drehebene um das Schlaggelenk. Unter Einbeziehung des Schlagwinkels erhält man näherungsweise  $m'g \cos(\beta - \alpha \cos \psi)$ . Da Rotorblätter recht homogen gebaut sind, kann man für klas-

sische Rechteckblätter mit guter Näherung deren Massenverteilung als über den Radius  $m' = \text{const.}$  annehmen. Die Blattmasse  $m_b$  und das Moment aus Gravitation  $M_G$  haben den Betrag

$$\begin{aligned} m_b &= \int_{y_\beta}^R m' dy = m' R (1 - e_\beta) \\ M_G &= \int_{y_\beta}^R m' g \cos(\beta - \alpha \cos \psi) (y - y_\beta) dy \\ &= m' R^2 \left[ \frac{1 - e_\beta^2}{2} - e_\beta (1 - e_\beta) \right] g \cos(\beta - \alpha \cos \psi) \\ &= \frac{m_b R}{2} (1 - e_\beta) g \cos(\beta - \alpha \cos \psi) = \frac{m_b R}{2} (1 - e_\beta) R \Omega^2 \frac{g}{R \Omega^2} \cos(\beta - \alpha \cos \psi) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Führt man eine dimensionslose Gravitationskonstante ein, indem man  $g$  auf die beim Hubschrauber verwendeten Referenzgrößen bezieht, also  $\bar{g} = g/(R\Omega^2)$ , so folgt für kleine Anstell- und Schlagwinkel

$$M_G \approx J_\beta R \Omega^2 \bar{g} \quad \text{mit} \quad J_\beta = \frac{m' R^2}{2} (1 - e_\beta)^2 = \frac{m_b R}{2} (1 - e_\beta) \quad (4.7)$$

$J_\beta$  bezeichnet das statische Massenmoment bezüglich des Schlaggelenkes. Beim Hubschrauber liefert dieses Moment kleine stationäre Beiträge zur Schlagbewegung, es wird aber meist vernachlässigt, da andere Komponenten wesentlich größer sind. Für die meisten Hubschrauber liegt die Blattspitzengeschwindigkeit bei etwa  $\Omega R \approx 220 \text{ m/s}$ . Die Radien liegen schon bei kleinen Hubschraubern wie der Bo105 bei  $R \approx 5 \text{ m}$ , so dass  $\bar{g} \leq 0.009$  ist, also ein kleiner Wert. Wird der Rotor auf  $\alpha = 90^\circ$  angestellt (das entspricht einer Windkraftanlage), liefert die Schwerkraft nur noch über den Schlagwinkel selbst kleine periodische Beiträge in der Schlagbewegung, dann jedoch einen wichtigen periodischen Beitrag in der Schwenkbewegung, was z. B. bei Windkraftanlagen von Bedeutung ist. Das statische Massenmoment ist linear von der Massenverteilung und quadratisch vom Radius abhängig.

### 4.3.3 Das Massenträgheitsmoment

Ein wichtiges Massenmoment stammt aus der Schlagbeschleunigung. Dieser steht das Blattelement mit seiner Trägheitskraft  $F'_l = m'(y - y_\beta)\ddot{\beta}$  und dem Hebelarm  $y - y_\beta$  entgegen und liefert damit ein Rückstellmoment. Mit  $\psi = \Omega t \rightarrow d\psi = \Omega dt$  und der dimensionslosen zeitlichen Ableitung des Schlagwinkels  $\ddot{\beta} = d^2\beta/dt^2 = \Omega^2 d^2\beta/d\psi^2 =$

$\Omega^2 \beta$  folgt

$$\begin{aligned}
 M_I &= \int_{y_\beta}^R (y - y_\beta)^2 m' \ddot{\beta} dy = m' R^3 \left[ \frac{1 - e_\beta^3}{3} - 2e_\beta \frac{1 - e_\beta^2}{2} + e_\beta^2 (1 - e_\beta) \right] \ddot{\beta} \\
 &= I_\beta \ddot{\beta} = I_\beta \Omega^2 \ddot{\beta} \\
 \text{mit } I_\beta &= \frac{m' R^3}{3} (1 - e_\beta)^3 = \frac{m_b R^2}{3} (1 - e_\beta)^2 = \frac{2 J_\beta R}{3} (1 - e_\beta)
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

Der Ausdruck  $I_\beta$  bezeichnet das Massenträgheitsmoment, welches linear von der Massenverteilung sowie von der dritten Potenz des Rotorradius abhängt.

#### 4.3.4 Die Zentrifugalkraft und ihr Moment

Die Zentrifugalkraft  $F'_{CF} = m' y \Omega^2$  wirkt von der Rotordrehachse aus radial nach außen und zieht das Blatt in die Drehebene zurück, sobald es einen Schlagwinkel einnimmt. Wegen der Größe der Zentrifugalkraft sind die entstehenden Schlagwinkel typischerweise nicht wesentlich größer als  $\beta \approx 6^\circ$ ; bei zentralen Schlaggelenken oder kleinen Schlaggelenksabständen vom Rotorzentrum können aber auch wesentlich größere Schlagwinkel entstehen. Auch bei Autogyros mit den im Vergleich zu Hubschraubern deutlich kleineren Rotordrehfrequenzen können große Schlagwinkel auftreten. Beim Gimbalrotor kippt die gesamte Drehebene, und nur bei Blattauslenkungen relativ zu dieser Drehebene erfahren die Rotorblätter eine Rückstellung durch Zentrifugalkräfte. Die Zentrifugalkraft des gesamten Rotorblattes am Schlaggelenk  $F_{CF}$  folgt zu

$$F_{CF} = \int_{y_\beta}^R m' y \Omega^2 dy = \frac{m' R^2}{2} (1 - e_\beta^2) \Omega^2 = \frac{m_b R}{2} (1 + e_\beta) \Omega^2 = J_\beta \frac{1 + e_\beta}{1 - e_\beta} \Omega^2 \tag{4.9}$$

Die Zentrifugalkraft am Rotorkopf ist also linear von der Massenverteilung sowie quadratisch von der Rotordrehfrequenz und dem Rotorradius abhängig. Der Anteil der Zentrifugalkraft, der als Rückstellmoment um das Schlaggelenk mit dem Hebelarm  $y - y_\beta$  wirkt, lautet für kleine Winkel ( $\sin \beta \approx \beta$ )

$$\begin{aligned}
 M_{CF} &= \int_{y_\beta}^R (y - y_\beta) \beta F'_{CF} dy = \int_{y_\beta}^R (y - y_\beta) m' y \Omega^2 \beta dy \\
 &= \left[ \int_{y_\beta}^R m' (y - y_\beta)^2 dy + y_\beta \int_{y_\beta}^R m' (y - y_\beta) dy \right] \Omega^2 \beta \\
 &= (I_\beta + e_\beta J_\beta R) \Omega^2 \beta = I_\beta \left[ 1 + \frac{3e_\beta}{2(1 - e_\beta)} \right] \Omega^2 \beta
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Das Zentrifugalkraftmoment hängt linear von der Massenverteilung und dem Schlagwinkel sowie quadratisch von der Drehfrequenz bzw. der Blattspitzengeschwindigkeit und von der dritten Potenz des Radius ab. Bei zentralem Schlaggelenk ( $e_\beta = 0$ ) verschwindet der zweite Term in der Klammer und der Vorfaktor ist dann identisch zu dem des Trägheitsmomentes in Gl. 4.8.

### 4.3.5 Das Coriolismoment

In der Regel sind die Rotorblätter nicht nur mit einem Schlag-, sondern auch mit einem Schwenkfähigkeitsgrad versehen. Eine Schwenkbewegung um ein Schwenkgelenk ist effektiv nichts anderes als eine Beschleunigung beziehungsweise Verlangsamung der Drehgeschwindigkeit des Rotors; sie beeinflusst also die Zentrifugalkraft und liefert eine zusätzliche Komponente.

$$F'_{CF} \sim m' \left[ \Omega + (y - y_\xi) \dot{\xi} \right]^2 = m' \Omega^2 + 2m'(y - y_\xi) \Omega \dot{\xi} + m'(y - y_\xi)^2 \dot{\xi}^2 \quad (4.11)$$

Der erste Term ist im vorangegangenen Abschnitt behandelt worden, der mittlere Term ist der hier interessierende und der dritte ist wegen des Quadrats einer kleinen Größe von höherer Ordnung und vernachlässigbar. Die differentielle Kraft lässt sich auch aus dem Drehimpulserhaltungssatz herleiten und hat die Größe  $F'_{Co} = 2m'(y - y_\xi) \Omega \dot{\xi}$ , die Komponente normal zur Blattachse wird durch das Produkt mit dem Schlagwinkel gebildet und der Hebelarm beträgt  $y - y_\beta$ . Somit folgt für das Coriolismoment aus einer Schwenkbewegung:

$$\begin{aligned} M_{Co} &= \int_{y_\beta}^R (y - y_\beta) 2m'(y - y_\xi) \Omega \dot{\xi} \beta \, dy \\ &= 2m' R^3 \Omega^2 \overset{*}{\xi} \beta \int_{e_\beta}^1 (r - e_\beta)(r - e_\xi) dr \\ &= 2m' R^3 \Omega^2 \overset{*}{\xi} \beta \left[ \frac{1 - e_\beta^3}{3} - (e_\beta + e_\xi) \frac{1 - e_\beta^2}{2} + e_\beta e_\xi (1 - e_\beta) \right] \\ &= m_b R^2 \Omega^2 \overset{*}{\xi} \beta \left[ \frac{2 - e_\beta - e_\beta^2}{3} - e_\xi (1 - e_\beta) \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

Dieses Moment verkoppelt die Schwenk- mit der Schlagbewegung, ist aber aufgrund des Produktes  $\dot{\xi} \beta$  von höherer Ordnung und kann meist weggelassen werden. Wie später gezeigt wird, ist der umgekehrte Effekt, eine Corioliskraft verursacht von der Schlagbewegung mit Wirkung in der Schwenkbewegung, jedoch nicht vernachlässigbar, sondern stellt darin neben Luftkräften die größte Anregung dar.

### 4.3.6 Das aerodynamische Moment

In Richtung eines positiven Schlagwinkels wirkt der Auftrieb  $F'_z$ , der in Verbindung mit seinem Hebelarm  $y - y_\beta$  versucht, den Schlagwinkel zu vergrößern. Die Gleichung für den Auftrieb kann aus Abschn. 3.5, Gl. 3.79 und den Geschwindigkeitskomponenten am Blattelement aus Gl. 3.81 für den allgemeinen Fall des Vorwärtsfluges entnommen werden. Blattspitzenverluste bleiben zunächst unberücksichtigt und die Integration erfolgt nur über die profilierte Blattlänge, also ab  $y_a/R = r_a \geq e_\beta$  (üblicherweise ist  $r_a \approx 0.2$ , während  $0.02 \leq e_\beta \leq 0.06$  für gelenkige und  $e_\beta \leq 0.15$  für gelenklose Rotoren in der Regel deutlich kleiner ist).  $k_{\text{tip}} = c/(2R)$  ist die reduzierte Frequenz an der Blattspitze. Für ein Rechteckblatt mit konstanter Profilierung folgt

$$\begin{aligned} M_\beta &= \int_{y_a}^R (y - y_\beta) F'_z dy = \int_{y_a}^R (y - y_\beta) \frac{\rho}{2} V_T^2 c C_{l\alpha} \left( \Theta + \Theta_{tw} y - \frac{V_{P,3/4c}}{V_T} \right) dy \\ &= \frac{\rho}{2} c C_{l\alpha} (\Omega R)^2 R^2 \int_{r_a}^1 (r - e_\beta) \left\{ (\Theta + \Theta_{tw} r) \left[ r \left( 1 - \xi^* \right) + e_\xi \xi^* + \mu \sin \psi \right]^2 \right. \\ &\quad \left. - \left[ \lambda + (r - e_\beta) \beta^* + \mu \beta \cos \psi - k_{\text{tip}} \Theta^* \right] \right. \\ &\quad \left. \times \left[ r \left( 1 - \xi^* \right) + e_\xi \xi^* + \mu \sin \psi \right] \right\} dr \end{aligned} \quad (4.13)$$

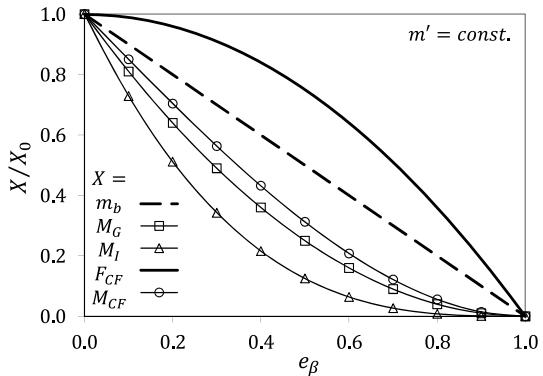
Hier stecken diejenigen Terme drin, die aus Fluggeschwindigkeit und induziertem Durchflussgrad stammen, aber auch Terme der Blattbewegung selbst. Der lokale Einstellwinkel ist einerseits über die wie auch immer geartete Verwindung eine ggf. nichtlineare Funktion des Radius  $r$ , außerdem im Vorwärtsflug über den zyklischen Steuerwinkel eine periodische Funktion des Azimut  $\psi$ . Auch ist eine – wenn auch geringe – Verkopplung mit der Schwenkbewegung enthalten, die ja direkt den Staudruck und damit die Aerodynamik beeinflusst.

Da der induzierte Durchflussgrad eine beliebig komplizierte Funktion der radialen Koordinate sowie des Azimut ist, ist eine geschlossene Lösung direkt nicht möglich. Erst bei signifikanter Vereinfachung des induzierten Durchflusses, also z. B. mit der Näherung nach Glauert, Meijer-Drees, Peters oder ggf. Mangler, ist eine analytische Integration möglich.

### 4.3.7 Das Feder- und Dämpfermoment

Am Schlaggelenk ist in der Regel keine Schlagfeder implementiert, da deren Funktion die Zentrifugalkraft vollständig übernimmt. Wenn allerdings ein gelenkloses Rotorblatt

**Abb. 4.4** Einfluss des Gelenkabstandes auf Kräfte und Momente in der Schlagbewegung



durch ein gelenkig gelagertes mit einem virtuellen Ersatzgelenk an geeigneter Stelle approximiert wird, dann muss in der Regel eine Schlagfeder implementiert sein, um die Federsteifigkeit des Blathalses zu simulieren. Die Position des virtuellen Gelenkes und dessen Federsteifigkeit (die – je nach Verfahren zur Ermittlung derselben – durchaus auch negativ sein kann!) muss aus der fundamentalen Schlageigenfrequenz des Rotorblattes einerseits bei Stillstand und andererseits bei Nenndrehzahl ermittelt werden. Das Federmoment  $M_{SF}$  ist direkt proportional zur Auslenkung, kann aber auch eine Vorspannung aufweisen, was durch einen eingebauten Schlagwinkel, den sog. Vorkonuswinkel  $\beta_P$  (vom engl. precone), repräsentiert ist. Dieser Vorkonus wird üblicherweise so groß wie der sich einstellende mittlere statische Schlagwinkel gewählt werden, um den Blattanschluss von statischen Biegemomenten zu befreien. Er beträgt etwa  $2^\circ \leq \beta_P \leq 3^\circ$ .

Ein Moment aus einem Schlagdämpfer  $M_D$  wird hier formal eingeführt, in der Praxis kann man hiermit auch innere Materialdämpfung mit repräsentieren, sofern dies notwendig erscheint. Da die aerodynamische Dämpfung jedoch sehr groß ist, wird dieser Term in der Regel ignoriert.

$$M_{SF} = k_\beta(\beta - \beta_P) \quad M_D = d_\beta \dot{\beta} = d_\beta \Omega^* \beta \quad (4.14)$$

Der Einfluss eines Schlaggelenkabstandes  $e_\beta$  auf die verschiedenen in der Schlagbewegung wirkenden Kräfte und Momente ist in Abb. 4.4 dargestellt, wobei  $X$  symbolisch für eine dieser Größen steht und  $X_0 = X(e_\beta = 0)$  bedeutet. Die Auswirkung von  $e_\beta$  ist insbesondere für die Momente sehr nichtlinear, das Feder- und das Dämpfermoment sind jedoch unberührt, da sie unabhängig von der radialen Position des Gelenkes wirken. Die Blattmasse nimmt linear mit  $e_\beta$  ab, da die schlagende Blattlänge ja um diesen Betrag verkürzt wird.

### 4.3.8 Der Schwebeflug

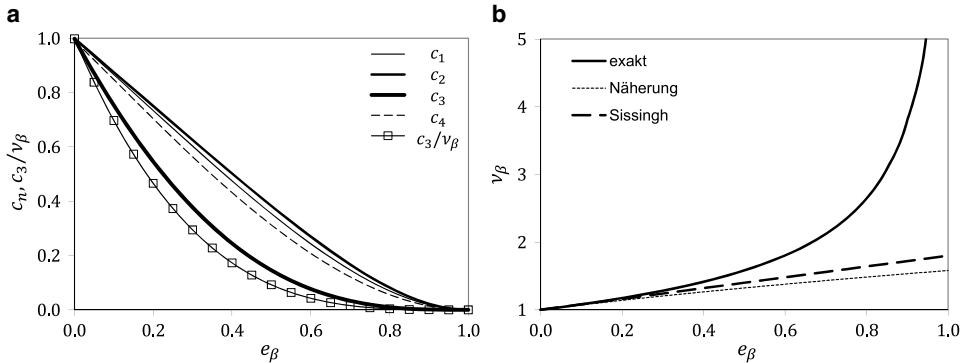
Im Schwebeflug ist die Fluggeschwindigkeit des Rotors  $\mu = 0$  und man hat rotationssymmetrische Strömungsverhältnisse (der Einfluss des Rumpfes wird hierbei vernachlässigt). Außerdem ist der Rotoranstellwinkel  $\alpha = 0$  und der Gesamtdurchfluss besteht nur noch aus dem induzierten Durchflussgrad  $\lambda = \lambda_i$ . Ferner ist der Blatteinstellwinkel konstant. Zur Entkopplung der Gleichungen wird die Schwenkbewegung und das von ihr erzeugte Coriolismoment zunächst vernachlässigt. Das Gleichgewicht der Momente liefert allgemeingültig

$$\begin{aligned} 0 &= -M_I - M_D - M_{CF} - M_{SF} - M_G + M_\beta \\ &= -I_\beta \Omega^2 \overset{**}{\beta} - d_\beta \Omega \overset{*}{\beta} - I_\beta \left[ 1 + \frac{3e_\beta}{2(1-e_\beta)} \right] \Omega^2 \beta - k_\beta (\beta - \beta_P) - J_\beta g \\ &\quad + \frac{\rho}{2} c C_{l\alpha} (\Omega R)^2 R^2 \int_{r_a}^B (r - e_\beta) \left[ \Theta_{tw} r^3 + \left( \Theta - \overset{*}{\beta} \right) r^2 + \left( e_\beta \overset{*}{\beta} + k_{tip} \overset{*}{\Theta} - \lambda_i \right) r \right] dr \end{aligned} \quad (4.15)$$

Nimmt man für prinzipielle Untersuchungen einen über den Radius linear veränderlichen Einstellwinkel und konstanten induzierten Durchflussgrad an, so lässt sich das Integral des aerodynamischen Momentes direkt auflösen und man erhält

$$\begin{aligned} M_\beta &= \frac{\rho c C_{l\alpha} (\Omega R)^2 R^2}{8} \left\{ \Theta \left[ B^4 - r_a^4 - \frac{4}{3} e_\beta (B^3 - r_a^3) \right] \right. \\ &\quad + \Theta_{tw} \frac{4}{5} \left[ B^5 - r_a^5 - \frac{5}{4} e_\beta (B^4 - r_a^4) \right] \\ &\quad - \overset{*}{\beta} \left[ B^4 - r_a^4 - \frac{8}{3} e_\beta (B^3 - r_a^3) + 2e_\beta^2 (B^2 - r_a^2) \right] \\ &\quad \left. + \left( k_{tip} \overset{*}{\Theta} - \lambda_i \right) \frac{4}{3} \left[ B^3 - r_a^3 - \frac{3}{2} e_\beta (B^2 - r_a^2) \right] \right\} \\ &= \frac{\rho c C_{l\alpha} (\Omega R)^2 R^2}{8} \left[ \Theta c_1 + \Theta_{tw} \frac{4}{5} c_2 - \overset{*}{\beta} c_3 + \left( k_{tip} \overset{*}{\Theta} - \lambda_i \right) \frac{4}{3} c_4 \right] \end{aligned} \quad (4.16)$$

Darin sind die Koeffizienten  $c_n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$ , nur vom Schlaggelenkabstand  $e_\beta$ , dem effektiven Radius  $B$  aufgrund von Blattspitzenverlusten und dem Radius des Profilbeginns  $r_a$  abhängig. Im Grenzfall eines zentralen Schlaggelenkes, keinen Blattspitzenverlusten und Profilbeginns ab Rotorzentrum sind alle  $c_n = 1$  und für  $r_a \rightarrow B$  werden die Koeffizienten  $c_n \rightarrow 0$ , da dann die aerodynamisch wirksame Fläche verschwindet. Die Abhängigkeit dieser Koeffizienten vom Schlaggelenkabstand ist in Abb. 4.5 dargestellt, wobei der aerodynamische Blattbeginn mindestens bei realistischen  $r_a = \max(0.2, e_\beta)$  angesetzt wurde. Der Unterschied bei kleinen  $e_\beta$  ist aber vernachlässigbar. Die Bewe-



**Abb. 4.5** Einfluss des Gelenkabstandes auf Parameter der Schlagbewegung. **a** Koeffizienten  $c_n$  und  $c_3/v_\beta$ , **b** Eigenfrequenz und Näherung ( $0 \leq e_\beta \leq 0.2$ :  $r_a = 0.2$ ;  $e_\beta > 0.2$ :  $r_a = e_\beta$ )

gungsdifferentialgleichung erhält man, indem man alle vom Schlagwinkel abhängigen Terme auf die linke Seite der Gleichung bringt und alles durch den Vorfaktor von  $\beta^{\frac{**}{*}}$ , also durch  $I_\beta \Omega^2$ , teilt. Dabei taucht folgender Quotient auf, der als Blattmassenkonstante oder auch Lockzahl  $\gamma$  bezeichnet wird. Er repräsentiert das Verhältnis von Luftkräften zu Massenkräften und wurde erstmalig von Lock 1927 angegeben [2].

$$\gamma = \frac{\rho c C_{l\alpha} R^4}{I_\beta} \quad (4.17)$$

Als Zahlenbeispiel sei die Lockzahl für den Bo105 Rotor mit den Werten für das Schlagersatzsystem ( $e_\beta \approx 0.15$ ) aus Anh. 7.3 genannt, sie beträgt  $\gamma = 8.16$  und ist repräsentativ für heutige Hubschrauber mit Rotorblättern in Faserverbundbauweise. Metall- und Holzblätter, wie sie früher verwendet wurden, waren schwerer und die Lockzahl daher etwas kleiner. Da das Massenträgheitsmoment im Nenner steht, haben schwere Blätter eine kleine Lockzahl, leichte Blätter eine große. Der Einfluss der Flughöhe ist über die Luftdichte  $\rho$  enthalten. Während die Luftkräfte mit der Flughöhe abnehmen, bleiben die Trägheitskräfte unbeeinflusst, also wird die Lockzahl mit zunehmender Flughöhe kleiner. Damit folgt die Bewegungsdifferentialgleichung der Schlagbewegung im Schwebeflug zu [mit  $k_\beta/(I_\beta \Omega^2) = \omega_{\beta 0}^2/\Omega^2 = v_{\beta 0}^2$ ]

$$\begin{aligned} \beta + \frac{\gamma}{8} c_3 \dot{\beta} + \left( 1 + \frac{3e_\beta}{2(1-e_\beta)} + v_{\beta 0}^2 \right) \beta = \\ \gamma \left[ \frac{\Theta c_1}{8} + \frac{\Theta_{tw} c_2}{10} + \frac{(k_{\text{tip}} \dot{\Theta} - \lambda_i) c_4}{6} \right] + v_{\beta 0}^2 \beta_P - \frac{3}{2(1-e_\beta)} \bar{g} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Der Faktor vor  $\beta$  repräsentiert das Quadrat der dimensionslosen Eigenfrequenz des Systems  $v_\beta^2 = (\omega_\beta/\Omega)^2$  (siehe Gl. 4.1). Sie stammt im Wesentlichen aus den Fliehkräften und zu einem kleinen Anteil aus einer Schlagfeder (sofern diese vorhanden ist). Für den Fall ohne Schlagfeder ( $\omega_{\beta 0} = 0$ ) wird die Schlageigenfrequenz ausschließlich von der Wirkung der Fliehkraft bestimmt.

$$v_\beta = \frac{\omega_\beta}{\Omega} = \sqrt{1 + \frac{3}{2(1-e_\beta)} e_\beta} \approx \sqrt{1 + \frac{3}{2} e_\beta} \approx 1 + \frac{3}{4} e_\beta + \frac{3}{8} e_\beta^2 \quad \text{für } e_\beta \leq 0.2 \quad (4.19)$$

Die zweite Näherung stellt den Anfang einer Taylorreihenentwicklung dar, die Sissingh 1946 in [63] mit  $1 + 0.8e_\beta$  angab. Der Einfluss des Schlaggelenkabstandes auf die Schlag-eigenfrequenz ist in Abb. 4.5b für die vollständige Formulierung wie auch für die Näherung für kleine  $e_\beta$  gegeben. Man sieht, dass  $v_\beta$  bereits bei kleinen Werten von  $e_\beta$  zunächst linear ansteigt und, je mehr das Gelenk sich der Blattspitze nähert, sehr stark anwächst. Die Näherung liefert im praktisch relevanten Bereich bis  $e_\beta = 0.2$  brauchbare Werte. Ausgeführt werden in der Regel bei gelenkig gelagerten Rotoren  $0 \leq e_\beta \leq 0.1$  und bei gelenklosen bzw. lagerlosen Rotoren  $0.08 \leq e_\beta \leq 0.15$ . Als Beispiel sei die Bo105 mit einem effektiven Schlaggelenkabstand von  $e_\beta \approx 0.15$  genannt, was bereits als sehr steifer Blattanschluss gilt.

Im Fall eines zentralen Schlaggelenkes ( $e_\beta = 0$ ) ohne Feder ( $\omega_{\beta 0} = 0$ ) ist diese Eigenfrequenz  $v_\beta = 1$ , das heißt, dass die Schlagbewegung in Resonanz mit der Rotordrehfrequenz schwingt (egal, wie groß die Rotordrehfrequenz ist!) und die Phasennacheilung auf eine äußere Anregung exakt  $90^\circ$  beträgt, siehe Abb. 4.2. Ein Schlaggelenkabstand  $e_\beta > 0$  erhöht die Eigenfrequenz, so dass die Phasennacheilung  $\psi_\beta < 90^\circ$  wird, was auch durch eine Schlagfeder mit  $k_\beta > 0$  erreicht werden kann. Umgekehrt kann eine negative Schlagfeder die Eigenfrequenz auf Werte von  $v_\beta < 1$  senken.

\* Der Faktor vor  $\beta$  repräsentiert die Dämpfung im System; im Vergleich mit der generalisierten Form in Gl. 4.1 erhält man für das Dämpfungsmaß:

$$\frac{\gamma}{8} c_3 = 2D_\beta v_\beta \quad \Rightarrow \quad D_\beta = \frac{\gamma c_3}{16v_\beta} \quad (4.20)$$

Da, wie zuvor gezeigt, die Lockzahl oft Werte um  $\gamma \approx 8$  annimmt und die Eigenfrequenz, wie eben dargestellt, Werte um  $v_\beta \approx 1$  aufweist und außerdem für kleine Schlaggelenkabstände (und kleine Werte des radialen Profilbeginns  $r_a$ )  $c_3 \rightarrow 1$  strebt, folgt näherungsweise für die Dämpfung ein Wert von  $D_\beta \approx 0.5$ . Diese Dämpfung stammt ausschließlich aus der Aerodynamik. Die Schlagbewegung ist also sehr gut gedämpft und daher braucht man auch keinen mechanischen Schlagdämpfer; die Vergrößerungsfunktion weist für dieses Dämpfungsmaß nur eine unwesentliche Amplitudenerhöhung in Resonanz bei  $v = 0.7$  auf, siehe Abb. 4.2a. Eine strukturelle Dämpfung aus dem Material der Rotorblätter kann durch einen Faktor  $d_\beta$  \* in der Differentialgleichung berücksichtigt

werden. Die Flughöhe hat über die kleiner werdende Lockzahl einen direkten Einfluss auf die aerodynamische Schlagdämpfung und kann diese in größeren Höhen entsprechend der Abnahme der Dichte auf die Hälfte reduzieren, was größere Schlagamplituden und längere Schwingzeiten nach einer Störung zur Folge hat.

Im Sonderfall des ausgeschwungenen Zustandes mit stationärer Strömung erhält man auch eine stationäre Schlagauslenkung. Alle zeitabhängigen Terme sind dann Null:  $\dot{\Theta} = \ddot{\Theta} = \beta = \dot{\beta} = 0$ . Damit folgt für den statischen Anteil des Schlagwinkels  $\beta_0$  aus Gl. 4.18:

$$\beta_0 = \frac{1}{v_\beta^2} \left[ \gamma \left( \frac{\Theta c_1}{8} + \frac{\Theta_{tw} c_2}{10} - \frac{\lambda_i c_4}{6} \right) + v_{\beta 0}^2 \beta_P - \frac{3}{2(1-e_\beta)} \bar{g} \right] \quad (4.21)$$

Bei einem gelenkigen Rotor ohne Schlagfeder ( $v_{\beta 0} = 0$ ) und mit zentralem Schlaggelenk ( $e_\beta = 0, v_\beta = 1$ ) vereinfacht sich dieser Ausdruck zu

$$\beta_0 = \gamma \left( \frac{\Theta}{8} + \frac{\Theta_{tw}}{10} - \frac{\lambda_i}{6} \right) - \frac{3}{2} \bar{g} \quad (4.22)$$

Man beachte, dass in dem Ausdruck für das aerodynamische Moment nur noch diejenigen Terme eine Rolle spielen, die von der Blattelemententheorie im Schwebeflug bereits genannt wurden:  $\Theta, \Theta_{tw}$  und  $\lambda_i$ . Der letzte Term in der Gleichung hat eine Größenordnung von  $\beta \approx -0.00136 \text{ rad} \approx -0.08^\circ$  bei kleinen Rotoren wie der Bo105, aber zunehmend mehr bei großen Rotoren, da  $\bar{g} = g/(R\Omega^2) \sim 1/\Omega$ . Mit  $\Omega R = \text{const.}$  unabhängig von der Rotorgröße folgt ebenfalls  $\bar{g} \sim R$ . Dieser Anteil aus dem Eigengewicht der Rotorblätter wird meist ohne Einschränkung der Genauigkeit vernachlässigt.

Der statische Schlagwinkel wird als Rotorkonus oder Konuswinkel bezeichnet. Dieser statische Blattschlagwinkel ist einerseits im Wesentlichen abhängig von dem Schub, den der Rotor erzeugen muss, andererseits aber auch etwas von der radialen Verteilung des Schubes, die wiederum sehr vom Flugzustand (Schwebeflug, Vorwärtsflug, Autorotation, ...) und der Verwindung des Blattes abhängt. Daher wird ein dem zu erwartenden Einsatzbereich angepasster mittlerer Schlagwinkel bereits vom Hersteller eingebaut, der mit Vorkonus  $\beta_P$  bezeichnet wird (vom engl. pre-cone angle), um die statischen Biegemomente im Blattanschluss klein zu halten. Bei der Bo105 beträgt er  $\beta_P = 2.5^\circ$ .

### 4.3.9 Der Vorwärtsflug bei $\alpha = 0$

Im Vorwärtsflug verkomplizieren sich die Zusammenhänge, da nun periodische Terme in den Luftkräften zur Wirkung kommen. Das aerodynamische Moment aus Gl. 4.13 erhält man nach Ausführung der Integration, wobei im Vorwärtsflug der Steuerwinkel und die Verteilung der induzierten Geschwindigkeiten periodisch im Sinne von

$$\begin{aligned} \Theta &= \Theta_0 + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi \\ \lambda_i &= \lambda_{i0}[1 + k_x r \cos \psi + k_y r \sin \psi] = \lambda_{i0} + \lambda_{i1}(\psi)r \end{aligned} \quad (4.23)$$

eingesetzt werden (was der einfachsten Näherung entspricht). Damit erhält man, wieder unter Vernachlässigung von Blattspitzenverlusten sowie der von der Schwenkbewegung abhängigen Terme:

$$\begin{aligned} \frac{M_\beta}{\Omega^2 I_\beta} = & \frac{\gamma}{2} \int_{r_a}^1 [r^3 + r^2 (2\mu \sin \psi - e_\beta) + r (\mu^2 \sin^2 \psi - 2e_\beta \mu \sin \psi) - e_\beta \mu^2 \sin^2 \psi] \\ & \times (\Theta + \Theta_{tw} r) dr \\ & - \frac{\gamma}{2} \int_{r_a}^1 \left[ \left( \lambda_{i1} + \overset{*}{\beta} \right) r + \lambda_{i0} + \mu_z + \mu \beta \cos \psi - e_\beta \overset{*}{\beta} - k_{tip} \overset{*}{\Theta} \right] \\ & \times [r^2 + r(\mu \sin \psi - e_\beta) - e_\beta \mu \sin \psi] dr \end{aligned} \quad (4.24)$$

Nach Ausführung der Integration folgt:

$$\begin{aligned} \frac{M_\beta}{\Omega^2 I_\beta} = & \gamma \frac{\Theta_{tw}}{10} (1 - r_a^5) + \gamma \frac{\Theta + \Theta_{tw} (2\mu \sin \psi - e_\beta)}{8} (1 - r_a^4) \\ & + \gamma \frac{\Theta (2\mu \sin \psi - e_\beta) + \Theta_{tw} (\mu^2 \sin^2 \psi - 2e_\beta \mu \sin \psi)}{6} (1 - r_a^3) \\ & + \gamma \frac{\Theta (\mu^2 \sin^2 \psi - 2e_\beta \mu \sin \psi) - \Theta_{tw} e_\beta \mu^2 \sin^2 \psi}{4} (1 - r_a^2) \\ & - \gamma \frac{\Theta e_\beta \mu^2 \sin^2 \psi (1 - r_a) - \gamma \frac{\lambda_{i1} + \overset{*}{\beta}}{8} (1 - r_a^4)}{2} \\ & - \gamma \frac{\left( \lambda_{i1} + \overset{*}{\beta} \right) (\mu \sin \psi - e_\beta) + \lambda_{i0} + \mu_z + \mu \beta \cos \psi - e_\beta \overset{*}{\beta} - k_{tip} \overset{*}{\Theta}}{6} (1 - r_a^3) \\ & - \gamma \frac{\left( \lambda_{i0} + \mu_z + \mu \beta \cos \psi - e_\beta \overset{*}{\beta} - k_{tip} \overset{*}{\Theta} \right) (\mu \sin \psi - e_\beta) - \left( \lambda_{i1} + \overset{*}{\beta} \right) e_\beta \mu \sin \psi}{4} \\ & \times \mu \sin \psi (1 - r_a^2) \\ & + \gamma \frac{\lambda_{i0} + \mu_z + \mu \beta \cos \psi - e_\beta \overset{*}{\beta} - k_{tip} \overset{*}{\Theta}}{2} e_\beta \mu \sin \psi (1 - r_a) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Wie man sieht, wird der Ausdruck sehr unübersichtlich und umfangreich; außerdem treten Produkte wie  $\sin^2$ ,  $\sin^3$ ,  $\sin \cos$  und  $\sin^2 \cos$  auf, die außerdem noch mit den periodischen Termen des Steuerwinkels, der induzierten Geschwindigkeiten und der Schlagbewegung

multipliziert werden, so dass hier bereits eine Fourierreihe zum Beispiel bis zu 5/rev in Erscheinung tritt. Massenträgheits-, Zentrifugalkraft- und Federmoment sind unabhängig von einer Vorwärtsgeschwindigkeit, lediglich das Gewichtsmoment ist vom Rotoranstellwinkel abhängig, aber dies liefert, wie gezeigt, nur unbedeutende Beiträge und kann vernachlässigt werden. Die linke Seite der Bewegungsdifferentialgleichung bleibt also erhalten und man kann für  $\beta$  eine Fourierreihe bis zu 5/rev ansetzen. Durch Gleichsetzen der von  $\psi$  unabhängigen Terme sowie der von  $\sin n\psi$  und  $\cos n\psi$  mit  $n = 1, 2, \dots, 5$  erhält man ein Gleichungssystem von 11 Gleichungen für die 11 Unbekannten  $\beta_0$ ,  $\beta_{nC}$  und  $\beta_{nS}$  mit  $n = 1, 2, \dots, 5$ , wie dies in Anh. 7.6 beispielhaft dargestellt ist.

Eine Reduktion der Ordnung des Systems erhält man mit einigen weiteren Vereinfachungen. Bei Annahme konstanten induzierten Durchflusses ( $\lambda_{i1} = 0$ ) sowie  $\alpha = 0 \rightarrow \mu_z = 0$ , einem zentralen Schlaggelenk  $e_\beta = 0$  und Vernachlässigung des Anteils aus der instationären Aerodynamik, da  $k_{\text{tip}} = c/(2R) \approx 0.03$  klein ist, folgt:

$$\frac{M_\beta}{I_\beta \Omega^2} = \gamma \left[ \Theta \left( \frac{1}{8} + \frac{\mu}{3} \sin \psi + \frac{\mu^2}{4} \sin^2 \psi \right) + \Theta_{tw} \left( \frac{1}{10} + \frac{\mu}{4} \sin \psi + \frac{\mu^2}{6} \sin^2 \psi \right) - \lambda_i \left( \frac{1}{6} + \frac{\mu}{4} \sin \psi \right) - \overset{*}{\beta} \left( \frac{1}{8} + \frac{\mu}{6} \sin \psi \right) - \mu \beta \cos \psi \left( \frac{1}{6} + \frac{\mu}{4} \sin \psi \right) \right] \quad (4.26)$$

Hier sind also nicht nur Terme enthalten, die die Fluggeschwindigkeit über den Fortschrittsgrad beinhalten, sondern periodische Terme mit 1/rev, also in der Rotordrehfrequenz, und mittels der Produkte  $\sin^2 \psi$  und  $\sin \psi \cos \psi$  entstehen auch Anteile in 2/rev. Dies ist eine Folge des Staudruckes, der das Quadrat der lokalen Geschwindigkeit  $V_T = \Omega R(1 + \mu \sin \psi)$  am Blattelement beinhaltet und diese bereits eine Variation mit 1/rev erfährt. Der Steuerwinkel ist mit 1/rev enthalten und die Schlagbewegung kann dann noch bis 3/rev aufgestellt werden. Durch diese periodischen Terme ist eine analytische geschlossene Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung nicht mehr möglich.

\* Der mit  $\overset{*}{\beta}$  in Zusammenhang stehende Term repräsentiert die Dämpfung, wie im Abschnitt zuvor bereits gezeigt wurde. Auch hier ist mit zunehmender Fluggeschwindigkeit eine periodische Variation der Dämpfung zu finden, d. h. an der vorlaufenden Seite wird sie erhöht und auf der rücklaufenden Seite des Rotors wird sie geringer. Sie bleibt aber im Bereich der Fluggeschwindigkeiten eines Hubschraubers ( $\mu \leq 0.35$ , der Weltrekord liegt bei  $\mu = 0.5$ ) immer positiv. Erst bei  $\mu = 6/8 = 0.75$  wird die Dämpfung Null bei  $\psi = 270^\circ$  und bei noch größeren Fortschrittsgraden in einem gewissen Bereich darum sogar negativ. Dies spielt eine Rolle bei Compound-Hubschraubern, die im Schnellflug den Rotor entlasten und mit wesentlich höheren Fortschrittsgraden als bei Hubschraubern üblich durch die Luft ziehen (z. B. hat CarterCopter bereits  $\mu > 1$  erreicht).

Bisher unbeachtet geblieben ist der Bereich mit Rückanströmung auf der rücklaufenden Seite des Rotors. Hier muss streng genommen das Integral des Auftriebes und des aerodynamischen Schlagmomentes in zwei Bereiche aufgeteilt und getrennt integriert werden. Der innere Bereich des Rotorblattes mit rückwärtiger Anströmung ist durch

$r_a < r < -\mu \sin \psi$  definiert und der äußere Bereich mit Anströmung von vorne erstreckt sich über  $-\mu \sin \psi < r < 1$ . Im äußeren Bereich haben die bereits gezeigten Formeln Gültigkeit. Im inneren Bereich jedoch muss man die geänderte Geometrie der Anströmung berücksichtigen und außerdem ist der azimutale Bereich, in dem diese rückwärtige Anströmung auftritt, durch den Radius des Profilbeginns  $r_a$  bestimmt. Im Fall eines ab Rotorzentrum profilierten Blattes beginnt die rückwärtige Anströmung in den innersten radialen Bereichen bei  $\psi = 180^\circ$  und endet bei  $\psi = 360^\circ$ . Bei üblichen Bauweisen beginnt die Profilierung jedoch erst bei etwa  $r_a = 0.2$ , so dass der Azimutbereich durch

$$270^\circ - \arcsin \frac{r_a}{\mu} < \psi < 270^\circ + \arcsin \frac{r_a}{\mu} \quad (4.27)$$

eingegrenzt ist. Allerdings ist der Fehler bei Vernachlässigung dieser Bereiche rückwärtiger Anströmung gering, solange die Fortschrittsgrade kleiner als etwa  $\mu = 0.4$  sind, denn selbst in diesem Grenzfall sehr hoher Geschwindigkeit – der von kaum einem der in Serie gebauten Hubschrauber erreicht wird – sind die Staudrücke und damit die resultierenden Kräfte der Bereiche mit rückwärtiger Anströmung klein und damit meist vernachlässigbar.

Bei einem über den Umlauf konstanten Steuerwinkel  $\Theta_0 = \text{const.}$ , also  $\Theta_S = \Theta_C = 0$ , würde das Rotorblatt mit der Fluggeschwindigkeit zunehmende periodische Schlagwinkel ausüben, die letztlich die Blattspitzenebene und damit die Richtung des erzeugten Schubes normal zu dieser Ebene definieren. Um den Schub in einer bestimmten Richtung zu halten, sind also ebenfalls zyklische Steuerwinkel erforderlich, die die Gleichungen weiter verkomplizieren. Auch ist hier kein Schlaggelenkabstand enthalten, keine Steigeschwindigkeit und kein Rotoranstellwinkel. Unter Hinzunahme all dieser Größen wird die formale Behandlung immer komplexer und unhandlicher. Daher werden im Vorwärtsflug im Wesentlichen zwei Lösungsverfahren zum Lösen der Bewegungsdifferentialgleichungen angewandt.

Das erste Verfahren ist die numerische Lösung der Gleichungen. Wegen der hohen Dämpfung ist die Wahl der Anfangsbedingungen unkritisch und bei gegebenen Steuerwinkeln (auch den periodischen) sowie gegebenem induzierten Durchflussgrad kann die Blattbewegung numerisch integriert werden. Damit lassen sich beliebig komplexe Zusammenhänge lösen (z. B. instationäre Aerodynamik mit dynamic Stall), aber die isolierte Auswirkung individueller Einflüsse und damit die physikalische Einsicht in die Problematik geht verloren. Zum Beurteilen der Lösung braucht es dann diese Einsicht aus Erfahrung. Aufgrund der zur Verfügung stehenden leistungsfähigen Computer ist dieses Verfahren heute der Standard.

Das zweite Verfahren basiert auf der Annahme, dass die Schlagbewegung im eingeschwungenen Zustand rein periodisch ist, so dass man für sie eine Fourierreihe ansetzen kann. Auf der rechten Seite der Differentialgleichung stehen die anregenden Terme, ebenfalls nach Frequenzen sortiert. Im Gleichgewichtszustand müssen die Koeffizienten der entsprechenden  $\sin n\psi$  und  $\cos n\psi$  für  $n = 1, 2, \dots$  gleich sein. Damit erhält man ein Gleichungssystem für die Fourierkoeffizienten  $\beta_{nC}$  und  $\beta_{nS}$  für  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Für die ersten drei Terme der Schlagbewegung führt dies, ohne die Schritte im Einzelnen aufzu-

führen, bei einem Rotor mit zentralem Schlaggelenk zu

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \gamma \left[ \Theta_0 \frac{1 + \mu^2}{8} + \Theta_{tw} \frac{1 + 5\mu^2/6}{10} + \Theta_S \frac{\mu}{6} - \frac{\lambda}{6} \right] \\ \beta_S - \Theta_C &= \frac{-4\mu/3}{1 + \mu^2/2} \beta_0 \\ \beta_C + \Theta_S &= \frac{-8\mu/3}{1 - \mu^2/2} \left[ \Theta_0 + \frac{3}{4}(\Theta_{tw} - \lambda + \mu\Theta_S) \right]\end{aligned}\quad (4.28)$$

Im Schwebeflug ist  $\mu = 0$  und es folgt

$$\beta_S = \Theta_C \quad \text{und} \quad \beta_C = -\Theta_S \quad (4.29)$$

Dies repräsentiert die Schwingungscharakteristik eines in Resonanz befindlichen Systems, folglich reagiert die Schlagbewegung exakt  $90^\circ$  phasenverschoben zur Einstreuung. Da diese Methode über das Gleichgewicht der harmonischen Anteile aufgestellt ist, wird sie auch „harmonic balance method“ genannt. Sie ist aber aufgrund der großen manuell aufgestellten Gleichungssysteme fehleranfällig und wurde mehr in der Zeit vor der Verfügbarkeit von Computern verwendet.

### 4.3.10 Schlussbemerkungen

1. Ein zentrales Schlaggelenk erzeugt eine Schlageigenfrequenz, die identisch mit der Rotordrehfrequenz ist:  $v_\beta = 1/\text{rev}$ . Die wesentlichen Erregerkräfte, also das zyklische Pilotensteuer und im Vorwärtsflug die aerodynamischen Kräfte, sind periodisch mit der Rotordrehung und daher schwingt das Rotorblatt in Resonanz.
2. Die Phasennacheilung eines Rotorblattes mit zentralem Schlaggelenk auf die zuvor genannten Erregerkräfte beträgt  $90^\circ$ , da es in Resonanz schwingt.
3. Trotz dieser Resonanz ist die Schlagbewegung unkritisch, da die aerodynamische Dämpfung sehr groß ist.
4. Die Massenverteilung des Rotorblattes hat keine Auswirkung auf die Schlageigenfrequenz, da sie in gleicher Größenordnung das Massenträgheitsmoment und das Federmoment aus Zentrifugalkräften beeinflusst.
5. Mit zunehmendem Schlaggelenkabstand wächst auch die Schlageigenfrequenz, da die Federwirkung der Zentrifugalkraft relativ zum Massenträgheitsmoment zunimmt.
6. Die Lockzahl repräsentiert eine Relation zwischen Luft- und Massenkräften. Je größer die Blattmasse, um so relativ kleiner sind die Luftkräfte und somit auch die davon erzeugte Schlagbewegung und umgekehrt.
7. Zentrifugalkräfte sind die absolut dominierende Größe in der Schlagbewegung. Sie sind je nach Blattmasse etwa 20 mal größer als die Luftkräfte.
8. Gravitationskräfte sind im Vergleich zu Luftkräften etwa zwei Größenordnungen kleiner und daher in der Regel vernachlässigbar. Nur bei sehr großen (z. B. bei sehr großen

Rotoren von Schwerlasthubschraubern oder bei Windenergieanlagen) und langsam drehenden Rotoren (z. B. beim Andrehen oder Anhalten der Rotoren) sind sie von Bedeutung.

## 4.4 Die Schwenkbewegung

### 4.4.1 Aufstellung der Bewegungsdifferentialgleichung

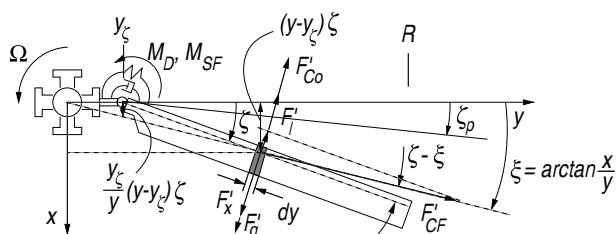
Die Schwenkbewegung mit dem Schwenkwinkel  $\zeta$  ist als eine Auslenkung des Rotorblattes in der vom Rotormast aufgespannten Drehebene definiert, positiv hier gegen die Drehbewegung (also in Widerstandsrichtung; auch die umgekehrte Vorzeichenkonvention ist üblich). Ganz analog zur Schlagbewegung wird die Bewegungsdifferentialgleichung der Schwenkbewegung über das Gleichgewicht der Momente um das Schwenkgelenk mit einem Gelenkabstand  $y_\zeta/R = e_\zeta$  ermittelt. Das Schwenkgelenk muss dabei nicht notwendigerweise mit dem Schlaggelenk zusammenfallen, es kann radial innerhalb, aber auch außerhalb liegen. Obwohl in manchen Prototypen auch sehr weit außen liegende Schwenkgelenke realisiert wurden (z. B. Bo 46 mit  $e_\zeta = 0.4$ ), liegen sie in der Regel jedoch nahe beieinander bzw. sind als gemeinsames Gelenk ausgeführt. Hier kommt das Coriolismoment aus der Schlagbewegung neu hinzu, welches später noch erläutert wird. Auch hier werden die Blätter als starr angenommen. Die angreifenden Kräfte sind in Abb. 4.6 skizziert.

$$0 = M_I + M_D + M_{CF} + M_{SF} + M_{Co} - M_G - M_\zeta \quad (4.30)$$

### 4.4.2 Massen-, Trägheits-, Feder- und Dämpfermomente

Durch die Neigung des Rotors im allgemeinen Vorwärtsflug greift eine Komponente der Schwerkraft  $F'_g = m'g \sin\alpha \sin(\psi - \zeta)$  periodisch in die Schwenkbewegung ein, sie hat einen Hebelarm von  $y - y_\zeta$ . Die zugehörige, an der Schwenkbewegung beteiligte Blattmasse  $m_b$  sowie das entsprechende Gewichtsmoment  $M_G$  sind dann ganz analog zu

**Abb. 4.6** Kräfte am Blattelement in der Schwenkbewegung



denen der Schlagbewegung in Gl. 4.6 und (4.7)

$$\begin{aligned}
 m_b &= \int_{y_\zeta}^R m' dy = m' R \int_{e_\zeta}^1 dr = m' R (1 - e_\zeta) \\
 M_G &= \int_{y_\zeta}^R m' g \sin \alpha \sin(\psi - \zeta) (y - y_\zeta) dy = m' R^3 \bar{g} \sin \alpha \sin(\psi - \zeta) \int_{e_\zeta}^1 (r - e_\zeta) dr \\
 &= J_\zeta R \Omega^2 \bar{g} \sin \alpha \sin(\psi - \zeta) \approx 0 \quad \text{mit} \quad J_\zeta = \frac{m' R^2}{2} (1 - e_\zeta)^2 = \frac{m_b R}{2} (1 - e_\zeta)
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

In der Regel ist  $M_G$  wegen kleiner Rotoranstellwinkel  $\alpha$  und kleinem Wert von  $\bar{g}$  ein vernachlässigbar kleiner Wert. Nur bei  $\alpha = 90^\circ$ , wie z. B. bei Windkraftanlagen, ist das eine wichtige Anregung. Das Moment aus Trägheitskräften bestimmt sich genau wie bei der Schlagbewegung in Gl. 4.8 mit  $F'_I = m'(y - y_\zeta)\ddot{\zeta}$  zu

$$\begin{aligned}
 M_I &= \int_{y_\zeta}^R (y - y_\zeta)^2 m' \ddot{\zeta} dy = m' R^3 \left[ \frac{1 - e_\zeta^3}{3} - 2e_\zeta \frac{1 - e_\zeta^2}{2} + e_\zeta^2 (1 - e_\zeta) \right] \ddot{\zeta} \\
 &= I_\zeta \ddot{\zeta} = I_\zeta \Omega^2 \overset{**}{\ddot{\zeta}} \\
 \text{mit} \quad I_\zeta &= \frac{m' R^3}{3} (1 - e_\zeta)^3 = \frac{m_b R^2}{3} (1 - e_\zeta)^2 = \frac{2 J_\zeta R}{3} (1 - e_\zeta)
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Schließlich existieren noch das Feder- und das Dämpfermoment. Eine Schwenkfeder ist in der Regel nicht vorhanden, wohl aber ein Dämpfer, der Instabilitäten und große Schwenkamplituden vermeiden soll. Dieser Dämpfer ist notwendig, da die aerodynamische Dämpfung wesentlich geringer ausfällt als in der Schlagbewegung. Elastomerdämpfer, wie sie heute oft verwendet werden, weisen jedoch gleichzeitig eine starke Federcharakteristik auf. Außerdem kann man gelenklose Rotoren näherungsweise durch einen gelenkigen Rotor mit einer Feder im Gelenk repräsentieren. In Analogie zum Vorkonus  $\beta_P$  kann man auch in der Schwenklage einen Vorschwenkwinkel  $\zeta_P$  vorsehen, der analog zum Schlagkonuskinkel hier die mittlere statische Schwenklage repräsentiert.

$$M_{SF} = k_\zeta (\zeta - \zeta_P) \quad M_D = d_\zeta \dot{\zeta} = d_\zeta \Omega \overset{*}{\dot{\zeta}} \tag{4.33}$$

#### 4.4.3 Das Moment aus der Zentrifugalkraft

Hier gibt es einen wichtigen Unterschied zur Schlagbewegung. Die Richtung der Zentrifugalkraft zeigt zwar wieder radial vom Rotorzentrum aus nach außen, aber die Komponente, die normal zur Blattachse als Rückstellmoment wirkt, ist wesentlich kleiner als in der Schlagbewegung und verschwindet ganz, wenn ein zentrales Schwenkgelenk vor-

liegt, man vergleiche Abb. 4.3 mit Abb. 4.6. Die Komponente normal zur Blattachse ist  $F'_{CF} \sin(\xi - \xi) = m'y\Omega^2 \sin(\xi - \xi)$  und der Hebelarm wieder  $y - y_\xi$ . Für kleine Winkel  $\zeta$  und  $\xi$  folgt

$$\begin{aligned}\sin(\xi - \xi) &\approx \xi - \frac{x}{y} \approx \xi - \xi \frac{y - y_\xi}{y} = \xi \frac{y_\xi}{y} = \xi \frac{e_\xi}{r} \\ M_{CF} &= \int_{y_\xi}^R (y - y_\xi) m'y\Omega^2 \xi \frac{y_\xi}{y} dy = m'R^3 e_\xi \Omega^2 \xi \int_{e_\xi}^1 (r - e_\xi) dr \\ &= m'R^3 e_\xi \Omega^2 \xi \left[ \frac{1 - e_\xi^2}{2} - e_\xi(1 - e_\xi) \right] \\ &= e_\xi J_\xi R \Omega^2 \xi = I_\xi \frac{3e_\xi}{2(1 - e_\xi)} \Omega^2 \xi\end{aligned}\quad (4.34)$$

Man vergleiche dieses Ergebnis mit dem aus der Schlagbewegung Gl. 4.10!

#### 4.4.4 Das Coriolismoment

Jede aufwärts gerichtete Schlagbewegung um das Schlaggelenk bei einem Schlagwinkel von  $\beta \geq 0$  (und auch eine abwärts gerichtete Bewegung bei einem Winkel  $\beta \leq 0$ ) bewirkt eine radial nach innen gerichtete Massenverschiebung  $\dot{y} = \sin \beta (y - y_\beta) \dot{\beta} \approx (y - y_\beta) \beta \dot{\beta}$ , welche aufgrund des Drehimpulserhaltungssatzes eine Kraft in Drehrichtung des Rotors erzeugt. Umgekehrt wirkt eine der Drehrichtung entgegengesetzte Kraft, wenn die Massen durch eine zur Drehebene hin gerichtete Schlagbewegung radial nach außen verschoben werden. Diese Kräfte macht sich z. B. eine Tänzerin bei der Pirouette zu Nutze. Die differentielle Kraft hat die Größe  $F'_{Co} = 2m'\Omega \dot{y} = 2m'\Omega(y - y_\beta)\beta \dot{\beta}$  und sie wirkt wieder an einem Hebelarm  $y - y_\xi$ .

$$\begin{aligned}M_{Co} &= \int_{y_\xi}^R (y - y_\xi) 2m'\Omega(y - y_\beta)\beta \dot{\beta} dy = 2m'R^3 \Omega^2 \int_{e_\xi}^1 (r - e_\beta)(r - e_\xi) dr \beta \dot{\beta}^* \\ &= 2m'R^3 \Omega^2 \left[ \frac{1 - e_\xi^3}{3} - \frac{1 - e_\xi^2}{2}(e_\beta + e_\xi) + e_\beta e_\xi(1 - e_\xi) \right] \beta \dot{\beta}^* \\ &= m_b R^2 \Omega^2 \left[ 2 \frac{1 + e_\xi + e_\xi^2}{3} - (1 + e_\xi)(e_\xi + e_\beta) + 2e_\xi e_\beta \right] \beta \dot{\beta}^* \\ &= m_b R^2 \Omega^2 \left[ \frac{2 - e_\xi - e_\xi^2}{3} - (1 - e_\xi)e_\beta \right] \beta \dot{\beta}^* \\ &= J_\xi R \Omega^2 2 \left[ \frac{2 + e_\xi}{3} - e_\beta \right] \beta \dot{\beta}^*\end{aligned}\quad (4.35)$$

Dieses Moment verkoppelt die Schlag- mit der Schwenkbewegung aufgrund des Produkts  $\overset{*}{\beta} \overset{*}{\beta}$  in nichtlinearer Weise.

#### 4.4.5 Das aerodynamische Moment

In Richtung eines positiven Schwenkwinkels wirkt der Widerstand  $F'_x$ , der in Verbindung mit seinem Hebelarm  $y - y_\zeta$  versucht, den Schwenkwinkel zu vergrößern. Die Gleichung für den Widerstand kann aus Abschn. 3.5, Gl. 3.79 und Gl. 3.81 für den allgemeinen Fall des Vorwärtsfluges entnommen werden. Die Integration erfolgt nur über die profilierte Blattlänge, also ab  $y_a/R = r_a \geq e_\zeta$  (siehe Schlagbewegung). Die Blattwurzel ist in der Regel ein Rechteckquerschnitt – also ein stumpfer Körper – und müsste separat integriert werden, da dieser keinen Auftrieb, sondern nur Widerstand mit einer eigenen Polare erzeugt. Die Staudrücke und der Hebelarm zum Schwenkgelenk sind dort allerdings gering, so dass dieser Anteil meist vernachlässigt wird.

$$\begin{aligned}
 M_\zeta &= \int_{y_a}^R (y - y_\zeta) F'_x dy = \int_{y_a}^R \frac{\rho}{2} c (y - y_\zeta) \{ C_{l\alpha} [(\Theta + \Theta_{tw} y) V_P V_T - V_P^2] + C_d V_T^2 \} dy \\
 &= \frac{\rho}{2} c C_{l\alpha} (\Omega R)^2 R^2 \int_{r_a}^1 \left\{ (\Theta + \Theta_{tw} r) \left[ \lambda + (r - e_\beta) \overset{*}{\beta} + \mu \beta \cos \psi - k_{tip} \overset{*}{\Theta} \right] \right. \\
 &\quad \times \left[ r \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) + e_\zeta \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right] \\
 &\quad - \left[ \lambda + (r - e_\beta) \overset{*}{\beta} + \mu \beta \cos \psi - k_{tip} \overset{*}{\Theta} \right]^2 \\
 &\quad \left. + \sum_{n=0}^2 \frac{C_{dn}}{C_{l\alpha}} \alpha_a^n \left[ r \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) + e_\zeta \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right]^2 \right\} (r - e_\zeta) dr
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

Hier stecken alle diejenigen Terme drin, die aus Fluggeschwindigkeit und induziertem Durchflussgrad stammen, aber auch Terme der Blattbewegung selbst. Der Einstellwinkel ist einerseits über die wie auch immer geartete Verwindung eine ggf. nichtlineare Funktion des Radius und außerdem im Vorwärtsflug eine periodische Funktion des Azimut  $\psi$ . Die Widerstandspolare ist hier als quadratische Funktion dargestellt und daher kommen Terme  $\alpha_a V_T^2$  und  $\alpha_a^2 V_T^2$  hinzu; eine gewisse Vereinfachung erhält man, wenn nur der konstante Anteil  $C_{d0}$  berücksichtigt wird. Ferner ist die induzierte Geschwindigkeit im allgemeinen nichtlinear in radialer Richtung und mit vielen harmonischen Anteilen (Vielfachen der Rotordrehfrequenz) behaftet.

Die Bedeutung der Corioliskraft aus einer Schlagbewegung für die Schwenkbewegung sei anhand des Vergleichs zu den aerodynamischen Widerstandskräften verdeutlicht.

Nimmt man eine Schlagbewegung mit einem stationären Anteil und einer Amplitude von je  $3^\circ$  an, so folgt für das Verhältnis des Coriolismomentes zu dem aerodynamischen Moment nur aus Profilwiderstand (unter Annahme kleiner Gelenkabstände in Schlagen und Schwenken)

$$\left| \frac{M_{Co}}{M_\zeta} \right| = \frac{(2/3)m_b\beta \overset{*}{\beta}}{(\rho/8)cR^2C_{d0}} \quad (4.37)$$

Mit den typischen Werten einer Bo105 (s. Anhang) folgt ein Verhältnis von etwa 4.5, also hat die Corioliskraft eine fundamentale Bedeutung als Erregerkraft in der Schwenkbewegung.

Wie bei der Schlagbewegung ist eine geschlossene analytische Lösung direkt nicht möglich. Erst bei signifikanter Vereinfachung des induzierten Durchflusses, also z. B. mit der Näherung nach Glauert, Meijer-Drees, Peters oder ggf. Mangler, ist eine Integration möglich.

#### 4.4.6 Der Schwebeflug

In diesem Sonderfall vereinfachen sich die Terme etwas, da  $\alpha = \mu = 0$ . Nimmt man außerdem den Widerstandsbeiwert als konstant und kleine Steuerwinkeländerungen an, vereinfacht sich das aerodynamische Moment nochmal. Der effektive Radius  $B$  kommt für die Berechnung des aerodynamischen Schwenkmomentes und auch der Rotorleistung nicht in Ansatz, da das Blatt bis zur Spitze Widerstand erzeugt, auch wenn der Auftrieb dort Null ist. Die Bewegungsgleichung Gl. 4.30 lautet dann

$$0 = \frac{\rho}{2}cC_{l\alpha}(\Omega R)^2R^2 \int_{r_a}^1 \left\{ \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) \overset{*}{\beta} r^2 + \left[ e_\xi \overset{**}{\xi} \overset{*}{\beta} + \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) \left( \lambda - e_\beta \overset{*}{\beta} - k_{\text{tip}} \overset{*}{\Theta} \right) \right] \right. \\ \left. + e_\xi \overset{*}{\xi} \left( \lambda - e_\beta \overset{*}{\beta} - k_{\text{tip}} \overset{*}{\Theta} \right) \right\} [\Theta_{tw}r^2 + (\Theta - e_\xi \Theta_{tw})r - \Theta e_\xi] \\ - (r - e_\xi) \left[ \overset{*}{\beta}^2 r^2 + 2 \overset{*}{\beta} \left( \lambda - e_\beta \overset{*}{\beta} - k_{\text{tip}} \overset{*}{\Theta} \right) r \right. \\ \left. + \left( \lambda - e_\beta \overset{*}{\beta} - k_{\text{tip}} \overset{*}{\Theta} \right)^2 \right] \\ + \frac{C_{d0}}{C_{l\alpha}}(r - e_\xi) \left[ \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right)^2 r^2 + 2e_\xi \overset{*}{\xi} \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) r + e_\xi^2 \overset{*}{\xi}^2 \right] \right\} dr \\ - I_\xi \Omega^2 \overset{**}{\xi} - d_\xi \Omega \overset{*}{\xi} - (J_\xi e_\xi R \Omega^2 + k_\xi) \overset{*}{\xi} - J_\xi R \Omega^2 \frac{2}{3} (2 + e_\xi - 3e_\beta) \overset{*}{\beta} \overset{*}{\beta} \quad (4.38)$$

Selbst mit den getroffenen Vereinfachungen ist der Ausdruck durch die Koppelterme in den aerodynamischen Größen wie  $\beta^*$  noch sehr kompliziert. Für prinzipielle Untersuchungen kann man nun Terme höherer Ordnung vernachlässigen, wobei die Annahme zugrunde liegt, dass  $\Theta, \beta, \lambda$  etc. alle von der Ordnung  $\epsilon \ll 1$  sind, d. h. alle Produkte davon die Größe  $\epsilon^2$  haben und daher entfallen. Im Folgenden wird die reine Schwenkbewegung im Schwebeflug untersucht, also sind  $\mu = \beta^* = \Theta^* = 0$ . Dann folgt für das aerodynamische Moment, dass nur noch Anteile aus dem Widerstand und dem Produkt Auftrieb mal induziertem Durchflussgrad enthalten sind.

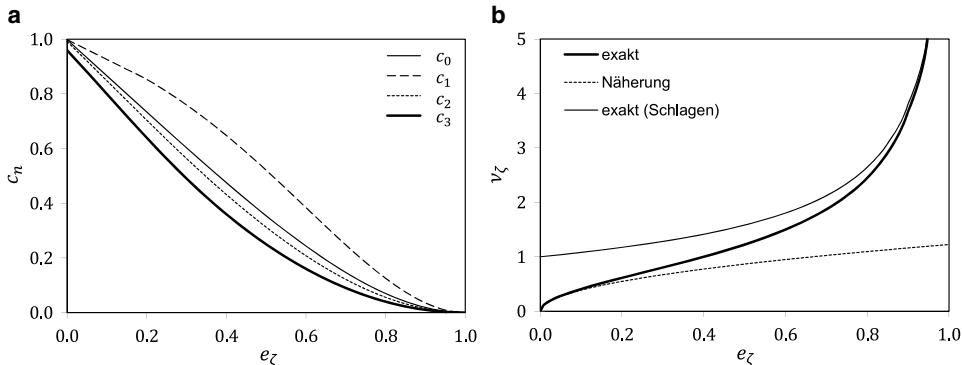
$$\begin{aligned} \frac{M_\zeta}{I_\zeta \Omega^2} &\approx \frac{\gamma}{8} \lambda \left\{ \left[ \Theta_{tw} \left( 1 - r_a^4 - 4e_\zeta \frac{1 - r_a^3}{3} \right) + \frac{4}{3} \Theta \left( 1 - r_a^3 - 3e_\zeta \frac{1 - r_a^2}{2} \right) \right] \left( 1 - \xi^* \right) \right. \\ &\quad \left. - 2\lambda \left[ 1 - r_a^2 - 2e_\zeta (1 - r_a) \right] \right\} \\ &+ \frac{\gamma}{8} \frac{C_{d0}}{C_{la}} \left\{ \left( 1 - 2\xi^* \right) \left( 1 - r_a^4 \right) + \frac{4e_\zeta}{3} \left( 4\xi^* - 1 \right) \left( 1 - r_a^3 \right) - 4e_\zeta^2 \xi^* \left( 1 - r_a^2 \right) \right\} \\ &= \frac{\gamma}{8} \frac{C_{d0}}{C_{la}} \left( c_0 - 2c_1 \xi^* \right) + \left( \frac{\gamma}{8} \lambda \Theta_{tw} c_0 + \frac{\gamma}{6} \lambda \Theta c_2 \right) \left( 1 - \xi^* \right) - \frac{\gamma}{4} \lambda^2 c_3 \end{aligned} \tag{4.39}$$

Die Koeffizienten darin lauten:

$$\begin{aligned} c_0 &= 1 - r_a^4 - \frac{4}{3} e_\zeta (1 - r_a^3) \\ c_1 &= 1 - r_a^4 - \frac{8}{3} e_\zeta (1 - r_a^3) + 2e_\zeta^2 (1 - r_a^2) \\ c_2 &= 1 - r_a^3 - \frac{3}{2} e_\zeta (1 - r_a^2) \\ c_3 &= 1 - r_a^2 - 2e_\zeta (1 - r_a) \end{aligned} \tag{4.40}$$

Die Koeffizienten  $c_0$  und  $c_1$  hängen analog zu denen der Schlagbewegung vom Schwenkgelenkabstand ab und sind in Abb. 4.7a dargestellt. Für kleine  $e_\zeta$  und kleine Radien des Profilbeginns  $r_a$  sind sie praktisch 1 und werden mit zunehmendem Abstand kleiner, bis sie bei der Blattspitze verschwinden, d. h. dann ist keine aerodynamische Fläche mehr vorhanden. Die Differentialgleichung der Schwenkbewegung erhält man wieder, indem alle von  $\xi$  abhängigen Terme auf die linke Seite und alle davon unabhängigen Terme auf die rechte Seite gebracht werden.

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}^* + \left( \frac{d_\zeta}{I_\zeta \Omega} + \frac{\gamma}{4} \frac{C_{d0}}{C_{la}} c_1 + \frac{\gamma}{8} \lambda \Theta_{tw} c_0 + \frac{\gamma}{6} \lambda \Theta c_2 \right) \dot{\xi}^* + \left[ \frac{3e_\zeta}{2(1 - e_\zeta)} + v_{\xi 0}^2 \right] \xi \\ = \frac{\gamma}{8} \frac{C_{d0}}{C_{la}} c_0 + \frac{\gamma}{8} \lambda \Theta_{tw} c_0 + \frac{\gamma}{6} \lambda \Theta c_2 - \frac{\gamma}{4} \lambda^2 c_3 + 2\beta \beta^* c_4 + v_{\xi 0}^2 \xi_P \\ c_4 = \frac{1 + e_\zeta/2 - 3e_\beta/2}{1 - e_\zeta} \quad v_{\xi 0}^2 = \frac{k_\zeta}{I_\zeta \Omega^2} = \left( \frac{\omega_{\xi 0}}{\Omega} \right)^2 \end{aligned} \tag{4.41}$$



**Abb. 4.7** Einfluss des Gelenkabstandes auf Parameter der Schwenkbewegung. **a** Koeffizienten  $c_n$  und  $c_1/v_\zeta$ , **b** Eigenfrequenz und Näherung ( $0 \leq e_\zeta \leq 0.2$ :  $r_a = 0.2$ ;  $e_\zeta > 0.2$ :  $r_a = e_\zeta$ )

Der Faktor vor  $\zeta$  repräsentiert wieder die Eigenfrequenz, hier also

$$\begin{aligned} v_\zeta &= \frac{\omega_\zeta}{\Omega} = \sqrt{\frac{3e_\zeta}{2(1-e_\zeta)} + v_{\zeta 0}^2} \approx \sqrt{\frac{3}{2}e_\zeta + v_{\zeta 0}^2} && \text{(mit Feder)} \\ &= \sqrt{\frac{3e_\zeta}{2(1-e_\zeta)}} \approx \sqrt{\frac{3}{2}e_\zeta} \approx 0.2(1 - e^{-62e_\zeta}) + 2e_\zeta && \text{(ohne Feder)} \end{aligned} \quad (4.42)$$

Aufgrund der unendlichen Steigung der Wurzelfunktion für  $e_\zeta = 0$  gibt es keine Taylorreihenentwicklung um diesen Punkt herum, so dass eine genauere Näherung nur mit einer Exponentialfunktion gelingt, die dann – außer im Bereich sehr kleiner Gelenkabstände – aber bis  $e_\zeta = 0.5$  recht gute Ergebnisse liefert. Man vergleiche dies Ergebnis mit demjenigen der Schlagbewegung in Gl. 4.19! Bei gleicher Gelenkposition  $e_\beta = e_\zeta$  folgt

$$v_\zeta^2 = v_\beta^2 - 1 \quad (4.43)$$

Bei einem Gelenkabstand von  $e_\zeta = 0.06$  erhält man  $v_\zeta \approx 0.3$ , was einem typischen gelenkig angeschlossenen Rotorblatt entspricht. Als extremes Beispiel für ein weit außen befindliches Schwenkgelenk sei die Bo 46 genannt (*Derschmidt-Rotor*), die ein  $e_\zeta = 0.4$  aufwies und damit eine Schwenkeigenfrequenz von  $v_\zeta = 1$  erreichte. Dies war in diesem Hubschrauber auch notwendig, da er eine gesteuerte Schwenkbewegung aufwies, die in der Eigenfrequenz nur geringe Steuerkräfte erforderte, da das Blatt dann in Resonanz schwingt. Das Verhalten der Schwenkeigenfrequenz in Abhängigkeit des Gelenkabstandes ist in Abb. 4.7b, zusammen mit der Näherung  $\sqrt{3e_\zeta/2}$ , gegeben. Für kleine Gelenkabstände steigt sie zunächst entsprechend der Näherung an, um dann für große Abstände asymptotisch gegen Unendlich zu streben. Die Näherung ist bis etwa  $e_\zeta = 0.2$  brauchbar, was für die meisten Anwendungen ausreicht.

Betrachtet man nun den nur aus dem Profilwiderstand resultierenden aerodynamischen Dämpfungsterm, so ist  $\gamma/8 \approx 1$ ,  $e_\zeta \approx 0.06$ ,  $C_{d0}/C_{l\alpha} \approx 0.002$  und  $c_1 \approx 1$ . Damit folgt:

$$2D_\zeta v_\zeta = \frac{\gamma}{4} \frac{C_{d0}}{C_{l\alpha}} c_1 \quad \Rightarrow \quad D_\zeta = \frac{\gamma}{8} \frac{C_{d0}}{C_{l\alpha}} \frac{c_1}{v_\zeta} \approx 0.006 \quad (4.44)$$

Die Dämpfung aus Luftkräften (hier also dem Profilwiderstand) ist in der Schwenkbewegung um zwei Größenordnungen geringer als in der Schlagbewegung ( $D_\beta \approx 0.5$ ) und trägt wenig zur Dämpfung bei, was zu großen Amplituden der Schwenkbewegung führen würde, siehe Abb. 4.2a. Daher kommt den mechanischen Dämpfern eine große Bedeutung zu, um Instabilitäten und große Schwenkbewegungen zu vermeiden. Weiter erkennt man, dass über den induzierten Durchflussgrad und den Steuerwinkel dem System weitere Dämpfung zugeführt wird, also ein großer Schub eine besser gedämpfte Schwenkbewegung aufweist als ein geringer Schub. Dies liegt daran, dass der lokale Auftriebsvektor durch den vergrößerten induzierten Durchflussgrad zunehmend nach hinten geneigt wird und damit einen größeren Einfluss auf die Schwenkbewegung nimmt. Dieser Anteil hat die Größenordnung ( $\lambda \approx 0.06$ ,  $\Theta \approx 0.1$ ,  $c_2 \approx 1$ )

$$2D_\zeta v_\zeta = \frac{\gamma}{6} \lambda \Theta c_2 \quad \Rightarrow \quad D_\zeta = \frac{\gamma}{12} \lambda \Theta \frac{c_2}{v_\zeta} \approx 0.013 \quad (4.45)$$

und ist damit größer als der Anteil des Widerstandes, wächst außerdem mit zunehmendem Kollektiv und aufgrund des damit verbunden zunehmenden Schubes ebenfalls mit dem Durchflussgrad. Die Flughöhe hat über die kleiner werdende Lockzahl einen direkten Einfluss auf die aerodynamische Schwenkdämpfung und kann diese in größeren Höhen entsprechend der Abnahme der Dichte auf die Hälfte reduzieren, was größere Schwenkamplituden und längere Schwingzeiten nach einer Störung zur Folge hat.

Die statische Auslenkung des Schwenkwinkels erhält man wie bei der Schlagbewegung, indem man alle zeitabhängigen Terme zu Null setzt. Es folgt

$$\zeta = \frac{1}{v_\zeta^2} \left( \frac{\gamma}{8} \frac{C_{d0}}{C_{l\alpha}} c_0 + \frac{\gamma}{8} \lambda \Theta_{tw} c_0 + \frac{\gamma}{6} \lambda \Theta c_2 - \frac{\gamma}{4} \lambda^2 c_3 + v_{\zeta 0}^2 \zeta_P \right) \quad (4.46)$$

Mit den zuvor verwendeten Werten ergibt sich ein Schwenkwinkel von  $\zeta \approx 1.2^\circ$  allein aus dem Profilwiderstand. Mit wachsendem Schub kommen über den induzierten Durchflussgrad und den Steuerwinkel weitere Anteile hinzu, so dass der Schwenkwinkel im Wesentlichen proportional zur Rotorleistung anwächst, wie dies bereits bei der Strahltheorie ( $C_P = \lambda C_T$ ) zum Ausdruck kam. Im Grenzfall eines zentralen Schwenkgelenkes  $e_\zeta = 0$  wird  $v_\zeta = 0$  und damit die Schwenkauslenkung unendlich groß, was physikalisch bedeutet, dass das Blatt keine Rückstellkräfte mehr erfährt und ohne Dämpfer einfach stehen bleibt, während sich die Welle dreht. Durch den Dämpfer wird die Drehzahldifferenz als Moment eingebracht, welches das Blatt zu rotieren veranlassen würde. Aufgrund der Luftkräfte würde dann eine stationäre Drehzahldifferenz zwischen Welle und Rotorblatt entstehen. Erst ein Schwenkgelenk  $e_\zeta > 0$  ermöglicht es den Zentrifugalkräften, eine Federwirkung aufzubauen.

Der Term  $2\beta \dot{\beta} c_4$  in der Differentialgleichung repräsentiert die Corioliskräfte aus der Schlagbewegung. Da diese wie auch die Schwenkbewegung mittels einer Fourierreihe dargestellt werden kann, folgt aus dem Produkt, dass eine Schlagbewegung mit einer stationären mittleren Auslenkung (wie sie sich aus dem Schub ergibt) und einer 1/rev Komponente als dynamischen Anteil (über  $\beta_0 \dot{\beta}$ ) eine wichtige 1/rev Komponente in der Schwenkbewegung mit der Amplitude  $\beta_0 \Delta\beta$  erzeugt. Der dynamische Anteil  $\beta \dot{\beta}$  erzeugt dann eine 2/rev Komponente, diese ist aber mit einer Amplitude von  $\Delta\beta^2/2$  meist kleiner als die in 1/rev. Im Vergleich zum Profilwiderstandsterm mit  $C_{d0}/C_{la} \approx 0.002$  ist der Term aus Corioliskräften unter Annahme von  $3^\circ$  Schlagwinkel mit  $2\beta \dot{\beta} \approx 0.005$  erheblich größer.

Für eine genauere Betrachtung darf man die gemachten Vereinfachungen nicht anwenden, sondern muss auch Terme höherer Ordnung beibehalten. Dann steigt der Widerstand und auch die aerodynamische Dämpfung mit dem Schub an, da beispielsweise über die quadratische Widerstandspolare weitere Komponenten hinzukommen. Die formelmäßige Behandlung wird dann aber sehr unübersichtlich. Dies gilt besonders für den Vorwärtsflug, worin sämtliche Terme, die von  $\mu$  abhängen, in die Gleichungen hineinkommen und periodische Koeffizienten erzeugen. Das Vorgehen ist jedoch prinzipiell dasselbe wie bei der Schlagbewegung.

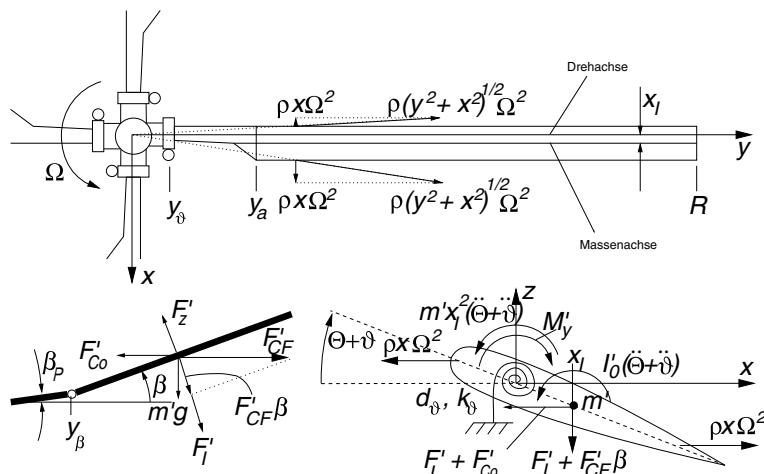
#### 4.4.7 Schlussbemerkungen

1. Ein zentrales Schwenkgelenk erzeugt eine Schwenkeigenfrequenz von 0/rev. Ohne Feder oder Dämpfer würde sich daher der Rotormast drehen, das Rotorblatt aber stehenbleiben. Mit einem Schwenkdämpfer würde sich eine konstante Drehzahlendifferenz einstellen, die vom Luftwiderstand abhängt. Allein eine Schwenkfeder würde zwar zur gleichen Drehzahl, aber mit einem Schwenkwinkel führen, der wiederum vom Luftwiderstand abhängt.
2. Die Schwenkeigenfrequenz wächst mit dem Schwenkgelenkabstand, ist für übliche Gelenkabstände immer deutlich kleiner als die Rotordrehfrequenz:  $\nu_\zeta < 1/\text{rev}$ .
3. Luftkräfte sind in der Schwenkbewegung wesentlich kleiner als in der Schlagbewegung, da im Wesentlichen der Luftwiderstand wirkt und dieser in der Regel sehr viel kleiner als der Auftrieb ist. Sie wirken jedoch wie in der Schlagbewegung im Wesentlichen bei der Rotordrehfrequenz, also mit 1/rev.
4. Eine Schlagbewegung erzeugt bedeutende Corioliskräfte in der Schwenkbewegung, die proportional zum Produkt  $\beta \dot{\beta}$  sind und daher sowohl eine 1/rev als auch eine 2/rev Erregung darstellen.
5. Die Phasennacheilung eines Rotorblattes mit Schwenkgelenk auf die zuvor genannten Erregerkräfte ist sehr viel größer als  $90^\circ$ , da die Erregerfrequenz mit 1/rev deutlich größer als die Schwenkeigenfrequenz bei ca. 0.3/rev ist.

6. Da aufgrund der kleinen Luftkräfte in der Schwenkbewegung die aerodynamische Dämpfung ebenfalls sehr gering ist, müssen in der Regel mechanische Schwenkdämpfer installiert werden.
7. Die Blattmasse hat keine Auswirkung auf die Schwenkeigenfrequenz, da sie in gleicher Größenordnung das Massenträgheitsmoment und das Federmoment aus Zentrifugalkräften beeinflusst.
8. Mit zunehmendem Schwenkgelenkabstand wächst auch die Schwenkeigenfrequenz, da die Federwirkung der Zentrifugalkraft relativ zum Massenträgheitsmoment zunimmt.
9. Gravitationskräfte spielen bei Hubschraubern in der Schwenkbewegung keine Rolle, da sie nur eine sehr kleine Komponente in Schwenkrichtung aufweisen. Bei Windenergieanlagen mit horizontaler Achse sind sie jedoch von erheblicher Bedeutung, denn sie erzeugen eine Erregung mit 1/rev.

## 4.5 Die Torsionsbewegung

Die Torsionsbewegung ist als eine Einstellwinkeländerung um die elastische bzw. Steuerachse des Rotorblattes (positiv aufnickend) definiert. Während für die Schlag- und Schwenkbewegung die Annahme starrer Blätter bei gelenkig gelagerten Rotoren für stationäre Untersuchungen grundsätzlich gerechtfertigt ist, gibt es in der Torsionsbewegung kein direktes Äquivalent, da hier ausschließlich die elastische Verformung auftritt. Dennoch kann man ersatzhalber die Steuerstange als eine Feder und das Rotorblatt als starr betrachten, um eine prinzipielle Anschauung zu erhalten. Die Massenkräfte wirken an



**Abb. 4.8** Kräfte und Momente am Blattelement in der Torsionsbewegung

der Massenachse, während die aerodynamischen Kräfte und Momente um die  $c/4$ -Linie wirken. Die elastische Achse wird wie die Steuerachse der Einfachheit halber in die  $c/4$ -Linie gelegt, während die Massenachse einen Abstand davon haben kann, der wichtige Koppelerme erzeugt. Die wirkenden Kräfte und Momente sind in Abb. 4.8 dargestellt.

### 4.5.1 Aufstellen der Bewegungsdifferentialgleichung

Es wird wieder die Momentenbilanz um das Drehgelenk (also das Steuerlager) gebildet, an dem die Elastizität des Rotorblattes wie auch die der Steuerung – letztere kann durchaus in gleicher Größenordnung wie die Blattelastizität selbst sein – in Form einer Feder repräsentiert wird. Eine Materialdämpfung kann hier über eine Dämpfungskonstante ebenfalls berücksichtigt werden.

$$0 = -M_I - M_D - M_{SF} - M_P + M_{I\beta} + M_{CF} + M_G + M_\vartheta \quad (4.47)$$

### 4.5.2 Massen-, Trägheits-, Feder- und Dämpfermomente

Die Ablage der Massenachse  $x_I$  von der elastischen Achse ist von Bedeutung, da jede vertikale Beschleunigung, wie sie z. B. eine Schlagbewegung hervorruft, mittels dieses Armes ein Moment um die Drehachse erzeugt. Auch die Zentrifugalkraft und die Gravitationskraft sowie Corioliskräfte als auch Trägheitskräfte aus einer Schwenkbewegung greifen an der Massenachse an. Die Schlagbeschleunigung ist  $\ddot{z} = (y - y_\beta)\ddot{\beta}$ . Das Trägheitsmoment um die Drehachse setzt sich aus dem Trägheitsmoment um den Schwerpunkt und der Masse, multipliziert mit dem Quadrat der Entfernung dieses Punktes zur Drehachse, zusammen (sog. Steiner-Anteil):  $I'_\vartheta = I'_0 + m'x_I^2$ .

$$\begin{aligned} M_{SF} &= k_\vartheta \dot{\vartheta} \\ M_D &= d_\vartheta \Omega \overset{*}{\dot{\vartheta}} \\ M_G &= \int_{y_\vartheta}^R m' g \cos(\Theta + \vartheta) x_I dy \approx m' R^2 x_I \Omega^2 \bar{g} (1 - e_\vartheta) \\ M_I &= \int_{y_\vartheta}^R I'_\vartheta (\ddot{\vartheta} + \ddot{\Theta}) dy = I'_\vartheta R \Omega^2 \left( \overset{**}{\vartheta} + \overset{**}{\Theta} \right) (1 - e_\vartheta) = I_\vartheta \Omega^2 \left( \overset{**}{\vartheta} + \overset{**}{\Theta} \right) \\ M_{I\beta} &= \int_{y_\vartheta}^R m'(y - y_\beta) \ddot{\beta} x_I dy = m' R^2 x_I \Omega^2 \overset{**}{\beta} \left[ \frac{1 - e_\vartheta^2}{2} - e_\beta (1 - e_\vartheta) \right] \\ M_{CF} &= \int_{y_\vartheta}^R m' y \Omega^2 \sin \beta x_I dy \approx m' R^2 x_I \Omega^2 \frac{1 - e_\vartheta^2}{2} \beta \end{aligned} \quad (4.48)$$

### 4.5.3 Das Propellermoment

Die Zentrifugalkräfte versuchen, das Blattelement in seine Nulllage zu ziehen, d. h. den Einstellwinkel zu verkleinern. Dies veranschaulicht die Skizze in Abb. 4.8. Unter der vereinfachenden Annahme, dass die Massenverteilung im Profilschnitt homogen ist, folgt näherungsweise, dass das lokale Rückstellmoment pro Längeneinheit einer dünnen Platte (wie sie ein Profilschnitt näherungsweise darstellt)  $I'_\vartheta \Omega^2 \sin(\vartheta + \Theta)$  ist.

$$M_P \approx \int_{y_\vartheta}^R I'_\vartheta \Omega^2 (\vartheta + \Theta) dy \approx I'_\vartheta R \Omega^2 (\vartheta + \Theta) (1 - e_\vartheta) \approx I'_\vartheta \Omega^2 (\vartheta + \Theta) \quad (4.49)$$

### 4.5.4 Das aerodynamische Moment

Das aerodynamische Moment wirkt um die aerodynamische Achse, die hier vereinfachend als in der Steuerachse liegend angenommen wird. Ansonsten käme noch ein Anteil aus dem Auftrieb hinzu, der über die Ablage der elastischen Achse von der aerodynamischen Achse einen Hebelarm  $x_a$  auf die Torsion ausüben würde. Der Momentenbeiwert wird mit einem konstanten Anteil  $C_{m0}$  und einem linear vom Anstellwinkel abhängigen Anteil  $C_{m\alpha}\alpha_a$  beschrieben, was im Bereich anliegender Strömung mit guter Näherung zutrifft. Die instationäre inkompressible Profilaerodynamik liefert einen wichtigen Beitrag zur Dämpfung

$$C_m(\dot{\alpha}) = C_{m\dot{\alpha}} \frac{c \dot{\alpha}_a}{2V} \approx C_{m\dot{\alpha}} \frac{c}{2R} \frac{\dot{\alpha}_a}{\Omega} \frac{\Omega R}{V_T} = C_{m\dot{\alpha}} k_{\text{tip}} \frac{\dot{\alpha}_a^*}{\bar{V}_T} \quad (4.50)$$

über ein Derivativ  $C_{m\dot{\alpha}} = -\pi/4$ , wenn die Drehachse bei  $c/4$  liegt, wie hier vereinfachend vorausgesetzt wird, siehe [15]. Mit der Vereinfachung

$$\begin{aligned} \alpha_a &\approx \Theta + \Theta_{tw} r + \vartheta - \frac{V_{P,3c/4}}{V_T} \\ \dot{\alpha}_a^* &= \frac{\dot{\alpha}_a}{\Omega} = \dot{\Theta} + \dot{\vartheta} - \frac{\dot{\bar{V}}_{P,3c/4}^*}{\bar{V}_T} + \frac{\bar{V}_{P,3c/4}}{\bar{V}_T^2} \dot{\bar{V}}_T^* \approx \dot{\Theta} + \dot{\vartheta} \end{aligned} \quad (4.51)$$

wobei die Vernachlässigung der Geschwindigkeitsterme auf Gültigkeit zu überprüfen ist, folgt

$$\begin{aligned}
M_\vartheta &= \int_{y_a}^R \frac{\rho}{2} V_T^2 c^2 \left[ C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha_a + C_{m\dot{\alpha}} k_{\text{tip}} \frac{\overset{*}{\alpha}_a}{V_T} \right] dy \\
&= \frac{\rho}{2} c^2 (\Omega R)^2 R C_{m0} \int_{r_a}^1 \left[ r \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) + e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right]^2 dr \\
&\quad + \frac{\rho}{2} c^2 (\Omega R)^2 R C_{m\alpha} \int_{r_a}^1 \left\{ (\Theta + \Theta_{tw} r + \vartheta) \left[ r \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) + e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right]^2 \right. \\
&\quad \left. - \left[ \lambda + (r - e_\beta) \overset{*}{\beta} + \mu \beta \cos \psi - k_{\text{tip}} \left( \overset{*}{\Theta} + \overset{*}{\vartheta} \right) \right] \right. \\
&\quad \times \left. \left[ r \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) + e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right] \right\} dr \\
&\quad + \frac{\rho}{2} c^2 (\Omega R)^2 R C_{m\dot{\alpha}} k_{\text{tip}} \int_{r_a}^1 \left( \overset{*}{\Theta} + \overset{*}{\vartheta} \right) \left[ r \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) + e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right] dr
\end{aligned} \tag{4.52}$$

Nach Ausrechnung der Terme erhält man:

$$\begin{aligned}
M_\vartheta &= \\
&\frac{\rho}{2} c^2 (\Omega R)^2 R [C_{m0} + C_{m\alpha} (\Theta + \vartheta)] \\
&\times \left[ \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right)^2 \frac{1 - r_a^3}{3} + 2 \left( e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right) \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) \frac{1 - r_a^2}{2} + \left( e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right)^2 (1 - r_a) \right] \\
&+ \frac{\rho}{2} c^2 (\Omega R)^2 R C_{m\alpha} \Theta_{tw} \\
&\times \left[ \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right)^2 \frac{1 - r_a^4}{4} + 2 \left( e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right) \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) \frac{1 - r_a^3}{3} + \left( e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right)^2 \frac{1 - r_a^2}{2} \right] \\
&- \frac{\rho}{2} c^2 (\Omega R)^2 R C_{m\alpha} \left\{ \overset{*}{\beta} \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) \frac{1 - r_a^3}{3} \right. \\
&+ \left. \left\{ \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) \left[ \lambda - e_\beta \overset{*}{\beta} + \mu \beta \cos \psi - k_{\text{tip}} \left( \overset{*}{\Theta} + \overset{*}{\vartheta} \right) \right] + \overset{*}{\beta} \left( e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right) \right\} \frac{1 - r_a^2}{2} \right. \\
&+ \left. \left[ \lambda - e_\beta \overset{*}{\beta} + \mu \beta \cos \psi - k_{\text{tip}} \left( \overset{*}{\Theta} + \overset{*}{\vartheta} \right) \right] \left( e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right) (1 - r_a) \right\} \\
&+ \frac{\rho}{2} c^2 (\Omega R)^2 R C_{m\dot{\alpha}} k_{\text{tip}} \left( \overset{*}{\Theta} + \overset{*}{\vartheta} \right) \left[ \left( 1 - \overset{*}{\xi} \right) \frac{1 - r_a^2}{2} + \left( e_\xi \overset{*}{\xi} + \mu \sin \psi \right) (1 - r_a) \right]
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Wie man erkennt, ist dieser Ausdruck trotz einiger Vereinfachungen noch sehr komplex und enthält Anteile aus der Schlag-, Schwenk- und Torsionsbewegung. Terme höherer

Ordnung sind hier noch enthalten; eine gewisse Vereinfachung erhält man, wenn diese Terme höherer Ordnung und Produkte wie  $\beta^*\zeta^*$  und ähnliche weggelassen werden. Auch ist in der Regel der Einfluss von der Schwenkbewegung klein gegenüber der Drehgeschwindigkeit, so dass alle Terme mit  $\zeta^*$  entfallen können.

#### 4.5.5 Der Schwebeflug

Im Schwebeflug vereinfacht sich das aerodynamische Moment grundlegend, da alle Terme mit  $\mu$  wegfallen. Bei Verwendung vollsymmetrischer Profile entfallen auch alle Terme mit  $C_{m0}$  und  $C_{m\alpha}$  ist meist auch sehr klein und vernachlässigbar. Dann spielt lediglich die instationäre Aerodynamik eine Rolle. Im ausgeschwungenen stationären Zustand sind jedoch auch die zeitabhängigen Terme Null, so dass kein aerodynamisches Moment mehr wirkt. Nur im Fall einer Ablage der aerodynamischen Achse von der Drehachse wirkt der stationäre Auftrieb mit diesem Abstand als Hebelarm, was hier aber nicht berücksichtigt wird. Es folgt für die Bewegungsgleichung:

$$0 = \frac{\rho}{2} c^2 (\Omega R)^2 R C_{m\dot{\alpha}} k_{\text{tip}} \left( \overset{*}{\Theta} + \overset{*}{\vartheta} \right) \frac{1 - r_a^2}{2} - k_\vartheta \vartheta - d_\vartheta \Omega \overset{*}{\vartheta} + m' R^2 x_I \Omega^2 \bar{g} (1 - e_\vartheta) \\ - I_\vartheta \Omega^2 \left( \vartheta + \Theta + \overset{**}{\vartheta} + \overset{**}{\Theta} \right) + m' R^2 x_I \Omega^2 \left[ \frac{1 - e_\vartheta^2}{2} \left( \beta + \overset{**}{\beta} \right) - e_\beta (1 - e_\vartheta) \overset{**}{\beta} \right] \quad (4.54)$$

Wieder wird nach Termen der elastischen Torsion auf der linken Seite der Gleichung und allen anderen auf der rechten Seite sortiert. Mit der Eigenfrequenz im nicht drehenden System, die sich aus Torsionsfeder und Torsionsträgheit zu  $\omega_{\vartheta 0}^2 = k_\vartheta / I_\vartheta$  ergibt, erhält man die dimensionslose Torsionseigenfrequenz des nicht drehenden Systems zu  $\nu_{\vartheta 0}^2 = (\omega_{\vartheta 0} / \Omega)^2$  und damit

$$\overset{**}{\vartheta} + \left[ \frac{d_\vartheta}{I_\vartheta \Omega} - \frac{\rho c^3 R^2 (1 - r_a^2)}{8 I_\vartheta} C_{m\dot{\alpha}} \right] \overset{*}{\vartheta} + (1 + \nu_{\vartheta 0}^2) \vartheta \\ = - \overset{**}{\Theta} - \Theta + \frac{\rho c^3 R^2 (1 - r_a^2)}{8 I_\vartheta} C_{m\dot{\alpha}} \overset{*}{\Theta} \\ + \frac{m' R^2 x_I (1 - e_\vartheta)}{I_\vartheta} \left[ \bar{g} + \frac{1 + e_\vartheta}{2} \left( \beta + \overset{**}{\beta} \right) - e_\beta \overset{**}{\beta} \right] \quad (4.55)$$

Die Steuerbewegung der Rotorblätter  $\Theta$ ,  $\overset{*}{\Theta}$ ,  $\overset{**}{\Theta}$  agiert hier als erzwungene Anregung der Torsionsbewegung über das Propellermoment, die Luftkräfte und die Massenträgheit. Außerdem wirkt über die Ablage der Massenachse von der Drehachse  $x_I$  auch die Zentrifugalkraft, sobald ein Schlagwinkel  $\beta$  erzeugt wird. Auch eine Schlagbeschleunigung  $\overset{**}{\beta}$

erzeugt über diesen Hebelarm ein Moment. Der Eigengewichtsanteil  $\bar{g}$  ist wieder in der Regel vernachlässigbar.

Im Gegensatz zur Schlagbewegung wird die Torsionseigenfrequenz im Wesentlichen von der Torsionsfederkonstante  $k_\vartheta$  und damit von der Eigenfrequenz im nicht drehenden System bestimmt. Diese repräsentiert hier die Steifigkeit des Gesamtsystems der Steuerung und des Blattes selbst. Die Bandbreite der ausgeführten Beispiele ist recht groß; z. B. haben die Hubschrauber der Firma Kaman mit den typischen ineinander greifenden Rotorblättern eine sehr niedrige Torsionseigenfrequenz knapp über 1/rev, da deren Steuerung über Hilfsflügel an der Blatthinterkante erfolgt und nicht über eine Blattwurzelsteuerung. Die Bo105 hat eine relativ niedrige Torsionseigenfrequenz von etwa 3.6/rev; die BK 117 weist über 4/rev auf und viele andere Hubschrauber haben noch steifere Rotorblätter mit Eigenfrequenzen in der Torsion von bis zu 8/rev. Insbesondere Sikorsky ist für seine sehr torsionssteifen Rotorblätter bekannt. Die dimensionslose Eigenfrequenz im drehenden System ist dann

$$\nu_\vartheta = \sqrt{1 + \nu_{\vartheta 0}^2} \quad (4.56)$$

Die strukturelle Dämpfung  $d_\vartheta$  ist in der Regel relativ klein, da die Ansteuerung aus Metall und die Rotorblätter aus Metall oder Faserverbundbauweise bestehen; die letztere beinhaltet etwas mehr Dämpfung als Metall. Sie kann daher im Vergleich zur aerodynamischen Dämpfung weggelassen werden. Der wichtigere Anteil der Dämpfung stammt aus der instationären Profilaerodynamik und, sofern ein Abstand des Druckpunktes von der Torsionsachse vorhanden ist, liefert auch der Auftrieb Beiträge. Aus dem Term vor  $\dot{\vartheta}$  folgt mit  $C_{m\dot{\alpha}} = -\pi/4 \approx -C_{l\alpha}/8$

$$2D_\vartheta \nu_\vartheta = -\frac{\rho c^3 R^2 (1 - r_a^2)}{8I_\vartheta} C_{m\dot{\alpha}} \quad \Rightarrow \quad D_\vartheta \approx \frac{\rho c^3 R^2 \pi}{64\nu_\vartheta I_\vartheta} \approx \frac{\gamma k_{\text{tip}}^2}{32\nu_\vartheta} \frac{I_\beta}{I_\vartheta} \approx \frac{k_{\text{tip}}^2}{4\nu_\vartheta} \frac{I_\beta}{I_\vartheta} \quad (4.57)$$

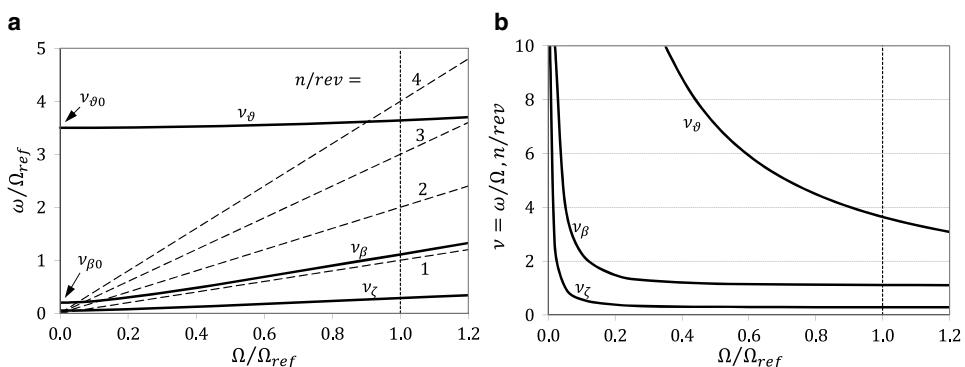
Mit den Werten der Bo105 erhält man  $D_\vartheta \approx 0.05$ , was in der Regel noch ausreichende Dämpfung in das System einbringt. Im sehr schnellen Vorwärtsflug kann diese Dämpfung aufgrund der periodischen Anteile auch bereichsweise negativ werden, wie das auch in der Schlagbewegung der Fall ist. Außerdem kann die Dämpfung bei Strömungsablösung ebenfalls negativ werden. Die Flughöhe hat über die kleiner werdende Lockzahl einen direkten Einfluss auf die aerodynamische Torsionsdämpfung und kann diese in größeren Höhen entsprechend der Abnahme der Dichte auf die Hälfte reduzieren, was größere Torsionsamplituden und längere Schwingzeiten nach einer Störung zur Folge hat.

In jedem Fall versucht man, größere Torsionsschwingungen zu vermeiden. Es lassen sich aber durch geeignete Steueramplituden und -frequenzen mittels sogenannter höher-harmonischer Steuerung gezielt die Torsionsschwingungen und die damit verbundenen Schlagbewegungen nutzen, um das Gesamt vibrationsniveau zu minimieren.

### 4.5.6 Das Eigenfrequenz- oder Fan-Diagramm

Bei fehlender Feder haben die Schlag- und die Schwenkeigenfrequenz eine direkte Proportionalität zur Drehfrequenz des Rotors, die nur vom Gelenkabstand abhängt. Beim stehenden Rotor sind daher deren Eigenfrequenzen dann Null. Nimmt man jedoch eine Feder an der Einspannung an, welche die Steifigkeit des Blatthalses von gelenk- oder lagerlosen Rotoren repräsentiert, so sind auch im stehenden Rotor deren Eigenfrequenzen größer Null und werden mit  $\omega_{\beta 0}$  und  $\omega_{\zeta 0}$  bezeichnet. Die Torsion hat immer eine Feder an der Einspannung, die durch die Steifigkeit der Steuerungselemente bestimmt wird. Da her ist deren Eigenfrequenz auch ohne Rotordrehung bei einem bestimmten Wert  $\omega_{\vartheta 0}$ . Die Abhängigkeit der Starrblatt-Eigenfrequenzen der Schlag-, Schwenk- und Torsionsbewegung von der Rotordrehfrequenz ist in Abb. 4.9 schematisch dargestellt. Man erkennt, dass die Zentrifugalkraft die größte Wirkung auf die Eigenfrequenz der Schlagbewegung ausübt, da sie hier die größten Hebelarme relativ zum Gelenk aufweist. Der Einfluss auf die Schwenkbewegung ist geringer, da die Hebelarme kleiner ausfallen, und in der Torsion sind die Auswirkungen am geringsten. Eine Schlag-Torsionskopplung, zum Beispiel durch eine Ablage der Massenachse von der elastischen Achse, kann dies jedoch ändern.

In der klassischen Darstellung Abb. 4.9a, auch Fan- oder Southwell-Diagramm genannt (die Linien  $n/\text{rev}$  gehen vom Ursprung wie ein Fächer – engl. fan – auseinander) sind alle Frequenzen auf eine Referenzfrequenz, üblicherweise die Nenndrehfrequenz des Rotors, bezogen. Die Eigenfrequenzen des nicht drehenden Systems sind bei  $\Omega/\Omega_{\text{ref}} = 0$  zu finden und die asymptotischen Endwerte für sehr große Drehzahlen sind Strahlen aus dem Ursprung. In der rechten Darstellung sind die dimensionslosen Eigenfrequenzen auf die momentane Drehfrequenz bezogen. Daher kann man die Eigenfrequenzen des nicht drehenden Systems nicht ablesen. Die  $n/\text{rev}$  sind nun kein Fächer mehr, sondern horizontale Linien und das Verhalten der dimensionslosen Eigenfrequenzen, insbesondere die asymp-



**Abb. 4.9** Einfluss der Rotordrehfrequenz auf die Eigenfrequenzen. **a** Klassische Darstellung, **b** Bezug auf  $\Omega$  ( $e_{\beta} = 0.15$ ,  $e_{\zeta} = e_{\vartheta} = 0.05$ ,  $\omega_{\beta 0}/\Omega_{\text{ref}} = 0.2$ ,  $\omega_{\zeta 0}/\Omega_{\text{ref}} = 0.05$ ,  $\omega_{\vartheta 0}/\Omega_{\text{ref}} = 3.5$ )

totische Annäherung an einen Endwert bei großen Drehfrequenzen, ist gut zu erkennen. Der Einfluss der Federsteifigkeit endet bei der Schlag- und Schwenkbewegung bei etwa  $\Omega/\Omega_{\text{ref}} \approx 0.2$ , bei der Torsion erst jenseits  $\Omega/\Omega_{\text{ref}} > 1.2$ .

### 4.5.7 Kopplungen von Schlag- und Steuerbewegung

Durch geeignete Wahl der konstruktiven Auslegung der Steuerkinematik kann man eine Schlagbewegung direkt in die Blattsteuerung zurückführen. Wird der Anlenkhebel der Steuerstange am Rotorblatt radial außerhalb der Schlaggelenkkachse befestigt, so wird jede Schlagbewegung unmittelbar in einer Steuerwinkeländerung resultieren. Je nach Anordnung wird dieser den Steuerwinkel vergrößern oder verkleinern. Denselben Effekt erhält man, wenn der Anlenkhebel und das Schlaggelenk zwar den gleichen Radius haben, die Gelenkkachse jedoch schräg verläuft. Dann schlägt das Rotorblatt nicht senkrecht aus der Drehebene, sondern schräg daraus und erzeugt ebenfalls eine Rückführung in den Steuerwinkel, siehe Abb. 4.10. Mathematisch lässt sich das durch den als  $\Delta_3$ -Effekt bezeichneten Zusammenhang darstellen.

$$\Delta\Theta = -\beta \tan \Delta_3 \quad (4.58)$$

Damit lässt sich die Schlagbewegung direkt beeinflussen und sowohl zusätzlich dämpfen wie auch entdämpfen. Als Beispiel sei der Bo105 Heckrotor genannt, der als halbstarrer Rotor ein um  $45^\circ$  schräg stehendes zentrales Schlaggelenk aufweist. Da nur eine kollektive Blattverstellung vorhanden ist, wird über den  $\Delta_3$ -Effekt die Schlagbewegung im Vorwärtsflug erheblich reduziert. Die in Abb. 4.10 erkennbaren Gewichte an der Blattwurzel dienen zur Steuerkraftreduktion, da sie das Propellermoment der Rotorblätter durch ein gleich großes entgegengesetztes Propellermoment kompensieren.

**Abb. 4.10**  $\Delta_3$ -Gelenk am Bo105 Heckrotor



#### 4.5.8 Schlussbemerkungen

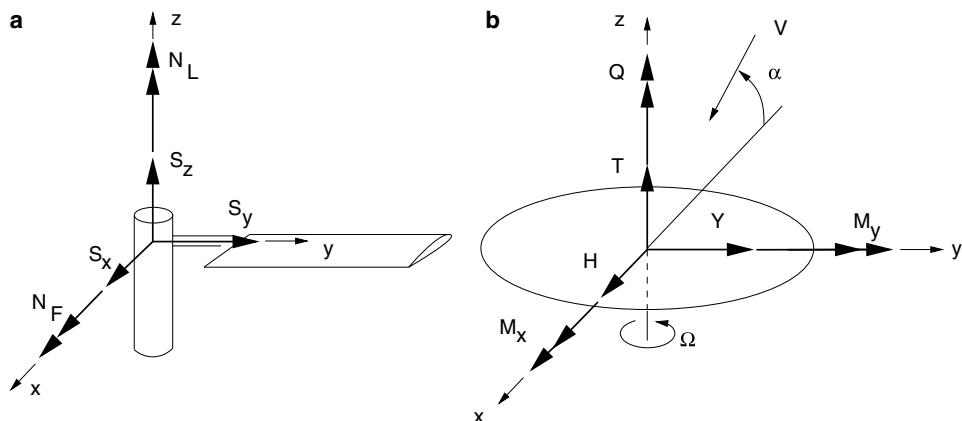
1. Die Torsionsbewegung hat kein Gelenk, sondern nur ein Steuerlager. Sie ist eine ausschließlich elastische Verformung im Wesentlichen des Rotorblattes, wobei die Steifigkeit der Steuerung (Steuerstangen, Taumelscheibe, Aktuatoren, ...) auch einen Anteil an der Gesamtsteifigkeit hat. Die Torsionseigenfrequenz wird hauptsächlich von der Torsionssteifigkeit des Rotorblattes bestimmt und liegt in der Regel deutlich oberhalb der Rotordrehfrequenz:  $v_\theta \gg 1/\text{rev}$ .
2. Die Phasennacheilung der Torsion auf Erregerkräfte bei 1/rev ist sehr viel kleiner als  $90^\circ$ , da die Torsionseigenfrequenz sehr viel größer ist.
3. Das Pilotensteuer stellt für die Torsionsbewegung eine mechanisch erzwungene Fußpunkterregung mit 0/rev (Kollektiv) und 1/rev (zyklisches Steuer) dar.
4. Eine gebrochene Steuerstange bewirkt eine Torsionseigenfrequenz im nicht drehenden System von  $\omega_{\theta 0} = 0$  und wird damit im drehenden System wie die Schlagbewegung eines zentralen Gelenkes zu  $v_\theta = 1/\text{rev}$  mit einer Phasennacheilung von  $90^\circ$ .
5. Die Torsionseigenfrequenz wird im Wesentlichen von der Blattsteifigkeit und dem Massenträgheitsmoment bestimmt.
6. Das Propellermoment ist eine aus der Zentrifugalkraft stammende zusätzliche Versteifung, welche die Torsionseigenfrequenz mit zunehmender Drehzahl erhöht. Sie sorgt bei gebrochener Steuerstange in der Regel dafür, dass der Rotorblatteinstellwinkel zur Drehebene Null wird.
7. Ist die Rotorblattdrehachse vor dem  $c/4$ -Punkt, an dem die Luftkräfte angreifen, so erzeugt der Auftrieb ein Moment proportional zu diesem Abstand der Achsen.
8. Liegt die Massenachse vor oder hinter der Rotorblattdrehachse, so erzeugen die Trägheitskräfte einer Schlagbeschleunigung ein Moment in der Torsion. Außerdem erzeugen die Zentrifugalkräfte ein Moment proportional zum Schlagwinkel.
9. Solche Kopplungen kann man vermeiden, wenn alle Achsen auf einander fallen.
10. Luftkräfte erzeugen in der Regel eine Dämpfung, die ausreichend ist. Mechanische Dämpfer können nicht angebracht werden.
11. Gravitationskräfte spielen bei der Torsionsbewegung keine Rolle.
12. Das Fandiagramm zeigt die Lage der Eigenfrequenzen in Abhängigkeit der Drehfrequenz. Bei Nenndrehzahl liefert es die Aussage, wie nah Eigenfrequenzen bei ganzzahligen Vielfachen der Rotordrehfrequenz sind.
13. Sowohl die Schwenk- wie auch die Torsionseigenfrequenzen sollten mindestens einen Abstand von  $0.2/\text{rev}$  von ganzzahligen Vielfachen der Rotordrehfrequenz haben, da sie wenig Dämpfung haben. Schlageigenfrequenzen sind aufgrund ihrer großen aerodynamischen Dämpfung unkritisch.

## 4.6 Die Kräfte und Momente am Rotorkopf

### 4.6.1 Koordinatensysteme

Es werden aufgrund der Kinematik des Rotorkopfes und des Blattanschlusses mehrere Koordinatensysteme verwendet. Das grundlegende davon ist das nicht drehende Rotorkopfsystem mit Ursprung im Rotorkopfzentrum, siehe Abb. 4.11b,  $x$  positiv nach hinten,  $y$  positiv nach Steuerbord (in Flugrichtung rechts) und  $z$  demzufolge positiv nach oben (Achtung: oft ist  $x$  auch positiv nach vorne und damit  $z$  positiv nach unten definiert). Die  $x$ -Achse definiert zudem den Nullpunkt des Umlaufwinkels des Rotorblattes, also des Azimut. Bei dem hier verwendeten Drehsinn (von oben gesehen gegen den Uhrzeigersinn) folgt darauf das drehende Rotorkopfsystem mit  $x$  entgegen der Drehrichtung (also in Widerstandsrichtung),  $y$  in radialer Richtung und  $z$  wieder nach oben, siehe Abb. 4.11a. Die dann folgenden Koordinatensysteme hängen von der Reihenfolge der Gelenke ab. Prinzipiell folgt ein Gelenk dem anderen, so dass für das Schlag- und Schwenkgelenk zwei weitere Koordinatensysteme hinzukommen. Final gibt es dann noch das lokale Profilkordinatensystem, in dem die aerodynamischen Kräfte und Momente ermittelt werden.

Insgesamt ist die Umrechnung von allen Blattlagen, -bewegungen und -beschleunigungen in das Profilkordinatensystem zur Ermittlung aller Geschwindigkeiten am Blattelement sowie nach der Ermittlung der lokalen Auftriebs- und Widerstandskräfte und der aerodynamischen Momente die Rücktransformation in das Blattanschlussystem numerisch sehr aufwändig. Eine gewisse Vereinfachung erhält man, wenn Schlag- und Schwenkgelenk zusammenfallen, wie dies bei Elastomerlagern oder kardanischer Aufhängung der



**Abb. 4.11** Zur Transformation vom drehenden ins nicht drehende Koordinatensystem. **a** Drehendes Koordinatensystem, **b** Nicht drehendes Koordinatensystem

Blätter der Fall ist. Gelenkige Blattanschlüsse übertragen im Wesentlichen Kräfte; abhängig vom Lagertyp auch Momente (z. B. stellen Elastomerlager eine Feder/Dämpferkomposition dar). Über einen Schwenkdämpfer werden ebenfalls Momente übertragen.

Bei geringen Schlaggelenkabständen werden auf das Rotorkopfzentrum hauptsächlich die Querkräfte und geringe Momente über das Produkt von Querkraft und Gelenkabstand übertragen. Die Bedeutung der Momente wächst mit größer werdendem Schlaggelenkabstand. Gelenklose und lagerlose Rotoren übertragen die Momente direkt auf den Rotor. Sie weisen in der Regel einen effektiven Gelenkabstand auf, der deutlich größer als derjenige von gelenkigen Rotoren ist und haben daher auch eine wesentlich größere Steuerwirksamkeit im Längs- und Quersteuer, was für den Hubschrauber eine größere Agilität bedeutet.

#### 4.6.2 Blattanschlusskräfte

Am innersten Gelenk (im Falle eines gelenkig gelagerten Rotorblattes) beziehungsweise an der Blatteinspannung (im Falle eines gelenk- oder lagerlosen Rotors) werden die dort vorhandenen Kräfte und Momente jedes einzelnen Blattes benötigt, um sie sodann für die Gesamtkräfte und -momente des Rotors im Rotorkopf zusammenfassen zu können. Nur diese Gesamtkräfte und -momente setzen sich auf die Hubschrauberzelle ab und stellen, nach Transformation in das nicht drehende System, das Bindeglied zwischen Hubschrauberrumpf und dem Rotor dar. Diese Anschlusskräfte und -momente im drehenden System sind in der Rotorkopfebene, senkrecht zum Rotormast, definiert. Die Radialkraft des Rotorblattes  $S_y$  zeigt nach außen (in Zentrifugalkraftrichtung), die Tangentialkraft  $S_x$  nach hinten (in Widerstandsrichtung) und die Vertikalkraft  $S_z$  nach oben (in Auftriebsrichtung), siehe Abb. 4.11a. Außerdem kommen am Gelenk noch das Schlagmoment  $N_F$  (pos. hochschlagend) und das Schwenkmoment  $N_L$  (pos. vorschwenkend) in Ansatz. Wenn am Gelenk weder Federn noch Dämpfer angebracht sind, sind diese beiden Momente Null.

Generell lassen sich diese Blattanschlusskräfte im stationären Flug durch eine Fourierreihe darstellen, da durch die Rotordrehung in Verbindung mit der Fluggeschwindigkeit eine Periodizität in ganzzahligen Vielfachen der Rotordrehfrequenz vorgegeben ist. Zu den Blattanschlusskräften tragen die Luftkräfte und die Massenkräfte (aus Gewicht und Trägheit) bei, jede in Form einer Fourierreihe darstellbar und damit auch die Summe von beiden.

Die Rotorkopflasten erhält man nun aus der Summation aller Blattlasten aller Blätter. Bei einem Rotor mit identischen Blättern und perfektem Spurlauf tilgen sich sehr viele harmonische Blattkräfte und -momente und was davon übrig bleibt, wird auf die Hubschrauberzelle übertragen. Aus diesem Grund werden die Rotorblattsätze bei den Herstellern auch sehr sorgfältig auf gleiche Eigenschaften aller Rotorblätter geprüft und entsprechend zusammengestellt. Eine Generalisierung der Blattanschlusskräfte und -momente für

das  $m$ -te Blatt eines Rotors mit  $N_b$  Blättern kann in folgender Weise geschehen:

$$\begin{aligned} S_z^{(m)} &= S_{z_0} + \sum_{n=1}^{\infty} (S_{z_{nC}} \cos n\psi_m + S_{z_{nS}} \sin n\psi_m) \\ \psi_m &= \psi + m \frac{2\pi}{N_b} \quad m = 1, 2, \dots, N_b \end{aligned} \quad (4.59)$$

Für die anderen Blattanschlusskräfte und Momente geschieht dies in analoger Weise. Vereinfachend wird nun das Schlaggelenk mit dem Schwenkgelenk gleichgesetzt:  $e_\beta = e_\zeta = e$ . Aus den Kräften der Schlagbewegung gemäß Abb. 4.3 folgt am Blattgelenk die Querkraft aus Trägheitskräften (1. Klammer) und Luftkräften (2. Klammer), wobei die Abkürzungen  $c_1 = \lambda - e \overset{*}{\beta} + \mu \beta \cos \psi - k_{\text{tip}} \overset{*}{\Theta}$ ,  $c_2 = \mu \sin \psi + e \overset{*}{\zeta}$  und  $e_n = (1 - e^n)/n$  verwendet werden, zu

$$\begin{aligned} S_z &= (\Omega R)^2 \int_e^1 \left\{ -m' \left[ \bar{g} + (r - e) \overset{**}{\beta} \right] + \frac{\rho}{2} c R C_{l\alpha} \bar{V}_T^2 \left( \Theta + \Theta_{tw} r - \frac{\bar{V}_P}{\bar{V}_T} \right) \right\} dr \\ &= -m' (\Omega R)^2 \left\{ e_1 \bar{g} + (e_2 - ee_1) \overset{**}{\beta} \right\} \\ &\quad + \frac{\rho}{2} (\Omega R)^2 c R C_{l\alpha} \left\{ (e_3 + 2e_2 \mu \sin \psi + e_1 \mu^2 \sin^2 \psi) \Theta \right. \\ &\quad \left. + (e_4 + 2e_3 \mu \sin \psi + e_2 \mu^2 \sin^2 \psi) \Theta_{tw} \right. \\ &\quad \left. - e_1 c_1 c_2 - e_2 \left[ c_1 \left( 1 - \overset{*}{\zeta} \right) + c_2 \overset{*}{\beta} \right] - e_3 \overset{*}{\beta} \left( 1 - \overset{*}{\zeta} \right) \right\} \end{aligned} \quad (4.60)$$

Mit Hilfe des gleichen Bildes sowie Abb. 4.6 folgt die Radialkraft

$$\begin{aligned} S_y &= (\Omega R)^2 \int_e^1 \left\{ m' \left[ r - 2(r - e) \overset{*}{\zeta} \right] - \frac{\rho}{2} c R C_{l\alpha} \bar{V}_T^2 \left( \Theta + \Theta_{tw} r - \frac{\bar{V}_P}{\bar{V}_T} \right) \beta \right\} dr \\ &= m' (\Omega R)^2 \left\{ e_2 - 2(e_2 - ee_1) \overset{*}{\zeta} \right\} \\ &\quad - \frac{\rho}{2} (\Omega R)^2 c R C_{l\alpha} \left\{ (e_3 + 2e_2 \mu \sin \psi + e_1 \mu^2 \sin^2 \psi) \Theta \right. \\ &\quad \left. + (e_4 + 2e_3 \mu \sin \psi + e_2 \mu^2 \sin^2 \psi) \Theta_{tw} \right. \\ &\quad \left. - e_1 c_1 c_2 - e_2 \left[ c_1 \left( 1 - \overset{*}{\zeta} \right) + c_2 \overset{*}{\beta} \right] - e_3 \overset{*}{\beta} \left( 1 - \overset{*}{\zeta} \right) \right\} \beta \end{aligned} \quad (4.61)$$

und für die Tangentialkraft

$$\begin{aligned}
 S_x &= (\Omega R)^2 \int_e^1 \left\{ m' \left[ r \frac{(r-e)\xi}{r} - (r-e) \xi^{**} - 2(r-e)\beta \beta^* \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\rho}{2} c R \bar{V}_T^2 \left[ C_{d0} + C_{l\alpha} \left( \Theta + \Theta_{tw} r - \frac{\bar{V}_P}{\bar{V}_T} \right) \frac{\bar{V}_P}{\bar{V}_T} \right] \right\} dr \\
 &= m' (\Omega R)^2 \left[ (e_2 - ee_1)(\xi - \xi^{**}) - 2(e_2 - ee_1)\beta \beta^* \right] \\
 &\quad + \frac{\rho}{2} c R (\Omega R)^2 C_{d0} (e_3 + 2e_2\mu \sin \psi + e_1\mu^2 \sin^2 \psi) \\
 &\quad + \frac{\rho}{2} c R (\Omega R)^2 C_{l\alpha} \left\{ \left[ e_1 c_1 c_2 + e_2 \left[ c_1 \left( 1 - \xi^* \right) + c_2 \beta^* \right] + e_3 \beta \left( 1 - \xi^* \right) \right] \Theta \right. \\
 &\quad \left. + \left[ e_2 c_1 c_2 + e_3 \left[ c_1 \left( 1 - \xi^* \right) + c_2 \beta^* \right] + e_4 \beta \left( 1 - \xi^* \right) \right] \Theta_{tw} \right. \\
 &\quad \left. - e_1 c_1^2 - 2e_2 c_1 \beta^* - e_3 \beta^{*2} \right\} \\
 &\tag{4.62}
 \end{aligned}$$

Das Schlagmoment und das Schwenkmoment am Gelenk  $e$  bilden sich ausschließlich aus den Anschlussmomenten zu

$$\begin{aligned}
 N_F|_e &= k_\beta \beta \\
 N_L|_e &= -k_\xi \xi - d_\xi \Omega \xi^* \\
 &\tag{4.63}
 \end{aligned}$$

Da die Kräfte am Gelenk angreifen, sind die in Rotorkopfmitte resultierenden Momente noch um das Produkt von Kraft und Hebelarm zu erweitern, also resultieren dort

$$\begin{aligned}
 N_F &= N_F|_e + S_z e R \\
 N_L &= N_L|_e - S_x e R \\
 &\tag{4.64}
 \end{aligned}$$

Alle diese Kräfte und Momente sind im Vorwärtsflug eine komplett besetzte Fourierreihe, da die Kopplungsterme aus Eigenbewegung des Rotorblattes und der Anströmung diese erzeugen. Allein der Steuerwinkel  $\Theta$  besteht aus einem konstanten und in der Rotordrehfrequenz periodischen Anteil (1/rev). Der Schlag- und der Schwenkwinkel sind jeder für sich eine voll besetzte Fourierreihe. Obendrein ist hier der induzierte Durchflussgrad als konstant angenommen worden, selbst die einfachsten Modelle beinhalten die 1/rev als dynamischen Anteil, höherwertige Modelle wie das von Mangler/Squire beinhalten ebenfalls eine Fourierreihe bis ca. 6/rev. Insofern sind die Anschlusskräfte und -momente im drehenden System am Rotorzentrum eine voll besetzte Fourierreihe, die sich auch bei

sehr groben Näherungen noch bis zu etwa 4/rev mit nennenswerten Amplituden besetzt. Nur im Schwebeflug vereinfacht sich dies zu rein stationären Anteilen, wenn man vom Rumpfeinfluss absieht.

### 4.6.3 Die Rotorkomponenten im nicht drehenden System

Mit der Definition der Rotorkomponenten im nicht drehenden System gemäß Abb. 4.11b, also Schub  $T$  nach oben, Seitenkraft  $Y$  nach rechts, Längskraft  $H$  nach hinten, Rollmoment  $M_x$  (pos. rechts hochdrehend), Nickmoment  $M_y$  (pos. aufnickend) und dem Antriebsmoment  $Q$  folgen diese aus den Blattanschlusslasten als Summe aller einzelnen Blätter zu

$$\begin{aligned} T &= \sum_{m=1}^{N_b} S_z^{(m)} \\ H &= \sum_{m=1}^{N_b} (S_y^{(m)} \cos \psi_m + S_x^{(m)} \sin \psi_m) \\ Y &= \sum_{m=1}^{N_b} (S_y^{(m)} \sin \psi_m - S_x^{(m)} \cos \psi_m) \\ M_x &= \sum_{m=1}^{N_b} N_F^{(m)} \sin \psi_m \\ M_y &= - \sum_{m=1}^{N_b} N_F^{(m)} \cos \psi_m \\ Q &= \sum_{m=1}^{N_b} N_L^{(m)} \end{aligned} \quad (4.65)$$

Somit folgt

$$T = N_b S_{z_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \sum_{m=1}^{N_b} (S_{z_{nC}} \cos n\psi_m + S_{z_{nS}} \sin n\psi_m) \right] \quad (4.66)$$

Mit Hilfe der Fourier Koordinaten Transformation (FCT), die hier nicht weiter erläutert werden soll, erhält man dann

$$T = N_b S_{z_0} + \sum_{p=1}^{\infty} N_b \left[ S_{z_{pN_bC}} \cos pN_b \psi + S_{z_{pN_bs}} \sin pN_b \psi \right] \quad (4.67)$$

Die erste Komponente ist der stationäre Schub. Die vibratorischen Anteile finden generell nur bei ganzzahligen Vielfachen  $p$  der Blattzahlharmonischen  $N_b/\text{rev}$ , also  $pN_b/\text{rev}$ , statt

und werden auch von der Blattkomponente mit  $pN_b/\text{rev}$  im drehenden System verursacht. Die Rotorwiderstandskraft erhält man analog zum Schub, die Summierung ergibt unter Zuhilfenahme der trigonometrischen Summenformeln der FCT

$$\begin{aligned} H = & \frac{N_b}{2} \sum_{p=1}^{\infty} \left[ \left( S_{y(pN_b-1)C} - S_{x(pN_b-1)S} \right) \cos pN_b \psi + \left( S_{y(pN_b-1)S} + S_{x(pN_b-1)C} \right) \sin pN_b \psi \right] \\ & + \frac{N_b}{2} \sum_{p=0}^{\infty} \left[ \left( S_{y(pN_b+1)C} + S_{x(pN_b+1)S} \right) \cos pN_b \psi + \left( S_{y(pN_b+1)S} - S_{x(pN_b+1)C} \right) \sin pN_b \psi \right] \end{aligned} \quad (4.68)$$

und in ähnlicher Weise für die Seitenkraft

$$\begin{aligned} Y = & \frac{N_b}{2} \sum_{p=1}^{\infty} \left[ - \left( S_{y(pN_b-1)S} + S_{x(pN_b-1)C} \right) \cos pN_b \psi + \left( S_{y(pN_b-1)C} - S_{x(pN_b-1)S} \right) \sin pN_b \psi \right] \\ & + \frac{N_b}{2} \sum_{p=0}^{\infty} \left[ \left( S_{y(pN_b+1)S} - S_{x(pN_b+1)C} \right) \cos pN_b \psi - \left( S_{y(pN_b+1)C} + S_{x(pN_b+1)S} \right) \sin pN_b \psi \right] \end{aligned} \quad (4.69)$$

Hier bestehen die Rotorkomponenten im nicht drehenden System aus Komponenten, die nur die  $pN_b/\text{rev}$ -Anteile beinhalten. Dabei ist allerdings zu beachten, dass die  $pN_b/\text{rev}$  im nicht drehenden System aus den Komponenten  $(pN_b - 1)/\text{rev}$  und  $(pN_b + 1)/\text{rev}$  im drehenden System gebildet wird, also der Blattzahlharmonischen  $\pm 1/\text{rev}$ . Die Momente der Rotorkomponenten im nicht drehenden System bilden sich aus den Blattanschlussmomenten zu

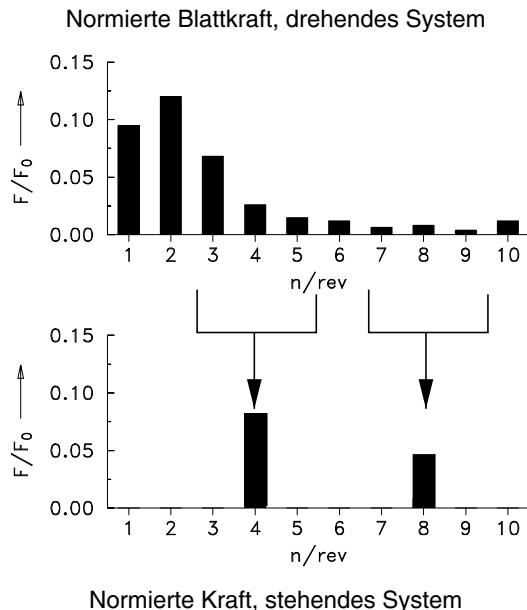
$$\begin{aligned} M_x = & \frac{N_b}{2} \sum_{p=1}^{\infty} \left[ N_{F(pN_b-1)C} \sin pN_b \psi - N_{F(pN_b-1)S} \cos pN_b \psi \right] \\ & + \frac{N_b}{2} \sum_{p=0}^{\infty} \left[ -N_{F(pN_b+1)C} \sin pN_b \psi + N_{F(pN_b+1)S} \cos pN_b \psi \right] \end{aligned} \quad (4.70)$$

als Rollmoment und als Nickmoment folgt

$$\begin{aligned} M_y = & - \frac{N_b}{2} \sum_{p=1}^{\infty} \left[ N_{F(pN_b-1)C} \cos pN_b \psi + N_{F(pN_b-1)S} \sin pN_b \psi \right] \\ & - \frac{N_b}{2} \sum_{p=0}^{\infty} \left[ N_{F(pN_b+1)C} \cos pN_b \psi + N_{F(pN_b+1)S} \sin pN_b \psi \right] \end{aligned} \quad (4.71)$$

Die Tabellen im Anh. 7.4 geben für den 2- bis 7-Blatt Rotor die Umsetzung der Blattkomponenten bis 8/rev im drehenden System zu den resultierenden Rotorkomponenten im

**Abb. 4.12** Übertragung von Blattkräften ins nicht drehende System (Beispiel für  $N_b = 4$ )



nicht drehenden System an. Die bemerkenswerte Eigenschaft des Rotorkopfes besteht also neben der Übertragung der stationären Kräfte und Momente darin, als ein breitbandiges Frequenzfilter zu wirken, das nur die ganzzahlig Vielfachen der Blattzahlharmonischen im nicht drehenden System aufweist. Dies ist beispielhaft für einen 4-Blatt Rotor in Abb. 4.12 dargestellt. Natürlich gilt dies nur für identische Blätter, die gleichförmig über den Umfang verteilt sind und identische Kräfte und Momente an der Blattwurzel erzeugen. Jede Abweichung davon lässt dann auch im nicht drehenden System in zunehmendem Maße die anderen Frequenzen durch. Daher sind die Hersteller bemüht, möglichst gleiche Blätter herzustellen, die dann mit Wuchtgewichten an verschiedenen radialen Stellen im Blatt auf gleiches Gewicht, gleiche Schwerpunktlage und gleiche fundamentale Eigenfrequenzen getrimmt werden.

Wie außerdem in Abb. 4.12 schematisch dargestellt, werden in der Regel die Amplituden der höheren Frequenzen kleiner ausfallen als die der niedrigen. Folglich wird ein 5-Blatt Rotor bei einer solchen Verteilung im nicht drehenden System bei 5/rev auch eine kleinere Amplitude aufweisen als das gezeigte Beispiel eines 4-Blatt Rotors, also geringere Vibrationen erzeugen. Daher sind auch bei kleineren Hubschraubern wie z. B. der MD900 bereits 5-Blatt Rotoren in Verwendung. Umgekehrt bedeutet dies meist einen insgesamt schwereren und komplizierteren Rotor und Rotorkopf als bei weniger Blättern. Mehr Blätter bedeuten letztlich auch immer höhere Herstellungs- und Wartungskosten, so dass hier immer ein Kompromiss eingegangen werden muss. Der Trend geht dahin, bei neuen Hubschraubermodellen ein Rotorblatt mehr als beim Vorgängermodell zu realisieren.

#### 4.6.4 Schlussbemerkungen

1. Am Rotorblatt wirkt in der Regel eine große Bandbreite von Frequenzen mit ganzzahligen Vielfachen der Rotordrehfrequenz.
2. Der Rotorkopf wirkt als breitbandiges Frequenzfilter und lässt nur die ganzzahligen Vielfachen der Blattzahlharmonischen als Erregerkräfte für den Hubschrauberrumpf übrig.
3. Daher haben Hubschrauber mit zwei Rotorblättern relativ große Vibrationen und Hubschrauber mit vielen Rotorblättern geringe. Theoretisch hätte ein Rotor mit unendlich vielen Blättern gar keine Vibrationen mehr.
4. In der Praxis sind die Rotorblätter jedoch nicht identisch und erzeugen daher auch im Hubschrauber Vibrationen bei Frequenzen zwischen den Blattzahlharmonischen. Daher machen die Hersteller große Anstrengungen, die Rotorblätter so identisch wie möglich zu bauen und anschließend die Ungleichheiten durch Wuchten, Anpassen der Eigenfrequenzen und Einstellung des Spurlaufs auszugleichen.

### 4.7 Übungen zu Kapitel 4

#### 4.7.1 Kurzfragen

1. Welche Koordinatensysteme werden zur Beschreibung der Rotorblattbewegung benötigt?
2. Man beschreibe die rechnerische Behandlung eines gelenklosen Rotorsystems!
3. Man überführe die Rotorberechnung vom Schwebeflug in den Vorwärtsflug!
4. Man beschreibe die Schwenkbewegung des Rotorblattes! Erläutern Sie die Dämpfungs- und Federterme im Vergleich zur Schlagbewegung.
5. Man nenne die Freiheitsgrade der Blattwinkelbewegung!

#### 4.7.2 Blattbewegung im Schwebeflug

1. Ein in sich starres Rotorblatt mit konstanter Massenverteilung hat ein Schlaggelenk bei einem dimensionslosen Radius  $e_\beta$ . Berechnen Sie unter Annahme kleiner Gelenkabstände die Eigenfrequenz  $\omega_\beta$ .
2. Leiten Sie Ausdrücke für den Schlagkonuswinkel  $\beta_0$  und den Schwenkkonuswinkel  $\zeta_0$  für einen Rotor im Schwebeflug her. Das Rotorblatt habe konstante Massenverteilung und eine Punktmasse  $M$  an der Blattspitze. Nehmen Sie an, dass die radiale Auftriebsverteilung linear ist.

3. Berechnen Sie die Eigenfrequenz der Schwenkbewegung eines starren Rotorblattes in Abhängigkeit des Gelenkabstandes  $e_\zeta$ , dessen Massenverteilung linear mit dem Radius abnimmt:  $m' = m'_0(1 - 0.5r)$ .
4. Für den Hubschrauber Bo105 sollen folgende Größen mit einem vereinfachten Blattmodell im Schwebeflug ermittelt werden: der Schlagkonuswinkel nach Ansätzen der Blattemententheorie und die Amplitude und der Nacheilwinkel bei zyklischer Steuerung.

Anmerkung: zeitliche Ableitungen  ${}^* = d/d\psi = d/(\Omega dt)$ . Gegebene Daten:

$C_{l\alpha} = 5.6$	$R = 4.91 \text{ m}$
$m_{Bo105} = 2.4 \text{ t}$	$c = 0.27 \text{ m}$
$m_b = 23.4 \text{ kg}$	$\Omega = 44.4 \text{ rad/s}$
$y_\beta = 0.75 \text{ m}$	$N_b = 4$
$k_\beta = 102.09 \text{ Nm/}^\circ$	$\lambda_{\text{eff}} = 0.05262$
$d_\beta = 0 \text{ Nm/(rad/s)}$	$\Theta_{tw} = -0.1047 \text{ rad}$
$\Theta_0 = 0.229 \text{ rad}$	

### 4.7.3 Blattbewegung im Vorwärtsflug

1. Für den Hauptrotor der Bo105 sollen folgende Größen berechnet werden:

- Der Durchflussgrad und der tangentiale Fortschrittsgrad bei einer Vorwärtsfluggeschwindigkeit von 150 km/h unter Vereinfachung der Annahmen der Strahltheorie (in welchem Bereich ist eine Näherung möglich?).
- Der Schlagkonuswinkel und die Steuerwinkel, die erforderlich sind, um die zyklische Schlagbewegung zu eliminieren.

Gegebene Daten:

$C_{l\alpha} = 5.6$	$R = 4.91 \text{ m}$
$m_{Bo105} = 2.4 \text{ t}$	$c = 0.27 \text{ m}$
$N_b = 4$	$\Omega = 44.4 \text{ rad/s}$
$y_\beta = 0.737 \text{ m}$	$v_\beta^2 = 1.271$
$B = 0.98$	$\Theta_{tw} = -6^\circ$
$\gamma = 9.42$	$r_a = 0.21$
$f = 1.2 \text{ m}^2$	

Anmerkung: zeitliche Ableitungen  ${}^* = d/d\psi = d/(\Omega dt)$ .

## Literatur

1. H. Glauert, *A General Theory of the Autogyro*, ARC R&M 1111, 1926
2. C.N.H. Lock, *Further Development of Autogyro Theory*, ARC R&M 1127, 1927
3. J.B. Wheatley, *An Aerodynamic Analysis of the Autogiro Rotor with a comparison between Calculated and Experimental Results*, NACA TR 487, 1934
4. M. Schrenk, *Die aerodynamischen Grundlagen der Tragschraube*, Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Bd. 24, Nr. 15, S. 413–419, 1933
5. G. Sissingh, *Beitrag zur Aerodynamik der Drehflügelflugzeuge*, Luftfahrt-Forschung, Vol. 15, Lfg. 6, pp. 290–302, 1938; Übersetzung in: *Contributions to the Aerodynamics of Rotary-Wing Aircraft*, NACA TM 921, 1939
6. G. Sissingh, *Die Berechnung der Rotoren von Drehflügelflugzeugen bei höheren Fortschrittsgraden mit besonderer Berücksichtigung der Probleme des Schnellfluges*, Jahrbuch 1941 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I351–I364, 1941
7. G. Sissingh, *Untersuchungen über den Einfluß hoher Unterschallgeschwindigkeiten auf die Gleitzahl der Drehflügelflugzeuge*, Jahrbuch 1942 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I385–I390, 1942
8. K. Hohenemser, *Gültigkeitsgrenzen der Glauertschen Drehflüglertheorie*, Technischer Bericht, Vol. 9, no. 1, pp. 17–18, 1942
9. J.A.J. Bennett, *Rotary Wing Aircraft*, Aircraft Engineering, Vol. 12, no. 131–138, 1940
10. F.J. Bailey, *A Simplified Theoretical Method of Determining the Characteristics of a Lifting Rotor in Forward flight*, NACA TR 716, 1941
11. A.A. Nikolsky, *Notes on Helicopter Design Theory, A series of lectures delivered March-April 1944 at Princeton University*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1945
12. A. Klemin, *Principles of Rotary Wing Aircraft*, Aero Digest, Vol. 48–50, April 1945–Januar 1946
13. A. Gessow, G.C. Myers, *Aerodynamics of the Helicopter*, Macmillan Co., 1952; ISBN 0 804 44275 4, Continuum International Publishing Group Ltd., 1997
14. W. Johnson, *Helicopter Theory*, ISBN 0 691 07971 4, Princeton University Press, 1980
15. T. Theodorsen, *General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter*, NACA Report No. 496, 1935

**Elektronisches Zusatzmaterial** Die Online-Version dieses Kapitels ([https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_4)) enthält Zusatzmaterial, das für autorisierte Nutzer zugänglich ist.



# Leistungsberechnung im stationären Flug

5

## 5.1 Einleitung

Die Ermittlungen der Höhen- und Geschwindigkeitsgrenzen des Einsatzbereiches für einen gegebenen Hubschrauber (mit ebenfalls gegebenem Gewicht und definierter Schwerpunktlage) stellt eine Hauptaufgabe der Leistungsrechnung dar. Eine weitere Aufgabe besteht darin, die zu einem Flugzustand gehörige Leistung und damit die verfügbare Reserveleistung zu ermitteln, was in unmittelbarem Zusammenhang mit der in diesem Flugzustand maximal erreichbaren Steigrate oder dem maximal erreichbaren Lastvielfachen im Manöverflug steht. Auch die Bestimmung der größten Reichweite, der längsten Flugdauer, der Fluggeschwindigkeit mit geringster Sinkrate beim Autorotationsflug, der erforderlichen Steuerwinkelbereiche etc. gehört zur Leistungsrechnung.

Ein stationärer Flugzustand in einer vorgegebenen Flughöhe erfordert eine Trimmung des Hubschraubers, das heißt die verfügbaren Steuergrößen müssen so eingestellt werden, dass ein unbeschleunigter Flugzustand, also das Kräfte- und Momentengleichgewicht in allen drei Achsen, erreicht wird. Diese Steuergrößen sind der Kollektivsteuerwinkel ( $\Theta_0$ , in der Regel ein Hebel neben dem Pilotensitz zum Hochziehen oder Runterdrücken) und die beiden zyklischen Blattverstellungen am Hauptrotor (Quer- und Längssteuerwinkel =  $\Theta_C$  und  $\Theta_S$ , in der Regel über einen Steuerknüppel zwischen den Beinen des Piloten, neuerdings auch über einen Side-stick), der über die Fußpedale gesteuerte Heckrotorkollektivwinkel ( $\Theta_{TR}$ , TR vom engl. tail rotor) sowie die drei Lagewinkel ( $\Theta_F$  = Nickwinkel, engl. pitch angle, F vom engl. fuselage;  $\phi_F$  = Rollwinkel, engl. roll or bank angle;  $\psi_F$  = Gier- oder Schiebewinkel, engl. yaw angle, auch heading) des Hubschraubers. Dabei kann einer der Lagewinkel – entweder der Gier- oder der Rollwinkel – Null sein, da für die sechs Kräfte und Momente insgesamt sieben Steuer- und Lagegrößen zur Verfügung stehen. Außerdem wird der Flugzustand mit der Fluggeschwindigkeit und dem Flugbahnwinkel  $\Theta_{FP}$  (FP vom engl. flight path) definiert.

---

Die Originalversion des Kapitels wurde revidiert. Ein Erratum ist verfügbar unter:  
[https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_9)

Mit Hilfe des Kollektivwinkels wird in erster Linie der Schub eingestellt (und als Folge entsteht der Schlagkonus der Rotorblätter). Die zyklischen Steuerwinkel kippen die Rotorebene und damit den resultierenden Schubvektor in der Längs- und Querrichtung. Die Neigung des Schubes in Längsrichtung kompensiert hauptsächlich den Rumpfwiderstand; die Querneigung die Summe aus Heckrotorschub und der Querkraft des Seitenleitwerkes. Außerdem wird durch einen Schlaggelenkabstand bzw. einen starren Blattanschluss ein Roll- und Nickmoment am Rotorkopf erzeugt. Der Heckrotorschub gleicht im Wesentlichen das Drehmoment des Hauptrotors aus, er wird aber auch verwendet, um einen Gier- oder Schiebewinkel einzustellen.

Aufgrund der Überlagerung der Rotation des Rotors mit der Fluggeschwindigkeit sowie dem Vorhandensein eines realen oder effektiven Schlaggelenkabstandes gibt es neben der Hauptwirkungsrichtung auch viele Kreuzkopplungen eines Steureingangs auf alle anderen Freiheitsgrade. So wird die Vergrößerung des Kollektivwinkels nicht nur mehr Schub erzeugen, sondern auch ein größeres Drehmoment, welches eine Gierbewegung einleitet, die allerdings vom Heckrotor und dem Seitenleitwerk gedämpft wird. Außerdem wird im Vorwärtsflug die vorlaufende Seite wegen des größeren Staudruckes mehr zusätzlichen Auftrieb liefern als die rücklaufende Seite und die Schlagbewegung wird entsprechend die Blattspitzenebene nach hinten sowie etwas zur rücklaufenden Seite kippen; das Mischungsverhältnis hängt dabei von der Schlageigenfrequenz und diese unter anderem vom Schlaggelenkabstand ab. Das Rückkippen der Blattspitzenebene bedeutet ein aufnickendes Moment, wobei die Nickbewegung vom Höhenleitwerk etwas gedämpft wird, insgesamt aber destabilisierend ist, da ein Aufnicken die Wirkungskette verstärkt. Die Seitenneigung der Blattspitzenebene erzeugt ein Rollmoment.

Aus diesen Ausführungen erkennt man den hohen Verkoppelungsgrad eines Hubschraubers, der die Arbeitsbelastung eines Piloten deutlich höher sein lässt als bei einem Flächenflugzeug, da er permanent eingreifen muss, um eine getrimmte Fluglage beizubehalten. Durch geeignete mechanische (früher und in Kleinhubschraubern) oder reglergestützte Mischer (heute in mittleren und Großhubschraubern) kann man diese Kopplungen jedoch gering halten und durch fortschrittliche Reglerfunktionalitäten dem Piloten auch etliche Arbeiten ganz abnehmen.

Neben der Trimmung eines frei fliegenden Hubschraubers gibt es noch den Windkanaltrimm. Bei diesem geht es um die Trimmung eines isolierten (Full Scale- oder Modell-) Rotors, bei dem bestimmte Freiheitsgrade wie der Gier- oder Rollwinkel nicht existieren und daher zu vorgegebenen Kräften und/oder Momenten im Rotorkopf in bzw. um die drei Raumrichtungen mit Hilfe der Blattsteuerwinkel getrimmt wird. Dazu ist eine entsprechend kalibrierte Waage unter dem Modell nötig, mit Hilfe derer die Kräfte und Momente im Rotorkopfzentrum gemessen werden. Bei einem Vollmodell mit Rumpf und Heckrotor ist eine zweite Waage nötig, welche die Kräfte und Momente von Rumpf, Leitwerk und Heckrotor misst. Dann kann man in einem vorbestimmten virtuellen Schwerpunkt und mit einem ebenso virtuellen Modellgewicht auch einen Flugtrimm um diesen Schwerpunkt einstellen, wobei aber auch die Roll- und Gierfreiheitsgrade als Verstellmöglichkeit

gegeben sein müssen. Die Windgeschwindigkeit ist in der Regel vorgegeben, während der Rotormastanstellwinkel als Äquivalent zum Rumpfnickwinkel meist auch eine Trimmgröße darstellt.

---

## 5.2 Trimmung des Hubschraubers

### 5.2.1 Einleitung

Grundsätzlich wird der Trimmzustand durch einen Satz von Gleichgewichtsbedingungen beschrieben. Im unbeschleunigten Fall muss die Summe aller Kräfte und Momente um den Schwerpunkt jeweils Null sein. Da in den meisten Fällen die Lagewinkel klein sind, kann man entsprechende Vereinfachungen für kleine Winkel einsetzen. Verschiedene Grade an Näherungen sind für die Rotoraerodynamik und -dynamik möglich. Entweder man bedient sich analytischer Lösungen für die Blattbewegung und die resultierenden Kräfte mit entsprechenden Vereinfachungen (auch in den induzierten Geschwindigkeiten), um eine – meist recht gute – erste Näherung zu erhalten. Oder man verwendet eine numerische Lösung der Blattelemententheorie mit beliebigem Grad an Komplexität in den Modellen. In jedem Fall ist eine iterative Lösung der Trimmgleichungen nötig. Die an einem Hubschrauber in einem stationären (Steig-) Flugzustand angreifenden Kräfte und Momente sind in Abb. 5.1 skizziert, wobei die Annahme zugrunde gelegt wurde, dass der Gierwinkel Null ist und damit der Rumpf keine Seitenkraft und auch kein Giermoment erzeugt. Kräfte und Momente erhalten als Index ihren jeweiligen Erzeuger; zusätzlich zu den schon genannten kommen der Hauptrotor (MR vom engl. main rotor) und das Höhenleitwerk (HS vom engl. horizontal stabilizer, fin) mit seinen Endscheiben, deren Seitenkraft denjenigen des Seitenleitwerkes (VS vom engl. vertical stabilizer) zugeordnet werden kann. Mit Abb. 5.1 lassen sich nun die Gleichgewichtsbeziehungen im geodätischen System aufstellen, wobei hier alle Momente auf das Rotorkopfzentrum bezogen sind. Es liegt hier die vereinfachende Annahme zugrunde, dass alle aerodynamischen Kräfte am Rumpf und Leitwerk im Flugbahnnachsensystem angreifen, was vor allem am Leitwerk fragwürdig ist, da dort der Rotornachlauf die Anströmbedingungen (Betrag der Anströmgeschwindigkeit und deren Richtung) verändert. Auch für den Heckrotor wird angenommen, dass seine Kräfte parallel zu den Achsen des Hauptrotors angreifen. Ferner wird für das Gleichgewicht in vertikaler Richtung angenommen, dass der Hängewinkel  $\phi_F$  klein ist. Auch für alle anderen Winkel wird diese Annahme getroffen, was für die meisten Winkel auch eine akzeptable Näherung darstellt. Weiter werden Produkte kleiner Kräfte mit den kleinen Winkeln, also Ausdrücken wie  $(L_{VS} + T_{TR} + Y_F) \sin \phi_F$  als klein gegenüber den weiteren Größen in dieser Richtung, hier z. B.  $T_{MR} \cos \phi_F$  angesehen, da sie von höherer Ordnung sind.

Als Definition für den Flugbahnwinkel wird festgelegt, dass ein Steigflug mit  $\Theta_{FP} > 0$  verbunden ist. Der Schwerpunkt des Rumpfes kann einen seitlichen Abstand  $y_{cg}$  (cg vom engl. center of gravity) von der Rumpfmittelebene aufweisen. Außerdem wird voraus-

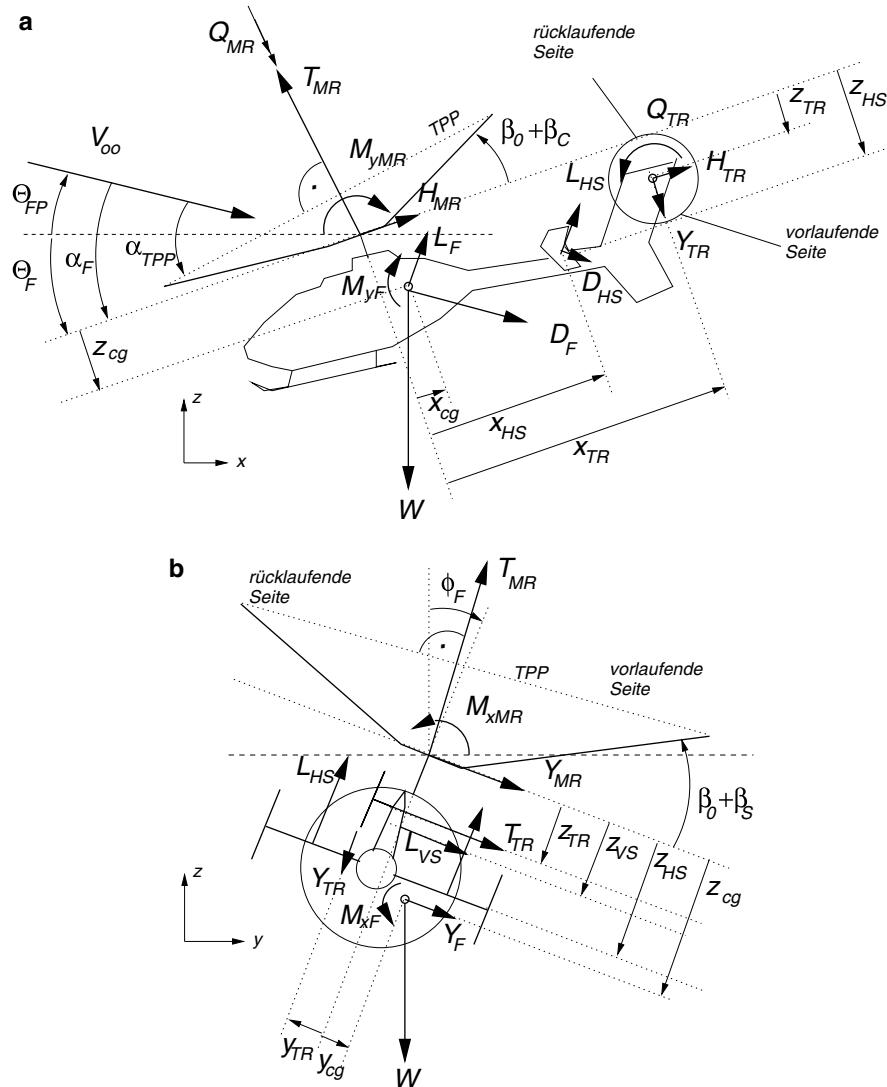
gesetzt, dass die Luftkräfte des Rumpfes an der Schwerpunktlage, aber in der Rumpfmittelebene angreifen. Der Zusammenhang zwischen Flugbahnwinkel  $\Theta_{FP}$ , Rumpfstellwinkel  $\alpha_F$  und Rumpfflagewinkel  $\Theta_F$  lautet  $\Theta_F = \Theta_{FP} + \alpha_F$ . Das Kräfte- und Momentengleichgewicht lautet:

$$\begin{aligned}
 \sum F_x &= 0 = (D_F + D_{HS}) \cos \Theta_{FP} + (L_F + L_{HS}) \sin \Theta_{FP} \\
 &\quad + (H_{MR} + H_{TR}) \cos \Theta_F + (T_{MR} - Y_{TR}) \sin \Theta_F \\
 \sum F_y &= 0 = (T_{MR} - Y_{TR} + L_F + L_{HS}) \sin \phi_F + (Y_{MR} + T_{TR} + Y_F + L_{VS}) \cos \phi_F \\
 \sum F_z &= 0 = -W - (D_F + D_{HS}) \sin \Theta_{FP} + (L_F + L_{HS}) \cos \Theta_{FP} \\
 &\quad - (H_{MR} + H_{TR}) \sin \Theta_F + (T_{MR} - Y_{TR}) \cos \Theta_F \\
 \sum M_x &= 0 = M_{xF} + M_{xMR} - T_{TR}z_{TR} - Y_{TR}y_{TR} - L_{VS}z_{VS} \\
 &\quad - W(z_{cg} \sin \phi_F + y_{cg} \cos \phi_F) \\
 \sum M_y &= 0 = M_{yF} + M_{yMR} - Q_{TR} + H_{TR}z_{TR} + Y_{TR}x_{TR} \\
 &\quad + W(x_{cg} \cos \Theta_F + z_{cg} \sin \Theta_F) \\
 &\quad - (L_Fx_{cg} - D_Fz_{cg} + L_{HS}x_{HS} - D_{HS}z_{HS}) \cos \alpha_F \\
 &\quad - (L_Fz_{cg} + D_Fx_{cg} + L_{HS}z_{HS} + D_{HS}x_{HS}) \sin \alpha_F \\
 \sum M_z &= 0 = M_{zF} + Y_Fx_{cg} + T_{TR}x_{TR} + L_{VS}x_{VS} - Q_{MR}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Mit Hilfe der Annahme kleiner Winkel lassen sich diese Gleichungen vereinfachen. Weiterhin kann man annehmen, dass der Rumpf als stumpfer Körper bei näherungsweise axialer Anströmung von vorne im Wesentlichen nur Widerstand, aber keinen Auftrieb und keine Querkraft erzeugt (in Simulationsprogrammen wird natürlich eine Rumpfpolare verwendet, die alle Beiwerte als Funktion des Anstell- und des Schiebewinkels beinhaltet). Ferner ist der Widerstand des Leitwerkes in erster Näherung ebenso vernachlässigbar wie die Seitenkräfte des Heckrotors. Auch ist der Leitwerksauftrieb klein gegenüber dem Rotorschub (beziehungsweise dem Hubschraubergewicht). Dann folgt:

$$\begin{aligned}
 0 &= D_F + L_{HS}\Theta_{FP} + H_{MR} + T_{MR}\Theta_F \\
 0 &= T_{MR}\phi_F + Y_{MR} + T_{TR} + L_{VS} \\
 0 &= -W - D_F\Theta_{FP} - H_{MR}\Theta_F + T_{MR} \\
 0 &= M_{xMR} - T_{TR}z_{TR} - L_{VS}z_{VS} - W(z_{cg}\phi_F + y_{cg}) \\
 0 &= M_{yMR} - Q_{TR} + W(x_{cg} + z_{cg}\Theta_F) + D_Fz_{cg} - L_{HS}x_{HS} \\
 0 &= -Q_{MR} + T_{TR}x_{TR} + L_{VS}x_{VS}
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

An dieser Stelle muss die vertikale und horizontale Resultierende des Rotors diskutiert werden. Die vertikale Komponente wird vom Rotorschub  $T$  dominiert und die Horizontalkraft  $H$  hat nur einen geringen Anteil. Um den mit der wachsenden Fluggeschwindigkeit



**Abb. 5.1** Kräfte und Momente an einem Hubschrauber im stationären Flug. **a** Seitenansicht, **b** Rückansicht

größer werdenden Rumpfwiderstand zu kompensieren, muss man die Rotorebene, also den Schubvektor, nach vorne neigen. Man darf sich jedoch nicht zu der Annahme verleiten lassen, dass dies für alle Geschwindigkeiten beliebig machbar ist, denn ab einer gewissen Geschwindigkeit wächst die Komponente von  $H$  durch Kompressibilitätseffekte am vorlaufenden Blatt und durch die rückwärtige Anströmung am rücklaufenden Blatt

schneller als diejenige durch Neigung des Schubes, außerdem verbunden mit einem steilen Anstieg der notwendigen Rotorleistung, was die Maximalgeschwindigkeit limitiert – ein Phänomen, das in der Anfangszeit der Hubschrauberei oft übersehen wurde.

Vorteilhafterweise werden noch alle Gleichungen dimensionslos gemacht, d. h. die ersten drei Gleichungen werden durch  $\rho A(\Omega R)^2$  und die Momentengleichungen durch  $\rho A(\Omega R)^2 R$  dividiert.

## 5.2.2 Vereinfachte Trimmrechnung

### Gleichgewicht in der Längsbewegung

Zunächst werden die Kräfte für die Längsbewegung untersucht (siehe Abb. 5.2). Hier treten zusätzlich zu den Kräften des Rotors (Schub  $T$  und Horizontalkraft  $H$ ) der Widerstand des Hubschraubers  $D_F$  sowie der Flugbahnwinkel  $\Theta_{FP}$  und die Steiggeschwindigkeit  $V_c$  auf. Das Kräftegleichgewicht in vertikaler Richtung lautet

$$W = T \cos(-\alpha - \Theta_{FP}) - D_F \sin \Theta_{FP} + H \sin(-\alpha - \Theta_{FP}) \quad (5.3)$$

und in horizontaler Richtung

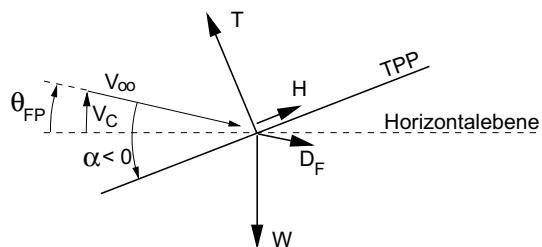
$$D_F \cos \Theta_{FP} + H \cos(-\alpha - \Theta_{FP}) = T \sin(-\alpha - \Theta_{FP}) \quad (5.4)$$

Unter der Annahme kleiner Winkel erhält man

$$\begin{aligned} W &\approx T \\ D_F + H &\approx -T(\alpha + \Theta_{FP}) \\ \alpha &= -\left( \Theta_{FP} + \frac{D_F}{W} + \frac{H}{T} \right) = -\left( \Theta_{FP} + \frac{D_F}{W} + \frac{C_H}{C_T} \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Also ist eine Vorneigung der Blattspitzenebene ( $\alpha < 0$ ) notwendig, um eine Vortriebskraft zu erzeugen.

**Abb. 5.2** Kräfte in der Längsbewegung



### Gleichgewicht in der Seitenbewegung

Das Gleichgewicht der vertikalen Kräfte (Abb. 5.3) mit dem Rollwinkel  $\phi_S$ , der Seitenkraft des Hubschraubers  $Y$  und des Heckrotorschubes  $T_{TR}$  bedingt

$$W = T \cos \phi_S - (Y + T_{TR}) \sin \phi_S \quad (5.6)$$

Wenn man diese Gleichung mit der im Abschnitt zuvor gewonnenen kombiniert, so erhält man

$$W = T \cos(-\alpha - \Theta_{FP}) \cos \phi_S - D_F \sin \Theta_{FP} - H \sin(\alpha + \Theta_{FP}) - (Y + T_{TR}) \sin \phi_S \quad (5.7)$$

und für das Gleichgewicht der Querkräfte mit der Rumpfseitenkraft  $Y_F$

$$Y_F + (Y + T_{TR}) \cos \phi_S + T \sin \phi_S = 0 \quad (5.8)$$

was sich bei Annahme kleiner Winkel auf

$$\phi_S = -\frac{Y_F}{W} - \frac{C_Y}{C_T} - \frac{A_{TR}}{A} \left( \frac{(\Omega R)_{TR}}{\Omega R} \right)^2 \frac{C_{T,TR}}{C_T} \quad (5.9)$$

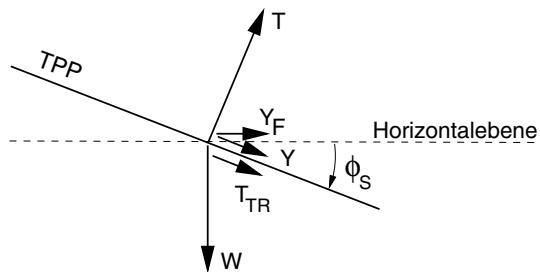
reduziert. Wegen  $A_{TR} \ll A$  wird der letzte Term oft auch weggelassen. Somit folgt

$$\begin{aligned} Y &= Y_{TPP} - T\beta_S \\ \phi_S &= -\frac{Y_F}{W} - \frac{C_{Y_{TPP}}}{C_T} + \beta_S \end{aligned} \quad (5.10)$$

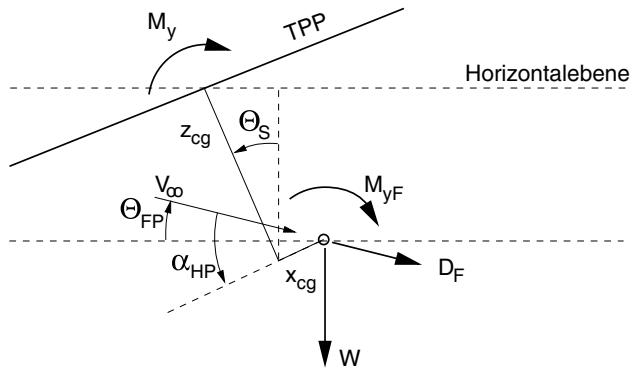
### Gleichgewicht der Momente in der Längsbewegung

Unter der Annahme kleiner Winkel  $\Theta_S$  folgt für das Momentengleichgewicht um den Rotorkopf (Abb. 5.4) mit einer Schwerpunktllage unter und hinter demselben von  $z_{cg}$  und

**Abb. 5.3** Kräfte in der Seitenbewegung



**Abb. 5.4** Momente in der Längsbewegung



$x_{cg}$  (vom engl. center of gravity) sowie den Rotor- und Rumpfnickmomenten  $M_y$  und  $M_{yF}$

$$\begin{aligned} 0 &= M_y + M_{yF} + W(-z_{cg}\Theta_S - x_{cg}) - z_{cg}D_F \\ \Theta_S &= \alpha + \Theta_{FP} = -\left(\frac{x_{cg}}{z_{cg}} + \frac{D_F}{W} - \frac{M_{yF}}{Wz_{cg}} - \frac{M_y}{Wz_{cg}}\right) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Ferner sei das Referenzkoordinatensystem das Rotorachsensystem, dann gilt für das vom Rotor aufgebrachte Moment mit dem dimensionslosen Abstand  $\bar{z}_{cg} = z_{cg}/R$  unter Verwendung von Gl. 5.31

$$\frac{M_y}{Wz_{cg}} = \frac{C_{M_y}}{C_T \bar{z}_{cg}} = -\frac{\nu_\beta^2 - 1}{2\gamma \frac{C_T}{\sigma C_{l\alpha}} \bar{z}_{cg}} \beta_C \quad (5.12)$$

sowie aus Gl. 5.5

$$-\alpha - \Theta_{FP} - \frac{D_F}{W} = \frac{C_H}{C_T} = \frac{C_{H,TPP}}{C_T} - \beta_C \quad (5.13)$$

Für die Berechnung des Trimmzustandes sind folgende Größen gegeben (wobei die Luftdichte aus der Flughöhe und der Normatmosphäre oder gegebener Temperatur und Druck bestimmt wird;  $f$  ist die äquivalente Widerstandsfläche des Rumpfes)

$$V_\infty, \Omega, R, W, f, \gamma, \nu_\beta, \sigma, C_{l\alpha}, x_{cg}, y_{cg}, z_{cg}, C_{d0}, h, (T, p)$$

und die anderen Parameter können berechnet werden. Für den Schub nimmt man als erste Näherung die Gewichtskraft an, so dass ein erster Wert für den Schubbeiwert berechnet werden kann. Dann folgt

$$\begin{aligned} \frac{M_{yF}}{Wz_{cg}} &= \frac{C_{M_{yF}}}{C_T \bar{z}_{cg}} \\ \frac{M_{xF}}{Wz_{cg}} &= \frac{C_{M_{xF}}}{C_T \bar{z}_{cg}} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Die Momentenbeiwerte des Rumpfes werden als gegeben vorausgesetzt. Da in der Blattspitzenebene (TPP) keine dynamische Schlagbewegung auftritt ( $\dot{\beta}_{\text{TPP}} = \ddot{\beta}_{\text{TPP}} = 0$ ), eignet sich diese gut für die Aufstellung der Rotorlängs- und -querkraftbeiwerte:

$$\begin{aligned} C_{H_{\text{TPP}}} &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{4} \left\{ \frac{C_{d0}\mu}{C_{l\alpha}} + \lambda_{\text{TPP}} \left[ \frac{\Theta_S}{2} + \mu \left( \Theta_0 + \frac{\Theta_{tw}}{2} \right) \right] - \frac{\Theta_C}{3} \beta_0 + \frac{\mu}{2} \beta_0^2 \right\} \\ C_{Y_{\text{TPP}}} &= -\frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} \left[ 3\mu\beta_0 \left( \Theta_0 + \frac{2}{3}\Theta_{tw} - 2\lambda_{\text{TPP}} \right) + \Theta_C \lambda_{\text{TPP}} + \frac{2}{3}\Theta_S \beta_0 (1 + 3\mu^2) \right] \\ \frac{D_F}{W} &= \frac{\frac{\rho}{2} V_\infty^2 f}{\rho C_T (\Omega R)^2 A} = \frac{\mu^2 f}{2C_T A} \end{aligned} \quad (5.15)$$

### Gleichgewicht der Momente in der Seitenbewegung

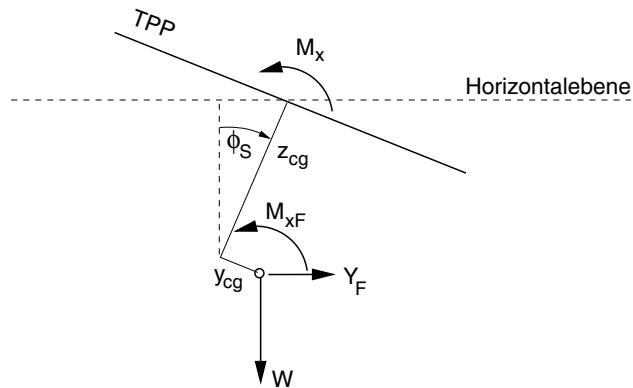
Stellt man wieder das Momentengleichgewicht um das Rotorzentrum auf, so folgt für die Annahme kleiner Winkel (Abb. 5.5) mit dem Rollwinkel  $\phi_S$ , dem Rollmoment des Rumpfes  $M_{xF}$  und der seitlichen Schwerpunktabelle  $y_{cg}$

$$\begin{aligned} 0 &= M_x + W(z_{cg}\phi_S - y_{cg}) + Y_F z_{cg} + M_{xF} \\ \phi_S &= \frac{y_{cg}}{z_{cg}} - \frac{Y_F}{W} - \frac{M_{xF}}{Wz_{cg}} - \frac{M_x}{Wz_{cg}} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Darin ist das vom Rotor produzierte Moment gemäß Gl. 5.31

$$\frac{M_x}{Wz_{cg}} = \frac{C_{M_x}}{C_T \bar{z}_{cg}} = \frac{v_\beta^2 - 1}{2\gamma \frac{C_T}{\sigma C_{l\alpha}} \bar{z}_{cg}} \beta_S \quad (5.17)$$

**Abb. 5.5** Momente in der Seitenbewegung



und vom Kräftegleichgewicht folgt mit Gl. 5.10

$$\phi_S + \frac{Y_F}{W} = -\frac{C_{Y,\text{TPP}}}{C_T} + \beta_S \quad (5.18)$$

Von den Gleichgewichtsbeziehungen des Roll- und Nickmomentes kann man den Rotormastneigungswinkel  $\alpha_S$ , den Neigungswinkel der Blattspitzenebene relativ zum Mast in Längs- ( $\beta_C$ ) und Seitenrichtung ( $\beta_S$ ) sowie den Rollwinkel  $\phi_S$  berechnen.

### 5.2.3 Berechnung der Rotorkräfte

Für die Rotorkräfte können mit Hilfe etlicher vereinfachender Annahmen aus Gl. 3.81 analytische Ausdrücke gewonnen werden, denn für die Trimmung sind nur die stationären Anteile von Bedeutung. Diese Annahmen betreffen die Verteilung der induzierten Geschwindigkeiten (konstant), zentrales Schlaggelenk, keine Schwenk- oder Torsionsbewegung, stationäre Aerodynamik, keine Blattspitzenverluste, Profilbeginn in der Rotormitte bis zur Blattspitze, konstante Profiltiefe und weitere. Die lokal am Blattelement angreifenden Geschwindigkeiten, die Schlagbewegung, die radiale Verteilung der Verwindung und die azimutale Blatteinstellwinkelbewegung lauten dann

$$\begin{aligned} \bar{V}_T &\approx r + \mu \sin \psi \\ \bar{V}_P &\approx \lambda + r \overset{*}{\beta} + \mu \beta \cos \psi \\ \bar{V}_R &\approx \mu \cos \psi \\ \beta &= \beta_0 + \beta_S \sin \psi + \beta_C \cos \psi \\ \Theta &= \Theta_0 + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi + \Theta_{tw} r \end{aligned} \quad (5.19)$$

Es folgt der Rotorschub mit Hilfe der Blattelemententheorie gemäß Gl. 3.79 zu

$$\begin{aligned} T_{MR} &= \frac{N_b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R F'_z dy d\psi \\ &= \frac{N_b \rho c R C_{l\alpha} \mathcal{Q}^2 R^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left( \Theta \bar{V}_T^2 - \bar{V}_P \bar{V}_T \right) dr d\psi \\ C_{T_{MR}} &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left[ \frac{\Theta_0}{3} \left( 1 + \frac{3}{2} \mu^2 \right) + \frac{\Theta_{tw}}{4} (1 + \mu^2) + \frac{\mu}{2} \Theta_S - \frac{\lambda}{2} \right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

In analoger Weise erhält man den Rotorwiderstand

$$\begin{aligned}
 H_{MR} &= \frac{N_b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R (F'_x \sin \psi + F'_y \cos \psi) dy d\psi \\
 &= \frac{N_b \rho c R C_{l\alpha} \Omega^2 R^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[ \left( \bar{V}_P \bar{V}_T \Theta - \bar{V}_P^2 + \frac{C_{d0}}{C_{l\alpha}} \bar{V}_T^2 \right) \sin \psi \right. \\
 &\quad \left. - \beta \left( \bar{V}_T^2 \Theta - \bar{V}_P \bar{V}_T \right) \cos \psi \right] dr d\psi \\
 C_{H_{MR}} &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left[ \Theta_0 \left( \frac{\mu\lambda}{2} - \frac{\beta_C}{3} \right) + \frac{\Theta_{tw}}{4} (\mu\lambda - \beta_C) - \frac{\Theta_C \beta_0}{6} + \frac{3\lambda\beta_C}{4} + \frac{\beta_0\beta_S}{6} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\Theta_S}{4} (\lambda - \mu\beta_C) + \frac{\mu}{4} (\beta_0^2 + \beta_C^2) \right] + \mu \frac{\sigma C_{d0}}{4}
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

sowie die Seitenkraft

$$\begin{aligned}
 Y_{MR} &= \frac{N_b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R (-F'_x \cos \psi + F'_y \sin \psi) dy d\psi \\
 &= \frac{N_b \rho c R C_{l\alpha} \Omega^2 R^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \left[ - \left( \bar{V}_P \bar{V}_T \Theta - \bar{V}_P^2 + \frac{C_{d0}}{C_{l\alpha}} \bar{V}_T^2 \right) \cos \psi \right. \\
 &\quad \left. - \beta \left( \bar{V}_T^2 \Theta - \bar{V}_P \bar{V}_T \right) \sin \psi \right] dr d\psi \\
 C_{Y_{MR}} &= -\frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \left\{ \Theta_0 \left[ \frac{3\mu\beta_0}{4} + \frac{\beta_S}{3} \left( 1 + \frac{3\mu^2}{2} \right) \right] + \frac{\Theta_{tw}}{4} [2\mu\beta_0 + \beta_S(1 + \mu^2)] \right. \\
 &\quad + \frac{\Theta_C}{4} (\lambda + \mu\beta_C) + \frac{\Theta_S}{6} [\beta_0(1 + 3\mu^2) + 3\mu\beta_S] \\
 &\quad \left. - \frac{3\lambda\beta_S}{4} + \frac{\beta_0\beta_C}{6} (1 - 6\mu^2) - \frac{3\mu\lambda\beta_0}{2} - \frac{\mu\beta_C\beta_S}{4} \right\}
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

Als nächstes wird noch das Rollmoment (mit  $\lambda_{TPP} = \lambda + \mu\beta_C$ )

$$\begin{aligned}
 M_{x_{MR}} &= \frac{N_b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R y F'_z \sin \psi dy d\psi \\
 &= \frac{N_b \rho c R^2 C_{l\alpha} \Omega^2 R^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 r \left( \Theta \bar{V}_T^2 - \bar{V}_P \bar{V}_T \right) \sin \psi dr d\psi \\
 C_{M_{x_{MR}}} &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ (\Theta_S + \beta_C) \left( 1 + \frac{3\mu^2}{2} \right) + 2\mu \left( \frac{4\Theta_0}{3} + \Theta_{tw} - \lambda_{TPP} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

und das Nickmoment

$$\begin{aligned}
 M_{y_{MR}} &= -\frac{N_b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R y F'_z \cos \psi \, dy \, d\psi \\
 &= -\frac{N_b \rho c R^2 C_{l\alpha} \Omega^2 R^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 r \left( \Theta \bar{V}_T^2 - \bar{V}_P \bar{V}_T \right) \cos \psi \, dr \, d\psi \\
 C_{M_{y_{MR}}} &= -\frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} \left[ (\Theta_C - \beta_S) \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) - \frac{4\mu\beta_0}{3} \right]
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

sowie die Rotorleistung gebraucht.

$$\begin{aligned}
 P_{MR} &= \frac{N_b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R V_T F'_x \, dy \, d\psi \\
 &= \frac{N_b \rho c R^2 C_{l\alpha} \Omega^2 R^2}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{V}_T \left( \Theta \bar{V}_P \bar{V}_T - \bar{V}_P^2 + \frac{C_{d0}}{C_{l\alpha}} \bar{V}_T^2 \right) \, dr \, d\psi \\
 C_{P_{MR}} &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{16} \left\{ 4\lambda \left( \frac{2\Theta_0}{3} + \frac{\Theta_{tw}}{2} - \lambda \right) - 2\beta_0^2 \mu^2 - \beta_C^2 \left( 1 + \frac{3\mu^2}{2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + (\Theta_C \beta_S - \Theta_S \beta_C - \beta_S^2) \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + 2 \left[ \lambda (\Theta_S - 2\beta_S) + \frac{2\beta_0}{3} (\Theta_C - 2\beta_S) \right] \right\} + \frac{\sigma C_{d0}}{8} (1 + 3\mu^2)
 \end{aligned} \tag{5.25}$$

Das Antriebsmoment  $Q_{MR}$  wird berechnet, indem im Integranden  $y$  statt  $V_T$  steht. Auch daraus kann man die Rotorleistung berechnen, denn der Rotorantrieb muss im Vorwärtsflug sowohl das Antriebsmoment  $Q$  aus induziertem Widerstand und Profilwiderstand als auch den Rotorwiderstand  $H$  überwinden, so dass die benötigte Gesamtleistung durch das Produkt von Fluggeschwindigkeit und Rotorwiderstand ergänzt wird:  $C_P = C_Q + \mu C_H$ . Damit erhält man für den Profilwiderstandsanteil das bekannte Ergebnis  $(\sigma C_{d0}/8)(1 + 3\mu^2)$ .

Auch die Bewegungsdifferentialgleichung für die Schlagbewegung muss gelöst werden. Nimmt man der Einfachheit halber ein zentrales Schlaggelenk und weder Dämpfer noch Feder an, so erhält man die in Gl. 4.28 bereits angegebenen Gleichungen. Für die beteiligten Rotoren, in der Regel Haupt- und Heckrotor, muss außerdem noch der Durchflussgrad bestimmt werden, der den Trimmzustand mit definiert. Aus der Strahltheorie Gl. 2.73 und Gl. 2.74 folgt

$$0 = \lambda + \mu \tan \alpha - \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda^2}} \tag{5.26}$$

Der Zusammenhang zwischen dem Durchflussgrad in der Blattspitzenebene, dem Längsschlagwinkel und dem Fortschrittsgrad lautet aus den geometrischen Bedingungen:

$$\lambda_{\text{TPP}} = \lambda + \mu \beta_C \quad (5.27)$$

Für den Heckrotor gelten die gleichen Beziehungen, es muss aber beachtet werden, dass er eine andere Orientierung im Raum hat.

Bei gelenkig gelagerten Rotoren mit einem Schlaggelenk außerhalb der Drehachse sowie bei gelenklosen Rotoren kann man die Schlagbewegung im Schwebeflug infolge zyklischer Steuerung durch folgende Gleichungen ermitteln:

$$\begin{aligned} \beta_C \left( v_\beta^2 - 1 \right) + \frac{\gamma}{8} \beta_S &= \frac{\gamma}{8} \Theta_C \\ \beta_S \left( v_\beta^2 - 1 \right) - \frac{\gamma}{8} \beta_C &= \frac{\gamma}{8} \Theta_S \end{aligned} \quad (5.28)$$

Damit folgt

$$\begin{aligned} \beta_S &= \frac{\Theta_C + \left( v_\beta^2 - 1 \right) \frac{8}{\gamma} \Theta_S}{1 + \left[ \left( v_\beta^2 - 1 \right) \frac{8}{\gamma} \right]^2} \\ \beta_C &= - \frac{\Theta_S + \left( v_\beta^2 - 1 \right) \frac{8}{\gamma} \Theta_C}{1 + \left[ \left( v_\beta^2 - 1 \right) \frac{8}{\gamma} \right]^2} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Die Schlagbewegung solcher Rotoren ist nicht mehr in Resonanz und die Anregungsfrequenz der Luftkräfte mit 1/rev ist kleiner als die Eigenfrequenz der Rotorblätter  $v_\beta$  im rotierenden System. Die Phase der Systemantwort  $\psi_\beta$  ist weniger als  $90^\circ$  hinter der Anregung und errechnet sich durch die Beziehung

$$\psi_\beta = 90^\circ - \arctan \frac{v_\beta^2 - 1}{\gamma/8} \quad (5.30)$$

Der Nick- und Rollmomentenbeiwert lässt sich ebenfalls mit Hilfe der Schlagbewegungsgleichung errechnen und es folgt

$$\begin{aligned} C_{M_x} &= \frac{N_b}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R \frac{y F_z'}{\rho A (\Omega R)^2 R} \sin \psi \, dy \, d\psi \\ &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{\gamma} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \beta^{**} + v_\beta^2 \beta - \beta_p \left( \frac{\omega_{\beta 0}}{\Omega} \right)^2 \right] \sin \psi \, d\psi \\ &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2\gamma} \left( v_\beta^2 - 1 \right) \beta_S \\ C_{M_y} &= - \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2\gamma} \left( v_\beta^2 - 1 \right) \beta_C \end{aligned} \quad (5.31)$$

Hieraus ist sofort ersichtlich, dass für einen Rotor mit zentralem Schlaggelenk beide Momente verschwinden, da  $v_\beta$  dann gleich 1 ist.

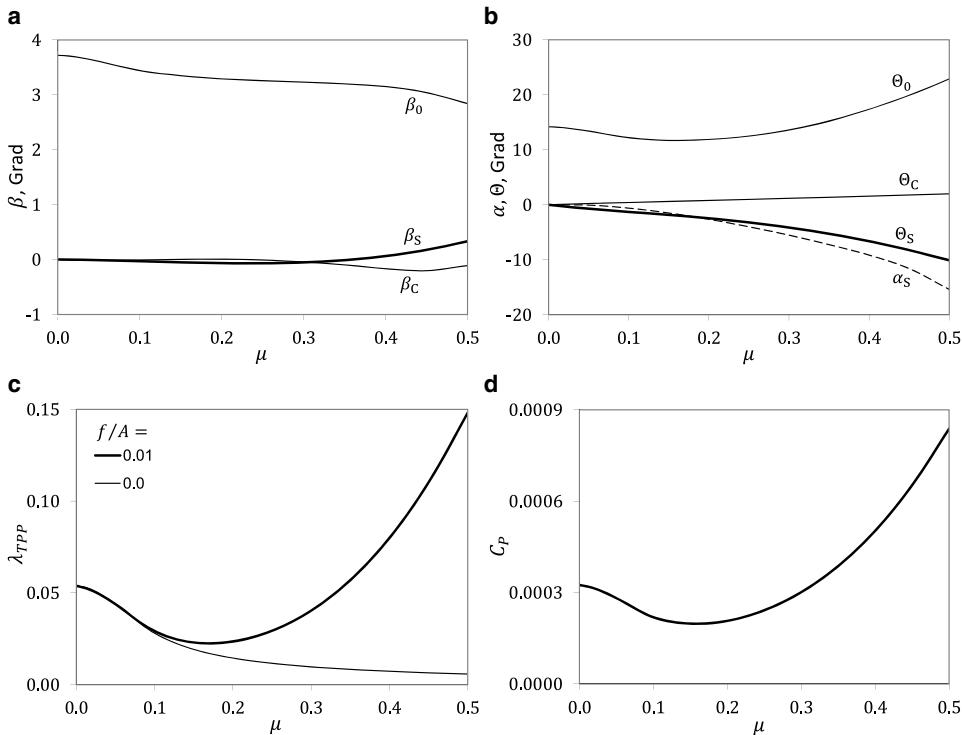
Die simultane Lösung aller Gleichungen zur Erfüllung der Trimmbedingungen für die gegebenen Parameter Gewicht, Schwerpunktlage, Flughöhe und -geschwindigkeit ist wegen der nichtlinearen Verkoppelungen analytisch nicht möglich und wird mit Hilfe numerischer iterativer Verfahren bewerkstelligt. Das Ergebnis sind die Lagewinkel des Hubschraubers, die Steuerwinkel für Haupt- und Heckrotor sowie die Schlagwinkel und damit die Orientierung der Blattspitzenebene im Raum. Ein weiteres Ergebnis ist die für diesen Trimmzustand benötigte Antriebsleistung. Da die Lösung numerisch geschieht, kann man auch beliebige Verfeinerungen in den beteiligten Modellen einbringen. Allerdings müssen dann auch die zuvor analytisch gelösten Integrale numerisch ausgewertet werden und die Anschaulichkeit der Zusammenhänge zwischen den beteiligten Parametern geht verloren.

Als Beispiel einer Trimmrechnung sind die sich einstellenden Steuerwinkel des Hauptrotors und der Anstellwinkel des Rotormastes in Abb. 5.6 gegeben. Der Rechnung liegen folgende Daten zugrunde:

$$\begin{aligned} v_\beta &= 1.15 & \gamma &= 5 & f/A &= 0.01 & \sigma &= 0.05 & K &= 4.6 \\ C_T/\sigma &= 0.0629 & C_{l\alpha} &= 2\pi & C_{d0} &= 0.01 & C_{M_{xF}} &= 0 & C_{M_{yF}} &= 0 \\ x_{cg}/R &= 0 & y_{cg}/R &= 0 & z_{cg}/R &= 0.2 \end{aligned}$$

Der Kollektivsteuerwinkel folgt prinzipiell dem Verlauf der Leistung, wie später noch gezeigt wird. Im Schwebeflug dominiert die induzierte Leistung und aufgrund des großen induzierten Durchflussgrades und damit verbundenem großen Einströmwinkel muss viel Kollektiv gegeben werden, um den erforderlichen Anstellwinkel der Rotorblätter zur Erzeugung des nötigen Auftriebs zu erreichen. Mit wachsender Fluggeschwindigkeit nimmt die induzierte Geschwindigkeit schnell ab, jedoch nimmt wegen der Vorneigung der Rotorebene der Durchflussgrad aufgrund der Fluggeschwindigkeit wieder zu, so dass der Kollektivwinkel im mittleren Geschwindigkeitsbereich kleiner, bei hohen Geschwindigkeiten aber wieder größer wird. Ein Teil des Schubes muss ja auch den Rumpfwiderstand, der mit wachsender Fluggeschwindigkeit quadratisch zunimmt, kompensieren, was durch Neigung der Blattspitzenebene und damit auch der Neigung des Schubes nach vorne in Flugrichtung geschieht.

Diese Neigung wird im Wesentlichen vom Längssteuerwinkel  $\Theta_S$  bestimmt, welcher mit wachsendem Fortschrittsgrad stetig negativer wird, da der Staudruck an der vorlaufenden Seite mit der Fluggeschwindigkeit zunimmt und durch kleinere Anstellwinkel kompensiert werden muss; auf der rücklaufenden Seite braucht man umgekehrt größere Anstellwinkel, um den geringer werdenden Staudruck zu kompensieren. Der Auftrieb um  $90^\circ$  und  $270^\circ$  Azimut bestimmt dann die Längslage der Blattspitzenebene, da sich der Schlagwinkel – je nach Lage des Schlaggelenkes und damit auch der Schlagfrequenz – zwischen  $70^\circ$  und  $90^\circ$  später einstellt. Außerdem hängt die Größenordnung – und ggf. sogar das Vorzeichen – des Längsschlagwinkels  $\beta_C$ , der die Längsneigung



**Abb. 5.6** Trimmrechnung für den stationären Vorwärtsflug. **a** Schlagwinkel, **b** Steuer- und Rotormastanstellwinkel, **c** Gesamtdurchflussgrad, **d** Leistung

der Blattspitzenebene relativ zum Rotormast definiert, noch von der Schwerpunktlage des Hubschraubers ab.

Der Quersteuerwinkel  $\Theta_C$  nimmt nur kleine Werte an, da im vorderen und hinteren Bereich der Rotorebene die Geschwindigkeiten am Rotorblatt (abgesehen vom entstehenden Schiebewinkel) nur wenig von der Fluggeschwindigkeit betroffen sind, mit Ausnahme des Nachlaufes des Rotorkopfes, der erst im Vorwärtsflug den Bereich um  $0^\circ$  bzw.  $360^\circ$  Azimut beeinflusst. Allerdings spielt hier das Modell der induzierten Geschwindigkeiten eine große Rolle. Im Transitionsbereich vom Schwebeflug zum Vorwärtsflug ( $0.05 < \mu < 0.15$ ) gibt es einen großen Gradienten der induzierten Geschwindigkeiten längs des Rotors, der durch ein positives  $\Theta_C$  kompensiert werden muss. Das ist in diesem Beispiel nicht der Fall, also war eine konstante induzierte Geschwindigkeitsverteilung angenommen worden. Außerdem spielt die Rumpfumströmung eine große Rolle im schnellen Vorwärtsflug, da die Verdrängungsströmung im vorderen Bereich des Rotors einen Aufwind und hinter dem Rotorkopf einen Abwind erzeugt, der von diesem zyklischen Steuerwinkel kompensiert werden muss, so dass er im Schnellflug wieder positiver wird. Allerdings müssen für

diese Komponenten auch geeignete Modelle vorliegen, was in Abb. 5.6 nicht der Fall ist. Man erkennt also an der Lösung der Trimmrechnung auch die Art der zugrunde liegenden Modellierung der induzierten Geschwindigkeiten.

Im Schwebeflug ist die induzierte Geschwindigkeit sehr groß, um über den Impulszuwachs in der Strömung den Schub zu erzeugen. Folglich ist der zur Überwindung des davon entstehenden induzierten Anstellwinkels erforderliche Kollektivwinkel auch relativ groß. Mit zunehmendem Fortschrittsgrad nimmt gemäß Strahltheorie die induzierte Geschwindigkeit schnell ab und strebt asymptotisch gegen Null für  $\mu \rightarrow \infty$  und damit wird auch der erforderliche Kollektivwinkel zunächst kleiner.

Allerdings wächst der Rumpfwiderstand mit dem Staudruck, also  $D_F \sim \mu^2$ , und dieser muss im ausgetrimmten Flug durch Vorneigung des Schubvektors kompensiert werden, um ein Kräftegleichgewicht zu erhalten. Daher ist die Neigung der Rotorebene ebenfalls  $\alpha_S \sim \mu^2$ . Dies erzeugt jedoch eine Durchströmung der Rotorebene  $\mu_z = -\alpha_S \mu \sim \mu^3$ , was bei großen Fortschrittsgraden auch wieder einen großen Kollektivwinkel erfordert, der mit derselben Proportionalität ( $\mu^3$ ) wächst.

Die Längs- und Quersteuerwinkel sind – je nach Schwerpunktlage – im Schwebeflug klein. Das Längssteuer  $\Theta_S$  kompensiert im Vorwärtsflug die Ungleichförmigkeit des Staudruckes auf vor- und rücklaufender Seite des Rotors. Da diese  $\sim \mu^2$  ist, folgt der Verlauf des Längssteuerwinkels ebenfalls mit dieser Proportionalität.

Eine Besonderheit ist das Quersteuer  $\Theta_C$ . Wenn man nur  $\lambda_i = \text{const.}$  annimmt, bleibt es vom Fortschrittsgrad relativ unbeeinflusst. Die Berücksichtigung eines Längsgradienten in der induzierten Geschwindigkeitsverteilung in der Rotorebene derart, dass im vorderen Rotorbereich sogar ein kleiner Aufwind und im hinteren Bereich mehr als die doppelte mittlere induzierte Geschwindigkeit vorliegen, erzeugt im Transitionsbereich vom Schwebeflug zum Vorwärtsflug ( $0.05 < \mu < 0.15$ ) einen großen induzierten Anstellwinkel im hinteren und einen kleinen im vorderen Rotorbereich. Dies erfordert zur Kompensation ein großes Quersteuer.

So kann man aus diesen Grafiken sofort erkennen, welche Güte das verwendete Modell der induzierten Geschwindigkeiten besitzt. Im schnellen Vorwärtsflug spielt der Längsgradient der induzierten Geschwindigkeiten dann kaum noch eine Rolle, da die absoluten Beträge ja gegen Null streben und daher  $\Theta_C$  wieder kleine Werte annimmt. Wird allerdings auch die Rumpfumströmung berücksichtigt, so wirkt diese besonders im schnellen Vorwärtsflug und der im vorderen Rotorbereich erzeugte Aufwind erfordert zur Kompensation dann wieder ein größeres Quersteuer.

Wie man sieht, liegen der hier gezeigten Rechnung weder ein Gradient in den induzierten Geschwindigkeiten noch eine Rumpfumströmung zugrunde. Man muss sich aber immer der Vereinfachungen bewusst sein, mit denen die obigen Gleichungen aufgestellt wurden. Insbesondere in Nähe der Grenzen des Flugeinsatzbereiches verlässt man den Gültigkeitsbereich, da weder Effekte der Kompressibilität noch der Strömungsablösungen berücksichtigt sind (das gilt für alle aerodynamischen Komponenten, nicht nur für den Hauptrotor!). Außerdem wurde ein zentrales Schlaggelenk angenommen und weder die Schwenkfreiheitsgrade noch die Torsionselastizität berücksichtigt. Die Zulässigkeit

der Annahme kleiner Winkel muss ebenfalls mit den erzielten Ergebnissen kontrolliert werden. Für prinzipielle Untersuchungen und zur ersten Abschätzung aber reicht die Genauigkeit aus. Egal, welche Modellierung man in die Gleichungen steckt, man ist immer gefordert, die Plausibilität der Lösungen auf physikalische Korrektheit und ggf. Verletzung von Randbedingungen zu überprüfen.

### 5.2.4 Aerodynamische Wechselwirkungen (Interferenzen)

Bisher wurden die einzelnen Komponenten des Hubschraubers, also der Rotor, der Rumpf, der Heckrotor sowie das Seiten- und Höhenleitwerk als isolierte Einzelkörper behandelt. Da alle Komponenten aber nah beieinander liegen, beeinflussen sie sich immer auch gegenseitig, und zwar umso stärker, je näher sie sich sind. Diese gegenseitigen Wechselwirkungen werden mit aerodynamischer Interferenz bezeichnet.

Der Rumpf ist in der Regel nah unter dem Rotor gelegen. Im Schwebeflug und senkrechten Steigflug wird er sowohl vom induzierten Abwind des Rotors als auch von der Steiggeschwindigkeit von oben angeblasen und blockiert diese Strömung, ähnlich wie ein Bodeneffekt. Dies führt folglich zu einer Schuberhöhung, wenn man einem getrimmten isolierten Rotor diese Rumpfinduktion hinzufügt. Diese Anströmung des Rumpfes von oben erzeugt aber auch eine aerodynamische Abtriebskraft am Rumpf, so dass der Rotor sowohl das Gewicht des Hubschraubers als auch diese Abtriebskraft kompensieren muss. Befindet sich außerdem noch das Höhenleitwerk im Rotorstrahl, so muss auch dessen Abtrieb durch zusätzlichen Schub kompensiert werden, um einen Schwebeflug oder senkrechten Steigflug zu erhalten.

Befindet sich der Rotor jedoch weit genug oberhalb des Rumpfes, so ist die Blockage der Strömung durch den Rumpf am Ort des Rotors nicht mehr spürbar, dieser kann also isoliert gerechnet werden. Sein Abstrom trifft aber weiterhin auf den Rumpf und gegebenenfalls auf das Höhenleitwerk, so dass die bisherige gegenseitige Wechselwirkung nun zu einer einseitigen Wechselwirkung wird.

Im senkrechten Sinkflug wird der Rumpf von unten angeströmt und oberhalb des Rumpfes wird ein turbulenter Nachlauf entstehen, der den Innenbereich des Rotors bedeckt. Außerdem wird der Rumpf einen aerodynamischen Widerstand haben, also eine nach oben gerichtete Kraft, die den Rotor entlastet; ebenso das Höhenleitwerk, egal, wo es sich befindet. Der Rotor muss nun in der vom Rumpf gestörten Strömung rotieren; der Schub ist aber nun geringer als das Gewicht.

Im schnellen Vorwärtsflug verdrängt der Rumpf die Strömung, was im vorderen Bereich des Rotors einen Aufwind und im hinteren Bereich einen Abwind erzeugt, siehe Abb. 3.29. Die Größe hängt stark vom Abstand des Rotors zum Rumpf und von der Rumpfform (einschließlich des Heckauslegers) ab. Hubschrauber wie die von Robinson werden aufgrund des sehr hoch über dem Rumpf angeordneten Rotors wenig davon verspüren; die Sikorsky UH-60 hingegen musste eine Rotormastverlängerung erhalten, um den überraschend starken Rumpfeinfluss sowohl auf die Rotorleistungen wie auch auf die Vi-

brationen auf ein akzeptables Maß zu reduzieren [1]. Diese Rumpf-Rotor-Interferenz ist außerdem stark vom Anstellwinkel des Rumpfes abhängig und kann den Rotorschub sowohl erhöhen wie auch verringern. Umgekehrt befinden sich nur noch die hinteren Teile des Rumpfes im Abstrom des Rotors, so dass diese eine andere Anströmung als die vorderen Bereiche erfahren. Dies beeinflusst die aerodynamischen Kräfte und Momente des Rumpfes und damit die Trimmung des Hubschraubers.

Außerdem wird der nach hinten abfließende Nachlauf des Rotors die Leitwerke und auch den Heckrotor ganz oder teilweise überstreichen und damit deren Kräfte wesentlich mit beeinflussen. Bei den meist relativ hoch gelegenen Heckrotoren hat das zu einer Reduktion des maximalen Heckrotorschubes geführt, wenn sich dessen rücklaufende Seite im Rotorabwind befindet, so dass die meisten Heckrotoren ihre vorlaufende Seite unten haben – mit der Konsequenz, dass der Heckrotorlärm dann am Boden viel stärker ist als bei umgekehrtem Drehsinn.

Ein wichtiges Phänomen ist das als *pitch-up* (Aufnicken) bekannte Verhalten eines Hubschraubers im Übergang vom Schwebeflug zum Vorwärtsflug. Dies tritt dann auf, wenn das Höhenleitwerk im Schwebeflugzustand außerhalb des Rotorabwindstrahls liegt. Nimmt der Hubschrauber dann Fahrt auf, so wird der Abwind des Rotors zunehmend schräg nach hinten abfließen und irgendwann das Höhenleitwerk erfassen, welches dann – je nach Größe und Form des Leitwerkes – abrupt eine große Abtriebskraft erzeugt und den Hubschrauber aufnicken lässt, was von Piloten und Insassen als sehr unangenehm empfunden wird. Das umgekehrte Phänomen tritt beim Verzögern bis zum Schwebeflug auf, wenn der Rotorabwind schlagartig nicht mehr das Höhenleitwerk erfasst und dessen Abtrieb ebenso schlagartig verschwindet, was zu einem abrupten Abnicken (*pitch-down*) führen kann. Manche Hubschrauber (z. B. AH-64) haben dann eine vom Flugsteuerungssystem geregelte Verstellung des Höhenleitwerkes erhalten, um dieses Phänomen in den Griff zu bekommen.

Ein weiteres wichtiges Phänomen der Interaktionsaerodynamik ist das mit *tail shake* bezeichnete Schütteln des Hubschraubers in der Querbewegung. Dies kann im schnelleren Vorwärtsflug auftreten, wenn der turbulente Nachlauf des Rotormastes und -kopfes auf das Seitenleitwerk trifft. Wenn dieser turbulente Nachlauf Frequenzen beinhaltet, die eine Rumpfbiegeschwingung in Querrichtung in ihrer Eigenfrequenz trifft, dann wird diese durch die am Seitenleitwerk entstehenden periodischen Querkräfte angeregt und kann, da der Rumpf in der Regel aus Metall oder aus durch Kohlefaser verstärkten Kunststoffen besteht und daher nur geringe eigene Dämpfung erzeugt, zu erheblichen Schwingungen angefacht werden.

Der Heckrotor ist meist an der Seite des Seitenleitwerks befindlich, so dass dieses auf seiner Saugseite die Einstromung des Heckrotors behindert, was dessen Leistung, aber auch dessen maximalen Schub insbesondere im Schwebeflug beeinflusst. Obendrein führt dies zu Unterdruck auf der dem Heckrotor zugewandten Seite des Seitenleitwerks und damit zu einer Kraft, die dem Heckrotorschub entgegengesetzt ist. Im schnellen Vorwärtsflug ist diese Wechselwirkung deutlich geringer, obendrein wird das Drehmoment des Haupt-

rotors dann weitgehend vom schräg eingebauten Seitenleitwerk kompensiert, so dass der Heckrotorschub dann sehr gering wird. Allerdings sorgt dieser Einbauwinkel des Seitenleitwerks dafür, dass die Einströmung des Heckrotors entsprechend umgelenkt wird und damit eine gewisse normale Durchströmung des Heckrotors erzeugt.

Insgesamt sind alle diese Wechselwirkungen zwar im Prinzip bekannt, entziehen sich aber weitgehend der analytischen Behandlung und sind daher in den üblichen Simulationsprogrammen nicht oder nur sehr rudimentär enthalten. Ein Ausweg ist hier der Einsatz von CFD, wo durch die Diskretisierung des gesamten Volumens um Rumpf, Rotoren und Leitwerke alle aerodynamischen Interferenzen automatisch enthalten sind. Allerdings können die Effekte dann nicht mehr separiert werden und die Lösung der Aerodynamik erfordert nicht nur die Anwendung von Großrechenanlagen, sondern auch riesige Rechenzeiten.

Das Gebiet der Interaktions- oder Interferenz aerodynamik ist daher immer noch ein weitgehend „weißer Fleck“ auf der Landkarte der Modellierung und Simulation mit ingenieurmäßigen Methoden.

## 5.2.5 Beispiele zur Trimmrechnung

### I – Windkanaltrimm

Ein gelenkig gelagerter Rotor mit einem Schlaggelenkabstand von  $y_\beta/R = e_\beta = 0.04$  wird im Windkanal (siehe Abb. 5.7a) mit  $V_\infty = 60 \text{ m/s}$  angeströmt. Wenn die Blattspitzengeschwindigkeit im Schwebeflug  $\Omega R = 180 \text{ m/s}$  ist und der kollektive Steuerwinkel  $\Theta_0 = 5^\circ$  beträgt, berechne man bei Rotormastneigungswinkeln von  $\alpha_S = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ$  die Orientierung der Blattspitzenebene im Raum. Dazu nehme man eine Lockzahl von  $\gamma = 8$ , eine Flächendichte von  $\sigma = 0.05$  und einen Auftriebsanstieg von  $C_{l\alpha} = 6$  an. Ferner sind die zyklischen Steuerwinkel wie auch die Blattverwindung Null.

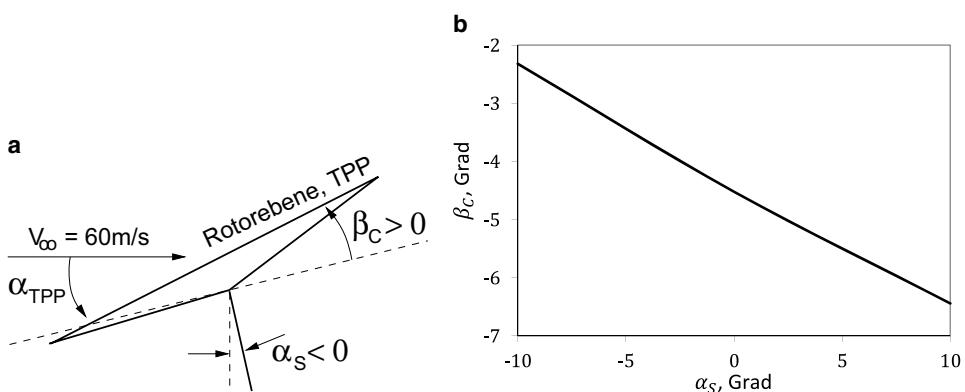


Abb. 5.7 Rotor im Windkanal. a) Definitionen, b) Längsschlagwinkel  $\beta_C$

Zunächst sind die Schlageigenfrequenz im rotierenden System und der Fortschrittsgrad zu berechnen.

$$\begin{aligned} v_\beta^2 &\approx 1 + \frac{3}{2}e_\beta = 1.06; \quad v_\beta = \sqrt{v_\beta^2} = 1.03 \\ \mu &= \frac{V_\infty \cos \alpha_{\text{TPP}}}{\Omega R} = \frac{1}{3} \cos(\alpha_S + \beta_C) \end{aligned} \quad (5.32)$$

Nun ist die Iterationsprozedur anzuwenden, wobei im ersten Iterationsschritt  $\beta_C = \lambda_{\text{TPP}} = 0$  zu setzen sind. Die folgenden Formeln sind der Reihe nach iterativ zu durchlaufen, bis Konvergenz eintritt.

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \frac{\gamma}{v_\beta^2} \left[ \frac{\Theta_0}{8}(1 + \mu^2) + \frac{\mu}{6}\beta_C - \frac{\lambda_{\text{TPP}}}{6} \right] \\ \beta_S &= -\frac{1}{1 + \frac{\mu^2}{2}} \left[ \frac{4}{3}\mu\beta_0 + \frac{8}{\gamma}(v_\beta^2 - 1)\beta_C \right] \\ \beta_C &= \frac{1}{1 + \frac{3}{2}\mu^2} \left[ -\frac{8}{3}\mu \left( \Theta_0 - \frac{3}{4}\lambda_{\text{TPP}} \right) + \frac{8}{\gamma}(v_\beta^2 - 1)\beta_S \right] \\ \mu &= \frac{1}{3} \cos(\alpha_S + \beta_C) \\ C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{4} \left[ \frac{\Theta_0}{3}(2 + 3\mu^2) + \frac{1}{2}(\mu\beta_C - \lambda_{\text{TPP}}) \right] \\ \lambda_i &= \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + \lambda_{\text{TPP}}^2}} \end{aligned} \quad (5.33)$$

Den gesamten Durchflussgrad erhält man aus  $\lambda_{\text{TPP}} = \lambda_i + \mu \tan(\alpha_S + \beta_C)$ . Die konvergierte Lösung ist dann in nachfolgender Tabelle gegeben. Wenn der Rotormast senkrecht zur Anströmung steht, wird die Blattspitzenebene um  $4.52^\circ$  zurück geneigt. Dieser Winkel reduziert sich, wenn der Rotor um  $-10^\circ$  vorwärts geneigt wird. Dies bedeutet, dass sich die Blattspitzenebene im Vorwärtsflug schneller vorneigt als der Rotormast, was als Anstellwinkelinstabilität des Rotors bezeichnet wird (Abb. 5.7b). Der große Wert  $C_T/\sigma = 0.169$  bei  $\alpha = 10^\circ$  ist natürlich unrealistisch, denn spätestens ab einem Wert von 0.12 werden Stalleffekte eintreten, die in dieser einfachen linearen Rechnung nicht enthalten sind. Dies muss man als Hinweis verstehen, um mit verfeinerten Methoden nachzurechnen.

$\alpha_S / {}^\circ$	10	0	-10
$\mu$	0.3197	0.3323	0.3303
$\beta_0 / {}^\circ$	8.1	4.8	1.0
$\beta_C / {}^\circ$	-6.44	-4.52	-2.32
$\beta_S / {}^\circ$	-3.1	-1.7	-0.3
$C_T / \sigma$	0.1690	0.0914	0.0132
$\lambda_i$	0.0127	0.0069	0.0011
$\lambda_{\text{TPP}}$	-0.0816	-0.0194	0.0456
$\alpha_{\text{TPP}} / {}^\circ$	16.44	4.52	-7.68

## II – Hubschraubertrimmung im Schwebeflug- und Vorwärtsflug

Für gegebene Rotor- und Hubschrauberdaten sollen im Schwebeflug ( $V_\infty = 0 \text{ m/s}$ ) sowie im Vorwärtsflug bei  $V_\infty = 84 \text{ m/s}$  folgende Größen berechnet werden: benötigte Antriebsleistung, Steuerwinkel, maximale Steigleistung, Schlagwinkelreaktion. Rotor- und Hubschrauberdaten:

$$\begin{aligned} N_b &= 4 & R &= 8.1 \text{ m} & c &= 0.525 \text{ m} & \Omega R &= 210 \text{ m/s} \\ \gamma &= 8 & v_\beta &= 1.08 & C_{l\alpha} &= 6 & C_{d0} &= 0.01 \\ m &= 7.2 \text{ t} & \bar{x}_{cg} &= 0.2 & M_{xF} &= M_{yF} = 0 & Y_F &= 0 \\ f/A &= 0.1 & \bar{x}_{cg} &= 0.01 & \bar{y}_{cg} &= 0 & P_{\max} &= 2000 \text{ PS} \end{aligned}$$

a) Schwebeflug ( $W = mg$ )

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{W}{\rho A(\Omega R)^2} & = 0.006 \\ \sigma &= \frac{N_b c}{\pi R} & = 0.0825 \\ \lambda &= \kappa \sqrt{\frac{C_T}{2}} & = 0.063 \\ C_P &= \lambda C_T + \frac{\sigma}{8} C_{d0} & = 0.00048 \\ P &= C_P \rho A (\Omega R)^3 & = 1634 \text{ PS} = 1203 \text{ kW} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Nun wird die Iterationsprozedur für den Vorwärtsflug bei  $\mu = 0$  angewandt und es folgt

$$\Theta_0 = 9.57^\circ, \Theta_C = -0.109^\circ, \Theta_S = 0.469^\circ, \alpha_S = -0.166^\circ, \phi_S = -0.026^\circ$$

Bei der maximalen Steiggeschwindigkeit ist die Schwebeflugformel zu nehmen

$$V_{c,\max} = 2 \frac{\Delta P}{W} = 2.27 \text{ m/s}$$

und die Schlagbewegung wird durch

$$\beta_0 = 4.09^\circ, \beta_C = -0.48^\circ, \beta_S = -0.03^\circ$$

beschrieben.

b) Für den Vorwärtsflugfall folgt nach etwa neun Iterationen:

$$\begin{aligned} \mu &= 0.3947 & C_T &= 0.006 & C_P &= 0.0005369 & P &= 1823 \text{ PS} \\ \lambda &= 0.05877 & \alpha_S &= -9.56^\circ & \phi_S &= -0.13^\circ & V_c &= 2.04 \text{ m/s} \\ C_{H_{\text{TPP}}} &= 0.0002034 & \Theta_0 &= 10.9^\circ & \Theta_C &= 1.82^\circ & \Theta_S &= -6.96^\circ \\ C_{Y_{\text{TPP}}} &= 0.0000167 & \beta_0 &= 3.73^\circ & \beta_C &= -0.17^\circ & \beta_S &= 0.03^\circ \end{aligned}$$

### 5.3 Zusammensetzung der Gesamtleistung

In Abschn. 3 wurde bereits auf die benötigte Rotorleistung im Schweben- und Steigflug eingegangen. Generell lässt sie sich in die verschiedenen Anteile entsprechend ihrer physikalischen Herkunft aufteilen, nämlich die induzierte Leistung  $P_i$  aus der Schuberzeugung, dazu kommt die Leistung aus der Durchströmung des Rotors aufgrund Vorneigung der Rotorebene zur Erzeugung des Vortriebs  $P_{\text{prop}}$ , diejenige zur Überwindung des Profilwiderstandes (aus Druck, Reibung, Stoßeffekten, Strömungsablösung)  $P_0$ , die zur Überwindung des schädlichen (Rumpf-) Widerstandes  $P_p$  ( $p$  vom engl. parasite power), die Steigleistung  $P_c$  (vom engl. climb), die (induzierte und aus Reibungsanteilen bestehende) Heckrotorleistung  $P_{TR}$  (vom engl. tail rotor) und die Leistung, welche die verschiedenen Zusatzaggregate im Hubschrauber verbrauchen  $P_a$  ( $a$  vom engl. auxiliaries).

$$P = P_i + P_{\text{prop}} + P_0 + P_p + P_c + P_{TR} + P_a \quad (5.35)$$

Wie aus der Strahltheorie in Gl. 2.25 und Gl. 2.85 bereits angegeben, kann man für die induzierte Leistung im Vorwärtsflug mit empirischer Korrektur  $\kappa$  für Verluste aus Drall, Blattspitzenwirbel und anderer Effekte schreiben:

$$P_i = \kappa T v_i \quad \Rightarrow \quad C_{P_i} = \kappa \frac{C_T^2}{2\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \quad (5.36)$$

Eng verwandt damit ist auch die Leistung aus Vortriebserzeugung, wozu der Rotor nach vorne geneigt werden muss, was eine axiale Durchströmung mit  $\mu_z$  bewirkt.

$$P_{\text{prop}} = -T V_\infty \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad C_{\text{Prop}} = C_T \mu_z \quad (5.37)$$

Da der Schub etwa gleich dem Gewicht ist, kann man näherungsweise für kleine Winkel  $\alpha_S$  bzw.  $\alpha_{\text{TPP}}$  anstelle  $C_T$  auch  $C_W$  als Gewichtsbeiwert ( $W$  vom engl. weight) einsetzen. Die Profilleistung des Rotors ergibt sich nach dem Glauertschen Ansatz [2] ohne Berücksichtigung von Verlusten durch radiale Strömung und rückwärtige Strömung am Innenbereich des Rotorblattes, die im schnellen Vorwärtsflug entstehen:

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{N_b \rho c R C_{d0} (\Omega R)^3}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \bar{V}_T^3 dr d\psi + \rho \pi R^2 (\Omega R)^3 \mu C_{HMK}(C_{d0}) \\ C_{P0} &= \frac{\sigma C_{d0}}{8} (1 + 3\mu^2) \end{aligned} \quad (5.38)$$

Anstelle des Faktors „3“ in der zweiten Gleichung (siehe Gl. 2.86) wird oft auch ein Faktor  $K$  mit  $4 \leq K \leq 5$  verwendet, siehe [3], der näherungsweise Strömungsablöse- und Kompressibilitätseffekte bei größeren Fortschrittsgraden berücksichtigt. Bennett gibt 1940 unter Berücksichtigung dieser Einflüsse einen Wert von  $K = 4.65$  an [4]. Eine

Übersicht über Einflüsse auf den Profilwiderstand und deren Auswirkung auf die Rotorleistung wird von Johnson [5] gegeben. Eine Näherung für den Zusammenhang zwischen mittlerem Auftriebsbeiwert des Rotors und der Machzahl der Widerstandsdivergenz  $M_{dd}$  (vom engl. drag divergency) wurde zuerst von Sissingh 1942 angegeben [6] und z. B. von Stepniewski [7] entwickelt. Der Einfluss lokaler Strömungsablösung auf die Leistung wurde auch von Sissingh 1938 [8] und 1941 [9] sowie von Gustafson und Gessow 1946 behandelt [10].

Der Rumpfwiderstand  $D_F$  liefert den Hauptbeitrag zum schädlichen (parasitären) Widerstand. Er ist eine Funktion des Staudruckes – wobei die diesem zu Grunde liegende Geschwindigkeit auch die am Rumpf vom Rotor induzierte Geschwindigkeit beinhaltet – und des Widerstandsbeiwertes sowie der zugehörigen Bezugsfläche. Die Leistung zur Überwindung des schädlichen Widerstandes bildet sich wieder aus dem Produkt von Kraft und Geschwindigkeit,  $P_p = D_F V_\infty$ . In dimensionsloser Form gilt:

$$D_F = (\rho/2)V_\infty^2 A_F C_{dF}$$

$$C_{Pp} = \frac{D_F V_\infty}{\rho A (\Omega R)^3} = \frac{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}{2} \frac{f}{A} \quad (5.39)$$

Darin stellt  $f = A_F C_{dF}$  die äquivalente Widerstandsfläche des Rumpfes dar. Für kleine Anstellwinkel kann man diese als konstant annehmen, für genauere Untersuchungen muss die Rumpfpolare in Abhängigkeit des Anstell- und Schiebewinkels für die verschiedenen Flugmachzahlen vorliegen. Im Schwebeflug steuert der Rumpf in dieser Formulierung auch einen Teil zur Gesamtleistung bei, da dann der Widerstand mit dem Staudruck der induzierten Geschwindigkeit berechnet wird und als Abtriebskraft wirkt, die der Rotor zusätzlich zum Hubschraubergewicht tragen muss. Für größere Fluggeschwindigkeiten kann man näherungsweise diesen Term vernachlässigen und erhält  $C_{Pp} = (f/A)\mu^3/2$ . Die Rumpfwiderstandsleistung steigt also mit der dritten Potenz der Fluggeschwindigkeit, so dass dem Rumpfwiderstandsbeiwert eine sehr große Bedeutung zukommt.

Die zum Steigen erforderliche Leistung ist gleich der Zuwachsrate an potentieller Energie. Mit der Gewichtskraft  $W$  und der zeitlichen Änderung der Flughöhe = Steiggeschwindigkeit  $\dot{h} = V_c$  folgt

$$P_c = \frac{d}{dt}(Wh) = \dot{W}h + Wh\dot{h} \approx WV_c \quad (5.40)$$

Da die zeitliche Massenabnahme aufgrund Treibstoffverbrauchs  $\dot{W}$  wesentlich kleiner ist als der zweite Term, kann der erste vernachlässigt werden. Damit folgt

$$C_{Pc} = C_W \lambda_c \quad (5.41)$$

Ohne auf die komplette nichtlineare Trimmung des Hubschraubers einzugehen, muss der Heckrotor mit seinem Schub in erster Näherung das Drehmoment des Hauptrotors ausgleichen. Das Drehmoment ist im Schwebeflug wegen der großen induzierten

Leistung groß und damit auch der Heckrotorschub. Im Vorwärtsflug nimmt die induzierte Leistung schnell ab und somit auch der Heckrotorschub. Bei großen Fluggeschwindigkeiten nimmt die Hauptrotorleistung wieder rapide zu, da der Durchflussgrad des Rotors aufgrund seiner Neigung nach vorne zunimmt. Dann übernimmt aber in der Regel das Seitenleitwerk die Kompensation des Drehmomentes und entlastet den Heckrotor. Der Heckrotorschub berechnet sich aus der Leistung des Hauptrotors zu

$$L_{VS} + T_{TR} = \frac{Q}{x_{TR}} \quad \text{mit} \quad Q = \frac{P_i + P_{\text{prop}} + P_0 + P_p + P_c}{\Omega} \quad (5.42)$$

Im Schweben- oder senkrechten Steigflug muss der Heckrotor die Kompensation des Hauptrotormoments allein bewerkstelligen. Im Vorwärtsflug wird er vom Seitenleitwerk und den Endscheiben am Höhenleitwerk entlastet, insbesondere, wenn ein Schiebewinkel zugelassen wird. Das Seitenleitwerk wird in der Regel mit einem Einbauwinkel versehen, so dass im Reiseflug der Heckrotorschub sogar Null wird. Die Einströmwinkel am Heckrotor sind außerdem wesentlich komplexer als die des Hauptrotors, nicht nur aufgrund der Nähe des Seitenleitwerkes, das in der Regel auf der Saugseite des Heckrotors die Anströmung behindert. In den meisten Vorwärtsflugzuständen befindet sich der Heckrotor teilweise im Abstrom des Hauptrotors und arbeitet damit in einem von Wirbeln durchsetzten turbulenten Strömungsfeld, weswegen die vorlaufende Seite des Heckrotors in aller Regel unten ist, um in dieser Strömung große Staudrücke zu erreichen, was allerdings Nachteile in der Akustik mit sich bringt. Ist der Heckrotorschub ermittelt, kann mit den Näherungsverfahren wie für den Hauptrotor dessen Leistung ermittelt werden, wobei wegen der Einströmbedingungen ein größerer Verlustfaktor  $\kappa_{TR}$  für die induzierte Leistung in Ansatz kommt. Außerdem sind Heckrotoren oft unverwunden, da sie in beiden Richtungen Schub erzeugen können müssen, was sich ebenfalls in größeren Verlustfaktoren niederschlägt.

$$C_{P_{TR}} = \left( \frac{R_{TR}}{R} \right)^2 \left( \frac{\Omega_{TR} R_{TR}}{\Omega R} \right)^3 \frac{\kappa_{TR} C_{T_{TR}}^2}{2\sqrt{\lambda_{TR}^2 + \mu_{TR}^2}} \quad (5.43)$$

Damit erhält man die Gesamtleistung des Hubschraubers näherungsweise zu:

$$\begin{aligned} C_P &= C_Q + C_{P_{TR}} + C_{Pa} \\ &= \kappa \frac{C_W^2}{2\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} + C_T \mu_z + \frac{\sigma C_{d0}}{8} (1 + K \mu^2) \\ &\quad + \frac{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}^3}{2} \frac{f}{A} + C_W \lambda_c + C_{P_{TR}} + C_{Pa} \end{aligned} \quad (5.44)$$

## 5.4 Axialer Steig- und Schwebeflug

### 5.4.1 Leistungsbedarf im Schwebeflug

Im Schwebeflug ist  $\mu = 0$  und die erforderliche Leistung setzt sich im Wesentlichen aus der induzierten Leistung und der Profilwiderstandsleistung zusammen. Statt des Schubes  $T$  wird hier das Gewicht  $W$  in die induzierte Leistung  $P_i = \kappa W v_i$  eingesetzt, um auch die Abhängigkeit von der Flughöhe über die Dichte  $\rho$  sichtbar zu machen. Im Schwebeflug gilt  $v_i = \sqrt{T/(2\rho A)}$  gemäß Gl. 2.16 und somit

$$P = \rho A (\Omega R)^3 \frac{\sigma C_{d0}}{8} + \kappa \sqrt{\frac{W^3}{2\rho A}} \quad (5.45)$$

Aus der Standardatmosphäre ISA (engl. International Standard Atmosphere) der Internationalen Zivilluftfahrt-Organisation ICAO (International Civil Aviation Organization) [11] verläuft der Temperaturabfall im für Hubschrauber relevanten Bereich bis in 11 km Höhe linear mit  $dT/dh = -6.51 \text{ K/km}$  (oder  $-6.51^\circ\text{C/km}$ ), ausgehend von einer Temperatur von  $15^\circ\text{C}$  bei Höhe 0 m. Das Dichteverhältnis ändert sich daraufhin mit der Temperatur bei Höhe Null  $T = T_0 + 15^\circ\text{C}$  mit  $T_0 = 273.15 \text{ K}$ , der dort vorhandenen Dichte  $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$  und der Höhe  $h$  (in km) wie folgt:

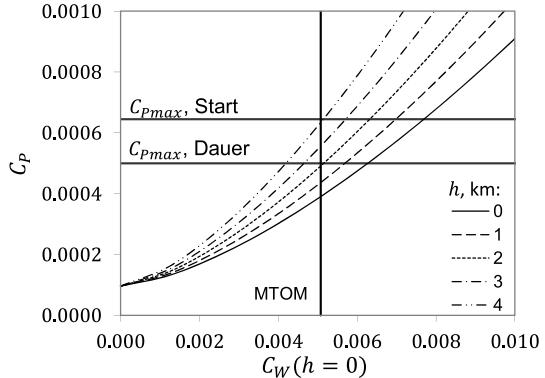
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{15^\circ\text{C} + T_0}{T + T_0} \left(1 + \frac{dT/dh}{15^\circ\text{C} + T_0} h\right)^{5.256} \quad \text{mit} \quad T = 15^\circ\text{C} + \frac{dT}{dh} h \quad (5.46)$$

Je größer die Flughöhe, umso geringer die Dichte und umso mehr Kollektivsteuer muss gegeben werden, um den geforderten Schub (und damit den dazu gehörigen Massenstrom) bei gleicher Drehzahl des Rotors zu erreichen. Zwar sinkt der Anteil des Profilwiderstandes in Gl. 5.45 linear mit der Dichte (Achtung: hier war die Annahme  $C_d \neq f(\alpha_d)$ ; eine Widerstandspolare hätte hier auch Terme mit  $\alpha_a$  und  $\alpha_a^2$ , die beide wachsen), aber der induzierte Anteil ist proportional zu  $1/\sqrt{\rho}$  und dominiert damit. Gleichzeitig sinkt die verfügbare Triebwerksleistung mit geringer werdender Dichte, so dass es eine Höhe gibt, bei der die maximale Triebwerksleistung erreicht ist (sofern nicht vorher Strömungsablösung aufgrund großer Anstellwinkel auftritt). Als Näherung kann die maximale Triebwerksleistung am Boden mit dem angegebenen Dichteverhältnis multipliziert werden, so dass der maximal verfügbare Leistungsbeiwert konstant und damit unabhängig von der Höhe ist.

$$\frac{P_{\max}}{P_{\max,0}} = \frac{\rho}{\rho_0} \quad \Rightarrow \quad C_{P,\max} = \text{const.} \quad (5.47)$$

Ein Ergebnis unter Verwendung der Bo105 Daten ist in Abb. 5.8 gegeben. Man erkennt, dass mit der Höhe der Leistungsbedarf für konstantes Gewicht erheblich ansteigt. Bei 626 kW installierter Leistung entsprechend einem Leistungsbeiwert von  $C_{P,\max} = 0.00065$

**Abb. 5.8** Schwebeflugeleistung bei verschiedenen Flughöhen  
(Parameter:  $N_b = 4$ ,  $\Omega = 44.4$  rad/s,  $R = 4.92$  m,  $c = 0.27$  m,  $\kappa = 1.15$ ,  $C_{d0} = 0.011$ )



und einem Gewichtsbeiwert von  $C_W = 0.0051$  folgt also eine maximale Schwebeflughöhe von 4 km. Da hier weder der Rumpfwiderstand noch die Heckrotorleistung noch die Leistung für andere Aggregate eingerechnet ist und außerdem die genannte Leistung nicht als Dauerleistung zur Verfügung steht, reduziert sich die maximale Schwebeflughöhe noch einmal erheblich, laut Herstellerangaben liegt sie bei nur rund  $h = 1.6$  km.

### 5.4.2 Maximale Steiggeschwindigkeit

Ein weiterer Leistungsparameter eines Hubschraubers ist die maximale Steigrate im Senkrechtflug. Ausgehend von Gl. 2.48 [beachte:  $\bar{\lambda}_c = V_c/(2v_h)$ ] folgt unter Vernachlässigung aller anderen Terme für die Hauptrotorleistung bei geringen Steigraten

$$\frac{P}{P_h} = \frac{P_h + \Delta P}{P_h} = \bar{\lambda}_c + \sqrt{\bar{\lambda}_c^{-2} + 1} \approx \bar{\lambda}_c + 1$$

$$\bar{\lambda}_c \approx \frac{\Delta P}{P_h} \quad \Rightarrow \quad V_c \approx 2v_h \frac{\Delta P}{P_h} = 2v_h \frac{\Delta P}{T v_h} \approx 2 \frac{\Delta P}{W} \quad (5.48)$$

Die maximale Steigrate  $V_c$  ist also proportional zur Überschussleistung  $\Delta P$  (beachte: die Profilleistung  $P_0$  ist hier in der Schwebeflugeleistung unberücksichtigt). Am Beispiel der Bo105 mit einem MTOM von 2.3 t folgt in Bodennähe  $v_h = 11$  m/s und die reine Rotorleistung (mit Profilleistung) zu  $P_h = 376$  kW. Die Überschussleistung kann aus der Gesamtleistung im Schwebeflug (mit Heckrotor etc.)  $P_h \approx 430$  kW und der verfügbaren Dauerleistung aus Tab. 7.2  $P_{\text{max,cont.}} \approx 485$  kW abgeschätzt werden. Es folgt  $V_c \approx 2 * (485 - 430) \text{ W} / 22.563 \text{ kN} = 4.9$  m/s. Die tatsächliche Steigleistung hängt aber auch vom maximalen Antriebsmoment ab, für das das Getriebe und die Rotorwelle ausgelegt worden sind, so dass im Fall der Bo105 in Bodennähe die maximale Steigrate bei einer Vorwärtsgeschwindigkeit von 0 m/s mit nur 3.05 m/s angegeben ist. Die Annahme

kleiner Steigraten  $\overline{\lambda_c} = (3.05 \text{ m/s}) / (2 * 11 \text{ m/s}) = 0.14 \Rightarrow \overline{\lambda_c^2} = 0.02 \ll 1$  ist also gerechtfertigt.

Begrenzt wird die maximale Steigrate von der maximal zur Verfügung stehenden Leistung, dem maximalen Antriebsdrehmoment und dem maximalen Kollektivsteuerwinkel, wobei sich die begrenzende Größe durchaus mit der Flughöhe ändern kann. In großen Flughöhen braucht man wegen der abnehmenden Luftdichte ja ein größeres Kollektiv als in Bodennähe, so dass durchaus trotz vorhandener Leistungsreserven keine Steiggeschwindigkeit erreicht werden kann, wenn das Kollektiv am mechanischen Anschlag ist. Auch der maximal zur Verfügung stehende Heckrotorschub kann die maximale Steigrate begrenzen.

### 5.4.3 Maximale Sinkrate

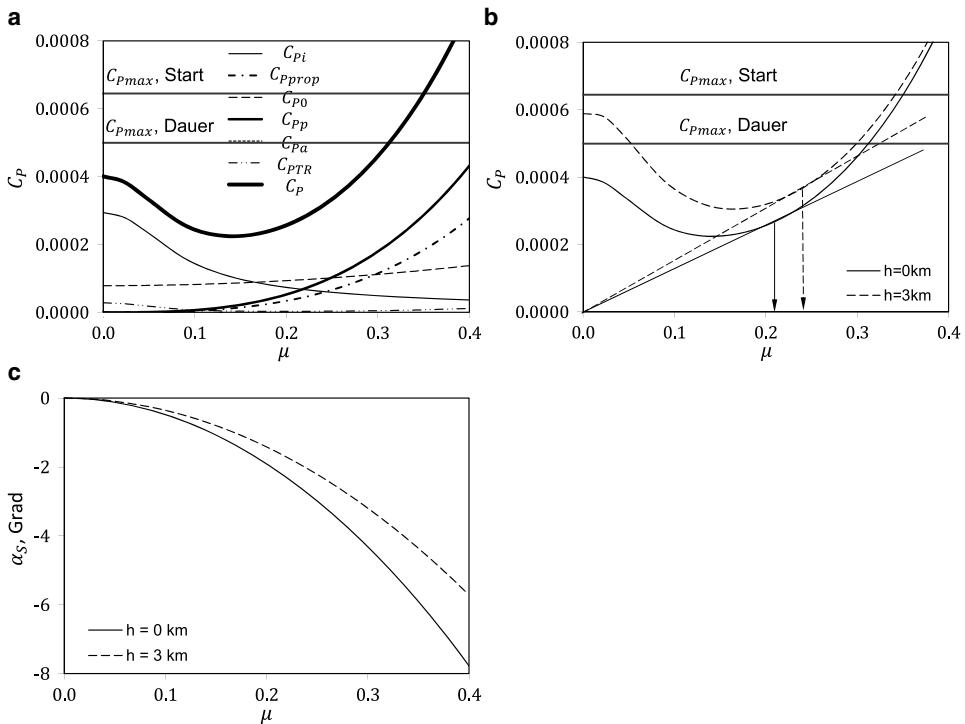
Da im schnellen Sinkflug wenig bis keine Antriebsleistung gebraucht wird, stellt die zur Verfügung stehende Leistung hier keine Grenze dar. Jedoch haben die meisten Rotoren einen Freilauf, der im Fall der Autorotation bei Triebwerksausfall das Weiterdrehen der Rotoren ermöglicht. Im sehr schnellen Sinkflug erreicht man das Windmühlenstadium, wo die Leistung negativ wird (also die Antriebsleistung vollständig aus der Luftströmung entnommen wird) und aufgrund des Freilaufs der Rotor schneller drehen wird. Hier ist die maximal erlaubte Rotordrehzahl eine limitierende Größe, denn die Zentrifugalkräfte sind ja proportional zu  $\Omega^2$  und die Rotorblätter dürfen daher – je nach Herstellerspezifikation – nicht mit mehr als z. B. 10 bis 20 % Überdrehzahl betrieben werden.

Da keine Rotorbremse zur Verfügung steht, kann im schnellen Sinkflug die Drehzahl nur über das Kollektiv geregelt werden. Daher stellt einerseits der minimale zur Verfügung stehende Kollektivwinkel und andererseits die maximal zulässige Rotordrehzahl die Grenze der maximalen Sinkrate dar, welche somit nur geringfügig größer als die Geschwindigkeit der senkrechten Autorotation mit Nenndrehzahl ist und diese wiederum – gemäß Strahltheorie – etwa bei der Geschwindigkeit liegt, die der Abwind im voll ausgebildeten Strahl weit unter dem Rotor erreicht, also  $\lambda_{c,\max} \approx -1.1 \cdot 2\lambda_h$ .

## 5.5 Vorwärtsflug

### 5.5.1 Leistungsbedarf im Horizontalflug

Im Vorwärtsflug kommen alle Anteile von Gl. 5.44 zum Tragen; ein Beispielergebnis ist in Abb. 5.9 gegeben. Der Anteil der induzierten Leistung  $P_i$  nimmt mit wachsender Fluggeschwindigkeit rapide ab. Die Leistung aus Profilwiderstand  $P_0$  nimmt nur graduell zu, es sind in den angegebenen Formeln aber nicht die bei hohen Geschwindigkeiten vermehrten auftretenden Stoß- und Stalleffekte berücksichtigt. Mit der dritten Potenz der Fluggeschwindigkeit wächst der Leistungsbedarf zur Überwindung des Rumpfwiderstandes  $P_p$ ,



**Abb. 5.9** Abschätzung der Rotorleistung im Vorwärtsflug, Bo105. **a** Anteile an der Rotorleistung, **b** Einfluss der Flughöhe auf die Rotorleistung, **c** Einfluss der Flughöhe auf den Rotoranstellwinkel (Parameter wie in Abb. 5.8, jedoch  $C_{d0} = 0.009$ . Rumpf:  $f = 1\text{m}^2$ . Heckrotor:  $N_{bTR} = 2$ ,  $\Omega_{TR} = 232.4\text{ rad/s}$ ,  $R_{TR} = 0.95\text{ m}$ ,  $c_{TR} = 0.179\text{ m}$ ,  $x_{TR} = 5.91\text{ m}$ )

weshalb der aerodynamisch günstigen Formgebung mit möglichst geringen Ablösegebiets groÙe Bedeutung zukommt. Nicht berücksichtigt ist hier wieder die Abhängigkeit der Rumpfwiderstandspolare vom Anstellwinkel, so dass bei hohen Geschwindigkeiten die Widerstandszunahme noch größer ausfällt.

Kompressibilitätseffekte spielen für den Rumpf aufgrund der Fluggeschwindigkeiten von  $M_\infty \leq 0.3$  kaum eine Rolle; bei Tiltrotoren ist das jedoch wichtig, da sie viel größere Fluggeschwindigkeiten erreichen. Allerdings ist bei Tiltrotoren der Rumpf im Flugzeugmodus nicht negativ angestellt. Die Überwindung des Rumpfwiderstandes erfordert eine Neigung der Rotorebene und bewirkt damit eine wachsende Durchströmung derselben durch die Fluggeschwindigkeit, daher steigt der Anteil der Leistung zur Vortriebserzeugung mit der Geschwindigkeit stark an. Der Einfluss des Abfluggewichtes auf die Leistung findet sich hauptsächlich in der reinen induzierten Leistung wieder. Entsprechend Abb. 2.22 ist der Einfluss daher im Schwebeflug und dem Flug bei mäßigen Geschwindigkeiten am größten und wird mit zunehmender Geschwindigkeit immer kleiner, da die induzierte Geschwindigkeit asymptotisch gegen Null strebt.

Die Flughöhe und damit die Luftdichte war für den Schwebeflug schon untersucht worden, sie führt dort zu einem höheren Leistungsbedarf, da der Schubbeiwert und damit die induzierten Geschwindigkeiten wachsen. Im Vorwärtsflug nimmt dieser Anteil zusehends ab und bei großen Fluggeschwindigkeiten wird in großen Flughöhen unter Umständen sogar weniger Leistung als in Bodennähe gebraucht, da der Rumpfwiderstand als dann dominierende Größe proportional zur Dichte abnimmt, siehe Abb. 5.9b. In diesem Beispiel ist bei einer Flughöhe von 3 km die Dichte nur noch ca. 75 % derjenigen von Höhe null, so dass der Rumpfwiderstand und damit auch die Vorneigung des Rotors um den gleichen prozentualen Teil geringer ausfallen. Allerdings nimmt ebenso proportional auch die verfügbare Triebwerksleistung ab, so dass in der Regel die absolut größte Fluggeschwindigkeit kaum von der Flughöhe abhängt.

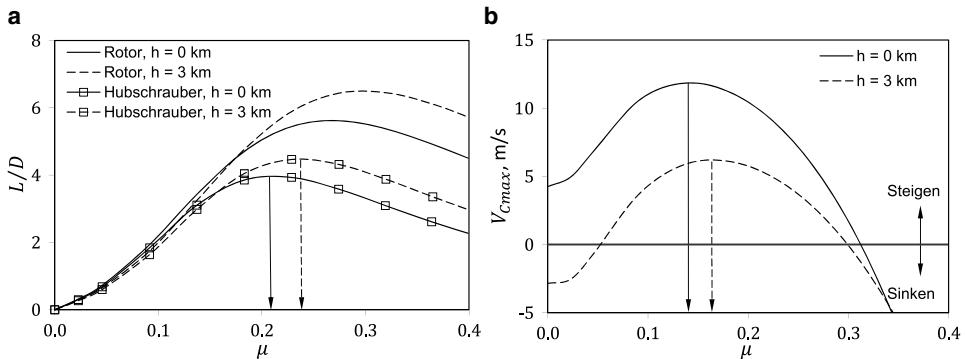
Da bei maximaler Fluggeschwindigkeit die Leistungsgrenze wie beim Steigen im Schwebeflug erreicht wird, kommen hier auch dieselben Systemgrenzen zum tragen, z. B. das maximale Drehmoment für Getriebe und Rotormast, die maximal verfügbare Leistung und die maximal erreichbaren kollektiven und zyklischen Steuerwinkel. In Bodennähe wird aufgrund der großen Luftdichte der Rumpfwiderstand groß sein und daher ebenfalls die Neigung der Rotorebene, so dass hier sowohl ein großes Kollektiv wie auch sehr große zyklische Steuerwinkel erforderlich sind. Unter Umständen können daher die nutzbaren Steuerwinkelbereiche anstelle der verfügbaren Antriebsleistung die Begrenzung der Fluggeschwindigkeit bestimmen.

## 5.5.2 Gleitverhältnis

Das Verhältnis von Auftrieb zu Widerstand eines Fluggerätes oder auch nur einer Tragfläche bzw. eines Profils bezeichnet man als Gleitverhältnis, denn es repräsentiert die zurückgelegte Weglänge pro Meter Höhenverlust. Der Kehrwert davon ist die Gleitzahl (im Segelflug wird gelegentlich das Gleitverhältnis als Gleitzahl bezeichnet [12]!). Es kann auch aus den Kurven der benötigten Leistung abgeleitet werden. Insbesondere erhält man die Fluggeschwindigkeit für maximale Reichweite bei dem größten Gleitverhältnis. Im  $P - V$  (bzw.  $C_P - \mu$ ) Diagramm wie in Abb. 5.9b erhält man diese Geschwindigkeit als Tangente an die Leistungskurve. Im Vorwärtsflug ist der Auftrieb die tragende Komponente des Schubes, also  $L = W = T \cos \alpha_{TPP}$  (wobei Komponenten des Rumpfes, Leitwerks oder Heckrotors nicht berücksichtigt wurden). Der Gesamtwiderstand  $D$  kann aus der benötigten Leistung wegen  $P = DV_\infty$  berechnet werden. Daher folgt

$$\frac{L}{D} = \frac{T \cos \alpha_{TPP}}{P_i + P_{\text{prop}} + P_0 + P_p + P_c + P_{TR} + P_a} V_\infty \approx \frac{W V_\infty}{P_i + P_{\text{prop}} + P_0 + P_p} \quad (5.49)$$

Das Gleitverhältnis des Rotors allein erhält man, wenn die Leistung aufgrund des Rumpfwiderstandes  $P_p$  weggelassen wird. Als Beispiel ist in Abb. 5.10 sowohl das Gleitverhältnis des Gesamthubschraubers als auch des Rotors allein angegeben. Das Gleitverhältnis



**Abb. 5.10** Gleitverhältnis und maximale Steigrate im Vorwärtsflug, Bo105. **a** Gleitverhältnis, **b** Steigrate (Parameter wie in Abb. 5.9)

von Rotoren ist im Verhältnis zu Segelflugzeugen ( $L/D \approx 60$ ) als auch zu Flugzeugen ( $L/D \approx 15–20$ ) erheblich kleiner und eher einem Flügel kleiner Streckung ähnlich, was wieder auf die Analogie zur kreisförmigen Tragfläche deutet. Außerdem ist das Gleitverhältnis auch eine Funktion der Flughöhe, so dass die Geschwindigkeit für maximale Reichweite auch von der Flughöhe abhängt. Als Beispiel ist Abb. 5.10a gegeben. Das maximale Gleitverhältnis des Gesamthubschraubers wird bei derjenigen Geschwindigkeit erreicht, bei der die Tangente an die Leistungskurve in Abb. 5.9b gelegt werden kann.

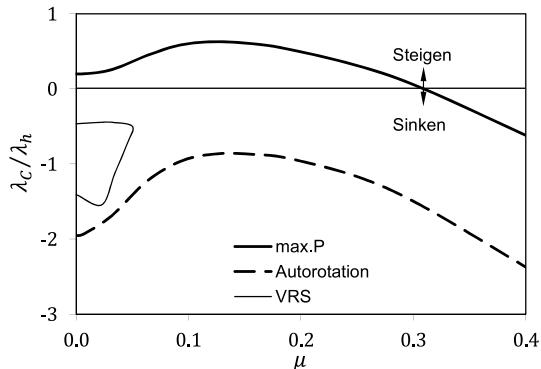
### 5.5.3 Maximale Steiggeschwindigkeit

Der jeweilige Leistungsüberschuss, also die Differenz zwischen der maximal verfügbaren Leistung und der für den Horizontalflug im aktuellen Flugzustand benötigten Leistung lässt sich verwenden, um die maximal erreichbare Steiggeschwindigkeit zu ermitteln.

$$V_c = \frac{P_{\max} - P}{T} \approx \frac{\Delta P}{W} \quad (5.50)$$

Für den verwendeten Beispielhubschrauber ist das Ergebnis in Abb. 5.10b gezeigt. Bei großen Fluggeschwindigkeiten schneidet die Kurve die Nulllinie, was den Punkt der maximalen Horizontalfluggeschwindigkeit definiert, wie auch in Abb. 5.9 zu sehen ist. Hier gibt es keine überschüssige Antriebsleistung mehr, die für ein Steigen (oder auch eine Erhöhung der Fluggeschwindigkeit) genutzt werden kann. Eine größere Fluggeschwindigkeit ist dann nur noch im Sinkflug möglich. Bei kleinen Fluggeschwindigkeiten und größeren Höhen ist die maximale Steiggeschwindigkeit negativ, das heißt, dass die induzierte Leistung größer als die verfügbare Leistung ist und daher diese niedrige Geschwindigkeit nur im Sinkflug geflogen werden kann. Demzufolge kann man in großen Höhen nur mit

**Abb. 5.11** Maximale Steig- und maximale Sinkgeschwindigkeit (bei Autorotation) (Beispiel: Bo105)



Vorwärtsgeschwindigkeit fliegen und die absolut größte Höhe kann nur bei der Geschwindigkeit minimaler Leistung erreicht werden. Wie in den Beispielen zuvor können neben der zur Verfügung stehenden Antriebsleistung und dem maximalen Antriebsdrehmoment unter Umständen auch die nutzbaren Steuerwinkelbereiche die maximale Steiggeschwindigkeit limitieren. Als Beispiel ist in Abb. 5.11 die maximale Steiggeschwindigkeit der Bo105 über der Fluggeschwindigkeit aufgetragen (Herstellerangaben für ein Gewicht von 2.3 t). Die Kurve folgt sehr prägnant der Kurve des Leistungsüberschusses in Abb. 5.9. Außerdem ist noch der Bereich des Wirbelringstadiums mit eingetragen.

#### 5.5.4 Maximale Sinkrate

Da im Vorwärtsflug mit gleichzeitigem schnellen Sinkflug wenig bis keine Antriebsleistung gebraucht wird (wie zuvor im senkrechten schnellen Sinkflug erläutert), stellt die zur Verfügung stehende Leistung auch hier keine Grenze dar. Auch im kombinierten Vorwärts- und Sinkflug erreicht man das Windmühlenstadium, wo die Leistung negativ wird. Ebenfalls ist hier die maximal erlaubte Rotordrehzahl eine limitierende Größe, um die Rotorblätter nicht in radialer Richtung zu überlasten. Außerdem kann die Drehzahl nur über das Kollektiv geregelt werden, gleichzeitig braucht man mit zunehmender Fluggeschwindigkeit auch immer größere zyklische Steuerwinkel. Daher stellt einerseits der minimale zur Verfügung stehende Kollektivwinkel in Verbindung mit den notwendigen zyklischen Steuerwinkeln und andererseits die maximal zulässige Rotordrehzahl die Grenze der maximalen Sinkrate im Vorwärtsflug dar. Üblicherweise wird die maximal erreichbare Sinkrate jedoch nicht erflogen, sondern gemieden, denn die Kombination großer Fluggeschwindigkeit mit großen Sinkwinkeln von mindestens  $10^\circ$  stellt auch an die Insassen des Hubschraubers eine erhebliche psychische Belastung dar.

Als Beispiel ist in Abb. 5.11 auch die maximale Sinkgeschwindigkeit der Bo105 über der Fluggeschwindigkeit aufgetragen (Herstellerangaben für ein Gewicht von 2.3 t), wel-

che den Autorotationszustand bei Nenndrehzahl wiederspiegelt. Die geringste Sinkgeschwindigkeit und damit die längste Flugdauer, um einen geeigneten Landeplatz zu suchen, erhält man also bei mittleren Fluggeschwindigkeiten. Die senkrechte Autorotation ist mit sehr großen Sinkraten verbunden und wird im Allgemeinen vermieden, da dann kaum ein Auffangen möglich ist und die Aufprallgeschwindigkeit auf den Boden nicht nur zur erheblichen Beschädigung des Hubschraubers, sondern auch zu ernsthaften Verletzungen der Insassen führt. Im Vorwärtsflug kann man jedoch durch Hochziehen die Fluggeschwindigkeit abbauen, gleichzeitig die Sinkrate praktisch bis auf Null verringern und eine Gleitlandung durchführen. Allerdings hat man dafür nur einen einzigen Versuch.

### 5.5.5 Längste Flugdauer

Die längste Flugdauer wird bei der Geschwindigkeit des minimalen Leistungsbedarfs erreicht (da die minimale Leistung auch mit minimalem Treibstoffverbrauch verbunden ist), welche gleichzeitig die Geschwindigkeit des maximalen Leistungsüberschusses und damit der größten möglichen Steiggeschwindigkeit darstellt, wie bereits gezeigt wurde.

Außerdem stellt diese Geschwindigkeit in der Autorotation den Zustand des geringsten Sinkens dar. Daher ist es ratsam, falls im Schwebeflug oder Langsamflug ein Triebwerksausfall passiert, in den Vorwärtsflug überzugehen, da dann die Sinkraten wesentlich kleiner sind als bei der senkrechten Autorotation. Dies ist jedoch nur möglich, wenn die Schwebeflughöhe dafür ausreichend ist. Bei kleinen Schwebeflughöhen reicht die kinetische Energie des Rotors, um ein Auffangen aus dem senkrechten Autorotieren heraus auszuführen. Bei mittleren Höhen jedoch kann man weder in den Vorwärtsflug übergehen noch den Hubschrauber auffangen; in größeren Höhen kann man dann wie beschrieben verfahren. Daher wird in den Höhen-Geschwindigkeits-Diagrammen der Flughandbücher der kritische Bereich als zu vermeidender Bereich ausgewiesen (auch *dead man's curve* bezeichnet, siehe Abb. 3.34). Auch bei hohen Geschwindigkeiten in Bodennähe gibt es eine Mindestflughöhe, die nicht unterschritten werden sollte, da eine sichere Autorotationslandung wegen der für einen Piloten zu geringen Reaktionszeit nicht mehr möglich ist. Ein Triebwerksausfall bei hoher Fluggeschwindigkeit erfordert eine Verzögerung, bis die Geschwindigkeit des geringsten Sinkens erreicht ist.

Die Geschwindigkeit der geringsten Leistung lässt sich aus Gl. 5.44 abschätzen. Aus Abb. 5.9 konnte man erkennen, dass im Bereich minimaler Leistung die Summe aus induzierter und parasitärer Leistung, also die Leistung zur Überwindung des Rumpfwiderstandes, die größten Gradienten aufweisen (die Leistung aufgrund Durchströmung mit  $\mu_z$  weist ebenfalls einen nennenswerten Gradienten auf, verkompliziert aber die Lösung und wird hier näherungsweise vernachlässigt. Dies führt zu etwas zu hohen Geschwindigkeiten). Die anderen Komponenten der Leistung haben hier nur kleine Gradienten und können daher für diese Untersuchung vernachlässigt werden. Das Minimum der Kurve erhält man, wenn die Ableitung der verbleibenden Terme hinsichtlich der Fluggeschwindigkeit  $\mu$  zu Null gesetzt wird. Dann folgt mit der Näherung  $\sqrt{\lambda^2 + \mu^2} \approx \mu$  (im mittleren

Geschwindigkeitsbereich, wo die geringste Leistung erwartet wird, ist auch der Gesamt-durchfluss näherungsweise am geringsten)

$$C_P \approx \frac{\kappa C_W^2}{2\mu} + \frac{\mu^3}{2} \frac{f}{A}$$

$$\frac{dC_P}{d\mu} = -\frac{\kappa C_W^2}{2\mu^2} + \frac{3\mu^2}{2} \frac{f}{A} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \mu = \sqrt[4]{\frac{\kappa C_W^2}{3f/A}} \quad (5.51)$$

Dies ist näherungsweise die Geschwindigkeit für minimalen Leistungsbedarf; sie ist aufgrund der Vereinfachungen immer etwas zu hoch. Der Einfluss der Flughöhe äußert sich wieder über die Dichte durch einen wachsenden Schubbeiwert, das heißt die Geschwindigkeit für minimale Leistung wächst mit der Höhe, siehe Abb. 5.9. Außerdem ist erkennbar, dass ein geringer Rumpfwiderstandsbeiwert (repräsentiert in  $f$ ) diese Geschwindigkeit weiter anhebt. Die Abhängigkeit des geringsten Sinkens in der Autorotation von der Fluggeschwindigkeit ist in Abb. 5.11 mit eingetragen. Wie erwartet, ist die senkrechte Autorotation der ungünstigste Fall (da mit den größten Sinkgeschwindigkeiten verbunden) und daher zu vermeiden.

### 5.5.6 Maximale Reichweite

Die maximale Reichweite wird beim Segelflugzeug bei dem maximalen Gleitverhältnis erreicht, wie bereits erwähnt. Auch diese Geschwindigkeit lässt sich abschätzen, indem der Quotient  $P/V$  bzw.  $C_P/\mu$  ein Minimum aufweist, was graphisch durch die Tangente an die Leistungskurve erfolgt. Da dies in der Nähe der minimalen Leistung liegt, kann der vereinfachte Ansatz wie in Gl. 5.51 wieder verwendet werden und es folgt:

$$\frac{C_P}{\mu} \approx \frac{\kappa C_W^2}{2\mu^2} + \frac{\mu^2}{2} \frac{f}{A}$$

$$\frac{dC_P/\mu}{d\mu} = -\frac{\kappa C_W^2}{\mu^3} + \mu \frac{f}{A} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \mu = \sqrt[4]{\frac{\kappa C_W^2}{f/A}} \quad (5.52)$$

Dies ist näherungsweise die Geschwindigkeit für maximale Reichweite; sie ist aufgrund der Vereinfachungen wie zuvor immer etwas zu hoch.

---

## 5.6 Übungen zu Kapitel 5

- Ein Versuchshubschrauber mit zentralem Schlaggelenk führt einen Schwebeflug außerhalb des Bodeneffektes durch. Die Blattspitzenabminderung ist dabei nach Prandtl/Betz zu berücksichtigen. Luftkräfte anderer Hubschrauberkomponenten brauchen nicht berücksichtigt zu werden. Die tatsächlich tragende Länge des Rotorblattes ist zu berücksichtigen. Zur Hilfe verwenden Sie Abb. 5.1.

Gegebene Daten:

$N_b = 4$	$m = 2.0 \text{ t}$
$\Omega R = 218 \text{ m/s}$	$\Theta_{tw} = -8^\circ$
$C_{l\alpha} = 5.6$	$R = 4.91 \text{ m}$
$C_{d0} = 0.012$	$c = 0.3 \text{ m}$
$C_{d2} = 0.35$	$r_a = 0.2$
$z_{cg} = 1.7 \text{ m}$	$x_{TR} = 5.9 \text{ m}$
$\beta_0 = 0^\circ$	$z_{TR} = -0.2 \text{ m}$

- Wie hoch ist die erforderliche Rotorleistung für die gegebenen Randbedingungen nach Ansätzen der Blattelemententheorie?
- Berechnen Sie für die gegebenen Daten das Heckrotorrollmoment bezüglich der hubschrauberfesten  $x$ -Achse!
- Bestimmen Sie nach Ansätzen der Blattelemententheorie die zur Kompensation des Heckrotorschubes erforderlichen zyklischen Steuerwinkel des Hauptrotors! Dabei kann der Rotorschub als senkrecht auf der Blattspitzenebene angenommen werden.

## Literatur

1. R.D. Leoni, *Black Hawk: The Story of a World Class Helicopter*, AIAA Library of Flight, Reston, 2007
2. H. Glauert, *A General Theory of the Autogyro*, ARC R&M 1111, 1926
3. W.Z. Stepniewski, *Basic Aerodynamics and Performance of the Helicopter*, AGARD Lecture Series LS-63, 1973
4. J.A.J. Bennett, *Rotary Wing Aircraft*, Aircraft Engineering, Vol. 12, no. 131–138, 1940
5. W. Johnson, *Helicopter Theory*, ISBN 0 691 07971 4, Princeton University Press, 1980
6. G. Sissingh, *Untersuchungen über den Einfluß hoher Unterschallgeschwindigkeiten auf die Gleitzahl der Drehflügelflugzeuge*, Jahrbuch 1942 der deutschen Luftfahrtforschung, S. I385–I390, 1942
7. W.Z. Stepniewski, C.N. Keys, *Rotary-Wing Aerodynamics*, ISBN 0486646475, Dover Publications, 1984
8. G. Sissingh, *Beitrag zur Aerodynamik der Drehflügelflugzeuge*, Luftfahrt-Forschung, Vol. 15, Lfg. 6, pp. 290–302, 1938; Übersetzung in: *Contributions to the Aerodynamics of Rotary-Wing Aircraft*, NACA TM 921, 1939
9. G. Sissingh, *Die Berechnung der Rotoren von Drehflügelflugzeugen bei höheren Fortschrittsgraden mit besonderer Berücksichtigung der Probleme des Schnellfluges*, Jahrbuch 1941 der Deutschen Luftfahrtforschung, pp. I351–I364, 1941
10. F.B. Gustafson, A. Gessow, *Effect of Blade Stalling on the Efficiency of a Helicopter Rotor as Measured in Flight*, NACA TN 1250, 1947
11. *Manual of the ICAO Standard Atmosphere*, International Civil Aviation Organization, 1964
12. F. Thomas, *Grundlagen für den Entwurf von Segelflugzeugen*, ISBN 3 87943 682 7, Motorbuch-Verlag, 1979

**Elektronisches Zusatzmaterial** Die Online-Version dieses Kapitels ([https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_5)) enthält Zusatzmaterial, das für autorisierte Nutzer zugänglich ist.



# Grundlagen des Hubschrauberentwurfs

# 6

## 6.1 Einleitung

Bei der Auslegung eines Hubschraubers für einen besonderen Zweck beziehungsweise ein bestimmtes Einsatzprofil müssen zahlreiche Aspekte berücksichtigt werden, die den Rotor, den Rumpf und den Heckrotor betreffen und teilweise gegensätzlich sind. War in der Vergangenheit im Wesentlichen mit Hubschrauberentwurf der Hauptrotor gemeint, so hat sich dies heute zu einer Gesamtbetrachtung aller Komponenten gewandelt. Da sowohl Aerodynamik, Strukturdynamik, Aeroelastik, Flugmechanik, Werkstoffe und zunehmend auch Regelungstechnik zusammenspielen, ist dies ein sehr interdisziplinärer Vorgang geworden. Ziel ist die Konstruktion eines für diese Randbedingungen angepassten Hubschraubers, der so klein, einfach und preiswert wie möglich und so groß und komplex wie nötig ist.

Ausgehend von den Spezifikationen der Kunden, die zum Beispiel Einsatzprofil, Betriebskosten, Sicherheit, Lärm (innen und außen), Komfort (dazu gehört auch das Vibrationsniveau), Zuverlässigkeit und Wartung, aber auch Flexibilität in der Ausrüstung mit Zusatzgerät und Langlebigkeit umfassen, wird ein Lastenheft erstellt. Dies beinhaltet eine Festlegung der verschiedenen Leistungsparameter wie

- Schwebeflugleistung, Schwebeflughöhe, Zuladung
- Reichweite, Flugdauer, Gipfelhöhe
- Reise- und Maximalgeschwindigkeit, Geschwindigkeit des geringsten Leistungsbedarfs
- Steigleistung in verschiedenen Flugzuständen, Autorotationsverhalten und Sinkraten bei Autorotation
- Lastvielfaches, Agilität
- klimatische Randbedingungen wie Temperatur (z. B. „hot and high“), Feuchte (z. B. Salzwasser), Partikel (Sand, Staub, Schnee)

- Sonderausrüstung, Wartungsintervalle
- Zulassungs- und Betriebsvorschriften (international, national, regional)

Basierend auf einfachen Modellen und theoretischen Ansätzen – aber auch auf statistischen Erhebungen und Erfahrungen – wird der Vorentwurf mit den gegebenen Spezifikationen durchgeführt. Aber auch die Beurteilung von neuen Konzepten sowie der Konstruktionen der Wettbewerber wird mit den Methoden des Vorentwurfs und seiner verfeinerten Betrachtung durchgeführt.

Die Leistungs- und Wirtschaftlichkeitsberechnung im Vorentwurfsstadium basiert in erster Linie auf Statistik und den einfachen Methoden der Strahltheorie. Der verfeinerte Entwurf wird dann mit der Blattemententheorie behandelt und erst im letzten Stadium kommen zunehmend aufwändiger numerische Verfahren wie computational fluid dynamics (CFD) für die Aerodynamik und Finite Element Methoden (CSD) für die Struktur zum Einsatz. Außerdem helfen Windkanalmessungen an Modellen, vor allem bei unkonventionellen Entwürfen, um insbesondere Wechselwirkungen zwischen Komponenten (z. B. Flügel und Rotoren) zu quantifizieren.

Eine gute Übersicht über Entwurfsrichtlinien, ihrer derzeitigen Grenzen nebst Ausblick auf zukünftige Konzepte ist bei Leishman [1] zu finden; auch Bittner [2] widmet ein größeres Kapitel den verschiedenen Entwurfsparametern. Insbesondere die aerodynamische Auslegung des Rotors am Beispiel des British Experimental Rotor Program (BERP), welcher auch auf der EH 101 zum Einsatz kommt, wurde von Seddon [3] dargestellt.

Mit der Verfügbarkeit von leistungsfähigen Computern sowie umfangreicheren Statistiken, aber auch den mathematischen Grundlagen der Hubschrauberaerodynamik wie der Strahl- und Blattemententheorie als auch numerischen Optimierern wurde der Entwurf zunehmend auch ein dem Rechner überlassenes Optimierungsproblem. In den frühen 1980er Jahren gab es erste Programme zum Vorentwurf [4, 5] und deren Anwendung auf einen Compound-Hubschrauber [6]. Auch genetische Algorithmen wurden eingesetzt [7]. Eine Übersicht zum Stand der Anwendung von Optimierern im Vorentwurf ist in [8] zu finden, ein Buch zum modernen Hubschrauberentwurf ist aus dieser Zeit ebenfalls erhältlich [9] und die Anwendung von Statistiken ist in [10] dargelegt. Die Optimierung kann dabei zweckgebunden sein, z. B. für einen Transporthubschrauber [11] oder bezüglich der Kosten [12]. Heute gehen zunehmend weitere Aspekte aus allen am Entwurf beteiligten Disziplinen in den Entwurf ein [13, 14].

---

## 6.2 Hauptrotorentwurf

Der Hauptrotor ist nach wie vor der wichtigste Teil des Hubschrauberentwurfs, da er fast alle Leistungsparameter maßgeblich mit bestimmt. Das Ziel ist, immer leichtere Rotoren mit immer größerer Tragfähigkeit und geringerem Vibrationsniveau zu entwickeln, oh-

ne dabei die Autorotationsfähigkeit nachteilig zu beeinflussen. Der Rotorenentwurf umfasst drei Hauptaufgaben zur Bestimmung der wesentlichen Parameter:

- Globale Parameter: Radius, Flächendichte, Blattspitzenmachzahl und spezifische Rotorblattbelastung, Zahl der Rotorblätter, Art des Blattanschlusses an den Rotorkopf, Vorkonuswinkel
- Blattrundriss: Verteilung der Profiltiefe, Verwindung, Pfeilung, Blattspitze (z. B. Winglets, An- und Dihedral), Steuertüte
- Profilierung: Auswahl der radialen Verteilung von Profilen.

### 6.2.1 Rotorradius

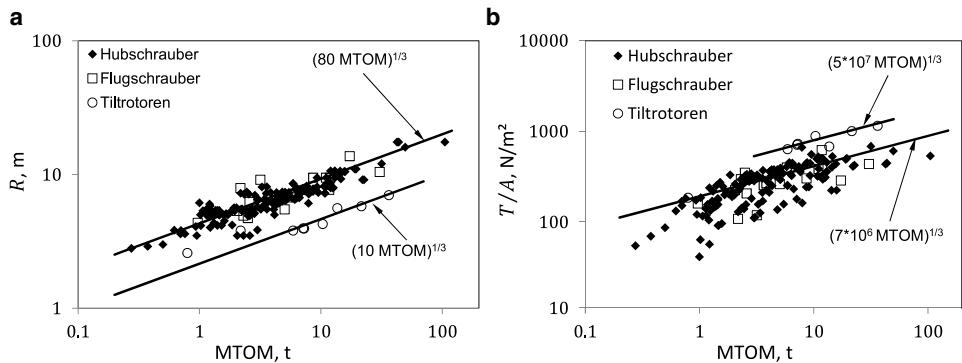
Aus den vorangegangenen Kapiteln ist bereits bekannt, dass die Schwebeflugeleistung wegen der gewünschten geringen induzierten Geschwindigkeiten und die Autorotationsfähigkeit wegen der geforderten größeren Massenträgheit nach einem großen Radius und geringer Drehzahl verlangen (siehe Abschn. 2.2.1), da dann sowohl die Flächenbelastungen als auch die induzierten Geschwindigkeiten (und damit der induzierte Leistungsbedarf) kleiner sind. Die Forderung nach geringerer Leistung (für gegebenes Gewicht  $W$ ) führt also zur Forderung nach minimaler induzierter Geschwindigkeit  $(P/T)_{\min}$  oder zu deren Kehrwert, also maximaler Leistungsbelastung [entspricht  $(T/P)_{\max}$ , also möglichst viel Schub je kW Leistung] und es war gemäß Gl. 2.37 folgender Zusammenhang gefunden worden:

$$C_T|_{(T/P)_{\max}} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\left(\frac{\sigma C_{d0}}{\kappa}\right)^2} \quad (6.1)$$

Dies beinhaltet eine Abhängigkeit vom verwendeten Profil ( $C_{d0}$ ), der Flächendichte  $\sigma$  und dem induzierten Verlustfaktor  $\kappa$ . Die Flächenbelastung  $T/A$  (mit  $T = W$  im Schwebeflug) liefert mit Gl. 2.39 den zugehörigen Radius ( $\Omega R$  ist die gegebene Blattspitzengeschwindigkeit).

$$\frac{T}{A}\Big|_{(P/T)_{\min}} = \rho(\Omega R)^2 C_T|_{(T/P)_{\max}} \quad \Rightarrow \quad R|_{(T/P)_{\max}} = \sqrt{\frac{W}{\pi \rho(\Omega R)^2 C_T|_{(T/P)_{\max}}}} \quad (6.2)$$

Gleichzeitig besteht die Forderung nach einem großen Leistungsgütegrad im Schwebeflug.  $FM_{\max}$  wird allerdings bei relativ großer spezifischer Rotorblattbelastung erreicht (siehe Abb. 2.11) und lässt wenig Spielraum für zusätzlichen Auftrieb, zum Beispiel für Manöver. Dies bestimmt für eine gegebene Blattspitzengeschwindigkeit  $\Omega R$  den optimalen Radius zu gegebenem Gesamtgewicht bei geringster Leistungsbelastung. Außerdem war gezeigt worden, dass die Leistungsbelastung proportional zu  $\sqrt{T/A}/FM$  ist, woraus



**Abb. 6.1** Radius und Flächenbelastung in Abhängigkeit des Hubschraubergewichts. **a** Radius, **b** Flächenbelastung

folgt, dass der Rotor bei dem maximalen Leistungsgütegrad  $FM$  betrieben werden sollte, siehe Gl. 2.38:

$$\frac{P}{T} = \frac{\sqrt{\frac{T}{2\rho A}}}{FM} \quad (6.3)$$

Umgekehrt verlangen die Gesamtgröße, Gewicht, Kosten, Getriebe, Antriebsmoment und Agilität nach kleinen, schnell drehenden Rotoren. Generelle Trends lassen sich aus einer Sammlung ausgeführter Hubschrauber gewinnen. Beispielhaft ist in Abb. 6.1a der Rotorradius über dem Gewicht von Hubschraubern aufgetragen. Der Radius verhält sich demnach proportional  $\sqrt[3]{W}$ , was sich aus folgender Überlegung ableiten lässt: die Größe (Querschnittsfläche) eines Hubschraubers skaliert mit der Fläche, also dem Quadrat einer charakteristischen Länge, und das Gewicht (bei Annahme gleicher Dichte) mit dem Volumen, demzufolge der dritten Potenz dieser Länge. In analoger Weise kann man die Flächenbelastung über dem Gewicht der Hubschrauber auftragen, was in Abb. 6.1b gegeben ist. Für beste Schwebeflugleistung muss die Flächenbelastung gering sein, was aber bei großen Hubschraubern wegen der Belastungen des Getriebes durch große Antriebsmomente mit Problemen verbunden ist. Der Trend proportional zu  $\sqrt[3]{W}$  würde auch hier erwartet werden, was in Abb. 6.1 auch bestätigt wird.

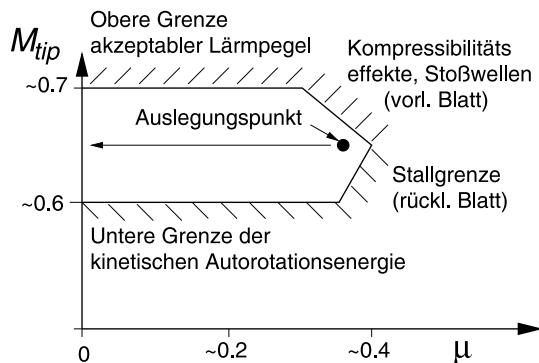
Soll der Hubschrauber jedoch große Wendigkeit besitzen und große Beschleunigungen erreichen, so muss ausreichend Schubreserve vorhanden sein, also muss die spezifische Blattbelastung im Schwebeflug relativ niedrig sein, was gleichzeitig bedeutet, dass die Schwebeflugleistung nicht optimal sein kann.

## 6.2.2 Blattspitzengeschwindigkeit

Bei gegebenem Radius und Gewicht führt eine hohe Blattspitzengeschwindigkeit zu geringeren Anstellwinkeln und demzufolge zu weniger Problemen mit Strömungsablösung; außerdem hat der Rotor dann eine große kinetische Energie, die gut für das Autorotationsverhalten ist. Des Weiteren ist das Antriebsmoment bei gleicher Leistung wegen  $Q = P/\Omega$  geringer, wenn die Drehzahl erhöht wird, was ein leichteres Getriebe erlaubt. Umgekehrt vergrößern sich dann die Machzahlen, was zu stärkeren Kompressibilitätseffekten (Widerstandsanstieg durch Stoßwellen) und vergrößerter Lärmemission führt. Dem kann man teilweise mit dünnen transsonischen Profilen und einer Pfeilung der Blattspitze begegnen; dünne Profile haben jedoch Nachteile bei großen Anstellwinkeln auf der rücklaufenden Seite des Rotors, da sie eher zu Strömungsablösung neigen als dicke Profile. Die prinzipiellen Grenzen des Bereiches der Blattspitzengeschwindigkeit sind in Abb. 6.2 dargestellt.

Das Ziel ist, sowohl die Grenzen der Kompressibilitätseffekte als auch die der Stalleffekte zu größeren Fluggeschwindigkeiten hinauszuschieben. Hochauftriebsprofile erlauben die Reduktion der Blattspitzengeschwindigkeit und damit auch der Lärmemission. Die untere Grenze wird von Anforderungen an die Autorotationsfähigkeit bestimmt, so dass die meisten Hubschrauber eine Blattspitzengeschwindigkeit von etwa  $\Omega R = 207 \text{ m/s}$  entsprechend  $M_{tip} = 0.6$  in Bodennähe nicht unterschreiten (Ausnahme: Kamow hat oft eine geringere Blattspitzenmachzahl). Der Leistungsgütegrad ist im Schwebeflug größer, wenn die Blattspitzenmachzahl kleiner ist. Der Grund liegt in den Kompressibilitätseffekten auf den Profilwiderstand, die die Profilleistung erhöhen und damit den Leistungsgütegrad verschlechtern. Umgekehrt steht eine kleine Blattspitzengeschwindigkeit im Gegensatz zur Forderung nach großer Agilität, da dafür eine große Reserve an Anstellwinkel benötigt wird, die man wiederum bei großen Blattspitzengeschwindigkeiten erreicht. Insgesamt geht der Trend bei modernen Hubschrauberentwürfen zu variablen Rotordrehzahlen, die eine gewisse Anpassung an den Flugzustand erlauben. So ist bei neuen Entwürfen eine Variation von ca. 5 % der Nenndrehzahl keine Seltenheit.

**Abb. 6.2** Randbedingungen, die die Blattspitzengeschwindigkeit beeinflussen



Eine Einschränkung der Variation der Rotordrehzahl besteht auch aus Sicht der Rotor-dynamik und den damit verbundenen Vibrationen, da sich bei Drehzahländerung die Eigenfrequenzen der Rotorblätter ändern, siehe das Fandiagramm in Abb. 4.9. Diese können in ungünstiger Weise mit ganzzahligen Vielfachen der Rotordrehfrequenz zusammentreffen und/oder mit anderen Bewegungsformen koppeln, wenn deren Eigenfrequenzen nahe beieinander liegen oder sich überkreuzen, was auch zu aeroelastischen Problemen führen kann. Das Fandiagramm liefert die zulässigen Bereiche von Drehzahlvariationen um die Nenndrehzahl herum.

### 6.2.3 Flächendichte

Heutige Hubschrauber haben meist eine Flächendichte im Bereich von  $0.08 \leq \sigma \leq 0.12$ . Auch geht die Flächendichte in die spezifische Rotorblattbelastung  $C_T/\sigma$  und über diese in den mittleren Auftriebsbeiwert  $\bar{C}_l \approx 6C_T/\sigma$  ein, siehe Gl. 3.78. Üblich sind Werte von  $0.4 \leq \bar{C}_l \leq 0.7$ . Eine geringe Flächendichte benötigt zur Auftriebserzeugung große Anstellwinkel und führt folglich schneller zur Strömungsablösung als eine große Flächendichte. Daher ist die Forderung nach großer Fluggeschwindigkeit oder Agilität eine Forderung nach großer Flächendichte. Auch hier können Hochauftriebsprofile eine gewisse Reduktion der Flächendichte erlauben. Der Leistungsgütegrad im Schwebeflug verlangt ebenfalls nach großer Flächendichte und mäßigem mittleren Auftriebsbeiwert  $\bar{C}_l \approx 0.55$  (bzw. mäßiger Strahlflächenbelastung  $T/A$ , aber hoher spezifischer Blattbelastung), siehe Abb. 2.11b.

Eine Anpassung an die widersprüchlichen Anforderungen im Schwebeflug und im Schnellflug wäre eine variable Profiltiefe mittels ausfahrbarer Klappen, was jedoch derzeit nicht realisiert wird, da es technisch aufwändig und wartungsintensiv, also kostenintensiv ist. Da der Schub im Schnellflug auch wesentlich vom Rumpfwiderstand mitbestimmt wird, kommt der widerstandsarmen Formgebung des Rumpfes hier eine große Rolle zu, den Rotor zu entlasten. Auch durch zusätzliche Auftriebshilfen wie Flügel (Compound) lässt sich der Rotor entlasten, allerdings erzeugt ein solcher Flügel neben Auftrieb auch zusätzlichen Widerstand, so dass der Gesamtnutzen sorgfältig abgewogen werden muss.

### 6.2.4 Blattzahl

Die Auswahl der Anzahl der Rotorblätter ist meist eine Frage der Dynamik und der Kosten. Generell gilt, dass sowohl die Vibrationen im Rumpf (siehe Abb. 4.12, Tab. 7.8 und Tab. 7.9) als auch die Blattspitzenverluste (siehe Gl. 2.31) durch große Blattzahlen reduziert werden, allerdings steigen die Produktionskosten, die Wartungskosten, das Rotorgewicht und der Rotorkopfwiderstand mit der Blattzahl an. Man versucht daher, mit einer Minimalzahl von Rotorblättern auszukommen, so dass Kleinrührschrauber zwei bis drei Blätter haben und Großrührschrauber sechs bis neun, dann oft auch auf zwei Rotoren

verteilt. Der Einfluss auf den Leistungsgütegrad im Schwebeflug,  $FM$ , ist gering. Je größer die Anzahl der Rotorblätter, um so geringer wird die Zirkulation der Blattspitzenwirbel sein, die ein wichtiger Parameter der Lärmerzeugung durch Blatt/Wirbel-Interaktion ist. Allerdings steigt auch die Anzahl der Wirbel und damit die der Interaktionen und folglich der emittierten Frequenzen an, so dass keine generelle Aussage auf den Einfluss der Lärmemission gegeben werden kann. Eine Erhöhung der Blattzahl bei konstanter Flächendichte und konstantem Radius bedeutet jedoch schlankere, dünnerne Rotorblätter, die folglich auch weicher, elastischer sind und daher wiederum aeroelastische Probleme mit sich bringen können.

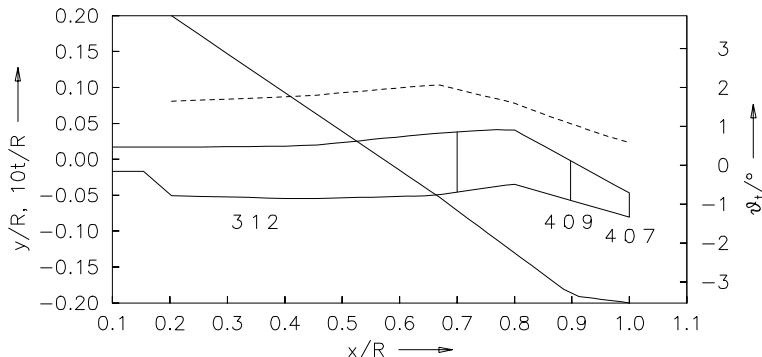
### 6.2.5 Verwindung

Mit Hilfe der Strahl- und Blattelemententheorie wurde bereits gezeigt, dass eine große Verwindung (bis ca.  $\Theta_{tw} = -20^\circ$ ) vorteilhaft für den Leistungsgütegrad  $FM$  im Schwebeflug ist, siehe Abb. 3.19. Im Schnellflug jedoch hat die große Verwindung Nachteile, da dann auf der vorlaufenden Seite an der Blattspitze größere negative Anstellwinkel auftreten, die den Leistungsbedarf durch eine entsprechende Widerstandszunahme erhöhen und außerdem die Vibrationen ungünstig beeinflussen. Daher haben die meisten Hubschrauber eine näherungsweise lineare Verwindung im Bereich von  $-8^\circ \leq \Theta_{tw} \leq -15^\circ$  und nur Lastenhubschrauber, die primär für Schwebeflug ausgelegt sind, weisen höhere Verwindungen bis  $-20^\circ$  auf. Zunehmend wird auch eine nichtlineare Verwindung mit großen Winkeln im Innenbereich und moderaten Winkeln im Außenbereich realisiert, um einen Kompromiss zwischen den Flugzuständen zu erreichen. Eine Verbesserung von  $FM$  um 0.04 ist beispielsweise mit einer Vergrößerung der linearen Verwindung von  $\Theta_{tw} = -8^\circ$  auf  $-18^\circ$  möglich, siehe Abb. 3.19.

### 6.2.6 Zuspitzung und Pfeilung

Mit Hilfe der Blattelemententheorie wurde bereits gezeigt, dass auch die Zuspitzung eine wichtige Rolle bei der Rotorleistung spielt (siehe Abb. 3.13). Bereits eine Zuspitzung beginnend bei  $r = 0.95$  bringt gute Ergebnisse zur Erhöhung von  $FM$  um etwa 0.02.

Auch die Blattspitzenform spielt eine wichtige Rolle in der Leistungsfähigkeit des Rotors. Die Pfeilung reduziert die Kompressibilitätseffekte an der Blattspitze, wo die höchsten Machzahlen auftreten. Daher sind sowohl lineare Pfeilungen im Außenbereich (letzte 5–10 % des Radius) als auch parabolische und damit knickfreie Spitzenformen realisiert. Eine Sonderform stellt die BERP Form (British Experimental Rotor Program, siehe Abb. 1.35) dar, die sogar eine Vergrößerung der Flächendichte an der Blattspitze aufweist und durch die einem Deltaflügel ähnliche Form sowohl im Hochgeschwindigkeitsbereich wie auch bei großen Anstellwinkeln Vorteile mit sich bringt. Diese Blattform ist auf der Westland Lynx wie auch dem EH 101 realisiert.



**Abb. 6.3** Entwurf eines leisen Rotorblattes (ERATO) des DLR und der ONERA (Profile aus der OA-Serie (OA = ONERA/Aérospatiale); gestrichelt: Dickenverteilung; durchgezogen: Verwindung)

Die Pfeilung der Blattspitze reduziert die Machzahl normal zur  $c/4$ -Linie als repräsentative Achse des Rotorblattes und vergrößert somit die möglichen Anströmmachzahlen, bevor Stoßeffekte auftreten, was in Analogie zur Pfeilung der Tragflügel von Flächenflugzeugen zu sehen ist. Andererseits kann eine Pfeilung früher zu Stalleffekten führen als das bei geraden Blättern der Fall ist, so dass damit in der Regel vorsichtig umgegangen wird.

Ein Beispiel zur Pfeilung ist in Abb. 6.3 aus dem DLR/ONERA Rotorprogramm ERA-TO gegeben [15]. Allerdings stehen größere Abweichungen der Geometrie vom geraden Balken immer im Verdacht, Probleme im aeroelastischen Bereich zu verursachen. Immerhin hat die Formgebung Lärmeinsparungen von ca. 4 dB im Sinkflug ergeben, wo die Blatt-Wirbelinteraktionen maximal sind. Außerdem wurde im Schnellflug ca. 10 % weniger Antriebsleistung als bei einem Vergleichsrotor mit geraden Blättern erzielt. Beides zusammen hat Airbus Helicopters (damals Eurocopter) veranlasst, dieses Konzept serienreif zu machen und die nächste Generation von Hubschraubern soll eine davon abgeleitete, mit *Blue Edge Blade* bezeichnete Form als Rotorblatt aufweisen. Der Prototyp der H160 von Airbus Helicopters als Nachfolger der Dauphin flog damit erstmalig im Juni 2015 und auch der Nachfolger der Super Puma soll solche Rotorblätter erhalten.

Im Gegensatz zum ERATO-Rotorblatt weist das *Blue Edge Blade* eine weitgehend konstante Profiltiefe mit starker Zuspitzung des Blattendes auf, neuere Untersuchungen von Airbus Helicopters nähern sich aber der Profiltiefenverteilung des ERATO-Blattes wieder an [16]. Zwar wird für optimale Schwebeflugleistungen eine nach innen hin zunehmende Profiltiefe gefordert (siehe *Der optimale Schwebeflugrotor* in Abschn. 3.4.5), jedoch ist das ein Ergebnis ohne den die Strömung blockierenden Rumpf darunter. Der Schnellflug mit bis zu 40 % rückwärtiger Anströmung auf der rücklaufenden Seite sowie stark wechselnden Anstellwinkeln aufgrund der Nähe zum Rumpf erfordert eher eine Reduzierung der Profiltiefe in den inneren Bereichen, um die Verluste dort gering zu halten.

Gleichzeitig ist eine geringe Profiltiefe sowie größere Pfeilung an der Blattspitze vorteilhaft, um am vorlaufenden Blatt die Kompressibilitätseffekte gering zu halten. Die daraus resultierende reduzierte Auftriebsfähigkeit innen und außen wird dann durch eine größere Profiltiefe im Bereich dazwischen, also etwa 50–80 % Radius, kompensiert. Der lange Entwicklungsweg vom ERATO Forschungsrotor zum Blue Edge Rotorblatt ist umfassend in [17] dargelegt.

Eine Doppelpfeilung wie beim ERATO und Blue Edge Rotorblatt führt aufgrund der großen Zentrifugalkräfte, die das Blatt zu strecken versuchen, zu entsprechend großen Biegemomenten in Schwenkrichtung, insbesondere an den Ecken. Um diese zu reduzieren, hat Airbus Helicopters einen zweiten Hauptholm eingeführt, der radial gerade durch das Blatt geht und mit dem der Vorderkante folgenden Hauptholm verbunden ist.

Auch die UH-60 weist eine Pfeilung im äußeren Bereich des Rotorblattes auf.

### 6.2.7 Profilauswahl

Der Auswahl der Profile kommt eine immer größere Bedeutung zu, wenn die Rotorleistung in allen Flugbereichen verbessert werden soll. Grundsätzlich hat man sowohl einen großen Mach- und Reynoldszahl- als auch Anstellwinkelbereich abzudecken (siehe Abb. 2.4), was immer gegensätzliche Forderungen mit sich bringt. Dennoch kann man die Anforderungen an die verschiedenen radialen Bereiche des Rotorblattes differenziert betrachten. So treten im inneren Bereich bis  $r = 0.5$  nur kleine bis mittlere Machzahlen ( $M < 0.6$ ), aber große Anstellwinkel bis hin zur rückwärtigen Anströmung mit Machzahlen bis  $M = 0.2$  auf. Hier besteht die Forderung nach Profilen mit sehr großem maximalen Auftriebsbeiwert bei gleichzeitig geringem Widerstand, also großem Gleitverhältnis, was in der Regel gewölbte und dickere Profile (ca.  $t/c = 0.15$ ,  $t$  vom engl. thickness) bedeutet. Dies kommt der Struktur zugute, da hier insbesondere bei gelenklosen und lagerlosen Rotoren auch größere Biegemomente als im Außenbereich auftreten und nach innen die Zugkräfte durch Zentrifugallasten zunehmen, so dass mit dicken Profilen auch größere Konstruktionsquerschnitte zur Verfügung stehen. Gleichzeitig besteht die Forderung nach gutmütigem Verhalten bei Strömungsablösung, das heißt nach geringen Spitzenwerten des aerodynamischen Momentes.

Im Bereich  $0.5 < r < 0.8$  liegen auf der vorlaufenden Seite immer höhere maximale Machzahlen ( $M \leq 0.77$ ), aber mit mäßigen Anstellwinkeln, vor. Auf der rücklaufenden Seite gilt für diesen radialen Bereich  $0 \leq M \leq 0.25$  bei mittleren bis hohen Anstellwinkeln, so dass hier mäßig gewölbte Profile mit etwa  $t/c = 0.12$  relativ Dicke Verwendung finden. Da die Kompressibilitätseffekte nach außen hin schnell zunehmen, nimmt hier auch die Unterschiedlichkeit der Anforderungen immer mehr zu. Der Außenbereich wird von transsonischen Effekten auf der vorlaufenden Seite dominiert, so dass im Bereich um  $r = 0.9$  Dicken von  $t/c = 0.09$  und bis zur Blattspitze noch dünnere Profile bis  $t/c = 0.07$  verwendet werden. Profile in diesem Einsatzbereich müssen auch bei diesen hohen Machzahlen noch geringen Widerstand haben. In Verbindung mit einer Pfeilung

erlaubt dies auch im Schnellflug höhere Blattspitzengeschwindigkeiten. Außerdem kann man mit einer Pfeilung ebenfalls die Ablösegebiete an der rücklaufenden Seite reduzieren.

Ein Beispiel für die Verwendung von vier bis fünf verschiedenen Profilen, Zusitzung, Verwindung und Pfeilung ist der BERP Rotor (siehe [3]) und auch der neuere H145 Rotor. Aus der Forschung von DLR und ONERA stammt der ERATO Rotor, der drei verschiedene Profile und großflächige Verteilung von Zusitzung sowie eine Kombination von Vor- und Rückpfeilung und eine teilweise nichtlineare Verwindung beinhaltet, siehe Abb. 6.3. Das primäre Ziel des ERATO Programms war zwar, den durch Blatt-Wirbel Interaktionen erzeugten Lärm zu reduzieren, die Windkanaltests zeigten aber aufgrund der Pfeilung auch erhebliche Leistungseinsparungen bis zu 10 % im Schnellflug im Vergleich zu einem Rechteckblatt mit parabolischer Pfeilung an der Blattspitze [15].

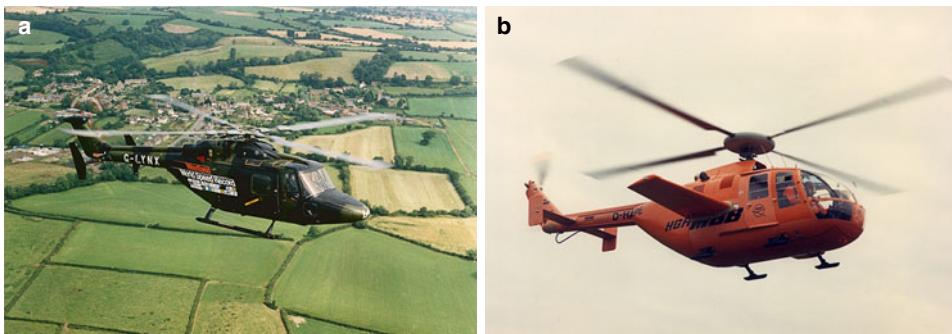
### 6.2.8 Blattspitze

Neben den bereits genannten Variablen kommt an der Blattspitze noch eine weitere hinzu, die die vertikale Verformung relativ zur Blattachse betrifft. Dies ist ähnlich zu einem Winglet, aber mit nur geringen Auslenkungswinkeln von ca. 10° nach unten. Der Haupteffekt ist eine Steigerung der Effizienz im Schwebeflug bei hohen Schubbelastungsgraden  $C_T/\sigma$  dadurch, dass der Außenbereich des Blattes den dann entstehenden großen Schlagwinkel kompensiert und dort eine normal zur Schubrichtung befindliche tragende Fläche darstellt (also die Rotorfläche geringfügig vergrößert) und außerdem den Blattspitzenwirbel relativ zum inneren Teil des Blattes etwas tiefer erzeugt als ein gerades Rotorblatt. Damit fällt auch die Induktion auf nachfolgende Blätter aufgrund des größeren Blatt-Wirbelabstandes etwas geringer aus. Allerdings sind dieser Modifikation der Blattspitze Grenzen gesetzt, da sie im Vorwärtsflug quer angeströmt wird und dies im Schnellflug zu Strömungsablösungen mit einhergehender Widerstandserhöhung und entsprechendem Leistungsanstieg führen kann.

---

## 6.3 Rumpfeinflüsse

Der Rumpf als größtes Bauteil eines Hubschraubers ist mit seinen aerodynamischen Eigenschaften ein wesentlicher Bestandteil einer Gesamtbetrachtung. Insbesondere seinem Widerstand kommt große Bedeutung zu, da dieser vom Hauptrotor durch Vorneigung des Schubes kompensiert werden muss. Da der Rumpf sich in unmittelbarer Nähe des Rotors, Leitwerkes und Heckrotors befindet, steht er mit allen anderen Komponenten in Wechselwirkung bzw. Interferenz. Im Schwebeflug wird er von oben angeströmt und blockiert den Rotorabwind, was zusätzliche Energie kostet. Im Schnellflug erzeugt er eine Verdrängungsströmung (siehe Abb. 3.29), die die Aerodynamik des Hauptrotors wesentlich mit beeinflusst und bei zu geringem Abstand vom Rotor dadurch große Vibrationen verursachen kann. Ein großer Rotorabstand vom Rumpf jedoch ist mit zusätzlichen Massen durch



**Abb. 6.4** Hochgeschwindigkeitshubschrauber. **a** WHL Lynx, **b** MBB Bo105 HGH  
(a ©AgustaWestland, b ©Airbus Helicopters)

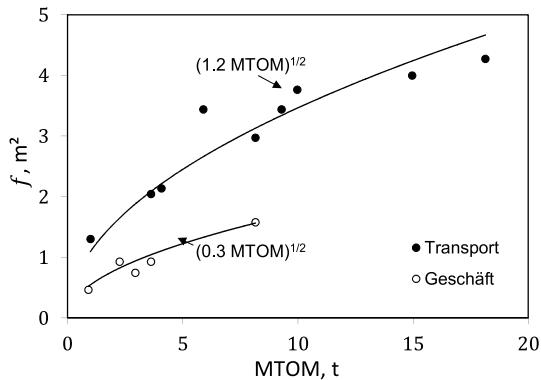
einen langen Rotormast verbunden, was die Steifigkeit der Rotor-Rumpf-Verbindung herabsetzen und auch die Aeroelastik wie Boden- und Luftresonanz ungünstig beeinflussen kann.

Auch im Seitwärtsflug darf der Rumpf nicht allzu großen Widerstand haben. Der Übergang in den Heckbereich und die Verkleidung des Rotormastes muss strömungsgünstig ausgelegt werden, um große Gebiete von Strömungsablösung und gegebenenfalls periodische Wirbelbildung zu vermeiden, die wiederum zu Schwingungsscheinungen (sog. tail shake, insbesondere im Reise- und Schnellflug) führen kann. Da die Leitwerke hinter dem Rumpf liegen, können diese auch in solche Gebiete turbulenter Strömung geraten und verlieren dann unter Umständen ihre dämpfende Wirkung in der Flugmechanik.

Wurde der Rumpfwiderstand noch bis in die 70er Jahre wenig beachtet, so war die Aufstellung der Geschwindigkeitsrekorde für Hubschrauber 1991 mit einer Eurocopter Dauphin Grande Vitesse, die  $372 \text{ km/h} = 103 \text{ m/s}$  erreichte, nur mit einem aerodynamisch ausgefeilten Rumpf, Rotorkopf- und Triebwerksverkleidungen, Einziehfahrwerk und Ausbau aller nicht benötigten Gerätschaften möglich. Den bis heute gültigen Geschwindigkeitsweltrekord für Hubschrauber hält jedoch die Westland Lynx seit 1986, die mit dem BERP Rotor  $401 \text{ km/h} = 112 \text{ m/s}$  im Horizontalflug erreichte, was etwa  $\mu = 0.5$  entspricht. Auch dafür war der Rumpf speziell modifiziert worden, um den schädlichen Widerstandsanteil so gering wie möglich zu halten. Auch eine Compound-Variante der Bo105 mit relativ großen Flügeln, die Bo105 HGH (= Hochgeschwindigkeitshubschrauber), erreichte extreme Geschwindigkeiten – allerdings nur im Sinkflug – mit sogar  $404 \text{ km/h}$  bereits im Jahre 1975, wobei die Blattspitzenmachzahl am vorlaufenden Blatt  $M = 0.97$  erreichte. Auch hier waren wesentliche Veränderungen am Rotorkopf und der Zelle zur strömungsgünstigen Formgebung gemacht worden, siehe Abb. 6.4.

Im operationellen Einsatz von Hubschraubern kommen jedoch oft Forderungen nach äußeren Anbauten, die den Widerstand erheblich vergrößern können und damit Auswirkungen auf die Leistungsfähigkeit des Gesamtgerätes haben. Ein Fahrwerk mit Rädern

**Abb. 6.5** Widerstandsflächen verschiedener Hubschraubertypen



erzeugt zum Beispiel mehr Widerstand als Kufen, kann aber als Einziehfahrwerk konstruiert werden. Die Summe der Einflüsse aller Komponenten lässt sich mit einfachen Mitteln meist nicht abschätzen. Daher kommen heutzutage komplexe Rechenverfahren wie CFD zum Einsatz, um die Rumpfpolaren zu berechnen. Oft werden auch Windkanalmessungen an Modellen durchgeführt, die alle Anbauten mit aufweisen.

Generell sind die größten Anteile am Rumpfwiderstand die Rumpfzelle selbst mit ca. 30 % und der Rotorkopf mit dem aus dem Rumpf herausragenden Rotormast, die zusammen einen etwa gleich großen Anteil von ebenfalls etwa bis zu 30 % am Rumpfwiderstand haben. Mit etwa 6 % sind jeweils die Triebwerksgondeln, das Fahrwerk und die Rotor/Rumpf Interferenz beteiligt, der Rest entfällt auf die weiteren Komponenten wie Leitwerk, Verkleidungen, Antennen und ähnliche Anbauten.

Typische Transporthubschrauber haben oft wegen ihrer relativ großen Rumpfquerschnitte und Anbauten auch eine große effektive Widerstandsfläche  $f$ , während Hubschrauber für den Geschäftsbereich relativ kleiner im Querschnitt ausfallen, weniger Anbauten aufweisen und damit eine geringere Widerstandsfläche haben. Als Beispiel einiger ausgeführter Hubschrauber sei auf Abb. 6.5 hingewiesen. Da Angaben zur effektiven Widerstandsfläche von Herstellern nicht veröffentlicht werden und auch schwer ermittelbar sind, ist die Datenbasis hier recht dünn.

Im Schwebeflug sind jegliche seitliche Anbauten quer im Abwind des Rotors und erzeugen damit eine erhebliche Zunahme des Rumpfwiderstandes und folglich auch eine Zunahme der erforderlichen Schwebeflugeistung, was insbesondere in großen Höhen die Schwebeflugfähigkeit begrenzen kann. Besonders ausgeprägt sind diese Blockageeffekte bei Compounds wie der Bo105 HGH (Abb. 6.4), Piasecki XH-49, Eurocopter X³ sowie Tiltrotorflugzeugen wie der V-22 oder BA609 (siehe z. B. Abb. 1.71), da im Schwebeflughzustand praktisch ein Viertel der Rotorkreisfläche vollständig vom darunter liegenden Flügel abgedeckt wird. Um diesen Nachteil zu kompensieren, haben deren Flügel sehr große Klappen (Abb. 1.24), die im Schwebeflug abgesenkt werden, um die projizierte Flügelfläche zu verkleinern. Das europäische Tiltrotorprojekt ERICA (Abb. 1.71) dreht

aus diesem Grund die im Rotorabwind befindlichen Außenflügel in die senkrechte Lage, was deutlich kleinere Rotoren ermöglicht. Daher kann dieses Vehikel auch im Flugzeugmodus starten und landen, was mit der V-22 oder BA609 nicht möglich ist.

---

## 6.4 Das Höhenleitwerk

Der primäre Zweck des Höhenleitwerkes ist die Dämpfung jeglicher Nickbewegung des Hubschraubers. Da der Rotor und auch der Rumpf destabilisierende Eigenschaften haben, braucht man in ausreichendem Abstand hinter dem Schwerpunkt eine Tragfläche, die einen jeder Nickbewegung entgegengerichteten Auftrieb liefert. Da das Höhenleitwerk nicht zur Steuerung des Hubschraubers dient, hat es in der Regel auch keine beweglichen Klappen.

Allerdings gestaltet sich die Dimensionierung des Höhenleitwerkes insofern schwierig, da es sowohl in den Nachlauf hinter dem Rotorkopf, als auch teilweise oder ganz in den Nachlauf von Ablösegebieten hinter dem Rumpf und obendrein in den Rotornachlauf gelangen kann. Im Schwebeflug beispielsweise wird das Höhenleitwerk meist nicht angeströmt und hat daher nur geringe Wirkung. Geht der Hubschrauber in den Vorwärtsflug über, gerät das Höhenleitwerk bei kleinen Fortschrittsgraden ( $\mu \approx 0.05\text{--}0.1$ ) recht plötzlich in den noch kräftigen Abwind des Hauptrotors und erzeugt ein stark aufnickendes Moment, das der Pilot aussteuern muss. Dies wird als schlechte Flugeigenschaft bewertet und mit *pitch-up* bezeichnet. Erst im Schnellflug sind die Strömungsverhältnisse am Höhenleitwerk weitgehend sauber, das heißt, das Leitwerk wird nicht mehr vom Rotorabwind beaufschlagt oder ist vollständig im inneren Bereich des Abstroms. Umgekehrt verliert das Leitwerk ebenso plötzlich seinen Abtrieb im Übergang vom Vorwärts- zum Schwebeflug, was als *pitch-down* wegen der folgenden Abnickbewegung des Hubschraubers bezeichnet wird. Da dieses Phänomen schwer vorhersagbar ist, sind oft noch im Prototypenstadium während der Flugerprobung Änderungen des Designs nötig, um akzeptable Flugeigenschaften zu erhalten.

Oft wird die optimale Größe und Position des Höhenleitwerkes erst im Flugversuch am Prototypen festgelegt, wobei Modifikationen daran meist mit hohen Kosten verbunden sind (Beispiel AH-64: fünf Modifikationen!). Windkanalmessungen des DLR mit einem skalierten Modell eines NH90 (Abb. 1.40) haben jedoch zum Beispiel gezeigt, dass diese Effekte sehr gut zu vermessen und in kurzer Zeit viele Modifikationen erprobbar sind. Die im Windkanal gefundene optimale Position des Höhenleitwerkes und seine Größe mussten im Flugversuch nicht mehr geändert werden.

Generell kann man drei Höhenleitwerkspositionen definieren. Die vordere, auch im Schwebeflug im Rotorabwind befindliche Lage hat den Vorteil, nicht das *pitch-up* Phänomen aufzuweisen, da sich das Höhenleitwerk immer im Abstrom des Rotors befindet. Diese Position wird oft von Bell angewendet (siehe Abb. 1.23). Der Nachteil ist der kurze Hebelarm zum Schwerpunkt und damit die notwendige größere Fläche (zur Stabilisierung

der Nickbewegung), die jedoch wieder mehr Gewicht nach sich zieht. Außerdem leidet die Schwebeflugleistung des Hubschraubers etwas durch die Blockage des Abwindes.

Die hintere Position am Ende des Leitwerksträgers unter dem Heckrotor beeinträchtigt zwar nicht die Schwebeflugleistung, leidet aber unter dem genannten *pitch-up* und *pitch-down* Phänomenen. Zwar kann die Fläche klein gehalten werden, da der Hebelarm zum Schwerpunkt groß ist, aber im Schnellflug kann die Leitwerkswirkung durch den Rotorkopfnachlauf teilweise reduziert werden.

Die dritte Möglichkeit besteht darin, das Höhenleitwerk am oberen Ende des Seitenleitwerkes zu positionieren. Dort ist es in der Regel in allen Flugzuständen oberhalb der Rotorebene und gerät fast nie direkt in den Rotorabwind (außer bei Autorotation oder steilen Landeanflügen). Allerdings wird dadurch die Konstruktion des Seitenleitwerkes schwerer, da es zusätzlich zu den Heckrotorlasten auch noch die des Höhenleitwerkes aufnehmen muss. Auch ist die Wahrscheinlichkeit von Zellschwingungen größer, da durch die verwinkelte Konstruktion Rumpf/Seitenleitwerk/Höhenleitwerk ein recht elastisches schwingungsfähiges System erzeugt wird. Da bei dieser Position in der Regel auf einer Seite der Heckrotor im Wege ist, wird das Höhenleitwerk in solchen Fällen auch nur auf einer Seite ausgeführt, was eine gewisse Asymmetrie der Lasten erzeugt. Sikorsky verwendet dieses Prinzip des öfteren (siehe Abb. 1.20).

Um einigen der Problematiken zu begegnen, sind die Höhenleitwerke gelegentlich an die Steuerung und Fluggeschwindigkeit gekoppelt und ihre Anstellwinkel werden von einem Regler entsprechend nachgeführt. Als Beispiel sei die AH-64 (Abb. 1.25) und die S-70 (= UH-60) genannt (Abb. 1.21).

Die meisten Höhenleitwerke haben negative Wölbung, da sie in der Regel Abtrieb erzeugen sollen. Dadurch wird im Schnellflug der Anstellwinkel des Rumpfes nicht allzu negativ, so dass er möglichst strömungsgünstig wenig Widerstand erzeugt.

Die H160 von Airbus Helicopters hat das Höhenleitwerk in Form eines Doppeldeckers ausgebildet, der an den Seiten geschlossen ist. Dies ermöglicht eine kleinere Stirnfläche (von oben gesehen), die im Schwebeflug weniger stört als ein großes Höhenleitwerk und damit die Schwebeflugleistung weniger mindert. Die geschlossenen Seiten wirken wie Endscheiben und erhöhen die Wirksamkeit, tragen außerdem noch etwas zur Seitenstabilität bei.

---

## 6.5 Das Seitenleitwerk

In Analogie zum Höhenleitwerk hat auch das Seitenleitwerk die Aufgabe, Dämpfung in die Bewegungen um die Hochachse zu bringen. Außerdem entlastet es den Heckrotor darin, das Antriebsdrehmoment des Hauptrotors insbesondere im Schnellflug auszugleichen. Auch im Fall einer Autorotation ohne Heckrotor (z. B. durch Bruch der Heckrotorwelle) liefert es die notwendige Richtungsstabilität zum kontrollierten Fliegen, solange sich der Hubschrauber mit ausreichender Geschwindigkeit bewegt. In der Regel werden auch beim Seitenleitwerk gewölbte Profile verwendet, um deren Seitenkraft in die hauptsächlich ge-

brauchte Richtung zu erhöhen. Da der Heckrotor in der Regel an der Seite des Leitwerkes befestigt ist, schattet es den Strömungseinlauf des Heckrotors teilweise ab, was zu Einbußen bei der Heckrotorleistung führt.

Außerdem befindet sich das Seitenleitwerk meist im Nachlauf des Rotorkopfes und ist entsprechenden Turbulenzen ausgesetzt; insbesondere im Reise- und Schnellflug kann es zu starken Schüttelerscheinungen kommen, die allgemein als *tail-shake* bezeichnet werden. Dadurch wird die Lebensdauer von Leitwerk und Zelle durch hohe Strukturbelastung verkürzt beziehungsweise bestimmte Flugzustände sind zu vermeiden. Auch die Größe des Seitenleitwerkes ist ein schwer zu optimierender Parameter, der von vielen Interaktionen mit anderen Komponenten des Hubschraubers abhängt. Dieses Phänomen ist noch schwieriger als das pitch-up zu simulieren, da dazu sowohl die Rotorkopfturbulenz als auch die am Leitwerk dadurch entstehenden dynamischen Luftkräfte und die beteiligte Dynamik des elastischen Rumpfes modelliert sein müssen.

---

## 6.6 Der Heckrotor

### 6.6.1 Konventioneller Heckrotor

Ein Heckrotor wird über die Pedalen des Piloten gesteuert und wird nur dann benötigt, wenn es ein Moment um die Hochachse des Hubschraubers auszugleichen oder zusätzlich einzubringen gilt. Bei Tandemhubschraubern, Hubschraubern mit seitlich angeordneten Hauptrotoren, Koaxialrotoren, Tiltrotoren oder Rotoren mit Blattspitzenantrieb ist dies nicht der Fall. Die meisten Hubschrauber haben jedoch nur einen über den Rotormast angetriebenen Hauptrotor und benötigen daher einen Drehmomentenausgleich. Der zweite Grund für einen Heckrotor ist, dass er erhebliche Dämpfung in Bewegungen um die Hochachse bringt und damit – zusätzlich zum Seitenleitwerk – wesentlich zur Stabilität der Seitenbewegung beiträgt. Meist ist er am oberen Ende des Seitenleitwerkes angeordnet. Ein weiterer Zweck des Heckrotors ist die Steuerung der Flugrichtung des Hubschraubers um seine Hochachse. Da jegliche Änderung des Flugzustandes mit einer Änderung der Hauptrotorleistung und damit des Antriebsmomentes einhergeht, muss der Heckrotorschub kontinuierlich dem Flugzustand angepasst werden, was teilweise auch von einem Flugregler übernommen wird. Auch der Einsatz des Heckrotors zur Stabilisierung der Seitenbewegung erfolgt oft über einen Regler wie das SAS (engl. Stability Augmentation System).

In der Regel ist der Heckrotor derart am Seitenleitwerk angeordnet, dass sein Einlauf vom Seitenleitwerk beeinflusst wird, nicht aber sein Abstrom, da dies insgesamt weniger Verluste erzeugt als umgekehrt. Das Strömungsfeld, in dem der Heckrotor arbeitet, ist generell in mehrfacher Hinsicht gestört. Durch die bauliche Anordnung schattet das Seitenleitwerk einen Teil der Heckrotorebene ab, so dass der Strömungseinlauf dort behindert wird. Dies lässt sich durch ein in seitlicher Richtung schräg stehendes Seitenleitwerk etwas vermindern. Zwischen Heckrotor und Hauptrotor ist in der Regel nur wenig Abstand,

so dass – außer im Schwebeflug und senkrechten Steigflug – der Heckrotor teilweise im Abstrom des Hauptrotors arbeiten muss. Auch erreicht der turbulente Nachlauf des Rotorkopfes den Heckrotor.

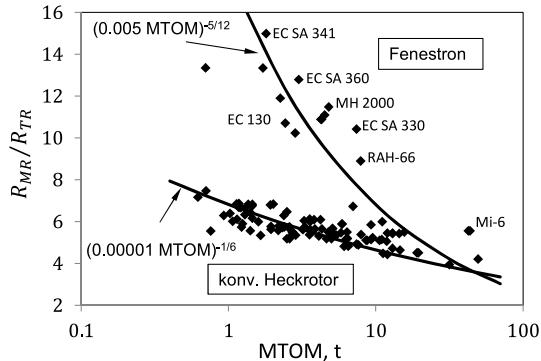
Die Position eines frei drehenden Heckrotors ist in der Regel am oberen Ende des Seitenleitwerkes, was zwar höhere Vibrationen mit sich bringt, sein Schub aber in der Rotorebene wirkt. Jede tiefere Position erzeugt damit auch ein Rollmoment um den Rotorkopf und damit größere Verkoppelungen in der Flugmechanik. Außerdem hat der oben liegende Heckrotor den Vorteil, eine geringere Gefährdung für Bodenpersonal zu sein sowie im Abfangmanöver in Bodennähe keine Grundberührungen haben zu können. Gelegentlich wird der Heckrotor auch schräg eingebaut, so dass er neben einer Kraft in Querrichtung auch eine vertikale Kraft erzeugt. Diese Konfiguration erfordert entweder, das Seitenleitwerk auf der Abstromseite des Heckrotors zu positionieren (Bsp. UH-60), oder ein ebenfalls schräg stehendes Seitenleitwerk.

Bei Drehungen um die Hochachse des Hubschraubers im Schwebeflug arbeitet der Heckrotor in einem Strömungsfeld, das – je nach Drehrichtung – für ihn entweder (aus rein aerodynamischer Sicht) einen Steig- oder Sinkflug bedeutet; gegebenenfalls mit den Effekten eines Wirbelringstadiums, welches sogar bis zum Kontrollverlust führen kann. Wegen der verschiedenen geforderten Drehrichtungen des Hubschraubers um seine Hochachse muss ein Heckrotorschub in beide Richtungen erzeugt werden können. Damit ist die Abschattung des Heckrotoreinlaufs durch das Seitenleitwerk in einer Drehrichtung verbunden, oder die Blockage des Abstroms in der anderen. Wird mit einem größeren Schiebewinkel geflogen, kann der Hauptrotornachlauf aus dem Saugbereich des Heckrotors heraus und später wieder hinein gelangen. Beides verändert die Reaktion des Heckrotors hinsichtlich seiner Schuberzeugung und hat damit abrupte Giermomente für den Hubschrauber zur Folge, die der Pilot wieder aussteuern muss.

Da der Heckrotor im Gegensatz zum Hauptrotor in beide Richtungen Schub erzeugen können muss, ist seine Auslegung dahingehend schwieriger, denn eine Verwindung ist nur in einer Schubrichtung günstig und entsprechend ungünstiger in der anderen. Auch die Profilierung muss entsprechend ausgewählt werden, da Hochauftriebsprofile bei negativen Anstellwinkeln viel früher in Strömungsabriss gelangen als weniger gewölbte Profile.

Die Größe des Heckrotors hängt von der Größe des Gegendrehmomentes  $Q$  des Hauptrotors, dieses von der Leistung und der Rotordrehzahl des Hubschraubers ( $Q = P/\Omega$ ) ab. Der erforderliche Heckrotorschub berechnet sich dann aus dessen Abstand von der Hauptrotorachse zu  $T_{TR} = Q/x_{TR}$ . Der Abstand des Heckrotors vom Hauptrotor skaliert mit dem Radius desselben, die Hauptrotordrehfrequenz wegen der von der Größe eines Hubschraubers unabhängigen Blattspitzengeschwindigkeit invers zur Größe ( $\Omega R = \text{const.} \Rightarrow \Omega = \text{const.}/R$ ). Die Hauptrotorleistung skaliert proportional zu  $W^{3/2}$  (siehe Gl. 2.17) und damit auch der Heckrotorschub. Der Radius des Hauptrotors skalierte im Wesentlichen mit  $W^{1/3}$ , siehe Abb. 6.1. Die Flächenbelastung  $T_{TR}/A_{TR}$  des Heckrotors sollte wiederum unabhängig von der Größe des Hubschraubers sein, um die beste Effizienz des Heckrotors zu erhalten. Folglich muss die Kreisfläche wie der Heckrotorschub skalieren, bzw. dessen

**Abb. 6.6** Verhältnis von Haupt- zu Heckrotorgröße



Radius mit der Wurzel davon.

$$T_{TR} = \frac{P_{MR}}{\Omega_{MR} x_{TR}} \quad (6.4)$$

mit  $P \sim W^{3/2}$ ;  $x_{TR} \sim R_{MR} \sim W^{1/3}$  und  $\Omega_{MR} \sim 1/R_{MR} \sim 1/W^{1/3}$  folgt

$$T_{TR} \sim W^{3/2} \quad \Rightarrow R_{TR} \sim T_{TR}^{1/2} \sim W^{3/4} \quad \Rightarrow \frac{R_{MR}}{R_{TR}} \sim \frac{W^{1/3}}{W^{3/4}} \sim \frac{1}{W^{5/12}} \quad (6.5)$$

Dieses Verhältnis ist in Abb. 6.6 für Hubschrauber verschiedener Größe aufgetragen. Wie man erkennt, ist die Skalierung mit  $1/W^{5/12}$  für die relativ kleinen Fenestrone, aber nicht für konventionelle Heckrotoren zutreffend, die Proportionalität zu  $1/W^{1/6}$  erscheint wesentlich zutreffender. Ausgehend von der Überlegung, dass Kräfte mit  $R^2$  und Momente mit  $R^3$  skalieren, folgt  $T_{TR} \sim Q \sim R^3 \sim W$  und folglich  $R_{TR} \sim T_{TR}^{1/2} \sim W^{1/2}$ . Damit erhält man

$$\frac{R_{MR}}{R_{TR}} \sim \frac{W^{1/3}}{W^{1/2}} \sim \frac{1}{W^{1/6}} \quad (6.6)$$

was den Daten in Abb. 6.6 für konventionelle Heckrotoren auch entspricht.

Gelegentlich wird die Heckrotorachse auch mit Einbauwinkeln versehen, so dass ein Teil des Schubes in Richtung des Hauptrotorschubes zeigt. Meist stellt die Heckrotorleistung aber einen reinen Verlust von ca 10 % der Gesamtleistung dar. Heckrotoren weisen in der Regel nur eine kollektive Blattverstellung auf. Um exzessive Schlagbewegungen zu vermeiden, wird dann meist ein Rotorkopf mit Wippe und schräg liegender Schlagachse gewählt, um mit Hilfe des  $\Delta_3$ -Effektes eine Rücksteuerung einzubauen, die einem Schlagwinkel entgegenwirkt, siehe Abb. 4.10.

## 6.6.2 Alternative Konstruktionen

Um die Nachteile der Interaktion mit dem Seitenleitwerk durch Strömungsabschattung zu umgehen, wird insbesondere bei kleinen und mittleren Hubschraubern auch der Fenestron als in das Seitenleitwerk integrierter ummantelter Heckrotor verwendet, siehe Abb. 1.64. Dieser hat auch den Vorteil, dass sich keine frei drehenden Teile im Außenbereich des Hecks befinden und daher die Gefährdung von Personal in der Umgebung des Hecks viel geringer ist. Auch ist eine Beschädigung des Heckrotors bei Berührung des Hecks mit dem Boden viel unwahrscheinlicher als beim konventionellen Heckrotor. Nachteilig wirkt sich die Auslegung für Schubüberzeugung in vornehmlich eine Richtung aus (die Rotor-Stator Anordnung ist für umgekehrte Schubüberzeugung ungünstig) und die hohe Drehzahl wegen des kleineren Durchmessers und höherer Strahlgeschwindigkeit, die oft mit höherer Lärmerzeugung einhergeht.

Ein weiteres Konzept stellt der NOTAR (NO TAil Rotor) dar (siehe auch Abb. 1.26 und Abb. 1.64 für das Prinzip). Hier sind zwei Effekte gleichzeitig miteinander kombiniert worden. Einerseits kommt eine Zirkulationskontrolle derart in Ansatz, dass die vom Hauptrotor kommende vertikale Umströmung des Heckauslegers durch eine geregelte Ausblasung so umgelenkt wird, dass mit Hilfe des Coanda-Effektes eine Seitenkraft entsteht (im Prinzip dasselbe wie bei dem Flettner'schen Rotorschiff [18], nur dass dort die Säulen rotierten anstatt dass eine Ausblasung erfolgt). Zusätzlich befindet sich am Ende des Heckauslegers eine Düse, aus der komprimierte Luft ausgeblasen werden kann. Diese wird benutzt, um eine höhere Gesamtquerkraft zu erhalten und die Trägheit der Zirkulationskontrolle mittels Ausblasung zu überbrücken. Vorteile dieses Systems sind eine nochmalige reduzierte Gefährdung des Bodenpersonals, da hier keine offenen drehenden Teile mehr involviert sind, und eine weiterhin reduzierte Lärmemission. Auch arbeitet das System sehr schadenstolerant, während ein konventioneller Heckrotor selbst bei geringen Beschädigungen wegen der dann entstehenden Unwuchten meist zur Notlandung zwingt. Bei größeren Schäden führt das meist zum Totalverlust des Heckrotors und gegebenenfalls zum Verlust des Hubschraubers, wenn kein Übergang in die Autorotation mehr erfolgen kann.

---

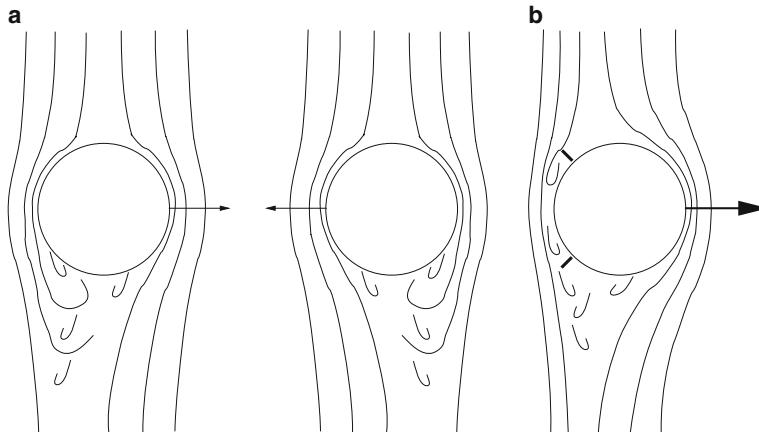
## 6.7 Spoiler – Nutzen aus Strömungsablösung

Spoiler sind senkrecht aus umströmten Oberflächen herausragende Platten, die eine Strömungsablösung an ihrem Ende erzwingen. Aus aerodynamischer Sicht ist es zwar meist erstrebenswert, möglichst glatte, die Strömung nicht behindernde Oberflächen zu haben. Dies sichert bei einem Flügel minimalen Widerstand und ein großes Gleitverhältnis und beim Rumpf einen minimalen Widerstand. Es kann jedoch durchaus von Nutzen sein, mit Spoilern zu arbeiten, um durch gezielt erzwungene Strömungsablösung Leistung und Dynamik des Gesamthubschraubers vorteilhaft zu beeinflussen. Die Anwendung ist vielfältig und daher wird hier nur auf einige Beispiele eingegangen.

### 6.7.1 Rumpfspoiler

Ein gutes Beispiel für Spoiler am Rumpf ist die Bo105. Diese hat eine fast halbkugelförmige Heckpartie, siehe Abb. 1.39b. Es fällt auf, dass um diese Heckpartie kurz hinter der Verjüngung des Rumpfes ein breiter Spoiler herumgezogen ist, an dem die Strömung abfließt. Ursprünglich war dies nicht vorgesehen, eine solche halbkugelförmige Heckpartie führt jedoch zu wechselseitig pulsierenden Strömungsablösungen ähnlich einer von Karmanschen Wirbelstraße hinter zylindrischen Körpern. Dies erzeugt wechselnde aerodynamische Giermomente am Rumpf, der mit entsprechenden Gierschwingungen darauf antwortet, was sich für den Piloten – und die Passagiere – nicht nur unangenehm anfühlt, sondern auch die Arbeitsbelastung der Piloten erhöht. Durch Anbringung des Spoilers konnte die Strömungsablösung fixiert werden, was diese Wechselmomente eliminiert.

Ein weiteres Beispiel sind gelegentlich am Heckausleger in Längsrichtung angebrachte Spoiler (auch Strake genannt) wie zum Beispiel bei einigen Hubschraubern von Leonardo, siehe Abb. 1.37. Diese befinden sich nur auf der rücklaufenden Seite des Rotors (die Seite hängt also vom Drehsinn des Hauptrotors ab) zugewandten Fläche des Heckauslegers. Da der Rumpf im Vorwärtsflug weitgehend horizontal ausgerichtet ist, stört der Spoiler die Strömung nicht weiter; er ist vorwiegend im Schwebeflug und im Langsamflug wirksam und von Nutzen. Dann dominiert der vom Rotor induzierte Abwind und der Heckausleger wird von oben angeströmt. Ein reiner Kreiszylinderquerschnitt des Heckauslegers kann dann eine von Karmansche Wirbelstraße mit periodischen Ablösungen und ebenso periodischen Querkräften erzeugen, Abb. 6.7a. Mit einem oder zwei Spoilern wie in Abb. 6.7b wird die Ablösung fixiert und effektiv eine Art Wölbung in den Querschnitt eingebracht.

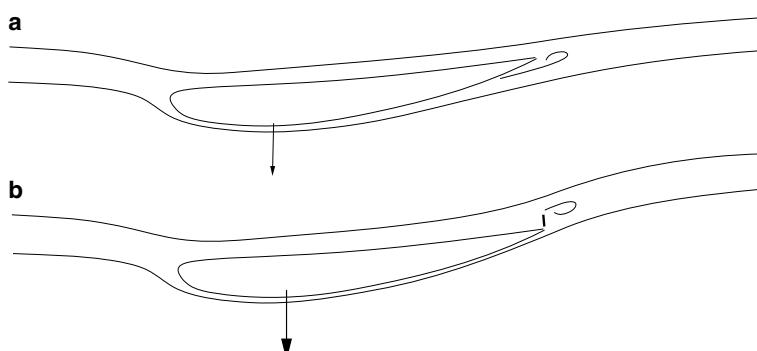


**Abb. 6.7** Wirkungsweise von Spoilern am Heckausleger. **a** Zylinderquerschnitt: periodische Querkräfte; **b** mit Spoiler: stationäre Querkraft

Die einseitige Ablösung erzeugt eine asymmetrische Umströmung des im Querschnitt etwa kreisförmigen Heckauslegers und hat eine ähnliche Wirkung wie ein rotierender Kreiszylinder in Queranströmung. Der dort als Magnus-Effekt bezeichnete Vorgang erzeugt hier eine umfassendere Umströmung der dem Spoiler gegenüberliegenden Seite, mithin einen Unterdruck auf derselben, während andere die Seite mit dem Spoiler den Umgebungsdruck aufweist. Das Produkt aus Druckdifferenz und Heckauslegerfläche ergibt nicht nur eine relativ stationäre größere Querkraft, sondern mit dem Hebelarm zum Schwerpunkt unter dem Rotorzentrum einen ansehnlichen Beitrag zum Drehmomenten- ausgleich. Da die Rotorleistung und damit dessen Drehmoment besonders im Schwebeflug und Langsamflug sehr groß sind, kann man damit den Heckrotor von Schub entlasten – und diesen etwas kleiner bauen als ohne Nutzung dieses Effektes.

### 6.7.2 Leitwerksspoiler

Am Höhenleitwerk findet man oft Spoiler an der Hinterkante. Das Höhenleitwerk muss insbesondere im Vorwärtsflug Abtrieb erzeugen, so dass dort oft stark negativ gewölbte Profile zum Einsatz kommen, deren Saugseite sich unten befindet. An der Hinterkante befindet sich dann meist noch ein senkrecht nach oben stehendes Blech geringer Höhe, ein sogenanntes Gurney Flap, siehe Abb. 6.8. Dieses erzeugt ein Strömungsbeeinflussung an der Hinterkante derart, dass sich der Unterdruck auf der Saugseite bis zu Hinterkante erhält und gleichzeitig auf der Oberseite eine Druckzunahme durch Blockagewirkung des Spoilers ergibt, insgesamt also ein größerer Maximalabtrieb des Höhenleitwerks erreicht wird. Dies ermöglicht etwas kleinere Höhenleitwerke einzusetzen. Alternativ, manchmal zusätzlich, werden Endscheiben am Höhenleitwerk eingesetzt, um die Umströmung der freien Enden zu verhindern, damit die Strömung zweidimensionaler zu gestalten und die Auftriebsverluste am Leitwerksende folglich geringer zu halten.



**Abb. 6.8** Wirkungsweise von Spoilern am Höhenleitwerk. **a** Reines Profil; **b** Profil mit Gurney Flap

## 6.8 Überwindung der Grenzen von Hubschraubern

Die Forderung nach Hochgeschwindigkeit hat zunächst der Konstruktion des Kipprotorflugzeugs zum Durchbruch verholfen (z. B. V-22 Osprey, BA609 oder ERICA, siehe Abb. 1.24 und Abb. 1.71). Dies beinhaltet den Kompromiss sowohl des Rotordurchmessers als auch der Betriebsdrehzahl (Hubschraubermodus: großer Radius und mäßige Verwindung erforderlich; Schnellflug mit nach vorne gekippten Rotoren: kleiner Radius, geringere Drehzahl, große Verwindung nötig). Im Wesentlichen handelt es sich hierbei um ein Flugzeug mit Hubschrauberfähigkeiten.

Alternativ dazu wurden von Sikorsky (X2, siehe Abb. 1.67) und Eurocopter ( $X^3$ , siehe Abb. 1.69) Hubschrauber für Hochgeschwindigkeit konstruiert, deren Rotor von Vortrieb (X2) und auch teilweise von Auftrieb ( $X^3$ ) entlastet wird. In beiden Fällen wird die Rotordrehzahl um etwa 20 % derart reduziert, dass am vorlaufenden Blatt die Machzahl von  $M = 0.9$  nicht überschritten wird, was dann allerdings zu sehr großen Fortschrittsgraden führt (etwa  $\mu = 0.7$  bis 0.75 bei maximaler Fluggeschwindigkeit). Der Auftriebsverlust an der rücklaufenden Seite wird bei der X2 durch den Koaxialrotor bewusst in Kauf genommen, da sich beide Rotoren darin kompensieren und somit die Auftriebsfähigkeit der vorlaufenden Seite genutzt werden kann.

Bei der  $X^3$  wird dieser Verlust durch Entlastung des Rotors kompensiert, denn im Schnellflug übernehmen die Stummelflügel einen erheblichen Teil des Auftriebs. Die  $X^3$  basiert auf der EC155, hat ein Gewicht von etwa 4 t und einen Rotorradius von 6 m. Nimmt man eine Flughöhe an, in der die Luftdichte  $1 \text{ kg/m}^3$  beträgt und schätzt die Flügelfläche mit einer Spannweite des Radius sowie einer Flügeltiefe von  $R/5$  ab, so folgt unter Annahme eines Auftriebsbeiwertes des Gesamtflügels von  $C_L = 0.27$

$$L = \frac{\rho}{2} V^2 R \frac{R}{5} C_L \approx 16\,500 \text{ N} \quad (6.7)$$

Somit tragen die Flügel bereits etwa 40 % des Hubschraubergewichts. Der Rotor wird – wie bei der X2 – in der Drehzahl reduziert, so dass das vorlaufende Blatt eine maximale Machzahl von 0.9 nicht überschreitet. Die Flugmachzahl bei Höchstgeschwindigkeit von 472 km/h = 131.1 m/s beträgt  $M_\infty = 0.385$ . Damit folgt

$$M_{\max} = M_{\text{tip}} + M_\infty \quad \Rightarrow \quad M_{\text{tip}} = 0.515 \quad (6.8)$$

Da die übliche Blattspitzenmachzahl  $M_{\text{tip}} = 0.64$  beträgt, stellt dies eine Reduktion der Drehzahl um etwa 20 % dar. Der Fortschrittsgrad beträgt damit  $\mu = M_\infty / M_{\text{tip}} = 0.75$ . In jedem Fall ist die Konstruktion aufwändiger als bei einem konventionellen Hubschrauber und erfordert erheblich größere Antriebsleistungen, denn der (relativ kleine) Druckpropeller der X2 bzw. die beiden relativ großen seitlich angebrachten Zugpropeller der  $X^3$  müssen den Vortrieb erbringen, den sonst der Rotor erzeugt, und außerdem den hohen Widerstand des Hauptrotors bzw. Koaxialrotors überwinden. In jedem Fall hat dies Auswirkungen auf die Nutzlast und den Treibstoffverbrauch, wobei der Entwurf der  $X^3$  wegen

der größeren Effizienz der Propeller vermutlich von Vorteil ist. Die derzeit erreichten Geschwindigkeiten beider Konzepte liegen nah beieinander: 467 km/h der X2 und 472 km/h der X<sup>3</sup>.

Während Sikorsky sich – aufbauend auf den Erfahrungen mit der X2 – an die Entwicklung eines Hubschraubers mit diesem Konzept macht (*Raider*), hat Eurocopter mit seiner großen Demonstrationstour durch die USA 2012 das Interesse potentieller Kunden zunächst ermittelt. Ob daraus ein neues Produkt wird, steht noch dahin.

---

## 6.9 Übungen zu Kapitel 6

1. Welche hauptsächlichen Anforderungen werden an den Rumpf eines Hubschraubers gestellt?
  2. Welche hauptsächlichen Anforderungen werden an das Blattprofil eines Hubschrauberrotors gestellt?
- 

## Literatur

1. J.G. Leishman, *The Helicopter. Thinking forward, Looking Back*, College Park Press, College Park, 2007
2. W. Bittner, *Flugmechanik der Hubschrauber*, Springer Verlag, 2001
3. J. Seddon, S. Newman, *Basic Helicopter Aerodynamics*, ISBN 0930403673, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 1990
4. J.S. Davis, H. Rosenstein, K.A. Stanzione, J.S. Wisniewski, *User's Manual for HESCOMP, The Helicopter Sizing and Performance Computer Program*, NADC-76265-60, Naval Air Development Center, 1979
5. A.H. Schoen, H. Rosenstein, K.A. Stanzione, J.S. Wisniewski, *User's Manual for VASCOMP, The V/STOL Aircraft Sizing and Performance Computer Program*, Boeing Vertol Company, 1980
6. J.S. Davis, *Predesign Study for a Modern 4-Bladed Rotor for the RSRA*, NASA CR-166155, 1981
7. W.A. Crossley, D.H. Laananen, *Conceptual Design of Helicopters via Genetic Algorithms*, Journal of Aircraft, Vol. 33, No. 6, pp. 1062–1070, 1996
8. R. Celi, *Recent Applications of Design Optimization to Rotorcraft – A Survey*, Journal of Aircraft, Vol. 36, No. 1, pp. 176–189, 1999
9. E.M. Hollmann, M. Hollmann, *Modern Helicopter Design*, ISBN 1893639134, Aircraft Design, Monterey, CA, 2001
10. O. Rand, V. Khromov, *Helicopter Sizing by Statistics*, 58th Annual Forum of the American Helicopter Society, Montreal, Canada, 2002
11. M.N. Tishchenko, V.T. Nagaraj, I. Chopra, *Preliminary Design of Transport Helicopters*, Journal of the American Helicopter Society, Vol. 48, No. 2, pp. 71–79, 2003
12. A. Khalid, D.P. Schrage, *Helicopter Design Cost Minimization using Multidisciplinary Design Optimization*, 63rd Annual Forum of the American Helicopter Society, Virginia Beach, VA, 2007

13. W. Johnson, J.D. Sinsay, *Rotorcraft Conceptual Design Environment*, 2nd International Forum on Rotorcraft Multidisciplinary Technology, Seoul, Korea, 2009
14. S.A. Orr, R.P. Narducci, *Framework for Multidisciplinary Analysis, Design, and Optimization With High-Fidelity Analysis Tools*, NASA/CR-2009-215563, 2009
15. W.R. Spllettstößer, B.G. van der Wall, B. Junker, K.-J. Schultz, P. Beaumier, Y. Delrieux, P. Leconte, P. Crozier, *The ERATO Programme: Wind Tunnel Results and Proof of Design for an Aeroacoustically Optimized Rotor*, 25th European Rotorcraft Forum, Rom, 1999
16. D. Alfano, P. Cranga, V. Gareton, F. Guntzer, J.-F. Hirsch, *The Blue Edge™ Blade Continuation*, Vertical Flight Society's 75th Annual Forum & Technology Display, Philadelphia, PA, 2019
17. B.G. van der Wall, C. Keßler, Y. Delrieux, P. Beaumier, M. Gervais, J.-F. Hirsch, K. Pengel, P. Crozier, *From Aeroacoustics Basic Research to a Modern Low Noise Rotor Blade*, Journal of the American Helicopter Society, Vol. 62, No. 4, pp. 1–16, 2017
18. Anton Flettner, *Mein Weg zum Rotor*, Koehler & Amelang, Leipzig, 1926



# Fachbegriffe, Tabellen und ergänzendes Material

7

## 7.1 Englische Fachbegriffe

Deutsch	Englisch
Abstromwinkel	wake skew angle
aerodynamische Interferenz	aerodynamic interaction, interference
Aktuator-, Impuls-, Wirkscheibe	actuator disk
Anstellwinkel	angle of attack, incidence angle
Antriebsdrehmoment	torque
Anzahl der Rotorblätter	number of blades
äquivalente Profiltiefe	equivalent chord
Auftrieb	lift
Auftriebsanstieg	lift curve slope
axialer Fortschrittsgrad	axial advance ratio
Blattelemententheorie	blade element theory (BET)
Blattmasse	blade mass
Blattspitzenabminderungsfaktor	tip loss factor
Blattspitzenebene	tip path plane (TPP)
Blattspitzen-, Umfangsgeschwindigkeit	blade tip speed
Blatt-Wirbel Interaktionslärm	blade-vortex interaction noise (BVI)
CFD-Verfahren	computational fluid dynamics
Dämpfung	damping
Durchflussgrad	inflow ratio
Einstellwinkel, Steuerwinkel	pitch angle
Einstellwinkelebene	no feathering plane (NFP)
Einströmwinkel	inflow angle
Energieerhaltung	energy conservation
Federkraft	spring force

Deutsch	Englisch
flacher Sinkflug	dive
Flächenbelastung	disk loading
Flächendichte	solidity
Flugschrauber	thrust compound
Flugeinsatzbereich	flight envelope
Fortschrittsgrad	advance ratio
gelenkiges Rotorsystem	articulated rotor
gelenkloses Rotorsystem	hingeless rotor
Gelenksabstand	hinge offset
Gleitverhältnis	lift/drag ratio
Gravitation	gravity
Großausführung	full scale
Heckrotor	tail rotor
Höhenleitwerk	horizontal stabilizer
Horizontalflug	level flight
ideale Verwindung	ideal twist
Impulserhaltung	momentum conservation
induzierte Geschwindigkeit	induced velocity
induzierte Leistung	induced power
induzierter Durchflussgrad	induced inflow ratio
induzierter Leistungsbeiwert	induced power coefficient
Internationale Standardatmosphäre	International Standard Atmosphere (ISA)
Internationale Zivilluftfahrt-Organisation	International Civil Aviation Organization (ICAO)
Hubschrauber	helicopter
kleine Änderung	small perturbation
Kollektivwinkel	collective control
Kombinationsflugschrauber	lift compound
Konuswinkel	coning angle
lagerloses Rotorsystem	bearingless rotor
Längs-, Horizontalkraft	horizontal force
Leistung aus schädlichem Widerstand	parasite power
Leistungsbeiwert	power coefficient
leistungsgewichtete äquivalente Flächendichte	power or torque weighted solidity
Lockzahl	Lock number
Luftdichte	air density
Luftkraft	aerodynamic force
Massenerhaltung, Kontinuitätssatz	continuity equation
Massenstrom	mass flow
Massenträgheitsmoment	mass moment of inertia
Nachlauf mit sich frei entwickelnder Geometrie	free-wake

Deutsch	Englisch
Nachlauf mit vorgegebener bzw. starrer Geometrie	prescribed wake
Nick-, Roll-, Gierlage	pitch, roll attitude and yaw or heading
normale Geschwindigkeit	normal or perpendicular velocity
Nullanstellwinkel	zero lift angle of attack
Nullwiderstandsbeiwert	zero or minimum drag coefficient
Profiltiefe	chord
Profilwölbung	camber
Querkraft, Seitenkraft in $y$ -Richtung	lateral force
radiale Geschwindigkeit	radial velocity
Radius des Verwindungsnullpunktes	zero twist radius
repräsentativer Radius	representative radius
Rotorblatt rechteckigen Grundrisses	rectangular blade
Rotordrehfrequenz	rotor rotational frequency
Rotorkopfebene	hub plane (HP)
Rotorumlaufwinkel, Azimut	azimuth
schädliche Widerstandsfläche des Rumpfes	equivalent flat plate drag area
Schallgeschwindigkeit	speed of sound
Schlagbewegung	flap motion
Schlaggelenk	flapping hinge
Schubbeiwert	thrust coefficient
schubgewichtete äquivalente Flächendichte	thrust weighted solidity
Schwebeflug	hover
Schwenkbewegung	lag, lead-lag motion
Schwenkgelenk	lead-lag hinge
Seitenleitwerk	vertical stabilizer, fin
Sinkflug	descent
Stabilisierungsregler	Stability Augmentation System (SAS)
Staudruck	dynamic pressure
Steigflug	climb
Steiggeschwindigkeit	climb velocity
Steuer-, Taumelscheibebene	control plane (CP)
Steuerung	control
Steuerwinkelbewegung	pitch motion
Stopprotorflugzeuge	X-wing
Strahleinschnürung	wake contraction ratio
Strömungsablösung	stall
tangentielle Geschwindigkeit	tangential velocity
Torsionsbewegung	elastic torsion motion
Trägheitskraft	inertia force
ummantelter Rotor	ducted fan

Deutsch	Englisch
Universalgelenk, homokinetische Blattaufhängung	gimbal or universal joint
unverwunden	untwisted
Verwandlungshubschrauber	tiltrotor
Verwindung	twist
Vorkonuswinkel	precone angle
Widerstandsdivergenz	drag divergence
Windmühlenstadium	wind mill brake state
Wippgelenk	teetering or see-saw rotor
Wirbelringstadium	vortex ring state (VRS)
Zentrifugal-, Fliehkraft	centrifugal force
Zirkulation	circulation
zirkulationsgesteuerter Rotor	circulation controlled rotor (CCR)

## 7.2 Technische Daten früher Hubschrauberentwürfe

**Tab. 7.1** Technische Daten der Hubschrauber von Breguet/Richet und Cornu 1907

Parameter	Symbol	Breguet/Richet	Cornu
Gewicht	$MTOW$ , kg	620	265
Motorleistung	$P$ , PS (kW)	45 (36)	24 (18)
Anzahl Rotoren	$N_R$	4	2
Anzahl Rotorblätter je Rotor	$N_b$	8	2
Rotorradius	$R$ , m	4.1	3
Radius Profilbeginn	$y_a/R$	0.43	0.33
Profiltiefe	$c$ , m	0.38	0.63–0.9
Gesamtflügelfläche	$m^2$	28	5.93
Höhe Rotorzentrum über Grund	m	2, 3	2
Rotorabstand	m	7.2	6.3
Drehzahl	RPM	90	120 (160)
Blattspitzengeschwindigkeit	$\Omega R$ , m/s	38.2	37.7 (50.3)
Strahlflächenbelastung	$T/A$ , N/m <sup>2</sup>	28.8	46
Spezifische Blattbelastung	$C_T/\sigma$	0.1139	0.2519 (0.12)
Steuermöglichkeiten	–	keine	Fläche im Abstrom

### 7.3 Technische Daten der Bo105

**Tab. 7.2** Charakteristik der Bo105 Komponenten

Charakteristik	Beschreibung
Blattanschluss Hauptrotor	gelenklos
Rotorkopfmaterial	Titan
Anzahl Rotorblätter	$N_b = 4$
Blattanschluss Heckrotor	zentrales Schlaggelenk
Anzahl Heckrotorblätter	$N_{bTR} = 2$
Rotorblatt	Glasfaserverbundbauweise
Hauptholm	hinten offener C-Holm
Blattgrundriss	rechteckig
Blattprofil Hauptrotor	NACA23012, kurze Quetschkante ( $0.05c$ lang)
Blattprofil Heckrotor	S102E
Blattprofil Höhenleitwerk	NACA0020 (Wurzel) – NACA0010 (Spitze)
Blattprofil Endscheiben	NACA0008
Blattprofil Seitenleitwerk	NACA65 <sub>3</sub> -618
Triebwerke	2× Turbine Rolls-Royce/Allison C20B mit je 313 kW
Maximale Dauerleistung	595 kW
Normale Dauerleistung	485 kW

**Tab. 7.3** Daten des Bo105 Hubschraubers

Bezeichnung	Symbol	Einheit	Wert
Gesamtmasse	$M_{TOW}$	kg	2300
Leermasse	$EW$	kg	1195
Höchstgeschwindigkeit (ne = never exceed)	$V_{ne}$	m/s	75
Reisegeschwindigkeit	$V_{cruise}$	m/s	67.5
Maximale Steigrate in Bodennähe	$V_{cmax}$	m/s	8
Maximale Reichweite	$R_{max}$	km	575
Maximale Flugdauer	$t_{max}$	Std.	3.5
Maximale Flughöhe	$H_{max}$	m	5182
Maximale Schwebeflughöhe	$H_{hmax}$	m	1615
Maximale Startleistung	$P_{max}$	kW	626
Maximale Dauerleistung	$P_{cont}$	kW	485
Rollträgheitsmoment	$I_{xx}$	$\text{kgm}^2$	1300
Nickträgheitsmoment	$I_{yy}$	$\text{kgm}^2$	5000
Gierträgheitsmoment	$I_{zz}$	$\text{kgm}^2$	4300
Masteinbauwinkel nach vorne	$\epsilon_y$	Grad	3
Länge Rumpf	$L_{fus}$	m	4.3
Länge Rumpfspitze – Heckrotorzentrum	$L_{tot}$	m	8.45
Breite Rumpf	$W_{fus}$	m	1.58
Breite Kufen	$W_{skid}$	m	2.53
Höhe Rotorzentrum über Kufen	$H_h$	m	3.03
Position Heckrotor hinter Rotorkopf	$x_{TR}$	m	5.92
Position Heckrotor über Rotorkopf	$z_{TR}$	m	0.12
Position Schwerpunkt hinter Rotorkopf	$x_{cg}$	m	0
Position Schwerpunkt unter Rotorkopf	$z_{cg}$	m	0.4
Äquiv. Rumpfwiderstandsfläche (inkl. Mast und Kopf)	$f$	$\text{m}^2$	1.2

**Tab. 7.4** Bo105 Leitwerk

Bezeichnung	Symbol	Einheit	Wert
<b>Höhenleitwerk<sup>a</sup></b>			
Spannweite	$s_{hs}$	m	2
Profiltiefe	$c_{hs}$	m	0.4
Einstellwinkel	$\epsilon_{hs}$	Grad	4
Position $c_{hs}/4$ hinter Rotorkopf	$x_{hs}$	m	4.5
Position $c_{hs}/4$ unter Rotorkopf	$z_{hs}$	m	1
<b>Seitenleitwerk<sup>b</sup></b>			
Spannweite	$s_{fin}$	m	1.25
Mittlere Profiltiefe	$c_{fin}$	m	0.57
Einstellwinkel	$\epsilon_{fin}$	Grad	0
Position $c_{fin}/4$ hinter Rotorkopf	$x_{fin}$	m	5.56
Position $c_{fin}/4$ unter Rotorkopf	$z_{fin}$	m	0.45
<b>Endscheiben am Höhenleitwerk<sup>c</sup></b>			
Spannweite	$s_{ep}$	m	0.6
Profiltiefe	$c_{ep}$	m	0.4
Position $c_{ep}/4$ hinter Rotorkopf	$x_{ep}$	m	4.5
Position $c_{ep}/4$ unter Rotorkopf	$z_{ep}$	m	1

<sup>a</sup> hs = horizontal stabilizer<sup>b</sup> fin = Seitenleitwerk (Finne; engl. fin)<sup>c</sup> ep = end plate**Tab. 7.5** Bo105 Hauptrotor

Bezeichnung	Symbol	Einheit	Wert
Rotorradius	$R$	m	4.91
Profiltiefe	$c$	m	0.27
Flächendichte	$\sigma$	–	0.07
Rotordrehfrequenz	$\Omega$	rad/s	44.4
Blattspitzengeschwindigkeit	$\Omega R$	m/s	218
Radiale Position des Blatthauptholzens	$y_{att}$	m	0.372
Radius Profilbeginn	$y_a$	m	1.08
Dimensionsloser Radius Profilbeginn	$r_a$	–	0.22
Radius Verwindungsbeginn	$y_{tw}$	m	1.092
Verwindung	$\Theta_{tw}$	Grad/R	-8

**Tab. 7.6** Bo105 Hauptrotorblatt

Bezeichnung	Symbol	Einheit	Wert
<b>Schlagbewegung</b>			
Schlagkonuswinkel	$\beta_p$	Grad	2.5
Delta-3 Kopplung (Schlagen auf Steuerung)	$\Delta_3$	–	0
Fiktiver Schlaggelenksabstand	$y_\beta$	m	0.75
Fiktiver dimensionsloser Schlaggelenksabstand	$e_\beta$	–	0.1527
Blattmasse	$m_b$	kg	23.4
Statisches Schlagmassenmoment	$J_\beta$	kgm	48
Schlagträgheitsmoment	$I_\beta$	kgm <sup>2</sup>	135
Lockzahl	$\gamma$	–	8.159
Fiktive Schlagfederkonstante	$k_\beta$	Nm/rad	-5849
Schlageigenfrequenz bei Nenndrehzahl	$\omega_\beta$	rad/s	49.59
Dimensionslose Schlageigenfrequenz	$v_\beta$	–	1.117
Fliehkraft am fiktiven Schlaggelenk	$F_{CF}$	kN	130.5
<b>Schwenkbewegung</b>			
Fiktiver Schwenkgelenksabstand	$y_\zeta$	m	0.817
Fiktiver dimensionsloser Schwenkgelenksabstand	$e_\zeta$	–	0.166
Statisches Schwenkmassenmoment	$J_\zeta$	kgm	47.9
Schwenkträgheitsmoment	$I_\zeta$	kgm <sup>2</sup>	130
Fiktive Schwenkfederkonstante	$k_\zeta$	Nm/rad	38 814
Fiktive Schwenkdämpferkonstante	$d_\zeta$	Nms/rad	60
Schwenkeigenfrequenz bei Nenndrehzahl	$\omega_\zeta$	rad/s	29.57
Dimensionslose Schwenkeigenfrequenz	$v_\zeta$	–	0.666
<b>Torsionsbewegung</b>			
Polares Trägheitsmoment um die Massenachse	$I_0$	kgm <sup>2</sup>	0.09426
Polares Trägheitsmoment um die Steuerachse	$I_\vartheta$	kgm <sup>2</sup>	0.1677
Abstand Massenachse-Steuerachse	$x_i$	m	0.0154
Relativer Achsenabstand	$x_i/c$	–	0.057
Torsionsfederkonstante (Blatt allein)	$k_\vartheta$	Nm/rad	2500
Torsionsfederkonstante (Steuerung)	$k_\vartheta$	Nm/rad	8821
Torsionseigenfrequenz (Blatt allein)	$\omega_\vartheta$	rad/s	162.8
Dimensionslose Torsionseigenfrequenz (Blatt allein)	$v_\vartheta$	–	3.67
Torsionseigenfrequenz (Steuerung)	$\omega_\vartheta$	rad/s	229.3
Dimensionslose Torsionseigenfrequenz (Steuerung)	$v_\vartheta$	–	5.17

**Tab. 7.7** Bo105 Heckrotorblatt

Bezeichnung	Symbol	Einheit	Wert
Rotorradius	$R_{TR}$	m	0.95
Profiltiefe	$c_{TR}$	m	0.179
Flächendichte	$\sigma_{TR}$	–	0.12
Rotordrehfrequenz	$\Omega_{TR}$	rad/s	232.4
Drehzahlverhältnis $\Omega_{TR}/\Omega$	–	–	5.234
Blattspitzengeschwindigkeit	$\Omega_{TR} R_{TR}$	m/s	220.8
Radius Profilbeginn	$y_{aTR}$	m	0.304
Dimensionsloser Radius Profilbeginn	$r_{aTR}$	–	0.32
Verwindung	$\Theta_{twTR}$	Grad/R	0
Delta-3 Kopplung (Schlagen auf Steuerung)	$\Delta_{3TR}$	Grad	45
Mastneigungswinkel nach vorn	$\epsilon_z$	Grad	4.2
Mastneigungswinkel nach oben	$\epsilon_x$	Grad	3
Blattmasse	$m_{bTR}$	kg	0.47
Statisches Schlagmassenmoment	$J_{\beta TR}$	kgm	0.64
Schlagträgheitsmoment	$I_{\beta TR}$	kgm <sup>2</sup>	1.06

## 7.4 Tabellen der Blattanschlusskräfte

**Tab. 7.8** Vertikale Blattkraft → vertikale Rotorkopfkraft, Rotor mit 2–4 Blättern

Blattkraft vertikal	Rotorkomponente: Schub $T$		
	2-Blatt-Rotor	3-Blatt-Rotor	4-Blatt-Rotor
$S_{z_0}$	$2S_{z_0}$	$3S_{z_0}$	$4S_{z_0}$
$S_{z_{1C}} \cos \psi_m$	0	0	0
$S_{z_{1S}} \sin \psi_m$	0	0	0
$S_{z_{2C}} \cos 2\psi_m$	$2S_{z_{2C}} \cos 2\psi$	0	0
$S_{z_{2S}} \sin 2\psi_m$	$2S_{z_{2S}} \sin 2\psi$	0	0
$S_{z_{3C}} \cos 3\psi_m$	0	$3S_{z_{3C}} \cos 3\psi$	0
$S_{z_{3S}} \sin 3\psi_m$	0	$3S_{z_{3S}} \sin 3\psi$	0
$S_{z_{4C}} \cos 4\psi_m$	$2S_{z_{4C}} \cos 4\psi$	0	$4S_{z_{4C}} \cos 4\psi$
$S_{z_{4S}} \sin 4\psi_m$	$2S_{z_{4S}} \sin 4\psi$	0	$4S_{z_{4S}} \sin 4\psi$
$S_{z_{5C}} \cos 5\psi_m$	0	0	0
$S_{z_{5S}} \sin 5\psi_m$	0	0	0
$S_{z_{6C}} \cos 6\psi_m$	$2S_{z_{6C}} \cos 6\psi$	$3S_{z_{6C}} \cos 6\psi$	0
$S_{z_{6S}} \sin 6\psi_m$	$2S_{z_{6S}} \sin 6\psi$	$3S_{z_{6S}} \sin 6\psi$	0
$S_{z_{7C}} \cos 7\psi_m$	0	0	0
$S_{z_{7S}} \sin 7\psi_m$	0	0	0
$S_{z_{8C}} \cos 8\psi_m$	$2S_{z_{8C}} \cos 8\psi$	0	$4S_{z_{8C}} \cos 8\psi$
$S_{z_{8S}} \sin 8\psi_m$	$2S_{z_{8S}} \sin 8\psi$	0	$4S_{z_{8S}} \sin 8\psi$

Gilt identisch auch für das Schwenkmoment → Rotormastmoment um die Antriebsachse

**Tab. 7.9** Vertikale Blattkraft → vertikale Rotorkopfkraft, Rotor mit 5–7 Blättern

Blattkraft vertikal	Rotorkomponente: Schub $T$		
	5-Blatt-Rotor	6-Blatt-Rotor	7-Blatt-Rotor
$S_{z_0}$	$5S_{z_0}$	$6S_{z_0}$	$7S_{z_0}$
$S_{z_{5C}} \cos 5\psi_m$	$5S_{z_{5C}} \cos 5\psi$	0	0
$S_{z_{5S}} \sin 5\psi_m$	$5S_{z_{5S}} \sin 5\psi$	0	0
$S_{z_{6C}} \cos 6\psi_m$	0	$6S_{z_{6C}} \cos 6\psi$	0
$S_{z_{6S}} \sin 6\psi_m$	0	$6S_{z_{6S}} \sin 6\psi$	0
$S_{z_{7C}} \cos 7\psi_m$	0	0	$7S_{z_{7C}} \cos 7\psi$
$S_{z_{7S}} \sin 7\psi_m$	0	0	$7S_{z_{7S}} \sin 7\psi$

**Tab. 7.10** Horizontale Blattkräfte → Rotorwiderstand, Rotor mit 2-4 Blättern

Blattkraft		Rotorkomponente: Widerstand $H$		
Widerstand	radial	2-Blatt-Rotor	3-Blatt-Rotor	4-Blatt-Rotor
$S_{x_0}$	$S_{y_0}$	0	0	0
$S_{x_{1C}} \cos \psi_m$	$S_{y_{1C}} \cos \psi_m$	$S_{y_{1C}} (1 + \cos 2\psi) + S_{x_{1C}} \sin 2\psi$	$1.5S_{y_{1C}}$	$2S_{y_{1C}}$
$S_{x_{1S}} \sin \psi_m$	$S_{y_{1S}} \sin \psi_m$	$S_{x_{1S}} (1 - \cos 2\psi) + S_{y_{1S}} \sin 2\psi$	$1.5S_{x_{1S}}$	$2S_{x_{1S}}$
$S_{x_{2C}} \cos 2\psi_m$	$S_{y_{2C}} \cos 2\psi_m$	0	$1.5S_{x_{2C}} \sin 3\psi + 1.5S_{y_{2C}} \cos 3\psi$	0
$S_{x_{2S}} \sin 2\psi_m$	$S_{y_{2S}} \sin 2\psi_m$	0	$-1.5x_{2S} \cos 3\psi + 1.5S_{y_{2S}} \sin 3\psi$	0
$S_{x_{3C}} \cos 3\psi_m$	$S_{y_{3C}} \cos 3\psi_m$	$S_{x_{3C}} (\sin 4\psi - \sin 2\psi) + S_{y_{3C}} (\cos 4\psi + \cos 2\psi)$	0	$2S_{x_{3C}} \sin 4\psi + 2S_{y_{3C}} \cos 4\psi$
$S_{x_{3S}} \sin 3\psi_m$	$S_{y_{3S}} \sin 3\psi_m$	$S_{x_{3S}} (\sin 2\psi - \sin 4\psi) + S_{y_{3S}} (\cos 4\psi + \cos 2\psi)$	0	$2S_{y_{3S}} \sin 4\psi - 2S_{x_{3S}} \cos 4\psi$
$S_{x_{4C}} \cos 4\psi_m$	$S_{y_{4C}} \cos 4\psi_m$	0	$1.5S_{y_{4C}} \cos 3\psi - 1.5S_{x_{4C}} \sin 3\psi$	0
$S_{x_{4S}} \sin 4\psi_m$	$S_{y_{4S}} \sin 4\psi_m$	0	$1.5S_{x_{4S}} \cos 3\psi + 1.5S_{y_{4S}} \sin 3\psi$	0
$S_{x_{5C}} \cos 5\psi_m$	$S_{y_{5C}} \cos 5\psi_m$	$S_{x_{5C}} (\sin 6\psi - \sin 4\psi) + S_{y_{5C}} (\cos 6\psi + \cos 4\psi)$	$1.5S_{x_{5C}} \sin 6\psi + 1.5S_{y_{5C}} \cos 6\psi$	$2S_{y_{5C}} \cos 4\psi - 2S_{x_{5C}} \sin 4\psi$
$S_{x_{5S}} \sin 5\psi_m$	$S_{y_{5S}} \sin 5\psi_m$	$S_{x_{5S}} (\sin 4\psi - \sin 6\psi) + S_{y_{5S}} (\cos 6\psi + \cos 4\psi)$	$-1.5S_{x_{5S}} \cos 6\psi + 1.5S_{y_{5S}} \sin 6\psi$	$2S_{y_{5S}} \sin 4\psi + 2S_{x_{5S}} \cos 4\psi$
$S_{x_{6C}} \cos 6\psi_m$	$S_{y_{6C}} \cos 6\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{6S}} \sin 6\psi_m$	$S_{y_{6S}} \sin 6\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{7C}} \cos 7\psi_m$	$S_{y_{7C}} \cos 7\psi_m$	$S_{x_{7C}} (\sin 8\psi - \sin 6\psi) + S_{y_{7C}} (\cos 8\psi + \cos 6\psi)$	$1.5S_{y_{7C}} \cos 6\psi - 1.5S_{x_{7C}} \sin 6\psi$	$2S_{x_{7C}} \sin 8\psi + 2S_{y_{7C}} \cos 8\psi$
$S_{x_{7S}} \sin 7\psi_m$	$S_{y_{7S}} \sin 7\psi_m$	$S_{x_{7S}} (\sin 6\psi - \sin 8\psi) + S_{y_{7S}} (\cos 8\psi + \cos 6\psi)$	$1.5S_{x_{7S}} \cos 6\psi + 1.5S_{y_{7S}} \sin 6\psi$	$2S_{y_{7S}} \sin 8\psi - 2S_{x_{7S}} \cos 8\psi$
$S_{x_{8C}} \cos 8\psi_m$	$S_{y_{8C}} \cos 8\psi_m$	0	$1.5S_{x_{8C}} \sin 9\psi + 1.5S_{y_{8C}} \cos 9\psi$	0
$S_{x_{8S}} \sin 8\psi_m$	$S_{y_{8S}} \sin 8\psi_m$	0	$-1.5x_{8S} \cos 9\psi + 1.5S_{y_{8S}} \sin 9\psi$	0

**Tab. 7.11** Horizontale Blattkräfte → Rotorwiderstand, Rotor mit 5–7 Blättern

Blattkraft		Rotorkomponente: Widerstand $H$		
Widerstand	radial	5-Blatt-Rotor	6-Blatt-Rotor	7-Blatt-Rotor
$S_{x_0}$	$S_{y_0}$	0	0	0
$S_{x_{1C}} \cos \psi_m$	$S_{y_{1C}} \cos \psi_m$	$2.5S_{y_{1C}}$	$3S_{y_{1C}}$	$3.5S_{y_{1C}}$
$S_{x_{1S}} \sin \psi_m$	$S_{y_{1S}} \sin \psi_m$	$2.5S_{x_{1S}}$	$3S_{x_{1S}}$	$3.5S_{x_{1S}}$
$S_{x_{2C}} \cos 2\psi_m$	$S_{y_{2C}} \cos 2\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{2S}} \sin 2\psi_m$	$S_{y_{2S}} \sin 2\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{3C}} \cos 3\psi_m$	$S_{y_{3C}} \cos 3\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{3S}} \sin 3\psi_m$	$S_{y_{3S}} \sin 3\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{4C}} \cos 4\psi_m$	$S_{y_{4C}} \cos 4\psi_m$	$2.5S_{x_{4C}} \sin 5\psi$ $+2.5S_{y_{4C}} \cos 5\psi$	0	0
$S_{x_{4S}} \sin 4\psi_m$	$S_{y_{4S}} \sin 4\psi_m$	$2.5S_{y_{4S}} \sin 5\psi$ $-2.5S_{x_{4S}} \cos 5\psi$	0	0
$S_{x_{5C}} \cos 5\psi_m$	$S_{y_{5C}} \cos 5\psi_m$	0	$3S_{x_{5C}} \sin 6\psi$ $+3S_{y_{5C}} \cos 6\psi$	0
$S_{x_{5S}} \sin 5\psi_m$	$S_{y_{5S}} \sin 5\psi_m$	0	$3S_{y_{5S}} \sin 6\psi$ $-3S_{x_{5S}} \cos 6\psi$	0
$S_{x_{6C}} \cos 6\psi_m$	$S_{y_{6C}} \cos 6\psi_m$	$2.5S_{y_{6C}} \cos 5\psi$ $-2.5S_{x_{6C}} \sin 5\psi$	0	$3.5S_{x_{6C}} \sin 7\psi$ $+3.5S_{y_{6C}} \cos 7\psi$
$S_{x_{6S}} \sin 6\psi_m$	$S_{y_{6S}} \sin 6\psi_m$	$2.5S_{y_{6S}} \sin 5\psi$ $+2.5S_{x_{6S}} \cos 5\psi$	0	$3.5S_{y_{6S}} \sin 7\psi$ $-3.5S_{x_{6S}} \cos 7\psi$
$S_{x_{7C}} \cos 7\psi_m$	$S_{y_{7C}} \cos 7\psi_m$	0	$3S_{y_{7C}} \cos 6\psi$ $-3S_{x_{7C}} \sin 6\psi$	0
$S_{x_{7S}} \sin 7\psi_m$	$S_{y_{7S}} \sin 7\psi_m$	0	$3S_{y_{7S}} \sin 6\psi$ $+3S_{x_{7S}} \cos 6\psi$	0
$S_{x_{8C}} \cos 8\psi_m$	$S_{y_{8C}} \cos 8\psi_m$	0	0	$3.5S_{y_{8C}} \cos 7\psi$ $-3.5S_{x_{8C}} \sin 7\psi$
$S_{x_{8S}} \sin 8\psi_m$	$S_{y_{8S}} \sin 8\psi_m$	0	0	$3.5S_{y_{8S}} \sin 7\psi$ $+3.5S_{x_{8S}} \cos 7\psi$

**Tab. 7.12** Horizontale Blattkräfte → Rotorseitenkraft, Rotor mit 2–4 Blättern

Blattkraft		Rotorkomponente: Seitenkraft $Y$		
Widerstand	radial	2-Blatt-Rotor	3-Blatt-Rotor	4-Blatt-Rotor
$S_{x_0}$	$S_{y_0}$	0	0	0
$S_{x_{1C}} \cos \psi_m$	$S_{y_{1C}} \cos \psi_m$	$-S_{x_{1C}} (1 + \cos 2\psi) + S_{y_{1C}} \sin 2\psi$	$-1.5S_{x_{1C}}$	$-2S_{x_{1C}}$
$S_{x_{1S}} \sin \psi_m$	$S_{y_{1S}} \sin \psi_m$	$S_{y_{1S}} (1 - \cos 2\psi) - S_{x_{1S}} \sin 2\psi$	$1.5S_{y_{1S}}$	$2S_{y_{1S}}$
$S_{x_{2C}} \cos 2\psi_m$	$S_{y_{2C}} \cos 2\psi_m$	0	$1.5S_{y_{2C}} \sin 3\psi - 1.5S_{x_{2C}} \cos 3\psi$	0
$S_{x_{2S}} \sin 2\psi_m$	$S_{y_{2S}} \sin 2\psi_m$	0	$-1.5r_S \cos 3\psi - 1.5S_{x_{2S}} \sin 3\psi$	0
$S_{x_{3C}} \cos 3\psi_m$	$S_{y_{3C}} \cos 3\psi_m$	$S_{y_{3C}} (\sin 4\psi - \sin 2\psi) - S_{x_{3C}} (\cos 4\psi + \cos 2\psi)$	0	$2S_{y_{3C}} \sin 4\psi - 2S_{x_{3C}} \cos 4\psi$
$S_{x_{3S}} \sin 3\psi_m$	$S_{y_{3S}} \sin 3\psi_m$	$S_{y_{3S}} (\sin 2\psi - \sin 4\psi) - S_{x_{3S}} (\cos 4\psi + \cos 2\psi)$	0	$-2S_{x_{3S}} \sin 4\psi - 2S_{y_{3S}} \cos 4\psi$
$S_{x_{4C}} \cos 4\psi_m$	$S_{y_{4C}} \cos 4\psi_m$	0	$-1.5S_{x_{4C}} \cos 3\psi - 1.5S_{y_{4C}} \sin 3\psi$	0
$S_{x_{4S}} \sin 4\psi_m$	$S_{y_{4S}} \sin 4\psi_m$	0	$1.5S_{y_{4S}} \cos 3\psi - 1.5S_{x_{4S}} \sin 3\psi$	0
$S_{x_{5C}} \cos 5\psi_m$	$S_{y_{5C}} \cos 5\psi_m$	$S_{y_{5C}} (\sin 6\psi - \sin 4\psi) - S_{x_{5C}} (\cos 6\psi + \cos 4\psi)$	$1.5S_{y_{5C}} \sin 6\psi - 1.5S_{x_{5C}} \cos 6\psi$	$-2S_{x_{5C}} \cos 4\psi - 2S_{y_{5C}} \sin 4\psi$
$S_{x_{5S}} \sin 5\psi_m$	$S_{y_{5S}} \sin 5\psi_m$	$S_{y_{5S}} (\sin 4\psi - \sin 6\psi) - S_{x_{5S}} (\cos 6\psi + \cos 4\psi)$	$-1.5S_{y_{5S}} \cos 6\psi - 1.5S_{x_{5S}} \sin 6\psi$	$2S_{y_{5S}} \cos 4\psi - 2S_{x_{5S}} \sin 4\psi$
$S_{x_{6C}} \cos 6\psi_m$	$S_{y_{6C}} \cos 6\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{6S}} \sin 6\psi_m$	$S_{y_{6S}} \sin 6\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{7C}} \cos 7\psi_m$	$S_{y_{7C}} \cos 7\psi_m$	$S_{y_{7C}} (\sin 8\psi - \sin 6\psi) - S_{x_{7C}} (\cos 8\psi + \cos 6\psi)$	$-1.5S_{x_{7C}} \cos 6\psi - 1.5S_{y_{7C}} \sin 6\psi$	$2S_{y_{7C}} \sin 8\psi - 2S_{x_{7C}} \cos 8\psi$
$S_{x_{7S}} \sin 7\psi_m$	$S_{y_{7S}} \sin 7\psi_m$	$S_{y_{7S}} (\sin 6\psi - \sin 8\psi) - S_{x_{7S}} (\cos 8\psi + \cos 6\psi)$	$1.5S_{y_{7S}} \cos 6\psi - 1.5S_{x_{7S}} \sin 6\psi$	$-2S_{x_{7S}} \sin 8\psi - 2S_{y_{7S}} \cos 8\psi$
$S_{x_{8C}} \cos 8\psi_m$	$S_{y_{8C}} \cos 8\psi_m$	0	$1.5S_{y_{8C}} \sin 9\psi - 1.5S_{x_{8C}} \cos 9\psi$	0
$S_{x_{8S}} \sin 8\psi_m$	$S_{y_{8S}} \sin 8\psi_m$	0	$-1.5S_{y_{8S}} \cos 9\psi - 1.5S_{x_{8S}} \sin 9\psi$	0

**Tab. 7.13** Horizontale Blattkräfte → Rotorseitenkraft, Rotor mit 5–7 Blättern

Blattkraft		Rotorkomponente: Seitenkraft $Y$		
Widerstand	radial	5-Blatt-Rotor	6-Blatt-Rotor	7-Blatt-Rotor
$S_{x_0}$	$S_{y_0}$	0	0	0
$S_{x_{1C}} \cos \psi_m$	$S_{y_{1C}} \cos \psi_m$	$-2.5S_{x_{1C}}$	$-3S_{x_{1C}}$	$-3.5S_{x_{1C}}$
$S_{x_{1S}} \sin \psi_m$	$S_{y_{1S}} \sin \psi_m$	$2.5S_{y_{1S}}$	$3S_{y_{1S}}$	$3.5S_{y_{1S}}$
$S_{x_{2C}} \cos 2\psi_m$	$S_{y_{2C}} \cos 2\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{2S}} \sin 2\psi_m$	$S_{y_{2S}} \sin 2\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{3C}} \cos 3\psi_m$	$S_{y_{3C}} \cos 3\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{3S}} \sin 3\psi_m$	$S_{y_{3S}} \sin 3\psi_m$	0	0	0
$S_{x_{4C}} \cos 4\psi_m$	$S_{y_{4C}} \cos 4\psi_m$	$2.5S_{y_{4C}} \sin 5\psi$ $-2.5S_{x_{4C}} \cos 5\psi$	0	0
$S_{x_{4S}} \sin 4\psi_m$	$S_{y_{4S}} \sin 4\psi_m$	$-2.5S_{x_{4S}} \sin 5\psi$ $-2.5S_{y_{4S}} \cos 5\psi$	0	0
$S_{x_{5C}} \cos 5\psi_m$	$S_{y_{5C}} \cos 5\psi_m$	0	$3S_{y_{5C}} \sin 6\psi$ $-3S_{x_{5C}} \cos 6\psi$	0
$S_{x_{5S}} \sin 5\psi_m$	$S_{y_{5S}} \sin 5\psi_m$	0	$-3S_{x_{5S}} \sin 6\psi$ $-3S_{y_{5S}} \cos 6\psi$	0
$S_{x_{6C}} \cos 6\psi_m$	$S_{y_{6C}} \cos 6\psi_m$	$-2.5S_{x_{6C}} \cos 5\psi$ $-2.5S_{y_{6C}} \sin 5\psi$	0	$3.5S_{y_{6C}} \sin 7\psi$ $-3.5S_{x_{6C}} \cos 7\psi$
$S_{x_{6S}} \sin 6\psi_m$	$S_{y_{6S}} \sin 6\psi_m$	$2.5S_{y_{6S}} \cos 5\psi$ $-2.5S_{x_{6S}} \sin 5\psi$	0	$-3.5S_{x_{6S}} \sin 7\psi$ $-3.5S_{y_{6S}} \cos 7\psi$
$S_{x_{7C}} \cos 7\psi_m$	$S_{y_{7C}} \cos 7\psi_m$	0	$-3S_{x_{7C}} \cos 6\psi$ $-3S_{y_{7C}} \sin 6\psi$	0
$S_{x_{7S}} \sin 7\psi_m$	$S_{y_{7S}} \sin 7\psi_m$	0	$3S_{y_{7S}} \cos 6\psi$ $-3S_{x_{7S}} \sin 6\psi$	0
$S_{x_{8C}} \cos 8\psi_m$	$S_{y_{8C}} \cos 8\psi_m$	0	0	$-3.5S_{x_{8C}} \cos 7\psi$ $-3.5S_{y_{8C}} \sin 7\psi$
$S_{x_{8S}} \sin 8\psi_m$	$S_{y_{8S}} \sin 8\psi_m$	0	0	$3.5S_{y_{8S}} \cos 7\psi$ $-3.5S_{x_{8S}} \sin 7\psi$

**Tab. 7.14** Blattschlagmoment → Rotorrollmoment, Rotor mit 2–4 Blättern

Blattmoment	Rotorkomponente: Rollmoment $M_x$		
Schlagen	2-Blatt-Rotor	3-Blatt-Rotor	4-Blatt-Rotor
$N_{F_0}$	0	0	0
$N_{F_{1C}} \cos \psi_m$	$N_{F_{1C}} \sin 2\psi$	0	0
$N_{F_{1S}} \sin \psi_m$	$N_{F_{1S}}(1 - \cos 2\psi)$	$1.5N_{F_{1S}}$	$2N_{F_{1S}}$
$N_{F_{2C}} \cos 2\psi_m$	0	$1.5N_{F_{2C}} \sin 3\psi$	0
$N_{F_{2S}} \sin 2\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{2S}} \cos 3\psi$	0
$N_{F_{3C}} \cos 3\psi_m$	$N_{F_{3C}}(\sin 4\psi - \sin 2\psi)$	0	$2N_{F_{3C}} \sin 4\psi$
$N_{F_{3S}} \sin 3\psi_m$	$N_{F_{3S}}(\cos 2\psi - \cos 4\psi)$	0	$-2N_{F_{3S}} \cos 4\psi$
$N_{F_{4C}} \cos 4\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{4C}} \sin 3\psi$	0
$N_{F_{4S}} \sin 4\psi_m$	0	$1.5N_{F_{4S}} \cos 3\psi$	0
$N_{F_{5C}} \cos 5\psi_m$	$N_{F_{5C}}(\cos 6\psi - \cos 4\psi)$	$1.5N_{F_{5C}} \sin 6\psi$	$-2N_{F_{5C}} \sin 4\psi$
$N_{F_{5S}} \sin 5\psi_m$	$N_{F_{5S}}(\sin 4\psi - \sin 6\psi)$	$-1.5N_{F_{5S}} \cos 6\psi$	$2N_{F_{5S}} \cos 4\psi$
$N_{F_{6C}} \cos 6\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{6S}} \sin 6\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{7C}} \cos 7\psi_m$	$N_{F_{7C}}(\sin 8\psi - \sin 6\psi)$	$-1.5N_{F_{7C}} \sin 6\psi$	$2N_{F_{7C}} \sin 8\psi$
$N_{F_{7S}} \sin 7\psi_m$	$N_{F_{7S}}(\cos 6\psi - \cos 8\psi)$	$1.5N_{F_{7S}} \cos 6\psi$	$-2N_{F_{7S}} \cos 8\psi$
$N_{F_{8C}} \cos 8\psi_m$	0	$1.5N_{F_{8C}} \sin 9\psi$	0
$N_{F_{8S}} \sin 8\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{8S}} \cos 9\psi$	0

**Tab. 7.15** Blattschlagmoment → Rotorrollmoment, Rotor mit 5–7 Blättern

Blattmoment	Rotorkomponente: Rollmoment $M_x$		
Schlagen	5-Blatt-Rotor	6-Blatt-Rotor	7-Blatt-Rotor
$N_{F_0}$	0	0	0
$N_{F_{1C}} \cos \psi_m$	0	0	0
$N_{F_{1S}} \sin \psi_m$	$2.5N_{F_{1S}}$	$3N_{F_{1S}}$	$3.5N_{F_{1S}}$
$N_{F_{2C}} \cos 2\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{2S}} \sin 2\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{3C}} \cos 3\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{3S}} \sin 3\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{4C}} \cos 4\psi_m$	$2.5N_{F_{4C}} \sin 5\psi$	0	0
$N_{F_{4S}} \sin 4\psi_m$	$-2.5N_{F_{4S}} \cos 5\psi$	0	0
$N_{F_{5C}} \cos 5\psi_m$	0	$3N_{F_{5C}} \sin 6\psi$	0
$N_{F_{5S}} \sin 5\psi_m$	0	$-3N_{F_{5S}} \cos 6\psi$	0
$N_{F_{6C}} \cos 6\psi_m$	$-2.5N_{F_{6C}} \sin 5\psi$	0	$3.5N_{F_{6C}} \sin 7\psi$
$N_{F_{6S}} \sin 6\psi_m$	$2.5N_{F_{6S}} \cos 5\psi$	0	$-3.5N_{F_{6S}} \cos 7\psi$
$N_{F_{7C}} \cos 7\psi_m$	0	$-3N_{F_{7C}} \sin 6\psi$	0
$N_{F_{7S}} \sin 7\psi_m$	0	$3N_{F_{7S}} \cos 6\psi$	0
$N_{F_{8C}} \cos 8\psi_m$	0	0	$-3.5N_{F_{8C}} \sin 7\psi$
$N_{F_{8S}} \sin 8\psi_m$	0	0	$3.5N_{F_{8S}} \cos 7\psi$

**Tab. 7.16** Blattschlagmoment → Rotornickmoment, Rotor mit 2–4 Blättern

Blattmoment	Rotorkomponente: Nickmoment $M_y$		
Schlagen	2-Blatt-Rotor	3-Blatt-Rotor	4-Blatt-Rotor
$N_{F_0}$	0	0	0
$N_{F_{1C}} \cos \psi_m$	$-N_{F_{1C}} (1 + \cos 2\psi)$	$-1.5N_{F_{1C}}$	$-2N_{F_{1C}}$
$N_{F_{1S}} \sin \psi_m$	$-N_{F_{1S}} \sin 2\psi$	0	0
$N_{F_{2C}} \cos 2\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{2C}} \cos 3\psi$	0
$N_{F_{2S}} \sin 2\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{2S}} \sin 3\psi$	0
$N_{F_{3C}} \cos 3\psi_m$	$-N_{F_{3C}} (\cos 4\psi + \cos 2\psi)$	0	$-2N_{F_{3C}} \cos 4\psi$
$N_{F_{3S}} \sin 3\psi_m$	$-N_{F_{3S}} (\sin 2\psi + \sin 4\psi)$	0	$-2N_{F_{3S}} \sin 4\psi$
$N_{F_{4C}} \cos 4\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{4C}} \cos 3\psi$	0
$N_{F_{4S}} \sin 4\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{4S}} \sin 3\psi$	0
$N_{F_{5C}} \cos 5\psi_m$	$-N_{F_{5C}} (\cos 6\psi + \cos 4\psi)$	$-1.5N_{F_{5C}} \cos 6\psi$	$-2N_{F_{5C}} \cos 4\psi$
$N_{F_{5S}} \sin 5\psi_m$	$-N_{F_{5S}} (\sin 4\psi + \sin 6\psi)$	$-1.5N_{F_{5S}} \sin 6\psi$	$-2N_{F_{5S}} \sin 4\psi$
$N_{F_{6C}} \cos 6\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{6S}} \sin 6\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{7C}} \cos 7\psi_m$	$-N_{F_{7C}} (\cos 8\psi + \cos 6\psi)$	$-1.5N_{F_{7C}} \cos 6\psi$	$-2N_{F_{7C}} \cos 8\psi$
$N_{F_{7S}} \sin 7\psi_m$	$-N_{F_{7S}} (\sin 6\psi + \sin 8\psi)$	$-1.5N_{F_{7S}} \sin 6\psi$	$-2N_{F_{7S}} \sin 8\psi$
$N_{F_{8C}} \cos 8\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{8C}} \cos 9\psi$	0
$N_{F_{8S}} \sin 8\psi_m$	0	$-1.5N_{F_{8S}} \sin 9\psi$	0

**Tab. 7.17** Blattschlagmoment → Rotornickmoment, Rotor mit 5–7 Blättern

Blattmoment	Rotorkomponente: Nickmoment $M_y$		
Schlagen	5-Blatt-Rotor	6-Blatt-Rotor	7-Blatt-Rotor
$N_{F_0}$	0	0	0
$N_{F_{1C}} \cos \psi_m$	$-2.5N_{F_{1C}}$	$-3N_{F_{1C}}$	$-3.5N_{F_{1C}}$
$N_{F_{1S}} \sin \psi_m$	0	0	0
$N_{F_{2C}} \cos 2\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{2S}} \sin 2\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{3C}} \cos 3\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{3S}} \sin 3\psi_m$	0	0	0
$N_{F_{4C}} \cos 4\psi_m$	$-2.5N_{F_{4C}} \cos 5\psi$	0	0
$N_{F_{4S}} \sin 4\psi_m$	$-2.5N_{F_{4S}} \sin 5\psi$	0	0
$N_{F_{5C}} \cos 5\psi_m$	0	$-3N_{F_{5C}} \cos 6\psi$	0
$N_{F_{5S}} \sin 5\psi_m$	0	$-3N_{F_{5S}} \sin 6\psi$	0
$N_{F_{6C}} \cos 6\psi_m$	$-2.5N_{F_{6C}} \cos 5\psi$	0	$-3.5N_{F_{6C}} \cos 7\psi$
$N_{F_{6S}} \sin 6\psi_m$	$-2.5N_{F_{6S}} \sin 5\psi$	0	$-3.5N_{F_{6S}} \sin 7\psi$
$N_{F_{7C}} \cos 7\psi_m$	0	$-3N_{F_{7C}} \cos 6\psi$	0
$N_{F_{7S}} \sin 7\psi_m$	0	$-3N_{F_{7S}} \sin 6\psi$	0
$N_{F_{8C}} \cos 8\psi_m$	0	0	$-3.5N_{F_{8C}} \cos 7\psi$
$N_{F_{8S}} \sin 8\psi_m$	0	0	$-3.5N_{F_{8S}} \sin 7\psi$

## 7.5 Umrechnung der Einheiten

In den USA sind oft und in England meistens die angelsächsischen Einheiten in Verwendung. Im folgenden eine Tabelle mit den Umrechnungsfaktoren.

**Tab. 7.18** Umrechnungsfaktoren SI-Einheiten in *imperial units* und zurück

Größe	SI-Einheit	Imperial units
Masse	kg	1 slug = 14.336 kg
Länge	km	1 mile = 1.609 km
Länge	km	1 nautical mile = 1.852 km
Länge	m	1 ft = 12 in = 0.3048 m
Länge	mm	1 in = 25.4 mm
Geschwindigkeit	m/s	1 ft/s = 0.3048 m/s
Geschwindigkeit	km/h	1 kt = 1.852 km/h
Beschleunigung	m/s <sup>2</sup>	1 ft/s <sup>2</sup> = 0.3048 m/s <sup>2</sup>
Gravitationskonstante	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	1 g = 32.185 ft/s <sup>2</sup>
Kraft	N = kg m/s <sup>2</sup>	1 lb = 1 slug ft/s <sup>2</sup> = 4.448 N
Moment	Nm	1 lb ft = 1.356 Nm
Masse	kg	1 slug = 1 lb s <sup>2</sup> /ft = 14.594 kg
Leistung	W = N m/s	1 hp = 550 ft lb/s = 745.7 W
Dichte	kg/m <sup>3</sup>	1 slug/ft <sup>3</sup> = 515.38 kg/m <sup>3</sup>
Druck	N/m <sup>2</sup>	1 lb/in <sup>2</sup> = 47.88 N/m <sup>2</sup>
Temperatur	1 °C = 1 K	1°F = 1/1.8 °C = 1/1.8 K
Temperatur	°C = K - 273.15 = (°F - 32)/1.8	°F = 1.8 * °C + 32

## 7.6 Schlagbewegung im Vorwärtsflug

Ausgangspunkt ist das aerodynamische Moment der Schlagbewegung aus Gl. 4.13, allerdings mit der Vereinfachung, dass die quasistationären aerodynamischen Effekte wegen kleiner reduzierter Frequenz  $k_{\text{tip}} \ll 1$  vernachlässigt werden können. Außerdem werden die Terme der Gravitation vernachlässigt und angenommen, dass keine mechanische Schlagfeder und auch kein mechanischer Schlagdämpfer vorhanden sind. Ferner wird das Schlaggelenk in die Rotormitte gelegt wie auch der Beginn der Profilierung des Blattes, so dass  $e_\beta = r_a = 0$ . Die Differentialgleichung lautet dann

$$0 = -\overset{**}{\beta} - \overset{*}{\beta} + \gamma \frac{\Theta_{tw}}{10} + \gamma \frac{\Theta + \Theta_{tw} 2\mu \sin \psi}{8} + \gamma \frac{\Theta 2\mu \sin \psi + \Theta_{tw} \mu^2 \sin^2 \psi}{6} \\ + \gamma \frac{\Theta \mu^2 \sin^2 \psi}{4} - \gamma \frac{\lambda_{i1} + \overset{*}{\beta}}{8} \\ - \gamma \frac{\left( \lambda_{i1} + \overset{*}{\beta} \right) \mu \sin \psi + \lambda_{i0} + \mu_z + \mu \beta \cos \psi}{6} - \gamma \frac{\lambda_{i0} + \mu_z + \mu \beta \cos \psi}{4} \mu^2 \sin^2 \psi \quad (7.1)$$

Darin sind noch der Steuerwinkel, die induzierte Geschwindigkeit und der Schlagwinkel jeweils als ihre Fourierreihe, hier beispielhaft bis zur 5. Harmonischen, einzubringen:

$$\begin{aligned} \Theta &= \Theta_0 + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi \\ \lambda_{i1} &= \lambda_{i0} k_x \cos \psi + \lambda_{i0} k_y \sin \psi \\ \beta &= \beta_0 + \sum_{n=1}^5 (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi) \\ \overset{*}{\beta} &= - \sum_{n=1}^5 n (\beta_{nC} \sin n\psi - \beta_{nS} \cos n\psi) \\ \overset{**}{\beta} &= - \sum_{n=1}^5 n^2 (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi) \end{aligned} \quad (7.2)$$

Setzt man all diese Ausdrücke in die Differentialgleichung ein, so erhält man eine Gleichung, in der stationäre Anteile, solche mit  $\sin n\psi$  und  $\cos n\psi$  enthalten sind. Da diese periodische Funktionen sind, müssen alle Koeffizienten vor diesen Termen Null sein, um die Gleichung zu erfüllen. Es folgt:

$$\begin{aligned}
0 = & \sum_{n=1}^5 (n^2 - 1) (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi) - \beta_0 + \frac{\gamma}{10} \Theta_{tw} \\
& + \frac{\gamma}{8} (\Theta_0 + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi + \Theta_{tw} 2\mu \sin \psi) \\
& + \frac{\gamma}{6} [(\Theta_0 + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi) 2\mu \sin \psi + \Theta_{tw} \mu^2 \sin^2 \psi] \\
& + \frac{\gamma}{4} (\Theta_0 + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi) \mu^2 \sin^2 \psi \\
& - \frac{\gamma}{8} \left[ \lambda_{i0} k_x \cos \psi + \lambda_{i0} k_y \sin \psi - \sum_{n=1}^5 n (\beta_{nC} \sin n\psi - \beta_{nS} \cos n\psi) \right] \\
& - \frac{\gamma}{6} \left[ \lambda_{i0} k_x \cos \psi + \lambda_{i0} k_y \sin \psi - \sum_{n=1}^5 n (\beta_{nC} \sin n\psi - \beta_{nS} \cos n\psi) \right] \mu \sin \psi \\
& - \frac{\gamma}{6} \left[ \lambda_{i0} + \mu_z + \mu \left[ \beta_0 + \sum_{n=1}^5 (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi) \right] \cos \psi \right] \\
& - \frac{\gamma}{4} \left[ \lambda_{i0} + \mu_z + \mu \left[ \beta_0 + \sum_{n=1}^5 (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi) \right] \cos \psi \right] \mu^2 \sin^2 \psi
\end{aligned} \tag{7.3}$$

Hierin sind die trigonometrischen Umformungen folgender Art einzusetzen

$$\begin{aligned}
\sin^3 \psi &= \frac{1}{4} (3 \sin \psi - \sin 3\psi) \\
\sin^2 \psi \cos \psi &= \frac{1}{4} (\cos \psi - \cos 3\psi) \\
\sin n\psi \sin \psi &= \frac{1}{2} [\cos(n-1)\psi - \cos(n+1)\psi] \\
\cos n\psi \sin \psi &= \frac{1}{2} [-\sin(n-1)\psi + \sin(n+1)\psi] \\
\cos n\psi \cos \psi &= \frac{1}{2} [\cos(n-1)\psi + \cos(n+1)\psi] \\
\sin n\psi \cos \psi &= \frac{1}{2} [\sin(n-1)\psi + \sin(n+1)\psi] \\
\cos n\psi \cos \psi \sin^2 \psi &= \frac{1}{8} [-\cos(n-3)\psi - \cos(n+3)\psi] \\
\sin n\psi \cos \psi \sin^2 \psi &= \frac{1}{8} [-\sin(n-3)\psi - \sin(n+3)\psi]
\end{aligned} \tag{7.4}$$

Damit erhält man

$$\begin{aligned}
0 = & \sum_{n=1}^5 (n^2 - 1) (\beta_{nC} \cos n\psi + \beta_{nS} \sin n\psi) - \beta_0 + \frac{\gamma}{10} \Theta_{tw} \\
& + \frac{\gamma}{8} (\Theta_0 + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi + \Theta_{tw} 2\mu \sin \psi) \\
& + \frac{\gamma}{6} \left[ 2\mu \Theta_0 \sin \psi + \mu \Theta_S (1 - \cos 2\psi) + \mu \Theta_C \sin 2\psi + \Theta_{tw} \frac{\mu^2}{2} (1 - \cos 2\psi) \right] \\
& + \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{4} [2\Theta_0(1 - \cos 2\psi) + \Theta_S(3 \sin \psi - \sin 3\psi) + \Theta_C(\cos \psi - \cos 3\psi)] \\
& - \frac{\gamma}{8} \left[ \lambda_{i0} k_x \cos \psi + \lambda_{i0} k_y \sin \psi - \sum_{n=1}^5 n (\beta_{nC} \sin n\psi - \beta_{nS} \cos n\psi) \right] \\
& - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} [\lambda_{i0} k_x \sin 2\psi + \lambda_{i0} k_y (1 - \cos 2\psi)] \\
& + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \sum_{n=1}^5 n \{ \beta_{nC} [\cos(n-1)\psi - \cos(n+1)\psi] \\
& \quad - \beta_{nS} [-\sin(n-1)\psi + \sin(n+1)\psi] \} \\
& - \frac{\gamma}{6} [\lambda_{i0} + \mu_z + \mu \beta_0 \cos \psi] \\
& - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \sum_{n=1}^5 \{ \beta_{nC} [\cos(n-1)\psi + \cos(n+1)\psi] + \beta_{nS} [\sin(n-1)\psi + \sin(n+1)\psi] \} \\
& - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{2} [(\lambda_{i0} + \mu_z)(1 - \cos 2\psi) + \frac{\mu}{2} \beta_0 (\cos \psi - \cos 3\psi)] \\
& - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^3}{8} \sum_{n=1}^5 \{ \beta_{nC} [-\cos(n-3)\psi - \cos(n+3)\psi] + \beta_{nS} [-\sin(n-3)\psi \\
& \quad - \sin(n+3)\psi] \}
\end{aligned} \tag{7.5}$$

Nun kann man nach den einzelnen Termen, also nach dem konstanten Teil und den Teilen mit  $\cos n\psi$  und  $\sin n\psi$  separieren und erhält insgesamt 11 Gleichungen für die 11 unbekannten Schlagwinkelamplituden  $\beta_0$ ,  $\beta_{nS}$  und  $\beta_{nC}$ ,  $n = 1, 2, \dots, 5$ , die allerdings verkoppelt sind.

$$\begin{aligned}
0 = & -\beta_0 + \frac{\gamma}{10} \Theta_{tw} + \frac{\gamma}{8} \Theta_0 + \frac{\gamma}{6} \left( \mu \Theta_S + \Theta_{tw} \frac{\mu^2}{2} \right) + \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{2} \Theta_0 - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \lambda_{i0} k_y + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \beta_C \\
& - \frac{\gamma}{6} (\lambda_{i0} + \mu_z) - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \beta_C - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{2} (\lambda_{i0} + \mu_z) - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^3}{8} (-\beta_{3C})
\end{aligned} \tag{7.6}$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\begin{aligned}\beta_0 - \frac{\gamma}{32} \mu^3 \beta_{3C} &= \Theta_0 \frac{\gamma}{8} (1 + \mu^2) + \Theta_{tw} \frac{\gamma}{10} \left(1 + \frac{5}{6} \mu^2\right) + \Theta_S \frac{\gamma}{6} \mu \\ &\quad - \frac{\gamma}{6} (\lambda_{i0} + \mu_z) \left(1 + \frac{3}{4} \mu^2\right) - \frac{\gamma}{12} \mu \lambda_{i0} k_y\end{aligned}\quad (7.7)$$

Für den Term vor  $\sin \psi$  erhält man

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\gamma}{8} (\Theta_S + 2\mu \Theta_{tw}) + \frac{\gamma}{6} 2\mu \Theta_0 + \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{4} 3\Theta_S - \frac{\gamma}{8} (\lambda_{i0} k_y - \beta_C) + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} 2\beta_{2S} - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \beta_{2S} \\ &\quad - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^3}{8} (-\beta_{4S} + \beta_{2S})\end{aligned}\quad (7.8)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_C + \mu \left( \frac{2}{3} - \frac{\mu^2}{4} \right) \beta_{2S} + \frac{\mu^3}{4} \beta_{4S} = -\frac{8}{3} \mu \Theta_0 - 2\mu \Theta_{tw} - \left( 1 + \frac{3}{2} \mu^2 \right) \Theta_S + \lambda_{i0} k_y\quad (7.9)$$

Für den Term vor  $\cos \psi$  erhält man

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\gamma}{8} \Theta_C + \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{4} \Theta_C - \frac{\gamma}{8} (\lambda_{i0} k_x + \beta_S) + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} 2\beta_{2C} - \frac{\gamma}{6} \mu \beta_0 - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \beta_{2C} - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{2} \frac{\mu}{2} \beta_0 \\ &\quad - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^3}{8} (-\beta_{4C} - \beta_{2C})\end{aligned}\quad (7.10)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_S + \mu \left( \frac{4}{3} + \frac{\mu^2}{2} \right) \beta_0 - \mu \left( \frac{2}{3} + \frac{\mu^2}{4} \right) \beta_{2C} - \frac{\mu^3}{4} \beta_{4C} = \left( 1 + \frac{\mu^2}{2} \right) \Theta_C - \lambda_{i0} k_x\quad (7.11)$$

Für den Term vor  $\sin 2\psi$  erhält man

$$\begin{aligned}0 &= 3\beta_{2S} + \frac{\gamma}{6} \mu \Theta_C - \frac{\gamma}{8} (-2\beta_{2C}) - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \lambda_{i0} k_x + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (3\beta_{3S} - \beta_S) - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (\beta_{3S} + \beta_S) \\ &\quad - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^3}{8} (-\beta_{5S} + \beta_S)\end{aligned}\quad (7.12)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_{2C} + \mu \left( \frac{2}{3} + \frac{\mu^2}{8} \right) \beta_S + \frac{12}{\gamma} \beta_{2S} + \frac{2}{3} \mu \beta_{3S} + \frac{\mu^3}{8} \beta_{5S} = -\frac{2}{3} \mu \Theta_C + \frac{\mu}{3} \lambda_{i0} k_x\quad (7.13)$$

Für den Term vor  $\cos 2\psi$  erhält man

$$0 = 3\beta_{2C} - \frac{\gamma}{6} \left( \mu\Theta_S - \Theta_{tw} \frac{\mu^2}{2} \right) - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{4} 2\Theta_0 + \frac{\gamma}{8} 2\beta_{2S} + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} \lambda_{i0} k_y \\ + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (3\beta_{3C} - \beta_C) - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (\beta_{3C} + \beta_C) + \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{2} (\lambda_{i0} + \mu_z) - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^3}{8} (-\beta_C - \beta_{5C}) \quad (7.14)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_{2S} + \mu \left( -\frac{2}{3} + \frac{\mu^2}{8} \right) \beta_C + \frac{12}{\gamma} \beta_{2C} + \frac{2}{3} \mu \beta_{3C} + \frac{\mu^3}{8} \beta_{5C} = \frac{\mu^2}{2} \Theta_0 + \frac{2}{3} \mu \Theta_S - \frac{\mu^2}{3} \Theta_{tw} \\ - \frac{\mu^2}{2} (\lambda_{i0} + \mu_z) - \frac{\mu}{3} \lambda_{i0} k_y \quad (7.15)$$

Für den Term vor  $\sin 3\psi$  erhält man

$$0 = 8\beta_{3S} - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{4} \Theta_S + \frac{\gamma}{8} 3\beta_{3C} + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (4\beta_{4S} - 2\beta_{2S}) - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (\beta_{4S} + \beta_{2S}) \quad (7.16)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_{3C} - \frac{2}{3} \mu \beta_{2S} + \frac{64}{3\gamma} \beta_{3S} + \frac{2}{3} \mu \beta_{4S} = \frac{\mu^2}{6} \Theta_S \quad (7.17)$$

Für den Term vor  $\cos 3\psi$  erhält man

$$0 = 8\beta_{3C} - \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{4} \Theta_C - \frac{\gamma}{8} 3\beta_{3S} + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (4\beta_{4C} - 2\beta_{2C}) - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (\beta_{4C} + \beta_{2C}) + \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^2}{2} \frac{\mu}{2} \beta_0 \quad (7.18)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_{3S} + \frac{2}{3} \mu \beta_{2C} - \frac{64}{3\gamma} \beta_{3C} - \frac{2}{3} \mu \beta_{4C} - \frac{\mu^3}{6} \beta_0 = -\frac{\mu^2}{6} \Theta_C \quad (7.19)$$

Für den Term vor  $\sin 4\psi$  erhält man

$$0 = 15\beta_{4S} + \frac{\gamma}{8} 4\beta_{4C} + \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (5\beta_{5S} - 3\beta_{3S}) - \frac{\gamma}{6} \frac{\mu}{2} (\beta_{5S} + \beta_{3S}) + \frac{\gamma}{4} \frac{\mu^3}{8} \beta_S \quad (7.20)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_{4C} + \frac{\mu^3}{16}\beta_S - \frac{2}{3}\mu\beta_{3S} + \frac{30}{\gamma}\beta_{4S} + \frac{2}{3}\mu\beta_{5S} = 0 \quad (7.21)$$

Für den Term vor  $\cos 4\psi$  erhält man

$$0 = 15\beta_{4C} - \frac{\gamma}{8}4\beta_{4S} + \frac{\gamma}{6}\frac{\mu}{2}(5\beta_{5C} - 3\beta_{3C}) - \frac{\gamma}{6}\frac{\mu}{2}(\beta_{5C} + \beta_{3C}) + \frac{\gamma}{4}\frac{\mu^3}{8}\beta_C \quad (7.22)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_{4S} - \frac{\mu^3}{16}\beta_C + \frac{2}{3}\mu\beta_{3C} - \frac{30}{\gamma}\beta_{4C} - \frac{2}{3}\mu\beta_{5C} = 0 \quad (7.23)$$

Für den Term vor  $\sin 5\psi$  erhält man

$$0 = 24\beta_{5S} + \frac{\gamma}{8}5\beta_{5C} + \frac{\gamma}{6}\frac{\mu}{2}(-4\beta_{4S}) - \frac{\gamma}{6}\frac{\mu}{2}(\beta_{4S}) + \frac{\gamma}{4}\frac{\mu^3}{8}\beta_{2S} \quad (7.24)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_{5C} + \frac{\mu^3}{20}\beta_{2S} - \frac{2}{3}\mu\beta_{4S} + \frac{192}{5\gamma}\beta_{5S} = 0 \quad (7.25)$$

Für den Term vor  $\cos 5\psi$  erhält man

$$0 = 24\beta_{5C} - \frac{\gamma}{8}5\beta_{5S} + \frac{\gamma}{6}\frac{\mu}{2}(-4\beta_{4C}) - \frac{\gamma}{6}\frac{\mu}{2}(\beta_{4C}) + \frac{\gamma}{4}\frac{\mu^3}{8}\beta_{2C} \quad (7.26)$$

Daraus folgt nach Umstellung

$$\beta_{5S} - \frac{\mu^3}{20}\beta_{2C} + \frac{2}{3}\mu\beta_{4C} - \frac{192}{5\gamma}\beta_{5C} = 0 \quad (7.27)$$

Nun kann man alles in Matrixform zusammenfassen, wobei auf der linken Seite die Schlagwinkel und auf der rechten Seite die Anregungen aus Steuerwinkel und Abwind stehen. In den zugehörigen Matrizen befinden sich deren Koeffizienten; sie zeigen auch

die Verkoppelungen auf.

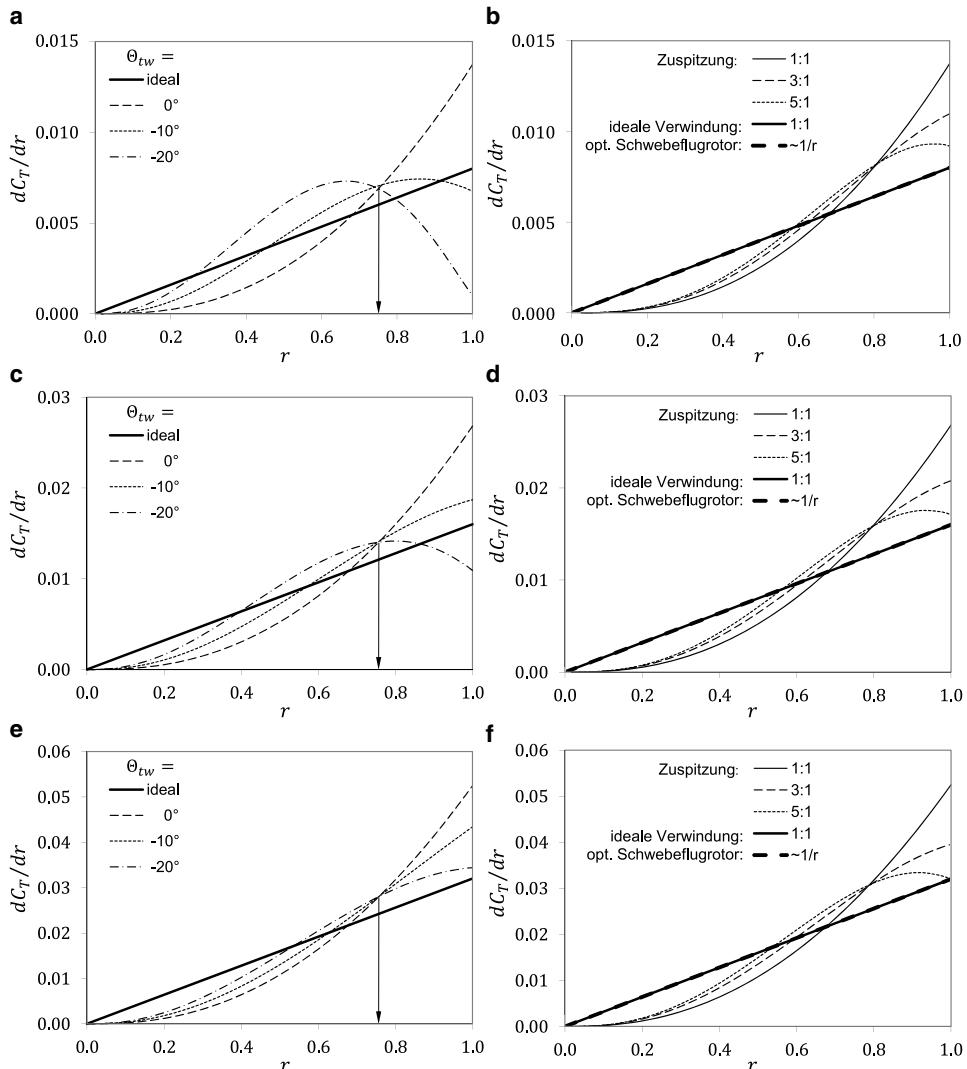
$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\gamma}{32}\mu^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \mu\left(\frac{4}{3} - \frac{\mu^2}{2}\right) & 1 & 0 & 0 & -\mu\left(\frac{2}{3} + \frac{\mu^2}{4}\right) & 0 & 0 & 0 & -\frac{\mu^3}{4} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \mu\left(\frac{2}{3} - \frac{\mu^2}{4}\right) & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu^3}{4} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\mu\left(\frac{2}{3} - \frac{\mu^2}{8}\right) & 1 & \frac{12}{\gamma} & 0 & \frac{2}{3}\mu & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu^3}{8} \\
 0 & \mu\left(\frac{2}{3} - \frac{\mu^2}{8}\right) & 0 & \frac{12}{\gamma} & 1 & \frac{2}{3}\mu & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu^3}{8} & 0 \\
 -\frac{\mu^3}{6} & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\mu & 1 & -\frac{64}{3\gamma} & 0 & -\frac{2}{3}\mu & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\mu & 0 & \frac{64}{3\gamma} & 1 & \frac{2}{3}\mu & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{\mu^3}{16} & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\mu & 1 & -\frac{30}{\gamma} & 0 & -\frac{2}{3}\mu \\
 0 & \frac{\mu^3}{16} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\mu & 0 & \frac{30}{\gamma} & 1 & \frac{2}{3}\mu & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\mu^3}{20} & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3}\mu & 1 & -\frac{192}{5\gamma} \\
 0 & 0 & 0 & \frac{\mu^3}{20} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\mu & 0 & \frac{192}{5\gamma} & 1
 \end{bmatrix} \\
 \times \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_S \\ \beta_C \\ \beta_{2S} \\ \beta_{2C} \\ \beta_{3S} \\ \beta_{3C} \\ \beta_{4S} \\ \beta_{4C} \\ \beta_{5S} \\ \beta_{5C} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\gamma}{8}(1 + \mu^2) & \frac{\gamma}{6}\mu & 0 & \frac{\gamma}{10}(1 + \frac{5}{6}\mu^2) & -\frac{\gamma}{6}(1 + \frac{3}{4}\mu^2) & -\frac{\gamma}{12}\mu & 0 \\ 0 & 0 & -\left(1 + \frac{\mu^2}{2}\right) & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -\frac{8}{3}\mu & -\left(1 + \frac{3}{2}\mu\right) & 0 & -2\mu & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\mu^2}{2} & \frac{2}{3}\mu & 0 & -\frac{\mu^2}{3} & -\frac{\mu^2}{2} & -\frac{\mu}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3}\mu & 0 & 0 & 0 & \frac{\mu}{3} \\ 0 & 0 & -\frac{\mu^2}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\mu^2}{6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \times \begin{Bmatrix} \Theta_0 \\ \Theta_S \\ \Theta_C \\ \Theta_{tw} \\ \lambda_{i0} + \mu_z \\ \lambda_{i0}k_y \\ \lambda_{i0}k_x \end{Bmatrix} \quad (7.28)$$

In symbolischer Schreibweise lautet dies

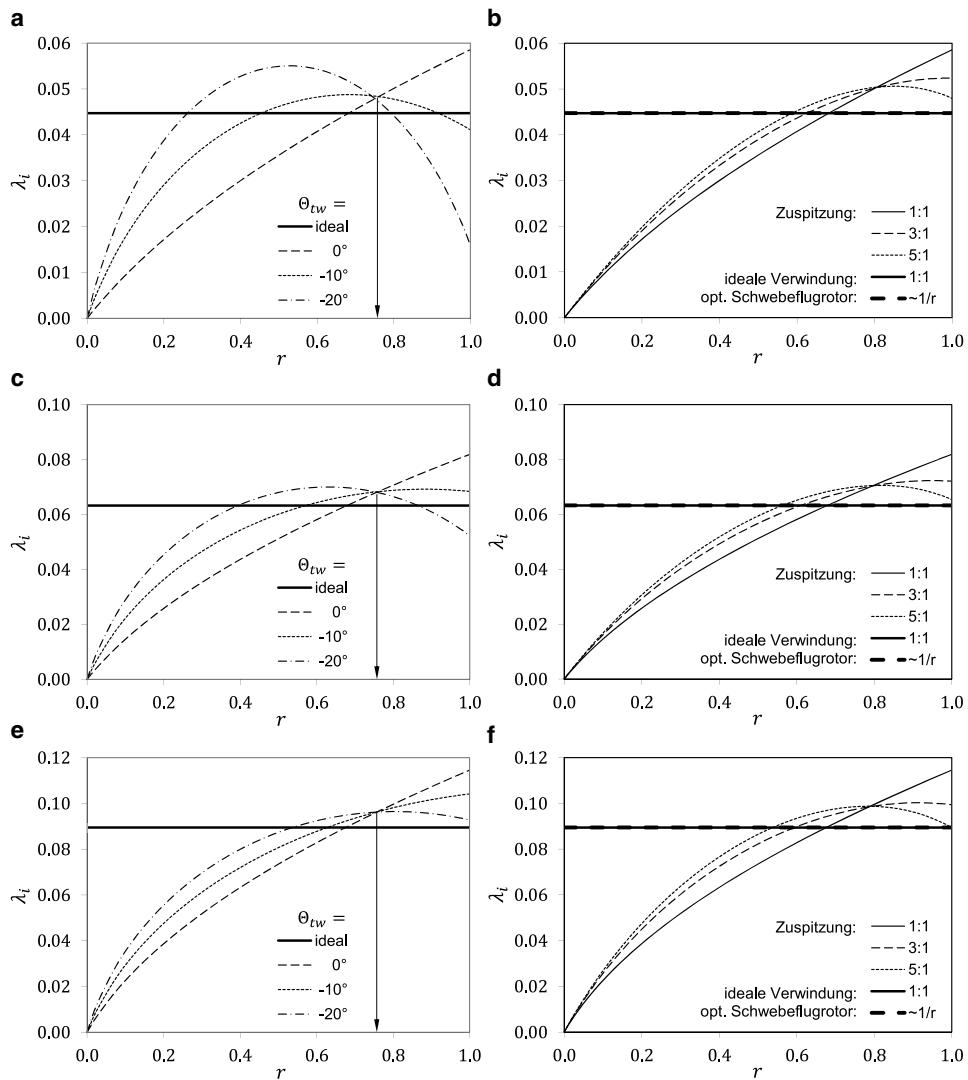
$$\mathbf{A}\vec{\beta} = \mathbf{B}\vec{\Theta} \Rightarrow \vec{\beta} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\vec{\Theta} \quad (7.29)$$

Für einen gegebenen Steuervektor, der außer den Blattwinkeln  $\Theta$  auch die Fluggeschwindigkeit  $\mu$  und die Rotorneigung  $\alpha$  sowie den induzierten Durchfluss in  $\lambda_{i0}$  und  $k_x$ ,  $k_y$  beinhaltet, lässt sich damit die Schlagbewegung berechnen. Da die Komponenten des Steuervektors jedoch eine Funktion der Schlagbewegung sind, muss hier iterativ vorgegangen werden. Es wird zunächst die Schlagbewegung in allen Elementen zu Null angenommen, es folgen daraus ein erster Satz Steuerwinkel sowie der induzierte Durchfluss. Damit wird die Schlagbewegung berechnet. Mit dieser Lösung ermittelt man einen neuen Steuervektor, der wiederum eine neue Schlagbewegung zur Folge hat. Diese Iteration wird so lange fortgeführt, bis Konvergenz eintritt, das heißt, sowohl der Steuervektor als auch die Schlagbewegung sich zwischen den Iterationen nur noch marginal ändern. Aus den Elementen der Matrix erkennt man, dass die Kopplung der Gleichungen in allen Gliedern mit  $\mu$  steckt; je größer der Fortschrittsgrad, um so verkoppelter sind die Gleichungen.

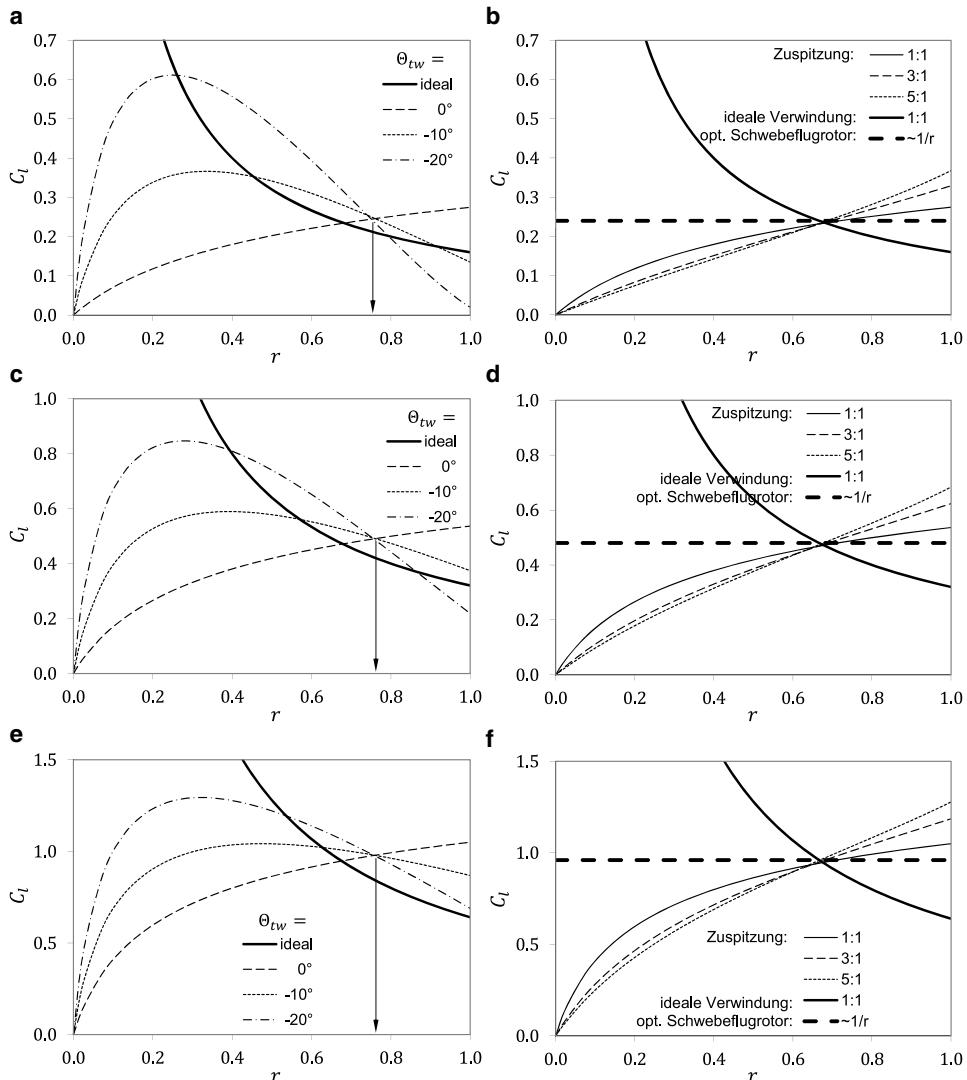
## 7.7 Blattelemententheorie: Variation des Schubbeiwertes



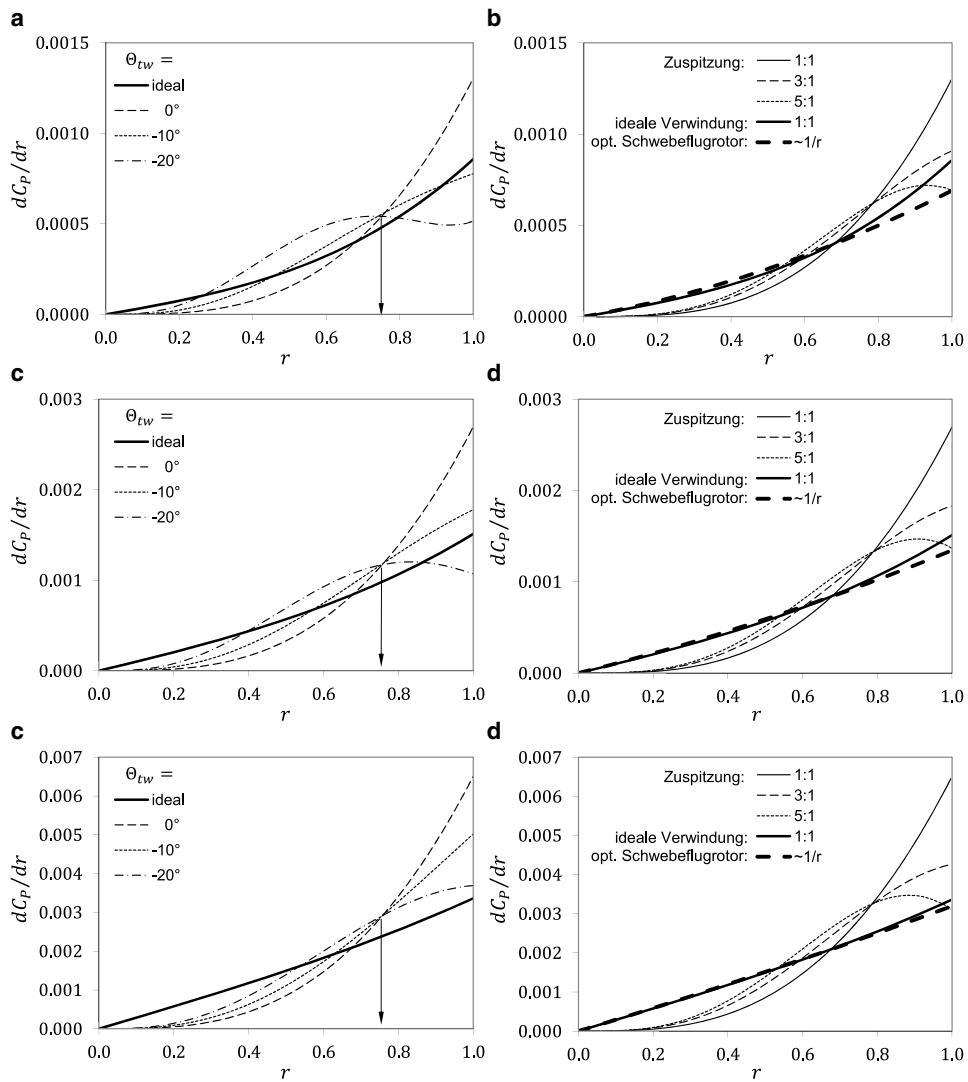
**Abb. 7.1** Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf die Schubverteilung. **a**  $C_T = 0.004$ , Zuspitzung 1 : 1, **b**  $C_T = 0.004$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , **c**  $C_T = 0.008$ , Zuspitzung 1 : 1, **d**  $C_T = 0.008$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , **e**  $C_T = 0.016$ , Zuspitzung 1 : 1, **f**  $C_T = 0.016$ ,  $\Theta_{tw} = 0$  ( $C_{l\alpha} = 5.75$ ;  $\sigma_{eq} = 0.1$ ;  $C_{d0} = 0.01$ ;  $B = 1$ )



**Abb. 7.2** Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf die induzierte Durchflusstverteilung. **a**  $C_T = 0.004$ , Zuspitzung 1 : 1, **b**  $C_T = 0.004$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , **c**  $C_T = 0.008$ , Zuspitzung 1 : 1, **d**  $C_T = 0.008$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , **e**  $C_T = 0.016$ , Zuspitzung 1 : 1, **f**  $C_T = 0.016$ ,  $\Theta_{tw} = 0$  ( $C_{l\alpha} = 5.75$ ;  $\sigma_{eq} = 0.1$ ;  $C_{d0} = 0.01$ ;  $B = 1$ )



**Abb. 7.3** Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf die Auftriebsbeiwertverteilung. **a**  $C_T = 0.004$ , Zuspitzung 1 : 1, **b**  $C_T = 0.004$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , **c**  $C_T = 0.008$ , Zuspitzung 1 : 1, **d**  $C_T = 0.008$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , **e**  $C_T = 0.016$ , Zuspitzung 1 : 1, **f**  $C_T = 0.016$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , ( $C_{l\alpha} = 5.75$ ;  $\sigma_{eq} = 0.1$ ;  $C_{d0} = 0.01$ ;  $B = 1$ )



**Abb. 7.4** Einfluss der Verwindung und Zuspitzung auf die Leistungsbeiwertverteilung. **a**  $C_T = 0.004$ , Zuspitzung 1 : 1, **b**  $C_T = 0.004$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , **c**  $C_T = 0.008$ , Zuspitzung 1 : 1, **d**  $C_T = 0.008$ ,  $\Theta_{tw} = 0$ , **e**  $C_T = 0.016$ , Zuspitzung 1 : 1, **f**  $C_T = 0.016$ ,  $\Theta_{tw} = 0$  ( $C_{l\alpha} = 5.75$ ;  $\sigma_{eq} = 0.1$ ;  $C_{d0} = 0.01$ ;  $B = 1$ )



# Lösungen zu den Übungsaufgaben

8

## 8.1 Lösungen zu den Übungen von Kap. 1

### 8.1.1 Geschichte der Drehflügler

1. 5 Hauptprobleme der Hubschrauberpioniere um 1900 und ihre Lösung
  - Problem: Biegemomente am Rotorkopf  $\Rightarrow$  Lösung: Schlag-, Schwenkgelenke
  - Rotorsteuerung  $\Rightarrow$  Taumelscheibe
  - Kompensation des Drehmomentes  $\Rightarrow$  Heckrotor, Koaxialrotor
  - Antriebsleistung  $\Rightarrow$  Motorentwicklung, Widerstandsverringerung
  - Gewicht  $\Rightarrow$  Leichtbaukonstruktion
2. Der Autogyro war das erste erfolgreich geflogene (und vermarktete) Fluggerät mit Drehflügeln.
  - Erfinder: Juan de la Cierva, 1923, Spanien
  - Wichtigster Konstruktionsunterschied ist der Antrieb des Rotors beim Autogyro durch den Fahrtwind, beim Hubschrauber durch einen Motor.
  - Unterschied im Betrieb: beim Autogyro ist der Rotoranstellwinkel  $\alpha > 0$ , beim Hubschrauber  $\alpha < 0$ . Der Autogyro kann keinen Senkrechtstart und -flug durchführen, ist grundsätzlich in der Fluggeschwindigkeit wesentlich eingeschränkter als ein Hubschrauber, da seine Blattspitzengeschwindigkeit deutlich geringer ist:  $\Omega R_{AG} \approx 0.6 \Omega R_{HS}$ .

### 8.1.2 Blattanschluss am Rotorkopf

1. Die drei grundsätzlichen Freiheitsgrade eines modernen Rotorblattes:
  - Schlagen = Blattreaktion auf aerodynamische Lasten. Statischer Anteil aufgrund Schubes; dynamischer Anteil (1/rev) erzeugt Roll- und Nickmoment.

- Schwenken = Blattreaktion auf Widerstand und dynamische Schlagbewegung (über Corioliskräfte), statischer Anteil aufgrund von Rotorleistung.
  - Drehen um die Blattachse = Steuerung des Piloten. Kollektiv erzeugt Schub, zyklische Winkel (1/rev) die Längs- und Querneigung der Rotorebene zur Steuerung.
- In allen Freiheitsgraden finden sich Einflüsse von Zentrifugalkräften.
2. Was versteht man unter einem gelenklosen und einem lagerlosen Blattanschluss und was sind die grundsätzlichen Vor- und Nachteile?
    - Lagerloser Rotor: Das Blatt ist fest am Rotorkopf befestigt, alle Freiheitsgrade werden durch elastische Verformung des Blatthalses erreicht. Steuerung über eine Steuertüte. Vorteile: wenig Teile, wartungsfrei, hohe Agilität des Hubschraubers. Nachteile: schwer zu bauen, hohe Bauteilbelastungen, Steuerung muss an weiter außen liegenden Radien eingebracht werden, Einbau ausreichender Systemdämpfung schwierig.
    - Gelenkloser Rotor: wie der lagerlose Rotor, aber mit einem Steuerlager, so dass die Steuerung an der Wurzel erfolgt. Vorteile und Nachteile wie lagerloser Rotor, aber das Steuerlager braucht Wartung, mehr Teile.

Gelenkiger Rotor: Gelenke für alle Freiheitsgrade. Vorteile: leicht zu konstruieren, geringe Belastung der Teile, Dämpfer sind leicht einzubringen. Nachteile: viele Teile (Kosten), hoher Wartungsaufwand (Kosten), geringere Agilität.
  3. Vergleichen Sie die Vor- und Nachteile eines über den Rotormast und eines über einen Blattspitzenantrieb bewegten Rotors.
    - Über den Mast angetrieben: Drehmomentenausgleich nötig, leichte Rotorblätter, Blattspitzengeschwindigkeit anpassbar.
    - Blattspitzenantrieb: kein Drehmomentenausgleich nötig, hohe Blattspitzengeschwindigkeit und hohe Strahlgeschwindigkeit nötig (Lasten, Lärm), schwere Blätter, Versorgung (Treibstoff, Elektrik) muss ins drehende System, schwierige Drehzahlregelung.

### 8.1.3 Kurzfragen

1. Vorteile eines Hubschraubers im Vergleich zum Flächenflugzeug:
  - Start, Landung (vertikal, auf engstem Raum) → keine Landebahn erforderlich
  - Schwebe- und Vertikalflug (hoch und runter)
  - hohe Wendigkeit auch bei  $\mu = 0$

Nachteile eines Hubschraubers im Vergleich zum Flächenflugzeug:

  - hoher Leistungsbedarf ⇒ schlechte effektive Flügelstreckung (Äquivalenz zum Kreisflügel:  $\Lambda = \text{Quadrat der Spannweite}/\text{Fläche} = (2R)^2/(\pi R^2) = 4/\pi \approx 1.2$ )
  - beschränkte Reichweite
  - niedrige Reisegeschwindigkeit (weniger als halb so viel wie Flächenflugzeuge)
  - Vibration

- Lärm (vor allem im Landeanflug und im Schnellflug)
  - schlechte Flugstabilität
2. Arten von Drehflügelflugzeugen:
- Hubschrauber: angetriebener Hauptrotor, Vortrieb durch Neigung des Schubvektors
  - Tragschrauber = Autogyro: frei drehender Rotor, Vortrieb durch Propeller, horizontaler Start aber vertikale Landung
  - Flugschrauber: Hubschrauber mit Vortriebsorganen für höhere Reisefluggeschwindigkeit, so dass der Rotor nur noch für den Auftrieb zuständig ist
  - Kombinationsflugschrauber: Flugschrauber mit zusätzlichen Tragflügeln. Bei hoher Fluggeschwindigkeit wird der Rotor vom Auftrieb teilweise oder völlig befreit („Lift and Thrust Compound“, X2, X³, CarterCopter)
  - Verwandlungshubschrauber = Tiltrotor: Rotor schwenkbar zum Propeller oder versenkbar (V-22 Osprey)
  - X-Wing = Stop-Rotor: Kombinationsflugschrauber, der seinen Rotor im Schnellflug anhält und als x-förmigen Flügel nutzt
3. Unterschiede zwischen gelenkig gelagerten und gelenklosen Rotoren: die periodischen Luftkräfte führen immer zu großen Biegemomenten an der Blattwurzel, was zum Schlagen und Schwenken der Blätter führt.
- gelenkig: Abbau der Momente durch Gelenke (ggf. mit Federn) und Dämpfern (vor allem in der Schwenkbewegung)
  - gelenklos: elastischer Blattanschluss, strukturbedingte Feder und Dämpfer, hohe Materialbelastung

## 8.2 Lösungen zu den Übungen von Kap. 2

### 8.2.1 Kurzfrage

Die wesentlichen Flugzustände eines Hubschraubers sind

- Schwebeflug (symmetrischer Abwind,  $\lambda_C = \mu = 0$ ), Durchströmung des Rotors von oben nach unten.
- senkrechter Steig- und Sinkflug (mit Steigflug  $\lambda_C > 0$ , Wirbelringstadium  $0 > \lambda_C > -2\lambda_h$  und Windmühlenstadium = Autorotation  $\lambda_C < -2\lambda_h$ ). Steigflug und langsamer Sinkflug: Durchströmung des Rotors von oben nach unten; Wirbelringstadium: instabile Durchströmung teils von oben nach unten, teils umgekehrt; Windmühlenstadium (= schneller Sinkflug): Durchströmung des Rotors von unten nach oben.
- Horizontalflug (vorwärts, rückwärts, seitwärts) einschließlich Steigen und Sinken  $\mu > 0, \lambda_C >= < 0$ . Durchströmung des Rotors von oben nach unten.

## 8.2.2 Strahltheorie

1. Herleitung  $v_i = f(T, R, \rho)$  für einen Hubschrauber im Schwebeflug mittels Impulserhaltungssatz: Kraft = Änderung des Impulses der Strömöhre

$$T = \dot{m} \Delta V = (\rho A v_i)(v_{i\infty}) = (\rho \pi R^2 v_i)(2v_i) \Rightarrow v_i = \sqrt{\frac{1}{2\rho} \frac{T}{A}}$$

2. Bernoulli's Gleichung besagt, dass die Summe aus statischem und dynamischem Druck konstant ist. Da in der Rotorebene ein Drucksprung stattfindet, kann man die Gleichung einmal von weit oberhalb des Rotors bis zur Oberseite der Rotorebene aufstellen und einmal von der Unterseite bis hinunter in den voll ausgebildeten Abstrom, in dem der statische Druck wieder gleich dem Umgebungsdruck sein muss.

$$\begin{aligned} p_\infty + (\rho/2)V_c^2 &= p_1 + (\rho/2)(V_c + v_i)^2 \\ p_2 + (\rho/2)(V_c + v_i)^2 &= p_\infty + (\rho/2)(V_c + v_{i\infty})^2 \\ \Rightarrow \Delta p &= p_2 - p_1 = \rho v_{i\infty}(V_c + v_{i\infty}/2) \end{aligned}$$

Der Schub ist das Produkt aus Druckdifferenz und Rotorkreisfläche und lässt sich außerdem mittels des Impulssatzes als Änderung des Massenstromes darstellen, welcher wiederum in der Rotorebene eindeutig definierbar ist.

$$\begin{aligned} T &= \Delta p \pi R^2 \\ T &= \dot{m}(V_c + v_{i\infty}) - \dot{m}V_c = \dot{m}v_{i\infty} \\ \dot{m} &= \rho \pi R^2(V_c + v_i) \end{aligned}$$

Setzt man beide Ausdrücke für den Schub gleich und ersetzt den Massenstrom durch dessen Ausdruck, so folgt unmittelbar  $v_i = v_{i\infty}/2$ .

3. Der Radius des ausgebildeten Abstromzylinders folgt mittels des Kontinuitätssatzes zu

$$\dot{m} = \text{const.} \Rightarrow \rho A v_i = \rho \pi R^2 v_i \stackrel{!}{=} \rho A_\infty v_{i\infty} = \rho \pi R_\infty^2 2v_i \Rightarrow R_\infty = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

4.  $\Omega R = 300 \text{ m/s}$  ist eine sehr große Blattspitzengeschwindigkeit knapp unter  $M = 0.9$ , also bereits nahe der Schallgeschwindigkeit. Heute üblich sind etwa  $210 \text{ m/s}$  (etwas über  $M = 0.6$ ). Auswirkung hoher Blattspitzengeschwindigkeit auf:
- induzierte Leistung: keine, da nur vom Schub abhängig  $P_i = T v_i = \sqrt{T^3/(2\rho A)}$
  - Profilwiderstandsleistung: steigt, da proportional zu  $(\Omega R)^3$  und der Profilwiderstandsbeiwert wächst gemäß Prandtl-Glauert proportional zu  $C_{d0}/\sqrt{1-M^2}$ . Üblich ist eine Blattspitzenmachzahl von  $M = 0.62$  bis  $0.64$ , so dass bei  $\Omega R = 300 \text{ m/s}$  bereits eine Machzahl von  $M = 0.88$  erreicht wird.

- Leistungsgütegrad: sinkt, da  $FM \sim 1/(\kappa C_{d0})$  und  $C_T$  kleiner ist.
  - Flächendichte: keine Auswirkung, da nicht von  $\Omega R$  abhängig
  - Kollektiv: sinkt, da aufgrund des großen Staudruckes der Einstellwinkel verkleinert werden muss, um gleichen Schub wie bei geringeren Drehzahlen zu erreichen.
5. Gegeben:  $m = 1100 \text{ kg} \Rightarrow T = mg$ ,  $D = 11 \text{ m} \Rightarrow R = D/2$ ,  $P_0 = 40 \text{ PS} = 30 \text{ kW}$ , Meereshöhe:  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ .
- Gesamtleistung im Schwebeflug ( $V_c = 0$ ): induzierte Leistung folgt zu

$$P_i = T v_i = T \sqrt{\frac{T}{2\rho\pi R^2}} = 81 \text{ kW} \quad \Rightarrow \quad P = P_i + P_0 = 111 \text{ kW}$$

- Stationärer vertikaler Steigflug ( $V_c > 0$ ): da die induzierte Geschwindigkeit abnimmt, nimmt auch die induzierte Leistung  $P_i = T v_i$  im Vergleich zum Schwebeflug ab (nicht aber die Gesamtleistung, die größer wird, da die Steigleistung  $P_c = TV_c$  hinzukommt und  $V_c + v_i > v_h$  ist!)
6. Kurven des Leistungsgütegrades  $FM = f(C_T/\sigma)$  mit charakteristischen Werten siehe Abb. 2.11b
- Idealer Rotor:  $FM = 1$  für jedes  $C_T/\sigma$
  - Linien: mit Profilwiderstandsleistung, aber ohne Stall; Einfluss von  $\sigma$  (durchgezogen: großes  $\sigma$ )
  - Symbole: realer Rotor mit Stall bei  $C_T/\sigma \approx 0.12$
7. In Meereshöhe ist die Luftdichte bei Standardatmosphäre  $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ . Aus dem Impulssatz erhält man  $T = \rho\pi R^2 v_i v_{i\infty}$  und mit  $v_i = v_{i\infty}/2$  sowie der Rotorkreisfläche  $A = \pi R^2$  folgt

$$v_{i\infty} = 2v_i = 2\sqrt{\frac{T/A}{2\rho}}$$

ist also proportional zur Wurzel aus der Strahlflächenbelastung. Aus der Definition des Leistungsgütegrades als Verhältnis von induzierter Leistung zur Gesamtleistung  $FM = T v_i / P$  und der obigen Formel für die induzierte Geschwindigkeit  $v_i = v_{i\infty}/2$  und letztere in Abhängigkeit von der Strahlflächenbelastung folgt

$$FM = \frac{T}{P} v_i = \frac{T}{P} \sqrt{\frac{T/A}{2\rho}}$$

Für  $FM = 0.75$  kann man nach der Leistungsbelastung auflösen

$$T/P = 0.75 \sqrt{\frac{2\rho}{T/A}}$$

Folglich ist die Leistungsbelastung proportional zu  $1/\sqrt{T/A}$  und damit invers zur induzierten Geschwindigkeit.

8. Gegeben:  $m = 4500 \text{ kg}$ ,  $D = 12 \text{ m}$ ,  $P = 970 \text{ PS}$ , Drehzahl 334 RPM. Daraus lassen sich unmittelbar ableiten:

Gewichtskraft:  $W = mg = 4500 \text{ kg} * 9.81 \text{ m/s}^2 = 44145 \text{ N}$

Radius:  $R = D/2 = 12 \text{ m}/2 = 6 \text{ m}$

Rotorkreisfläche:  $A = \pi R^2 = \pi(6 \text{ m})^2 = 113.1 \text{ m}^2$

Drehfrequenz:  $\Omega = 2\pi \text{ RPM}/60 = 35 \text{ rad/s}$

Blattspitzengeschwindigkeit:  $\Omega R = 35 \text{ rad/s} * 6 \text{ m} = 210 \text{ m/s}$

Leistung:  $P = 970 \text{ PS} * 745.7 \text{ W/PS} = 723.33 \text{ kW}$

Schubbeiwert:

$$C_T = \frac{T}{\rho A(\Omega R)^2} = \frac{T}{A} \frac{1}{\rho(\Omega R)^2} = \frac{390 \text{ N/m}^2}{1.225 \text{ kg/m}^3 * (210 \text{ m/s})^2} = 0.00723$$

- Strahlflächenbelastung:  $T/A = W/A = 44145 \text{ N}/113.1 \text{ m}^2 = 390 \text{ N/m}^2$
- Leistungsbelastung:  $T/P = W/P = 44.145 \text{ kN}/723.33 \text{ kW} = 0.061 \text{ N/W}$
- Drehmomentenbeiwert:

$$C_Q = \frac{P}{\rho A(\Omega R)^3} = \frac{723.329 \text{ W}}{1.225 \text{ kg/m}^3 * 113.1 \text{ m}^2 * (210 \text{ m/s})^3} = 0.000564$$

- Leistungsgütegrad:

$$FM = \frac{T v_i}{P} = \frac{W}{P} \sqrt{\frac{T}{A} \frac{1}{2\rho}} = 0.061 \text{ N/W} * \sqrt{\frac{390 \text{ N/m}^2}{2 * 1.225 \text{ kg/m}^3}} = 0.77$$

9. Ein Hubschrauber gegebener Masse befindet sich im Schwebeflug:

- $\Omega R$ ,  $R$ ,  $\Theta$  sind konstant. Wenn die Flächendichte  $\sigma$  verringert wird, sinkt der Leistungsbedarf  $P$  und das Kollektiv  $\Theta$  muss größer werden, um die kleinere Profiltiefe zu kompensieren.
- Nur  $R$  bleibt konstant. Dann erhält man die minimale Leistung bei folgender Kombination: Niedrige Blattspitzengeschwindigkeit, große Flächendichte, großes Kollektiv.
- $R$ ,  $T$  sind konstant. Wenn  $\sigma$ ,  $\Omega R$  und  $\Theta$  unabhängig voneinander verändert werden könnten, ändert sich die induzierte Leistung nicht, weil  $P_i = f(T, R, \rho)$ , da

$$P_i = T v_i = \sqrt{\frac{T^3}{2\rho\pi R^2}}$$

### 8.2.3 Leistungsrechnung mit der Strahltheorie

1. Gegeben:  $W = T = 10 \text{ kN}$ ,  $D = 11 \text{ m} \Rightarrow R = D/2$ ,  $P_0 = 40 \text{ PS} = 29.8 \text{ kW}$ .

- Für die Gesamtleistung ist zunächst die induzierte Leistung zu berechnen:

$$P_i = T v_i = \sqrt{\frac{T^3}{2\rho\pi R^2}} = \sqrt{\frac{(10\,000 \text{ N})^3}{2 * 1.225 \text{ kg/m}^3 * \pi * (5.5 \text{ m})^2}} = 65.5 \text{ kW}$$

Die Gesamtleistung ist also  $P = P_0 + P_i = 29.8 \text{ kW} + 65.6 \text{ kW} = 94.4 \text{ kW}$ .

- Im Steigflug ist die induzierte Leistung geringer als im Schwebeflug, da der Massenstrom zum Teil aus Steiggeschwindigkeit besteht und daher die induzierte Geschwindigkeit geringer wird. Die Gesamtleistung steigt jedoch, da die Steigleistung  $P_c = TV_c$  noch hinzukommt.

2. Mit den vorgegebenen Daten des leichten Transporthubschraubers Bo105 soll die Leistungsfähigkeit nach der Strahltheorie berechnet werden.

- (a) Hauptrotorleistung im Schwebeflug

$$\begin{aligned} T &= W = m_{Bo105} g \\ P &= \frac{P}{P_{\text{ideal}}} P_{\text{ideal}} = \frac{1}{FM} T v_i = \frac{1}{FM} \sqrt{\frac{T^3}{2\rho(h)A}} \\ A &= \pi R^2 \\ \Rightarrow P &= 353.6 \text{ kW} (h = 0 \text{ km}) = 456.2 \text{ kW} (h = 5 \text{ km}) \end{aligned}$$

- (b) zugehörige Heckrotorleistung: Heckrotorschub = Hauptrotordrehmoment/Abstand der Rotoren

$$\begin{aligned} M_z &= Q = \frac{P}{\Omega} \\ \Omega &= \frac{2\pi \text{ RPM}}{60} = 44.4 \text{ rad/s} \\ \Rightarrow Q &= 7964 \text{ Nm} (h = 0 \text{ km}) = 10\,274 \text{ Nm} (h = 5 \text{ km}) \\ T_{TR} &= \frac{Q}{x_{TR}} = 1350 \text{ N} (h = 0 \text{ km}) = 1741 \text{ N} (h = 5 \text{ km}) \\ P_{TR} &= \frac{1}{FM_{TR}} \sqrt{\frac{T_{TR}^3}{2\rho(h)A_{TR}}} \\ A_{TR} &= \pi R_{TR}^2 \\ \Rightarrow P_{TR} &= 27 \text{ kW} (h = 0 \text{ km}) = 51 \text{ kW} (h = 5 \text{ km}) \end{aligned}$$

(c) Gesamtleistung bei  $h = 0 \text{ km}$

$$P_{\text{tot}} = P + P_{TR} = 381 \text{ kW} (h = 0 \text{ km}) \quad = 507 \text{ kW} (h = 5 \text{ km})$$

$$\frac{P_{TR}}{P_{\text{tot}}} = 0.071 (h = 0 \text{ km}) \quad = 0.101 (h = 5 \text{ km})$$

Die Heckrotorleistung ist von der Höhe abhängig. Grund: Leistung ist proportional zu  $T^{3/2}$  und Heckrotorschub ist proportional zu  $Q = P/\Omega$ . Also: Heckrotorleistung ist proportional zu  $(T^{3/2})^{3/2} = T^{9/4}$ . Daher wächst die nötige Heckrotorleistung überproportional zur Hauptrotorleistung. Folge: Für sog. *hot and high* Einsätze braucht man einen großen Heckrotor bzw. einen längeren Hebelarm  $x_{TR}$  bzw. mehr Heckrotorblätter.

(d) Induzierte Geschwindigkeit im Schwebeflug

$$v_i = v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}} = 11.3 \text{ m/s} (h = 0 \text{ km}) \quad = 14.5 \text{ m/s} (h = 5 \text{ km})$$

(e) Hauptrotorleistung beim Steigflug mit  $V_c = 3 \text{ m/s}$  und  $v_h$  aus 4.

$$\begin{aligned} P &= \frac{T(V_c + v_i)}{FM} \\ v_i &= -\frac{V_c}{2} + \sqrt{\frac{V_c^2}{4} + v_h^2} \\ \Rightarrow P &= 405 \text{ kW} (h = 0 \text{ km}) \quad = 505 \text{ kW} (h = 5 \text{ km}) \end{aligned}$$

Ein Steigflug mit  $V_c$  in ruhender Luft ist äquivalent zu einem Schwebeflug in einem Abwindfeld mit derselben Geschwindigkeit.

Die Strahltheorie ist ungültig im Bereich  $-1 \leq V_c/v_{i\infty} \leq 0$ , da man sich dann im Wirbelringstadium befindet und die der Strahltheorie zugrunde liegende Annahme einer gleichgerichteten Durchströmung der Rotorebene nicht mehr zutrifft. Dies ist insbesondere um  $V_c/v_i = -1$  herum der Fall.

(f) Leistungsgleichgewicht im stationären Geradeausflug mit  $V_\infty = 50 \text{ m/s}$  bei  $h = 0 \text{ km}$ . Leistung = Kraft \* Geschwindigkeit, hier näherungsweise Widerstandskraft aus:

$D_p$	Schädlicher (parasitärer) Widerstand aus Rumpf
$D_i$	Induzierter Widerstand, Annahme kreisförmige Tragfläche
$D_0$	Rotorprofilwiderstand mit $C_l$ = mittlerer Profilauftriebsbeiwert
$T$	$= m_{Bo105} g$ Rotorschub

$$\begin{aligned}
 P_{\text{tot}} &= (D_p + D_i + D_0)V_\infty \\
 D_p &= \frac{\rho}{2} V_\infty^2 f = 1838 \text{ N} \\
 D_i &= \frac{\rho}{2} V_\infty^2 A \frac{C_L^2}{\pi \Lambda} \\
 \Lambda &= \frac{(2R)^2}{A} = \frac{4}{\pi} \quad \text{Streckung der Kreisfläche} \\
 C_L &= \frac{T}{(\rho/2)V_\infty^2 A} \quad \text{Auftriebsbeiwert der Kreisfläche} \\
 \Rightarrow D_i &= 1195 \text{ N} \\
 D_0 &= \frac{P_0}{V_\infty} = \frac{\rho A (\Omega R)^3}{V_\infty} \frac{\sigma C_d}{8} (1 + 3\mu^2) \\
 \sigma &= \frac{N_b c}{\pi R} = 0.07 \\
 \mu &= \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R} \approx \frac{V_\infty}{\Omega R} = 0.2294 \\
 C_d &= C_{d0} + C_{d2} \bar{C}_l^2 \\
 \bar{C}_l &= \frac{2}{\int_{0.2}^{0.98} r^2 dr} \frac{C_T}{\sigma} = 6.4 \frac{C_T}{\sigma} \\
 C_T &= \frac{T}{\rho A (\Omega R)^2} = 0.00534 \\
 \Rightarrow C_d &= 0.0131 \quad \Rightarrow D_0 = 2551 \text{ N} \quad \Rightarrow P_{\text{tot}} = 279.2 \text{ kW}
 \end{aligned}$$

Für  $V_\infty = 50$  m/s liegt der Gesamtleistungsbedarf unter dem des Schwebefluges.

- (g) Der Leistungsbedarf sinkt zunächst mit der Fluggeschwindigkeit, da die im Schwebeflug dominierende induzierte Leistung schnell abnimmt. Für höhere Fluggeschwindigkeiten dominiert zunehmend der Rumpfwiderstand und ab einem Minimalwert nimmt daher die Gesamtleistung wieder zu, siehe Abb. 5.9 mit der Darstellung der Leistungsanteile.

### 8.2.4 Leistungsrechnung: Bodeneffekt, Steigflug, Sinkflug, Autorotation

- $m = 2.7 \text{ t}$ ,  $R = 6 \text{ m}$ ,  $\Omega R = 200 \text{ m/s}$ ,  $\sigma = 0.08$ ,  $C_{d0} = 0.012$ ,  $\rho = 1.03 \text{ kg/m}^3$ ,  $V_c = 2 \text{ m/s}$ . Im Schwebeflug gilt

$$v_i = v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho\pi R^2}} = \sqrt{\frac{2700 \text{ kg} * 9.81 \text{ m/s}^2}{2 * 1.03 \text{ kg/m}^3 * (6 \text{ m})^2}} = 10.8 \text{ m/s}$$

Im Steigflug gilt gemäß Strahltheorie

$$v_i = \frac{-V_c + \sqrt{V_c^2 + 4v_h^2}}{2} = \frac{-2 \text{ m/s} + \sqrt{(2 \text{ m/s})^2 + 4 * (10.8 \text{ m/s})^2}}{2} = 9.8 \text{ m/s}$$

Die Rotorleistung besteht aus der induzierten Leistung, der Profilwiderstandsleistung und der Steigleistung. Zunächst wird die Profilwiderstandsleistung berechnet:

$$\begin{aligned} P_0 &= \rho \pi R^2 (\Omega R)^3 \frac{\sigma C_{d0}}{8} = 1.03 \text{ kg/m}^3 * \pi * (6 \text{ m})^2 * (200 \text{ m/s})^3 * \frac{0.08 * 0.012}{8} \\ &= 112 \text{ kW} \end{aligned}$$

Im Schwebeflug mit  $V_c = 0 \text{ m/s}$  besteht die Leistung nur aus den ersten beiden Anteilen:

$$P_h = T v_h + P_0 = 2700 \text{ kg} * 9.81 \text{ m/s}^2 * 10.8 \text{ m/s} + 112 \text{ kW} = 398 \text{ kW}$$

Im Steigflug reduziert sich zwar die induzierte Leistung, aber es kommt die Steigleistung hinzu:

$$P_c = 2700 \text{ kg} * 9.81 \text{ m/s}^2 * (9.8 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s}) + 112 \text{ kW} = 425 \text{ kW}$$

## 2. Leistungsrechnung mit der Bo105:

(a) Schwebeflug in Meereshöhe

$$\begin{aligned} m_{\max} &= \frac{T_{\max}}{g} = \frac{\sqrt[3]{2\rho A(P_{\text{MRmax}} FM)^2}}{g} = 3114 \text{ kg} \\ \Rightarrow m_{\text{Wasser}} &= m_{\max} - m_{Bo105} = 1014 \text{ kg} \end{aligned}$$

(b) Der Schuberhöhungsfaktor ist eine Funktion des Abstandes des Rotors vom Boden  $z/R$  und des Schubbelastungsgrades  $C_T/\sigma$ . Hier ist  $z/R = 0.8$ . Rechteckblätter:  $\sigma = N_b c / (\pi R)$ .

$$\begin{aligned} \frac{C_T}{\sigma} &= \frac{T_{\max}}{\rho A (\Omega R)^2 \sigma} = \frac{T_{\max}}{\rho N_b c R (\Omega R)^2} \\ \Omega &= \frac{2\pi \text{RPM}}{60} \\ \Rightarrow \frac{C_T}{\sigma} &= 0.09895 \\ C_T &= 0.00693 \\ k_G &= 1 - \left( \frac{R}{4z} \right)^2 \end{aligned}$$

Aus Abb. 2.18b folgt für  $z/R = 0.8$  ein Schuberhöhungsfaktor von  $k_G = 0.902$  bzw.  $1/k_G = T_{\text{IGE}}/T_{\text{OGE}} = 1.108$  und damit

$$\Delta m = \frac{\Delta T}{g} = \frac{T_{\text{IGE}} - T_{\text{OGE}}}{g} = \left( \frac{T_{\text{IGE}}}{T_{\text{OGE}}} - 1 \right) \frac{T_{\text{OGE}}}{g} = 337 \text{ kg}$$

(c) Gesamtleistungsbedarf in Meereshöhe bei  $V_\infty = 30 \text{ m/s}$  und  $m_{\max}$ :

$$P_{\text{tot}} = (D_p + D_i + D_0)V_\infty$$

$$D_p = \frac{\rho}{2} V_\infty^2 f = 662 \text{ N}$$

$$D_i = \frac{\rho}{2} V_\infty^2 A \frac{C_L^2}{\pi \Lambda}$$

$$\Lambda = \frac{(2R)^2}{A} = \frac{4}{\pi} \quad \text{Streckung der Kreisfläche}$$

$$C_L = \frac{m_{\max} g}{(\rho/2) V_\infty^2 A} = 0.7317 \quad \text{Auftriebsbeiwert der Kreisfläche}$$

$$\Rightarrow D_i = 5588 \text{ N}$$

$$D_0 = \frac{P_0}{V_\infty} = \frac{\rho A (\Omega R)^3}{V_\infty} \frac{\sigma C_d}{8} (1 + 3\mu^2)$$

$$\sigma = \frac{N_b c R}{A} = \frac{N_b c}{\pi R} = 0.07$$

$$\mu = \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R} \approx \frac{V_\infty}{\Omega R} = 0.1376$$

$$C_d = C_{d0} + C_{d2} \bar{C}_l^2$$

$$\bar{C}_l = \frac{2}{\int_{0.2}^{0.98} r^2 dr} \frac{C_T}{\sigma} = 6.4 \frac{C_T}{\sigma}$$

$$C_T = \frac{T}{\rho A (\Omega R)^2} = 0.00693$$

$$\Rightarrow C_d = 0.0152 \quad \Rightarrow D_0 = 4508 \text{ N} \quad \Rightarrow P_{\text{tot}} = 322.7 \text{ kW}$$

(d)  $\mu = 0$ ,  $V_c = ?$  mit  $m_{\max}$  und  $\Delta P = 50 \text{ kW}$ .

$$P_{\max} = P_{\text{MRmax}} + \Delta P = 610 \text{ kW}$$

$$P = \frac{P_{\text{ideal}}}{FM} = \frac{T(V_c + v_i)}{FM}$$

$$v_i = -\frac{V_c}{2} + \sqrt{\frac{V_c^2}{4} + v_h^2}$$

$$v_h = \sqrt{\frac{T}{2\rho A}}$$

$$T = m_{\max} g$$

$$\Rightarrow P = \frac{m_{\max}g}{FM} \left( \frac{V_c}{2} + \sqrt{\frac{V_c^2}{4} + \frac{m_{\max}g}{2\rho A}} \right) \quad \text{1. Term nach links und quadrieren}$$

$$P^2 - P \frac{m_{\max}g}{FM} V_c + \left( \frac{m_{\max}g}{FM} \frac{V_c}{2} \right)^2 = \left( \frac{m_{\max}g}{FM} \right)^2 \left( \frac{V_c^2}{4} + \frac{m_{\max}g}{2\rho A} \right)$$

$$\Rightarrow V_c = \frac{P \cdot FM}{m_{\max}g} - \frac{(m_{\max}g)^2}{2\rho A \cdot P \cdot FM} = 2.2 \text{ m/s}$$

(e) Startprozedur:

- Geringerer Leistungsbedarf im Bodeneffekt  $\Rightarrow$  Übergang in den Schwebeflug mit geringer Höhe
- Leistungsüberschuss entsprechend der Wannenkurve  $\Rightarrow$  langsame Beschleunigung zum Horizontalflug in konstanter Höhe knapp über dem Boden
- Leistungsüberschuss bei Vorwärtsgeschwindigkeit kompensiert Bodeneffekt  $\Rightarrow$  Übergang zum Steigflug

3. Gegeben:  $W = T = 11.3 \text{ kN}$ ,  $R = 9.15 \text{ m}$ ,  $\sigma = 0.09$ ,  $\Omega R = 214 \text{ m/s}$ ,  $C_{d0} = 0.01$

(a) Die Schwebeflugeistung in einer Höhe von 1830 m; die Luftdichte beträgt hier gemäß Normatmosphäre  $\rho = 1.026 \text{ kg/m}^3$ . Damit folgt zunächst der Schubbeiwert zu

$$C_T = \frac{T}{\rho \pi R^2 (\Omega R)^2} = \frac{11300 \text{ N}}{1.026 \text{ kg/m}^3 * \pi * (9.15 \text{ m})^2 * (214 \text{ m/s})^2} = 0.00914$$

Die Leistung erhält man dann aus induzierter Leistung und Profilwiderstandsleistung zu

$$P = \rho \pi R^2 (\Omega R)^3 \left( \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} + \frac{\sigma C_{d0}}{8} \right)$$

$$= 1.026 \text{ kg/m}^3 * \pi * (9.15 \text{ m})^2 * (214 \text{ m/s})^3 \left( \sqrt{\frac{0.00914^3}{2}} + \frac{0.09 * 0.01}{8} \right)$$

$$= 1932 \text{ kW}$$

(b) Die entstehende Sinkrate, wenn die Triebwerksleistung auf 1100 kW reduziert wird: Zunächst ist der zugehörige Leistungsbeiwert zu ermitteln.

$$C_P = \frac{P}{\rho \pi R^2 (\Omega R)^3} = \frac{1100 \text{ kw}}{1.026 \text{ kg/m}^3 * \pi * (9.15 \text{ m})^2 * (214 \text{ m/s})^3} = 0.000416$$

Im Sinkflug gilt gemäß Strahltheorie

$$C_P = C_T \lambda_h (\bar{\lambda}_i + \bar{\lambda}_c) + \frac{\sigma C_{d0}}{8}$$

$$\Rightarrow \bar{\lambda}_i + \bar{\lambda}_c = \left( 0.000416 - \frac{0.09 * 0.01}{8} \right) * \sqrt{\frac{2}{0.00914^3}} = 0.49 = \frac{P}{P_h}$$

Aus Abb. 2.16 folgt dann  $\bar{\lambda}_c \approx -1.4$  (Beachte: hier ist  $\bar{\lambda}_c = V_c/v_h$ ). Die Sinkgeschwindigkeit ist damit

$$V_c = -1.4 * 214 \text{ m/s} * \sqrt{0.00914/2} = -20.3 \text{ m/s}$$

- (c) Die Sinkrate bei Autorotation: die Rotorleistung verschwindet bei Autorotation  $C_P = 0$ . Folglich

$$\bar{\lambda}_i + \bar{\lambda}_c = -\frac{0.09 * 0.01}{8} * \sqrt{\frac{2}{0.00914^3}} = -0.18$$

Aus Abb. 2.16 folgt dann  $\bar{\lambda}_c \approx -1.8$ , so dass

$$V_c = -1.8 * 214 \text{ m/s} * \sqrt{0.00914/2} = -26.1 \text{ m/s}$$

- (d) Wie würde sich die Sinkrate der Autorotation ändern, wenn die Flächendichte um 50 % erhöht würde? Dies bedeutet  $\sigma_{\text{neu}} = 1.5\sigma_{\text{alt}}$ . Da der Schub konstant bleiben muss, bleibt die induzierte Leistung wie zuvor. Die Profilleistung ist jedoch linear von der Flächendichte abhängig und wird entsprechend größer. Dies muss zum Aufrechterhalten der Drehzahl durch ein stärkeres Vorneigen des Auftriebsbeiwertes kompensiert werden, was wiederum durch eine größere Sinkrate erfolgt. Berechnung wie zuvor:

$$\bar{\lambda}_i + \bar{\lambda}_c = 1.5 * (\bar{\lambda}_i + \bar{\lambda}_c)_{\text{alt}} = -0.18 * 1.5 = -0.27$$

Aus Abb. 2.16 folgt dann  $\bar{\lambda}_c \approx -1.85$ , so dass

$$V_c = -1.85 * 214 \text{ m/s} * \sqrt{0.00914/2} = -26.8 \text{ m/s}$$

- (e) Sinkgeschwindigkeit eines Fallschirms mit  $C_d = 1.2$ : Im stationären Sinkflug eines Fallschirmes gilt Widerstand = Gewicht, also

$$W = D = \frac{\rho}{2} V_c^2 \pi R^2 C_d \Rightarrow |V_c| = \sqrt{\frac{2 * 11\,300 \text{ N}}{1.026 \text{ kg/m}^3 * \pi * (9.15 \text{ m})^2 * 0.12}} \\ = 26.4 \text{ m/s}$$

Die Sinkgeschwindigkeit ist also praktisch dieselbe wie beim gleich schweren Hubschrauber in Autorotation.

- (f) Die induzierte Geschwindigkeit des obigen Hubschraubers im Schwebeflug ist

$$v_h = \Omega R \sqrt{C_T/2} = 214 \text{ m/s} * \sqrt{0.00914/2} = 14.5 \text{ m/s}$$

und beträgt damit etwa 55 % der Sinkgeschwindigkeit des Fallschirmes bzw. des Hubschraubers in Autorotation. Die Nettodurchströmung in Autorotation beträgt nur

$$(\bar{\lambda}_i + \bar{\lambda}_c) \lambda_h \Omega R = -0.18 * \sqrt{0.00914/2} * 214 \text{ m/s} = 2.6 \text{ m/s}$$

da die induzierte Geschwindigkeit den größten Teil der Sinkgeschwindigkeit kompensiert.

## 8.3 Lösungen zu den Übungen von Kap. 3

### 8.3.1 Kurzfragen

1. Ungefährre Aufteilung der Verluste (hängt aber sehr von  $\mu$  und  $\lambda_c$  ab):

Profilwiderstand:	30 %
Ungleichförmigkeit:	6 %
Randverluste:	3 %
Drallverluste:	<1 %
Zellenwiderstand:	30 %
induzierte Verlustleistung:	30 %

2. Optimale Blattverwindung eines Hubschraubers

$$\Theta = \frac{1}{r} \left( \frac{4C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \sqrt{\frac{C_T}{2}} \right)$$

Schwebeflug: hyperbolisch, abhängig von Profil, Blatttiefe, Schub und  $\lambda_C$ , ansonsten ungleichförmig. Gilt immer nur für eine Kombination von Parametern, ist kompliziert zu konstruieren, hat fertigungstechnische Probleme, außerdem schlechte Leistungen im Vorwärtsflug: daher üblicherweise nicht gemacht  $\Rightarrow$  Kompromiss: streckenweise lineare Verwindung.

3. Geschwindigkeitskomponenten am Rotorblatt stammen vom:

- Hubschrauber: Translation, Rotation, Lage
- Rotor: Drehfrequenz  $\Omega$
- Rotorblatt: Schlag-, Schwenk-, Steuer- und Torsionsbewegung
- Aerodynamik: induzierte Geschwindigkeiten (Wirbelsystem), von anderen Komponenten induzierte Geschwindigkeiten (z. B. vom Rumpf)
- Atmosphäre: externe Böen (Wind), Wirbelschleppen von Flugzeugen

4. Anstellwinkel- und Machzahlbereiche der Rotoranströmung im Vorwärtsflug für Bo 105:  $M = M_{\text{tip}}(r + \mu \sin \psi)$

$$V_{\max} = 270 \text{ km/h} = 75 \text{ m/s} \quad \Omega R = 218 \text{ m/s} \quad (\mu = 0.344); \quad M_{\text{tip}} = 0.64 \\ \Rightarrow 0.856 > M > -0.078 \quad \text{und} \quad 16^\circ > \alpha_a > -170^\circ$$

Bei 392 km/h = 109 m/s ( $\mu = 0.5$ ) folgt  $0.96 > M > -0.18$ .

5.  $\Omega R = 300 \text{ m/s}$  ist sehr hoch. Der Leistungsgütegrad sinkt, da  $FM \sim \bar{C}_l$  und  $C_T$  kleiner ist und der mittlere Auftriebsbeiwert sinkt, da  $\bar{C}_l = 6C_T/\sigma$  und  $C_T \sim 1/(\Omega R)^2$  sinkt.
6. Skizze der antreibenden und bremsenden Gebiete im Autorotationszustand (innen: Stall, mitte: antreibend, außen: bremsend) in Abb. 3.33.

### 8.3.2 Leistungsrechnung mit der Blattelemententheorie

1. Leiten Sie einen Ausdruck für den mittleren Auftriebsbeiwert  $\bar{C}_l$  eines Rotors in Abhängigkeit des Schubbeiwertes  $C_T$  und der Flächendichte  $\sigma_{\text{tip}}$  her, dessen Profiltiefe invers zum Radius verläuft  $c = c_{\text{tip}}R/y$ ;  $\sigma_{\text{tip}} = N_b c_{\text{tip}} / (\pi R)$ .

$$T = \int_0^R T' dy = N_b \int_0^R \frac{\rho}{2} (\Omega y)^2 c_{\text{tip}} \frac{R}{y} \bar{C}_l dy \quad \left| * \frac{1}{\rho \pi R^2 (\Omega R)^2} \right.$$

$$C_T = \frac{N_b c_{\text{tip}}}{\pi R} \frac{\bar{C}_l}{2} \int_0^1 r dr = \frac{\sigma_{\text{tip}}}{4} \bar{C}_l \quad \Rightarrow \quad \bar{C}_l = 4 \frac{C_T}{\sigma_{\text{tip}}}$$

2. Für einen Hubschrauber mit nachfolgenden Daten sollen folgende Parameter in Meereshöhe berechnet werden: die Schwebeflugleistung außerhalb des Bodeneffektes; die Leistungseinsparung bei Reduktion der Blattspitzengeschwindigkeit auf 168 m/s; die mittleren Auftriebsbeiwerte für beide Rotordrehzahlen; der Steuerwinkel bei  $0.75R$  für beide Fälle unter Annahme idealer Verwindung; die erforderliche Heckrotorleistung. Gegebene Daten:  $W = 75\,600 \text{ N}$ ,  $R = 7.32 \text{ m}$ ,  $c = 0.53 \text{ m}$ ,  $N_b = 4$ ,  $\Omega R = 219.5 \text{ m/s}$ ,  $C_{d0} = 0.012$ ,  $x_{TR} = 9.15 \text{ m}$ ,  $R_{TR} = 1.4 \text{ m}$ ,  $FM_{TR} = 0.75$ ,  $C_{l\alpha} = 5.7$ .

Flächendichte:

$$\sigma = \frac{N_b c}{\pi R} = \frac{4 * 0.53 \text{ m}}{\pi * 7.32 \text{ m}} = 0.092$$

Schubbeiwert:

$$C_T = \frac{W}{\rho A (\Omega R)^2} = \frac{75\,600 \text{ N}}{1.225 \text{ kg/m}^3 * \pi * (7.32 \text{ m})^2 * (219.5 \text{ m/s})^2} = 0.00761$$

Drehmomentenbeiwert:

$$C_Q = \frac{\sigma C_{d0}}{8} + \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} = \frac{0.092 * 0.012}{2} + \sqrt{\frac{0.00761^3}{2}} = 0.0006074$$

Schwebeflugleistung:

$$P = C_Q \rho A (\Omega R)^3 = 0.0006074 * 1.225 \text{ kg/m}^3 * \pi * (7.32 \text{ m})^2 * (219.5 \text{ m/s})^3 \\ = 1325 \text{ kW}$$

Bei reduzierter Drehzahl:

$$C_{T,\text{red}} = \frac{75\,600 \text{ N}}{1.225 \text{ kg/m}^3 * \pi * (7.32 \text{ m})^2 * (168 \text{ m/s})^2} = 0.013$$

und

$$C_{Q,\text{red}} = \frac{0.092 * 0.012}{2} + \sqrt{\frac{0.013^3}{2}} = 0.001186$$

Schwebeflugeleistung:

$$P_{\text{red}} = 0.001186 * 1.225 \text{ kg/m}^3 * \pi * (7.32 \text{ m})^2 * (168 \text{ m/s})^3 = 1160 \text{ kW}$$

ist niedriger trotz höheren Schubbeiwertes. Mittlerer Auftriebsbeiwert:

$$\overline{C}_l = \frac{6C_T}{\sigma} = \frac{6 * 0.00761}{0.092} = 0.496 \quad \text{und} \quad \overline{C}_{l,\text{red}} = \frac{6 * 0.013}{0.092} = 0.848$$

Steuerwinkel:

$$\begin{aligned} \Theta_{0.75} &= \frac{\Theta_{\text{tip}}}{0.75} = \left( \frac{4C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \sqrt{\frac{C_T}{2}} \right) \frac{1}{0.75} \\ &= \left( \frac{4 * 0.00761}{0.092 * 5.7} + \sqrt{\frac{0.00761}{2}} \right) \frac{1}{0.75} = 9.2^\circ \end{aligned}$$

und

$$\Theta_{0.75,\text{red}} = \left( \frac{4 * 0.013}{0.092 * 5.7} + \sqrt{\frac{0.013}{2}} \right) \frac{1}{0.75} = 13.7^\circ$$

Heckrotorschub:

$$T_{TR} = \frac{Q}{x_{TR}} = \frac{P}{x_{TR}\Omega}$$

in den Leistungsgütegrad

$$FM_{TR} = \frac{T_{TR}}{P_{TR}} \sqrt{\frac{T_{TR}}{2\rho A_{TR}}} = 0.75$$

einsetzen und nach der Heckrotorleistung auflösen gibt:

$$\begin{aligned} P_{TR} &= \frac{P}{FM_{TR}x_{TR}\Omega} \sqrt{\frac{P}{2\rho A_{TR}x_{TR}\Omega}} \\ &= \frac{1325 \text{ kW}}{0.75} * \sqrt{\frac{1\,325\,000 \text{ W}}{2 * 1.225 \text{ kg/m}^3 * \pi * (1.4 \text{ m})^2 * (9.15 \text{ m} * 219.5 \text{ m/s}/7.32 \text{ m})^3}} \\ &= 115 \text{ kW} \end{aligned}$$

also knapp 9 % der Hauptrotorleistung.

3. Gegeben:  $N_b = 3$ ,  $R = 9.15 \text{ m}$ ,  $c(r) = 0.6 \text{ m} * (1 - 0.6r)$ ,  $\Omega R = 190 \text{ m/s}$ ,  $H = 1050 \text{ m} \Rightarrow \rho = 1.108 \text{ kg/m}^3$ ,  $\Theta(r) = 16^\circ(1 - 0.5r)$ ,  $B = 0.97$ . Typische Profilpolare:  $C_l = 5.73\alpha_a$ ,  $C_d = 0.0087 - 0.0216\alpha_a + 0.4\alpha_a^2$ .

- Zunächst müssen die Flächendichte, der Einströmwinkel und der Anstellwinkel berechnet werden:

$$\sigma(r) = \frac{N_b c(r)}{\pi R} = 0.0626(1 - 0.6r)$$

$$\phi(r) = \frac{\sigma(r) C_{l\alpha}}{16r} \left( \sqrt{1 + \frac{32\Theta(r)}{\sigma(r) C_{l\alpha}}} r - 1 \right)$$

$$\alpha_a(r) = \Theta(r) - \phi(r)$$

Damit können die gesuchten Größen ermittelt werden:

$$v_i(r) = \Omega R r \phi(r)$$

$$\frac{dC_T(r)}{dr} = \frac{C_{l\alpha}}{2} \sigma(r)(\Theta(r) - \phi(r))r^2$$

$$\frac{dC_{Q,i}(r)}{dr} = \phi(r) \frac{dC_T(r)}{dr}$$

$$\frac{dC_{Q,0}(r)}{dr} = \frac{1}{2} \sigma(r) C_d(\alpha_a(r)) r^3$$

- Das Blatt teilt man in z. B. 10 bis 20 gleichmäßige Segmente auf, berechnet die Beiträge zu Schub und Leistung in der Elementmitte und summiert sie auf. Dabei wird der Schub und die induzierte Leistung nur bis  $r = 0.97$  integriert (Blattspitzenverluste), die Leistung aus Profilwiderstand aber bis zur Blattspitze (Reibungswiderstand auch bei Nullauftrieb). Es folgt ein Schub von etwa 37 kN bzw. ein Schubbeiwert von 0.00355; eine induzierte Leistung von ca. 310 kW und eine Profilwiderstandsleistung von etwa 105 kW, insgesamt also 415 kW Rotorseistung.
- Profiltiefe sei konstant  $c = c(r = 0.75) = 0.33 \text{ m}$  und damit auch die Flächendichte  $\sigma = N_b c / (\pi R) = 0.0344$ , aber die Verwindung ist nun ideal, d. h. die induzierte Geschwindigkeit ist konstant über den Radius. Der Schubbeiwert ist nun

$$C_T = \frac{T}{\rho \pi R^2 (\Omega R)^2} = 0.00352$$

Die induzierte Leistung folgt damit zu

$$P_i = \rho \pi R^2 (\Omega R)^3 \sqrt{\frac{C_T^3}{2B^2}} = 304 \text{ kW}$$

und die Profilwiderstandsleistung zu

$$P_0 = \rho \pi R^2 (\Omega R)^3 \left( \frac{\sigma C_{d0}}{8} + \frac{2C_{d1}C_T}{3C_{l\alpha}B^2} + \frac{4C_{d2}C_T^2}{\sigma C_{l\alpha}^2 B^4} \right) = 96 \text{ kW}$$

Die Gesamtleistung beträgt nun 400 kW, fällt also etwas geringer aus, da die ideale Verwindung mit konstanter induzierter Geschwindigkeitsverteilung geringere induzierte Verluste und auch weniger Profilwiderstand erzeugt.

4. Für den Hubschrauber Bo105 sollen mit Hilfe der Blattelemententheorie folgende Größen bestimmt werden:

- (a) Blatteinstellwinkel  $\Theta = \Theta_0$  für  $0 \leq r \leq r_a$  und linear  $\Theta = \Theta_0 + \Theta_{tw}(r - r_a)$  für den Rest des Blattes. Werden die Blattspitzenverluste in den induzierten Geschwindigkeiten pauschal durch  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda/B$  berücksichtigt, wird die Integration bis zur Blattspitze ausgeführt. Da die untere Grenze bei  $r_a = 0.22$  liegt und nach Integration die höheren Potenzen davon auftreten (der größte Wert ist  $r_a^2/2 = 0.024$ , also ein Fehler von 2.4 %), kann man diesen Einfluss vernachlässigen und ab 0 integrieren. Bei  $r_a > 0.31$  wird der Fehler größer als 5 % und kann nicht mehr vernachlässigt werden.

$$\begin{aligned} C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \int_0^1 r^2 \left[ \Theta_0 + \Theta_{tw}(r - r_a) - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{r} \right] dr \\ &= \sigma C_{l\alpha} \left( \frac{\Theta_0 - r_a \Theta_{tw}}{6} + \frac{\Theta_{tw}}{8} - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{4} \right) \\ \Rightarrow \Theta_0 &= \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3\lambda_{\text{eff}}}{2} - \frac{3\Theta_{tw}}{4} + r_a \Theta_{tw} \\ \lambda_{\text{eff}} &= \frac{1}{B} \sqrt{\frac{C_T}{2}} \\ \sigma &= \frac{N_b c}{\pi R} = 0.07 \\ C_T &= \frac{m_{Bo105} g}{\rho A (\Omega R)^2} = 0.00534 \\ B &= 1 - \frac{0.7}{N_b} \sqrt{2C_T} = 0.982 \\ \Rightarrow \lambda_{\text{eff}} &= 0.05262 \\ \Theta_{tw} &= -6.4^\circ = -0.1117 \text{ rad} \\ \Rightarrow \Theta_0 &= 0.2197 \text{ rad} = 12.6^\circ \\ \Theta_{0.7} &= \Theta_0 + \Theta_{tw}(0.7 - r_a) = 9.5^\circ \end{aligned}$$

- (b) Leistung des Rotors: Der Innenbereich von  $0 \leq r \leq r_a$  liefert keine nennenswerten Beiträge wegen  $r^3$  als Multiplikator und  $r_a = 0.22$  relativ klein. Daher kann mit guter Näherung das Integral der Einfachheit halber ab 0 beginnen. Es erstreckt sich bis 1, da der Randabfall in einem pauschal erhöhten induzierten Durchfluss  $\lambda_{\text{eff}}$

berücksichtigt ist.

$$\begin{aligned}
 C_P &= \frac{\sigma}{2} C_{l\alpha} \lambda_{\text{eff}} \int_0^1 \left[ \Theta_0 + \Theta_{tw}(r - r_a) - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{r} \right] r^2 dr \\
 &\quad + \frac{\sigma}{2} \int_0^1 \left\{ C_{d0} + C_{d2} \left[ \Theta_0 + \Theta_{tw}(r - r_a) - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{r} \right]^2 \right\} r^3 dr \\
 &= C_T \lambda_{\text{eff}} + \frac{\sigma C_{d0}}{8} + \sigma C_{d2} \left[ \frac{(\Theta_0 - r_a \Theta_{tw})^2}{8} + \frac{\Theta_{tw}^2}{12} + \frac{\lambda_{\text{eff}}^2}{4} \right] \\
 &\quad + \sigma C_{d2} \left[ (\Theta_0 - r_a \Theta_{tw}) \left( \frac{\Theta_{tw}}{5} - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{3} \right) - \frac{\Theta_{tw} \lambda_{\text{eff}}}{4} \right]
 \end{aligned}$$

$$\Theta_0 - r_a \Theta_{tw} = 0.2445 \text{ rad} = 14^\circ$$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow 1. \text{ Term} = 0.00028 \quad 2. \text{ Term} = 0.00009 \quad 3. \text{ Term} = 0.00026 \\
 &4. \text{ Term} = -0.00023 \quad \Rightarrow C_P = 0.0004 \\
 &\Rightarrow P = \rho A (\Omega R)^3 C_P = 395 \text{ kW}
 \end{aligned}$$

(c) Leistungsgütegrad und mittlerer Auftriebsbeiwert:

$$\begin{aligned}
 FM &= \frac{C_{P,\text{ideal}}}{C_{P,\text{real}}} = \frac{C_T \lambda_{i,\text{ideal}}}{C_{P,\text{real}}} = \frac{\sqrt{C_T^3/2}}{C_P} = 0.707 \\
 \overline{C}_l &= 6.4 \frac{C_T}{\sigma} = 0.488
 \end{aligned}$$

(d) Bei der Ermittlung des idealen Einstellwinkels müssen sowohl globale als auch lokale Aspekte einfließen. Deshalb werden Blattelementen- und Strahltheorie miteinander verglichen. Das leistungsmäßige Optimum wird bei über den Radius konstanter induzierter Geschwindigkeit erreicht!

i. Strahltheorie:  $\dot{m} \Delta V$  mit  $\dot{m} = \rho dA v_i$ ,  $v_i = v_{i\infty}/2$  und  $\Delta V = v_{i\infty}$  folgt

$$\begin{aligned}
 dT &= \frac{\rho}{2} v_{i\infty}^2 dA \\
 dA &= 2\pi y dy \cdot (R^2/R^2) = 2Ar dr \\
 v_{i\infty} &= 2\Omega R \lambda_i \\
 \Rightarrow dT &= 4\rho A (\Omega R)^2 \lambda_i^2 r dr
 \end{aligned}$$

ii. Blattemententheorie: (Schwebeflug:  $\lambda = \lambda_i$ )

$$\begin{aligned} dT &= N_b \frac{\rho}{2} V_T^2 c C_l dy \\ V_T &= \Omega y = \Omega R r \\ C_l &= C_{l\alpha} \alpha_a = C_{l\alpha} [\Theta(r) - \phi(r)] \\ \phi(r) &= \frac{\lambda_i}{r} \\ \Rightarrow dT &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \rho A (\Omega R)^2 \left[ \Theta(r) - \frac{\lambda_i}{r} \right] r^2 dr \end{aligned}$$

Da beide Theorien dasselbe Ergebnis liefern müssen, werden beide Ausdrücke gleichgesetzt.

$$\begin{aligned} \lambda_i^2 &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{8} \left( \Theta(r) - \frac{\lambda_i}{r} \right) r \\ \lambda_i &= \sqrt{\frac{C_T}{2}} = \text{const. für idealen Rotor} \\ \Rightarrow \Theta(r) &= \frac{1}{r} \left( \frac{4C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \sqrt{\frac{C_T}{2}} \right) = \frac{\Theta_{\text{tip}}}{r} \end{aligned}$$

Die ideale Verwindung ist damit ein hyperbolischer Einstellwinkelverlauf. Dieser wird in der Regel nicht eingebaut, weil es strukturelle und fertigungstechnische Probleme bereitet und diese Verwindung nur für einen Betriebszustand (ein Schubbeiwert im Schwebeflug) gilt. Damit gibt es Nachteile in anderen Flugzuständen.

5. Ein Hubschrauber mit einer Gewichtskraft von  $W = 106.5 \text{ kN}$  und einem Rotorradius von  $7.65 \text{ m}$  führt einen Schwebeflug in  $4.6 \text{ m}$  über Grund auf einem  $1370 \text{ m}$  hohen Berg aus (die Dichte in dieser Höhe sei  $\rho = 1.075 \text{ kg/m}^3$ ).

- (a) Berechnen Sie die induzierte Geschwindigkeit bei  $0.75R$  mit und ohne Bodeneffekt. Dieser repräsentative Radius entspricht den Ergebnissen der Strahltheorie, daher

$$v_i = \sqrt{\frac{W}{2\rho\pi R^2}} = \sqrt{\frac{106.5 \text{ kN}}{2 * 1.075 \text{ kg/m}^3 * \pi * (7.65 \text{ m})^2}} = 16.4 \text{ m/s}$$

ohne Bodeneffekt. Im Bodeneffekt erhält man für  $h/R = 4.6 \text{ m}/7.65 \text{ m} = 0.6$  und konstanten Schub einen Abminderungsfaktor von  $\lambda_{\text{IGE}}/\lambda_{\text{OGE}} = P_{\text{IGE}}/P_{\text{OGE}} = k_G = 0.827$ . Entsprechend des Bodeneffekteinflusses ist die induzierte Geschwindigkeit etwa 83 % derjenigen außerhalb des Bodeneffektes, also  $v_i(h) = 0.827 * 16.4 \text{ m/s} = 13.6 \text{ m/s}$  und damit erheblich geringer.

- (b) Der Kollektivwinkel im Schwebeflug mit Bodeneffekt ist kleiner als ohne Bodeneffekt, da aufgrund der geringeren induzierten Geschwindigkeiten der Einströmwin-

kel kleiner ist und für gleichen Schub der aerodynamische Anstellwinkel konstant gehalten werden muss.

- (c) Die Flächendichte sei  $\sigma = 0.1$ , die Blattspitzengeschwindigkeit  $\Omega R = 216.5 \text{ m/s}$ , das Rotorblatt hat eine konstante Blatttiefe und ist ideal verwunden und der Profilwiderstandsbeiwert kann durch  $C_d = 0.0087 - 0.0216\alpha_a + 0.4\alpha_a^2$  beschrieben werden. Berechnen Sie die zugehörige Schwebeflugeleistung mit und ohne Bodeneffekt. Der typische Wert für den Auftriebsanstieg beträgt  $C_{l\alpha} = 5.73$ . Unter Annahme einer effektiven dimensionslosen Blattlänge von  $B = 0.97$  für alle induzierten Leistungsanteile folgt aus der Blattelemententheorie

$$C_Q = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{C_T^3}{2}} + \frac{\sigma C_{d0}}{8} + \frac{2C_{d1}C_T}{3C_{l\alpha}B^2} + \frac{4C_{d2}C_T^2}{\sigma C_{l\alpha}^2 B^4}$$

Zunächst wird der Schubbeiwert gebraucht:

$$\begin{aligned} C_T &= W/(\rho\pi R^2(\Omega R)^2) \\ &= 106.500 \text{ N}/(1.075 \text{ kg/m}^3 * \pi * (7.65 \text{ m})^2 (216.5 \text{ m/s})^2) \\ &= 0.0115 \end{aligned}$$

Damit erhält man für den Drehmomenten- bzw. Leistungsbeiwert

$$C_Q = C_P = (8.99 + 1.09 - 0.31 + 0.73) * 10^{-4} = 0.00105$$

Es folgt die Leistung außerhalb des Bodeneffektes zu

$$\begin{aligned} P &= \rho\pi R^2(\Omega R)^3 C_P = 1.075 \text{ kg/m}^3 * \pi * (7.65 \text{ m})^2 * (216.5 \text{ m/s})^3 * 0.00105 \\ &= 2106 \text{ kW} \end{aligned}$$

Mit dem vorgenannten Faktor ist die Leistung im Bodeneffekt bei konstantem Schub

$$P_{IGE} = k_G P_{OGE} = 0.827 * 2106 \text{ kW} = 1742 \text{ kW}$$

- (d) Berechnen Sie die Schwebeflugeleistung für ein unverwundenes Rotorblatt mit einer Zuspitzung von 3 : 1. Ein unverwundenes Rotorblatt benötigt deutlich mehr Leistung als das bisher betrachtete ideal verwundene Blatt. Die Zuspitzung jedoch reduziert den Leistungsbedarf, da die Blattspitze eine geringere Profiltiefe aufweist und daher der Profilwiderstand dort sinkt. Eine Zuspitzung ist jedoch immer weniger wirksam als eine Verwindung. Insgesamt kommt bei dieser Modifikation eine Leistungserhöhung von etwa 3 % heraus, also eine Zusatzleistung von

$$\Delta P_{OGE} = 63 \text{ kW} \quad \text{und} \quad \Delta P_{IGE} = 52 \text{ kW}$$

- (e) Wenn der Hubschrauber außerhalb des Bodeneffektes einen Schwebeflug durchführt: wie viel zusätzliche Masse kann er tragen, wenn er stattdessen 4.6 m über Grund fliegt? Bei gleicher Leistung erhöht sich der Schub um den Faktor  $1/k_G = 1.209$ , wenn man in den Bodeneffekt kommt, also

$$\Delta T_{\text{IGE}} = 0.201 * 106.5 \text{ kN} = 21.4 \text{ kN}$$

6. Gegeben sind:  $m = 45 \text{ t} \rightarrow W = T = 441.5 \text{ kN}$ ,  $D = 36.6 \text{ m} \Rightarrow R = 18.3 \text{ m}$ ,  $H = 4500 \text{ m} \Rightarrow \rho = 0.778 \text{ kg/m}^3$ ,  $\Omega R = 200 \text{ m/s}$ ,  $N_b = 4$ , typische Profilpolare:  $C_l = C_{l\alpha}\alpha_a = 5.73\alpha_a$  und  $C_d = C_{d0} + C_{d1}\alpha_a + C_{d2}\alpha_a^2 = 0.0087 - 0.0216\alpha_a + 0.4\alpha_a^2$ . Zunächst wird der Schubbeiwert ermittelt:

$$C_T = \frac{T}{\rho\pi R^2(\Omega R)^2} = \frac{441.5 \text{ kN}}{0.778 \text{ kg/m}^3 * \pi * (36.6 \text{ m})^2 * (200 \text{ m/s})^2} = 0.0135$$

Das ist ein relativ hoher Wert und der Rotor arbeitet vermutlich bereits an der Stallgrenze. Die zugehörige induzierte Geschwindigkeit ist

$$v_i = \sqrt{\frac{T}{2\rho\pi R^2}} = \sqrt{\frac{441.5 \text{ kN}}{2 * 0.778 \text{ kg/m}^3 * \pi * (18.3 \text{ m})^2}} = 16.4 \text{ m/s}$$

und der zugehörige Einströmwinkel ist  $\phi_{\text{tip}} = v_i/(\Omega R) = 0.082 \text{ rad} = 4.7^\circ$ . Der optimale Arbeitspunkt des Profils ist bei dem besten Gleitverhältnis, also  $(C_l/C_d)_{\max}$ , was bei  $(C_d/C_l)_{\min}$  erreicht wird, was wiederum aus der Polare analytisch berechnet werden kann:

$$\frac{d(C_d/C_l)}{d\alpha_a} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \alpha_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{C_{d0}}{C_{d2}}} = 0.147 \text{ rad} = 8.45^\circ$$

Damit ist der optimale Auftriebsbeiwert  $C_{l,\text{opt}} = 5.73 * 0.147 = 0.845$ .

- Profiltiefe an der Blattspitze:  $\sigma_{\text{tip}} = 4C_T/C_l = 4 * 0.0135/0.845 = 0.0639$  und  $c_{\text{tip}} = \sigma_{\text{tip}} * \pi * R/N_b = 0.0639 * \pi * 18.3 \text{ m}/4 = 0.918 \text{ m}$
- Einstellwinkel an der Blattspitze:  $\Theta_{\text{tip}} = \phi_{\text{tip}} + \alpha_{\text{opt}} = 4.7^\circ + 8.45^\circ = 13.15^\circ$
- Äquivalente Flächendichte: beim optimalen Schwebeflugrotor gilt  $c_e = 3c_{\text{tip}}/2 = 1.377 \text{ m}$  und  $\sigma_e = 3\sigma_{\text{tip}}/2 = 0.0959$
- Mittlerer Auftriebsbeiwert: beim optimalen Schwebeflugrotor gilt  $\overline{C}_l = 6C_T/\sigma_e = 6 * 0.0135/0.0959 = 0.845 = C_{l,\text{opt}}$  wie gefordert.
- Antriebsleistung für den Schwebeflug außerhalb des Bodeneffektes: Für alle induzierten Leistungsanteile wird die dimensionslose effektive Blattlänge von  $B = 0.97$  verwendet.

$$P = \rho\pi R^2(\Omega R)^3 \left[ \sqrt{\frac{C_T^3}{2B^2}} + \frac{\sigma_e C_{d0}}{8} + \frac{2C_{d1}C_T}{3C_{l\alpha}B^2} + \frac{4C_{d2}C_T^2}{\sigma_e C_{l\alpha}^2 B^4} \right] \approx 8700 \text{ kW}$$

### 8.3.3 Autorotationsrechnung mit der Blattemententheorie

- Ideale senkrechte Autorotation bei  $V_c = -v_i$ . Nach dem Ausfall der Triebwerke wird der Hubschrauber in den Sinkflug gesteuert. Bei gegebenem Kollektivwinkel stellt sich die Rotordrehzahl so ein, dass sich bremsende und antreibende Momente kompensieren und dann konstant bleiben. Die Sinkgeschwindigkeit steigt, bis der Schub gleich dem Gewicht ist. Beim Auffangen durch Vergrößern des Kollektivwinkels wird dann die im Rotor gespeicherte Energie in Auftrieb umgesetzt, dabei sinkt die Drehzahl des Rotors rasch ab, siehe Abb. 2.15.
- Man befindet sich im Wirbelringstadium und die Strahltheorie versagt hier. Aus der Abbildung folgt (hier wird die Dichte in 1 km Höhe eingesetzt!)

$$\overline{\lambda}_c = \frac{\lambda_c}{2\lambda_h} \approx -0.9$$

$$\lambda_h = \sqrt{\frac{C_T}{2}} = \sqrt{\frac{m_{Bo105} g}{2\rho A(\Omega R)^2}} = 0.0519$$

$$V_c = -1.8\Omega R \lambda_h = -20.4 \text{ m/s}$$

- Sinkgeschwindigkeit von  $V_c = -28 \text{ m/s}$  (sehr groß!),  $h = 1 \text{ km}$

$$v_i = -\frac{V_c}{2} - \sqrt{\frac{V_c^2}{4} - v_h^2}$$

$$v_h = \Omega R \lambda_h = 11.3 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow v_i = 5.74 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{V_c + v_i}{B\Omega R} = -0.1042$$

$$\sigma = \frac{N_b c}{\pi R} = 0.07$$

$$\Theta_0 = \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3\lambda_{\text{eff}}}{2} - \frac{3\Theta_{tw}}{4} + r_a \Theta_{tw}$$

$$C_T = \frac{m_{Bo105} g}{\rho A(\Omega R)^2} = 0.00539$$

$$\Rightarrow \Theta_o = -1^\circ$$

Das Kollektiv ist so klein, da die Sinkgeschwindigkeit mit  $-28 \text{ m/s}$  sehr groß ist, üblich ist etwa die Hälfte davon.

4. Maximale Verzögerung in  $h = 0.5 \text{ km}$  Höhe. Das Kräftegleichgewicht fordert, dass die Summe aller Kräfte Null ist. Mit  $W = m_{Bo105} g$  folgt

$$0 = W - T - m_{Bo105} \dot{V}_c$$

$$\Rightarrow a_{\max} = \dot{V}_c = \frac{m_{Bo105} g - T}{m_{Bo105}} = g - \frac{\rho A (\Omega R)^2 C_{T\max}}{m_{Bo105}} = -14.06 \text{ m/s}^2$$

$$n_z = \frac{a_{\max}}{g} = -1.43$$

5. Aus dem Kräftegleichgewicht Schub = Gewicht kann man nach der Drehzahl auflösen.

$$T = \rho A (\Omega R)^2 C_{T\max} = m_{Bo105} g$$

$$\Rightarrow \Omega = \sqrt{\frac{m_{Bo105} g}{\rho A R^2 C_{T\max}}} = 28.5 \text{ rad/s} = 0.64 \Omega_{\text{ref}}$$

6. nach Standardverfahren:

- (a) in den Vorwärtsflug übergehen
  - ⇒ geringerer Leistungsbedarf
  - ⇒ geringeres Sinken
  - ⇒ bessere Flugstabilität
- (b) langsames Abfangen bei  $h = 50 \text{ m}$ 
  - ⇒ besser abzuschätzen
  - ⇒ maximaler Schub in Bodennähe
  - ⇒ kritisches Stadium kurz vor dem Aufsetzen
- (c) Ausnutzung des Bodeneffektes
  - ⇒ geringerer Leistungsbedarf
  - ⇒ geringeres Sinken
  - ⇒ vergrößertes Sicherheitspolster

In der Summe ergibt dies eine erhöhte Sicherheit.

## 8.4 Lösungen zu den Übungen von Kap. 4

### 8.4.1 Kurzfragen

1. Koordinatensysteme zur Beschreibung der Rotorblattbewegung:

- flugzeugfestes System
- mitdrehendes Rotorkopfsystem
- Schlagkonuswinkelsystem
- Schwenkkonuswinkelsystem
- Steuersystem

- Schlagsystem
- Schwenksystem

Reihenfolge entsprechend Gelenkfolge!

2. Rechnerische Behandlung eines Rotorsystems:

- Schaffung eines mechanischen Ersatzsystems mit Gelenk bei  $e_\beta$
- Berücksichtigung der Schlagbewegung (Annahme: starres Blatt)
- Aufstellen der DGL mit aerodynamischen Kräften, Massenkräften, Federkräften

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} + \frac{\gamma}{8} \left( c_4 - \frac{8e_\beta}{3} c_3 + 2e_\beta^2 c_2 \right) \dot{\beta} + \frac{J_\beta + k_\beta/\Omega^2}{I_\beta} \beta = \\ \frac{\gamma}{8} \left( c_4 - \frac{4e_\beta}{3} c_3 \right) \Theta(\psi) - \frac{\gamma}{6} \lambda \end{aligned}$$

$\gamma$	Blattmassenkonstante
$c_n$	$= 1 - e_\beta^n$ Integrationsbereich
$I_\beta$	Massenträgheitsmoment um die Schlagachse
$J_\beta$	Statisches Massenmoment um die Schlagachse
$k_\beta$	Schlagfederkonstante

Diese DGL gilt nur für den Schwebeflug, für den Vorwärtsflug muss noch die unsymmetrische Anströmung berücksichtigt werden.

3. Schlagbewegung im Vorwärtsflug:

$$\ddot{\beta} + \frac{J_\beta + \bar{k}_\beta}{I_\beta} \beta = - \frac{M_A}{I_\beta \Omega^2}$$

Luftmomentenanteile:

$$\frac{M_A}{I_\beta \Omega^2} = \frac{\gamma}{2} \int_{e_\beta}^1 (r - e_\beta) \left( \frac{V_T(r, \mu, \psi)}{\Omega R} \right)^2 \left[ \Theta(r, \psi) - \frac{V_P(r, \mu, \psi)}{V_T(r, \mu, \psi)} \right] dr$$

Bei großen Fortschrittsgraden muss von instationären Beiwerten  $C_l = f(\dot{\alpha}_a, \ddot{\alpha}_a)$  ausgegangen werden. Ferner haben die partielle Rückanströmung, Stalleffekte und Machzahleffekte  $C_{l\alpha} = f(M), \alpha_{\text{Stall}} = f(M)$  Bedeutung  $\Rightarrow$  nichtlinearer Auftriebsbeiwert (und analog Widerstand und Moment)

4. DGL der Schwenkbewegung des Rotorblattes mit Massenkräften, Corioliskräfte aus der Schlagbewegung, Federkräfte, Dämpferkräfte, Luftkräfte, geometrischer Kopplung

$$\ddot{\xi} + d_\xi \dot{\xi} + v_\xi^2 \xi = \frac{M_A + M_{Co}(\beta, \dot{\beta})}{I_\xi \Omega^2}$$

wobei:  $M_{Co} \gg M_A$ .  $M_{Co}$  ist ein nichtlineares Trägheitsmoment, da proportional zu  $\beta \dot{\beta}$ .

## 5. Verallgemeinerte Komponenten des Blattwinkels

$$\Theta = \Theta_{tw}(r) + \Delta\Theta(\beta, \zeta) + \sum_{n=0}^N [(\Theta_{nS} + \vartheta_{nS}) \sin n\psi + (\Theta_{nC} + \vartheta_{nC}) \cos n\psi]$$

$\Theta_0$	Kollektivsteuerwinkel
$\Theta_{nC}, \Theta_{nS}$	$n = 1$ : Quer- und Längssteuerwinkel; $n > 1$ : höherharmonische Anteile (HHC, IBC, Regler)
$\Theta_{tw}$	Einbauverwindung (meist nichtlinear)
$\Delta\Theta$	Koppelung von der Schlag- und/oder der Schwenk- in die Torsionsbewegung als geometrischer Rücksteureffekt, z. B.: $\Delta\Theta = -\tan \Delta_3 \beta$

### 8.4.2 Blattbewegung im Schwebeflug

1. Gegeben:  $m' = \text{const.}$ ,  $e_\beta$ . Annahme: kleine Winkel, kleiner Gelenksabstand. Die Eigenfrequenz  $\omega_\beta$  gewinnt man aus der homogenen Differentialgleichung, welche aus dem Gleichgewicht aller Momente um das Gelenk resultiert, also ohne Luftkräfte. Es wirken noch die Zentrifugalkräfte und die Trägheitskräfte; die Gravitationskräfte werden wegen kleiner Größe vernachlässigt. Die Zentrifugalkraft ist  $F_{CF} = m'R^2r\Omega^2dr$ , die Komponente senkrecht zur Blatlängsachse ist  $F_{CF}\beta$  und der Hebelarm zum Gelenk ist  $R(r - e_\beta)$ . Die Trägheitskraft ist  $m'R^2(r - e_\beta)\ddot{\beta}dr$  und der Hebelarm ist derselbe.

$$\begin{aligned} 0 &= M_I + M_{CF} \\ &= m'R^3\Omega^2 \int_{e_\beta}^1 (r - e_\beta)^2 \overset{**}{\beta} + r(r - e_\beta)\beta dr \\ &= \overset{**}{\beta} + \frac{(1 - e_\beta^3)/3 - e_\beta(1 - e_\beta^2)/2}{(1 - e_\beta^3)/3 - e_\beta(1 - e_\beta^2) + e_\beta^2(1 - e_\beta)} \beta \\ &\approx \overset{**}{\beta} + \frac{1 - 3e_\beta/2}{1 - 3e_\beta} \beta = \overset{**}{\beta} + v_\beta^2 \beta \\ \omega_\beta &= \Omega v_\beta \approx \Omega \sqrt{1 + \frac{3}{2}e_\beta} \end{aligned}$$

2. Gegeben:  $m' = \text{const.}$ , Einzelmasse  $M$  bei  $r = 1$ ,  $L' = L'_{\text{tip}}r$ . Die statischen Auslenkungen sind gesucht, also sind alle zeitabhängigen Terme Null und die Gleichgewichtslage von Auftrieb und Zentrifugalkraft bestimmt die Auslenkung des Blattes. Auch hier wird das Gleichgewicht um das jeweilige Gelenk gesucht.
- Schlagkonussinkel  $\beta_0$ : Es wirkt das Moment aus Luftkräften  $L'$  demjenigen aus Zentrifugalkräften  $F_{CF}$  entgegen. Der Einfachheit halber wird ein zentrales Schlag-

gelenk angenommen.

$$M_a = M_{CF}$$

$$\int_0^1 L'_{\text{tip}} R^2 r^2 dr = \int_0^1 m' R^3 \Omega^2 r^2 dr \beta_0 + MR^2 \Omega^2 \beta_0$$

$$\beta_0 = \frac{L'_{\text{tip}}}{\Omega^2(m'R + 3M)}$$

- Schwenkkonuswinkel  $\zeta_0$ : nun muss ein Schwenkgelenksabstand  $e_\zeta > 0$  angenommen werden, denn sonst würde die Zentrifugalkraft kein Rückstellmoment erzeugen. Auch hier sind die Momente aus Luftkräften und Zentrifugalkräften im Gleichgewicht um das Gelenk. Der Widerstand wird proportional zum Auftrieb und damit auch linear mit dem Radius sein.

$$M_a = M_{CF}$$

$$\int_{e_\zeta}^1 [\phi L'_{\text{tip}} + D'_{\text{tip}}] R^2 r(r - e_\zeta) dr = J_\zeta e_\zeta R \Omega^2 \zeta_0 + MR^2 \Omega^2 (1 - e_\zeta) e_\zeta \zeta_0$$

$$\zeta_0 \approx \frac{(\phi L'_{\text{tip}} + D'_{\text{tip}})(1 - 3e_\zeta)}{3e_\zeta \Omega^2 [J_\zeta/R + M(1 - e_\zeta)]}$$

3. Gegeben:  $e_\zeta, m' = m'_0(1 - 0.5r)$ . Die Berechnung der Eigenfrequenz erfolgt aus der homogenen Schwenkdifferentialgleichung, welche aus dem Momentengleichgewicht um das Gelenk gewonnen wird. Wie bei der Schlagbewegung spielen Trägheitskräfte und Zentrifugalkräfte eine Rolle.

$$0 = M_I + M_{CF}$$

$$= \int_{e_\zeta}^1 m'_0 R^3 \Omega^2 (1 - 0.5r) (r - e_\zeta)^2 dr \underset{\zeta}{\overset{**}{\zeta}} + \int_{e_\zeta}^1 m'_0 R^3 \Omega^2 (1 - 0.5r) e_\zeta (r - e_\zeta) dr \zeta$$

$$= \underset{\zeta}{\overset{**}{\zeta}} + \frac{-(1 - e_\zeta^3)/6 + (1 - e_\zeta/2)(1 - e_\zeta^2)/2 - e_\zeta(1 - e_\zeta)}{\dots} \zeta = \underset{\zeta}{\overset{**}{\zeta}} + v_\zeta^2 \zeta$$

$$\omega_\zeta = \Omega v_\zeta \approx \Omega \sqrt{\frac{\text{s.o.}}{\dots}}$$

4. Im Schwebeflug ist der Fortschrittsgrad Null, außerdem werden kleine Winkel angenommen. Für die Aufstellung der Bewegungsdifferentialgleichung der Schlagbewegung wird die Summe der Momente um das Schlaggelenk gebildet. Die Kräfte am Blattelement zeigt Abb. 4.3.

$$0 = M_A - M_{CF} - M_I - M_{Co} - M_{SF} - M_D - M_G$$

Die Gravitationskraft kann man in der Regel vernachlässigen, da sie von untergeordneter Bedeutung ist. Die Dämpferkraft entfällt, da keine mechanischen Dämpfer vorhanden sind und die aerodynamische Dämpfung groß ist. Ohne Schwenkbewegung gibt es auch keine Coriolismomente in der Schlagbewegung.  $e_\beta = y_\beta/R = 0.1527$

$$\begin{aligned}
 L' &\approx \frac{\rho}{2} V_T^2 c C_{l\alpha} \left( \Theta - \frac{V_P}{V_T} \right) \\
 V_T &= \Omega y = \Omega R r \\
 V_P &= \frac{V_c + v_i}{B} + (y - y_\beta) \dot{\beta} = \Omega R \left[ \lambda_{\text{eff}} + (r - e_\beta) \overset{*}{\beta} \right] \\
 \Theta &= \Theta_0 + \Theta_{tw} r + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi \\
 \Rightarrow L' &= \frac{\rho}{2} (\Omega R)^2 c C_{l\alpha} \left[ \Theta(r, \psi) r^2 - \lambda_{\text{eff}} r - r(r - e_\beta) \overset{*}{\beta} \right] \\
 M_A &= \int_{y_\beta}^R (y - y_\beta) L' dy = R^2 \int_{e_\beta}^1 (r - e_\beta) L' dr \\
 &= \frac{\rho}{2} \Omega^2 R^4 c C_{l\alpha} \int_{e_\beta}^1 \left[ \Theta(\psi) r^2 + \Theta_{tw} r^3 - \lambda_{\text{eff}} r - r(r - e_\beta) \overset{*}{\beta} \right] (r - e_\beta) dr \\
 &= \rho c R^4 C_{l\alpha} \Omega^2 \left[ \frac{\Theta(\psi)}{8} \left( c_4 - \frac{4e_\beta}{3} c_3 \right) + \frac{\Theta_{tw}}{10} \left( c_5 - \frac{5e_\beta}{4} c_4 \right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{6} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2} c_2 \right) - \frac{\overset{*}{\beta}}{8} \left( c_4 - \frac{8e_\beta}{3} c_3 + 2e_\beta^2 c_2 \right) \right] \\
 c_n &= 1 - e_\beta^n \\
 \Rightarrow c_1 &= 0.847 \quad c_2 = 0.977 \quad c_3 = 0.996 \quad c_4 = 0.999 \quad c_5 = 1.0
 \end{aligned}$$

Die als homogen angenommene Blattmassenverteilung ist die Blattmasse, dividiert durch die schlagende Blattlänge, also

$$m' = \frac{m_b}{R - y_\beta} = \frac{m_b}{R(1 - e_\beta)} = \frac{m_b}{R c_1} = 4.04 \text{ kg/m}$$

Trägheitsmoment

$$\begin{aligned}
 M_I &= \int_{y_\beta}^R m' (y - y_\beta)^2 \ddot{\beta} dy = m' R^3 \Omega^2 \int_{e_\beta}^1 (r - e_\beta)^2 dr = I_\beta \Omega^2 \overset{**}{\beta} \\
 I_\beta &= \frac{m' R^3}{3} \left( c_3 - 3e_\beta c_2 + 3e_\beta^2 c_1 \right) = \frac{m_b R^2}{3} \left( \frac{c_3 - 3e_\beta c_2}{c_1} + 3e_\beta^2 \right)
 \end{aligned}$$

Darin ist  $m_b R^2 / 3 = I_\beta (e_\beta = 0)$  das Trägheitsmoment des Blattes mit zentralem Schlaggelenk. Die Lockzahl gibt das Verhältnis von Luft- zu Massenkräften an.

$$\gamma = \frac{\rho c R^4 C_{l\alpha}}{I_\beta}$$

Zentrifugalkraftmoment

$$M_{CF} = \int_{y_\beta}^R m' y \Omega^2 (y - y_\beta) \beta \, dy = m' R^3 \Omega^2 \beta \int_{e_\beta}^1 r (r - e_\beta) \, dr = J_\beta \Omega^2 \beta$$

$$J_\beta = \frac{m' R^3}{3} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2} c_2 \right) = \frac{m_b R^2}{3} \frac{c_3 - 1.5e_\beta c_2}{c_1}$$

Bei einem zentralen Schlaggelenk ist  $e_\beta = 0$  und damit  $I_\beta = J_\beta$ .

Statisches Moment:

$$M_G = \int_{y_\beta}^R m' g (y - y_\beta) \, dy = m' R^2 g \int_{e_\beta}^1 (r - e_\beta) \, dr = M_\beta g$$

$$M_\beta = \frac{m' R^2}{2} (c_2 - 2e_\beta c_1) = \frac{m_b R}{2} \left( \frac{c_2}{c_1} - 2e_\beta \right)$$

Federmoment

$$M_{SF} = k_\beta \beta$$

Nun wird das Momentengleichgewicht aufgestellt und alle Terme mit dem Schlagwinkel auf die linke Seite, alle anderen auf die rechte Seite gebracht. Dann erfolgt eine Division mit  $I_\beta \Omega^2$ . Mit  $\bar{g} = g/(R \Omega^2)$  erhält man

$$\begin{aligned} & \overset{**}{\beta} + \frac{\gamma}{8} \left( c_4 - \frac{8e_\beta}{3} c_3 + 2e_\beta^2 c_2 \right) \overset{*}{\beta} + \frac{J_\beta + k_\beta / \Omega^2}{I_\beta} \beta = \\ & - \frac{M_\beta R}{I_\beta} \bar{g} + \frac{\gamma}{8} \left[ \Theta(\psi) \left( c_4 - \frac{4e_\beta}{3} c_3 \right) + \Theta_{tw} \left( \frac{4}{5} c_5 - e_\beta c_4 \right) - \lambda_{\text{eff}} \left( \frac{4}{3} c_3 - 2e_\beta c_2 \right) \right] \end{aligned}$$

Der Term vor dem Schlagwinkel ist die dimensionslose Eigenfrequenz

$$\nu_\beta^2 = \frac{J_\beta + k_\beta / \Omega^2}{I_\beta}$$

- Schlagkonuswinkel nach Ansätzen der Blattelemententheorie:  
Im idealen stationären Schwebeflug gibt es keine zyklischen Steuerwinkel:  $\overset{*}{\Theta}_S = \overset{**}{\Theta}_C = 0$ . Folglich gibt es auch keine Dynamik und  $\overset{*}{\beta} = \overset{**}{\beta} = 0$ . Die Gleichung ist

nach dem Schlagwinkel aufzulösen und da dieser stationär ist, ist er gleichzeitig der Konuswinkel.

$$\beta = \frac{\gamma}{8v_\beta^2} \left[ \Theta_0 \left( c_4 - \frac{4e_\beta}{3}c_3 \right) + \Theta_{tw} \left( \frac{4}{5}c_5 - e_\beta c_4 \right) - \lambda_{\text{eff}} \left( \frac{4}{3}c_3 - 2e_\beta c_2 \right) \right] - \frac{M_\beta R}{J_\beta + k_\beta/\Omega^2} \bar{g}$$

Folglich sind mit  $e_\beta = y_\beta/R = 0.1527$ ,  $\bar{g} = 0.001$  und  $\bar{k}_\beta = k_\beta/\Omega^2 = 0.0009 \text{ kgm}^2$ :

$$\begin{aligned} I_\beta &= \frac{m_b R^2}{3} \left( \frac{c_3 - 2e_\beta c_2}{c_1} + e_\beta^2 \right) = 135 \text{ kgm}^2 \\ J_\beta &= \frac{m_b R^2}{3} \frac{c_3 - 1.5e_\beta c_2}{c_1} = 171 \text{ kgm}^2 \\ M_\beta &= \frac{m_b R}{2} \left( \frac{c_2}{c_1} - 2e_\beta \right) = 48.7 \text{ kgm} \\ M_\beta R &= 239 \text{ kgm}^2 \\ v_\beta &= \sqrt{\frac{J_\beta + \bar{k}_\beta}{I_\beta}} = 1.135 \\ \gamma &= \frac{\rho c R^4 C_{l\alpha}}{I_\beta} = 7.974 \\ \Rightarrow \beta &= 0.0475 \text{ rad} - 0.0014 \text{ rad} = 2.6^\circ \end{aligned}$$

Wie man sieht, ist der Einfluss der Schwerkraft (letzter Term) verschwindend klein.

- Die Amplitude und der Nacheilwinkel bei zyklischer Steuerung.

In generalisierter Form und nur mit den dynamischen Anteilen lautet die DGL

$$\begin{aligned} \overset{**}{\beta} + \bar{d}_\beta \overset{*}{\beta} + v_\beta^2 \beta &= \bar{\gamma} \Theta \\ \text{mit } \bar{\gamma} &= \frac{\gamma}{8} \left( c_4 - \frac{4e_\beta}{3}c_3 \right) = 0.794 \\ \text{und } \bar{d}_\beta &= \frac{\gamma}{8} \left( c_4 - \frac{8e_\beta}{3}c_3 + 2e_\beta^2 c_2 \right) = 0.637 \end{aligned}$$

Mit einem periodischen Ansatz für den Steuer- und Schlagwinkel

$$\Theta = \Theta_0 + \Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi$$

$$\beta = \beta_0 + \beta_S \sin \psi + \beta_C \cos \psi$$

$$\overset{*}{\beta} = \beta_S \cos \psi - \beta_C \sin \psi$$

$$\overset{**}{\beta} = -\beta_S \sin \psi - \beta_C \cos \psi$$

müssen nach Einsetzen in die DGL die Koeffizienten der statischen, der sin- und der cos-Anteile die DGL einzeln erfüllen und man erhält drei Gleichungen, von denen die erste entkoppelt ist.

$$\begin{bmatrix} v_\beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & v_\beta^2 - 1 & -\bar{d}_\beta \\ 0 & \bar{d}_\beta & v_\beta^2 - 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta_0 \\ \beta_S \\ \beta_C \end{Bmatrix} = \bar{\gamma} \begin{Bmatrix} \Theta_0 \\ \Theta_S \\ \Theta_C \end{Bmatrix} \quad \begin{array}{c} 1 \\ \sin \psi \\ \cos \psi \end{array}$$

Bei einem zentralen Schlaggelenk ( $v_\beta = 1$ ) wird die Hauptdiagonale der Untermatrix Null, das heißt, dann sind alle drei Gleichungen voneinander entkoppelt. Setzt man zunächst  $\Theta_C = 0$ , erfolgt die Steuerung nur mit  $\Theta_S$  und es folgt aus der dritten Zeile die Abhängigkeit zwischen den Schlagwinkelanteilen und in die zweite Zeile eingesetzt folgt:

$$\beta_C = \frac{\bar{d}_\beta}{1 - v_\beta^2} \beta_S \quad \Rightarrow \beta_S = \frac{\bar{\gamma}}{v_\beta^2 - 1 - \bar{d}_\beta^2 / (1 - v_\beta^2)} \Theta_S = \frac{\bar{\gamma}(v_\beta^2 - 1)}{(v_\beta^2 - 1)^2 + \bar{d}_\beta^2} \Theta_S$$

Nun wird  $\Theta_S = 0$  gesetzt und man erhält

$$\beta_C = \frac{v_\beta^2 - 1}{\bar{d}_\beta} \beta_S \quad \Rightarrow \beta_S = \frac{\bar{\gamma}}{(v_\beta^2 - 1)^2 / \bar{d}_\beta + \bar{d}_\beta} \Theta_C = \frac{\bar{\gamma} \bar{d}_\beta}{(v_\beta^2 - 1)^2 + \bar{d}_\beta^2} \Theta_C$$

Dasselbe geht auch umgekehrt (Steuerung nur mit  $\Theta_C$ ) und man erhält für  $\beta_C$

$$\beta_C = -\frac{\bar{\gamma} \bar{d}_\beta}{(v_\beta^2 - 1)^2 + \bar{d}_\beta^2} \Theta_S \quad \text{und} \quad \beta_C = \frac{\bar{\gamma}(v_\beta^2 - 1)}{(v_\beta^2 - 1)^2 + \bar{d}_\beta^2} \Theta_C$$

Damit folgt für den dynamischen Anteil mit den Gesamtlösungen für die dynamischen Komponenten

$$\begin{aligned} \beta &= \beta_S \sin \psi + \beta_C \cos \psi \\ &= \frac{\bar{\gamma}}{(v_\beta^2 - 1)^2 + \bar{d}_\beta^2} \left[ \begin{matrix} (v_\beta^2 - 1) \Theta_C - \bar{d}_\beta \Theta_S \\ \bar{d}_\beta \Theta_C + (v_\beta^2 - 1) \Theta_S \end{matrix} \right]^T \begin{Bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

Die Gesamtamplitude und Phase lautet

$$|\beta| = \sqrt{\beta_C^2 + \beta_S^2} \quad \Delta\psi = \arctan \frac{\beta_S}{\beta_C}$$

Mit den gegebenen Werten  $\bar{\gamma} = 0.794$ ,  $\bar{d}_\beta = 0.637$  und  $v_\beta^2 - 1 = 0.288$  sowie  $\Theta_C = 1^\circ$  und  $\Theta_S = 0^\circ$  folgt

$$|\beta| = 1.14^\circ \quad \Delta\psi = 66^\circ$$

Die Phasennacheilung auf einen Steuerwinkel mit der maximalen Auslenkung bei einem Azimut  $\psi$  beträgt also  $\Delta\psi = 66^\circ$  aufgrund des relativ steifen Blattanschlusses bzw. wegen des relativ weit außen liegenden (effektiven) Schlaggelenkes. Die Schlagamplitude ist etwas größer als der Steuerwinkel. Bei zentralem Schlaggelenk ohne Feder wäre die Nacheilung exakt  $90^\circ$  und die Schlagamplitude genau so groß wie die Steueramplitude.

### 8.4.3 Blattbewegung im Vorwärtsflug

1. Zunächst sind die Geschwindigkeitskomponenten in dimensionsloser Form aufzustellen. Der Durchflussgrad wird mit  $B$  korrigiert, um Verluste durch Blattspitzenumströmung zu berücksichtigen.

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R} \\ \mu_z &= -\frac{V_\infty \sin \alpha}{\Omega R} \\ \lambda &= \lambda_i + \mu_z \\ \overline{V}_T &= r + \mu \sin \psi \\ \overline{V}_P &= \mu \beta \cos \psi + \frac{\lambda}{B} + (r - e_\beta) \overset{*}{\beta} \\ \alpha_a &= \Theta + \Theta_{tw} r - \frac{\overline{V}_P}{\overline{V}_T} \\ \Theta &= \Theta_0 + \Theta_C \cos \psi + \Theta_S \sin \psi \\ \beta &= \beta_0 + \beta_C \cos \psi + \beta_S \sin \psi\end{aligned}$$

Das aerodynamische Moment lautet dann in dimensionsloser Form

$$\begin{aligned}\frac{M_\beta}{I_\beta \Omega^2} &= \frac{\gamma}{2} \int_{r_a}^1 (r - e_\beta) \overline{V}_T^2 \alpha_a dr \\ &= \frac{\gamma}{2} \int_{r_a}^1 (r - e_\beta) \left\{ (\Theta + \Theta_{tw} r)(r + \mu \sin \psi)^2 \right. \\ &\quad \left. - (r + \mu \sin \psi) \left[ \mu \beta \cos \psi + \frac{\lambda}{B} + (r - e_\beta) \overset{*}{\beta} \right] \right\} dr\end{aligned}$$

Die DGL der Schlagbewegung wird aufgestellt und dies liefert drei Gleichungen: eine für die stationären Anteile (welche den Schlagkonus bestimmen) und zwei für die zyklischen Schlagwinkel (aus den Koeffizienten der Sinus-Terme und denen der

Cosinus-Terme). Diese sollen zu Null getrimmt werden (Gl. (8.1), (8.2) und (8.3)).

$$0 = -\frac{\lambda\mu}{2B}(c_2 - 2e_\beta c_1) + \frac{2\mu\Theta_0}{3} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2}c_2 \right) + \frac{\mu\Theta_{tw}}{2} \left( c_4 - \frac{4e_\beta}{3}c_3 \right) \\ + \frac{\Theta_S}{4} \left[ c_4 - \frac{4e_\beta}{3}c_3 + \frac{3\mu^2}{2} (c_2 - 2e_\beta c_1) \right] \quad (8.1)$$

$$0 = -\frac{\lambda}{3B} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2}c_2 \right) + \frac{\Theta_0}{4} \left[ c_4 - \frac{4e_\beta}{3}c_3 + \mu^2(c_2 - 2e_\beta c_1) \right] \\ + \frac{\Theta_{tw}}{5} \left[ c_5 - \frac{5e_\beta}{4}c_4 + \frac{5\mu^2}{6} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2}c_2 \right) \right] + \frac{\mu\Theta_S}{3} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2}c_2 \right) - \frac{2v_\beta^2}{\gamma}\beta_0 \quad (8.2)$$

$$0 = \frac{\mu}{3}\beta_0 \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2}c_2 \right) - \frac{\Theta_C}{4} \left[ c_4 - \frac{4e_\beta}{3}c_3 + \frac{\mu^2}{2}(c_2 - 2e_\beta c_1) \right] \quad (8.3)$$

Der über eine Umdrehung gemittelte stationäre Schub bestimmt sich aus folgender Gleichung, bei der die dynamischen Anteile des Schlagwinkels entfallen, da sie weggetrimmt werden sollen:  $\beta^* = 0$ . Der Ausdruck in den eckigen Klammern stellt dabei den Zeitverlauf des Schubbeiwertes  $C_T(\psi) = \int_{r_\beta}^1 dC_T(\psi)$  dar; das Integral über den Azimut berechnet den Mittelwert einer Umdrehung (Gl. (8.1)).

$$C_T = \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ -\frac{\lambda}{2B}c_2 - \frac{\mu}{2}c_2\beta \cos \psi + \frac{\mu\lambda}{B}c_1 \sin \psi - \mu^2 c_1\beta \sin \psi \cos \psi \right. \\ \left. + \frac{\Theta_0}{3}(c_3 + 3\mu^2 c_1 \sin^2 \psi + 3\mu c_2 \sin \psi) \right. \\ \left. + \frac{\Theta_{tw}}{4} \left( c_4 + 2\mu^2 c_2 \sin^2 \psi + \frac{8\mu}{3}c_3 \sin \psi \right) \right. \\ \left. + \frac{\Theta_S \sin \psi + \Theta_C \cos \psi}{3} (c_3 + 3\mu^2 c_1 \sin^2 \psi + 3\mu c_2 \sin \psi) \right] d\psi \\ 0 = -\frac{C_T}{\sigma C_{l\alpha}} - \frac{\lambda}{4B}c_2 + \frac{\Theta_0}{6} \left( c_3 + \frac{3\mu^2}{2}c_1 \right) + \frac{\Theta_{tw}}{8}(c_4 + \mu^2 c_2) + \frac{\mu\Theta_S}{4}c_2 \quad (8.4)$$

- $V = 150 \text{ km/h} = 41.67 \text{ m/s}$ . Gesucht:  $\lambda$  und  $\mu = V \cos \alpha / (\Omega R)$ . Das Kräftegleichgewicht fordert, dass in vertikaler Richtung Schub = Gewicht und in horizontaler Richtung Rumpfwiderstand = Schubkomponente nach vorne, die sich durch Neigung der Rotorebene um  $\alpha$  ergibt.

$$W = m_{Bo105} g \stackrel{!}{=} T \cos \alpha$$

$$D_f = \frac{\rho}{2} V_\infty^2 f \stackrel{!}{=} T \sin \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = \frac{D_f}{W}$$

$$\Rightarrow \alpha = -\arctan \frac{D_f}{W} = -3.1^\circ$$

$$T = \frac{W}{\cos \alpha} = 23579 \text{ N}$$

$$C_T = \frac{T}{\rho A (\Omega R)^2} = 0.00535$$

$$\mu = \frac{V_\infty \cos \alpha}{\Omega R} = 0.191$$

Die induzierte Geschwindigkeit kann numerisch aus

$$\lambda_i = \frac{C_T}{2\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} = \frac{\lambda_h^2}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}}$$

iterativ ermittelt werden oder näherungsweise für dimensionslose Geschwindigkeiten  $\mu > 0.1$  gilt auch:  $\lambda_i = \lambda_h^2 / \mu$ .

$$\lambda_h = \sqrt{\frac{C_T}{2}} = 0.0517$$

$$\lambda_i = \frac{\lambda_h^2}{\mu} = 0.014$$

$$\mu_z = -\mu \tan \alpha = 0.0103$$

$$\lambda = \lambda_i + \mu_z = 0.0243$$

- Zugehöriger Schlagkonuswinkel und Steuerwinkel.

In der DGL der Schlagbewegung fallen alle Terme mit  $\beta$  und  $\dot{\beta}$  weg, da die dynamischen Schlagwinkel per Aufgabenstellung ausgesteuert sind. Es bleibt nur der stationäre Anteil, also der Konuswinkel  $\beta_0$ . Das Schlagmoment aus Gravitation wird der Einfachheit halber und weil es wenig beiträgt, vernachlässigt.

$$\beta_0 = \frac{1}{v_\beta^2} \frac{M_A}{I_\beta \Omega^2}$$

Das aerodynamische Moment liefert für den stationären, Sinus- und Cosinus-Anteil die zuvor gegebenen Gl. (8.1)–(8.3). Die vierte Gleichung liefert die für die Schubberechnung ebenfalls zuvor gegebene Gl. (8.4) für den Schub. Gl. (8.1) und (8.4) löst man nun nach dem Kollektivwinkel auf und setzt sie einander gleich.

$$\begin{aligned} \Theta_0 &= \frac{3\lambda}{4B} \frac{c_2 - 2e_\beta c_1}{c_3 - \frac{3e_\beta}{2}c_2} - \frac{3\Theta_{tw}}{4} \frac{c_4 - \frac{4e_\beta}{3}c_3}{c_3 - \frac{3e_\beta}{2}c_2} - \frac{3\Theta_S}{8\mu} \frac{c_4 - \frac{4e_\beta}{3}c_3 + \frac{3\mu^2}{2}(c_2 - 2e_\beta c_1)}{c_3 - \frac{3e_\beta}{2}c_2} \\ \Theta_0 &= \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha}} \frac{1}{c_3 + \frac{3\mu^2}{2}c_1} + \frac{3\lambda}{2B} \frac{c_2}{c_3 + \frac{3\mu^2}{2}c_1} - \frac{3\Theta_{tw}}{4} \frac{c_4 + \mu^2 c_2}{c_3 + \frac{3\mu^2}{2}c_1} - \frac{3\mu\Theta_S}{2} \frac{c_2}{c_3 + \frac{3\mu^2}{2}c_1} \end{aligned}$$

Die einzige Unbekannte darin ist nun der Längssteuerwinkel, nach dem man dann auflösen kann. Das Ergebnis ist  $\Theta_S = -3.07^\circ$ . Danach setzt man das gefundene

Ergebnis in eine der beiden Gleichungen ein und erhält den Kollektivsteuerwinkel zu  $\Theta_0 = 11.96^\circ$ . Nun wird Gl. (8.2) nach dem Konuswinkel aufgelöst

$$\begin{aligned}\beta_0 &= \frac{\gamma}{v_\beta^2} \left\{ -\frac{\lambda}{6B} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2} c_2 \right) + \frac{\Theta_0}{8} \left[ c_4 - \frac{4e_\beta}{3} c_3 + \mu^2 (c_2 - 2e_\beta c_1) \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{\Theta_{tw}}{10} \left[ c_5 - \frac{5e_\beta}{4} c_4 + \frac{5\mu^2}{6} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2} c_2 \right) \right] + \frac{\mu\Theta_S}{6} \left( c_3 - \frac{3e_\beta}{2} c_2 \right) \right\} = 3.28^\circ\end{aligned}$$

Aus Gl. (8.3) erhält man den Quersteuerwinkel  $\Theta_C$

$$\Theta_C = \frac{4\mu}{3} \beta_0 \frac{c_3 - \frac{3e_\beta}{2} c_2}{c_4 - \frac{4e_\beta}{3} c_3 + \frac{\mu^2}{2} (c_2 - 2e_\beta c_1)} = 0.81^\circ$$

## 8.5 Lösungen zu den Übungen von Kap. 5

### 1. Rotorleistung im Schwebeflug

$$\begin{aligned}P &= \rho A (\Omega R)^3 C_P \\ C_P &= \frac{\sigma}{2} C_{l\alpha} \lambda_{\text{eff}} \int_{r_a}^1 \left[ \Theta_0 + \Theta_{tw}(r - r_a) - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{r} \right] r^2 dr \\ &\quad + \frac{\sigma}{2} \int_{r_a}^1 \left\{ C_{d0} + C_{d2} \left[ \Theta_0 + \Theta_{tw}(r - r_a) - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{r} \right]^2 \right\} r^3 dr \\ &= \sigma C_{l\alpha} \lambda_{\text{eff}} \left( \frac{\Theta_0 - r_a \Theta_{tw}}{6} c_3 + \frac{\Theta_{tw}}{8} c_4 - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{4} c_2 \right) + \frac{\sigma C_{d0}}{8} c_4 \\ &\quad + \sigma C_{d2} \left[ \frac{(\Theta_0 - r_a \Theta_{tw})^2}{8} c_4 + \frac{\Theta_{tw}^2}{12} c_6 + \frac{\lambda_{\text{eff}}^2}{4} c_2 \right] \\ &\quad + \sigma C_{d2} \left[ (\Theta_0 - r_a \Theta_{tw}) \left( \frac{\Theta_{tw}}{5} c_5 - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{3} c_3 \right) - \frac{\Theta_{tw} \lambda_{\text{eff}}}{4} c_4 \right]\end{aligned}$$

Darin ist  $c_n = 1 - r_a^n$ . Für die weitere Rechnung braucht man den kollektiven Steuerwinkel.

$$\begin{aligned}C_T &= \frac{\sigma C_{l\alpha}}{2} \int_{r_a}^1 r^2 \left[ \Theta_0 + \Theta_{tw}(r - r_a) - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{r} \right] dr \\ &= \sigma C_{l\alpha} \left( \frac{\Theta_0 - r_a \Theta_{tw}}{6} c_3 + \frac{\Theta_{tw}}{8} c_4 - \frac{\lambda_{\text{eff}}}{4} c_2 \right)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Theta_0 = \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha} c_3} + \frac{3\lambda_{\text{eff}} c_2}{2c_3} - \frac{3\Theta_{tw} c_4}{4c_3} + r_a \Theta_{tw}$$

$$C_T = \frac{mg}{\rho A(\Omega R)^2} = 0.00445$$

$$B = 1 - \frac{0.7}{N_b} \sqrt{2C_T} = 0.983$$

$$\lambda_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{C_T}{2B^2}} = 0.048$$

$$\sigma = \frac{N_b c}{\pi R} = 0.0778$$

$$c_2 = 0.96 \quad c_3 = 0.992 \quad c_4 = 0.998 \quad c_5 = c_6 = 1$$

$$\Rightarrow \Theta_0 = 0.209 \text{ rad} = 12^\circ \quad \Theta_{tw} = -0.14 \text{ rad}$$

$$\theta_0 - r_a \Theta_{tw} = 0.237 \text{ rad}$$

Für die Leistung folgt

$$1. \text{ Term} = 0.00019 \quad 2. \text{ Term} = 0.00012 \quad 3. \text{ Term} = 0.00025$$

$$4. \text{ Term} = -0.00024$$

$$\Rightarrow C_P = \sum_{n=1}^4 (\text{n. Term}) = 0.00032$$

$$\Rightarrow P = 307.6 \text{ kW}$$

## 2. Rollmoment

$$L_{TR} = T_{TR}(z_{cg} - z_{TR})$$

$$T_{TR} = \frac{Q}{x_{TR}} = \frac{P}{\Omega x_{TR}} = 1174 \text{ N}$$

$$\Rightarrow L_{TR} = 2231 \text{ Nm}$$

3. Kompensation des Heckrotorschubes (Seitenkraft). Die Kompensation des Heckrotorschubes erfolgt durch die Eingabe zyklischer Steuer im Hauptrotor. Diese neigen die Blattspitzenebene und damit den Schubvektor in die entgegengesetzte Seite, so dass die Summe der Querkräfte Null ergibt. Durch die Neigung der Blattspitzenebene entsteht ein zusätzliches, dem Heckrotorrollmoment entgegengesetztes Hauptrotorrollmoment  $L$ , das zu einer Rolllage  $\phi_F$  der Zelle führt. Eine Längsneigung des Rotorschubes ist nicht erforderlich (das hängt allerdings von der Schwerpunktllage in Längsrichtung ab). Mit  $T = W = mg$  folgt

$$Y = -T \sin \beta_S = -T_{TR} \cos \beta_S$$

Mit der Annahme kleiner Winkel folgt

$$\begin{aligned}\beta_S &= \frac{T_{TR}}{m g} = 0.0598 \text{ rad} = 3.43^\circ \\ \beta_C &= 0^\circ \\ \Rightarrow L &= Y z_{cg} + T_{TR}(z_{cg} - z_{TR}) \\ &= -T_{TR} z_{TR} = 235 \text{ Nm}\end{aligned}$$

Bei einem zentralen Schlaggelenk gilt im Schwebeflug:

$$\Theta_S = -\beta_C = 0^\circ \quad \Theta_C = \beta_S = 3.43^\circ$$

## 8.6 Lösungen zu den Übungen von Kap. 6

1. Der Rumpf soll aus aerodynamischer Sicht so wenig Widerstand wie möglich bieten, um die Antriebsleistung im Schnellflug möglichst gering zu halten, da diese mit der dritten Potenz der Fluggeschwindigkeit steigt. Dies erfordert einen dünnen, spindelförmigen Körper. Gleichzeitig bestehen Anforderungen an den Innenraum, der meistens quaderförmig mit vorgegebenen Kantenlängen definiert wird. Außerdem besteht die Notwendigkeit für etliche Außenanbauten, die den Widerstand erhöhen, wie Fahrwerk, Antennen, Winden, etc. Letztlich stellen auch die Herstellungs- und Betriebskosten Anforderungen dar, denn z. B. sind ein Einziehfahrwerk und einfahrbare Winden aerodynamisch günstig, aber teurer in der Realisierung und im Betrieb als fest eingebaute Komponenten.
2. Anforderungen an Rotorblattprofile:
  - Druckpunktfestigkeit und geringe aerodynamische Momente,
  - hoher Auftriebsbeiwert für kleine Machzahlen, also großes  $\alpha_{stall}$ ,
  - gutmütiges, also nicht abruptes Stallverhalten, geringe Momente bei Stall,
  - geringer Wellenwiderstand für hohe Unterschallmachzahlen, also großes  $M_{dd}$



---

# Erratum zu: Grundlagen der Hubschrauber-Aerodynamik

Erratum zu:

B.G. van der Wall, Grundlagen der Hubschrauber-Aerodynamik, VDI-Buch  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9>

Für die Kapitel 2 Grundlagen der Drehflügleraerodynamik, 3 Die Blattelemententheorie, 4 Die Bewegung rotierender Flügel und 5 Leistungsberechnung im stationären Flug wurde elektronisches Zusatzmaterial bereitgestellt. Dieses kann auf der Springerwebseite unter dem jeweiligen Kapitel abgerufen werden.

---

Die aktualisierten Versionen der Kapitel können hier abgerufen werden:

[https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_2)

[https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_3)

[https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_4)

[https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-662-60365-9_5)

# Stichwortverzeichnis

## A

Aérospatiale, 42, 52  
Agusta, 47, 52, 64  
AgustaWestland, 35, 41, 46–48, 86, 87  
Airbus Helicopters, 87, 318  
Anstellwinkel, 101–104, 137, 159–161, 166, 179, 184, 203–206, 220, 221, 260, 315–317, 319  
induzierter, 121, 165, 166, 292  
mittlerer, 199  
optimaler, 185–187, 189, 190  
Rotor-, 144–149, 164  
Rumpf-, 294, 299, 304, 324  
Auftriebsanstieg, 123, 166, 168, 196  
Auftriebsbeiwert, 123, 161, 166, 171, 184, 187, 194  
maximaler, 184, 319  
mittlerer, 199, 200, 299, 316  
optimaler, 222  
Autogyro, 15, 16, 26, 73, 81, 86, 117  
Autorotation, 13, 16, 100, 127, 134, 219, 221–224, 315  
Diagramm, 221, 222  
ideale, 134, 135, 222  
im Vorwärtsflug, 223  
Landung, 222, 308  
Sinkrate, 223, 277, 307–309  
vertikale, 135, 219  
AVIC, 64, 88

## B

Bell, 21, 27, 30–35, 47, 86, 87, 323  
Bennett, 4, 150, 298  
Berliner, 14  
BERP, 2, 46, 312, 317, 320

Betz, 9, 120, 138, 158  
Blattanschlusskräfte, 268  
Blattelemententheorie, 157  
Beispiele, 180  
kombiniert mit Strahltheorie, 175  
numerische Lösung, 182  
Blattspitze, 199, 317, 320  
Abminderungsfaktor, 119  
Geschwindigkeit, 113, 115, 236, 315  
Machzahl, 101, 116, 122, 196, 197, 321, 331  
Reaktionsantrieb, 7, 15, 24, 325  
Reynoldszahl, 123  
Verluste, 119, 141, 169, 189, 193–195, 200, 241  
Wirbel, 101, 102, 127, 131, 139, 193, 202, 208, 213, 216, 320  
Blattzahl, 124, 142, 316  
-harmonische, 271, 273  
Bodeneffekt, 138, 139  
Schwebeflug, 137  
Vorwärtsflug, 150  
Boeing-Vertol, 28, 35, 36, 87  
Bölkow, 49–51  
Breguet, 10, 11, 17, 113  
Brennan, 14

## C

Cayley, 6, 7  
Corioliskraft, 20, 235, 238, 251–253, 257  
Cornu, 10, 113  
Cossus, 7

**D**

- da Vinci, 5  
d'Amecourt, 7  
d'Ascanio, 17  
de Bothezat, 15  
de la Cierva, 16, 47, 73, 204  
dead man's curve, 308  
Doblhoff, Baron von, 24, 25, 42  
Dorand, 17  
Drehfrequenz, 122  
Durchflussgrad, 150, 167, 175, 180, 221, 288, 289  
Gesamt-, 119  
induzierter, 113, 124, 145, 146, 150, 164, 165, 176, 187, 194, 210–212, 239  
Schwebeflug, 113, 114, 119, 176–178, 183  
Sinkflug, 178  
Steigflug, 177  
Vertikalflug, 166  
Vorwärtsflug, 145–148, 290

**E**

- Edison, 8  
Eigenfrequenz, 232, 233, 264, 273, 316  
nicht rotierend, 264  
Rumpf-, 294  
Schlag-, 243, 264  
Schwenk-, 255, 264  
Torsions-, 262–264  
Einstellwinkel, 159–163, 167, 174, 177, 178, 180, 186, 190, 260  
Einströmwinkel, 161, 166, 179, 220, 300  
Elektro-Hubschrauber, 68  
Ellehammer, 13  
Enstrom, 64  
Entwurf, 311  
ERATO, 45, 318, 320  
Erhaltungssatz  
Drehimpuls-, 251  
Energie-, 106, 129, 130, 144  
Impuls-, 105, 129, 130, 139, 144  
Massen-, 105, 129, 130, 139  
Eurocopter, 42, 43, 51, 62, 63, 78, 85, 318, 331, 332  
eVTOL, 68

**F**

- Fan-Diagramm, 264  
Finmeccanica, 47  
Flächenbelastung, 72, 110, 112, 115, 124–126, 313, 314  
Flächendichte, 115, 122, 124, 126, 127, 168, 199, 316  
äquivalente, 197, 198  
leistungsgewichtet, 198  
schubgewichtet, 198  
Flettner, 1, 4, 22, 23, 39, 328  
Flugdauer, 308  
Flugzustände, 99  
Focke, 1, 4, 18–22, 24, 42  
Fortschrittsgrad, 145, 206, 331  
axial, 129, 145, 148  
Froude, 3, 105

**G**

- Gelenkabstand  
Schlag-, 268  
Gelenksabstand  
Schlag-, 240  
Schwenk-, 249, 254  
Geschwindigkeit  
Flug-, 64, 86, 143, 161, 202, 203, 277, 305, 306, 316  
induzierte, 99, 100, 106, 108, 111, 112, 116, 121, 129–131, 134, 135, 137, 139, 145, 148, 150, 159, 169, 187, 207, 218  
normale, 160, 165  
Schall-, 112  
Sink-, 130, 135, 221, 303, 307  
Steig-, 64, 129, 133, 164, 299, 302, 306, 307  
tangentielle, 160, 165, 174, 202  
Glauert, 3, 9, 105, 116, 124, 143, 158, 196, 200, 208, 210, 298  
Gleitverhältnis, 305, 306  
Profil, 185, 187, 194, 319

**H**

- Hafner, 17, 130  
HAL, 61  
Heckrotor, 78, 79, 265, 289, 294, 325–328  
-ausfall, 134  
-kollektiv, 277

- lärm, 294
  - leistung, 298, 300, 325, 327
  - schub, 132, 278, 294, 300, 325, 326
  - ummantelt, 79, 139, 328
  - Hiller, 37
  - Hohenemser, 4, 22, 24, 143
  - Höhenleitwerk, 294, 323, 324
verstellbares, 294, 324
  - Horizontalflug, 99, 100
  - Hughes, 36
  - Human Powered Helicopter, 66
  - H-V Diagramm, 224, 225
  - I**
Interaktionsaerodynamik, 217
Heckrotor-Leitwerk, 218
Rotor-Rumpf, 217
Rumpf-Rotor, 217
Wirbel-Propeller, 219
Wirbel-Rotor, 219
Wirbel-Rotornachlauf, 219
  - Interferenz, 139, 293–295, 320, 322
- J**
Joukowski, 9, 192
Just, 2, 21
- K**
KAI, 62, 88
Kaman, 39, 40, 66, 263
Kamow, 57, 315
Kasan, 58, 59
Kawasaki, 51, 62
Kellett, 25, 26, 36
Klemin, 4, 118, 200, 201, 223
Kompressibilität, 116, 196, 298, 315, 317, 319
Koordinatensysteme, 162, 267
Küssner, 4, 137, 143
Kugelhypothese, 143
- L**
Leistung
Gesamt-, 298
Horizontalflug, 303
Schwebeflug, 115, 301
- M**
Steigflug, 301
Vorwärtsflug, 148, 303
Leistungsbeiwert, 113, 115, 167, 168, 176, 184, 198
induzierter, 113, 116, 176
- N**
NH Industries, 52
Nikolsky, 4
NOTAR, 37, 79, 80, 328
- O**
Oehmichen, 14, 15
- P**
Pescara, 13
Petroczy, 14
Pfeilung, 315, 317, 320
Phillips, 7
Piasecki, 27, 28, 84
Pitcairn, 25, 26
Platt-LePage, 26, 27
Prandtl, 3, 9, 11, 116, 119–121, 158, 193, 196
Profiltiefe, 177, 185–187, 316

- äquivalente, 198  
mittlere, 197  
Propellermoment, 260, 262, 265  
PZL, 60
- R**  
Rankine, 3, 105  
Reichweite, 65, 305, 306, 309  
repräsentativer Radius, 161, 174, 178, 184, 196  
Reynoldszahl, 123, 319  
Richet, 10, 11  
Robinson, 38, 87  
Rotorkräfte, 271, 286  
Rüb, 13  
rückwärtige Anströmung, 206  
Rumpfinduktion, 217  
Russian Helicopters, 87
- S**  
Schiebewinkel, 103  
Schlagbewegung, 72, 160, 162–164, 203, 231, 234, 235, 242, 247, 248, 265, 286, 289  
aerod. Dämpfung, 243  
Schwebeflug, 241  
Vorwärtsflug, 244  
Schlagwinkel, 160, 163, 234, 236, 242, 270, 290  
Konus, 244  
Vorkonus, 240, 244  
zyklisch, 247  
Schubbeiwert, 113, 125, 166–168, 176, 180, 186, 196, 197, 199  
optimal, 125  
Schwebeflug, 99–101, 105, 106, 127, 164, 175, 292  
Höhe, 65, 302, 308  
idealer Rotor, 118, 187, 189, 190  
Leistung, 66, 111, 118, 126, 132, 148, 166, 302, 313, 314, 322, 324  
optimaler Rotor, 185–187, 189, 190, 193, 198, 222  
Schweizer, 31, 32  
Schwenkbewegung, 72, 160, 231, 234, 249, 254  
aerod. Dämpfung, 256  
Schwebeflug, 253  
Schwenkwinkel, 160, 234, 256, 270  
Schwingung, 232
- Seitenleitwerk, 294, 300, 324, 325  
Sikorsky, 1, 4, 12, 25, 28, 30, 31, 82, 87, 331, 332  
Sinkflug, 99, 100, 108, 127, 130, 131, 164  
Sissingh, 4, 22, 120, 124, 143, 299  
SNCASO, 24, 42  
spezifische Rotorblattbelastung, 122, 124, 193  
Spoiler, 328  
Gurney Flap, 330  
Heckausleger, 329  
Rumpf, 329  
Steigflug, 99, 100, 108, 127, 129, 132, 164  
Steigrate, 66  
maximale, 66, 132, 277, 302, 306  
Steuerwinkel, 73, 161–163, 168, 169, 244, 270, 277  
kollektiver, 174, 205, 247  
zyklischer, 163, 205, 247  
Strahleinschnürung, 109, 135, 137, 139  
Strahltheorie, 105, 111  
Druckverlauf, 110  
langsamer Sinkflug, 131  
schneller Sinkflug, 130  
Schwebeflug, 107, 116  
Steigflug, 129  
Vorwärtsflug, 142
- T**  
TAI, 60  
Torsionsbewegung, 73, 203, 231, 234, 258, 262, 286  
aerod. Dämpfung, 263  
Schwebeflug, 262  
Torsionswinkel, 234  
Trimmung, 277, 279, 282  
Beispiel, 290, 295, 297
- U**  
Urban Air Mobility, 68
- V**  
Verwindung, 183, 189, 190, 195, 196, 222, 286, 317, 320, 331  
ideale, 172, 179, 180, 193  
lineare, 172, 174, 187  
von Achenbach, 8

- von Baumhauer, 15  
Vorwärtsflug, 100, 101, 202  
    Höhe, 65  
VR-Technologies, 59
- W**  
Westland, 45–47  
Widerstand  
    Profil-, 114, 169, 299, 303  
    Rumpf-, 149, 292, 299, 303, 305, 322  
Widerstandsbeiwert, 161  
    Kompressibilitätseinfluss, 117
- Null-, 114, 115  
Polare, 123, 167  
Rumpf, 299  
Windmühlenstadium, 100, 127, 130, 135  
Wirbelringstadium, 100, 127, 131  
    Vorwärtsflug, 151  
Wright, 9–11
- Z**  
Zentrifugalkraft, 237, 250  
Zirkulation, 192  
Zuspitzung, 186–190, 199, 317, 320